

مذكّرة حول

ألغوريتيمات الأريثماتيقي في أنظمة عد متعددة

تروزين عبد الرزاق

A Note about

Arithmetic algorithms in different numeral systems

TROUZINE Abderrezak

تلمسان – الجزائر في 2020/04/14

Tlemcen – Algeria in 14/04/2020

$$\text{NRoot}(1024, 16) \text{ (177778 Ms)}$$

$$\sqrt[16]{1024} = 1.5422108254079408$$

$$\text{Q}('ABCD', 16) \text{ (1809 Ms)}$$

$$\sqrt[3]{ABCD_{b16}} = 23.4C6403084A398696$$

$$\text{P}('125', 12) \text{ (16 Ms)}$$

$$125^{12} = 14551915228366851806640625$$

$$\text{div}('125', 13) \text{ (52 Ms)}$$

$$\frac{125}{13} = 9.6153846153846153$$

$$\text{div}('125', 13, 8) \text{ (25 Ms)}$$

$$\frac{125_{b8}}{13_{b8}} = 7.5642721350564272$$

$$\text{div}('125', 13, 16) \text{ (51 Ms)}$$

$$\frac{125_{b16}}{13_{b16}} = F.6BCA1AF286BCA1AF$$

$$\text{R}('2', 10, 125) \text{ (57542 Ms)}$$

$$\sqrt{2} = 1.4142135623730950488016887242096980785$$

$$6967187537694807317667973799073247846210703885$$

$$038753432764157273501384623091229702492483$$

$$\text{R}('A', 11, 5) \text{ (31 Ms)}$$

$$\sqrt{A_{b11}} = 3.186A9$$

Quadratic equations

المعادلات من الدرجة الثانية

A quadratic equation is the linear representation of the multiplication of (a static number x plus or minus another number) by (the same static number x plus or minus another number)

We consider this form a basis of quadratic equation :

المقصود بمعادلة من الدرجة الثانية هو الكتابة الخطية لمضروب (عدد ثابت x نضيفه أو ننقص منه عددا) في (نفس العدد الثابت x نضيفه أو ننقص منه عددا)

نعتبر هذه الكتابة أصلا لمعادلة من الدرجة الثانية:

$$(x - 3)(x + 2)$$

It's quadratic equation is :

معادلتها من الدرجة الثانية هي:

$$x^2 - x - 6$$

It could be observed that substituting x by a number gives the same result in both forms.

يمكن ملاحظة أن تعويض x بعدد ما سيعطي نفس النتيجة في الكتابتين.

$$(5 - 3)(5 + 2) = 5^2 - 5 - 6$$

$$(3.17 - 3)(3.17 + 2) = 3.17^2 - 3.17 - 6$$

Solving a quadratic equation is to find the two numbers (or the number) which when substituted with x results zero.

I.e. to find the same known numbers with an opposite sign, so that the sum in one bracket equals zero.

المقصود بحل معادلة من الدرجة الثانية هو إيجاد العددين (أو العدد المضاعف) الذي من أجله تكون نتيجة المعادلة تساوي الصفر.

أي هو إيجاد نفس العددين المعلومين بإشارة مختلفة من أجل أن يكون أحد الحدين يساوي الصفر.

The two roots of this equation

حلًا هذه المعادلة

$$x^2 - x - 6$$

Are 3 and -2 , because its original form is

هما العددان 3 و -2 لأن أصلها

$$(x - 3)(x + 2)$$

where

بجيث

$$(3 - 3)(x + 2) = 0 \times (x + 2) = 0$$

and

و

$$(x - 3)(-2 + 2) = (x - 3) \times 0 = 0$$

To find the two roots of a quadratic equation, we use

لإيجاد حلي معادلة من الدرجة الثانية
يُستعمل القانون الشهير

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Where the form of the equation is

بجيث أن شكل المعادلة هو

$$ax^2 + bx + c$$

This is a suggested proof of the
above law

هذه برهنة مُقترحة على القانون أعلاه

$$\begin{aligned} & \alpha(x - x_1)(x - x_2) \\ &= \alpha(x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2) \\ &= \alpha x^2 - (x_1 + x_2)\alpha x + x_1x_2\alpha \end{aligned}$$

$$A = \alpha$$

$$B = -(x_1 + x_2)\alpha \dots (1)$$

$$\Gamma = x_1x_2\alpha \dots (2)$$

$$(1) \rightarrow x_1 = \frac{-B}{A} - x_2 ; x_2 = \frac{-B}{A} - x_1 ; (x_1 + x_2) = \frac{-B}{A}$$

$$(2) \rightarrow x_1x_2 = \frac{\Gamma}{A}$$

$$(1) \rightarrow \frac{B}{A} + x_1 + x_2 = 0 \dots (3)$$

$$(3) \rightarrow \left(\frac{B}{A} + x_1 + x_2\right)\left(\frac{B}{A} + x_1 + x_2\right) = 0 \left(\frac{B}{A} + x_1 + x_2\right)$$

$$(3) \rightarrow \frac{B^2}{A^2} + x_1^2 + x_2^2 + \frac{2B}{A}(x_1 + x_2) + 2(x_1x_2) = 0$$

$$(3) \rightarrow \frac{B^2}{A^2} + x_1^2 + x_2^2 + \frac{2B}{A}\left(\frac{-B}{A}\right) + 2\left(\frac{\Gamma}{A}\right) = 0$$

$$(3) \rightarrow \frac{-B^2}{A^2} + x_1^2 + x_2^2 + \frac{2\Gamma}{A} = 0$$

$$(3) \rightarrow x_1^2 + x_2^2 = \frac{B^2}{A^2} - \frac{2\Gamma}{A}$$

$$(3) \rightarrow x_1^2 + x_2^2 = \frac{B^2 - 2A\Gamma}{A^2}$$

$$x_1 = x_1 \dots (4)$$

$$(4) \rightarrow 2x_1 = x_1 + x_1$$

$$(4) \rightarrow 2x_1 = \frac{-B}{A} - x_2 + x_1 \left(\text{from (1) من} \right)$$

$$(4) \rightarrow 2x_1 = \frac{-B}{A} + \sqrt{(x_1 - x_2)^2}$$

$$(4) \rightarrow 2x_1 = \frac{-B}{A} + \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2}$$

$$(4) \rightarrow 2x_1 = \frac{-B}{A} + \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - \frac{2\Gamma}{A}} \left(\text{من (2) from} \right)$$

$$(4) \rightarrow 2x_1 = \frac{-B}{A} + \sqrt{\frac{B^2 - 2A\Gamma}{A^2} - \frac{2\Gamma}{A}} \left(\text{من (3) from} \right)$$

$$(4) \rightarrow 2x_1 = \frac{-B}{A} + \sqrt{\frac{B^2 - 2A\Gamma}{A^2} - \frac{2A\Gamma}{A^2}}$$

$$(4) \rightarrow 2x_1 = \frac{-B}{A} + \sqrt{\frac{B^2 - 4A\Gamma}{A^2}}$$

$$(4) \rightarrow 2x_1 = \frac{-B}{A} + \frac{\sqrt{B^2 - 4A\Gamma}}{A}$$

$$(4) \rightarrow 2x_1 = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4A\Gamma}}{A}$$

$$(4) \rightarrow x_1 = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4A\Gamma}}{2A}$$

We have

$$x_2 = \frac{-B}{A} - x_1$$

So

$$x_2 = \frac{-B}{A} - \left(\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4A\Gamma}}{2A} \right)$$

$$x_2 = \frac{-B}{A} + \frac{B - \sqrt{B^2 - 4A\Gamma}}{2A}$$

$$x_2 = \frac{-2B}{2A} + \frac{B - \sqrt{B^2 - 4A\Gamma}}{2A}$$

$$x_2 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4A\Gamma}}{2A}$$

We have

لدينا

$$x_1 x_2 = \frac{\Gamma}{A}$$

$$x_2 = \frac{\Gamma}{A x_1}$$

So

إذن

$$x_2 = \frac{\Gamma}{A \left(\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4A\Gamma}}{2A} \right)}$$

$$x_2 = \frac{\Gamma}{\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4A\Gamma}}{2}}$$

$$x_2 = \frac{2\Gamma}{-B + \sqrt{B^2 - 4A\Gamma}}$$

Or we can substitute the value of x_1 found in (4) in either (1) or (2)

أو بإمكاننا تعويض قيمة x_1 التي وجدناها في (4) إما في (1) أو في (2)

Sequence of power two

متتالية الأعداد ذات الأس اثنين

Representing the number two with squares gives this form $\square\square$ and representing the number four gives this form $\square\square\square\square$

Representing the number two raised to power two 2^2 gives



Where the sum of squares is 4 i.e. 2×2

Representing the number four raised to power two 4^2 gives



Where the sum of squares is 16 i.e. 4×4

It can be stated that the sum of squares increases with the function:

$$2x - 1$$

رسم العدد اثنان بمربعات يعطي هذا الشكل $\square\square$ ورسم العدد أربعة يعطي هذا الشكل $\square\square\square\square$

رسم العدد اثنان أس اثنان 2^2 هو

حيث مجموع المربعات هو 4 أي 2×2

رسم العدد أربعة أس اثنان 4^2 هو

حيث مجموع المربعات هو 16 أي 4×4

يلاحظ أن عدد المربعات يتزايد في كل مرة بالدالة:



$$x = 2 : 2x - 1 \rightarrow 2(2) - 1 = 3$$

$$x = 3 : 2x - 1 \rightarrow 2(3) - 1 = 5$$

$$x = 4 : 2x - 1 \rightarrow 2(4) - 1 = 7$$



$$x = 1 \rightarrow 2(1) - 1 = 1 \rightarrow 1^2 = 1$$

$$x = 2 \rightarrow 2(2) - 1 = 3 \rightarrow 2^2 = 1 + 3 = 4$$

$$x = 3 \rightarrow 2(3) - 1 = 5 \rightarrow 3^2 = 1 + 3 + 5 = 9$$

$$x = 4 \rightarrow 2(4) - 1 = 7 \rightarrow 4^2 = 1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

...

$$x = n \rightarrow 2(n) - 1 \rightarrow n^2 = 1 + \dots + 2(n-1) - 1 + 2(n) - 1$$

Whereas for negative numbers
the sum of squares increases with
the opposite sign of the function:

بينما بالنسبة للأعداد السالبة يتزايد أس
اثنين في كل مرة بعكس إشارة الدالة

$$2x + 1$$

$$x = -1 \rightarrow 2(-1) + 1 = -1 \rightarrow (-1)^2 = -(-1) = 1$$

$$x = -2 \rightarrow 2(-2) + 1 = -3 \rightarrow (-2)^2 = -(-1 - 3) = 4$$

$$x = -3 \rightarrow 2(-3) + 1 = -5 \rightarrow (-3)^2 = -(-1 - 3 - 5) = 9$$

$$x = -4 \rightarrow 2(-4) + 1 = -7 \rightarrow (-4)^2 = -(-1 - 3 - 5 - 7) = 16$$

It can be stated that power
two is a sequence that first's limit
is one and the sum of limits is the
last limit raised to power two.

يمكن القول أن أس اثنين هي متتالية
حدّها الأول هو واحد ومجموع حدودها هو
الحد الأخير أس اثنين.

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 2 \times 2 - 1 = 3$$

$$x_n = 2n - 1$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}(1 + 2n - 1) = n^2$$

$$x_{-1} = -1$$

$$x_{-2} = 2 \times -2 + 1 = -3$$

$$x_{-n} = 2 \times -n + 1$$

$$S_{-n} = -n^2 = n^2$$

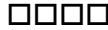
Square root

الجذر التربيعي

To find the square root of a number, we represent the number as squares, then we divide up the squares as a square shape.

E.g. 1:

1- representation of number 4 as squares:



2- Dividing up the squares as square shape:



3- The square root of 4 is 2 because we have two rows.

E.g. 2:

1- Representation of number 4 as squares:



2- Dividing up the two squares as square shape:



3- One square remains



4- We divide it up to 100 squares

لإيجاد الجذر التربيعي لعدد نمثل العدد على شكل مربعات، ثم نقسم المربعات على شكل مربع.

مثال 1:

1- العدد 4 على شكل مربعات:

2- تقسيم المربعات الأربعة على شكل مربع:

3- جذر العدد 4 هو 2 لأن لدينا صفين.

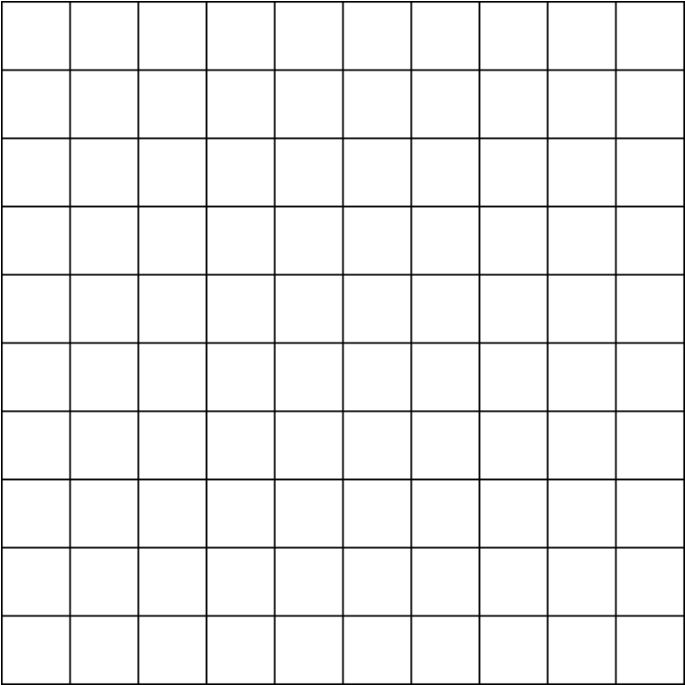
مثال 2:

1- العدد 2 على شكل مربعات:

2- تقسيم المربعين الاثنين على شكل مربع:

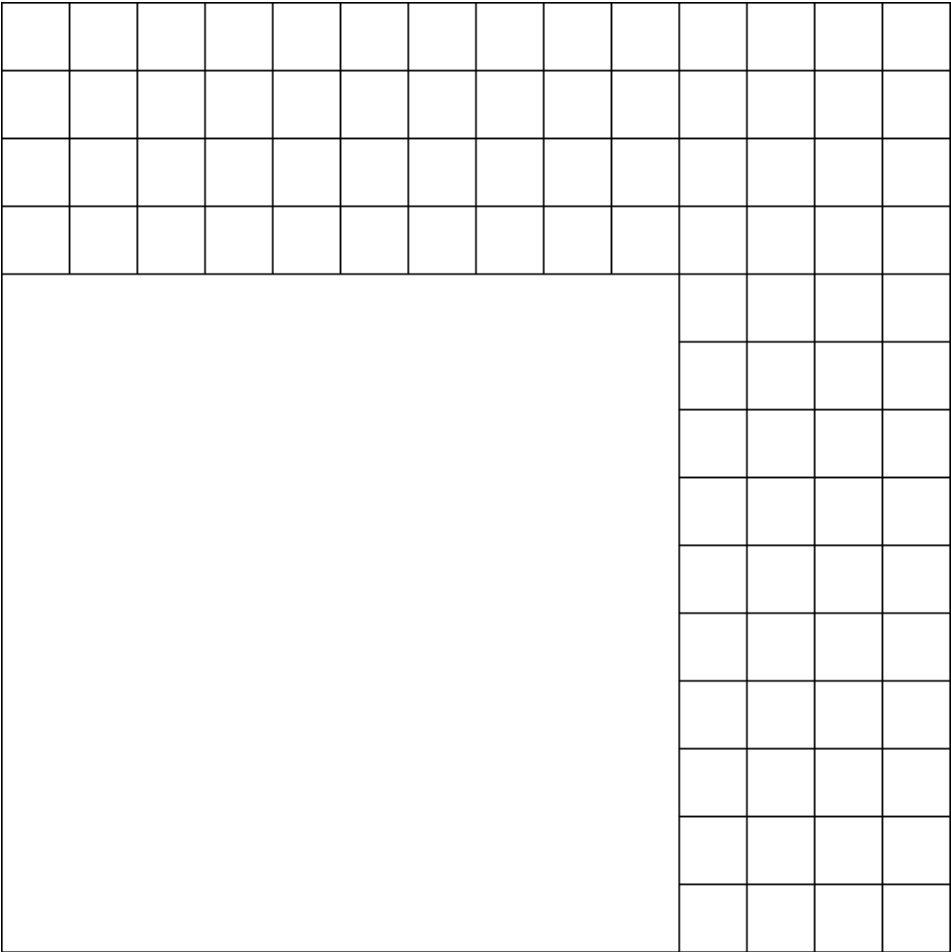
3- يبقى مربع واحد

4- نقسمه على مئة مربع

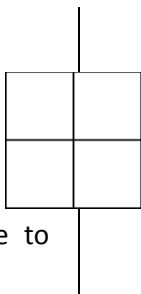


5- We divide up the 100 squares by the first square

5- نوزّع المربعات المئة على المربع الأول

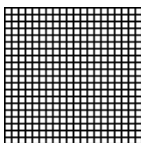


6- Four squares remain



6- يَبْقَى أَرْبَع مَرِيعَات

7- We divide each square to 100 squares



7- نَقْسَمُ كُل مَرِيعٍ عَلَى مِئَةِ مَرِيعٍ

8- نوزّع المربعات الأربع مئة على المربع الأول

[illegible]

9- الجذر التربيعي لـ 2 هو 1.41 حسب عدد الصفوف.

يمكن مواصلة العملية لإيجاد المزيد من الأعداد بعد الفاصلة.

Theories on square root

نظريات حول الجذر التربيعي

Theory 1:

All natural numbers that have a decimal point in their square roots, have an infinite number of digits after the decimal point, as there is no number from 1 to 9 that when multiplied by itself gives 0 on the right

نظرية 1:

جميع الأعداد الطبيعية التي تحتوي جذورها التربيعية على فاصلة، لديها عدد غير منته من الأعداد بعد الفاصلة، لأنه لا يوجد عدد من 1 إلى 9 مضروب في نفسه يعطي 0 على اليمين

Sequence of power three

Power three numbers can be represented as cubes

The number 1 raised to power 3 = 1 (1 cube)

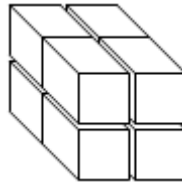


متتالية الأعداد ذات الأس ثلاثة

الأعداد ذات الأس ثلاثة يمكن تمثيلها على شكل مكعبات.

العدد 1 أس 3 = 1 (مكعب واحد)

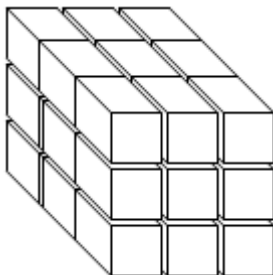
2 raised to power 3 = 8 (8 cubes)



العدد 2 أس 3 = 8 (8 مكعبات)

3 raised to power 3 = 27 (27 cubes)

العدد 3 أس 3 = 27 (مكعب 27)



The sum of power 3 increases with the function:

يتزايد أس 3 كل مرة بالدالة:

$$3x^2 - 3x + 1$$

This can be remarked the same way as power 2.

يمكن أن يلاحظ هذا بنفس طريقة أس

2.

$$x = 1 \rightarrow 3(1) - 3(1) + 1 = 1 \rightarrow 1^3 = 1$$

$$x = 2 \rightarrow 3(4) - 3(2) + 1 = 7 \rightarrow 2^3 = 1 + 7 = 8$$

$$x = 3 \rightarrow 3(9) - 3(3) + 1 = 19 \rightarrow 3^3 = 1 + 7 + 19 = 27$$

$$x = 4 \rightarrow 3(16) - 3(4) + 1 = 37 \rightarrow 4^3 = 1 + 7 + 19 + 37 = 64$$

...

$$x = n \rightarrow 3(n^2) - 3(n) + 1 \rightarrow n^3 = 1 + \dots + 3(n^2) - 3(n) + 1$$

Whereas for negative numbers the sum of power 3 increases with the opposite sign of the function:

بينما بالنسبة للأعداد السالبة يتزايد أس 3

في كل مرة بعكس إشارة الدالة

$$3x^2 + 3x + 1$$

$$x = -1 \rightarrow 3(-1^2) + 3(-1) + 1 = \mathbf{1} \rightarrow (-1)^3 = -(\mathbf{1}) = -1$$

$$x = -2 \rightarrow 3(-2^2) + 3(-2) + 1 = \mathbf{7} \rightarrow (-2)^3 = -(\mathbf{1 + 7}) = -8$$

$$x = -3 \rightarrow 3(-3^2) + 3(-3) + 1 = \mathbf{19} \rightarrow (-3)^3 = -(\mathbf{1 + 7 + 19}) = -27$$

$$x = -4 \rightarrow 3(-4^2) + 3(-4) + 1 = \mathbf{37} \rightarrow (-4)^3 = -(\mathbf{1 + 7 + 19 + 37}) = -64$$

Generalisation of Sequences of power n

The sequence of power n can be found with the function $\text{PowSeq}(n)$ where n is the power that we seek its sequence.

The sequence of power n of negative numbers can be found with the function $\text{RSeq}(n)$ where n is the power that we seek its sequence. The sequence decrease with the opposite sign of the function $\text{RSeq}(n)$.

Bothe functions PowSeq and RSeq are used to find the n^{th} root in the function NRoot

تعميم متتاليات الأعداد ذات الأس n

يمكن إيجاد متتالية أس n بالدالة $\text{PowSeq}(n)$ بحيث أن n هو الأس المراد إيجاد متتاليته.

يمكن إيجاد متتالية أس n للأعداد السالبة بالدالة $\text{RSeq}(n)$ بحيث أن n هو الأس المراد إيجاد متتاليته. وتزايد المتتالية بعكس إشارة الدالة $\text{RSeq}(n)$.

تُستعمل كل من الدالتين PowSeq و RSeq لإيجاد الجذر النوني في الدالة NRoot

Some applications on the code

- Arithmetics in various numbers

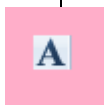
بعض التطبيقات على الكود

- الحساب بأعداد أخرى

```
setDigits('٠١٢٣٤٥٦٧٨٩'); console.log(Mul('١٢٣٤','٦٧٨٩'))
```

→ ٨٣٧٧٦٢٦

- Compressing texts
The base64 of this picture



- ضغط النصوص
الأساس 64 لهذه الصورة

```
data:image/png;base64,iVBORw0KGgoAAAANSUhEUgAAADIAAAAYCAYAAAA
eP4ixAAAAAXNSR0IArs4c6QAAARnQU1BAACxjwv8YQUAAAAAJcEhZcwAADSQ
AAA7EAZUrDhsAAALoSURBVGhD7ZIPSBRHMe/u6UYWUF06CRFWYFgRn9gL
bsoRpFYpyCCDh3qENGhm0E3sUtRRPmHyBBS2srKtDAYl0VFQytyJduCvVT+zU
Ots7Mz0+/NH0MbPbx9wUveZ/Y7783Me2/ed36/2X2wAetBj4VFQNAAt/3uUEdl
QRmRDGZENZUQ2IBHZUEZkg3v1O1m8za3xk5EWQGTnBKU/4u4ZfrgjYlnWguq
PxJA0DN9rnkSSgpH5Na3pKK95jO6BYd/rM6JxTEtMdv+TiFSH2zE6NoHG1i7n3
Dwb+4iC24hpmfOqub0PZIJDD/8gorGvMEzrL5kk24wg+I2Y/mpo7sJ0/CeMZIL
M6Ljb/JLM0cTnyLBLdzABcBvRkqav6p+0Y3vOetuEZeh41taDkbEpJBLmLGmko
BVwR0sd/nfER6/7BikacZSdPoq1a1ZShAxomoam5x2wApRIInmZ6ePvU4Tbix82
GFhSGcpGWthSH9+2FxXKNUujh01fQdYPqFAGSBSbnUBTcRgJztqFPMYyMjuH
UsVL7eH9hCKsYl9vfWhOTU+jsGXB7sr6ORMIfEW82rq7VNmLFsnQqw7hcdQfX
b91DRka6bYQlULipjdpRQ0+sEwUsyKoC4DYSpMI4+jYyjs9fyig7exwIRXtQUlyAg
8W77cebEEQTpDszL4McoPgxFmSdH9hNwqwIQEpFLVQ3Ykp2FvJxsbNqYZWvzh
nXI35WL0M6t1IimS5+6cAsFgypMwiw48L8jFAmmccr/d5FhFBXsmDnniNpQ3h
woyvd8oPvNe3T0vnUHcBQUZCil1OodiODkuQroCR01dY9QcbX2T8qRicrb93Gl
sn7WVM+X38CFi9V23X59BMG9jP9emOfW/LEnyZYjLI3cOzhrMecaq6/OTMeLr
iEcmvrlNEgB/ojQE19Y9GuxhEo7x1yxXHILe0d3Z21EoP5Wka1IRDaUEdlQRmR
DGZENZUQ2IBHZUEZkQxmRjUVIBPgNgovR+kj3HQ8AAAAASUVORK5CYII=
```

BTOb('iVBORw0KGgoAAAANSUHEUgAAADIAAAAYCAYAAAAeP4ixAAAAAXNSR
 OIArs4c6QAAAAARnQU1BAACxjwv8YQUAAAAJcEhZcwAADsQAAA7EAZUrDhsA
 AALoSURBVGHd7ZIPSBRRHMe/u6UYWUF06CRFWYFgRn9gLbsoRpFYpyCCDh3
 qENGhm0E3sUtRRPmHyBBS2srKtDayl0VFQytyJduCvVT+zUOts7Mz0+/NH0Mb
 Pbx9wUveZ/Y7783Me2/ed36/2X2wAetBj4VFQNAAt/3uUEdlQRmRDGZENZUQ2
 lBHZUEZkg3v1O1m8za3xk5EWQGTnBKU/4u4ZfrgjYlnWguqPxJA0DN9rnkSSgp
 H5Na3pKK95jO6BYd/rM6JxTEtMdv+TiFSH2zE6NoHG1i7n3Dwb+4iC24hpmfO
 qub0PZIJDD/8gorGvMEzrL5kk24wg+I2Y/mpo7sJ0/CeMZILM6Ljb/JLM0cTnyLB
 LdzABcBvRkqav6p+0Y3vOetuEZeh41taDkbEpJBLmLGmkoBVwR0sd/nfER6/7Bi
 kacZSdPoq1a1ZShAxomoam5x2wApRlInmZ6ePvU4Tbix82GFhSGcpGWthSH9+
 2FxXKNUujh01fQdYPqFAGSBSbnUBTcRgJztqFPMYyMjuHUsVL7eH9hCKsYl9vf
 WhOTU+jsGXB7sr6ORMIfEW82rq7VNmLFsnQqw7hcdQfXb91DRka6bYQIUlipj
 dpRQ0+sEwUusyKoC4DYSpMI4+jYys9fYig7exwlRXtQUlyAg8W7cebEEQTpDszL4
 McoPgxFmSdH9hNwqwlQEFLVQ3Ykp2FvJxsbNqYZWvzhnXI35WL0M6t1limS
 5+6cAsFgypMwiw48L8jFAmmccr/d5FhFBXsmDnniNpQ3hwoyvd8oPvNe3T0vn
 UHcBQUZCil1OodiODkuQroCR01dY9QcbX2T8qRicrb93Glsn7WVM+X38CFi9V2
 3X59BMG9jP9emOfW/LEnyZYjLI3cOzhrMecaq6/OTMeLriEcmvrlNEgB/ojQE19
 Y9GuxhEo7x1yxXHILe0d3Z21EoP5Wka1IRDaUEdlQRmRDGZENZUQ2lBHZUEZ
 kQxmRjUVIBPgNgovR+kj3HQ8AAAAASUVORK5CYII='.split('/').join('{}').split('+').
 join('{}').split('=').join('À'), 65, 256)

Took 534854 Milliseconds,
 with a difference of 280
 characters.

استغرق 534854 ميلي ثانية، وأعطى
 فرق 280 حرفاً.

```
65).split('{').join('/').split('}').join('+').split('À').join('=')
```

استغرق 1980159 ميلي ثانية.

يمكن إضافة المزيد من الرموز، وتحويلها إلى نظام أعلى.