

# Estimation and Hypothesis Testing 2 |

## *Les estimateurs et les tests d'hypothèses 2*

Christelle Zozoungbo

27 June/juin 2024

Covariate Adjustment | *Ajustement des covariables*

Cluster Randomization | *Randomisation par grappe*

Experiments with Multiple Arms | *Les expériences avec plusieurs bras*

Factorial Design | *La conception factorielle*

## A Quick Reminder | *Un petit rappel*

- ▶ Remember: Analyze as you randomize
- ▶ We prefer estimators that are unbiased and have greater precision
- ▶ N'oubliez pas : Analysez comme vous randomisez
- ▶ Nous préférons les estimateurs non biaisés et plus précis.

## Covariate Adjustment | *Ajustement des covariables*

# Estimator: Linear regression with covariates |

## Estimateur : La régression linéaire avec des covariables

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 Z_i + \gamma X_i + e_i$$

- ▶ Including a **pre-treatment covariate**  $X$  that is *predictive of* the outcome variable in our regression model is called *covariate adjustment*.
- ▶ For example: pre-treatment measure of the outcome.
- ▶ Careful: This can bias our estimates, but improve their precision.
- ▶ L'inclusion d'une **covariable pré-traitement**  $X$  qui est *prédictive* de la variable de résultat dans notre modèle de régression est appelée *ajustement des covariables*.
- ▶ Par exemple : un mesure du résultat avant le traitement.
- ▶ Attention : Cela peut biaiser nos estimations, mais améliorer leur précision.

## Estimator: Linear regression with covariates | *Estimateur : La régression linéaire avec des covariables*

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 Z_i + \gamma X_i + e_i$$

- ▶ The coefficient on the treatment variable ( $\beta_1$ ) is again our ATE.
- ▶ The coefficient on the covariate ( $\gamma$ ) is *not* the causal effect of that variable.
- ▶ Le coefficient sur la variable de traitement ( $\beta_1$ ) est encore notre ATE.
- ▶ Le coefficient de la covariable ( $\gamma$ ) n'est *pas* l'effet causal de cette variable.

## Estimator: Linear regression with covariates | *Estimateur : La régression linéaire avec des covariables*

	Reject FM	
	(1)	(2)
EFM Treat	0.093***	0.095***
Standard Error	0.027	0.020
RI <i>p</i> -value	0.001	<0.001
Hypothesis	+	+
Control Mean	0.82	0.82
Control SD	0.16	0.16
DV Range	[0-1]	[0-1]
Blocked FE	Yes	Yes
Controls	No	16
Adj- $R^2$	0.09	0.23
Observations	998	998

**Note:** \*  $p < .1$ , \*\*  $p < 0.05$ , and \*\*\*  $p < 0.01$

## Estimator: Linear regression with covariates | *Estimateur : La régression linéaire avec des covariables*

```
library(estimatr)  
# lm_robust(Y ~ treatment + Language + Gender)
```



## Cluster Randomization | *Randomisation par grappe*

## Estimator: Regression with cluster-robust standard errors | *Estimateur : La régression avec des erreurs types robustes au niveau du cluster*

$$Y_{ic} = \beta_0 + \beta_1 Z_c + e_{ic}$$

$$Y_{ic} = \beta_0 + \beta_1 Z_c + \beta_2 X_{ic} + e_{ic}$$

- ▶ Our analysis has to take into account the fact that treatment is assigned at the cluster level with *cluster-robust standard errors*.
- ▶  $\beta_1$  is the ATE of the treatment at the individual level.
- ▶ We can also do covariate adjustment at the same time.
- ▶ Notre analyse doit prendre en compte le fait que le traitement est attribué au niveau du cluster avec des *erreurs types robustes au niveau du cluster*.
- ▶  $\beta_1$  est l'ATE du traitement au niveau individuel.
- ▶ Nous pouvons également effectuer un ajustement covariable en même temps.



## Cluster Randomization | *Randomisation par grappe*

```
library(estimatr)  
  
# lm_robust(Y ~ treatment, clusters=cluster_variable)  
  
# lm_robust(Y ~ treatment + covariate, clusters=cluster_variable)
```

## Experiments with Multiple Arms | *Les expériences avec plusieurs bras*

## Estimator 1: Difference-in-Means | *Estimateur 1 : La différence en moyennes*

$Z_A$ only	$Z_B$ only	Neither (control)
------------	------------	-------------------

- ▶ We can always take the difference-in-means between any two groups.
- ▶ Nous pouvons toujours tenir compte de la différence de moyens entre deux groupes.

## Estimator 2: Linear regression | *Estimateur 2 : La régression linéaire*

$$Y_i = \alpha + \beta_A Z_{Ai} + \beta_B Z_{Bi} + e_i$$

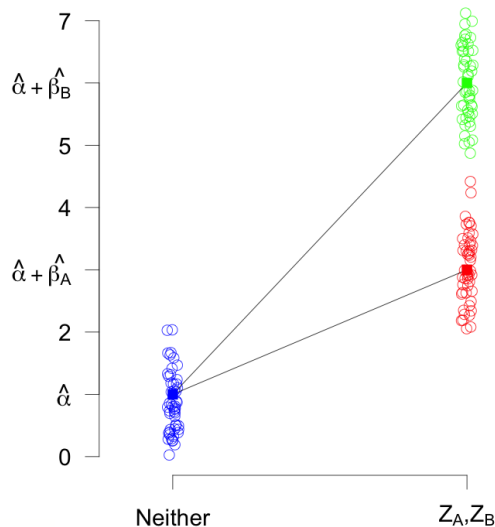
- ▶ Regression with an indicator variable for each of the two treatment arms.
- ▶ We can also do covariate adjustment at the same time.
- ▶ Régression avec une variable indicatrice pour chacun des deux bras de traitement.
- ▶ Nous pouvons également effectuer un ajustement covariable en même temps.

## Estimator 2: Linear regression | *Estimateur 2 : La régression linéaire*

$$Y_i = \alpha + \beta_A Z_{Ai} + \beta_B Z_{Bi} + e_i$$

- ▶  $\beta_A$  is the ATE of  $Z_A$  (compared with control).
- ▶  $\beta_B$  is the ATE of  $Z_B$  (compared with control).
- ▶  $\beta_A$  est l'ATE de  $Z_A$  (par rapport au contrôle).
- ▶  $\beta_B$  est l'ATE de  $Z_B$  (par rapport au contrôle).

## Estimator 2: Linear regression | *Estimateur 2 : La régression linéaire*



$Z_A$  only

$Z_B$  only

Neither (control)

$$Y_i = \alpha + \beta_A Z_{Ai} + \beta_B Z_{Bi} + e_i$$



## Estimators for Multi-arm Designs | *Les estimateurs pour les expériences avec plusieurs bras*

```
library(estimatr)

# difference_in_means(Y ~ treatment,
#                     condition1="T2",
#                     condition2="T1")

# lm_robust(Y ~ as.factor(treatment))
```

## Factorial Design | *La conception factorielle*

## Estimator 1: Difference-in-Means | *Estimateur 1 : La différence en moyennes*

Neither	$Z_2$ only
$Z_1$ only	Both $Z_1$ and $Z_2$

- ▶ If we have a  $2 \times 2$  factorial design, we have four groups.
- ▶ We can always take the difference-in-means between any two groups.
- ▶ Si nous avons une conception factorielle  $2 \times 2$ , nous avons 4 groupes.
- ▶ Nous pouvons toujours tenir compte de la différence de moyens entre deux groupes.

→

## Estimator 2: Linear Regression with an Interaction Term | *Estimateur 2 : La régression linéaire avec un terme d'interaction*

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 Z_{1i} + \beta_2 Z_{2i} + \beta_3 Z_{1i} * Z_{2i} + e_i$$

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 Z_{1i} + \beta_2 Z_{2i} + \beta_3 Z_{1i} * Z_{2i} + \beta_4 X_i + e_i$$

- ▶ Indicator variables for  $Z_1$  and  $Z_2$ .
- ▶ We can also do covariate adjustment at the same time.
- ▶ Variables indicatrices pour  $Z_1$  et  $Z_2$ .
- ▶ Nous pouvons également effectuer un ajustement covariable en même temps.

## Estimator 2: Linear Regression with an Interaction Term | *Estimateur 2 : La régression linéaire avec un terme d'interaction*

Neither	$Z_2$ only
$Z_1$ only	Both $Z_1$ and $Z_2$

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 Z_{1i} + \beta_2 Z_{2i} + \beta_3 Z_{1i} * Z_{2i} + e_i$$

- ▶  $\beta_1$  is the ATE of  $Z_1$  conditional on  $Z_2 = 0$  | *l'ATE de  $Z_1$  conditionnel à  $Z_2 = 0$ ,  $(E[Y(Z_1 = 1) - Y(Z_1 = 0)|Z_2 = 0])$*
- ▶  $\beta_2$  is the ATE of  $Z_2$  conditional on  $Z_1 = 0$  | *l'ATE de  $Z_2$  conditionnel à  $Z_1 = 0$ ,  $(E[Y(Z_2 = 1) - Y(Z_2 = 0)|Z_1 = 0])$*

## Estimator 2: Linear Regression with an Interaction Term | *Estimateur 2 : La régression linéaire avec un terme d'interaction*

Neither	$Z_2$ only
$Z_1$ only	Both $Z_1$ and $Z_2$

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 Z_{1i} + \beta_2 Z_{2i} + \beta_3 Z_{1i} * Z_{2i} + e_i$$

- ▶  $\beta_1 + \beta_3 = \text{ATE of } Z_1 \text{ conditional on } Z_2 = 1$  | *l'ATE de  $Z_1$  conditionnel à  $Z_2 = 1$ ,  $(E[Y(Z_1 = 1) - Y(Z_1 = 0)|Z_2 = 1])$*
- ▶  $\beta_2 + \beta_3 = \text{ATE of } Z_2 \text{ conditional on } Z_1 = 1$  | *l'ATE de  $Z_2$  conditionnel à  $Z_1 = 1$ ,  $(E[Y(Z_2 = 1) - Y(Z_2 = 0)|Z_1 = 0])$*
- ▶  $\beta_3$  is called the interaction effect.  $\beta_3$  est appelé l'effet d'interaction.

## Estimator 2: Linear Regression with an Interaction Term | *Estimateur 2 : La régression linéaire avec un terme d'interaction*

**Table 4. Adoption for Parents Sampled for SAFI & Subsidy Programs**

	Used Fertilizer Season 1
<b>Panel A. 2004 Season 1 Treatments</b>	(1)
SAFI Season 1	0.114 (0.035)***
Starter Kit Farmer	0.059 (0.042)
Starter Kit Farmer * Demonstration Plot School	-0.026 (0.060)
Demonstration Plot School	0.006 (0.314)

Standard errors in parentheses. \* significant at 10%; \*\* significant at 5%; \*\*\* significant at 1%

$$\hat{Y} = \hat{\alpha} + 0.059Kit + 0.006Demo - 0.026Kit * Demo$$

## Estimator 2: Linear Regression with an Interaction Term | *Estimateur 2 : La régression linéaire avec un terme d'interaction*

$$\hat{Y} = \hat{\alpha} + 0.059Kit + 0.006Demo - 0.026Kit * Demo$$

Neither:  $\hat{Y} = \hat{\alpha}$

Kit only:  $\hat{Y} = \hat{\alpha} + 0.059$

Demo only:  $\hat{Y} = \hat{\alpha} + 0.006$

Kit and Demo:  $\hat{Y} = \hat{\alpha} + 0.059 + 0.006 - 0.026$

$\widehat{ATE}$  of Kit conditional on No Demo =  $\hat{\alpha} + 0.059 - \hat{\alpha} = 0.059$

$\widehat{ATE}$  of Kit conditional on Demo =  $\hat{\alpha} + 0.059 + 0.006 - 0.026 - (\hat{\alpha} + 0.006) = 0.059 - 0.026$

Interaction effect =  $0.059 - 0.026 - 0.059 = 0.026$



## Estimator 2: Linear Regression with an Interaction Term | *Estimateur 2 : La régression linéaire avec un terme d'interaction*

```
library(estimatr)
# lm_robust(Y ~ Z1 + Z2 + Z1*Z2)

# lm_robust(Y ~ Z1*Z2)

# lm_robust(Y ~ Z1*Z2 + covariate)
```