

# Causal Inference | *Inférence causale*

Vin Arceneaux and/et Nahomi Ichino

19 May/mai 2025

Causal effects | *Un effet causal*

Learning about the average causal effect from an experiment | *Comment apprendre l'effet causal moyen d'une expérience aléatoire*

Core assumptions | *Hypothèses clés*

Randomized experiments vs observational studies | *Études randomisées vs. études observationnelles*



## Causal effects | *Un effet causal*

# What can we learn from a randomized experiment? | *Qu'apprendre d'une expérience aléatoire?*

We can estimate the **average causal effect** of the treatment  $D$  on an outcome  $Y$  for some set of units.

Nous pouvons estimer **l'effet causal moyen** du traitement  $D$  sur un résultat  $Y$  d'un ensemble d'unités

## What do we mean by “ $D$ causes $Y$ ”? | *Comment interpréter “ $D$ cause $Y$ ”?*

- ▶ We take a counterfactual approach.
- ▶ “ $D$  causes  $Y$ ” is a claim about what didn’t happen.
  - ▶ “If  $D$  had not occurred, then  $Y$  would not have occurred.”
  - ▶ “With  $D$ , the probability of  $Y$  is higher than would be without  $D$ .”
- ▶ Nous prenons une approche contrefactuelle.
- ▶ “ $D$  cause  $Y$ ” est une affirmation sur ce qui n’a pas eu lieu.
  - ▶ “Si  $D$  n’avait pas eu lieu, il n’y aurait pas de  $Y$ .”
  - ▶ “Avec  $D$ , la probabilité de  $Y$  est plus élevée qu’elle ne le serait sans  $D$ .”

## What do we mean by “ $D$ causes $Y$ ”? | *Comment interpréter “ $D$ cause $Y$ ”?*

- ▶ “ $D$  causes  $Y$ ” requires a *context*.
  - ▶ Small classrooms improve test scores but require experienced teachers and funding.
- ▶ “ $D$  causes  $Y$ ” does not mean “ $W$  does not cause  $Y$ .”
- ▶ “ $D$  cause  $Y$ ” nécessite un *contexte*.
  - ▶ Les petites salles de classe améliorent les résultats des examens mais nécessitent des enseignants expérimentés et un financement adapté.
- ▶ “ $D$  cause  $Y$ ” n’implique pas nécessairement que  $W$  ne cause pas  $Y$ .

- ▶ We must define what having  $D$  and not having  $D$  mean to define a causal effect.
- ▶ You have to define what you mean by control:
  - ▶ Absence of any intervention.
  - ▶ Placebo.
- ▶ Nous devons définir ce que signifie le fait d'avoir  $D$  et de ne pas avoir  $D$  pour définir un effet causal.
- ▶ Vous devez définir votre condition de contrôle :
  - ▶ Absence d'intervention.
  - ▶ Placebo.



Learning about the average causal effect from an experiment |  
*Comment apprendre l'effet causal moyen d'une expérience  
aléatoire*

## Research question | *La question de recherche*



- ▶ What is the effect of drinking coffee at breakfast on energy levels right now for everyone at Learning Days?
- ▶ Quel est l'effet de la consommation du café au petit-déjeuner sur les niveaux d'énergie actuels des participants et instructeurs de Learning Days?

Par Julius Schorzman — Travail personnel, CC BY-SA 2.0,  
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=107645>

The ATE is the average of *individual* treatment effects | L'ATE est la moyenne des effets de traitement *individuels*

► Before defining an average treatment effect, we define a treatment effect for an individual  $i$ .

► Avant de définir l'effet *moyen de traitement*, il faut définir l'effet de traitement *pour un individu  $i$* .

## We use a model of potential outcomes | *Nous utilisons un modèle de résultats potentiels*

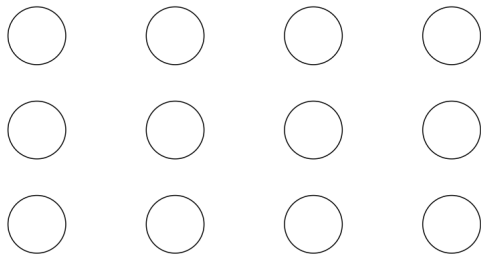
For a unit  $i$ , we assume that there are two *potential* outcomes:  $Y_i(1)$  and  $Y_i(0)$ .

- ▶  $Y_i(1)$  is the outcome that we *would* obtain *if* the unit were to receive the treatment ( $D_i = 1$ ).
- ▶  $Y_i(0)$  is the outcome that we *would* obtain *if* the unit were to receive the control ( $D_i = 0$ ).

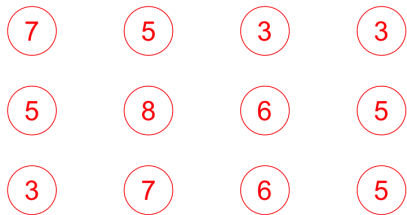
Pour une unité  $i$ , nous supposons qu'il y a deux résultats *potentiels* :  $Y_i(1)$  et  $Y_i(0)$ .

- ▶  $Y_i(1)$  est le résultat qu'on *obtiendrait* si l'unité recevait le traitement ( $D_i = 1$ ).
- ▶  $Y_i(0)$  est le résultat qu'on *obtiendrait* si l'unité recevait le contrôle ( $D_i = 0$ ).

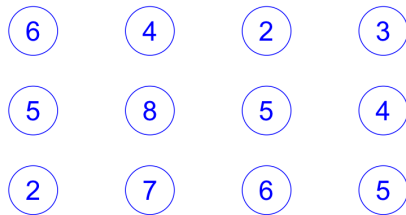
We have 12 units | *Nous avons 12 unités*



Each unit has both  $Y_i(1)$  and  $Y_i(0)$  | *Chaque unité a à la fois  $Y_i(1)$  et  $Y_i(0)$*



true average of  $Y(1) = 5.25$



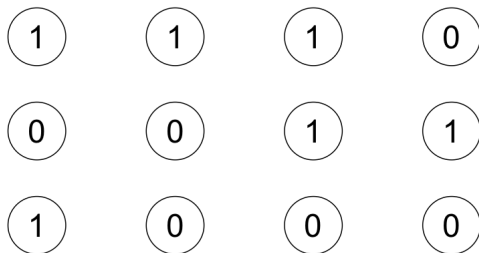
true average of  $Y(0) = 4.75$

The treatment effect for  $i$  is defined as  $\tau_i \equiv Y_i(1) - Y_i(0)$  | *L'effet de traitement pour individu  $i$  est défini comme  $\tau_i \equiv Y_i(1) - Y_i(0)$*

1	1	1	0
0	0	1	1
1	0	0	0

## Average Treatment Effect / *L'effet moyen du traitement* (ATE)

$$\bar{\tau}_i = \overline{Y_i(1) - Y_i(0)}$$



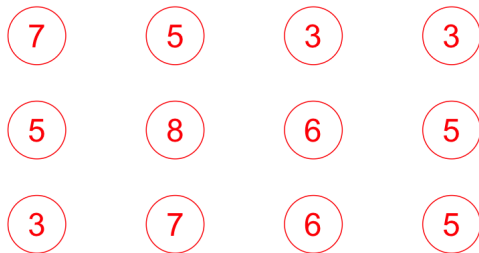
true average treatment effect = 0.5



# Fundamental problem of causal inference | *Le problème fondamental de l'inférence causale*

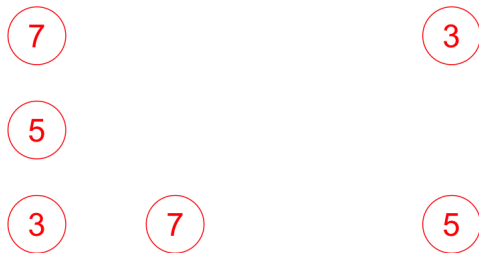
- ▶ **We can't measure the individual-level causal effect**, because we can't observe both  $Y_i(1)$  and  $Y_i(0)$  at the same time.
- ▶ But we can still estimate the **average treatment effect** with a randomized experiment.
- ▶ **Nous ne pouvons pas mesurer l'effet causal au niveau individuel**, car nous ne pouvons pas observer à la fois  $Y_i(1)$  et  $Y_i(0)$  pour un même individu.
- ▶ Mais nous pouvons estimer **l'effet moyen du traitement** avec une expérience aléatoire.

Let's go back to the  $Y_i(1)$  | *Revenons à*  $Y_i(1)$



true average of  $Y(1) = 5.25$

We can take a random sample of these  $Y_i(1)$  | *Sélectionnons un échantillon aléatoire de  $Y_i(1)$*



average  $Y(1)$  of sample #1 = 5

We can take another random sample of these  $Y_i(1)$  | *Sélectionnons un autre échantillon aléatoire de  $Y_i(1)$*



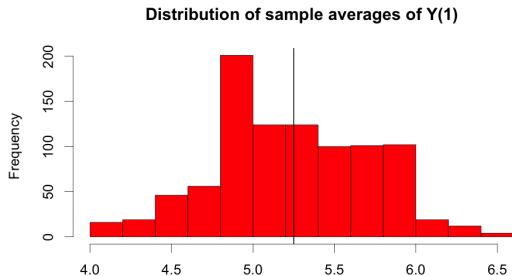
average  $Y(1)$  of sample #2 = 5.5

And another! | *Et un autre!*



average  $Y(1)$  of sample #3 = 5.67

## Average of sample averages | *La moyenne des moyennes de l'échantillon*



- ▶ A particular sample average will not be the true population average.
- ▶ But the average of all the sample averages will be the true population average!

- ▶ Un échantillon particulier ne nous donnera probablement pas la vraie valeur.
- ▶ Mais la moyenne de toutes les moyennes possibles est la vraie valeur!

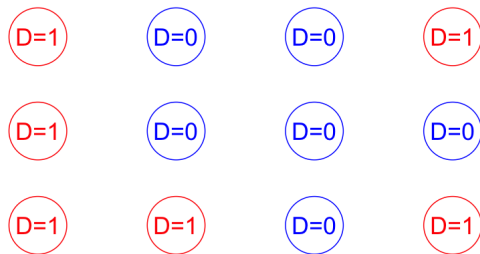
## Connecting observed outcomes to potential outcomes | *Relier les résultats observés aux résultats potentiels*

$$Y_i = D_i Y_i(1) + (1 - D_i) Y_i(0)$$

1. For the treated units, the observed outcome  $Y_i$  is  $Y_i(1)$ .
2. For the control units, the observed outcome  $Y_i$  is  $Y_i(0)$ .

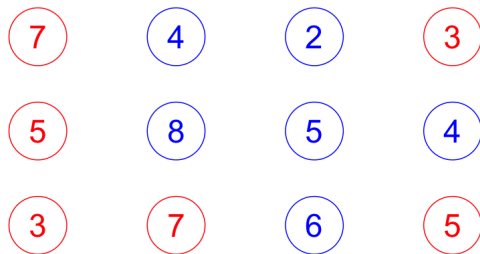
1. Pour les unités traitées, nous observons  $Y_i = Y_i(1)$ .
2. Pour les unités de contrôle, nous observons  $Y_i = Y_i(0)$ .

## A random assignment | *Une assignation aléatoire*



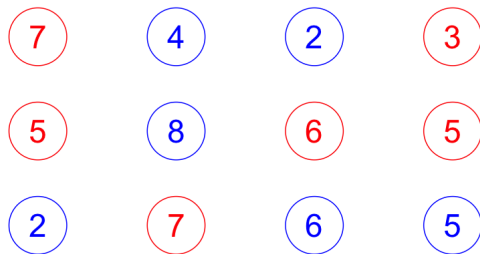


We learn the outcomes and produce an estimate | *Nous apprenons les résultats et produisons une estimation*



$$5 - 4.83 = 0.17$$

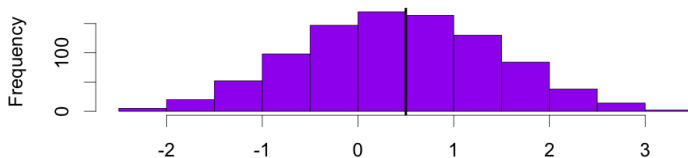
A different random assignment would have produced another estimate (maybe different) | *Une assignation aléatoire différente aurait produit une autre estimation (peut-être différente)*



$$5.5 - 4.5 = 1$$

# Randomization is powerful | *Randomiser est puissant*

Distribution of ATE estimates



- ▶ A particular random assignment will probably not give us the true average treatment effect.
- ▶ But the average of the estimates produced by all possible randomizations will be the true average treatment effect!
- ▶ Une assignation aléatoire particulière ne nous donnera probablement pas la vraie valeur de l'effet causal moyen de traitement.
- ▶ Mais la moyenne de toutes les estimations possibles est la vraie valeur.

## Randomization is powerful | *Randomiser est puissant*

Average treatment effect / l'effet moyen du traitement (ATE):

$$\begin{aligned}ATE &= \bar{\tau}_i = \overline{Y_i(1) - Y_i(0)} \\ &= \overline{Y_i(1)} - \overline{Y_i(0)}\end{aligned}$$

The average of a difference equals the difference of averages.

La moyenne des différences est égale à la différence des moyennes.

## Randomization is powerful | *Randomiser est puissant*

$$E_R[\overline{Y_i} | D_i = 1] = \overline{Y_i(1)}$$

$$E_R[\overline{Y_i} | D_i = 0] = \overline{Y_i(0)}$$

Because the units were randomly assigned to treatment, the average of the  $Y_i$  for the treated units is a good estimate of the average of  $Y_i(1)$  for all the units.

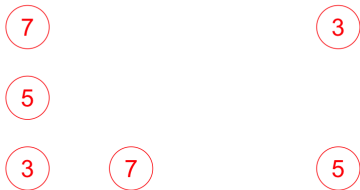
The same logic applies to the units randomly assigned to control.

Parce que les unités ont été assignées de manière aléatoire au traitement, la moyenne de  $Y_i$  pour les unités traitées est une bonne estimation de la moyenne de  $Y_i(1)$  pour toutes nos unités.

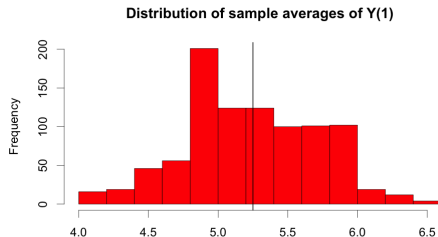
La même logique s'applique pour les unités assignées aléatoirement au contrôle.

# Randomization is powerful | *Randomiser est puissant*

$$E_R[\overline{Y_i} | D_i = 1] = \overline{Y_i(1)}$$



average  $Y(1)$  of sample #1 = 5



## Randomization is powerful | *Randomiser est puissant*

$$ATE = \overline{Y_i(1)} - \overline{Y_i(0)}$$

$$E_R[\overline{Y_i} | D_i = 1] = \overline{Y_i(1)}$$

$$E_R[\overline{Y_i} | D_i = 0] = \overline{Y_i(0)}$$

## Core assumptions | *Hypothèses clés*



## Core assumptions | *Hypothèses clés*

1. Random assignment of treatment.
  2. SUTVA (Stable unit treatment value assumption).
  3. Excludability.
1. L'assignation aléatoire du traitement.
  2. L'hypothèse SUTVA (Hypothèse stable de la valeur de traitement d'une unité).
  3. La restriction d'exclusion.

## Core assumption 1: Random assignment of treatment | *Hypothèse clé 1 : L'assignation aléatoire du traitement*

- ▶ Random assignment means that each observation has a *known* probability of assignment to experimental conditions *between* 0 and 1.
- ▶ No unit in the experimental sample is assigned to treatment with certainty (probability = 1) or to control with certainty (probability = 0).
- ▶ It doesn't mean haphazard or uncontrolled!
- ▶ L'assignation aléatoire signifie que chaque observation a une probabilité *connue* d'assignation au traitement comprise entre 0 et 1.
- ▶ Aucune unité de l'échantillon expérimental n'est assignée au traitement (probabilité = 1) ou au contrôle avec certitude (probabilité = 0).
- ▶ Cela ne signifie ni désordonné ni incontrôlé!

## Core assumption 1: Random assignment of treatment | *Hypothèse clé 1 : L'assignation aléatoire du traitement*

- ▶ Careful: Treatment assignment may be randomized, but treatment condition received may not be the same and hence not randomized.
- ▶ Attention ! L'assignation du traitement peut être randomisée, mais la condition du traitement reçu peut ne pas être la même que la condition assignée (donc ne pas être randomisée).

## Core assumption 2: SUTVA, part 1 | *Hypothèse clé 2: SUTVA, partie 1*

2.1 No interference – A subject's potential outcome reflects only whether that subject receives the treatment himself/herself. It is not affected by how treatments happen to be allocated to other subjects.

- ▶ A classic violation is the case of vaccines and their spillover effects.

2.1 L'absence de contamination – Le résultat potentiel d'un sujet reflète uniquement la réception du traitement par ce sujet. Il n'est pas affecté par le statut de traitement des autres sujets.

- ▶ Une violation classique est le cas des vaccins et de leurs effets de contamination.

### 2.2 No hidden variations of the treatment

- Say treatment is taking a vaccine, but there are two kinds of vaccines and they have different ingredients.

### 2.2 Pas de variations cachées du traitement

- Disons que le traitement consiste à prendre un vaccin, mais il existe deux types de vaccins et ils ont des compositions différentes.

## Core assumption 3: Excludability | *Hypothèse clé 3: La restriction d'exclusion*

- 3. Treatment assignment has no effect on outcomes except through its effect on whether treatment was received.
  - ▶ Treatment and control groups should be treated the same, except for the actual treatment.
- 3. L'assignation au traitement n'a aucun effet sur les résultats, sauf à travers l'effet de recevoir ou non le traitement.
  - ▶ Important de maintenir la symétrie entre les groupes de traitement et de contrôle, excepté le statut du traitement.

## These assumptions are our responsibility | Ces hypothèses sont notre responsabilité

- ▶ If the assumptions are not valid, the conclusions may not be trustworthy.
- ▶ We should design and execute our research in ways that ensure these assumptions are valid. Check for problems when you can.
- ▶ Si les hypothèses ne tiennent pas, les conclusions risquent de ne pas être fiables.
- ▶ Nous devons concevoir et faire nos recherches de manière à assurer la validité de ces hypothèses. Vérifiez les problèmes lorsque vous le pouvez.

## Randomized experiments vs observational studies | *Études randomisées vs. études observationnelles*



## Observational studies | *Études observationnelles*

- ▶ Treatment is not randomly assigned. It is observed, but not manipulated by researchers.
- ▶ Differences in outcomes might be due to underlying differences (selection bias) or the treatment, plus noise. It's often very hard to tell.
- ▶ Le traitement n'est pas assigné de manière aléatoire. Il est observé, mais pas manipulé pas les chercheurs.
- ▶ Les différences de résultats peuvent être dues à des différences sous-jacentes (biais de sélection) ou au traitement, plus le bruit. C'est souvent très difficile à dire.

## Randomized studies | *Études randomisées*

- ▶ Randomize treatment, then measure outcomes.
- ▶ Randomization creates two groups that we expect to be similar. Differences before receiving treatment are only due to chance.
- ▶ **We** create the difference with the treatment. Therefore, we can attribute differences in outcomes to the treatment (plus chance) instead of other factors.
- ▶ Randomiser le traitement, puis mesurer les résultats.
- ▶ La randomisation crée deux groupes qui devraient être similaires. Les différences avant le traitement ne sont dues qu'au hasard.
- ▶ **Nous** créons ensuite la différence avec le traitement. Nous pouvons donc attribuer les différences de résultats au traitement (plus le hasard) plutôt qu'à d'autres facteurs.

## Internal validity | *La validité interne*

- ▶ Randomization generally gives us internal validity – confidence in our estimate of the causal effect of  $D$  on  $Y$  for our study.
- ▶ Observational studies generally need other strong assumptions to try to deal with selection bias.
- ▶ La randomisation nous donne généralement une validité interne : une confiance dans notre estimation de l'effet causal de  $D$  sur  $Y$  pour notre étude.
- ▶ Les études observationnelles ont besoin d'autres hypothèses fortes pour résoudre le biais de sélection.

## External Validity (Generalizability) | *La validité externe (Généralisabilité)*

- ▶ The units in your study might or might not be representative of a larger population.
- ▶ The conclusions from one study may not apply to other settings (i.e., not have external validity).
- ▶ This is a general concern for both observational and randomized studies.
- ▶ Les unités de votre étude peuvent ou non être représentatives d'une population plus large.
- ▶ Les conclusions d'une étude peuvent ne pas s'appliquer à d'autres contextes (i.e. manque de la validité externe).
- ▶ C'est une préoccupation générale, tant pour les études observationnelles que pour les études randomisées.

- ▶ EGAP Methods Guide on Randomization  
(<https://egap.org/resource/10-things-to-know-about-randomization/>)
- ▶ EGAP's Metaketa Initiative works to accumulate knowledge by pre-planning a meta-analysis of multiple studies that have high internal validity due to randomization.
- ▶ Guide des méthodes EGAP sur la randomisation  
(<https://egap.org/fr/resource/10-choses-a-savoir-sur-la-randomisation/>)
- ▶ L'initiative Metaketa d'EGAP vise à accumuler des connaissances en pré-planifiant une méta-analyse de plusieurs études qui ont une validité interne élevée en raison de la randomisation.