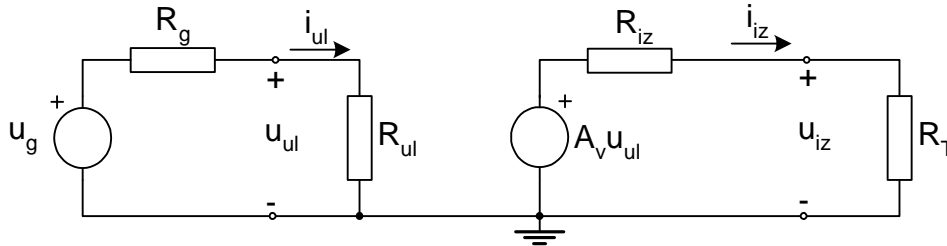


OSNOVNA SVOJSTVA POJAČALA

ZADATAK.1. Na slici je prikazano naponsko pojačalo koje je opterećeno trošilom $R_T=5k\Omega$. Na ulaz je spojen naponski izvor unutarnji otpora $R_g=500\Omega$. Naponsko pojačanje iznosi $A_V=180$, a pojačanje u odnosu na izvor signala $A_{Vg}=150$. Naponsko pojačanje A_V je 20% manje od naponskog pojačanja neopterećenog pojačala. Izračunati parametre naponskog pojačala, naponsko pojačanje neopterećenog pojačala A_v , ulazi otpor R_{ul} i izlazni otpor R_{iz} .



Rješenje:

Naponsko pojačanje je:

$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = A_v \frac{R_T}{R_{iz} + R_T} = 0,8 A_v$$

Iz gornjeg izraza možemo dobiti izlazni otpor:

$$R_{iz} = R_T \left(\frac{A_v}{A_V} - 1 \right) = 5000 \cdot \left(\frac{1}{0,8} - 1 \right) = 1,25k \Omega$$

Isto tako iz istog izraza dobivamo naponsko pojačanje neopterećenog pojačala:

$$A_v = \frac{A_V}{0,8} = 225$$

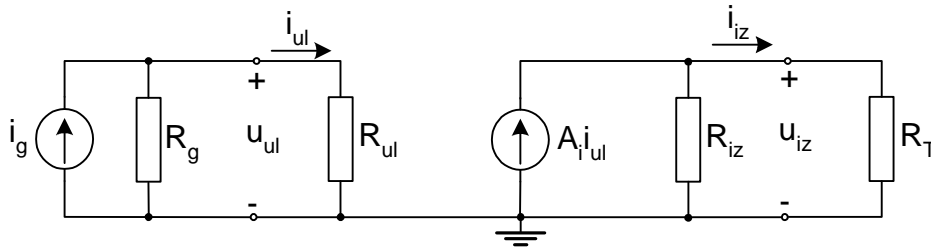
Naponsko pojačanje pojačala u odnosu na izvor signala može se dobiti iz izraza:

$$A_{Vg} = \frac{u_{iz}}{u_g} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \frac{u_{ul}}{u_g} = A_v \frac{R_{ul}}{R_g + R_{ul}}$$

Iz toga dobivamo ulazni otpor:

$$R_{ul} = R_g \frac{A_{Vg}}{A_v - A_{Vg}} = 2,5k\Omega$$

ZADATAK.2. Na slici je prikazano strujno pojačalo opterećeno trošilom $R_T=5\text{k}\Omega$. Na ulaz je spojen strujni izvor unutarnjeg otpora $R_g=500\Omega$. Izračunati strujno pojačanje A_I , strujno pojačanje u odnosu na izvor signala A_{I_g} i naponsko pojačanje A_V ako su parametri strujnog pojačala strujno pojačanje neopterećenog pojačala $A_i=200$, ulazni otpor $R_{ul}=1\text{k}\Omega$ i izlazni otpor $R_{iz}=100\text{k}\Omega$.



Rješenje:

Ako se izlaz strujnog pojačala optereti trošilom strujno pojačanje se može izračunati prema sljedećem izrazu:

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = A_i \frac{R_{iz}}{R_{iz} + R_T} = 191$$

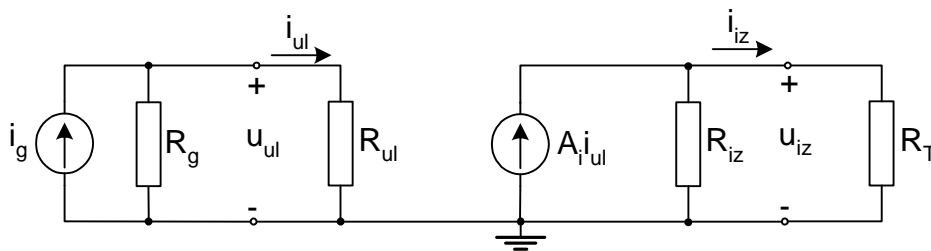
Strujno pojačanje pojačala u odnosu na izvor signala je:

$$A_{I_g} = \frac{i_{iz}}{i_g} = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} \frac{i_{ul}}{i_g} = A_i \frac{R_{iz}}{R_{iz} + R_T} \frac{R_g}{R_g + R_{ul}} = 63,5$$

Naponsko pojačanje je:

$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{i_{iz} R_T}{u_{ul} R_{ul}} = A_I \frac{R_T}{R_{ul}} = 952$$

ZADATAK.3. Na slici je prikazano strujno pojačalo opterećeno trošilom $R_T=3,3\text{k}\Omega$. Na ulaz je spojen strujni izvor unutarnjeg otpora $R_g=500\Omega$. Izračunati strujno pojačanje A_I , strujno pojačanje u odnosu na izvor signala A_{I_g} i naponsko pojačanje A_V ako su parametri strujnog pojačala strujno pojačanje neopterećenog pojačala $A_i=100$ izlazni otpor $R_{iz}=110\text{k}\Omega$. Izmjereni su ulazni i izlazni naponi: $u_{ul}=10\sin(\omega)\text{mV}$ i $u_{iz}=1\sin(\omega)\text{V}$.



Rješenje:

Ako se izlaz strujnog pojačala optereti potrošačem strujno pojačanje se može izračunati prema sljedećem izrazu:

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = A_i \frac{R_{iz}}{R_{iz} + R_T} = 97,1$$

Naponsko pojačanje je:

$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{1 \sin(\omega t)}{10 \cdot 10^{-3} \sin(\omega t)} = 100 = \frac{i_{iz} R_T}{i_{ul} R_{ul}} = A_I \frac{R_T}{R_{ul}}$$

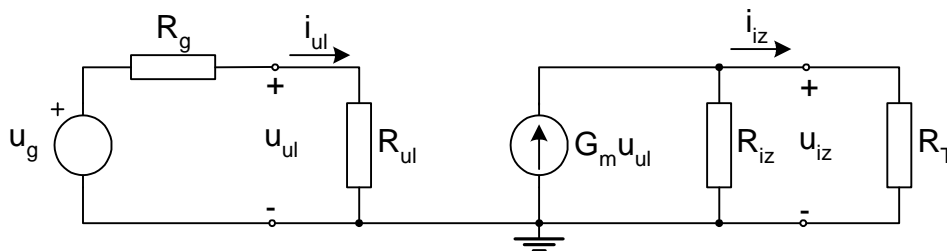
Iz gornjeg izraza možemo izračunati ulazni otpor prema izlazu:

$$R_{ul} = R_T \frac{A_I}{A_V} = 3,2 k\Omega$$

Strujno pojačanje pojačala u odnosu na izvor signala je:

$$A_{Ig} = \frac{i_{iz}}{i_g} = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} \frac{i_{ul}}{i_g} = A_I \frac{R_g}{R_g + R_{ul}} = 13,1$$

ZADATAK.4. Izračunati strminsko pojačanje G_M , naponsko pojačanje A_V i strujno pojačanje A_I strminskog pojačala koje je opterećeno otporom $R_T=5k\Omega$. Parametri pojačala su strminsko pojačanje neopterećenog pojačala $G_m=2mA/V$, ulazni otpor $R_{ul}=1M\Omega$ i izlazni otpor $R_{iz}=100k\Omega$. Na ulaz je spojen naponski izvor unutarjeg otpora $R_g=500\Omega$.



Rješenje:

Ako se izlaz strminskog pojačala optereti trošilom strminsko pojačanje se može izračunati prema sljedećem izrazu:

$$G_M = \frac{i_{iz}}{u_{ul}} = G_m \frac{R_{iz}}{R_{iz} + R_T} = 1,91 mA/V$$

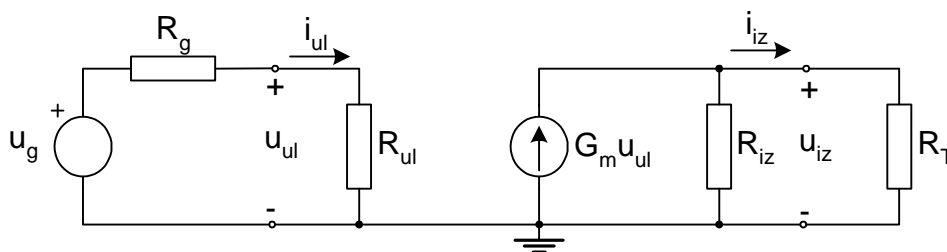
Naponsko pojačanje je:

$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{i_{iz} R_T}{u_{ul}} = G_M R_T = 9,5$$

Strujno pojačanje je:

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = \frac{i_{iz}}{u_{ul} / R_{ul}} = G_M R_{ul} = 1905$$

ZADATAK.5. Izračunati izlazni napon u_{iz} strminskog pojačala koje je opterećeno otporom $R_T=5k\Omega$. Parametri pojačala su strminsko pojačanje neopterećenog pojačala $G_m=2mA/V$, ulazni otpor $R_{ul}=1M\Omega$ i izlazni otpor $R_{iz}=100k\Omega$. Na ulaz je spojen naponski izvor napona $u_g=2\sin(\omega t)V$ unutarnjeg otpora $R_g=500\Omega$.



Rješenje:

Ako želimo dobiti izlazni napon trebamo izračunati naponsko pojačanje pojačala u odnosu na izvor signala:

$$A_{V_g} = \frac{u_{iz}}{u_g} = \frac{i_{iz} R_T}{u_{ul}} \frac{u_{ul}}{u_g} = G_M R_T \frac{R_{ul}}{R_{ul} + R_g}$$

Iz gornjeg izraza je vidljivo da trebamo izračunati strminsko pojačanje koje je jednako:

$$G_M = \frac{i_{iz}}{u_{ul}} = G_m \frac{R_{iz}}{R_{iz} + R_T} = 1,91mA/V$$

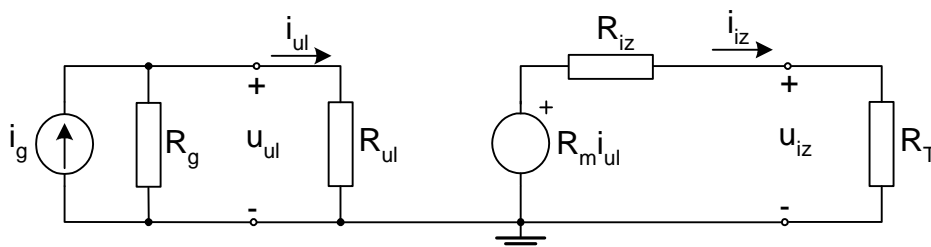
Naponsko pojačanje pojačala u odnosu na izvor signala iznosi:

$$A_{V_g} = \frac{u_{iz}}{u_g} = \frac{i_{iz} R_T}{u_{ul}} \frac{u_{ul}}{u_g} = G_M R_T \frac{R_{ul}}{R_{ul} + R_g} = 9,52$$

Izlazni napon možemo izračunati pomoću izraza:

$$u_{iz} = u_g A_{V_g} = 2 \sin(\omega t) \cdot 9,52 = 19,04 \cdot \sin(\omega t) V$$

ZADATAK. 6. Izračunati otporno pojačanje R_M , naponsko pojačanje A_V i strujno pojačanje A_I otpornog pojačala prikazanog slikom. Parametri otpornog pojačala su otporno pojačanje neopterećenog pojačala $R_m=10kV/A$, ulazni otpor $R_{ul}=560\Omega$ i izlazni otpor $R_{iz}=1k\Omega$. Zadano je $R_T=5,6k\Omega$ i $R_g=500\Omega$.



Rješenje:

Otporno pojačanje je

$$R_M = \frac{u_{iz}}{i_{ul}} = R_m \frac{R_T}{R_{iz} + R_T} = 8,5kV / A$$

Naponsko pojačanje:

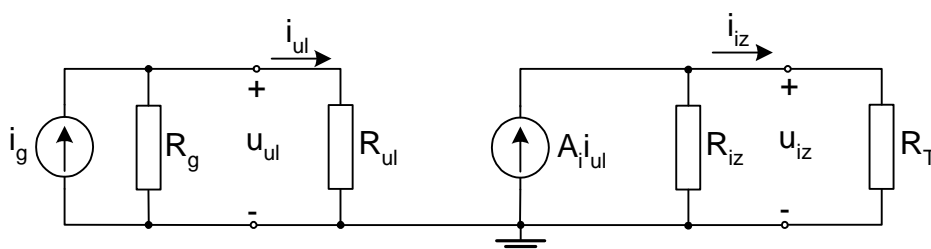
$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{u_{iz}}{i_{ul} R_{ul}} = \frac{R_M}{R_{ul}} = 15,2$$

Strujno pojačanje:

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = \frac{u_{iz} / R_T}{i_{ul}} = \frac{R_M}{R_T} = 1,52$$

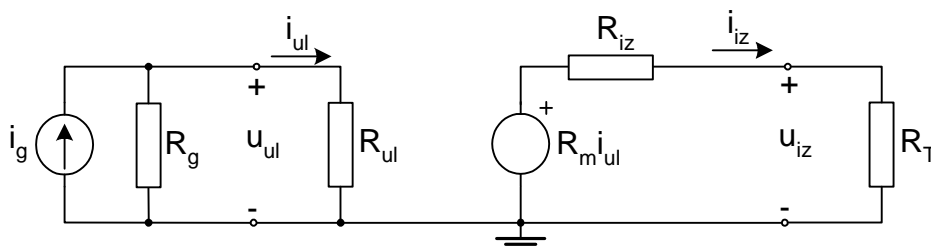
Zadaci za vježbu

VJ.1. U izlazu neopterećenog strujnog pojačala izmjeren je napon $u_{iz0}=1,2\sin(\omega)V$. Za koliko će se promijeniti izlazni napon ako pojačalo opteretimo trošilom $R_T=1k\Omega$. Zadano je $R_{ul}=150k\Omega$ i $R_{iz}=50k\Omega$.



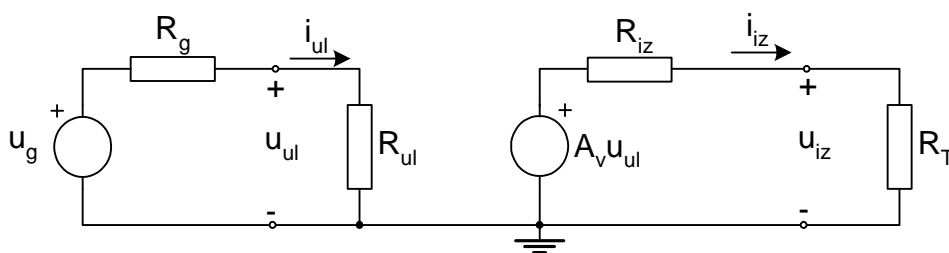
Rješenje: Izlazni napon će se smanjiti 98% i iznosi $u_{iz}=23,5\sin(\omega)mV$.

VJ.2. Za otporno pojačalo poznati su iznosi napona $u_{ul}=20\sin(\omega t)mV$ i $u_{iz}=1\sin(\omega t)V$, te struja izvora $i_g=1\sin(\omega t)mA$. Ako priključimo trošilo napon na izlazu se smanji za 9,09%. Odrediti parametre tog otpornog pojačala, ako je $R_T=500\Omega$ i $R_g=100\Omega$.



Rješenje: $R_m=1375V/A$, $R_{ul}=25\Omega$ i $R_{iz}=50\Omega$.

VJ.3. Želimo da pojačalo ima naponsko pojačanje $A_V=110$ i naponsko pojačanje u odnosu na izvor $A_{Vg}=100$. Odrediti ulazni i izlazni otpor naponskog pojačala ako je $A_v=200$. Zadano je $R_g=100\Omega$ i $R_T=1,1k\Omega$.

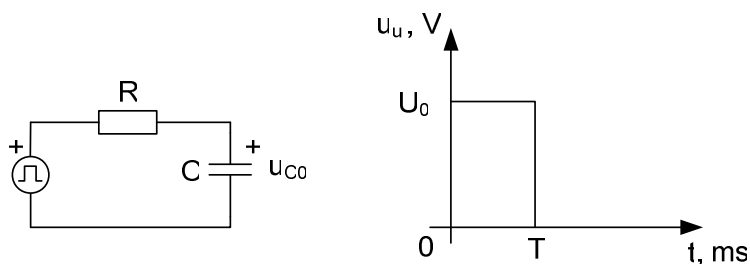


Rješenje: $R_{ul}=1k\Omega$, $R_{iz}=900\Omega$.

VREMENSKI ODZIVI RC MREŽA

ZADATAK.1. Na ulaz RC mreže u trenutku $t=0$ dovodi se pravokutni impuls visoke razine $U_0=5\text{ V}$ i trajanja $T=2\text{ ms}$. U trenutku $t=0$ napon na kondenzatoru iznosi $U_{C0}=2\text{ V}$. Izračunati i skicirati napone na kondenzatoru i otporniku. Zadno je $R=1\text{ k}\Omega$ i $C=1\text{ }\mu\text{F}$.

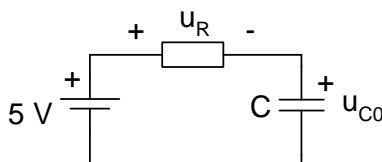
Rješenje:



U svakom trenutku vrijedi da je zbroj napona na otporniku i kondenzatoru jednak ulaznom naponu. U trenutku $t=0^-$ malo prije dolaska impulsa vrijedi:

$$\begin{aligned} u_{ul}(0^-) &= 0\text{ V} \\ u_C(0^-) &= U_{C0} = 2\text{ V} \\ u_R(0^-) &= U_{R0} = -U_{C0} = -2\text{ V} \end{aligned}$$

U trenutku $t=0^+$ na ulaz RC mreže dovodi se pravokutni impuls amplitude 5 V . Mreža se može prikazati slikom:



Prema tome u trenutku $t=0^+$ naponi iznose:

$$\begin{aligned} u_{ul}(0^+) &= 5\text{ V} \\ u_C(0^+) &= U_{C0} = 2\text{ V} \\ u_R(0^+) &= U_0 - U_{C0} = 5 - 2 = 3\text{ V} \end{aligned}$$

Pošto na krajevima otpornika postoji razlika potencijala, kroz otpornik teče struja koja nabija kondenzator dok god postoji razlika između ulaznog napona i napona na kondenzatoru. Za napon na kondenzatoru općenito vrijedi:

$$u_C(t) = U_{C0} + (U_0 - U_{C0}) \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right), \quad 0 \leq t \leq T \quad (\text{Z1-1})$$

Prvi član s desne strane gornjeg izraza je početna vrijednost napona na kondenzatoru, a drugi član jednak je razlici napona koja nabija kondenzator u početnom trenutku što množi rastuća eksponencijalna funkcija.

Pri tome je napon na otporniku jednak:

$$u_R(t) = u_{ul}(t) - u_C(t) = (U_0 - U_{C0}) \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right), \quad 0 < t < T \quad (Z1-2)$$

Napon na otporniku jednak je razlici napona koja nabija kondenzator u početnom trenutku koju množi padajuća eksponencijalna funkcija. Prema tome struja koja teče kroz otpornik i nabija kondenzator eksponencijalno pada ($i(t) = \frac{u_R(t)}{R}$), te napon na kondenzatoru sve sporije raste. Ako impuls dovoljno dugo traje kondenzator će se nabiti na vrijednost ulaznog napona. Kada se kondenzator nabije na vrijednost ulaznog napona na krajevima otpornika nema razlike potencijala i struja nabijanja kondenzatora pada na nulu. Vrijedi da je $u_C = u_{ul}$ i $u_R = 0$. Teoretski napon na kondenzatoru nikada ne dosegne iznos ulaznog napona, ali praktično se može reći da je za nabijanje kondenzatora potrebno vrijeme jednako iznosu 5 vremenskih konstanti ($5 \cdot \tau$). Vremenska konstanta zadane RC mreže je

$$\tau = C \cdot R = 1 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 1 \text{ ms}$$

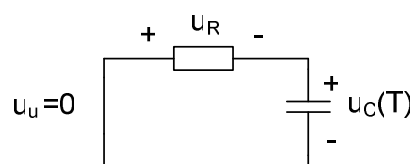
Trajanje impulsa je 2 ms što je manje od $5 \cdot \tau$ pa možemo zaključiti da se kondenzator neće nabiti na vrijednost ulaznog napona. Napon na kondenzatoru u trenutku T računamo po (Z1-1)

$$u_C(T^-) = 2 + (5 - 2) \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-2}{1}\right)\right) = 4,59 \text{ V}$$

Napon na otporniku računamo po (Z1-2):

$$u_R(T^-) = 5 - 4,59 = 0,41 \text{ V}$$

U trenutku $t = T^+$ ulazni napon pada sa 5 na 0 V i vrijedi sljedeća shema



Prema tome u trenutku $t = T^+$ naponi iznose:

$$\begin{aligned} u_C(T^+) &= u_C(T^-) = 4,59 \text{ V} \\ u_R(T^+) &= -u_C(T^+) = -4,59 \text{ V} \end{aligned}$$

Kondenzator se preko otpornika prazni od trenutka $t = T$ i vrijedi:

$$u_C(t) = u_C(T) \cdot \exp\left(\frac{-(t-T)}{\tau}\right), \quad t \geq T$$

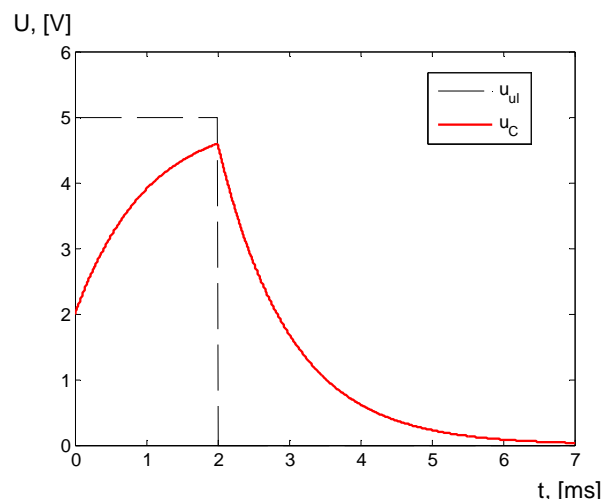
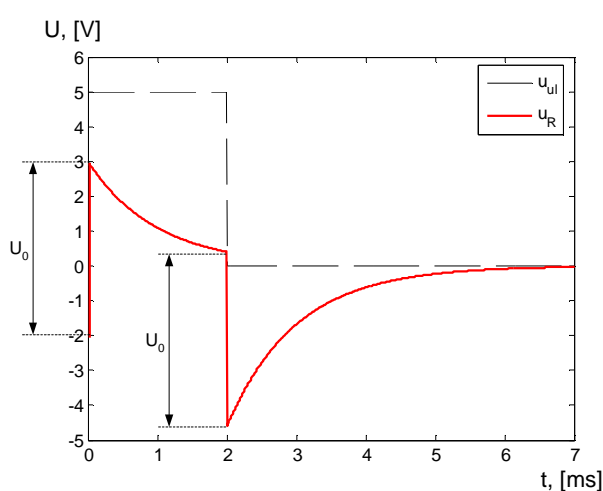
Sa slike se vidi da je

$$u_R(t) = -u_C(t), \quad t > T$$

U trenutku promjene ulaznog napona mijenja se potencijal lijevog izvoda otpornika. Kako se napon na kondenzatoru ne može trenutno promijeniti, potencijal desnog izvoda otpornika se ne mijenja. Prema tome skokovi odnosno promjene ulaznog napona vide se kao promjene napona na otporniku:

$$u_R(0^+) - u_R(0^-) = 3 - (-2) = U_0 = 5 \text{ V}$$

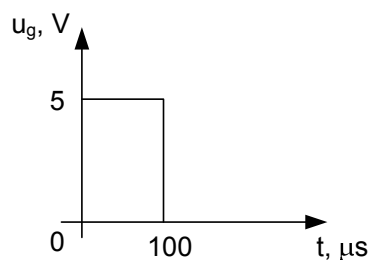
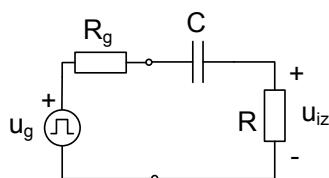
$$u_R(T^+) - u_R(T^-) = -4,59 - 0,41 = -U_0 = -5 \text{ V}$$



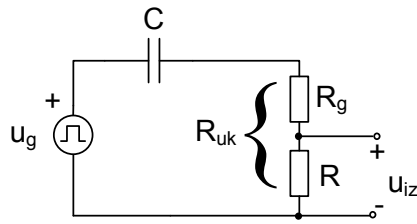
Napon na kondenzatoru i otporniku teže prema nuli. Može se reći da se kondenzator praktički isprazni za vrijeme koje odgovara iznosu 5 vremenskih konstanti. U našem primjeru to je trenutak $t=7$ ms. Napon na kondenzatoru u tom trenutku iznosi $u_C=0,031$ V. Naponi na kondenzatoru i otporniku prikazani su na slikama.

ZADATAK.2. Odrediti izlazni napon CR mreže na koju dolazi pravokutni impuls visoke razine $U_0=5\text{V}$ i trajanja $T=100 \mu\text{s}$. Unutarnji otpor generatora impulsa iznosi $R_g=50 \Omega$. Zadano je $R=100 \Omega$ i $C=1 \mu\text{F}$. Pretpostaviti da je u trenutku dolaska impulsa kondenzator prazan, odnosno $U_{C0}=0 \text{ V}$.

Rješenje:



Gornju mrežu možemo prikazati na sljedeći način:



Izlazni napon možemo računati kao napon na otporniku u prethodnom primjeru, ali moramo uzeti u obzir da postoji pad napona na unutarnjem otporu generatora. Vremenska konstanta zadane CR mreže iznosi:

$$\tau = C \cdot (R + R_g) = 10^{-6} \cdot 150 = 150 \mu s$$

Općenito izlazni napon za vrijeme trajanja impulsa iznosi:

$$u_{iz}(t) = \frac{R}{R + R_g} \cdot (U_0 - U_{C0}) \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right), \quad 0 < t < T \quad (Z2-1)$$

U zadatku je zadano $U_{C0} = 0$ V, $U_0 = 5$ V. U trenutku dolaska impulsa ($t=0$), napon na izlazu skače sa

$$u_{iz}(0^-) = 0 \text{ V} \quad \text{na} \quad u_{iz}(0^+) = \frac{R}{R + R_g} \cdot U_0 = \frac{100}{100 + 50} \cdot 5 = 3,33 \text{ V}$$

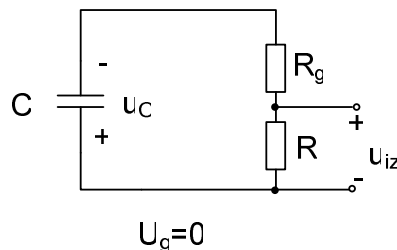
U trenutku $t=T$ prije pada impulsa na nulu izlazni napon iznosi:

$$u_{iz}(T^-) = \frac{R}{R + R_g} \cdot (U_0 - U_{C0}) \cdot \exp\left(\frac{-T}{\tau}\right) = \frac{100}{100 + 50} \cdot (5 - 0) \cdot \exp\left(\frac{-100}{150}\right) = 1,71 \text{ V}$$

Pošto se napon na kondenzatoru ne može trenutno promijeniti, u trenutku pada napona generatora sa 5 na 0 V dolazi do istog skoka napona na seriji otpora koju sačinjavaju R i R_g . Prema tome izlazni napon u trenutku nakon skoka jednak je

$$u_{iz}(T^+) = u_{iz}(T^-) - \frac{R}{R + R_g} \cdot U_0 = 1,71 - \frac{100}{100 + 50} \cdot 5 = -1,623 \text{ V}$$

Nakon prestanka impulsa mreža se može prikazati na sljedeći način



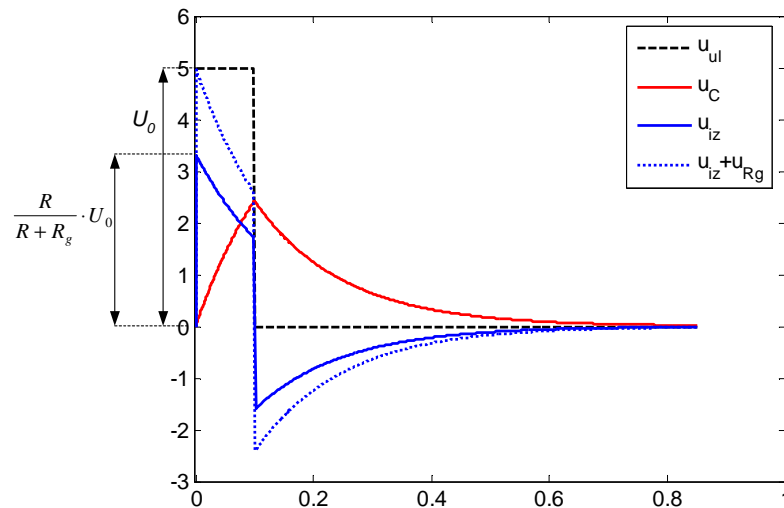
U trenutku $t=T^+$ vrijedi

$$u_{iz}(T^+) = -u_C(T^+) \cdot \frac{R}{R + R_g}$$

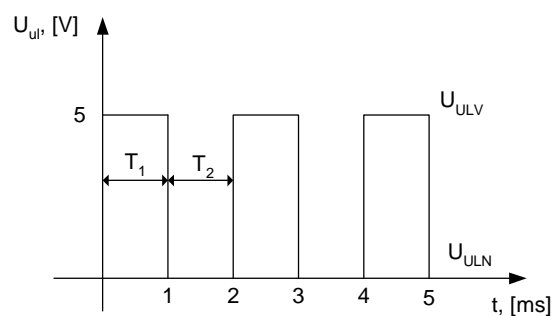
Kondenzator se prazni i napon na njemu eksponencijalno pada. Za izlazni napon vrijedi:

$$u_{iz}(t) = u_{iz}(T^+) \cdot \exp\left(\frac{-(t-T)}{\tau}\right), \quad t > T \quad (Z2-2)$$

Naponi zadane mreže prikazani su na slici.



ZADATAK.3. Za RC mrežu analizirati odziv na simetričan pravokutni napon periode 2 ms, prikazan na slici. Vremenska konstanta mreže iznosi $\tau=1$ ms. Skicirati napone na kondenzatoru i otporniku. Analizirati prijelaznu pojavu.



Rješenje:

Uvodimo sljedeće oznake:

Visoka razina ulaznog napona - U_{ULV}

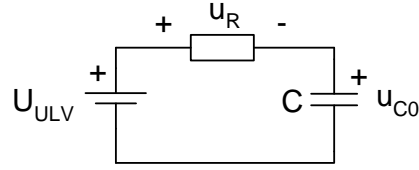
Trajanje visoke razine ulaznog napona - T_1

Niska razina ulaznog napona - U_{ULN}

Trajanje niske razine ulaznog napona - T_2

Početni napon na kondenzatoru - U_{C0}

Za napon na kondenzatoru za vrijeme trajanja visoke razine vrijedi sljedeća shema:



Napon na kondenzatoru nabija se od vrijednosti U_{C0} prema vrijednosti visoke razine ulaznog napona. Općenito vrijedi:

$$u_C(t) = U_{C0} + (U_{ULV} - U_{C0}) \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)\right) \quad 0 \leq t \leq T_1 \quad (Z3-1)$$

Za napon na otporniku vrijedi:

$$u_R(t) = U_{ULV} - u_C(t) = (U_{ULV} - U_{C0}) \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \quad 0 < t < T_1 \quad (Z3-2)$$

Uz pretpostavku da je u početku kondenzator bio prazan ($U_{C0}=0$) za zadane vrijednosti u trenutku prestanka prvog pozitivnog impulsa vrijedi:

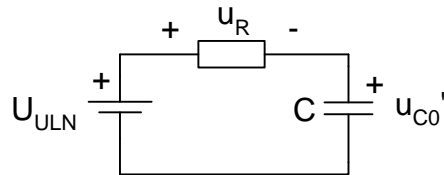
$$u_C(T_1) = U_{C0} + (U_{ULV} - U_{C0}) \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-T_1}{\tau}\right)\right) = 0 + (5 - 0) \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-1}{1}\right)\right) = 3,16 \text{ V}$$

$$u_R(T_1^-) = (U_{ULV} - U_{C0}) \cdot \exp\left(\frac{-T_1}{\tau}\right) = (5 - 0) \cdot \exp\left(\frac{-1}{1}\right) = 1,84 \text{ V} \quad \text{prije skoka ulaznog napona}$$

odnosno

$$u_R(T_1^+) = u_R(T_1^-) - (U_{ULV} - U_{ULN}) = 1,84 - (5 - 0) = -3,16 \text{ V} \quad \text{nakon skoka ulaznog napona}$$

Nakon skoka ulaznog napona na nisku razinu vrijedi sljedeća shema:



Sa U_{C0}' je označena vrijednost napona na kondenzatoru u trenutku promjene ulaznog napona s visoke na nisku razinu. Napon na kondenzatoru za trajanja niske razine računa se prema relaciji:

$$u_C(t') = U_{C0}' + (U_{ULN} - U_{C0}') \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-t'}{\tau}\right)\right) \quad 0 \leq t' \leq T_2 \quad (Z3-3)$$

gdje je $t'=0$ u trenutku promjene ulaznog napona s visoke na nisku razinu. Napon na otporniku za trajanja niske razine računa se prema relaciji:

$$u_R(t') = U_{ULN} - u_C(t') = (U_{ULN} - U'_{C0}) \cdot \exp\left(\frac{-t'}{\tau}\right) \quad 0 < t' < T_2 \quad (Z3-4)$$

Za zadane vrijednosti u trenutku prestanka niske razine impulsa vrijedi:

$$u_C(T_2) = U'_{C0} + (U_{ULN} - U'_{C0}) \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-T_2}{\tau}\right)\right) = 3,16 + (0 - 3,16) \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-1}{1}\right)\right) = 1,16 \text{ V}$$

$$u_R(T_2^-) = U_{ULN} - u_C(T_2) = 0 - 1,16 = -1,16 \text{ V} \quad \text{prije skoka ulaznog napona}$$

$$u_R(T_2^+) = u_R(T_2^-) + (U_{ULV} - U_{ULN}) = -1,16 + (5 - 0) = 3,84 \text{ V} \quad \text{nakon skoka ulaznog napona}$$

Vidimo da je napon na kondenzatoru na kraju prve periode različit od 0 V koliko je bilo prije dovodenja pravokutnog napona. To je posljedica činjenice da razlike napona koje nabijaju i izbijaju kondenzator, a prema tome i struje nabijanja i izbijanja kondenzatora nisu jednake

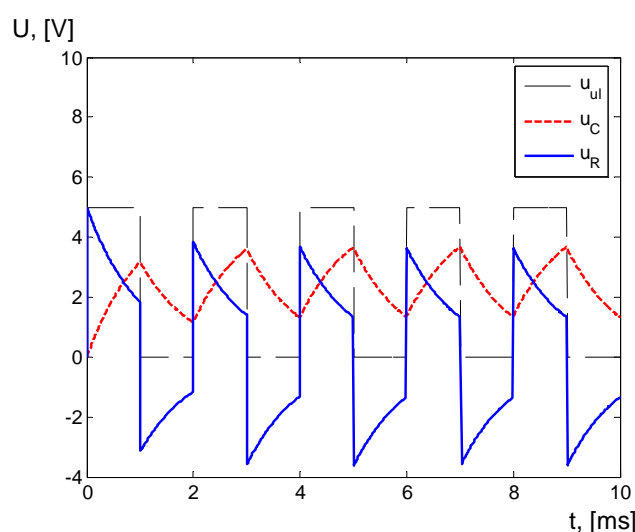
$$|U_{ULV} - U_{C0}| > |U_{ULN} - U'_{C0}|$$

Ovo možemo tvrditi za simetričan pravokutni napon ($T_1 = T_2$). U općem slučaju možemo reći da je za trajanja visoke razine više naboja dođe na kondenzator i nego što ode za trajanja niske razine.

Dalje se naponi mogu računati prema relacijama (Z3-1) do (Z3-4) s time da se za početnu vrijednost napona na kondenzatoru uzima napon koji se na njemu nalazi u trenutku promjene ulaznog napona. Rezultati su dani u tablici.

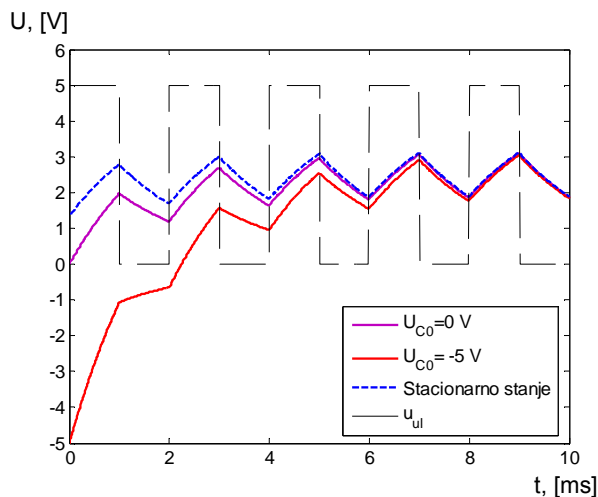
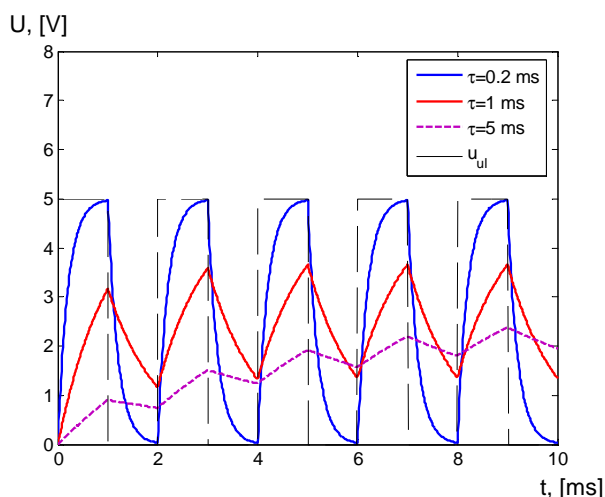
$t, \text{ ms}$	1	2	3	4	5	6	7	8
$u_C, \text{ V}$	3,16	1,16	3,59	1,32	3,65	1,34	3,654	1,344
$u_{R-}, \text{ V}$	1,84	-1,16	1,41	-1,32	1,35	-1,34	1,346	-1,344
$u_{R+}, \text{ V}$	-3,16	3,84	-3,59	3,68	-3,65	3,66	-3,654	3,656

Dalje se iznosi napona ponavljaju što znači da je nastupilo stacionarno stanje i prijelazna pojava je završila. Ulazni napon, te naponi na otporniku i kondenzatoru prikazani su na slici.



U stacionarnom stanju napon na kondenzatoru varira oko srednje vrijednosti ulaznog napona. Srednja vrijednost napona na kondenzatoru jednaka je srednjoj vrijednosti ulaznog napona, dok srednja vrijednost napona na otporniku iznosi 0 V.

Trajanje prijelazne pojave ovisi o iznosu vremenske konstante mreže te početnom naponu na kondenzatoru. Na sljedećim slikama prikazan je napon na kondenzatoru za različite iznose vremenske konstante mreže i različite iznose početnog napona na kondenzatoru.

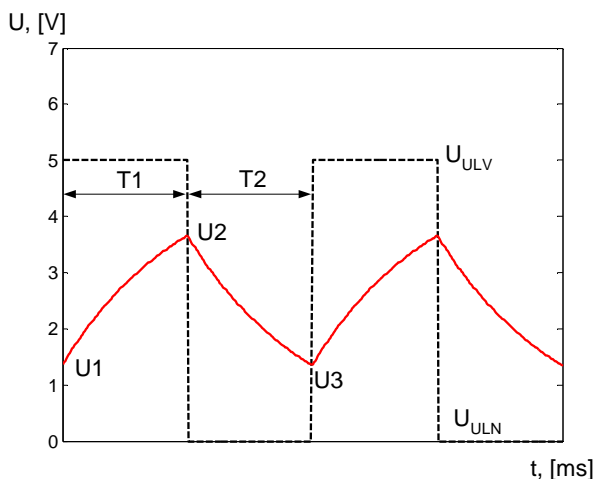


Za veći iznos vremenske konstante prijelazna pojava dulje traje i potrebno je više vremena da se mreža „utitra“ u stacionarno stanje. Isto tako se vidi da je potrebno više vremena za postizanje stacionarnog stanja u slučaju veće razlike početnog napona na kondenzatoru i srednje vrijednosti ulaznog napona.

ZADATAK.4. Za mrežu iz prethodnog zadatka izračunati odziv u stacionarnom stanju bez računanja prijelazne pojave.

Rješenje:

Izračunat ćemo odziv na kondenzatoru. Prvo treba kvalitativno skicirati odziv u stacionarnom stanju:



Za napone označene na slici možemo napisati:

$$U_2 = U_1 + (U_{ULV} - U_1) \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-T_1}{\tau}\right)\right) = U_{ULV} - (U_{ULV} - U_1) \cdot \exp\left(\frac{-T_1}{\tau}\right) \quad (Z4-1)$$

$$U_3 = U_2 + (U_{ULN} - U_2) \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-T_2}{\tau}\right)\right) = U_{ULN} - (U_{ULN} - U_2) \cdot \exp\left(\frac{-T_2}{\tau}\right) \quad (Z4-2)$$

$$U_3 = U_1 \quad (Z4-3)$$

Iz čega slijedi:

$$U_1 = \frac{U_{ULN} - (U_{ULN} - U_{ULV}) \cdot \exp\left(\frac{-T_2}{\tau}\right) - U_{ULV} \cdot \exp\left(\frac{-(T_1 + T_2)}{\tau}\right)}{\left(1 - \exp\left(\frac{-(T_1 + T_2)}{\tau}\right)\right)} = \frac{5 \cdot \exp\left(\frac{-1}{1}\right) - 5 \cdot \exp\left(\frac{-2}{1}\right)}{\left(1 - \exp\left(\frac{-2}{1}\right)\right)} = 1,345 \text{ V}$$

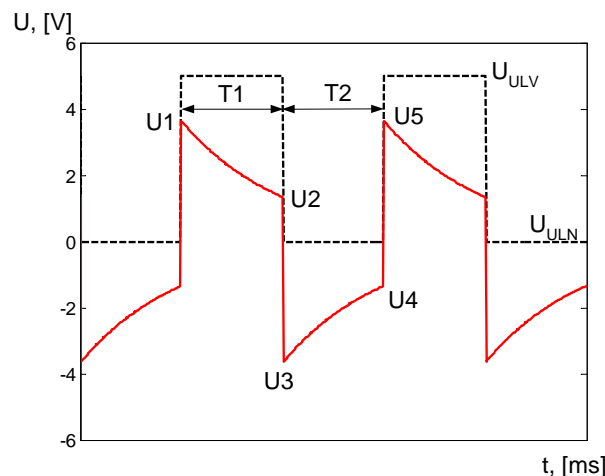
$$U_2 = 5 - (5 - 1,345) \cdot \exp\left(\frac{-1}{1}\right) = 3,655 \text{ V}$$

Za simetričan pravokutni signal ($T_1 = T_2$) vrijedi da je $U_{ULV} - U_2 = U_1 - U_{ULN}$ te je prethodni račun jednostavniji. Postupak preko jednažbi Z4-1 do Z4-3 vrijedi općenito.

Kada smo izračunali napon na kondenzatoru, napon na otporniku se može dobiti kao razlika ulaznog napona i napona na kondenzatoru

$$u_R(t) = u_{ul}(t) - u_C(t)$$

Na sličan način kao za napon na kondenzatoru, može se izračunati napon na otporniku. Prvo treba skicirati kvalitativno valni oblik napona na otporniku u stacionarnom stanju:



Znamo da je srednja vrijednost napona na otporniku nula te da skokovite promjene ulaznog napona rezultiraju istim skokovitim promjenama napona na otporniku. Ako označimo da je $U_0 = U_{ULV} - U_{ULN}$, za napone označene na slici možemo napisati:

$$U_2 = U_1 \cdot \exp\left(\frac{-T_1}{\tau}\right) \quad (\text{Z4-4})$$

$$U_3 = U_2 - U_0 \quad (\text{Z4-5})$$

$$U_4 = U_3 \cdot \exp\left(\frac{-T_2}{\tau}\right) \quad (\text{Z4-6})$$

$$U_5 = U_4 + U_0 = U_1 \quad (\text{Z4-7})$$

Iz gornjih jednačbi slijedi da je

$$U_1 = \frac{U_0 \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-T_2}{\tau}\right)\right)}{\left(1 - \exp\left(\frac{-(T_1 + T_2)}{\tau}\right)\right)} = \frac{5 \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-1}{1}\right)\right)}{\left(1 - \exp\left(\frac{-2}{1}\right)\right)} = 3,655 \text{ V}$$

$$U_2 = U_1 \cdot \exp\left(\frac{-T_1}{\tau}\right) = 3,655 \cdot \exp\left(\frac{-1}{1}\right) = 1,345 \text{ V}$$

$$U_3 = U_2 - U_0 = 1,345 - 5 = -3,655 \text{ V}$$

$$U_4 = U_3 \cdot \exp\left(\frac{-T_2}{\tau}\right) = -3,655 \cdot \exp\left(\frac{-1}{1}\right) = -1,345 \text{ V}$$

Za simetričan pravokutni signal ($T_1=T_2$) vrijedi da je $U_3 = -U_1$ i $U_4 = -U_2$ te je prethodni račun jednostavniji. Postupak preko jednačbi Z4-1 do Z4-3 vrijedi općenito.

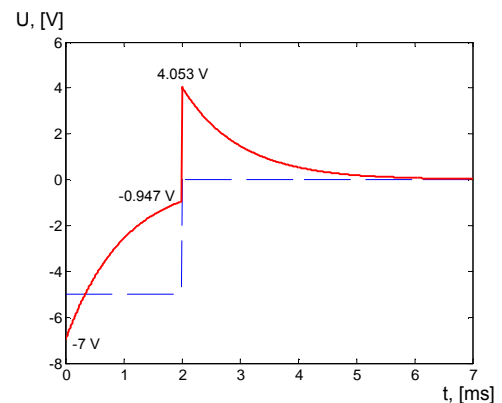
Kada smo izračunali napon na otporniku, napon na kondenzatoru se može dobiti kao razlika ulaznog napona i napona na otporniku

$$u_C(t) = u_{ul}(t) - u_R(t)$$

Zadaci za vježbu

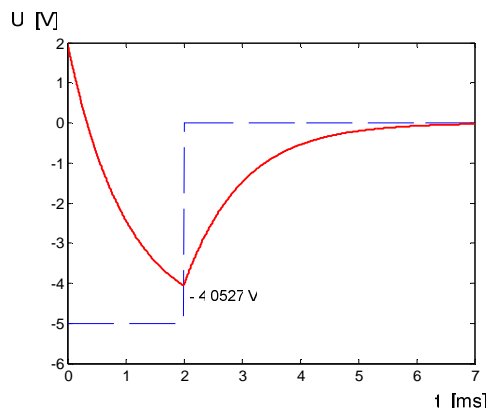
VJ.1. Na ulaz **CR** mreže u trenutku $t=0$ dovodi se pravokutni impuls amplitude $U_0 = -5 \text{ V}$ i trajanja $T=2 \text{ ms}$. U trenutku $t=0$ napon na kondenzatoru iznosi $U_{C0}=2 \text{ V}$. Izračunati i skicirati izlazni napon. Zadno je $C=1 \mu\text{F}$ i $R=1 \text{ k}\Omega$.

(Rješenje je dano slikom. U $t=0$ napon skače s -2 na -7 V)



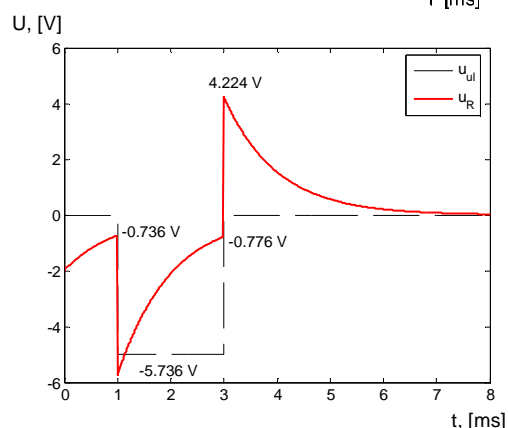
VJ.2. Na ulaz **RC** mreže u trenutku $t=0$ dovodi se pravokutni impuls amplitude $U_0 = -5 \text{ V}$ i trajanja $T=2 \text{ ms}$. U trenutku $t=0$ napon na kondenzatoru iznosi $U_{C0}=2 \text{ V}$. Izračunati i skicirati izlazni napon. Zadno je $C=1 \mu\text{F}$ i $R=1 \text{ k}\Omega$.

(Rješenje je dato slikom)



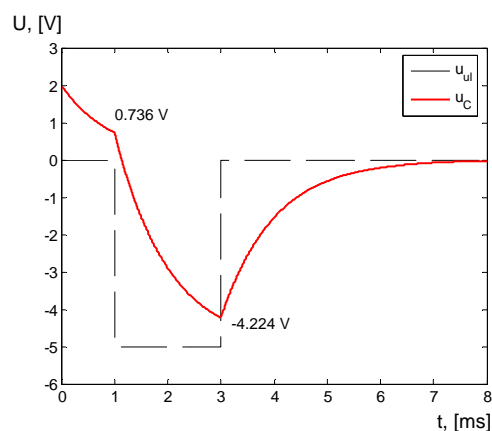
VJ.3. Na ulaz **CR** mreže u trenutku $t=1 \text{ ms}$ dovodi se pravokutni impuls amplitude $U_0 = -5 \text{ V}$ i trajanja $T=2 \text{ ms}$. U trenutku $t=0$ napon na kondenzatoru iznosi $U_{C0}=2 \text{ V}$. Izračunati i skicirati izlazni napon. Zadno je $C=1 \mu\text{F}$ i $R=1 \text{ k}\Omega$. U intervalu vremena od $t=0$ do dolaska impulsa ulazni napon je jednak 0 .

(Rješenje je dato slikom)



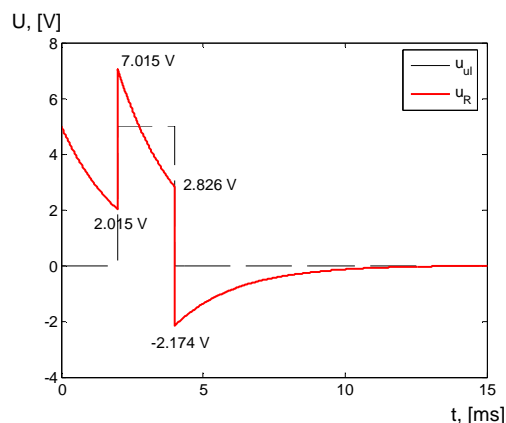
VJ.4. Na ulaz **RC** mreže u trenutku $t=1 \text{ ms}$ dovodi se pravokutni impuls amplitude $U_0 = -5 \text{ V}$ i trajanja $T=2 \text{ ms}$. U trenutku $t=0$ napon na kondenzatoru iznosi $U_{C0}=2 \text{ V}$. Izračunati i skicirati izlazni napon. Zadno je $C=1 \mu\text{F}$ i $R=1 \text{ k}\Omega$. U intervalu vremena od $t=0$ do dolaska impulsa ulazni napon je jednak 0 .

(Rješenje je dato slikom)



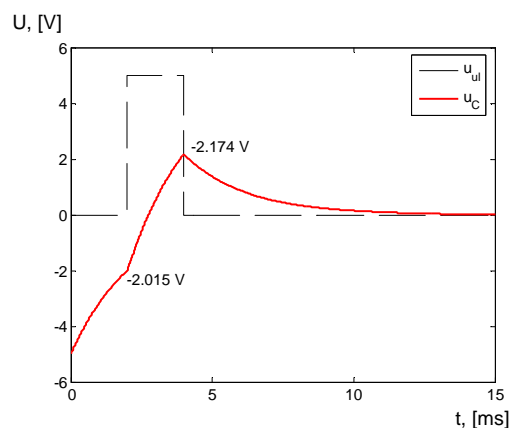
VJ.5. Na ulaz **CR** mreže u trenutku $t=2 \text{ ms}$ dovodi se pravokutni impuls amplitude $U_0=5 \text{ V}$ i trajanja $T=2 \text{ ms}$. U trenutku $t=0$ napon na kondenzatoru iznosi $U_{C0} = -5 \text{ V}$. Izračunati i skicirati izlazni napon. Zadno je $C=1 \mu\text{F}$ i $R=2,2 \text{ k}\Omega$. U intervalu vremena od $t=0$ do dolaska impulsa ulazni napon je jednak 0 .

(Rješenje je dato slikom)



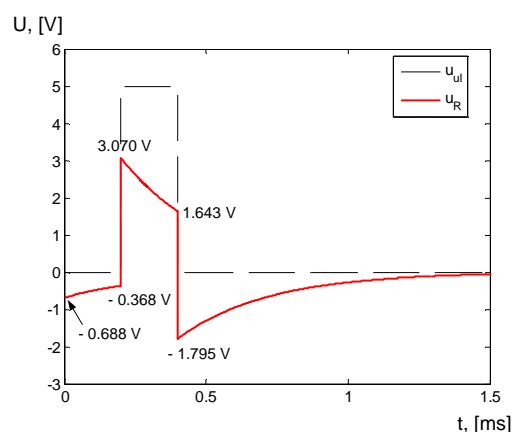
VJ.6. Na ulaz **RC** mreže u trenutku $t=2$ ms dovodi se pravokutni impuls amplitude $U_0=5$ V i trajanja $T=2$ ms. U trenutku $t=0$ napon na kondenzatoru iznosi $U_{C0} = -5$ V. Izračunati i skicirati izlazni napon. Zadano je $C=1 \mu\text{F}$ i $R=2,2 \text{ k}\Omega$. U intervalu vremena od $t=0$ do dolaska impulsa ulazni napon je jednak 0.

(Rješenje je dato slikom)



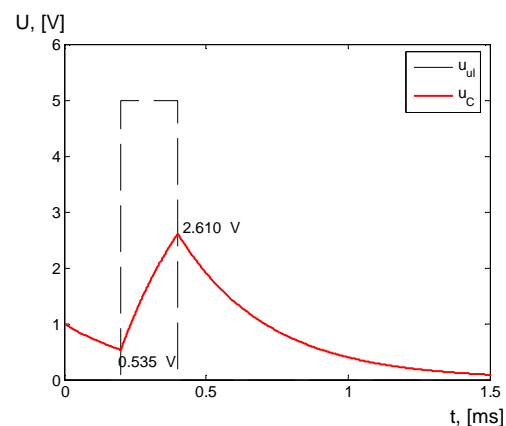
VJ.7. Na ulaz **CR** mreže u trenutku $t=0,2$ ms dovodi se pravokutni impuls amplitude $U_0=5$ V i trajanja $T=0,2$ ms. Unutarnji otpor generatora impulsa iznosi $R_g=100 \Omega$. U trenutku $t=0$ napon na kondenzatoru iznosi $U_{C0}=1$ V. Izračunati i skicirati izlazni napon. Zadano je $C=1 \mu\text{F}$ i $R=220 \Omega$. U intervalu vremena od $t=0$ do dolaska impulsa, napon generatora je jednak 0.

(Rješenje je dato slikom)



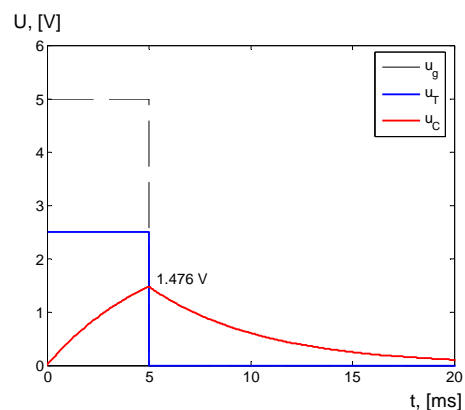
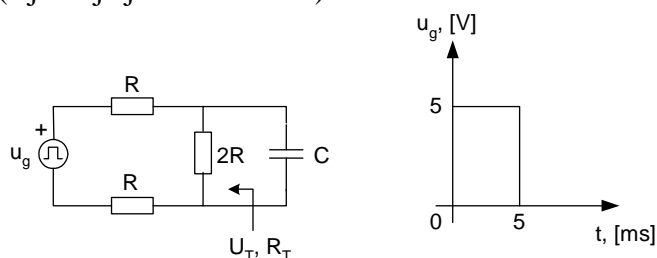
VJ.8. Na ulaz **RC** mreže u trenutku $t=0,2$ ms dovodi se pravokutni impuls amplitude $U_0=5$ V i trajanja $T=0,2$ ms. Unutarnji otpor generatora impulsa iznosi $R_g=100 \Omega$. U trenutku $t=0$ napon na kondenzatoru iznosi $U_{C0}=1$ V. Izračunati i skicirati izlazni napon. Zadano je $C=1 \mu\text{F}$ i $R=220 \Omega$. U intervalu vremena od $t=0$ do dolaska impulsa, napon generatora je jednak 0.

(Rješenje je dato slikom)

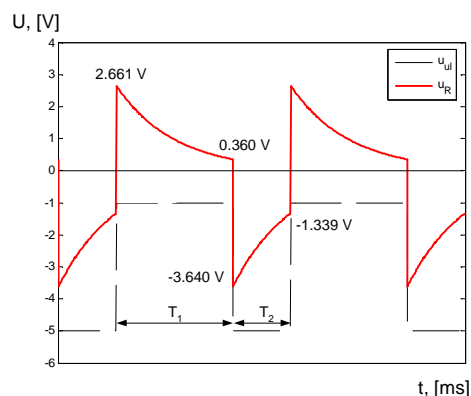
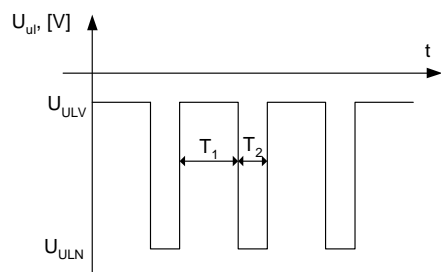


VJ.9. Za mrežu na slici izračunati i nacrtati napon na kondenzatoru ako je napon u_g zadan slikom te $C=1 \mu\text{F}$ i $R=5,6 \text{ k}\Omega$. U $t=0$ kondenzator je prazan. (Naputak: mrežu koja se vidi sa stezaljki kondenzatora nadomjestiti po Theveninu).

(Rješenje je dato slikom)

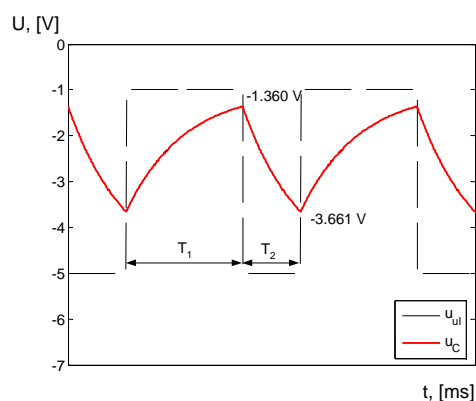


VJ.10. Izračunati i nacrtati odziv **CR** mreže u stacionarnom stanju na pravokutni napon zadan slikom. Vremenska konstanta mreže je $\tau=1$ ms. Vrijednosti veličina na slici su $U_{ULV} = -1$ V, $U_{ULN} = -5$ V, $T_1=2$ ms, $T_2=1$ ms.

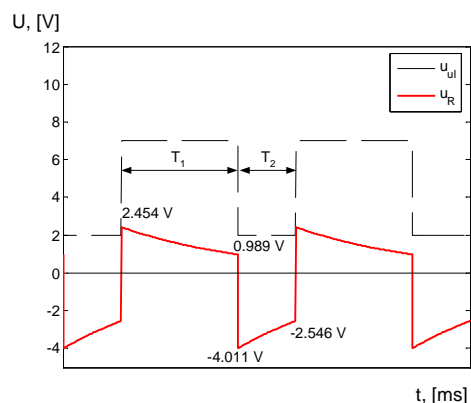
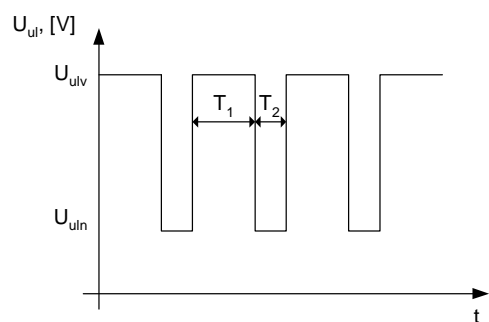


VJ.11. Izračunati i nacrtati odziv **RC** mreže u stacionarnom stanju na pravokutni napon zadan slikom iz prethodnog zadatka. Vremenska konstanta mreže je $\tau=1$ ms. Vrijednosti veličina na slici su $U_{ULV} = -1$ V, $U_{ULN} = -5$ V, $T_1=2$ ms, $T_2=1$ ms.

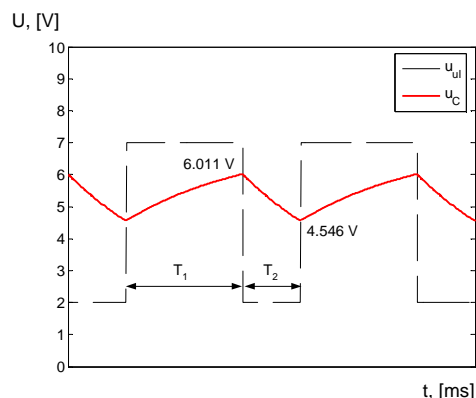
(Rješenje je dato slikom)



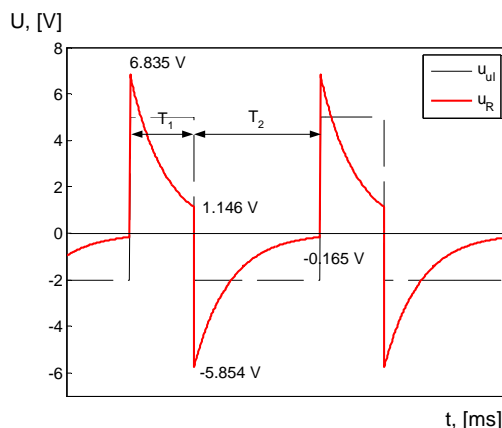
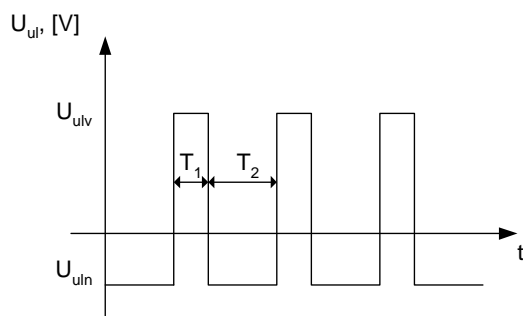
VJ.12. Izračunati i nacrtati odziv **CR** mreže u stacionarnom stanju na pravokutni napon zadan slikom. Vrijednosti veličina na slici su $U_{ULV}=7$ V, $U_{ULN}=2$ V, $T_1=2$ ms, $T_2=1$ ms. Zadano je $R=2,2$ k Ω i $C=1$ μ F



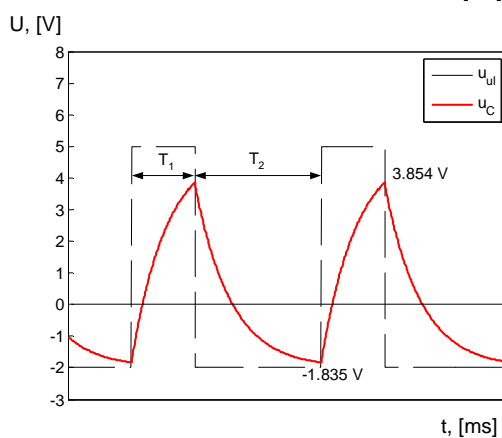
VJ.13. Izračunati i nacrtati odziv **RC** mreže u stacionarnom stanju na pravokutni napon zadan slikom iz prethodnog zadatka. Vrijednosti veličina na slici su $U_{ULV}=7$ V, $U_{ULN}=2$ V, $T_1=2$ ms, $T_2=1$ ms. Zadano je $R=2,2$ k Ω i $C=1$ μ F.



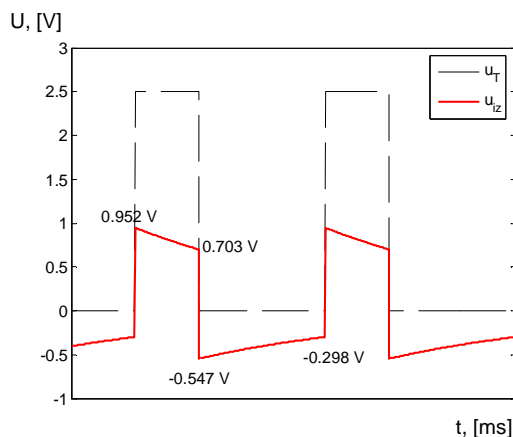
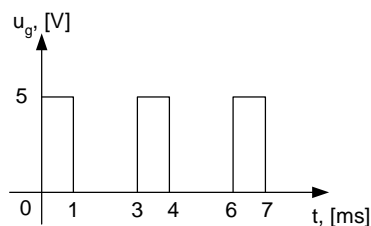
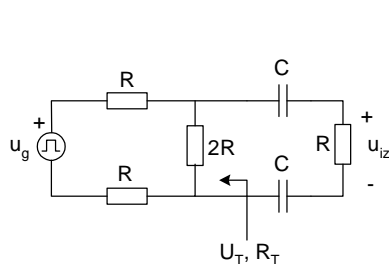
VJ.14. Izračunati i nacrtati odziv **CR** mreže u stacionarnom stanju na pravokutni napon zadan slikom. Vrijednosti veličina na slici su $U_{ULV}=5\text{ V}$, $U_{ULN}=-2\text{ V}$, $T_1=1\text{ ms}$, $T_2=2\text{ ms}$. Zadano je $R=560\ \Omega$ i $C=1\ \mu\text{F}$.



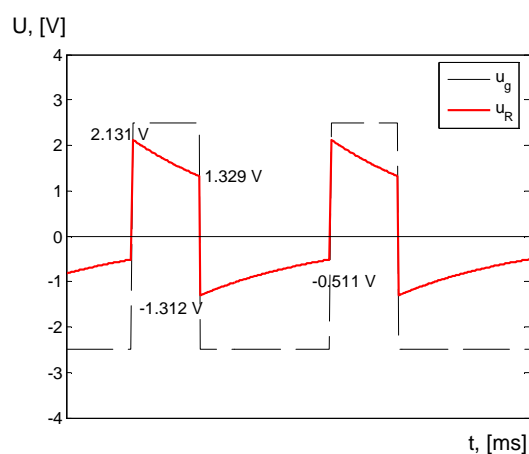
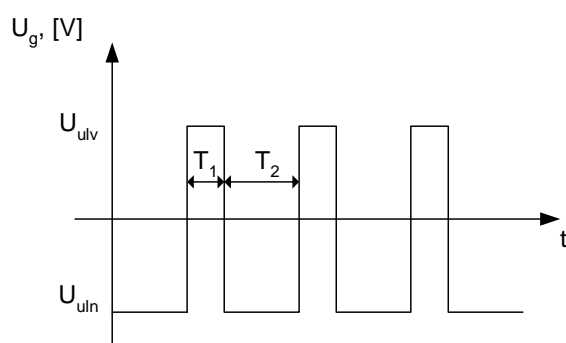
VJ.15. Izračunati i nacrtati odziv **RC** mreže u stacionarnom stanju na pravokutni napon zadan slikom iz prethodnog zadatka. Vrijednosti veličina na slici su $U_{ULV}=5\text{ V}$, $U_{ULN}=-2\text{ V}$, $T_1=1\text{ ms}$, $T_2=2\text{ ms}$. Zadano je $R=560\ \Omega$ i $C=1\ \mu\text{F}$.



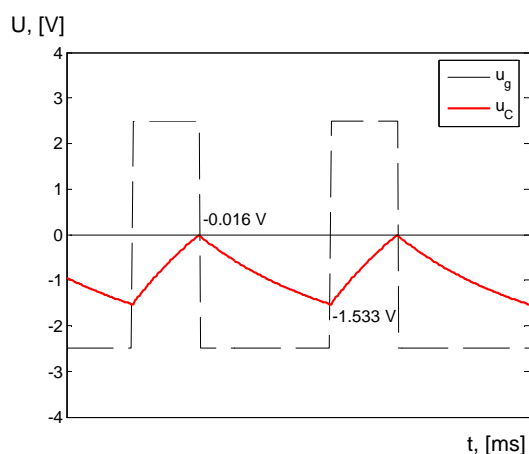
VJ.16. Za mrežu na slici izračunati i nacrtati izlazni napon (u_{iz}) u stacionarnom stanju ako je napon u_g zadan slikom te $C=1\ \mu\text{F}$ i $R=3,3\text{ k}\Omega$. (Naputak: mrežu koja se vidi sa stezaljki kondenzatora nadomjestiti po Theveninu).



VJ.17. Izračunati i nacrtati odziv **CR** mreže u stacionarnom stanju na pravokutni napon zadan slikom. Vrijednosti veličina na slici su $U_{ULV}=2,5$ V, $U_{ULN}= - 2,5$ V, $T_1=0,5$ ms, $T_2=1$ ms. Unutarnji otpor generatora iznosi $R_g=500$ Ω . Zadano je $R=560$ Ω i $C=1$ μ F.



VJ.18. Izračunati i nacrtati odziv **RC** mreže u stacionarnom stanju na pravokutni napon zadan slikom. Vrijednosti veličina na slici su $U_{ULV}=2,5$ V, $U_{ULN}= - 2,5$ V, $T_1=0,5$ ms, $T_2=1$ ms. Unutarnji otpor generatora iznosi $R_g=500$ Ω . Zadano je $R=560$ Ω i $C=1$ μ F.



OSNOVNA SVOJSTVA POLUVODIČA

ZADATAK.1. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=300$ K iznosi $n=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentraciju elektrona i šupljina na $T=300$ K i $T=550$ K.

Rješenje:

Na prvoj temperaturi $T=300$ K intrinzična koncentracija iznosi

$$n_{i1} = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

Zadana koncentracija elektrona iznosi

$$n = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

Vrijedi da je $n > n_i$ pa zaključujemo da se radi o n -tipu poluvodiča. Silicij je dopiran jednom primjesom, a kako se radi o n -tipu zaključujemo da su to donori.

Kako je $n \gg n_i$ poluvodič je ekstrinzičan i vrijedi

$$n \cong N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

Koncentraciju šupljina računamo iz zakona termodinamičke ravnoteže:

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{15}} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

Druga zadana temperatura $T=550$ K je veća pa će i intrinzična koncentracija na toj temperaturi biti veća. Računamo:

$$n_i = C_1 \cdot T^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E'_{G0}}{2 \cdot k \cdot T}\right) = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot (550)^{1,5} \cdot \exp\left(-\frac{1,196}{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 550}\right) = 1,32 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

U prvom dijelu zadatka izračunali smo da je silicij dopiran donorima koncentracije $N_D=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Na zadanoj temperaturi **ne vrijedi** da je $N_D \gg n_i$ pa zaključujemo da se silicij nalazi u intrinzičnom temperaturnom području te koncentraciju elektrona računamo na sljedeći način:

$$n = \frac{1}{2} \cdot \left[N_D + \sqrt{N_D^2 + 4 \cdot n_i^2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[10^{15} + \sqrt{(10^{15})^2 + 4 \cdot (1,32 \cdot 10^{15})^2} \right] = 1,91 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

Koncentracija šupljina je:

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{(1,32 \cdot 10^{15})^2}{1,91 \cdot 10^{15}} = 9,1 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

ZADATAK.2. Silicij je prvo dopiran akceptorima koncentracije $N_A = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, a nakon toga donorima koncentracije $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentracije elektrona i šupljina na temperaturama $T = 27^\circ \text{C}$ i $T = 200^\circ \text{C}$ nakon prvog i drugog dopiranja.

Rješenje:

Nakon prvog dopiranja silicij je p -tipa.

Prva zadana temperatura je $T = 27^\circ \text{C}$ odnosno $T = T[^\circ \text{C}] + 273 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$.

Na temperaturi $T = 300 \text{ K}$ vrijedi da je $N_A \gg n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ pa možemo zaključiti da je silicij u ekstrinzičnom temperaturnom području:

$$p \cong N_A = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{1,5 \cdot 10^{15}} = 1,4 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

Druga zadana temperatura je $T = 200^\circ \text{C}$ odnosno $T = T[^\circ \text{C}] + 273 = 200 + 273 = 473 \text{ K}$.

Na temperaturi $T = 473 \text{ K}$ intrinzična koncentracija iznosi:

$$n_i = C_1 \cdot T^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E'_{G0}}{2 \cdot k \cdot T}\right) = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot (473)^{1,5} \cdot \exp\left(-\frac{1,196}{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 473}\right) = 1,35 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Još uvijek vrijedi $N_A \gg n_i$ i silicij se još uvijek nalazi u ekstrinzičnom temperaturnom području:

$$p \cong N_A = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1,35 \cdot 10^{14})^2}{1,5 \cdot 10^{15}} = 1,21 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

Druga primjesa je donorska, odnosno suprotnog tipa od prve primjese. Kako je energija ionizacije primjesa puno manja od energije potrebne za kidanje kovalentne veze i preskakanje elektrona iz valentnog u vodljivi pojas možemo zaključiti da će akceptorske primjese prihvatiti elektrone koje daju donorske primjese. Kako vrijedi da je $N_A > N_D$, dodane donorske primjese će kompenzirati dio akceptora koji su unešeni prvim dopiranjem. Silicij je još uvijek p -tip i netto koncentracija akceptora iznosi:

$$N_{\text{Anetto}} = N_A - N_D = 1,5 \cdot 10^{15} - 10^{15} = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Na $T = 27^\circ \text{C}$ ($T = 300 \text{ K}$) i nakon drugog dopiranja silicij je ekstrinzičan. Vrijedi da je $N_{\text{Anetto}} \gg n_i$ pa možemo računati:

$$p \cong N_{Anetto} = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{5 \cdot 10^{14}} = 4,21 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

Na $T=200 \text{ } ^\circ\text{C}$ ($T=473 \text{ K}$) više ne vrijedi $N_{Anetto} \gg n_i$ pa zaključujemo da je silicij u intrinzičnom temperaturnom području te koncentracije nosilaca računamo na sljedeći način:

$$p = \frac{1}{2} \cdot \left[N_{Anetto} + \sqrt{N_{Anetto}^2 + 4 \cdot n_i^2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[5 \cdot 10^{14} + \sqrt{(5 \cdot 10^{14})^2 + 4 \cdot (1,35 \cdot 10^{14})^2} \right] = 5,34 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1,35 \cdot 10^{14})^2}{5,34 \cdot 10^{14}} = 3,4 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

ZADATAK.3. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija šupljina na $T=350 \text{ K}$ iznosi $p=10^6 \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentraciju elektrona i šupljina na $T=480 \text{ K}$

Rješenje:

Intrinzična koncentracija na $T=350 \text{ K}$ iznosi:

$$n_i = C_1 \cdot T^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E'_{G0}}{2 \cdot k \cdot T}\right) = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot (350)^{1,5} \cdot \exp\left(-\frac{1,196}{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 350}\right) = 4,96 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$$

Vrijedi da je $n_i \gg p=10^6 \text{ cm}^{-3}$ te možemo zaključiti da je silicij n -tip (dopiran donorima), te da se nalazi u ekstrinzičnom temperaturnom području:

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(4,96 \cdot 10^{11})^2}{10^6} = 2,46 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3} \cong N_D$$

Intrinzična koncentracija na $T=480 \text{ K}$ iznosi:

$$n_i = C_1 \cdot T^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E'_{G0}}{2 \cdot k \cdot T}\right) = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot (480)^{1,5} \cdot \exp\left(-\frac{1,196}{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 480}\right) = 1,71 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

I na ovoj temperaturi vrijedi da je $N_D \gg n_i$ pa je silicij u ekstrinzičnom temperaturnom području:

$$n \cong N_D = 2,46 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{(1,71 \cdot 10^{14})^2}{2,46 \cdot 10^{17}} = 1,19 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$$

ZADATAK.4. Silicij je prvo dopiran akceptorima koncentracije $N_A=1,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, a nakon toga donorima koncentracije $N_D=2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Odrediti položaj Fermijeve energije nakon prvog i drugog dopiranja na $T=300 \text{ K}$.

Rješenje:

Nakon prvog dopiranja silicij je p -tipa i na $T=300 \text{ K}$ nalazi se u ekstrinzičnom području ($N_A \gg n_i$). Vrijedi:

$$p \cong N_A = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

Uz zadanu koncentraciju, iz raspodjele šupljina u siliciju vrijedi:

$$p = N_v \cdot \exp\left(\frac{E_v - E_F}{kT}\right) = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_{Fi} - E_F}{kT}\right)$$

Iz čega se može izračunati Fermijeva energija:

$$E_F = E_v + kT \cdot \ln\left(\frac{N_v}{p}\right)$$

$$E_F = E_{Fi} - kT \cdot \ln\left(\frac{p}{n_i}\right)$$

Efektivna gustoća kvantnih stanja u valentnom pojasu iznosi:

$$N_v = C \cdot T^{3/2} = 7,07 \cdot 10^{15} \cdot (300)^{1,5} = 3,67 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

Položaj Fermijeve energije je:

$$E_F = E_v + kT \cdot \ln\left(\frac{N_v}{p}\right) = E_v + 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{3,67 \cdot 10^{19}}{1,5 \cdot 10^{15}}\right) = E_v + 0,261 \text{ eV}$$

$$E_F = E_{Fi} - kT \cdot \ln\left(\frac{p}{n_i}\right) = E_{Fi} - 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{1,5 \cdot 10^{15}}{1,45 \cdot 10^{10}}\right) = E_v + 0,299 \text{ eV}$$

Fermijeva energija nalazi se 0,261 eV iznad vrha valentnog pojasa, odnosno 0,299 eV ispod Fermijeve energije intrinzičnog silicija (E_{Fi}) koja se nalazi na sredini zabranjenog pojasa ($E_G/2$).

Nakon drugog dopiranja silicij postaje n -tip jer je $N_D > N_A$. Vrijedi da je

$$N_{Dnetto} = N_D - N_A = 2 \cdot 10^{15} - 1,5 \cdot 10^{15} = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Na $T=300 \text{ K}$ silicij je i u ovom slučaju ekstrinzičan te vrijedi:

$$n \cong N_{D_{netto}} = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Uz zadanu koncentraciju, iz raspodjele elektrona u siliciju vrijedi:

$$n = N_c \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right) = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_F - E_{Fi}}{kT}\right)$$

Položaj Fermijeve energije je:

$$E_F = E_c - kT \cdot \ln\left(\frac{N_c}{n}\right)$$

$$E_F = E_{Fi} + kT \cdot \ln\left(\frac{n}{n_i}\right)$$

Efektivna gustoća kvantnih stanja u vodljivom pojasu iznosi:

$$N_c \cong N_v = C \cdot T^{3/2} = 7,07 \cdot 10^{15} \cdot (300)^{1,5} = 3,67 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

Uz izračunatu koncentraciju elektrona položaj Fermijeve energije je:

$$E_F = E_c - kT \cdot \ln\left(\frac{N_c}{n}\right) = E_c - 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{3,67 \cdot 10^{19}}{5 \cdot 10^{14}}\right) = E_c - 0,290 \text{ eV}$$

$$E_F = E_{Fi} + kT \cdot \ln\left(\frac{n}{n_i}\right) = E_{Fi} + 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{5 \cdot 10^{14}}{1,45 \cdot 10^{10}}\right) = E_{Fi} + 0,270 \text{ eV}$$

Fermijeva energija nalazi se 0,290 eV ispod dna vodljivog pojasa, odnosno 0,270 eV iznad Fermijeve energije intrinzičnog silicija (E_{Fi}) koja se nalazi na sredini zabranjenog pojasa ($E_G/2$).

ZADATAK.5. Silicij je dopiran jednom primjesom. Fermijeva energija u nalazi se 0,2 eV od dna vodljivog pojasa. Odrediti tip poluvodiča te izračunati koncentraciju većinskih nosilaca. Odrediti tip i koncentraciju primjesa koju treba dodati u silicij da se Fermijeva energija pomakne za 0,1 eV:

- prema dnu vodljivog pojasa
- prema vrhu valentnog pojasa

Rješenje:

Zadano je $E_c - E_F = E_c - 0,2 \text{ eV}$

Za intrinzičan silicij vrijedi da je $E_c - E_{Fi} = E_c - \frac{E_G}{2} = E_c - 0,56 \text{ eV}$

Fermijeva energija nalazi se iznad sredine zabranjenog pojasa i radi se o n -tipu silicija. Koncentracija elektrona računa se prema relaciji:

$$N_c(T = 300K) = 3,67 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = N_c \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right) = 3,67 \cdot 10^{19} \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_c + 0,2}{8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300}\right) = 1,61 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

Vrijedi da je $n \gg n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ pa vrijedi:

$$N_{D1} \cong n = 1,61 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

a) Da bi se Fermijeva energija pomaknula prema dnu vodljivog pojasa treba dodati donore. Novi položaj Fermijeve energije je 0,1 eV ispod dna vodljivog pojasa:

$$E_c - E_F = E_c - 0,1 \text{ eV}$$

Nakon drugog dopiranja koncentracija elektrona treba iznositi:

$$n = N_c \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right) = 3,67 \cdot 10^{19} \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_c + 0,1}{8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300}\right) = 7,68 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

Silicij je ekstrinzičan ($n \gg n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$) i vrijedi:

$$N_{D1} + N_{D2} \cong n = 7,68 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

Iz toga slijedi da treba dodati donore koncentracije:

$$N_{D2} = n - N_{D1} = 7,68 \cdot 10^{17} - 1,61 \cdot 10^{16} = 7,52 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

b) Da bi se Fermijeva energija pomaknula prema vrhu valentnog pojasa treba dodati akceptore. Novi položaj Fermijevog nivoa je 0,3 eV ispod dna vodljivog pojasa:

$$E_c - E_F = E_c - 0,3 \text{ eV}$$

Fermijeva energija se nalazi iznad sredine zabranjenog pojasa i silicij ostaje n -tip. Koncentracija elektrona nakon dopiranja treba iznositi:

$$n = N_c \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k T}\right) = 3,67 \cdot 10^{19} \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_c + 0,3}{8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300}\right) = 3,36 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Silicij je ekstrinzičan ($n \gg n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$) i vrijedi:

$$n \cong N_{D_{\text{netto}}} = N_{D1} - N_{A2}$$

Iz čega možemo izračunati koncentraciju akceptora koju treba dodati:

$$N_{A2} = N_{D1} - n = 1,61 \cdot 10^{16} - 3,36 \cdot 10^{14} = 1,576 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

ZADATAK.6. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=300 \text{ K}$ iznosi $n=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati specifičnu vodljivost na $T=300 \text{ K}$ i $T=530 \text{ K}$. Pokretljivosti nosilaca iznose $900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Kad temperatura poraste sa 300 na 530 K pokretljivost se promijeni za 20% .

Rješenje:

Intrinzična koncentracija na $T=300 \text{ K}$ iznosi $n_i=1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Vrijedi da je $n \gg n_i$ pa zaključujemo da je silicij n -tip u ekstrinzičnom temperaturnom području. Vrijedi:

$$N_D \cong n = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{15}} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

Specifičnu vodljivost računamo prema relaciji:

$$\sigma = q \cdot (\mu_n \cdot n + \mu_p \cdot p)$$

$\mu_n=900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $\mu_p=350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ jer je $\mu_n > \mu_p$

Uz $n \gg p$ vrijedi:

$$\sigma \cong q \cdot \mu_n \cdot n = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 900 \cdot 10^{15} = 0,144 \text{ S/cm}$$

Intrinzična koncentracija na $T=530 \text{ K}$ iznosi:

$$n_i = C_1 \cdot T^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E_{G0}}{2 \cdot k T}\right) = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot (530)^{1,5} \cdot \exp\left(-\frac{1,196}{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 530}\right) = 7,74 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Na $T=530$ K više ne vrijedi da je $n \gg n_i$ pa zaključujemo da se silicij nalazi u intrinzičnom temperaturnom području. Prema tome koncentracije nosilaca iznose:

$$n = \frac{1}{2} \cdot \left[N_D + \sqrt{N_D^2 + 4 \cdot n_i^2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[10^{15} + \sqrt{(10^{15})^2 + 4 \cdot (7,74 \cdot 10^{14})^2} \right] = 1,42 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{(7,74 \cdot 10^{14})^2}{1,42 \cdot 10^{15}} = 4,2 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Više ne vrijedi $n \gg p$ pa kod računanja vodljivosti treba uzeti u obzir i elektronsku i šupljinsku komponentu vodljivosti. Pokretljivost pada s porastom temperature te vrijedi:

$$\mu_n(530 \text{ K}) = 0,8 \cdot \mu_n(300 \text{ K}) = 0,8 \cdot 900 = 720 \text{ cm}^2/\text{Vs}$$

$$\mu_p(530 \text{ K}) = 0,8 \cdot \mu_p(300 \text{ K}) = 0,8 \cdot 350 = 280 \text{ cm}^2/\text{Vs}$$

Vodljivost na $T=530$ K iznosi:

$$\sigma = q \cdot (\mu_n \cdot n + \mu_p \cdot p) = 1,6 \cdot 10^{19} \cdot (720 \cdot 1,42 \cdot 10^{15} + 280 \cdot 4,2 \cdot 10^{14}) = 0,183 \text{ S/cm}$$

ZADATAK.7. Silicij je prvo dopiran primjesama koncentracije $1,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, a nakon toga primjesama koncentracije $2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Odrediti tip prve i druge primjese tako da nakon drugog dopiranja specifična vodljivost bude

- a) najveća,
- b) najmanja.

Izračunati specifičnu vodljivost nakon drugog dopiranja na $T=300$ K za oba slučaja. Pokretljivosti iznose $900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Rješenje:

a) Specifična vodljivost će biti veća ako su primjese istog tipa jer se primjese ne kompenziraju i ukupan broj nosilaca se zbraja. Zbog veće pokretljivosti elektrona, specifična vodljivost će biti veća ako se radi o n -tipu. Prema tome najveća specifična vodljivost će biti u slučaju ako su obje primjese donorske.

$$N_1 = N_{D1}$$

$$N_2 = N_{D2}$$

Nakon drugog dopiranja ukupna koncentracija donora u siliciju iznosi:

$$N_{Duk} = N_{D1} + N_{D2} = 1,5 \cdot 10^{15} + 2 \cdot 10^{15} = 3,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

Na $T=300$ K vrijedi da je $N_{Duk} \gg n_i$ pa zaključujemo da je silicij u ekstrinzičnom temperaturnom području:

$$n \cong N_{Duk} = 3,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{3,5 \cdot 10^{15}} = 6 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

Vrijedi da je $n \gg p$ pa specifična vodljivost iznosi:

$$\sigma \cong \sigma_n = q \cdot \mu_n \cdot n = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 900 \cdot 3,5 \cdot 10^{15} = 0,504 \text{ S/cm}$$

b) Specifična vodljivost će biti manja u slučaju da su primjese suprotnog tipa jer je dio primjesa kompenziran. Zbog manje pokretljivosti šupljina nakon drugog dopiranja silicij mora biti p -tip. Prema tome veća koncentracija će se odnositi na akceptorsku, a manja na donorsku primjesu.

$$N_1 = N_{D1}$$

$$N_2 = N_{A2}$$

Nakon drugog dopiranja dio akceptora je kompenziran donorima pa imamo netto koncentraciju akceptora:

$$N_{Anetto} = N_{A2} - N_{D1} = 2 \cdot 10^{15} - 1,5 \cdot 10^{15} = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Vrijedi da je $N_{Anetto} \gg n_i$ i silicij u ekstrinzičnom temperaturnom području:

$$p \cong N_{Anetto} = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{5 \cdot 10^{14}} = 4,2 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

Vrijedi da je $p \gg n$ pa specifična vodljivost iznosi:

$$\sigma \cong \sigma_p = q \cdot \mu_p \cdot p = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 350 \cdot 5 \cdot 10^{14} = 28 \text{ mS/cm}$$

ZADATAK.8. Izračunati iznos otpora silicijske pločice duljine $10 \text{ } \mu\text{m}$ i površine presjeka $0,1 \text{ mm}^2$ na temperaturama 300 i 450 K. Pločica je dopirana s $N_A=10^{15} \text{ cm}^{-3}$ i $N_D=9 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$. Pokretljivosti nosilaca su 900 i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ (zanemariti temperaturnu ovisnost pokretljivosti nosilaca).

Rješenje:

Pločica je dopirana istovremeno s dvije primjese. Vrijedi da je $N_A > N_D$ pa zaključujemo da će nakon oba dopiranja pločica biti p -tip. Dio akceptora je kompenziran i imamo netto koncentraciju akceptora:

$$N_{Anetto} = N_A - N_D = 10^{15} - 9 \cdot 10^{14} = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Na $T=300 \text{ K}$ vrijedi $N_{Anetto} \gg n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Silicij je ekstrinzičan i vrijedi:

$$p \cong N_{Anetto} = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{14}} = 2,1 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$$

$$\sigma \cong \sigma_p = q \cdot \mu_p \cdot p = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 350 \cdot 10^{14} = 5,6 \text{ mS/cm}$$

Otpor silicijske pločice zadanih dimenzija je onda jednak:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{5,6 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-4}}{0,1 \cdot 10^{-2}} = 178,6 \text{ } \Omega$$

Napomena: Kod uvrštavanja paziti na mjerne jedinice, npr. ako je specifična vodljivost izračunata u [S/cm] onda sve dimenzije treba uvrstiti u [cm].

Na $T=450 \text{ K}$ intrinzična koncentracija iznosi:

$$n_i = C_1 \cdot T^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E'_{G0}}{2 \cdot k \cdot T}\right) = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot (450)^{1,5} \cdot \exp\left(-\frac{1,196}{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 450}\right) = 5,91 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

Na ovoj temperaturi **ne vrijedi** $N_{Anetto} \gg n_i$, odnosno silicij je u intrinzičnom temperaturnom području pa koncentracije nosilaca, specifičnu vodljivost i otpor pločice računamo na sljedeći način:

$$p = \frac{1}{2} \cdot \left[N_{Anetto} + \sqrt{N_{Anetto}^2 + 4 \cdot n_i^2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[10^{14} + \sqrt{(10^{14})^2 + 4 \cdot (5,91 \cdot 10^{13})^2} \right] = 1,274 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(5,91 \cdot 10^{13})^2}{1,274 \cdot 10^{14}} = 2,74 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

$$\sigma = q \cdot (\mu_n \cdot n + \mu_p \cdot p) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (900 \cdot 2,74 \cdot 10^{13} + 350 \cdot 1,274 \cdot 10^{14}) = 11,1 \text{ mS/cm}$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{11,1 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-4}}{0,1 \cdot 10^{-2}} = 90,3 \, \Omega$$

ZADATAK.9. Za pločicu silicija iz prethodnog zadatka izračunati kolika struja teče ako duž pločice djeluje homogeno polje iznosa $F=3,3 \text{ kV/cm}$. Koliki se pri tome napon može izmjeriti na krajevima silicijske pločice. $T=300 \text{ K}$

Rješenje:

Zadatak se može riješiti na više načina.

Jedan način je da iz iznosa polja i duljine pločice izračunamo napon koji se nalazi na krajevima otpornika:

$$U = F \cdot d = 3,3 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 3,3 \text{ V}$$

Otpor silicijske pločice na $T=300 \text{ K}$ iznosi $R=178,6 \, \Omega$ pa struju možemo jednostavno izračunati kao:

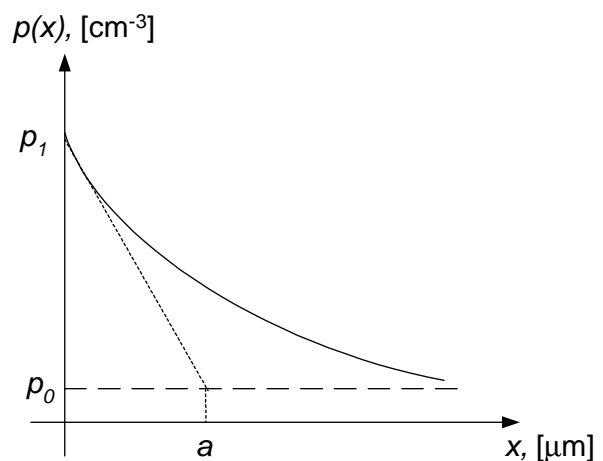
$$I = \frac{U}{R} = \frac{3,3}{179} = 18,48 \text{ mA}$$

Drugi način je da se iz specifične vodljivosti i polja izračuna driftna struja (koja uostalom teče kroz pločicu):

$$I_p = q \cdot p \cdot \mu_p \cdot S \cdot F = \sigma \cdot S \cdot F = 5,6 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \cdot 3,3 \cdot 10^3 = 18,48 \text{ mA}$$

Oba postupka svode se na korištenje Ohmovog zakona.

ZADATAK.10. Raspodjela koncentracije šupljina prikazana je na slici i može se opisati eksponencijalnom funkcijom. Izračunati gustoću struje u $x=0$. Odrediti na kojoj udaljenosti struja padne na 10% od iznosa struje u ravnini $x=0$. Zadano je $p_0=10^5 \text{ cm}^{-3}$, $p_I=5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $a=10 \, \mu\text{m}$, $\mu_p=380 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $T=300 \text{ K}$.



Rješenje:

Raspodjela koncentracije šupljina ravna se po eksponencijalnoj funkciji i može se napisati:

$$p(x) = p_0 + (p_1 - p_0) \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right)$$

Difuzijska struja jednaka je:

$$J_{Dp}(x) = -q \cdot D_p \cdot \frac{d p(x)}{d x} = -q \cdot D_p \cdot (p_1 - p_0) \exp\left(-\frac{x}{a}\right) \cdot \frac{-1}{a} = \frac{q \cdot D_p \cdot (p_1 - p_0)}{a} \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right)$$

U zadatku vrijedi da je $p_1 \gg p_0$ pa možemo napisati:

$$J_{Dp}(x) \cong \frac{q \cdot D_p \cdot p_1}{a} \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right)$$

Za zadane vrijednosti računamo struju u $x=0$:

$$D_p = \mu_p \cdot U_T = 380 \cdot \frac{300}{11600} = 9,82 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$J_{Dp}(x=0) \cong \frac{q \cdot D_p \cdot p_1}{a} \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right) = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,82 \cdot 5 \cdot 10^{12}}{10 \cdot 10^{-4}} \cdot \exp(0) = 7,86 \text{ mA/cm}^2$$

Možemo napisati za gustoću struje:

$$J_{Dp}(x) = J_{Dp}(x=0) \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right)$$

Prema tome struja će pasti na 10 % iznosa struje u $x=0$ na $x=x_1$ kod kojeg vrijedi

$$\exp\left(-\frac{x_1}{a}\right) = 0,1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -a \cdot \ln(0,1) = 23 \text{ } \mu\text{m}$$

Zadaci za vježbu

VJ.1. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija šupljina na $T=300 \text{ K}$ iznosi $p=5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentraciju elektrona i šupljina na $T=300 \text{ K}$ i $T=550 \text{ K}$.

Rješenje: $n(300 \text{ K})=4,2 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}$, $n(550 \text{ K})=3,26 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $p(550 \text{ K})=5,33 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

VJ.2. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija šupljina na $T=350$ K iznosi $p=10^7 \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentraciju elektrona i šupljina na $T=350$ K i $T=550$ K.

Rješenje: $n(350 \text{ K})=2,46 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $n(550 \text{ K})=2,46 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $p(550 \text{ K})=7,07 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$

VJ.3. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija šupljina na $T=500$ K iznosi $p=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentraciju elektrona i šupljina na $T=300$ K i $T=500$ K.

Rješenje: $n(500 \text{ K})=1,05 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $n(300 \text{ K})=2,35 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$, $p(300 \text{ K})=8,95 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$

VJ.4. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=450$ K iznosi $n=10^{12} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentraciju elektrona i šupljina na $T=300$ K i $T=450$ K.

Rješenje: $p(450 \text{ K})=3,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $n(300 \text{ K})=6,02 \cdot 10^4$, $p(300 \text{ K})=3,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

VJ.5. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=450$ K iznosi $n=10^{11} \text{ cm}^{-3}$. Odrediti tip i koncentraciju dodane primjese.

Rješenje: $N_A=3,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

VJ.6. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=350$ K iznosi $n=10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Odrediti tip i koncentraciju dodane primjese.

Rješenje: $N_D=10^{17} \text{ cm}^{-3}$

VJ.7. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija šupljina na $T=200$ °C iznosi $p=10^{13} \text{ cm}^{-3}$. Odrediti tip i koncentraciju dodane primjese.

Rješenje: $N_D=1,81 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

VJ.8. Silicij je dopiran akceptorima koncentracije $N_A=10^{15} \text{ cm}^{-3}$ i donorima koncentracije $N_D=1,25 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentracije nosilaca na temperaturama $T=300$ K i $T=473$ K.

Rješenje: $n(300 \text{ K})=2,5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $p(300 \text{ K})=8,41 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$, $n(473 \text{ K})=3,09 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $p(473 \text{ K})=5,89 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$

VJ.9. Silicij je dopiran akceptorima koncentracije $N_A=1,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ i donorima koncentracije $N_D=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentracije nosilaca na temperaturama $T=300$ K i $T=450$ K.

Rješenje: $n(300 \text{ K})=4,2 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$, $p(300 \text{ K})=5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $n(450 \text{ K})=6,9 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $p(450 \text{ K})=5,07 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$

VJ.10. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=300$ K iznosi $n=5 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$. Koji tip i koliku koncentraciju primjese treba dodati da na $T=450$ K koncentracija elektrona bude ista ($n=5 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$)

Rješenje: $N_A=6,99 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

VJ.11. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija šupljina na $T=300$ K iznosi $p=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Koji tip i koliku koncentraciju primjese treba dodati da na $T=550$ K koncentracija šupljina bude ista ($p=10^{15} \text{ cm}^{-3}$)

Rješenje: $N_D=1,74 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

VJ.12. Silicij je dopiran jednom primjesom. Fermijeva energija nalazi se 0,18 eV od dna vodljivog pojasa. Odrediti tip i koncentraciju primjese. Koji tip i koliku koncentraciju primjese treba dodati da Fermijeva energija nakon drugog dopiranja bude udaljena 0,18 eV od vrha valentnog pojasa. $T=300$ K.

Rješenje: $N_I=N_D=3,49 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $N_2=N_A=6,97 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

VJ.13. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=27^\circ\text{C}$ iznosi $n=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati specifičnu vodljivost na $T=250^\circ\text{C}$ ako su pokretljivosti na toj temperaturi $450 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $220 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Rješenje: $\sigma=0,105 \cdot \text{S/cm}$

VJ.14. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=300\text{K}$ iznosi $n=10^4 \text{ cm}^{-3}$. Izračunati specifičnu vodljivost na $T=400$ K ako su pokretljivosti na toj temperaturi $800 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $320 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Rješenje: $\sigma=1,08 \cdot \text{S/cm}$

VJ.15. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=525$ K je 10 puta veća od koncentracije šupljina. Izračunati specifičnu vodljivost na $T=300$ K, ako su pokretljivosti nosilaca $900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Rješenje: $\sigma=0,276 \cdot \text{S/cm}$

VJ.16. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=400$ K je 10^5 puta manja od koncentracije šupljina. Izračunati specifični otpor na $T=300$ K, ako su pokretljivosti nosilaca $900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Rješenje: $\rho=7,83 \cdot \Omega\text{cm}$

VJ.17. Silicij je dopiran donorima. Specifična vodljivost na $T=550$ K iznosi $0,28 \text{ S/cm}$. Odrediti koncentraciju i tip primjese koju treba dodati da specifična vodljivost na $T=300$ K ostane ista ($\sigma=0,28 \text{ S/cm}$), a silicij ostane istog tipa. Pretpostaviti da su pokretljivosti konstantne i iznose 900 i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Rješenje: $N_D=1,62 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

VJ.18. Silicij je dopiran s $N_A=10^{15} \text{ cm}^{-3}$ i $N_D=1,1 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati specifičnu vodljivost na $T=300$ i 450 K. Na $T=300$ K pokretljivosti nosilaca su 900 i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ dok se na $T=450$ K promijene za 15%

Rješenje: $\sigma(300 \text{ K})=14,4 \cdot \text{mS/cm}$, $\sigma(450 \text{ K})=16,9 \cdot \text{mS/cm}$

VJ.19. Silicij je prvo dopiran primjesama koncentracije $5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, a nakon toga primjesama koncentracije 10^{17} cm^{-3} . Odrediti tip prve i druge primjese tako da nakon drugog dopiranja specifični otpor bude

- c) najveći,
- d) najmanji.

Izračunati specifičnu vodljivost nakon drugog dopiranja na $T=300 \text{ K}$ za oba slučaja. Pokretljivosti iznose $900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Rješenje: a) $N_1=N_D, N_2=N_A, \rho=0,357 \text{ }\Omega\text{cm}$
 b) $N_1=N_D, N_2=N_D, \rho=0,046 \text{ }\Omega\text{cm}$

VJ.20. Silicijski otpornik duljine $10 \text{ }\mu\text{m}$ i poprečnog presjeka $1 \text{ }\mu\text{m}^2$ izveden je u n -tipu silicija specifične vodljivosti 100 S/cm . Izračunati struju koja poteče kroz otpornik kada se na njega priključi napon $U=1,8 \text{ V}$.

Rješenje: $I=1,8 \text{ mA}$

pn – DIODA

ZADATAK.1. Za skokoviti pn -spoj izračunati širinu osiromašenog područja na $T=300$ K u stanju ravnoteže (napon na pn spoju je $U=0$ V). Koncentracije dopanada na p i n strani su $N_A=10^{17} \text{ cm}^{-3}$ i $N_D=10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Koliki je kapacitet osiromašenog sloja ako je površina pn -spoja $S=5 \text{ } \mu\text{m}^2$?

Rješenje:

Za većinske nosioce na zadanoj temperaturi vrijedi:

$$p_{0p} \cong N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3} \quad \text{i} \quad n_{0n} \cong N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

Kontaktni potencijal iznosi:

$$U_K = U_T \cdot \ln\left(\frac{n_{0n} \cdot p_{0p}}{n_i^2}\right) = \frac{300}{11600} \cdot \ln\left(\frac{10^{16} \cdot 10^{17}}{(1,45 \cdot 10^{10})^2}\right) = 0,755 \text{ V}$$

Širina osiromašenog područja:

$$d_B = \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{q} \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right) \cdot (U_K - U)} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,854 \cdot 10^{-14} \cdot 11,7}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot \left(\frac{1}{10^{17}} + \frac{1}{10^{16}}\right) \cdot (0,755 - 0)} = 0,328 \text{ } \mu\text{m}$$

Kapacitet osiromašenog područja:

$$C_B = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d_B} = 8,854 \cdot 10^{-14} \cdot 11,7 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-8}}{0,328 \cdot 10^{-4}} = 1,58 \cdot 10^{15} \text{ F} = 1,58 \text{ fF}$$

ZADATAK.2. Koncentracije primjesa na n i p strani diode iznose $N_D=10^{17} \text{ cm}^{-3}$ i $N_A=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Parametri manjinskih nosilaca su $\mu_n=900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p=300 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\tau_n=1 \text{ } \mu\text{s}$, $\tau_p=0,5 \text{ } \mu\text{s}$. Površina pn spoja iznosi $S=1 \text{ mm}^2$. Izračunati struju zasićenja na $T=300$ K. Vrijedi $w_n \gg L_p$ i $w_p \gg L_n$. Kolika struja poteče kroz diodu kad se na nju priključi napon $U=0,5 \text{ V}$? Pretpostaviti $m=1$.

Rješenje:

Struja zasićenja za diodu s obje široke strane:

$$I_S = q \cdot S \cdot \left(D_n \cdot \frac{n_{0p}}{L_n} + D_p \cdot \frac{p_{0n}}{L_p} \right)$$

Za manjinske nosioce na p -strani računamo:

$$n_{0p} = \frac{n_i^2}{N_A} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{15}} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

$$D_n = \mu_n \cdot U_T = \mu_n \cdot \frac{T}{11600} = 900 \cdot \frac{300}{11600} = 23,28 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_n} = \sqrt{23,28 \cdot 10^{-6}} = 48,25 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 48,25 \text{ } \mu\text{m}$$

Za manjinske nosioce na n -strani računamo:

$$p_{0n} = \frac{n_i^2}{N_D} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{17}} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3}$$

$$D_p = \mu_p \cdot U_T = \mu_p \cdot \frac{T}{11600} = 300 \cdot \frac{300}{11600} = 7,76 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p} = \sqrt{7,76 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 19,7 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 19,7 \text{ } \mu\text{m}$$

Uvrštenjem u gornju jednadžbu dobivamo:

$$I_s = q \cdot S \cdot \left(D_n \cdot \frac{n_{0p}}{L_n} + D_p \cdot \frac{p_{0n}}{L_p} \right) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-2} \cdot \left(23,28 \cdot \frac{2,1 \cdot 10^5}{48,25 \cdot 10^{-4}} + 7,76 \cdot \frac{2,1 \cdot 10^3}{19,7 \cdot 10^{-4}} \right) = 1,63 \cdot 10^{-12} \text{ A}$$

Uz zadani napon kroz diodu poteče:

$$I = I_s \cdot \left(\exp\left(\frac{U}{m \cdot U_T}\right) - 1 \right) = 1,63 \cdot 10^{-12} \cdot \left(\exp\left(\frac{0,5}{1 \cdot \frac{300}{11600}}\right) - 1 \right) = 0,41 \text{ mA}$$

ZADATAK.3. Koncentracije primjesa na n i p strani diode iznose $N_D=10^{15} \text{ cm}^{-3}$ i $N_A=10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Parametri manjinskih nosilaca su $\mu_n=700 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p=350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\tau_n=0,5 \text{ } \mu\text{s}$, $\tau_p=1 \text{ } \mu\text{s}$. Površina pn spoja iznosi $S=1 \text{ mm}^2$. Izračunati struju zasićenja na $T=300 \text{ K}$. Vrijedi $L_p \gg w_n=1 \text{ } \mu\text{m}$ i $L_n \gg w_p=2 \text{ } \mu\text{m}$. Kolika struja poteče kroz diodu kad se na nju priključi napon $U=0,5 \text{ V}$? Pretpostaviti $m=1$.

Rješenje:

Struja zasićenja za diodu s obje uske strane:

$$I_S = q \cdot S \cdot \left(D_n \cdot \frac{n_{0p}}{w_p} + D_p \cdot \frac{p_{0n}}{w_n} \right)$$

Za manjinske nosioce na p -strani računamo:

$$n_{0p} = \frac{n_i^2}{N_A} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{17}} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3}$$

$$D_n = \mu_n \cdot U_T = \mu_n \cdot \frac{T}{11600} = 700 \cdot \frac{300}{11600} = 18,1 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_n} = \sqrt{18,1 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 30,1 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 30,1 \text{ } \mu\text{m} \gg w_p = 2 \text{ } \mu\text{m}$$

Za manjinske nosioce na n -strani računamo:

$$p_{0n} = \frac{n_i^2}{N_D} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{15}} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

$$D_p = \mu_p \cdot U_T = \mu_p \cdot \frac{T}{11600} = 350 \cdot \frac{300}{11600} = 9,05 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p} = \sqrt{9,05 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = 30,1 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 30,1 \text{ } \mu\text{m} \gg w_n = 1 \text{ } \mu\text{m}$$

Uvrštenjem u gornju jednadžbu dobivamo:

$$I_S = q \cdot S \cdot \left(D_n \cdot \frac{n_{0p}}{w_p} + D_p \cdot \frac{p_{0n}}{w_n} \right) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-2} \cdot \left(18,1 \cdot \frac{2,1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} + 9,05 \cdot \frac{2,1 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^{-4}} \right) = 3,1 \cdot 10^{-11} \text{ A}$$

Uz zadani napon kroz diodu poteče:

$$I = I_S \cdot \left(\exp\left(\frac{U}{m \cdot U_T}\right) - 1 \right) = 3,1 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\exp\left(\frac{0,5}{1 \cdot \frac{300}{11600}}\right) - 1 \right) = 7,72 \text{ mA}$$

ZADATAK.4. Koncentracije primjesa na n i p strani diode iznose $N_D=10^{17} \text{ cm}^{-3}$ i $N_A=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Parametri manjinskih nosilaca su $\mu_n=900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p=300 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\tau_n=1 \text{ } \mu\text{s}$, $\tau_p=0,5 \text{ } \mu\text{s}$. Površina pn spoja iznosi $S=1 \text{ mm}^2$. Izračunati struju zasićenja na $T=300 \text{ K}$. Vrijedi $L_p \gg w_n=1 \text{ } \mu\text{m}$ i $L_n \ll w_p$. Kolika struja poteče kroz diodu kad se na nju priključi napon $U=0,5 \text{ V}$? Pretpostaviti $m=1$.

Rješenje:

Zadana je dioda s uskom n stranom ($L_p \gg w_n$) i širokom p stranom ($L_n \ll w_p$). Struja zasićenja za takvu diodu je:

$$I_s = q \cdot S \cdot \left(D_n \cdot \frac{n_{0p}}{L_n} + D_p \cdot \frac{p_{0n}}{w_n} \right)$$

Za manjinske nosioce na p -strani računamo:

$$n_{0p} = \frac{n_i^2}{N_A} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{15}} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

$$D_n = \mu_n \cdot U_T = \mu_n \cdot \frac{T}{11600} = 900 \cdot \frac{300}{11600} = 23,28 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_n} = \sqrt{23,28 \cdot 10^{-6}} = 48,25 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 48,25 \text{ } \mu\text{m} \ll w_p$$

Za manjinske nosioce na n -strani računamo:

$$p_{0n} = \frac{n_i^2}{N_D} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{17}} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3}$$

$$D_p = \mu_p \cdot U_T = \mu_p \cdot \frac{T}{11600} = 300 \cdot \frac{300}{11600} = 7,76 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p} = \sqrt{7,76 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 19,7 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 19,7 \text{ } \mu\text{m} \gg w_n = 1 \text{ } \mu\text{m}$$

Uvrštenjem u gornju jednadžbu dobivamo:

$$I_s = q \cdot S \cdot \left(D_n \cdot \frac{n_{0p}}{L_n} + D_p \cdot \frac{p_{0n}}{w_n} \right) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-2} \cdot \left(23,28 \cdot \frac{2,1 \cdot 10^5}{48,25 \cdot 10^{-4}} + 7,76 \cdot \frac{2,1 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^{-4}} \right) = 1,88 \cdot 10^{-12} \text{ A}$$

Uz zadani napon kroz diodu poteče:

$$I = I_s \cdot \left(\exp\left(\frac{U}{m \cdot U_T}\right) - 1 \right) = 1,88 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\exp\left(\frac{0,5}{1 \cdot \frac{300}{11600}}\right) - 1 \right) = 4,68 \text{ mA}$$

ZADATAK.5. Koncentracije primjesa na n i p strani diode iznose $N_D=10^{15} \text{ cm}^{-3}$ i $N_A=10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Parametri manjinskih nosilaca su $\mu_n=700 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p=350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\tau_n=0,5 \text{ } \mu\text{s}$, $\tau_p=1 \text{ } \mu\text{s}$. Površina pn spoja iznosi $S=1 \text{ mm}^2$. Izračunati struju zasićenja na $T=300 \text{ K}$. Vrijedi $L_p \ll w_n \text{ } \mu\text{m}$ i $L_n \gg w_p=1 \text{ } \mu\text{m}$. Kolika struja poteče kroz diodu kad se na nju priključi napon $U=0,5 \text{ V}$? Pretpostaviti $m=1$.

Rješenje:

Zadana je dioda s uskom p stranom ($L_n \gg w_p$) i širokom n stranom ($L_p \ll w_n$). Struja zasićenja za takvu diodu je:

$$I_s = q \cdot S \cdot \left(D_n \cdot \frac{n_{0p}}{w_p} + D_p \cdot \frac{p_{0n}}{L_p} \right)$$

Za manjinske nosioce na p -strani računamo:

$$n_{0p} = \frac{n_i^2}{N_A} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{17}} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3}$$

$$D_n = \mu_n \cdot U_T = \mu_n \cdot \frac{T}{11600} = 700 \cdot \frac{300}{11600} = 18,1 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_n} = \sqrt{18,1 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 30,1 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 30,1 \text{ } \mu\text{m} \gg w_p = 1 \text{ } \mu\text{m}$$

Za manjinske nosioce na n -strani računamo:

$$p_{0n} = \frac{n_i^2}{N_D} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{15}} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

$$D_p = \mu_p \cdot U_T = \mu_p \cdot \frac{T}{11600} = 350 \cdot \frac{300}{11600} = 9,05 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p} = \sqrt{9,05 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = 30,1 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 30,1 \text{ } \mu\text{m} \ll w_n$$

Uvrštenjem u gornju jednadžbu dobivamo:

$$I_s = q \cdot S \cdot \left(D_n \cdot \frac{n_{0p}}{w_p} + D_p \cdot \frac{p_{0n}}{L_p} \right) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-2} \cdot \left(18,1 \cdot \frac{2,1 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^{-4}} + 9,05 \cdot \frac{2,1 \cdot 10^5}{30,1 \cdot 10^{-4}} \right) = 1,62 \cdot 10^{-12} \text{ A}$$

Uz zadani napon kroz diodu poteče:

$$I = I_s \cdot \left(\exp\left(\frac{U}{m \cdot U_T}\right) - 1 \right) = 1,62 \cdot 10^{-12} \cdot \left(\exp\left(\frac{0,5}{1 \cdot \frac{300}{11600}}\right) - 1 \right) = 0,404 \text{ mA}$$

ZADATAK.6. Koncentracije primjesa na n i p strani diode iznose $N_D=10^{17} \text{ cm}^{-3}$ i $N_A=5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Parametri manjinskih nosilaca su $\mu_n=850 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p=300 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\tau_n=1,2 \text{ }\mu\text{s}$, $\tau_p=0,8 \text{ }\mu\text{s}$. Površina pn spoja iznosi $S=1 \text{ mm}^2$. Izračunati struju zasićenja na $T=300 \text{ K}$. Vrijedi $L_p \gg w_n=1 \text{ }\mu\text{m}$ i $L_n \gg w_p=2 \text{ }\mu\text{m}$. Izračunati dinamički otpor uz priključene propusne napone $U=0,5 \text{ V}$ i $U=50 \text{ mV}$? Nacrtati raspodjele manjinskih nosilaca za priključen napon $U=0,5 \text{ V}$. Pretpostaviti $m=1$.

Struja zasićenja za diodu s obje uske strane:

$$I_S = q \cdot S \cdot \left(D_n \cdot \frac{n_{0p}}{w_p} + D_p \cdot \frac{p_{0n}}{w_n} \right)$$

Za manjinske nosioce na p -strani računamo:

$$n_{0p} = \frac{n_i^2}{N_A} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{5 \cdot 10^{15}} = 4,2 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

$$D_n = \mu_n \cdot U_T = \mu_n \cdot \frac{T}{11600} = 850 \cdot \frac{300}{11600} = 21,98 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_n} = \sqrt{21,98 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6}} = 51,36 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 51,36 \text{ }\mu\text{m} \gg w_p = 2 \text{ }\mu\text{m}$$

Za manjinske nosioce na n -strani računamo:

$$p_{0n} = \frac{n_i^2}{N_D} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{17}} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3}$$

$$D_p = \mu_p \cdot U_T = \mu_p \cdot \frac{T}{11600} = 300 \cdot \frac{300}{11600} = 7,76 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p} = \sqrt{7,76 \cdot 0,8 \cdot 10^{-6}} = 24,9 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 24,9 \text{ }\mu\text{m} \gg w_n = 1 \text{ }\mu\text{m}$$

Uvrštenjem u gornju jednadžbu dobivamo:

$$I_S = q \cdot S \cdot \left(D_n \cdot \frac{n_{0p}}{w_p} + D_p \cdot \frac{p_{0n}}{w_n} \right) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-2} \cdot \left(21,98 \cdot \frac{4,2 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^{-4}} + 7,76 \cdot \frac{2,1 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^{-4}} \right) = 7,65 \cdot 10^{-12} \text{ A}$$

Strujno naponska karakteristika opisana je Shockley-evom jednadžbom:

$$I = I_S \cdot \left(\exp\left(\frac{U}{m \cdot U_T}\right) - 1 \right)$$

Dinamički otpor je definiran kao

$$r_d = \frac{dU}{dI} = \frac{1}{\frac{dI}{dU}} = \frac{1}{I_s \cdot \exp\left(\frac{U}{m \cdot U_T}\right) \cdot \frac{1}{U_T}} = \frac{U_T}{I_s \cdot \exp\left(\frac{U}{m \cdot U_T}\right) - I_s + I_s} = \frac{U_T}{I + I_s}$$

Uz priključen napon $U=0,5$ V struja kroz diodu je:

$$I = I_s \cdot \left(\exp\left(\frac{U}{m \cdot U_T}\right) - 1 \right) = 7,65 \cdot 10^{-12} \left(\exp\left(\frac{0,5}{1 \cdot \frac{300}{11600}}\right) - 1 \right) = 1,91 \text{ mA}$$

$I \gg I_s$ pa vrijedi

$$r_d \cong \frac{U_T}{I} = \frac{\frac{300}{11600}}{1,91 \cdot 10^{-3}} = 13,6 \text{ } \Omega$$

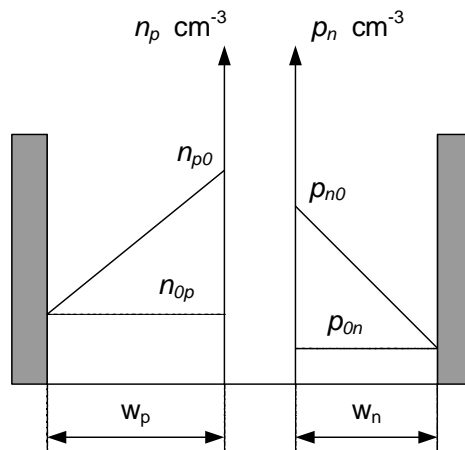
Uz priključen napon $U=50$ mV struja kroz diodu je:

$$I = I_s \cdot \left(\exp\left(\frac{U}{m \cdot U_T}\right) - 1 \right) = 7,65 \cdot 10^{-12} \left(\exp\left(\frac{0,05}{1 \cdot \frac{300}{11600}}\right) - 1 \right) = 4,523 \cdot 10^{-11} \text{ A}$$

U ovom slučaju ne vrijedi $I \gg I_s$ ($U < 3 \cdot U_T$) pa dinamički otpor računamo:

$$r_d = \frac{U_T}{I + I_s} = \frac{\frac{300}{11600}}{4,523 \cdot 10^{-11} + 7,65 \cdot 10^{-12}} = 489 \text{ M}\Omega$$

Raspodjele manjinskih nosilaca za napon propusne polarizacije prikazan je na slici.



Ravnotežne koncentracije manjinskih nosilaca su prije izračunati i iznose

$$n_{0p} = 4,2 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3} \quad \text{i} \quad p_{0n} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3}$$

Rubne koncentracije računaju se preko Boltzmannovih relacija:

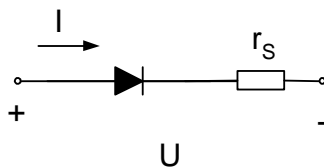
$$n_{p0} = n_{0p} \cdot \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) = 4,2 \cdot 10^4 \cdot \exp\left(\frac{0,5}{\frac{300}{11600}}\right) = 1,046 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

$$p_{n0} = p_{0n} \cdot \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) = 2,1 \cdot 10^3 \cdot \exp\left(\frac{0,5}{\frac{300}{11600}}\right) = 5,231 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$$

ZADATAK.7. Struja zasićenja neke pn -diode na $T=300$ K iznosi 1 pA. Serijski otpor neutralnih p i n strana iznose redom 2 i 8 Ω . Koliki napon treba priključiti na stezaljke diode da na zadanoj temperaturi kroz nju poteče struja 1 mA.

Rješenje:

Realnu diodu možemo prikazati kao idealnu diodu kojoj je u seriju spojen serijski otpor:



Shockley-eva jednačba uz $m=1$ opisuje strujno naponsku karakteristiku idealne diode. Uz zadanu struju dio vanjskog napona bit će na pn -spoju (idealna dioda), a dio na serijskom otporu diode. Možemo napisati:

$$U = U_D + I \cdot R_s$$

U_D možemo uz zadanu struju izračunati iz Shockley-eve jednačbe

$$U_D = U_T \cdot \ln\left(\frac{I}{I_s} + 1\right) = \frac{300}{11600} \cdot \ln\left(\frac{10^{-3}}{10^{-12}} + 1\right) = 0,536 \text{ V}$$

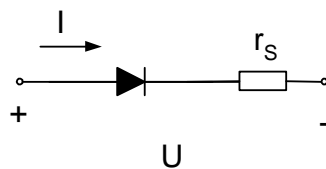
Napon koji treba priključiti jednak je

$$U = U_D + I \cdot R_S = 0,536 + 10^{-3} \cdot 10 = 0,546 \text{ V}$$

ZADATAK.8. Struja zasićenja neke *pn*-diode iznosi 1 pA. Serijski otpor diode iznosi 10 Ω. Koliki napon moramo priključiti na diodu da bi potekla struja $i_D = 1,5 \text{ [mA]} + 0,25 \sin(\omega t) \text{ [mA]}$? Uzeti $U_T = 25 \text{ mV}$.

Rješenje:

Realnu diodu u statičkim uvjetima rada (za istosmjerne napone) možemo prikazati sljedećim nadomjesnim sklopom



Istosmjerni napon na diodi jednak je

$$U = U_D + I \cdot R_S = U_T \cdot \ln\left(\frac{I}{I_S} + 1\right) + I \cdot R_S = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{10^{-12}} + 1\right) + 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 0,543 \text{ V}$$

Za mali izmjenični signal idealnu diodu predstavljamo dinamičkim otporom i gornja shema izgleda:



Dinamički otpor iznosi

$$r_d \cong \frac{U_T}{I} = \frac{25 \cdot 10^{-3}}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 16,67 \text{ } \Omega$$

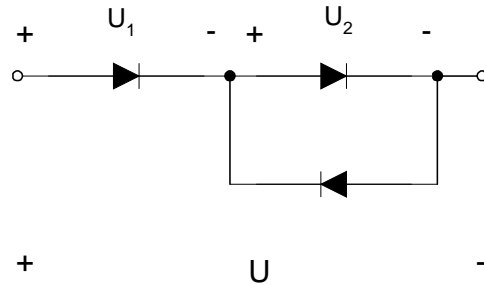
Izmjenična komponenta struje generirat će na vanjskim priključcima diode napon:

$$u_d = i_d \cdot (r_d + R_S) = 0,25 \cdot 10^{-3} \cdot (16,67 + 10) = 6,67 \text{ mV}$$

Prema tome na stezaljke diode treba priključiti napon:

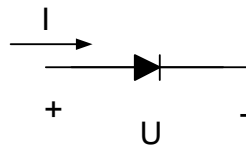
$$u_D = 0,543 \text{ [V]} + 6,67 \cdot \sin(\omega t) \text{ [mV]}$$

ZADATAK.9. Na spoj dioda priključen je napon $U=60$ mV. Izračunati napone U_1 i U_2 ako su diode jednakih karakteristika i imaju rstruju zasićenja $I_S=10$ pA. Uzeti $U_T= 25$ mV i $m=1$.

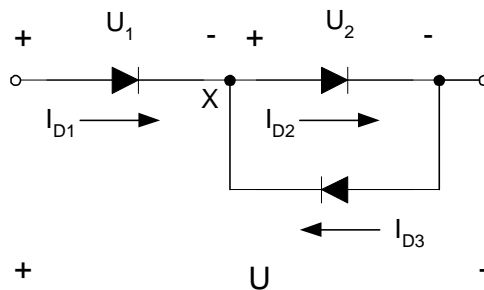


Rješenje:

Shockley-eva jednađžba opisuje strujno-naponsku karakteristiku diode i napisana je za sljedeći polaritet napona i smjer struje:



Prema tome za gornji spoj dioda možemo označiti struje:



Pojedine struje možemo napisati kao (zbog $U < 3 \cdot U_T$ jedinice u Shockley-evoj jednađžbi ne smiju se zanemariti):

$$I_{D1} = I_S \cdot \left[\exp\left(\frac{U_1}{U_T}\right) - 1 \right]$$

$$I_{D2} = I_S \cdot \left[\exp\left(\frac{U_2}{U_T}\right) - 1 \right]$$

$$I_{D3} = I_S \cdot \left[\exp\left(\frac{-U_2}{U_T}\right) - 1 \right]$$

Za čvor X možemo napisati:

$$I_{D1} + I_{D3} = I_{D2}$$

Za napone vrijedi:

$$U = U_1 + U_2 \quad \Rightarrow \quad U_1 = U - U_2$$

Uvrštenjem struja dobivamo:

$$I_S \cdot \left[\exp\left(\frac{U - U_1}{U_T}\right) - 1 \right] + I_S \cdot \left[\exp\left(\frac{-U_2}{U_T}\right) - 1 \right] = I_S \cdot \left[\exp\left(\frac{U_2}{U_T}\right) - 1 \right]$$

I_S su jednake pa se može napisati:

$$\frac{\exp\left(\frac{U}{U_T}\right)}{\exp\left(\frac{U_1}{U_T}\right)} - 1 + \frac{1}{\exp\left(\frac{U_2}{U_T}\right)} - 1 = \exp\left(\frac{U_2}{U_T}\right) - 1$$

Uz supstituciju $\exp\left(\frac{U_2}{U_T}\right) = x$ gornja jednačba prelazi u:

$$\frac{\exp\left(\frac{U}{U_T}\right)}{x} + \frac{1}{x} = x + 1,$$

odnosno

$$x^2 + x - \left(\exp\left(\frac{U}{U_T}\right) + 1 \right) = 0$$

Uvrštenjem U dobivamo:

$$x^2 + x - 12 = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} x_1 &= 3 \\ x_2 &= -4 \end{aligned}$$

Prihvatljivo rješenje je $x_1=3$ što daje:

$$\exp\left(\frac{U_2}{U_T}\right) = 3 \quad \Rightarrow \quad U_2 = 27,47 \text{ mV}, \quad U_1 = 32,53 \text{ mV}$$

Zadaci za vježbu

VJ.1. Za skokoviti pn -spoj izračunati širinu osiromašenog područja na $T=300$ K u stanju ravnoteže (napon na pn spoju je $U=0$ V). Koncentracije dopanada na p i n strani su $N_A=5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ i $N_D=10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Koliki je kapacitet osiromašenog sloja ako je površina pn -spoja $S=25 \text{ } \mu\text{m}^2$?

Rješenje: $d_B=0,324 \text{ } \mu\text{m}$, $C_B=7,98 \text{ fF}$

VJ.2. Za skokoviti pn -spoj izračunati širinu osiromašenog područja na $T=300$ K uz napon na pn spoju $U= - 3$ V. Koncentracije dopanada na p i n strani su $N_A=5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ i $N_D=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Koliki je kapacitet osiromašenog sloja ako je površina pn -spoja $S=50 \text{ } \mu\text{m}^2$?

Rješenje: $d_B=2,2 \text{ } \mu\text{m}$, $C_B=2,35 \text{ fF}$

VJ.3. Za skokoviti pn -spoj izračunati širinu osiromašenog područja na $T=300$ K uz napon na pn spoju $U=0,3$ V. Koncentracije dopanada na p i n strani su $N_A=5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ i $N_D=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Koliki je kapacitet osiromašenog sloja ako je površina pn -spoja $S=50 \text{ } \mu\text{m}^2$?

Rješenje: $d_B=0,71 \text{ } \mu\text{m}$, $C_B=7,34 \text{ fF}$

VJ.4. Za skokoviti pn -spoj izračunati širinu osiromašenog područja na $T=350$ K u stanju ravnoteže (napon na pn spoju je $U=0$ V). Koncentracije dopanada na p i n strani su $N_A=5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ i $N_D=5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Koliki je kapacitet osiromašenog sloja ako je površina pn -spoja $S=100 \text{ } \mu\text{m}^2$?

Rješenje: $d_B=0,43 \text{ } \mu\text{m}$, $C_B=24,3 \text{ fF}$

VJ.5. Za skokoviti pn -spoj izračunati širinu osiromašenog područja na $T=350$ K uz na pn spoju $U= - 2$ V. Koncentracije dopanada na p i n strani su $N_A=5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ i $N_D=5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Koliki je kapacitet osiromašenog sloja ako je površina pn -spoja $S=100 \text{ } \mu\text{m}^2$?

Rješenje: $d_B=0,84 \text{ } \mu\text{m}$, $C_B=12,34 \text{ fF}$

VJ.6. Koncentracije primjesa na n i p strani diode iznose $N_D=5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ i $N_A=10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Parametri manjinskih nosilaca su $\mu_n=800 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p=280 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\tau_n=0,8 \text{ } \mu\text{s}$, $\tau_p=0,5 \text{ } \mu\text{s}$. Površina pn spoja iznosi $S=1 \text{ mm}^2$. Izračunati struju zasićenja na $T=300$ K. Vrijedi $w_n \gg L_p$ i $w_p \gg L_n$. Kolika struja poteče kroz diodu kad se na nju priključi napon $U=0,6$ V? Pretpostaviti $m=1$

Rješenje: $I_S=1,74 \cdot 10^{-13} \text{ A}$, $I=2,1 \text{ mA}$

VJ.7. Koncentracije primjesa na n i p strani diode iznose $N_D=5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ i $N_A=10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Parametri manjinskih nosilaca su $\mu_n=800 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p=280 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\tau_n=0,8 \text{ } \mu\text{s}$, $\tau_p=0,5 \text{ } \mu\text{s}$. Površina pn spoja iznosi $S=1 \text{ mm}^2$. Izračunati struju zasićenja na $T=350$ K. Vrijedi $w_n \gg L_p$ i $w_p \gg L_n$. Kolika struja poteče kroz diodu kad se na nju priključi napon $U=0,6$ V? Pretpostaviti $m=1$

Rješenje: $I_S=2,2 \cdot 10^{-10}$ A, $I=94,8$ mA

VJ.8. Koncentracije primjesa na n i p strani diode iznose $N_D=5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ i $N_A=10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Parametri manjinskih nosilaca su $\mu_n=700 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p=320 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\tau_n=0,5 \text{ } \mu\text{s}$, $\tau_p=0,8 \text{ } \mu\text{s}$. Površina pn spoja iznosi $S=0,1 \text{ mm}^2$. Izračunati struju zasićenja na $T=300 \text{ K}$. Vrijedi $L_p \gg w_n=1,5 \text{ } \mu\text{m}$ i $L_n \gg w_p=2 \text{ } \mu\text{m}$. Kolika struja poteče kroz diodu kad se na nju priključi napon $U=0,5 \text{ V}$? Pretpostaviti $m=1$.

Rješenje: $I_S=4,02 \cdot 10^{-13}$ A, $I=0,1$ mA

VJ.9. Koncentracije primjesa na n i p strani diode iznose $N_D=5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ i $N_A=10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Parametri manjinskih nosilaca su $\mu_n=600 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p=300 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\tau_n=0,5 \text{ } \mu\text{s}$, $\tau_p=0,8 \text{ } \mu\text{s}$. Površina pn spoja iznosi $S=0,1 \text{ mm}^2$. Izračunati struju zasićenja na $T=350 \text{ K}$. Vrijedi $L_p \gg w_n=1,5 \text{ } \mu\text{m}$ i $L_n \gg w_p=2 \text{ } \mu\text{m}$. Kolika struja poteče kroz diodu kad se na nju priključi napon $U=0,5 \text{ V}$? Pretpostaviti $m=1$.

Rješenje: $I_S=5,1 \cdot 10^{-10}$ A, $I=8$ mA

VJ.10. Koncentracije primjesa na n i p strani diode iznose $N_D=5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ i $N_A=10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Parametri manjinskih nosilaca su $\mu_n=800 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p=280 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\tau_n=0,8 \text{ } \mu\text{s}$, $\tau_p=0,4 \text{ } \mu\text{s}$. Površina pn spoja iznosi $S=0,1 \text{ mm}^2$. Izračunati struju zasićenja na $T=300 \text{ K}$. Vrijedi $L_p \gg w_n=2 \text{ } \mu\text{m}$ i $L_n \ll w_p$. Kolika struja poteče kroz diodu kad se na nju priključi napon $U=0,5 \text{ V}$? Pretpostaviti $m=1$.

Rješenje: $I_S=1,95 \cdot 10^{-14}$ A, $I=4,87 \text{ } \mu\text{A}$

VJ.11. Koncentracije primjesa na n i p strani diode iznose $N_D=10^{16} \text{ cm}^{-3}$ i $N_A=5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Parametri manjinskih nosilaca su $\mu_n=500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p=350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\tau_n=0,4 \text{ } \mu\text{s}$, $\tau_p=0,8 \text{ } \mu\text{s}$. Površina pn spoja iznosi $S=0,1 \text{ mm}^2$. Izračunati struju zasićenja na $T=300 \text{ K}$. Vrijedi $L_p \gg w_n=2 \text{ } \mu\text{m}$ i $L_n \ll w_p$. Kolika struja poteče kroz diodu kad se na nju priključi napon $U=0,5 \text{ V}$? Pretpostaviti $m=1$.

Rješenje: $I_S=1,53 \cdot 10^{-13}$ A, $I=38 \text{ } \mu\text{A}$

VJ.12. Koncentracije primjesa na n i p strani diode iznose $N_D=5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ i $N_A=5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Parametri manjinskih nosilaca su $\mu_n=500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p=300 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\tau_n=0,5 \text{ } \mu\text{s}$, $\tau_p=1 \text{ } \mu\text{s}$. Površina pn spoja iznosi $S=0,1 \text{ mm}^2$. Izračunati struju zasićenja na $T=300 \text{ K}$. Vrijedi $L_p \ll w_n \text{ } \mu\text{m}$ i $L_n \gg w_p=1 \text{ } \mu\text{m}$. Kolika struja poteče kroz diodu kad se na nju priključi napon $U=0,5 \text{ V}$? Pretpostaviti $m=1$.

Rješenje: $I_S=2,74 \cdot 10^{-14}$ A, $I=6,84 \text{ } \mu\text{A}$

VJ.13. Koncentracije primjesa na n i p strani diode iznose $N_D=5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ i $N_A=5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Parametri manjinskih nosilaca su $\mu_n=400 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p=250 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\tau_n=0,5 \text{ } \mu\text{s}$, $\tau_p=1 \text{ } \mu\text{s}$. Površina pn spoja iznosi $S=0,1 \text{ mm}^2$. Izračunati struju zasićenja na $T=350 \text{ K}$. Vrijedi

$L_p \ll w_n$ μm i $L_n \gg w_p = 1 \mu\text{m}$. Kolika struja poteće kroz diodu kad se na nju priključi napon $U = 0,5 \text{ V}$? Pretpostaviti $m = 1$.

Rješenje: $I_s = 3,11 \cdot 10^{-11} \text{ A}$, $I = 0,49 \text{ mA}$

VJ.14. Struja zasićenja neke pn -diode iznosi 10 pA . Serijski otpor neutralnih p i n strana iznose redom 5 i 10Ω . Koliki napon treba priključiti na stezaljke diode da kroz nju poteće struja 10 mA . $T = 300 \text{ K}$.

Rješenje: $U = 0,686 \text{ V}$

VJ.15. Struja zasićenja neke pn -diode na $T = 350$ iznosi 1 nA . Serijski otpor neutralnih p i n strana iznose redom 5 i 10Ω . Koliki napon treba priključiti na stezaljke diode da na zadanoj temperaturi kroz nju poteće struja 10 mA .

Rješenje: $U = 0,636 \text{ V}$

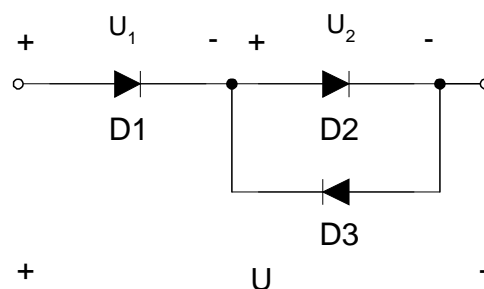
VJ.16. Struja zasićenja neke pn -diode iznosi 10 pA . Serijski otpor diode iznosi 15Ω . Koliki napon moramo priključiti na diodu da bi potekla struja $i_D = 1,5 [mA] + 0,25 \sin(\omega t) [mA]$? Uzeti $T = 300 \text{ K}$.

Rješenje: $u_D = 0,509 [V] + 8,1 \cdot \sin(\omega t) [mV]$

VJ.17. Struja zasićenja neke pn -diode iznosi 10 pA . Serijski otpor diode iznosi 12Ω . Koliki napon moramo priključiti na diodu da bi potekla struja $i_D = 2,5 [mA] + 0,35 \sin(\omega t) [mA]$? Uzeti $T = 300 \text{ K}$.

Rješenje: $u_D = 0,53 [V] + 7,8 \cdot \sin(\omega t) [mV]$

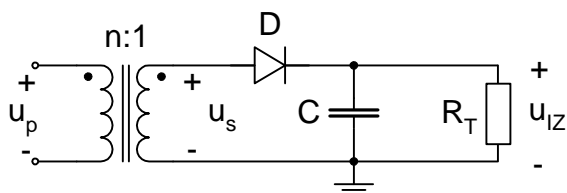
VJ.18. Na spoj dioda priključen je napon $U = 65 \text{ mV}$. Izračunati napone U_1 i U_2 ako za struje zasićenja dioda vrijedi $I_{S1} = I_{S2} = 10 \text{ pA}$ i $I_{S3} = 20 \text{ pA}$. Uzeti $U_T = 25 \text{ mV}$ i $m = 1$.



Rješenje: $U_2 = 27,94 \text{ mV}$; $U_1 = 37,06 \text{ mV}$

SKLOPOVI S DIODOM

ZADATAK.1. Za poluvalni ispravljač s kapacitivnim opterećenjem izračunati srednju vrijednost napona trošila U_{IZ} i faktor valovitosti r . Zadano je $R_T=100\Omega$, $C=2,2\text{mF}$, efektivni napon primara $U_{pef}=230\text{V}$, frekvencija napona primara $f=50\text{Hz}$ i omjer transformacije transformatora $n=25$.



Rješenje:

Amplituda napona na sekundaru jednaka je:

$$U_{sm} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_{pef}}{n} = \frac{\sqrt{2} \cdot 230}{25} = 13\text{V}$$

$$U_{izm} = U_{sm} = 13\text{V}$$

$$\tau = R_T C = 100 \cdot 2,2 \cdot 10^{-3} = 220 \text{ ms}$$

$$T = 1 / f = 1 / 50 = 20 \text{ ms}$$

Amplituda napona valovitosti na trošilu je:

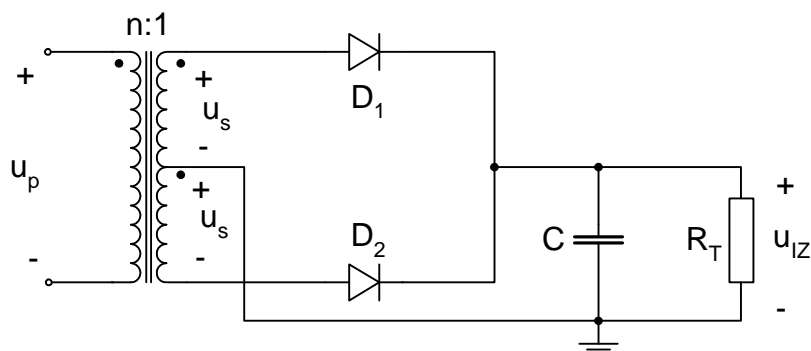
$$U_{izvm} = U_{izm} \frac{T}{2\tau} = 13 \cdot \frac{20}{2 \cdot 220} = 591 \text{ mV}$$

$$U_{IZ} = U_{izm} - U_{izvm} = 13 - 0,591 = 12,42 \text{ V}$$

$$U_{izvef} = \frac{U_{izvm}}{\sqrt{3}} = \frac{591}{\sqrt{3}} = 341 \text{ mV}$$

$$r = \frac{U_{izvef}}{U_{IZ}} = \frac{0,341}{12,42} = 0,0275$$

ZADATAK.2. Za punovalni ispravljač s dvije diode s kapacitivnim opterećenjem izračunati srednju vrijednost napona trošila U_{IZ} i faktor valovitosti r . Zadano je $R_T=50\Omega$, $C=4,7\text{mF}$, efektivni napon primara $U_{pef}=230\text{V}$, frekvencija napona primara $f=50\text{Hz}$ i omjer transformacije transformatora $n=30$.



Rješenje:

Amplituda napona na sekundaru jednaka je:

$$U_{sm} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_{pef}}{n} = \frac{\sqrt{2} \cdot 230}{30} = 10,84\text{V}$$

$$U_{izm} = U_{sm} = 10,84\text{V}$$

$$\tau = R_T C = 50 \cdot 4,7 \cdot 10^{-3} = 235 \text{ ms}$$

$$T = 1 / f = 1 / 50 = 20 \text{ ms}$$

Amplituda napona valovitosti na trošilu je:

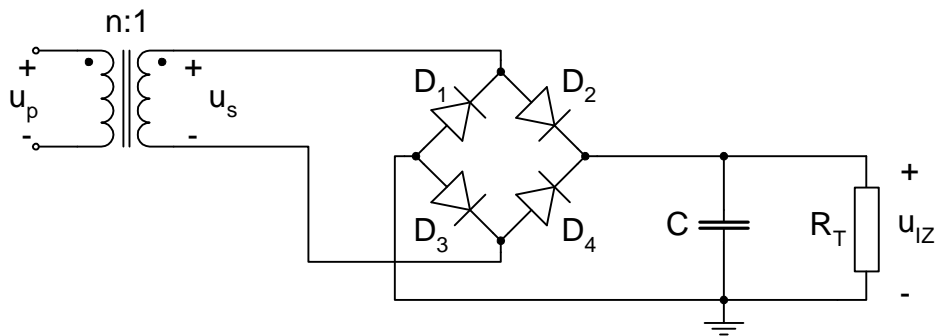
$$U_{izvm} = U_{izm} \frac{T}{4\tau} = 10,84 \cdot \frac{20}{4 \cdot 235} = 230,7 \text{ mV}$$

$$U_{IZ} = U_{izm} - U_{izvm} = 10,84 - 0,2307 = 10,61 \text{ V}$$

$$U_{izvef} = \frac{U_{izvm}}{\sqrt{3}} = \frac{230,7}{\sqrt{3}} = 133 \text{ mV}$$

$$r = \frac{U_{izvef}}{U_{IZ}} = \frac{0,133}{10,61} = 0,0126$$

ZADATAK.3. Za punovalni ispravljač u Graetzovom spoju odrediti C i srednju vrijednost napona trošila U_{IZ} tako da faktor valovitosti iznosi $r=10^{-3}$. Zadano je $R_T=1k\Omega$, amplituda napona primara $U_{pm}=250V$, frekvencija napona primara $f=50Hz$ i omjer transformacije transformatora $n=10$.



Rješenje:

Amplituda napona na sekundaru jednaka je:

$$U_{sm} = \frac{U_{pm}}{n} = \frac{250}{10} = 25V$$

$$U_{izm} = U_{sm} = 25V$$

Faktor valovitosti se može izračunati prema izrazu:

$$r = \frac{U_{izvef}}{U_{IZ}} = 10^{-3}$$

gdje je U_{izvef} efektivna vrijednost napona valovitosti:

$$U_{izvef} = \frac{U_{izm} \frac{T}{4C \cdot R_T}}{\sqrt{3}} = \frac{U_{izm}}{4\sqrt{3} \cdot C \cdot R_T \cdot f}$$

i U_{IZ} srednja vrijednost izlaznog napona:

$$U_{IZ} = U_{izm} - U_{izvm} = U_{izm} - U_{izm} \frac{1}{4 \cdot C \cdot R_T \cdot f} = U_{izm} \frac{4 \cdot C \cdot R_T \cdot f - 1}{4 \cdot C \cdot R_T \cdot f}$$

Uvrštavanjem dvaju predhodnih izraza u izraz za faktor valovitosti dobivamo:

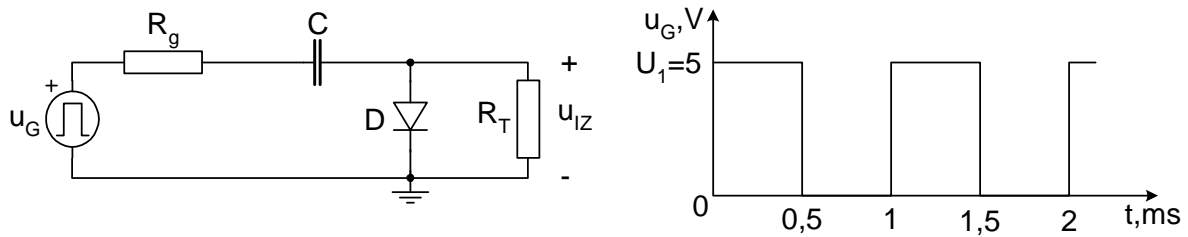
$$r = \frac{\frac{U_{izm}}{4\sqrt{3} \cdot C \cdot R_T \cdot f}}{\frac{U_{izm} (4 \cdot C \cdot R_T \cdot f - 1)}{4 \cdot C \cdot R_T \cdot f}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{4 \cdot C \cdot R_T \cdot f - 1} = 10^{-3}$$

Iz gornjeg izraza slijedi:

$$C = \frac{1 + \sqrt{3} \cdot r}{4\sqrt{3} \cdot r \cdot R_T \cdot f} = \frac{1 + \sqrt{3} \cdot 10^{-3}}{4\sqrt{3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 \cdot 50} = 2,89 \text{ mF}$$

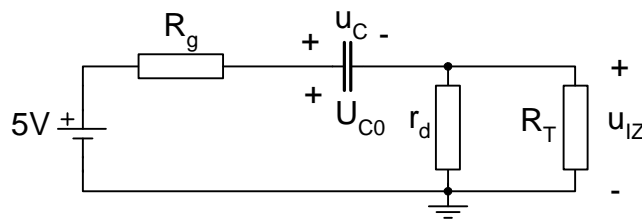
Srednja vrijednost izlaznog napona iznosi $U_{IZ}=24,96\text{V}$.

ZADATAK.4. Analizirati odziv restauratora na napon u_G . U istom dijagramu nacrtati napon u_G i izlazni napon u_{IZ} . Zadano je: $R_g=50\Omega$, $C=100\text{nF}$, $R_T=10\text{k}\Omega$ i dinamički otpor diode $r_d=10\Omega$. Napon na kondenzatoru u $t=0\text{ms}$ je $U_{C0}=0\text{V}$. Analizirati prijelaznu pojavu.



Rješenje:

U trenutku $t=0_+$ napon $u_G=5\text{V}$ te se mreža može prikazati slikom:



Ako analiziramo paralelni spoj otpora r_d i R_T možemo zaključiti da je $r_d \parallel R_T = r_d$ jer je $r_d \ll R_T$. U daljnjem ćemo tekstu to uzeti u obzir.

Iz gornje slike u trenutku $t=0^+$ naponi iznose:

$$u_G(0_+) = 5 \text{ V}$$

$$u_C(0_+) = U_{C0} = 0 \text{ V}$$

$$u_{IZ}(0_+) = U_{IZ0} = \frac{r_d}{r_d + R_g} \cdot (U_1 - U_{C0}) = \frac{10}{10 + 50} (5 - 0) = 0,833 \text{ V}$$

Za napon na kondenzatoru u vremenu od 0ms do 0,5ms vrijedi:

$$u_C(t) = U_{C0} + (U_1 - U_{C0}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$$

gdje je τ_1 vremenska konstanta mreže i iznosi $\tau_1 = C \cdot (R_g + r_d) = 100 \cdot 10^{-9} \cdot (50 + 10) = 6 \mu\text{s}$.

Napon na izlazu može se prikazati sljedećim izrazom:

$$u_{IZ}(t) = \frac{r_d}{r_d + R_g} \cdot (U_1 - u_C(t)) = \frac{r_d}{r_d + R_g} \cdot \left(U_1 - U_{C0} - (U_1 - U_{C0}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right) \right) = \frac{r_d}{r_d + R_g} \cdot (U_1 - U_{C0}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$

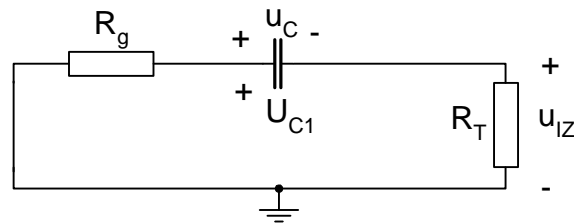
U trenutku $t=0,5_-$ iznosi napona su sljedeći:

$$u_G(0,5_-) = 5V$$

$$u_C(0,5_-) = U_{C1} = 0 + (5 - 0) \cdot \left(1 - e^{-\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-6}}} \right) = 5V$$

$$u_{IZ}(0,5_-) = U_{IZ1} = \frac{10}{10 + 50} \cdot (5 - 0) \cdot e^{-\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-6}}} = 0V$$

U trenutku $t=0,5_+$ napon u_G padne s 5V na 0V i dioda je zaporno polarizirana ($r_d \sim \infty$). Nadomjesna shema sklopa sada je



Prema tome naponi u trenutku $t=0,5_+$ iznose:

$$u_G(0,5_+) = 0V$$

$$u_C(0,5_+) = U_{C2} = U_{C1} = 5V$$

$$u_{IZ}(0,5_+) = U_{IZ2} = \frac{R_T}{R_T + R_g} \cdot (-U_{C2}) = \frac{10000}{10000 + 50} \cdot (-5) = -4,975V$$

Za napon na kondenzatoru u vremenu od 0,5ms do 1ms vrijedi:

$$u_C(t) = U_{C2} + (0 - U_{C2}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-0,5 \cdot 10^{-3}}{\tau_2}} \right) = U_{C2} \cdot e^{-\frac{t-0,5 \cdot 10^{-3}}{\tau_2}}$$

gdje je τ_2 vremenska konstanta mreže i iznosi

$$\tau_2 = C \cdot (R_g + R_T) = 100 \cdot 10^{-9} \cdot (50 + 10000) = 1,005ms.$$

Napon na izlazu može se prikazati sljedećim izrazom:

$$u_{IZ}(t) = \frac{R_T}{R_T + R_g} \cdot (-u_C(t)) = -\frac{R_T}{R_T + R_g} \cdot U_{C2} \cdot e^{-\frac{t-0,5 \cdot 10^{-3}}{\tau_2}}$$

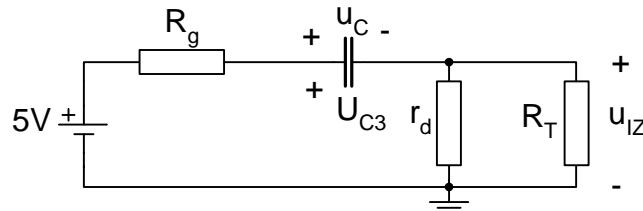
U trenutku $t=1_-$ iznosi napona su sljedeći:

$$u_G(1_-) = 0V$$

$$u_C(1_-) = U_{C3} = 5 \cdot e^{-\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{1,005 \cdot 10^{-3}}} = 3,04V$$

$$u_{IZ}(1_-) = U_{IZ3} = -\frac{10000}{10000 + 50} \cdot 5 \cdot e^{-\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{1,005 \cdot 10^{-3}}} = 3,025V$$

U trenutku $t=1_+$ napon u_G poraste s 0V na 5V, dioda vodi i mreža se može prikazati slikom:



Prema tome naponi u trenutku $t=1_+$ iznose:

$$u_G(1_+) = 5V$$

$$u_C(1_+) = U_{C4} = U_{C3} = 3,04V$$

$$u_{IZ}(1_+) = U_{IZ4} = \frac{r_d}{r_d + R_g} \cdot (U_1 - U_{C3}) = \frac{10}{10 + 50} \cdot (5 - 3,04) = 0,33V$$

Za napon na kondenzatoru u vremenu od 1ms do 1,5ms vrijedi:

$$u_C(t) = U_{C4} + (U_1 - U_{C4}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-10^{-3}}{\tau_1}} \right)$$

Napon na izlazu može se prikazati sljedećim izrazom:

$$u_{IZ}(t) = \frac{r_d}{r_d + R_g} \cdot (U_1 - U_{C4}) \cdot e^{-\frac{t-10^{-3}}{\tau_1}}$$

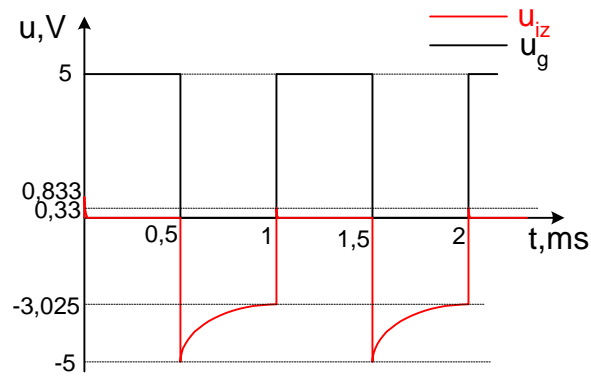
U trenutku $t=1,5_-$ iznosi napona su sljedeći:

$$u_G(1,5_-) = 5V$$

$$u_C(1,5_-) = U_{C5} = 3,04 + (5 - 3,04) \cdot \left(1 - e^{-\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-6}}} \right) = 5V$$

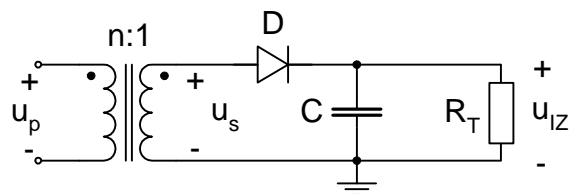
$$u_{IZ}(1,5_-) = U_{IZ5} = \frac{10}{10 + 50} \cdot (5 - 3,04) \cdot e^{-\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-6}}} = 0V$$

Naponi U_{C1} i U_{C5} (U_{IZ1} i U_{IZ5}) jednaki su što znači da smo došli u stacionarno stanje i tu ćemo završiti analizu jer će se u slučaju daljnjeg računanja rezultati ponavljati.



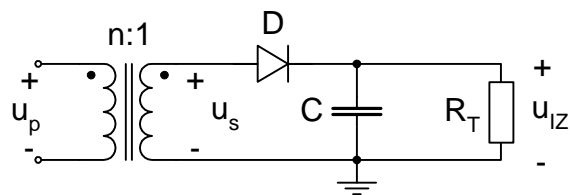
Zadaci za vježbu

VJ.1. Za poluvalni ispravljač odrediti C i srednju vrijednost napona trošila U_{IZ} tako da faktor valovitosti iznosi $r=10^{-3}$. Zadano je $R_T=1\text{k}\Omega$, amplituda napona primara $U_{pm}=250\text{V}$, frekvencija napona primara $f=50\text{Hz}$ i omjer transformacije transformatora $n=10$.



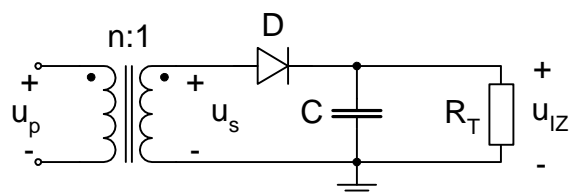
Rješenje: $C=5,8\text{mF}$; $U_{IZ}=24,96\text{V}$

VJ.2. Za poluvalni ispravljač odrediti C i faktor valovitosti iznosi r tako da srednja vrijednost napona trošila bude $U_{IZ}=21\text{V}$. Zadano je $R_T=560\Omega$, efektivni napon primara $U_{pef}=150\text{V}$, frekvencija napona primara $f=50\text{Hz}$ i omjer transformacije transformatora $n=10$.



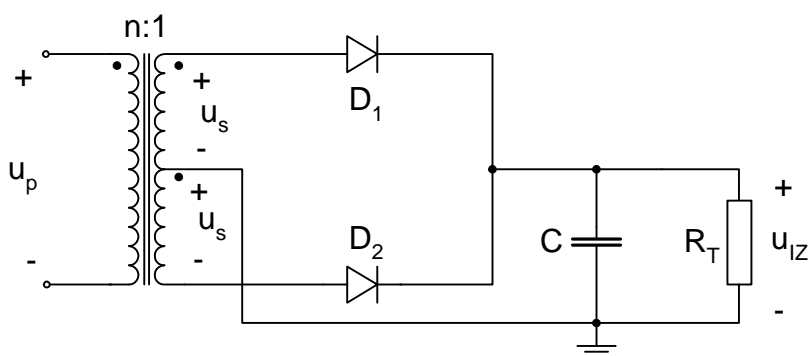
Rješenje: $C=1,8\text{mF}$; $r=0,005862\text{V}$

VJ.3. Za poluvalni ispravljač s kapacitivnim opterećenjem izračunati srednju vrijednost napona trošila U_{IZ} i faktor valovitosti r . Zadano je $R_T=220\Omega$, $C=1\text{mF}$, amplituda napona primara $U_{pm}=325\text{V}$, frekvencija napona primara $f=50\text{Hz}$ i omjer transformacije transformatora $n=20$.



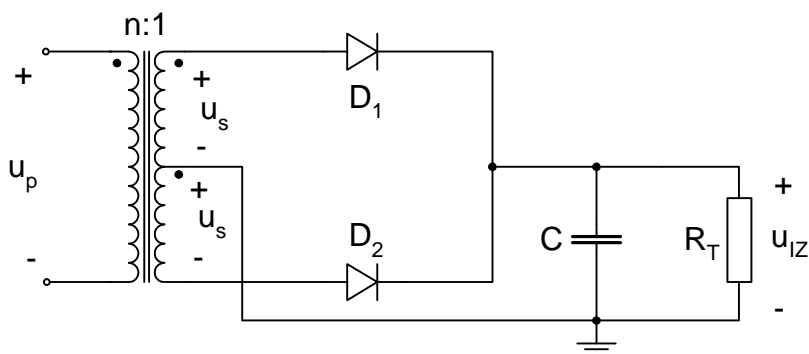
Rješenje: $r=0,0275$; $U_{IZ}=15,52\text{V}$

VJ.4. Za punovalni ispravljač s dvije diode odrediti C i srednju vrijednost napona trošila U_{IZ} tako da faktor valovitosti iznosi $r=10^{-3}$. Zadano je $R_T=1k\Omega$, amplituda napona primara $U_{pm}=250V$, frekvencija napona primara $f=50Hz$ i omjer transformacije transformatora $n=10$.



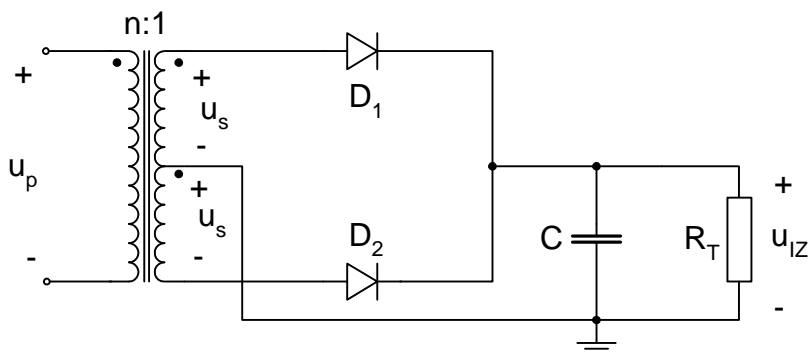
Rješenje: $C=2,9mF$; $U_{IZ}=24,96V$

VJ.5. Za punovalni ispravljač s dvije diode odrediti C i faktor valovitosti iznosi r tako da srednja vrijednost napona trošila bude $U_{IZ}=21V$. Zadano je $R_T=560\Omega$, efektivni napon primara $U_{pef}=150V$, frekvencija napona primara $f=50Hz$ i omjer transformacije transformatora $n=10$.



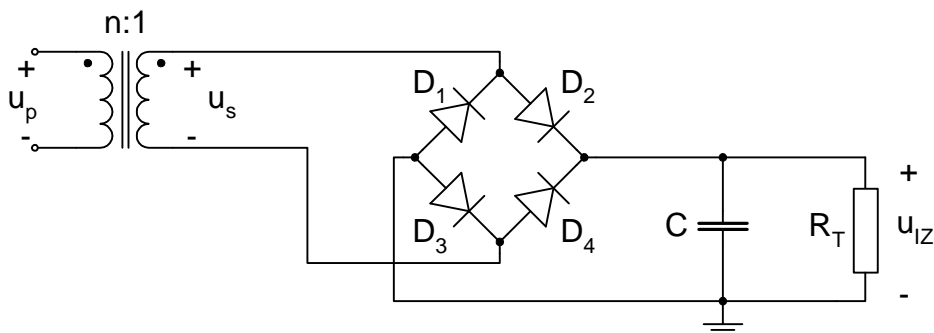
Rješenje: $C=888\mu F$; $r=0,005862V$

VJ.6. Za punovalni ispravljač s dvije diode s kapacitivnim opterećenjem izračunati srednju vrijednost napona trošila U_{IZ} i faktor valovitosti r . Zadano je $R_T=220\Omega$, $C=1mF$, amplituda napona primara $U_{pm}=325V$, frekvencija napona primara $f=50Hz$ i omjer transformacije transformatora $n=20$.



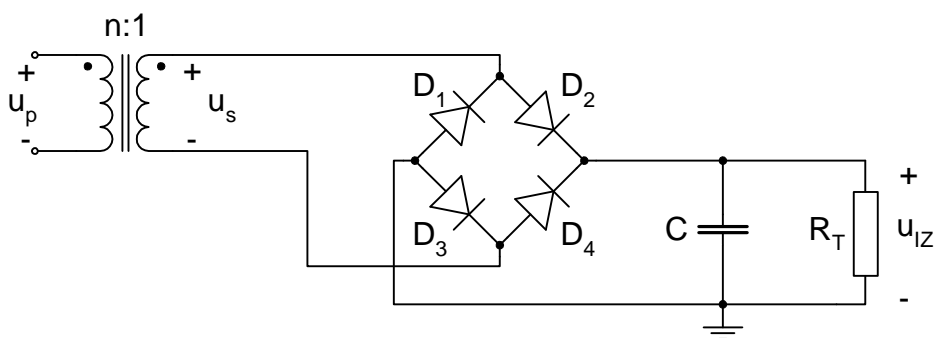
Rješenje: $r=0,0134$; $U_{IZ}=15,89V$

VJ.7. Za punovalni ispravljač u Graetzovom spoju odrediti C i srednju vrijednost napona trošila U_{IZ} tako da faktor valovitosti iznosi $r=0,005$. Zadano je $R_T=330\Omega$, amplituda napona primara $U_{pm}=150V$, frekvencija napona primara $f=50Hz$ i omjer transformacije transformatora $n=15$.



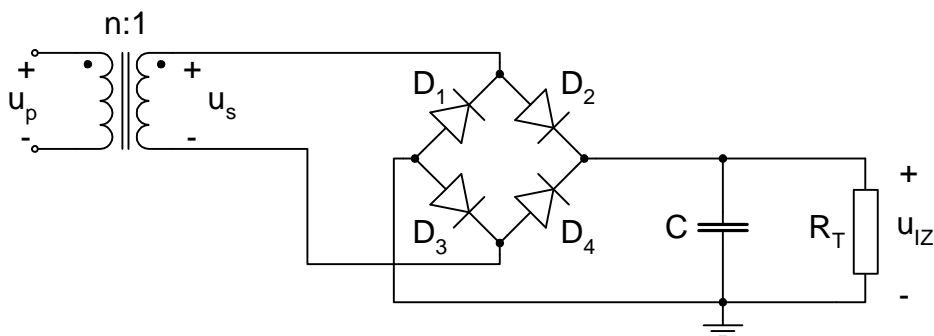
Rješenje: $C=1,8mF$; $U_{IZ}=9,91V$

VJ.8. Za punovalni ispravljač u Graetzovom spoju odrediti C i faktor valovitosti iznosi r tako da srednja vrijednost napona trošila bude $U_{IZ} = 11V$. Zadano je $R_T=300\Omega$, amplituda napona primara $U_{pm}=350V$, frekvencija napona primara $f=50Hz$ i omjer transformacije transformatora $n=30$.



Rješenje: $C=292\mu F$; $r=0,0035V$

VJ.9. Za punovalni ispravljač u Graetzovom spoju s kapacitivnim opterećenjem izračunati srednju vrijednost napona trošila U_{IZ} i faktor valovitosti r . Zadano je $R_T=500\Omega$, $C=4,7mF$, amplituda napona primara $U_{pm}=250V$, frekvencija napona primara $f=50Hz$ i omjer transformacije transformatora $n=25$.

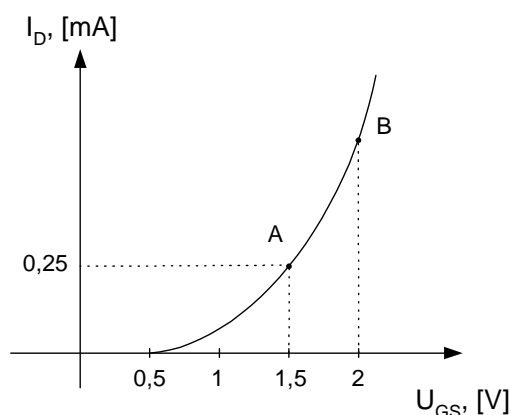


Rješenje: $r=0,0012$; $U_{IZ}=9,98V$

Unipolarni tranzistori - MOSFET

ZADATAK.1. Prijenosna karakteristika MOSFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- Kolika je struja u točki B



Rješenje:

a)

Kako U_{GS} postaje pozitivniji I_D raste \rightarrow radi se o n -kanalnom MOSFET-u

Napon praga (vidi se na karakteristici) iznosi $U_{GS0}=0,5$ V. Uz napon $U_{GS}=0$ V kanal nije formiran ($I_D=0$) \rightarrow obogaćeni tip (radi samo s jednim predznakom napona upravljačke elektrode)

b) U točki A vrijedi:

$$I_{DA} = 0,25 \text{ mA}, \quad U_{GSA} = 1,5 \text{ V}$$

Iz karakteristike se još može očitati napon praga

$$U_{GS0} = 0,5 \text{ V}$$

U zasićenju vrijedi:

$$I_D = \frac{K}{2} \cdot (U_{GS} - U_{GS0})^2$$

Pa iz podataka za točku A možemo izračunati konstantu MOSFET-a:

$$K = \frac{2 \cdot I_{DA}}{(U_{GSA} - U_{GS0})^2} = \frac{2 \cdot 0,25}{(1,5 - 0,5)^2} = 0,5 \text{ mA/V}^2$$

Za točku B vrijedi da je

$$U_{GSB} = 2 \text{ V}$$

Konstantu MOSFET-a i U_{GS0} znamo iz točke A pa možemo izračunati struju:

$$I_{DB} = \frac{K}{2} \cdot (U_{GSB} - U_{GS0})^2 = \frac{0,5}{2} \cdot (2 - 0,5)^2 = 0,5625 \text{ mA}$$

Napomena:

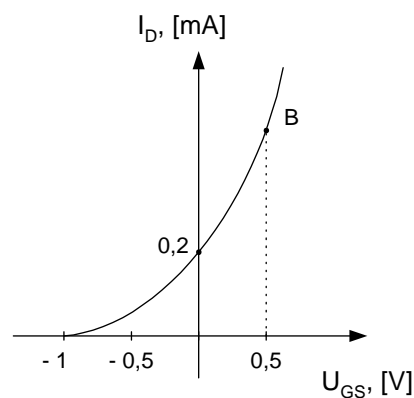
prijenosne karakteristike crtaju se za konstantni napon U_{DS}

$$I_{IZ} = f(U_{UL}) \Big|_{U_{IZ} = \text{konst.}} \quad \text{odnosno} \quad I_D = f(U_{GS}) \Big|_{U_{DS} = \text{konst.}}$$

Prema tome, faktor λ nam nije interesantan kod proračuna struja iz prijenosnih karakteristika jer je faktor $(1 + \lambda \cdot U_{DS})$ konstantan za sve točke na karakteristici.

ZADATAK.2. Prijenosna karakteristika MOSFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- Kolika je struja u točki B



Rješenje:

a)

Kako U_{GS} postaje pozitivniji I_D raste \rightarrow radi se o n -kanalnom MOSFET-u

Napon praga (vidi se na karakteristici) iznosi $U_{GS0} = -1 \text{ V}$. Uz napon $U_{GS} = 0 \text{ V}$ kanal je formiran ($I_D = 0,2 \text{ mA}$) \rightarrow osiromašeni tip (radi s dva predznaka napona upravljačke elektrode)

b) Prva radna točka je

$$I_D = 0,2 \text{ mA}, \quad U_{GS} = 0 \text{ V}$$

Iz karakteristike se još može očitati napon praga

$$U_{GS0} = -1 \text{ V}$$

U zasićenju vrijedi:

$$I_D = \frac{K}{2} \cdot (U_{GS} - U_{GS0})^2$$

Pa iz podataka za točku A možemo izračunati konstantu MOSFET-a:

$$K = \frac{2 \cdot I_D}{(U_{GS} - U_{GS0})^2} = \frac{2 \cdot 0,2}{(0 - (-1))^2} = 0,4 \text{ mA/V}^2$$

Za točku B vrijedi da je

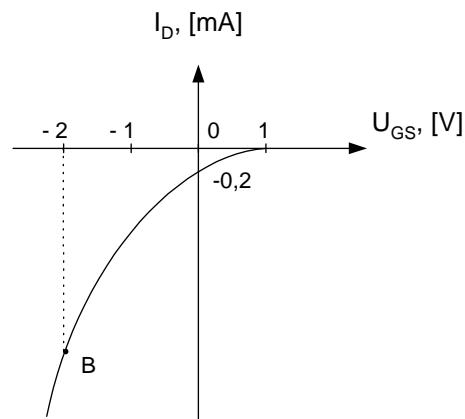
$$U_{GSB} = 0,5 \text{ V}$$

Konstantu MOSFET-a i U_{GS0} znamo iz točke A pa možemo izračunati struju:

$$I_{DB} = \frac{K}{2} \cdot (U_{GSB} - U_{GS0})^2 = \frac{0,4}{2} \cdot (0,5 - (-1))^2 = 0,45 \text{ mA}$$

ZADATAK.3. Prijenosna karakteristika MOSFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

- c) Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- d) Kolika je struja u točki B



Rješenje:

a)

Kako U_{GS} postaje negativniji iznos struje I_D raste \rightarrow radi se o p -kanalnom MOSFET-u

Napon praga (vidi se na karakteristici) iznosi $U_{GS0}=1$ V. Uz napon $U_{GS}=0$ V kanal je formiran ($I_D = -0,2$ mA) \rightarrow osiromašeni tip (radi s dva predznaka napona upravljačke elektrode)

b) Prva radna točka je

$$I_D = -0,2 \text{ mA}, \quad U_{GS} = 0 \text{ V}$$

Iz karakteristike se još može očitati napon praga

$$U_{GS0} = 1 \text{ V}$$

U zasićenju vrijedi:

$$I_D = \frac{K}{2} \cdot (U_{GS} - U_{GS0})^2$$

Pa iz podataka za točku A možemo izračunati konstantu MOSFET-a:

$$K = \frac{2 \cdot I_D}{(U_{GS} - U_{GS0})^2} = \frac{2 \cdot (-0,2)}{(0 - 1)^2} = -0,4 \text{ mA/V}^2$$

Za točku B vrijedi da je

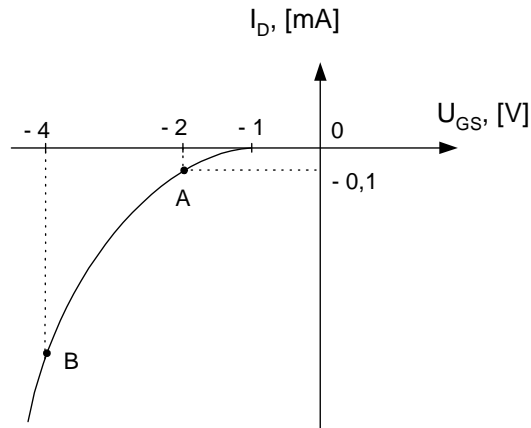
$$U_{GSB} = -2 \text{ V}$$

Konstantu MOSFET-a i U_{GS0} znamo iz točke A pa možemo izračunati struju:

$$I_{DB} = \frac{K}{2} \cdot (U_{GSB} - U_{GS0})^2 = \frac{-0,4}{2} \cdot (-2 - 1)^2 = -1,8 \text{ mA}$$

ZADATAK.4. Prijenosna karakteristika MOSFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

- e) Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- f) Kolika je struja u točki B



Rješenje:

a)

Kako U_{GS} postaje negativniji iznos struje I_D raste \rightarrow radi se o p -kanalnom MOSFET-u

Napon praga (vidi se na karakteristici) iznosi $U_{GS0} = -1$ V. Uz napon $U_{GS} = 0$ V kanal nije formiran ($I_D = 0$ mA) \rightarrow obogaćeni tip (radi s jednim predznakom napona upravljačke elektrode)

b) U točki A vrijedi:

$$I_{DA} = -0,1 \text{ mA}, \quad U_{GS} = -2 \text{ V}$$

Iz karakteristike se još može očitati napon praga

$$U_{GS0} = -1 \text{ V}$$

U zasićenju vrijedi:

$$I_D = \frac{K}{2} \cdot (U_{GS} - U_{GS0})^2$$

Pa iz podataka za točku A možemo izračunati konstantu MOSFET-a:

$$K = \frac{2 \cdot I_D}{(U_{GS} - U_{GS0})^2} = \frac{2 \cdot (-0,1)}{(-2 - (-1))^2} = -0,2 \text{ mA/V}^2$$

Za točku B vrijedi da je

$$U_{GSB} = -4 \text{ V}$$

Konstantu MOSFET-a i U_{GS0} znamo iz točke A pa možemo izračunati struju:

$$I_{DB} = \frac{K}{2} \cdot (U_{GSB} - U_{GS0})^2 = \frac{-0,2}{2} \cdot (-4 - (-1))^2 = -0,9 \text{ mA}$$

ZADATAK.5. Za n -kanalni MOSFET uz $U_{DS}=3\text{ V}$ i $U_{GS}-U_{GS0}=1\text{ V}$ struja odvoda iznosi $I_D=0,5\text{ mA}$. Kolika struja odvoda teče ako uz isti U_{GS} napon U_{DS} padne na $0,5\text{ V}$. Pretpostaviti $\lambda=0$.

Rješenje:

U prvoj zadanoj točki vrijedi:

$$I_D = 0,5\text{ mA}$$

$$U_{DS} = 3\text{ V} > U_{GS} - U_{GS0} = 1\text{ V} \quad \rightarrow \quad \text{MOSFET je u području zasićenja}$$

Uz $\lambda=0$ u zasićenju za struju odvoda vrijedi:

$$I_D = \frac{K}{2} \cdot (U_{GS} - U_{GS0})^2$$

Iz čega možemo izračunati konstantu MOSFET-a

$$K = \frac{2 \cdot I_D}{(U_{GS} - U_{GS0})^2} = \frac{2 \cdot (0,5)}{1^2} = 1\text{ mA/V}^2$$

U drugoj zadanoj točki vrijedi:

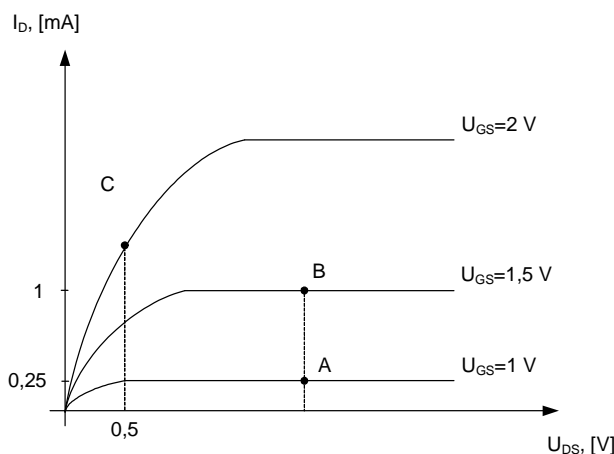
$$U_{DS} = 0,5\text{ V} < U_{GS} - U_{GS0} = 1\text{ V} \quad \rightarrow \quad \text{MOSFET je u triodnom području}$$

Za struju odvoda u zadanoj točki računamo:

$$I_D = K \cdot \left[(U_{GS} - U_{GS0}) \cdot U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2} \right] = 1 \cdot \left[1 \cdot 0,5 - \frac{0,5^2}{2} \right] = 0,375\text{ mA}$$

ZADATAK.6. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Pretpostaviti $\lambda=0$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- odrediti struju u točki C



Rješenje:

a) Kako U_{GS} postaje pozitivniji I_D raste \rightarrow radi se o n -kanalnom MOSFET-u

b) Za točku A imamo:

$$I_{DA} = 0,25 \text{ mA}, \quad U_{GSA} = 1 \text{ V}$$

Za točku B imamo:

$$I_{DB} = 1 \text{ mA}, \quad U_{GSB} = 1,5 \text{ V}$$

Objektočke se nalaze u području zasićenja te za struje odvoda pišemo:

$$I_{DA} = \frac{K}{2} \cdot (U_{GSA} - U_{GS0})^2 \quad (1)$$

$$I_{DB} = \frac{K}{2} \cdot (U_{GSB} - U_{GS0})^2 \quad (2)$$

Imamo dvije jednačbe s dvije nepoznanice – K i U_{GS0}

Ako npr. podijelimo (1) i (2) te izvadimo korijen dobijemo:

$$(U_{GSB} - U_{GS0}) \cdot \sqrt{\frac{I_{DA}}{I_{DB}}} = (U_{GSA} - U_{GS0})$$

Nakon kraćeg računa možemo dobiti

$$U_{GS0} = \frac{U_{GSA} - U_{GSB} \cdot \sqrt{\frac{I_{DA}}{I_{DB}}}}{\left(1 - \sqrt{\frac{I_{DA}}{I_{DB}}}\right)} = \frac{1 - 1,5 \cdot \sqrt{0,25}}{1 - \sqrt{0,25}} = \frac{0,25}{0,5} = 0,5 \text{ V}$$

Napon praga je $U_{GS0} = 0,5 \text{ V}$ odnosno uz $U_{GS} = 0 \text{ V}$ kanal nije formiran te u ovom trenutku možemo zaključiti da se radi o **MOSFET-u obogaćenog tipa**.

Npr. iz (1) možemo izračunati konstantu MOSFET-a:

$$K = \frac{2 \cdot I_{DA}}{(U_{GSA} - U_{GS0})^2} = \frac{2 \cdot (0,25)}{(1 - 0,5)^2} = 2 \text{ mA/V}^2$$

Točka C je u triodnom području što se vidi iz izlazne karakteristike:

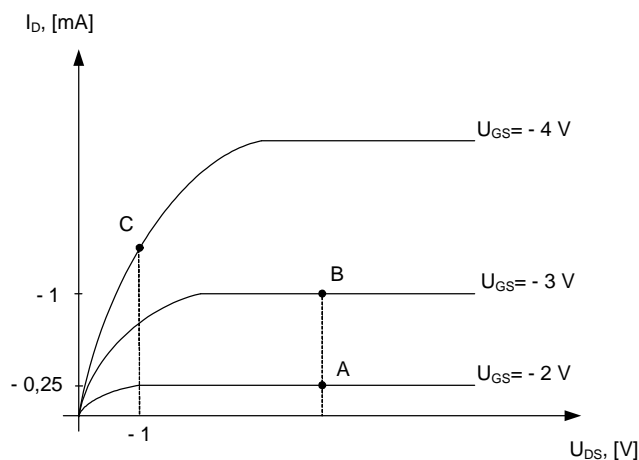
$$U_{DS} = 0,5 \text{ V} < U_{GS} - U_{GS0} = 2 - 0,5 = 1,5 \text{ V} \rightarrow \text{triodno područje}$$

Struja u točki C je:

$$I_{DC} = K \cdot \left[(U_{GS} - U_{GS0}) \cdot U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2} \right] = 2 \cdot \left[(2 - 0,5) \cdot 0,5 - \frac{0,5^2}{2} \right] = 1,25 \text{ mA}$$

ZADATAK.7. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Pretpostaviti $\lambda=0$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- Odrediti struju u točki C



Rješenje:

a) Kako U_{GS} postaje negativniji I_D raste \rightarrow radi se o p -kanalnom MOSFET-u

b) Za točku A imamo:

$$I_{DA} = -0,25 \text{ mA}, \quad U_{GSA} = -2 \text{ V}$$

Za točku B imamo:

$$I_{DB} = -1 \text{ mA}, \quad U_{GSB} = -3 \text{ V}$$

Obje točke se nalaze u području zasićenja te za struje odvoda pišemo:

$$I_{DA} = \frac{K}{2} \cdot (U_{GSA} - U_{GS0})^2 \quad (1)$$

$$I_{DB} = \frac{K}{2} \cdot (U_{GSB} - U_{GS0})^2 \quad (2)$$

Imamo dvije jednačbe s dvije nepoznanice – K i U_{GS0}

Ako npr. podijelimo (1) i (2) te izvadimo korijen dobijemo:

$$(U_{GSB} - U_{GS0}) \cdot \sqrt{\frac{I_{DA}}{I_{DB}}} = (U_{GSA} - U_{GS0})$$

Nakon kraćeg računa možemo dobiti

$$U_{GS0} = \frac{U_{GSA} - U_{GSB} \cdot \sqrt{\frac{I_{DA}}{I_{DB}}}}{\left(1 - \sqrt{\frac{I_{DA}}{I_{DB}}}\right)} = \frac{-2 - (-3) \cdot \sqrt{0,25}}{1 - \sqrt{0,25}} = \frac{-0,5}{0,5} = -1 \text{ V}$$

Napon praga je $U_{GS0} = -1 \text{ V}$ odnosno uz $U_{GS} = 0 \text{ V}$ kanal nije formiran te u ovom trenutku možemo zaključiti da se radi o **MOSFET-u obogaćenog tipa**.

Npr. iz (1) možemo izračunati konstantu MOSFET-a:

$$K = \frac{2 \cdot I_{DA}}{(U_{GSA} - U_{GS0})^2} = \frac{2 \cdot (-0,25)}{(-2 - (-1))^2} = -0,5 \text{ mA/V}^2$$

Točka C je u triodnom području što se vidi iz izlazne karakteristike:

$$|U_{DS}| < |U_{GS} - U_{GS0}| \rightarrow \text{triodno područje}$$

$$|-0,5 \text{ V}| < |-4 - (-1)| = |-3 \text{ V}|$$

Struja u točki C je:

$$I_{DC} = K \cdot \left[(U_{GS} - U_{GS0}) \cdot U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2} \right] = -0,5 \cdot \left[(-4 - (-1)) \cdot (-1) - \frac{(-1)^2}{2} \right] = -1,25 \text{ mA}$$

ZADATAK.8. Projektirati n -kanalni MOSFET tako da strmina tranzistora u zasićenju uz $U_{GS} = 1,5 \text{ V}$ iznosi $g_m = 1 \text{ mA/V}$, a da pri tome kapacitet upravljačke elektrode bude $C_G < 10 \text{ fF}$. Napon praga iznosi $U_{GS0} = 0,5 \text{ V}$, debljina oksida je $t_{ox} = 25 \text{ nm}$, a pokretljivost elektrona u kanalu $\mu_n = 380 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Rješenje:

Potrebno je odrediti duljinu i širinu kanala. Strmina tranzistora u zasićenju jednaka je:

$$g_m = K \cdot (U_{GS} - U_{GS0})$$

Da bi postigli zadanu strminu uz zadani ulazni napon (U_{GS}) treba nam MOSFET koji ima konstantu:

$$K = \frac{g_m}{(U_{GS} - U_{GS0})} = \frac{1}{1,5 - 0,5} = 1 \text{ mA/V}^2$$

Konstanta MOSFET-a može se izračunati iz tehnoloških parametara i ovisi o dimenzijama kanala preko kojih se može podesiti:

$$K = \mu_n \cdot \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \cdot \frac{W}{L}$$

Drugi zahtjev je da kapacitet upravljačke elektrode bude $C_G < 10 \text{ fF}$. Za kapacitet vrijedi:

$$C_G = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \cdot W \cdot L = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \cdot \frac{W}{L} \cdot L^2 = \frac{K}{\mu_n} \cdot L^2$$

Iz toga slijeda da za zadani kapacitet duljina kanala mora biti:

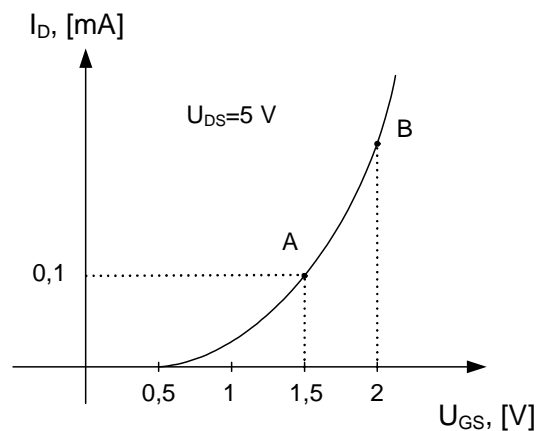
$$L = \sqrt{\frac{\mu_n \cdot C_G}{K}} = \sqrt{\frac{380 \cdot 10 \cdot 10^{-15}}{10^{-3}}} = 0,616 \text{ } \mu\text{m}$$

Iz jedne od gornje dvije jednačbe možemo izračunati širinu kanala:

$$W = \frac{C_G \cdot t_{ox}}{\epsilon_{ox} \cdot L} = \frac{10 \cdot 10^{-15} \cdot 0,025 \cdot 10^{-4}}{3,9 \cdot 8,854 \cdot 10^{-14} \cdot 0,616 \cdot 10^{-4}} = 11,75 \text{ } \mu\text{m}$$

ZADATAK.9. Prijenosna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Faktor modulacije duljine kanala iznosi $\lambda = 10^{-2} \text{ V}^{-1}$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- Izračunati struju i dinamičke parametre u točki B.



Rješenje:

- a) Kako U_{GS} postaje pozitivniji I_D raste \rightarrow radi se o n -kanalnom MOSFET-u

Napon praga (vidi se na karakteristici) iznosi $U_{GS0}=0,5$ V. Uz napon $U_{GS}=0$ V kanal nije formiran ($I_D=0$) \rightarrow obogaćeni tip (radi samo s jednim predznakom napona upravljačke elektrode)

b) U točki A vrijedi:

$$I_{DA} = 0,1 \text{ mA}, \quad U_{GSA} = 1,5 \text{ V}, \quad U_{DSA} = 5 \text{ V} \quad U_{DS} > U_{GS} - U_{GS0} \quad \text{ZASIĆENJE}$$

Iz karakteristike se još može očitati napon praga

$$U_{GS0} = 0,5 \text{ V}$$

U zasićenju vrijedi:

$$I_D = \frac{K}{2} \cdot (U_{GS} - U_{GS0})^2 \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DS})$$

Pa iz podataka za točku A možemo izračunati:

$$K \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DS}) = \frac{2 \cdot I_{DA}}{(U_{GSA} - U_{GS0})^2} = \frac{2 \cdot 0,1}{(1,5 - 0,5)^2} = 0,2 \text{ mA/V}^2$$

Za točku B vrijedi da je

$$U_{GSB} = 2 \text{ V}, \quad U_{DSB} = 5 \text{ V} \quad U_{DS} > U_{GS} - U_{GS0} \quad \text{ZASIĆENJE}$$

$K \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DS})$ i U_{GS0} znamo iz prethodnog dijela zadatka pa možemo izračunati struju:

$$I_{DB} = \frac{K \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DS})}{2} \cdot (U_{GSB} - U_{GS0})^2 = \frac{0,2}{2} \cdot (2 - 0,5)^2 = 0,225 \text{ mA}$$

Dinamički parametri:

$$g_{mB} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} \right|_{U_{DSB}} = K \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DSB}) \cdot (U_{GSB} - U_{GS0}) = 0,2 \cdot (2 - 0,5) = 0,3 \text{ mA/V}$$

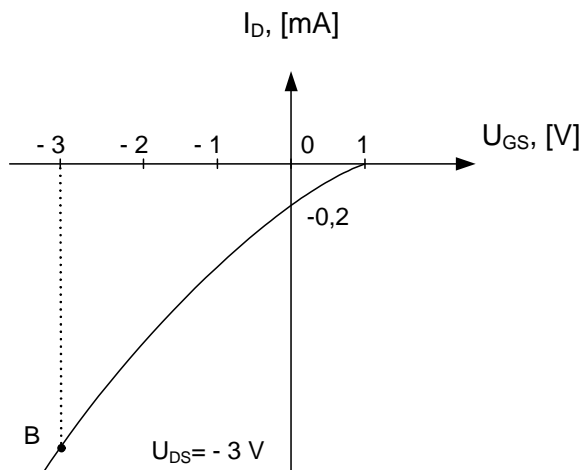
$$g_{dB} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{DS}} \right|_{U_{GSB}} = \frac{K \cdot \lambda}{2} \cdot (U_{GSB} - U_{GS0})^2 = \frac{K \cdot \lambda}{2} \cdot (U_{GSB} - U_{GS0})^2 \cdot \frac{(1 + \lambda \cdot U_{DSB})}{(1 + \lambda \cdot U_{DSB})} = \frac{I_{DB}}{U_{DSB} + \frac{1}{\lambda}} = \frac{0,225}{5 + \frac{1}{0,01}} = 2,14 \text{ } \mu\text{S}$$

$$r_{dB} = \frac{1}{g_{dB}} = 467 \text{ k}\Omega$$

$$\mu_B = g_{mB} \cdot r_{dB} = 0,3 \cdot 467 = 140$$

ZADATAK.10. Prijenosna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Faktor modulacije duljine kanala iznosi $\lambda = -10^{-2} \text{ V}^{-1}$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- Izračunati struju i dinamičke parametre u točki B.



Rješenje:

- Kako U_{GS} postaje negativniji I_D raste \rightarrow radi se o p -kanalnom MOSFET-u

Napon praga (vidi se na karakteristici) iznosi $U_{GS0}=1 \text{ V}$. Uz napon $U_{GS}=0 \text{ V}$ kanal je formiran ($I_D \neq 0$) \rightarrow osiromašeni tip (radi s dva predznaka napona upravljačke elektrode)

- U točki A vrijedi:

$$I_{DA} = -0,2 \text{ mA}, \quad U_{GSA} = 0 \text{ V}, \quad U_{DSA} = -3 \text{ V} \quad |U_{DS}| > |U_{GS} - U_{GS0}| \quad \text{ZASIĆENJE}$$

Iz karakteristike se još može očitati napon praga

$$U_{GS0} = 1 \text{ V}$$

U zasićenju vrijedi:

$$I_D = \frac{K}{2} \cdot (U_{GS} - U_{GS0})^2 \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DS})$$

Pa iz podataka za točku A možemo izračunati:

$$K = \frac{2 \cdot I_{DA}}{(1 + \lambda \cdot U_{DS}) \cdot (U_{GSA} - U_{GS0})^2} = \frac{2 \cdot (-0,2)}{(1 + (-0,01) \cdot (-3)) \cdot (0 - 1)^2} = -0,388 \text{ mA/V}^2$$

Za točku B vrijedi da je

$$U_{GSB} = -3 \text{ V}, \quad U_{DSB} = -3 \text{ V} \quad |U_{DS}| < |U_{GS} - U_{GS0}| \quad \text{TRIODNO PODRUČJE}$$

K i U_{GS0} znamo iz točke A pa možemo izračunati struju:

$$I_{DB} = K \cdot \left[(U_{GSB} - U_{GS0}) \cdot U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2} \right] = -0,388 \cdot \left[(-3 - 1) \cdot (-3) - \frac{(-3)^2}{2} \right] = -2,91 \text{ mA}$$

Dinamički parametri u točki B su:

$$g_{mB} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} \right|_{U_{DSB}} = K \cdot U_{DSB} = -0,388 \cdot (-3) = 1,164 \text{ mA/V}$$

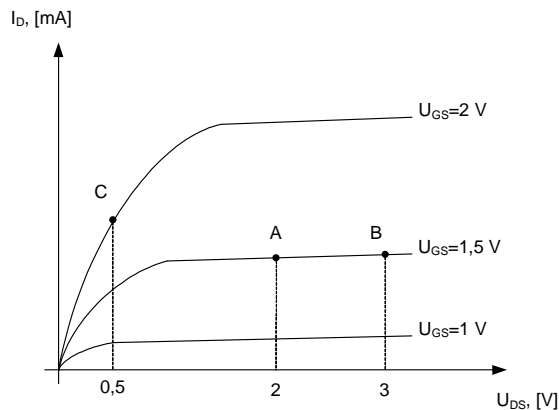
$$g_{dB} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{DS}} \right|_{U_{GSB}} = K \cdot (U_{GSB} - U_{GS0} - U_{DSB}) = -0,388 \cdot (-3 - 1 - (-3)) = 0,388 \text{ mS}$$

$$r_{dB} = \frac{1}{g_{dB}} = 2,58 \text{ k}\Omega$$

$$\mu_B = g_{mB} \cdot r_{dB} = 1,164 \cdot 2,58 = 3$$

ZADATAK.11. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Napon praga tranzistora iznosi $U_{GS0}=0,5 \text{ V}$. Struje u točkama A i B iznose $I_{DA}=1 \text{ mA}$ i $I_{DB}=1,01 \text{ mA}$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- odrediti struju i dinamičke parametre u točki C.



Rješenje:

a) Kako U_{GS} postaje pozitivniji I_D raste \rightarrow radi se o n -kanalnom MOSFET-u

Napon praga iznosi $U_{GS0}=0,5 \text{ V}$. Uz napon $U_{GS}=0 \text{ V}$ kanal nije formiran ($I_D=0$) \rightarrow obogaćeni tip (radi samo s jednim predznakom napona upravljačke elektrode)

b) Točke A i B su u zasićenju jer vrijedi $|U_{DS}| > |U_{GS} - U_{GS0}|$

Iz te dvije točke možemo izračunati faktor modulacije duljine kanala.

$$\frac{I_{DB}}{I_{DA}} = \frac{\frac{K}{2} \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DSB}) \cdot (U_{GSB} - U_{GS0})^2}{\frac{K}{2} \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DSA}) \cdot (U_{GSA} - U_{GS0})^2}$$

Vrijedi da je $U_{GSA} = U_{GSB}$ pa se može napisati:

$$\frac{I_{DB}}{I_{DA}} = \frac{(1 + \lambda \cdot U_{DSB})}{(1 + \lambda \cdot U_{DSA})}$$

Kraćim računanjem dobivamo:

$$\lambda = \frac{I_{DB} - I_{DA}}{I_{DA} \cdot U_{DSB} - I_{DB} \cdot U_{DSA}} = \frac{1,01 - 1}{1 \cdot 3 - 1,01 \cdot 2} = 10,2 \cdot 10^{-3} \text{ V}^{-1}$$

Npr. iz točke A možemo izračunati konstantu MOSFET-a

$$\{ I_{DA} = 1 \text{ mA}, \quad U_{GSA} = 1,5 \text{ V}, \quad U_{DSA} = 2 \text{ V} \}$$

$$K = \frac{2 \cdot I_{DA}}{(1 + \lambda \cdot U_{DS}) \cdot (U_{GSA} - U_{GS0})^2} = \frac{2 \cdot 1}{(1 + 10,2 \cdot 10^{-3} \cdot 2) \cdot (1,5 - 0,5)^2} = 1,96 \text{ mA/V}^2$$

Struja u točki C je:

$$\{ U_{GSC} = 2 \text{ V}, \quad U_{DSC} = 0,5 \text{ V} \}$$

$$I_{DC} = K \cdot \left[(U_{GSC} - U_{GS0}) \cdot U_{DSC} - \frac{U_{DSC}^2}{2} \right] = 1,96 \cdot \left[(2 - 0,5) \cdot (0,5) - \frac{(0,5)^2}{2} \right] = 1,225 \text{ mA}$$

Dinamički parametri u točki C:

$$g_{mC} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} \right|_{U_{DSC}} = K \cdot U_{DSC} = 1,96 \cdot (0,5) = 0,98 \text{ mA/V}$$

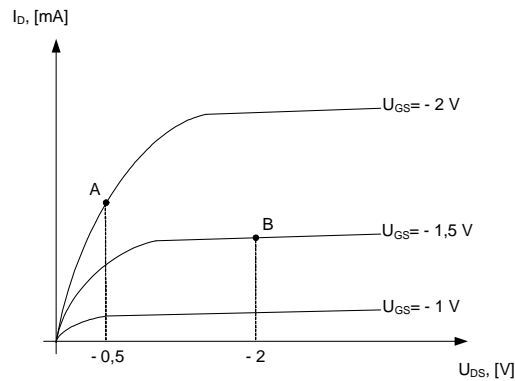
$$g_{dC} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{DS}} \right|_{U_{GSC}} = K \cdot (U_{GSC} - U_{GS0} - U_{DSC}) = 1,96 \cdot (2 - 0,5 - 0,5) = 1,96 \text{ mS}$$

$$r_{dC} = \frac{1}{g_{dC}} = 510 \Omega$$

$$\mu_C = g_{mC} \cdot r_{dC} = \frac{U_{DSC}}{U_{GSC} - U_{GS0} - U_{DSC}} = 0,98 \cdot 0,51 = \frac{0,5}{2 - 0,5 - 0,5} = 0,5$$

ZADATAK.12. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Napon praga tranzistora iznosi $U_{GS0} = -0,5 \text{ V}$, a faktor modulacije duljine kanala $\lambda = -0,005 \text{ V}^{-1}$. Strmina tranzistora u točki A iznosi $g_{mA} = 0,5 \text{ mA/V}$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- Odrediti struju i dinamičke parametre u točki B.



Rješenje:

- Kako U_{GS} postaje negativniji iznos struje I_D raste → radi se o p -kanalnom MOSFET-u

Napon praga iznosi $U_{GS0} = -0,5 \text{ V}$. Uz napon $U_{GS} = 0 \text{ V}$ kanal nije formiran ($I_D = 0 \text{ mA}$)
 → obogaćeni tip (radi s jednim predznakom napona upravljačke elektrode)

- U točki A vrijedi:

$$g_{mA} = 0,5 \text{ mA/V}, \quad U_{DSA} = -0,5 \text{ V}, \quad U_{GSA} = -2 \text{ V}$$

$$|U_{DS}| < |U_{GS} - U_{GS0}| \quad \text{TRIODNO PODRUČJE}$$

Za strminu u triodnom području vrijedi:

$$g_{mA} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} \right|_{U_{DSA}} = K \cdot U_{DSA}$$

iz čega možemo izračunati konstantu MOSFET-a

$$K = \frac{g_{mA}}{U_{DSA}} = \frac{0,5}{-0,5} = -1 \text{ mA/V}^2$$

Za točku B imamo:

$$\{ U_{GSB} = -1,5 \text{ V}, \quad U_{DSB} = -2 \text{ V} \}$$

$$|U_{DS}| > |U_{GS} - U_{GS0}| \quad \text{ZASIĆENJE}$$

Konstantu MOSFET-a smo izračunali u točki A pa možemo izračunati struju u točki B:

$$I_{DB} = \frac{K}{2} \cdot (U_{GSB} - U_{GS0})^2 \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DSB}) = \frac{-1}{2} \cdot [-1,5 - (-0,5)]^2 \cdot [1 - 0,005 \cdot (-2)] = -0,505 \text{ mA}$$

Dinamički parametri u točki B su:

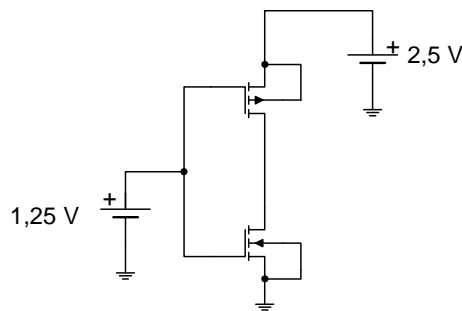
$$g_{mB} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} \right|_{U_{DSB}} = K \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DSB}) \cdot (U_{GSB} - U_{GS0}) = -1 \cdot [1 - 0,005 \cdot (-2)] \cdot [-1,5 - (-0,5)] = 1,01 \text{ mA/V}$$

$$g_{dB} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{DS}} \right|_{U_{GSB}} = \frac{K \cdot \lambda}{2} \cdot (U_{GSB} - U_{GS0})^2 = \frac{K \cdot \lambda}{2} \cdot (U_{GSB} - U_{GS0})^2 \cdot \frac{(1 + \lambda \cdot U_{DSB})}{(1 + \lambda \cdot U_{DSB})} = \frac{I_{DB}}{U_{DSB} + \frac{1}{\lambda}} = \frac{-0,505}{-2 + \frac{1}{-0,005}} = 2,5 \text{ } \mu\text{S}$$

$$r_{dB} = \frac{1}{g_{dB}} = 400 \text{ k}\Omega$$

$$\mu_B = g_{mB} \cdot r_{dB} = 1,01 \cdot 400 = 404$$

ZADATAK.13. U sklopu na slici odrediti širinu kanala PMOS tranzistora tako da oba tranzistora budu u zasićenju. Zadane su dimenzije NMOS tranzistora, $L_n=1 \text{ } \mu\text{m}$ i $W_n=3 \text{ } \mu\text{m}$ te duljina kanala PMOS tranzistora $L_p=1 \text{ } \mu\text{m}$. Naponi praga tranzistora iznose $U_{GS0n}=0,75 \text{ V}$ i $U_{GS0p} = -0,75 \text{ V}$, a pokretljivosti nosilaca u kanalu $\mu_n=400 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $\mu_p=150 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Debljina oksida ispod upravljačke elektrode jednaka je kod oba tipa tranzistora. Pretpostaviti da je $\lambda=0$ za oba tranzistora.



Rješenje:

Kontakti podloge spojeni su na uvode te sa sheme možemo očitati:

$$U_{GSn}=1,25 \text{ V} \quad \text{i} \quad U_{GSp}=1,25-2,5 = -1,25 \text{ V}$$

Pošto su struje tranzistora jednake, ako su oba tranzistora u zasićenju vrijedit će:

$$\frac{K_n}{2} \cdot (U_{GSn} - U_{GS0n})^2 = \frac{K_p}{2} \cdot (U_{GSp} - U_{GS0p})^2$$

Vrijedi da je:

$$(U_{GSn} - U_{GS0n})^2 = (1,25 - 0,75)^2 = 0,25 \text{ V}^2$$

$$(U_{GSp} - U_{GS0p})^2 = (-1,25 - (-0,75))^2 = 0,25 \text{ V}^2$$

Prema tome, da bi oba tranzistora bila u zasićenju mora vrijediti:

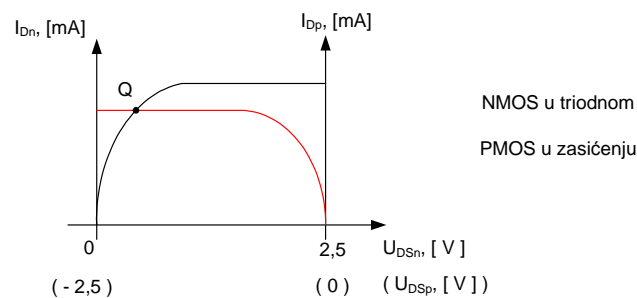
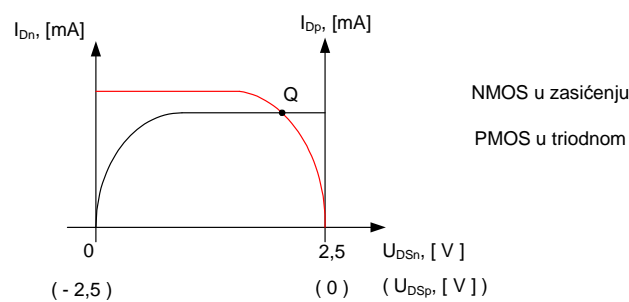
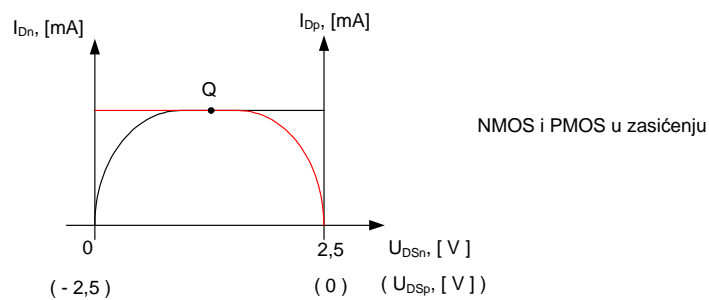
$$K_n = K_p$$

$$\mu_n \cdot \frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}} \cdot \left(\frac{W}{L}\right)_n = \mu_p \cdot \frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}} \cdot \left(\frac{W}{L}\right)_p$$

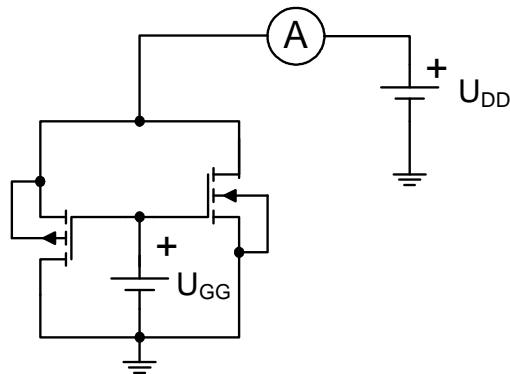
Nakon kratkog računanja dobivamo:

$$W_p = \frac{\mu_n}{\mu_p} \left(\frac{W}{L}\right)_n \cdot L_p = \frac{400}{150} \cdot \left(\frac{3}{1}\right) \cdot 1 = 8$$

Na slici su prikazane izlazne karakteristike za tri moguća slučaja:

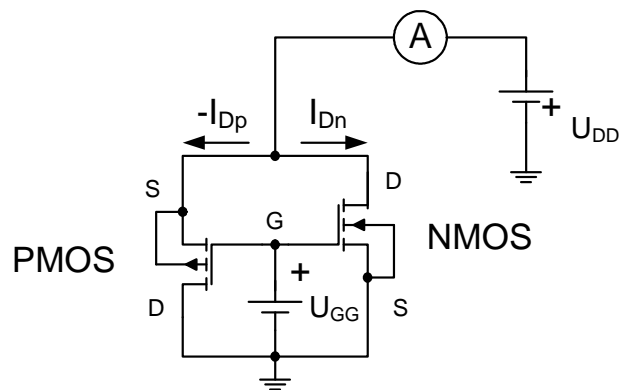


ZADATAK.14. Odrediti struju koju pokazuje ampermetar. Naponi praga tranzistora su $U_{GS0n}=1\text{ V}$ i $U_{GS0p}= -1\text{ V}$, a konstante MOSFET-a $K_n= -K_p=0,5\text{ mA/V}^2$. Zadano je $U_{DD}=3\text{ V}$ i $U_{GG}=1,5\text{ V}$. Ampermetar je idealan.



Rješenje:

Po simbolu i kontaktu podloge zaključujemo da je lijevi tranzistor PMOS (kontakt podloge je spojen na U_{DD}), a desni tranzistor je NMOS (kontakt podloge spojen na masu).



Struja ampermetra jedanaka je zbroju naznačenih struja:

$$I_A = I_{Dn} - I_{Dp}$$

Za PMOS tranzistor sa slike možemo zaključiti:

$$U_{GS} = U_G - U_S = U_{GG} - U_{DD} = 1,5 - 3 = -1,5\text{ V}$$

$$U_{DS} = -U_{DD} = -3\text{ V}$$

$$|U_{DS}| > |U_{GS} - U_{GS0}|$$

$$|-3| > |-1,5 - (-1)| \quad \text{PMOS je u zasićenju}$$

$$I_{Dp} = \frac{K_p}{2} \cdot (U_{GS} - U_{GS0})^2 = \frac{-0,5}{2} \cdot [-1,5 - (-1)]^2 = -62,5\text{ }\mu\text{A}$$

Za NMOS tranzistor sa slike možemo zaključiti:

$$U_{GS} = U_G - U_S = U_{GG} - 0 = 1,5 - 0 = 1,5 \text{ V}$$

$$U_{DS} = U_{DD} = 3 \text{ V}$$

$$|U_{DS}| > |U_{GS} - U_{GS0}|$$

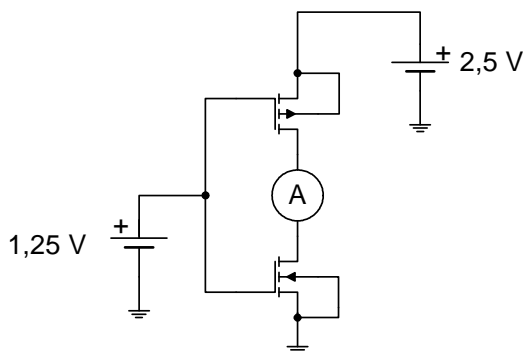
$$|3| > |1,5 - 1| \quad \text{NMOS je u zasićenju}$$

$$I_{Dn} = \frac{K_n}{2} \cdot (U_{GS} - U_{GS0})^2 = \frac{0,5}{2} \cdot [1,5 - 1]^2 = 62,5 \mu\text{A}$$

Struja ampermetra je:

$$I_A = I_{Dn} - I_{Dp} = 62,5 - (-62,5) = 0,125 \text{ mA}$$

ZADATAK.15. Koliku struju mjeri ampermetar? Naponi praga tranzistora su $U_{GS0n}=0,5 \text{ V}$ i $U_{GS0p}= -0,5 \text{ V}$. Pokretljivost nosilaca u kanalu iznose $\mu_n=400 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $\mu_p=150 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, a debljina oksida ispod upravljačke elektrode jednaka je za PMOS i NMOS tranzistor i iznosi $d_{ox}=15 \text{ nm}$. Dimenzije kanala su $L_n=L_p=1 \mu\text{m}$ i $W_p=2W_n=6 \mu\text{m}$. Pretpostaviti $\lambda=0$. Odrediti područja rada za oba tranzistora te izlazne napone U_{DSn} i U_{DSp} .



Rješenje:

U zadatku 13 dane su izlazne karakteristike, gdje su opisana tri moguća slučaja. Tamo se vidi da struju u izlaznom krugu ograničava tranzistor koji je u zasićenju.

Za PMOS tranzistor imamo:

$$U_{GSp} = 1,25 - 2,5 = -1,25 \text{ V}, \quad U_{GS0p} = -0,5 \text{ V}$$

$$K_p = -\mu_p \cdot \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \cdot \left(\frac{W}{L}\right)_p = -150 \cdot \frac{3,9 \cdot 8,854 \cdot 10^{-14}}{0,015 \cdot 10^{-4}} \cdot \left(\frac{6}{1}\right) = -0,207 \text{ mA/V}^2$$

Struja u zasićenju:

$$I_{Dp} = \frac{K_p}{2} \cdot (U_{GSp} - U_{GS0p})^2 = \frac{-0,207}{2} \cdot [-1,25 - (-0,5)]^2 = -58,22 \mu A$$

Za NMOS tranzistor imamo:

$$U_{GSn} = 1,25 - 0 = 1,25 V, \quad U_{GS0n} = 0,5 V$$

$$K_n = \mu_n \cdot \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \cdot \left(\frac{W}{L} \right)_n = 400 \cdot \frac{3,9 \cdot 8,854 \cdot 10^{-14}}{0,015 \cdot 10^{-4}} \cdot \left(\frac{3}{1} \right) = 0,276 mA/V^2$$

Struja u zasićenju:

$$I_{Dn} = \frac{K_n}{2} \cdot (U_{GSn} - U_{GS0n})^2 = \frac{0,276}{2} \cdot [1,25 - 0,5]^2 = 77,63 \mu A$$

U izlaznom krugu struju će ograničavati tranzistor koji uđe u zasićenje:

$$I_A = \min\{-I_{Dp}, I_{Dn}\} = -I_{Dp} = 58,22 \mu A$$

Prema tome PMOS tranzistor je u zasićenju, a NMOS u triodnom području.

NMOS je u triodnom području i vrijedi:

$$I_{Dn} = 58,22 \mu A, \quad U_{GSn} = 1,25 - 0 = 1,25 V, \quad U_{GS0n} = 0,5 V \quad K_n = 0,276 mA/V^2$$

$$I_{Dn} = K_n \cdot \left[(U_{GSn} - U_{GS0n}) \cdot U_{DSn} - \frac{U_{DSn}^2}{2} \right]$$

Treba riješiti kvadratnu jednadžbu po U_{DSn}

$$0,05822 = 0,276 \cdot \left[(1,25 - 0,5) \cdot U_{DSn} - \frac{U_{DSn}^2}{2} \right]$$

$$U_{DSn}^2 - 1,5 \cdot U_{DSn} + 0,4219 = 0$$

$$\rightarrow \quad U_{DSn1} = 1,125 V \quad \text{fizikalno nije prihvatljivo jer je} \quad |U_{DSn1}| > |U_{GSn} - U_{GS0n}|$$

što ne vrijedi u triodnom području

$$U_{DSn1} = 0,375 V \quad \text{fizikalno prihvatljivo jer je} \quad |U_{DSn2}| < |U_{GSn} - U_{GS0n}|$$

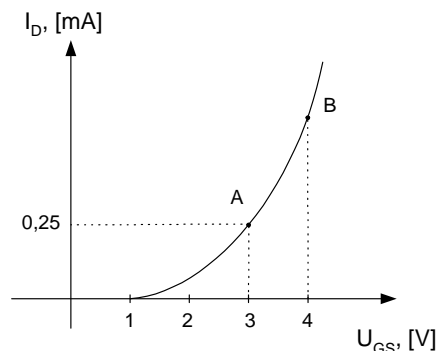
Iz izlaznog kruga za PMOS tranzistor možemo izračunati

$$-U_{DSp} = 2,5 - U_{DSn} \quad \rightarrow \quad U_{DSp} = -2,125 V$$

Zadaci za vježbu

VJ.1. Prijenosna karakteristika MOSFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

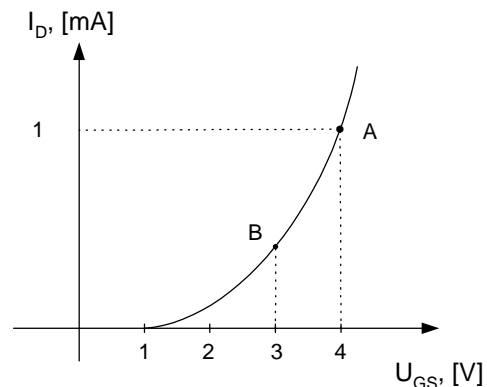
- a) Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- b) Kolika je struja u točki B



Rješenje: a) NMOS obogaćeni; b) $I_{DB} = 0.5625$ mA

VJ.2. Prijenosna karakteristika MOSFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

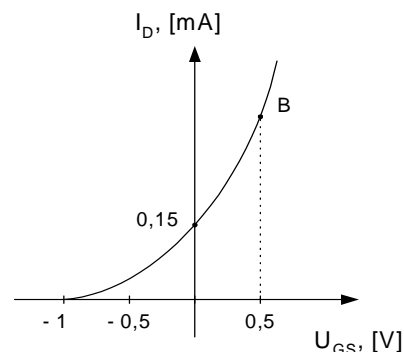
- a) Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- b) Kolika je struja u točki B



Rješenje: a) NMOS obogaćeni; b) $I_{DB} = 0.4444$ mA

VJ.3. Prijenosna karakteristika MOSFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

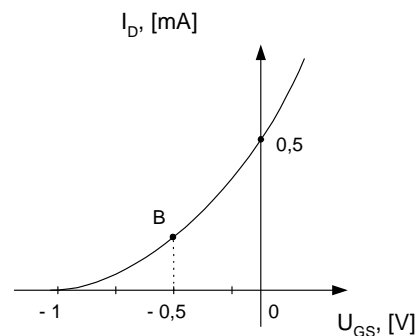
- a) Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- b) Kolika je struja u točki B



Rješenje: a) NMOS osiromašeni; b) $I_{DB} = 0.3375$ mA

VJ.4. Prijenosna karakteristika MOSFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

- a) Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- b) Kolika je struja u točki B

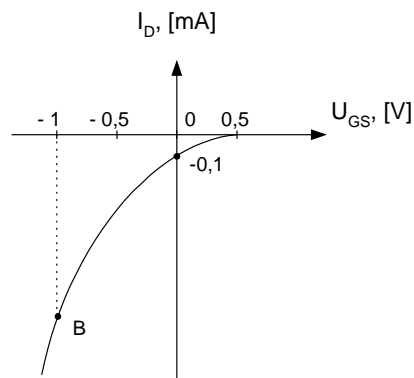


Rješenje: a) NMOS osiromašeni; b) $I_{DB} = 0.125$ mA

VJ.5. Prijenosna karakteristika MOSFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- Kolika je struja u točki B

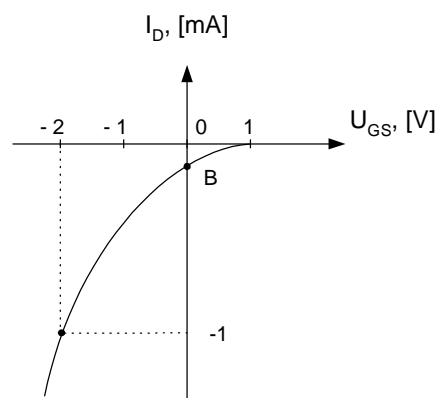
Rješenje: a) PMOS osiromašeni; b) $I_{DB} = -0,9 \text{ mA}$



VJ.6. Prijenosna karakteristika MOSFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- Kolika je struja u točki B

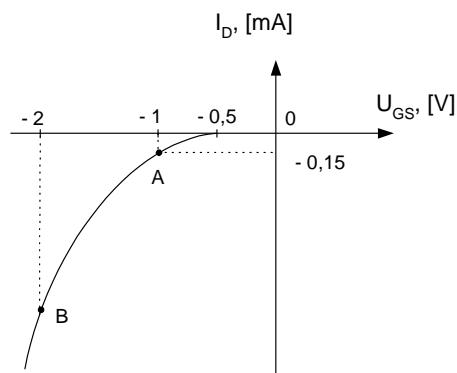
Rješenje: a) PMOS osiromašeni; b) $I_{DB} = -0,1111 \text{ mA}$



VJ.7. Prijenosna karakteristika MOSFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- Kolika je struja u točki B

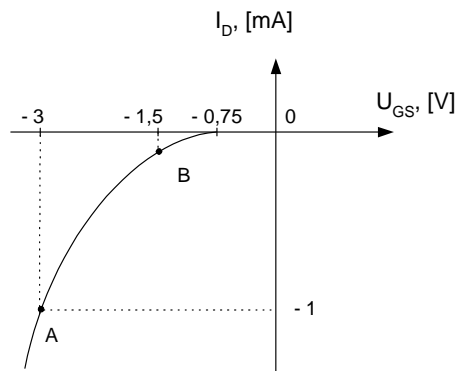
Rješenje: a) PMOS obogaćeni; b) $I_{DB} = -1,35 \text{ mA}$



VJ.8. Prijenosna karakteristika MOSFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- Kolika je struja u točki B

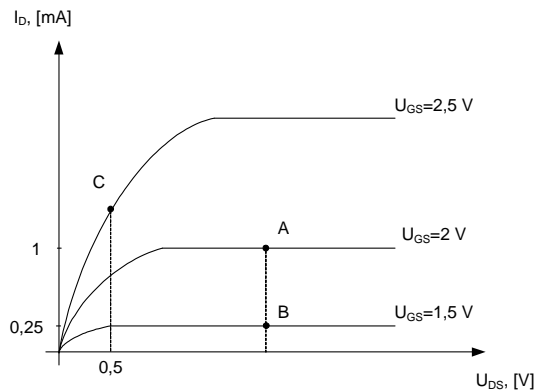
Rješenje: a) PMOS obogaćeni; b) $I_{DB} = -0,1111 \text{ mA}$



VJ.9. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Pretpostaviti $\lambda=0$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- Odrediti struju u točki C

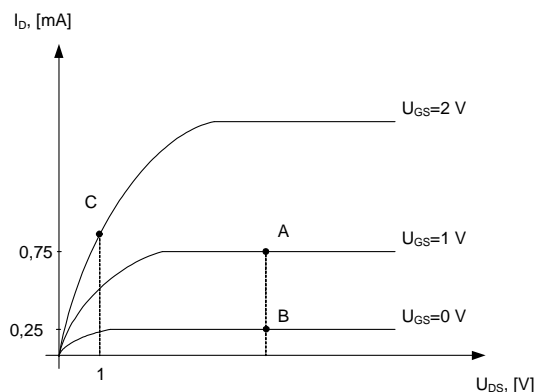
Rješenje: a) NMOS obogaćeni; b) $I_{DC}=1,25$ mA



VJ.10. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Pretpostaviti $\lambda=0$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- Odrediti struju u točki C

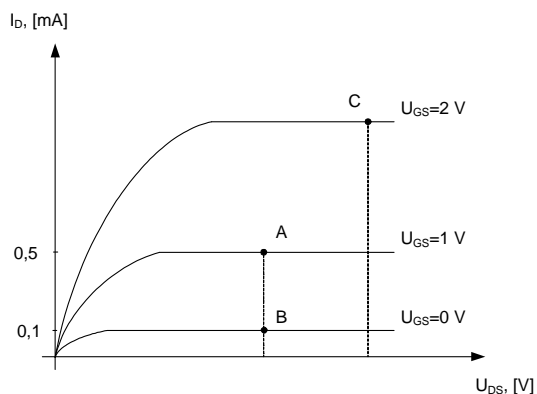
Rješenje: a) NMOS osiromašeni; b) $I_{DC}=0,77$ mA



VJ.11. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Pretpostaviti $\lambda=0$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- Odrediti struju u točki C

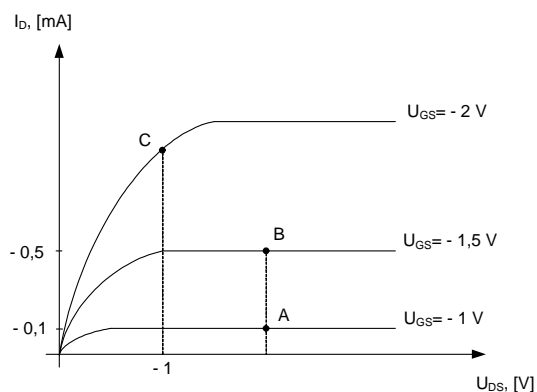
Rješenje: a) NMOS osiromašeni; b) $I_{DC}=1,206$ mA



VJ.12. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Pretpostaviti $\lambda=0$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- Odrediti struju u točki C

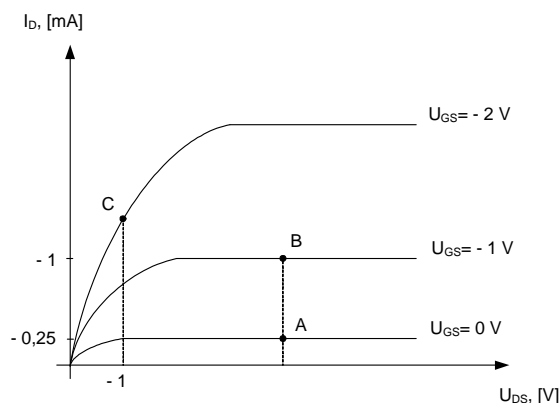
Rješenje: a) PMOS obogaćeni; b) $I_{DC} = -1,106$ mA



VJ.13. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Pretpostaviti $\lambda=0$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- Odrediti struju u točki C

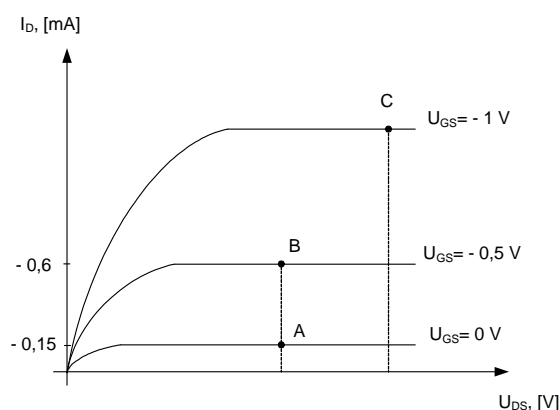
Rješenje: a) PMOS osiromašeni; b) $I_{DC} = -1,25 \text{ mA}$



VJ.14. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Pretpostaviti $\lambda=0$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- Odrediti struju u točki C

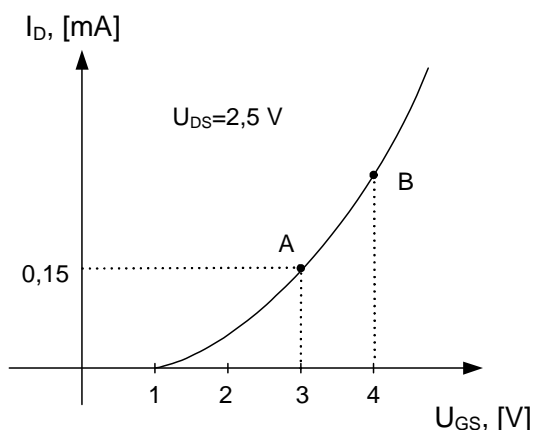
Rješenje: a) PMOS osiromašeni; b) $I_{DC} = -1,35 \text{ mA}$



VJ.15. Prijenosna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Faktor modulacije duljine kanala iznosi $\lambda=10^{-2} \text{ V}^{-1}$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- Izračunati struju i dinamičke parametre u točki B.

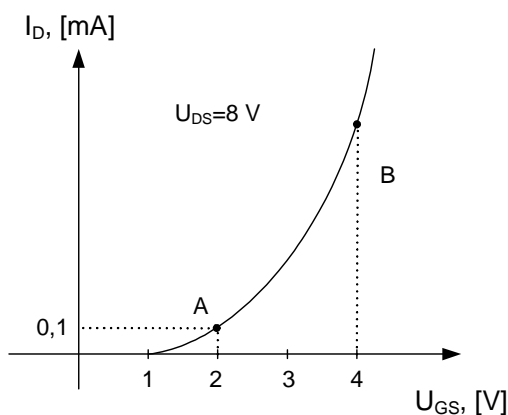
Rješenje: a) NMOSFET obogaćeni tip; b) $I_{DB}=0,32 \text{ mA}$, $g_{mB}=0,183 \text{ mA/V}$, $r_{dB}=27,3 \text{ k}\Omega$, $\mu_B=5$, točka B u triodnom području



VJ.16. Prijenosna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Faktor modulacije duljine kanala iznosi $\lambda=5 \cdot 10^{-3} \text{ V}^{-1}$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- Izračunati struju i dinamičke parametre u točki B.

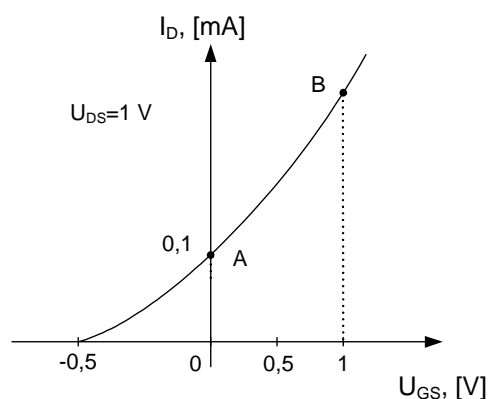
Rješenje: a) NMOSFET obogaćeni tip; b) $I_{DB}=0,9 \text{ mA}$, $g_{mB}=0,6 \text{ mA/V}$, $r_{dB}=231 \text{ k}\Omega$, $\mu_B=139$, točka B u zasićenju



VJ.17. Prijenosna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Faktor modulacije duljine kanala iznosi $\lambda=5 \cdot 10^{-3} \text{ V}^{-1}$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- Izračunati struju i dinamičke parametre u točki B.

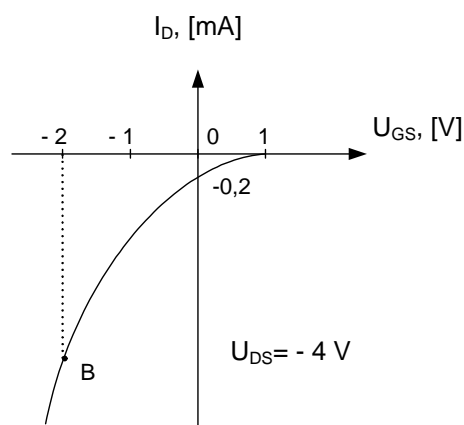
Rješenje: a) NMOSFET osiromašeni tip; b) $I_{DB}=0,796 \text{ mA}$, $g_{mB}=0,796 \text{ mA/V}$, $r_{dB}=2,51 \text{ k}\Omega$, $\mu_B=2$, točka B u triodnom području



VJ.18. Prijenosna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Faktor modulacije duljine kanala iznosi $\lambda= - 5 \cdot 10^{-3} \text{ V}^{-1}$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- Izračunati struju i dinamičke parametre u točki B.

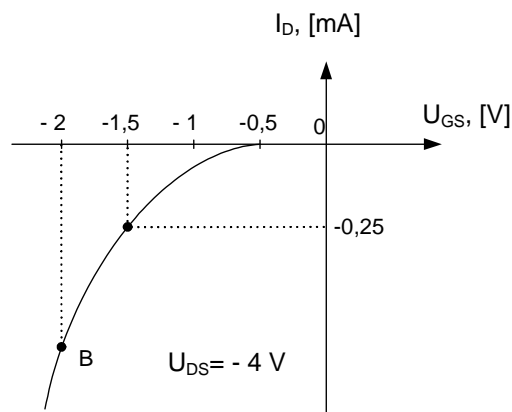
Rješenje: a) PMOSFET osiromašeni tip; b) $I_{DB}= - 1,8 \text{ mA}$, $g_{mB}=1,2 \text{ mA/V}$, $r_{dB}=113 \text{ k}\Omega$, $\mu_B=136$, točka B u zasićenju



VJ.19. Prijenosna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Faktor modulacije duljine kanala iznosi $\lambda= - 5 \cdot 10^{-3} \text{ V}^{-1}$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- Izračunati struju i dinamičke parametre u točki B.

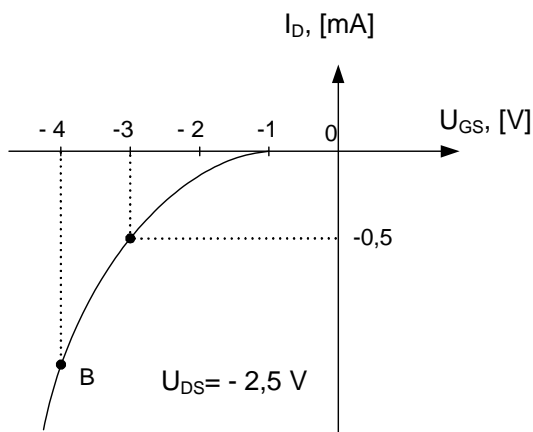
Rješenje: a) PMOSFET obogaćeni tip; b) $I_{DB}= - 0,563 \text{ mA}$, $g_{mB}=0,75 \text{ mA/V}$, $r_{dB}=363 \text{ k}\Omega$, $\mu_B=272$, točka B u zasićenju



VJ.20. Prijenosna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Faktor modulacije duljine kanala iznosi $\lambda= - 10^{-3} \text{ V}^{-1}$.

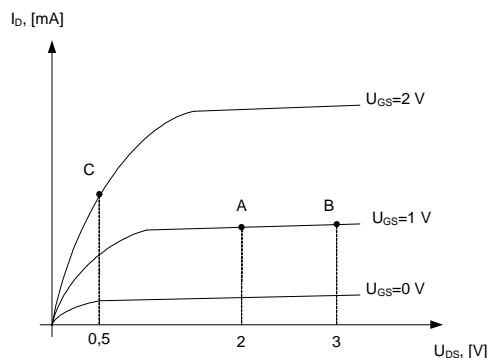
- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni) i obrazložiti.
- Izračunati struju i dinamičke parametre u točki B.

Rješenje: a) PMOSFET obogaćeni tip; b) $I_{DB}= - 1,09 \text{ mA}$, $g_{mB}=0,62 \text{ mA/V}$, $r_{dB}=8 \text{ k}\Omega$, $\mu_B=5$, točka B u triodnom području



VJ.21. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Napon praga tranzistora iznosi $U_{GS0} = -0,5$ V. Struje u točkama A i B iznose $I_{DA} = 1$ mA i $I_{DB} = 1,01$ mA.

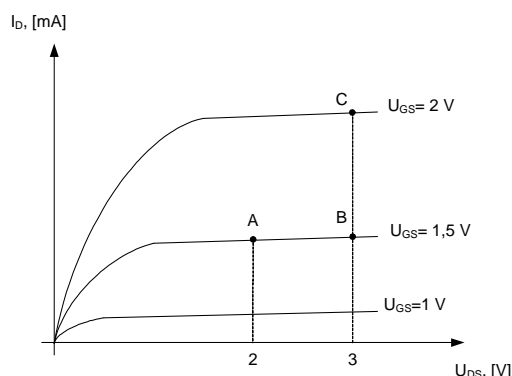
- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- odrediti struju i dinamičke parametre u točki C.



Rješenje: a) NMOSFET osiromašeni tip; b) $I_{DC} = 0,98$ mA, $g_{mC} = 0,436$ mA/V, $r_{dC} = 574$ Ω , $\mu_C = 0,25$, točka C u triodnom području

VJ.22. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Napon praga tranzistora iznosi $U_{GS0} = 0,5$ V. Struje u točkama A i B iznose $I_{DA} = 0,5$ mA i $I_{DB} = 0,505$ mA.

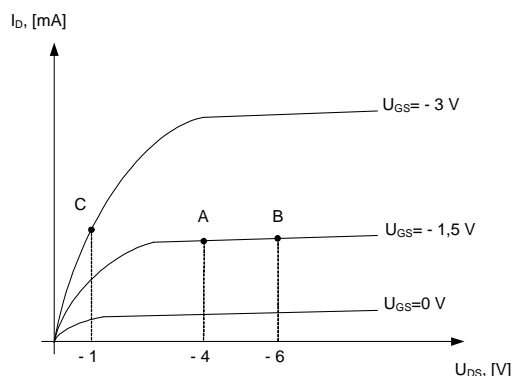
- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- odrediti struju i dinamičke parametre u točki C.



Rješenje: a) NMOSFET obogaćeni tip; b) $I_{DC} = 1,136$ mA, $g_{mC} = 1,515$ mA/V, $r_{dC} = 89$ k Ω , $\mu_C = 135$, točka C u zasićenju

VJ.23. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Napon praga tranzistora iznosi $U_{GS0} = 1$ V. Struje u točkama A i B iznose $I_{DA} = -498$ μ A i $I_{DB} = -500$ μ A.

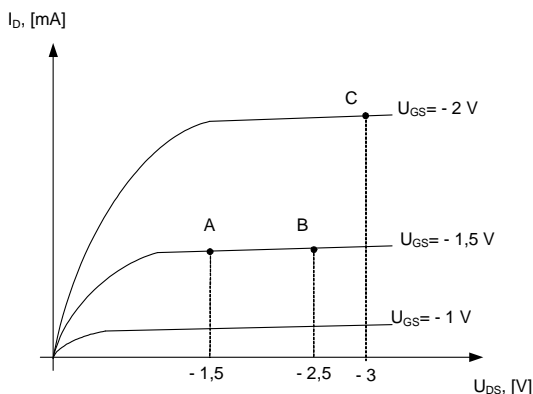
- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- odrediti struju i dinamičke parametre u točki C.



Rješenje: a) PMOSFET osiromašeni tip; b) $I_{DC} = -0,5533$ mA, $g_{mC} = 0,16$ mA/V, $r_{dC} = 2,1$ k Ω , $\mu_C = 0,33$, točka C u triodnom području

VJ.24. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Napon praga tranzistora iznosi $U_{GS0} = -0,5$ V. Struje u točkama A i B iznose $I_{DA} = -498$ μ A i $I_{DB} = -500$ μ A.

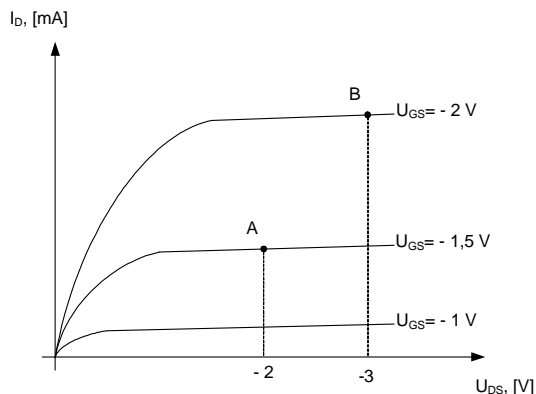
- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- odrediti struju i dinamičke parametre u točki C.



Rješenje: a) PMOSFET obogaćeni tip; b) $I_{DC} = -1,13$ mA, $g_{mC} = 1,5$ mA/V, $r_{dC} = 222$ k Ω , $\mu_C = 334$, točka C u zasićenju

VJ.25. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Napon praga tranzistora iznosi $U_{GS0} = -0,5 \text{ V}$, a faktor modulacije duljine kanala $\lambda = -0,005 \text{ V}^{-1}$. Strmina tranzistora u točki A iznosi $g_{mA} = 0,5 \text{ mA/V}$.

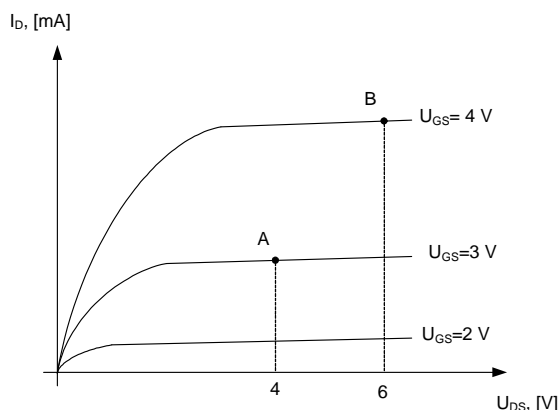
- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- Odrediti struju i dinamičke parametre u točki B.



Rješenje: a) PMOSFET obogaćeni tip; b) $I_{DB} = -0,5653 \text{ mA}$, $g_{mB} = 0,754 \text{ mA/V}$, $r_{dB} = 359 \text{ k}\Omega$, $\mu_B = 271$, točka B u zasićenju

VJ.26. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Napon praga tranzistora iznosi $U_{GS0} = 1 \text{ V}$, a faktor modulacije duljine kanala $\lambda = 0,0025 \text{ V}^{-1}$. Strmina tranzistora u točki A iznosi $g_{mA} = 1 \text{ mA/V}$.

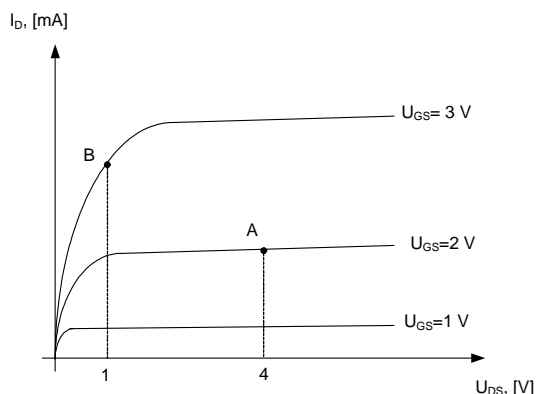
- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- Odrediti struju i dinamičke parametre u točki B.



Rješenje: a) NMOSFET obogaćeni tip; b) $I_{DB} = 2,26 \text{ mA}$, $g_{mB} = 1,51 \text{ mA/V}$, $r_{dB} = 180 \text{ k}\Omega$, $\mu_B = 271$, točka B u zasićenju

VJ.27. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Napon praga tranzistora iznosi $U_{GS0} = 0,75 \text{ V}$, a faktor modulacije duljine kanala $\lambda = 0,0025 \text{ V}^{-1}$. Strmina tranzistora u točki A iznosi $g_{mA} = 1 \text{ mA/V}$.

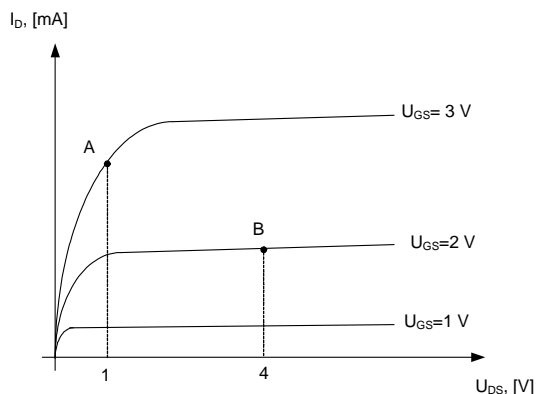
- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)
- Odrediti struju i dinamičke parametre u točki B.



Rješenje: a) NMOSFET obogaćeni tip; b) $I_{DB} = 1,386 \text{ mA}$, $g_{mB} = 0,792 \text{ mA/V}$, $r_{dB} = 1 \text{ k}\Omega$, $\mu_B = 0,8$, točka B u triodnom području

VJ.28. Izlazna karakteristika nekog MOSFET-a prikazana je na slici. Napon praga tranzistora iznosi $U_{GS0} = 0,75 \text{ V}$, a faktor modulacije duljine kanala $\lambda = 0,005 \text{ V}^{-1}$. Strmina tranzistora u točki A iznosi $g_{mA} = 0,5 \text{ mA/V}$.

- Odrediti tip MOSFET-a (n ili p kanalni, obogaćeni ili osiromašeni)



b) Odrediti struju i dinamičke parametre u točki B.

Rješenje: a) NMOSFET obogaćeni tip; b) $I_{DB}=0,398$ mA, $g_{mB}=0,638$ mA/V, $r_{dB}=512$ k Ω , $\mu_B=326$, točka B u zasićenju

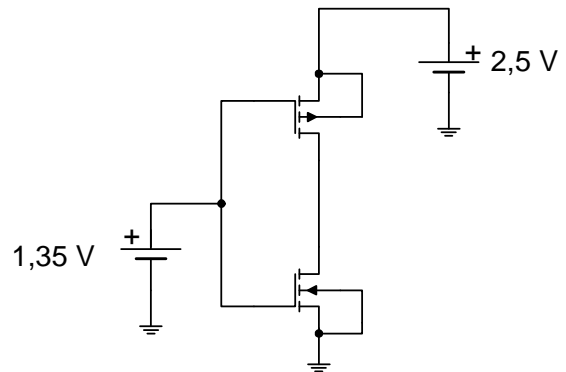
VJ.29. Projektirati n -kanalni MOSFET tako da strmina tranzistora u zasićenju uz $U_{GS}=2$ V iznosi $g_m=2$ mA/V, a da pri tome kapacitet upravljačke elektrode bude $C_G<25$ fF. Napon praga iznosi $U_{GS0}=0,75$ V, debljina oksida je $t_{ox}=25$ nm, a pokretljivost elektrona u kanalu $\mu_n=380$ cm²/Vs.

Rješenje: $L\leq 0,77$ μ m, $W/L=30,4$; U rubnom slučaju $W=23,5$ μ m

VJ.30. Projektirati p -kanalni MOSFET tako da strmina tranzistora u zasićenju uz $U_{GS}= - 2$ V iznosi $g_m=0,5$ mA/V, a da pri tome kapacitet upravljačke elektrode bude $C_G<25$ fF. Napon praga iznosi $U_{GS0}= - 0,75$ V, debljina oksida je $t_{ox}=25$ nm, a pokretljivost šupljina u kanalu $\mu_p=150$ cm²/Vs.

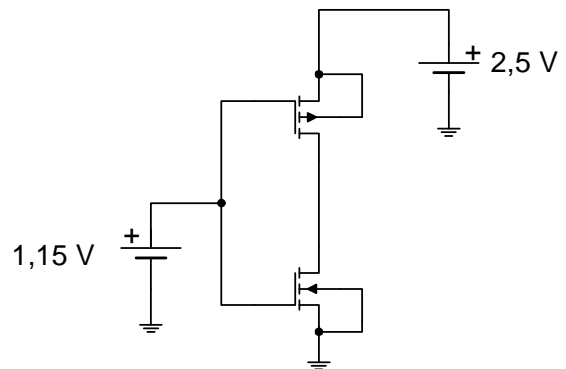
Rješenje: $L\leq 0,97$ μ m, $W/L=19,3$; U rubnom slučaju $W=18,7$ μ m

VJ.31. U sklopu na slici odrediti širinu kanala PMOS tranzistora tako da oba tranzistora budu u zasićenju. Zadane su dimenzije NMOS tranzistora, $L_n=1$ μ m i $W_n=3$ μ m te duljina kanala PMOS tranzistora $L_p=1$ μ m. Naponi praga tranzistora iznose $U_{GS0n}=0,75$ V i $U_{GS0p}= - 0,75$ V, a pokretljivosti nosilaca u kanalu $\mu_n=400$ cm²/Vs i $\mu_p=150$ cm²/Vs. Debljina oksida ispod upravljačke elektrode jednaka je kod oba tipa tranzistora. Pretpostaviti da je $\lambda=0$ za oba tranzistora.



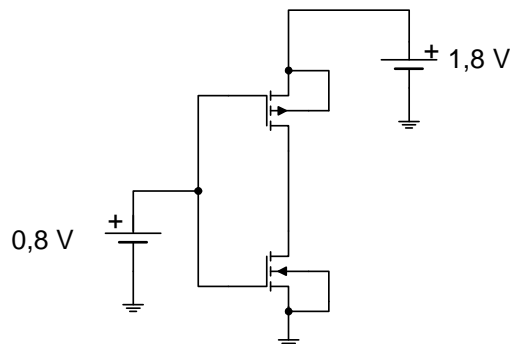
Rješenje: $W_p=18$ μ m

VJ.32. U sklopu na slici odrediti širinu kanala PMOS tranzistora tako da oba tranzistora budu u zasićenju. Zadane su dimenzije NMOS tranzistora, $L_n=1$ μ m i $W_n=3$ μ m te duljina kanala PMOS tranzistora $L_p=1$ μ m. Naponi praga tranzistora iznose $U_{GS0n}=0,75$ V i $U_{GS0p}= - 0,75$ V, a pokretljivosti nosilaca u kanalu $\mu_n=400$ cm²/Vs i $\mu_p=150$ cm²/Vs. Debljina oksida ispod upravljačke elektrode jednaka je kod oba tipa tranzistora. Pretpostaviti da je $\lambda=0$ za oba tranzistora.



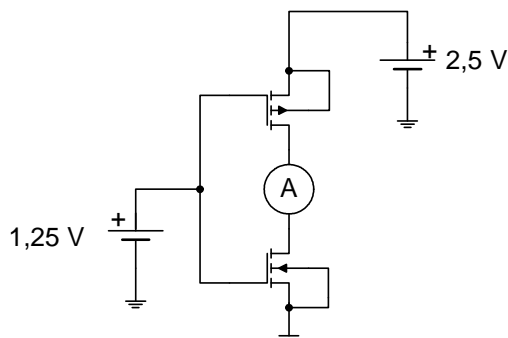
Rješenje: $W_p=3,56$ μ m

VJ.33. U sklopu na slici odrediti širinu kanala NMOS tranzistora tako da oba tranzistora budu u zasićenju. Zadane su dimenzije PMOS tranzistora, $L_p=0,5 \mu\text{m}$ i $W_p=1,5 \mu\text{m}$ te duljina kanala NMOS tranzistora $L_n=0,5 \mu\text{m}$. Naponi praga tranzistora iznose $U_{GS0n}=0,5 \text{ V}$ i $U_{GS0p}= - 0,5 \text{ V}$, a pokretljivosti nosilaca u kanalu $\mu_n=380 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $\mu_p=140 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Debljina oksida ispod upravljačke elektrode jednaka je kod oba tipa tranzistora. Pretpostaviti da je $\lambda=0$ za oba tranzistora.



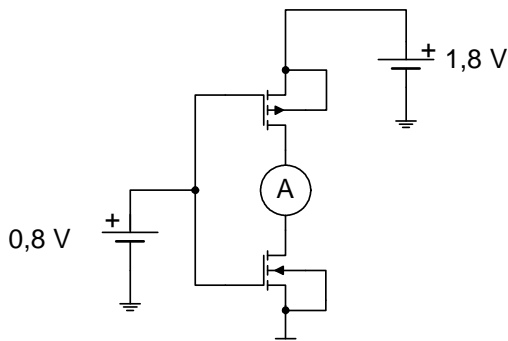
Rješenje: $W_n=1,54 \mu\text{m}$

VJ.34. Koliku struju mjeri ampermetar? Naponi praga tranzistora su $U_{GS0n}=0,5 \text{ V}$ i $U_{GS0p}= - 0,5 \text{ V}$. Pokretljivost nosilaca u kanalu iznose $\mu_n=400 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $\mu_p=150 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, a debljina oksida ispod upravljačke elektrode jednaka je za PMOS i NMOS tranzistor i iznosi $d_{ox}=15 \text{ nm}$. Dimenzije kanala su $L_n=L_p=1 \mu\text{m}$ i $W_p=12 \mu\text{m}$, $W_n=3 \mu\text{m}$. Pretpostaviti $\lambda=0$. Odrediti područja rada za oba tranzistora te izlazne napone U_{DSn} i U_{DSp} .



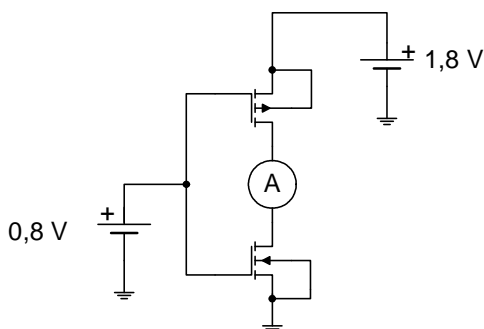
Rješenje: $I_A=77,7 \mu\text{A}$, NMOS je u zasićenju, $U_{DSn}=2,183 \text{ V}$; PMOS je u triodnom području, $U_{DSp}= - 0,317 \text{ V}$

VJ.35. Koliku struju mjeri ampermetar? Naponi praga tranzistora su $U_{GS0n}=0,5 \text{ V}$ i $U_{GS0p}= - 0,5 \text{ V}$. Pokretljivost nosilaca u kanalu iznose $\mu_n=380 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $\mu_p=140 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, a debljina oksida ispod upravljačke elektrode jednaka je za PMOS i NMOS tranzistor i iznosi $d_{ox}=10 \text{ nm}$. Dimenzije kanala su $L_n=L_p=0,5 \mu\text{m}$ i $W_p=W_n=3 \mu\text{m}$. Pretpostaviti $\lambda=0$. Odrediti područja rada za oba tranzistora te izlazne napone U_{DSn} i U_{DSp} .



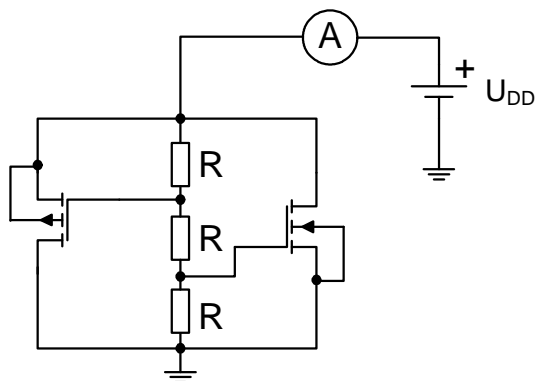
Rješenje: $I_A=35,43 \mu\text{A}$, NMOS je u zasićenju, $U_{DSn}=1,38 \text{ V}$; PMOS je u triodnom području, $U_{DSp}= - 0,42 \text{ V}$

VJ.36. Koliku struju mjeri ampermetar? Naponi praga tranzistora su $U_{GS0n}=0,5 \text{ V}$ i $U_{GS0p}= - 0,5 \text{ V}$. Pokretljivost nosilaca u kanalu iznose $\mu_n=380 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $\mu_p=140 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, a debljina oksida ispod upravljačke elektrode jednaka je za PMOS i NMOS tranzistor i iznosi $d_{ox}=10 \text{ nm}$. Dimenzije kanala su $L_n=L_p=0,5 \mu\text{m}$ i $W_p=2 \mu\text{m}$, $W_n=3 \mu\text{m}$. Pretpostaviti $\lambda=0$. Odrediti područja rada za oba tranzistora te izlazne napone U_{DSn} i U_{DSp} .



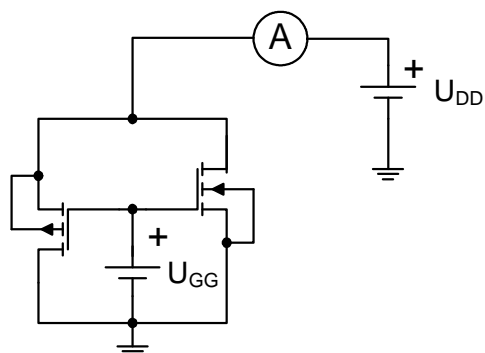
Rješenje: $I_A=24,17 \mu\text{A}$, NMOS je u triodnom području, $U_{DSn}=0,13 \text{ V}$; PMOS je u zasićenju, $U_{DSp}= - 1,67 \text{ V}$

VJ.37. Odrediti struju koju pokazuje ampermetar. Naponi praga tranzistora su $U_{GS0n}=0,5\text{ V}$ i $U_{GS0p}= -0,5\text{ V}$, a konstante MOSFET-a $K_n= -K_p=0,5\text{ mA/V}^2$. Zadano je $U_{DD}=3\text{ V}$ i $R=1\text{ M}\Omega$. Ampermetar je idealan. Zanimati struju kroz otporno djelilo.



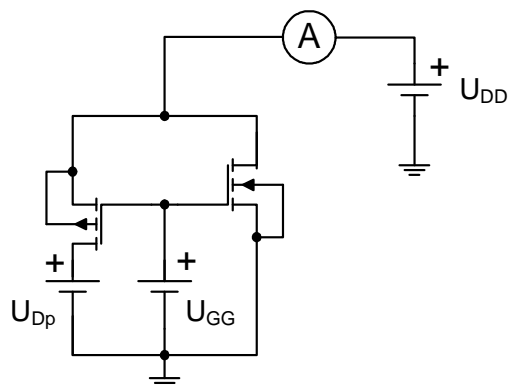
Rješenje: $I_A=0,125\text{ mA}$

VJ.38. Odrediti struju koju pokazuje ampermetar. Naponi praga tranzistora su $U_{GS0n}=0,75\text{ V}$ i $U_{GS0p}= -0,75\text{ V}$, a konstante MOSFET-a $K_n= -K_p=0,5\text{ mA/V}^2$. Zadano je $U_{DD}=3\text{ V}$ i $U_{GG}=1,25\text{ V}$. Ampermetar je idealan.



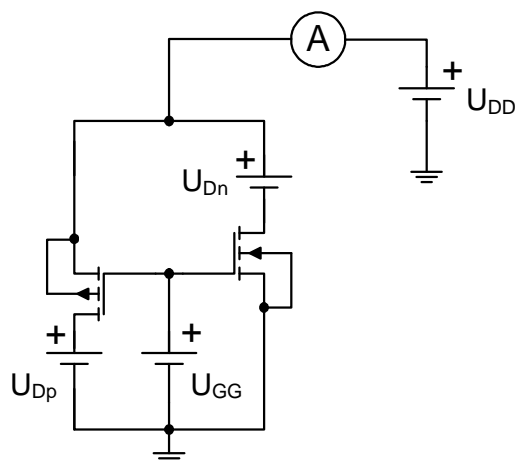
Rješenje: $I_A=0,3125\text{ mA}$

VJ.39. Odrediti struju koju pokazuje ampermetar. Naponi praga tranzistora su $U_{GS0n}=0,75\text{ V}$ i $U_{GS0p}= -0,75\text{ V}$, a konstante MOSFET-a $K_n= -K_p=0,5\text{ mA/V}^2$. Zadano je $U_{DD}=3\text{ V}$, $U_{GG}=1,25\text{ V}$ i $U_{Dp}=2,5\text{ V}$. Ampermetar je idealan.



Rješenje: $I_A=0,25\text{ mA}$

VJ.40. Odrediti struju koju pokazuje ampermetar. Naponi praga tranzistora su $U_{GS0n}=0,5\text{ V}$ i $U_{GS0p}= -0,5\text{ V}$, a konstante MOSFET-a $K_n= -K_p=0,5\text{ mA/V}^2$. Zadano je $U_{DD}=3\text{ V}$, $U_{GG}=1,5\text{ V}$ i $U_{Dp}=2,5\text{ V}$, $U_{Dn}=2,25\text{ V}$. Ampermetar je idealan.

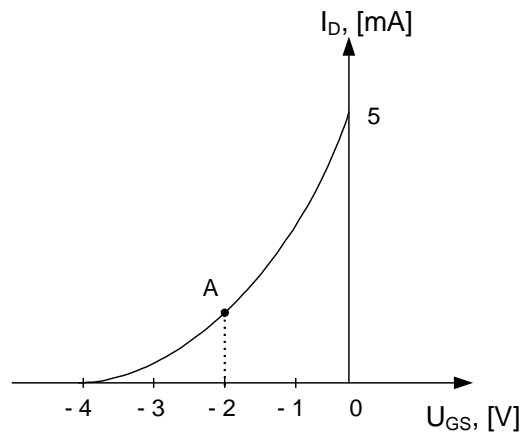


Rješenje: $I_A=0,422\text{ mA}$

Unipolarni tranzistori - JFET

ZADATAK.1. Prijenosna karakteristika nekog JFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

- Odrediti tip JFET-a.
- Odrediti struju i strminu u točki A.



Rješenje:

a) Sa slike možemo očitati:

$$U_p = -4 \text{ V}, \quad I_{DSS} = 5 \text{ mA}$$

Vrijedi da je $U_p < 0 \rightarrow n\text{-kanalni JFET}$

b) U zasićenju vrijedi:

$$I_D = I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right)^2$$

Za točku A vrijedi $U_{GSA} = -2 \text{ V}$ pa struja iznosi:

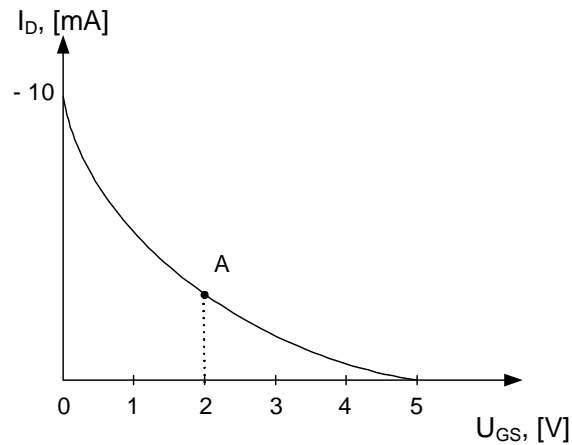
$$I_{DA} = I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{U_{GSA}}{U_p}\right)^2 = 5 \cdot \left(1 - \frac{-2}{-4}\right)^2 = 1,25 \text{ mA}$$

Strmina u točki A je:

$$g_{mA} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} \right|_{U_{DSA}} = \frac{2 \cdot I_{DSS}}{-U_p} \cdot \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right) = \frac{2 \cdot 5}{4} \cdot \left(1 - \frac{-2}{-4}\right) = 1,25 \text{ mA/V}$$

ZADATAK.2. Prijenosna karakteristika nekog JFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

- Odrediti tip JFET-a.
- Odrediti struju i strminu u točki A.



Rješenje:

a) Sa slike možemo očitati:

$$U_p = 5 \text{ V} , \quad I_{DSS} = -10 \text{ mA}$$

Vrijedi da je $U_p > 0 \rightarrow p$ -kanalni JFET

b) U zasićenju vrijedi:

$$I_D = I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right)^2$$

Za točku A vrijedi $U_{GSA} = 2 \text{ V}$ pa struja iznosi:

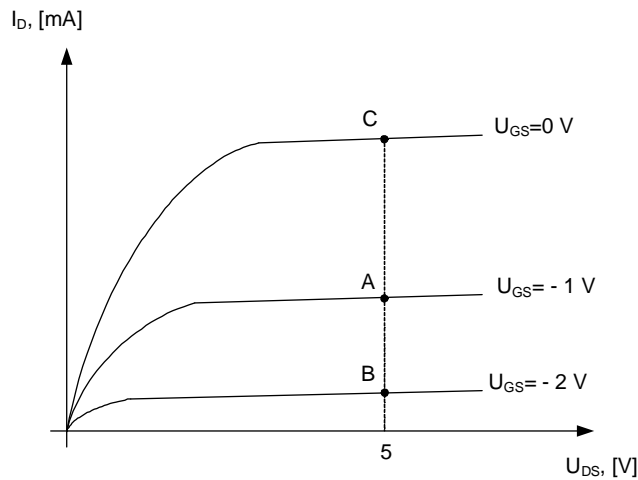
$$I_{DA} = I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{U_{GSA}}{U_p}\right)^2 = -10 \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right)^2 = -3,6 \text{ mA}$$

Strmina u točki A je:

$$g_{mA} = \left. \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} \right|_{U_{DSA}} = \frac{2 \cdot I_{DSS}}{-U_p} \cdot \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right) = \frac{2 \cdot (-10)}{-5} \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right) = 2,4 \text{ mA/V}$$

ZADATAK.3. Izlazna karakteristika nekog JFET-a prikazana je na slici. U točkama A i B struja odvoda iznosi $I_{DA}=5 \text{ mA}$ i $I_{DB}=1,25 \text{ mA}$.

- Odrediti tip JFET-a
- Odrediti struju i dinamičke parametre u točki C. Kod proračuna r_d pretpostaviti $\lambda=0,001 \text{ V}^{-1}$.



Rješenje:

- Iz karakteristike se vidi da struja I_D opada kada U_{GS} postaje negativniji \rightarrow n-kanalni JFET

- Za točku A vrijedi:

$$\left\{ U_{GSA} = -1 \text{ V}, \quad I_{DA} = 5 \text{ mA} \right\}$$

$$I_{DA} = I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{U_{GSA}}{U_P} \right)^2 \quad (1)$$

Za točku B vrijedi:

$$\left\{ U_{GSB} = -2 \text{ V}, \quad I_{DB} = 1,25 \text{ mA} \right\}$$

$$I_{DB} = I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{U_{GSB}}{U_P} \right)^2 \quad (2)$$

(1) i (2) predstavljaju dvije jednačbe sa dvije nepoznanice – U_P i I_{DSS} . Ako podijelimo gornje dvije jednačbe:

$$\frac{I_{DA}}{I_{DB}} = \frac{\left(1 - \frac{U_{GSA}}{U_P}\right)^2}{\left(1 - \frac{U_{GSB}}{U_P}\right)^2}$$

Nakon kraćeg računanja dobivamo

$$U_P = \frac{U_{GSA} - U_{GSB} \cdot \sqrt{\frac{I_A}{I_B}}}{1 - \sqrt{\frac{I_A}{I_B}}} = \frac{-1 - (-2) \cdot \sqrt{\frac{5}{1,25}}}{1 - \sqrt{\frac{5}{1,25}}} = -3 \text{ V}$$

Iz npr. (1) možemo izračunati:

$$I_{DSS} = \frac{I_{DA}}{\left(1 - \frac{U_{GSA}}{U_P}\right)^2} = \frac{5}{\left(1 - \frac{-1}{-3}\right)^2} = 11,25 \text{ mA}$$

Vrijedi da je $I_C = I_{DSS}$

Dinamički parametri su:

$$g_{mC} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} \right|_{U_{DSC}} = \frac{2 \cdot I_{DSS}}{-U_P} \cdot \left(1 - \frac{U_{GSC}}{U_P}\right) = \frac{2 \cdot 11,25}{3} \cdot \left(1 - \frac{0}{-3}\right) = 7,5 \text{ mA/V}$$

Za proračun r_d koristimo model modulacije duljine kanala za struju u zasićenju:

$$I_D = I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_P}\right)^2 \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DS})$$

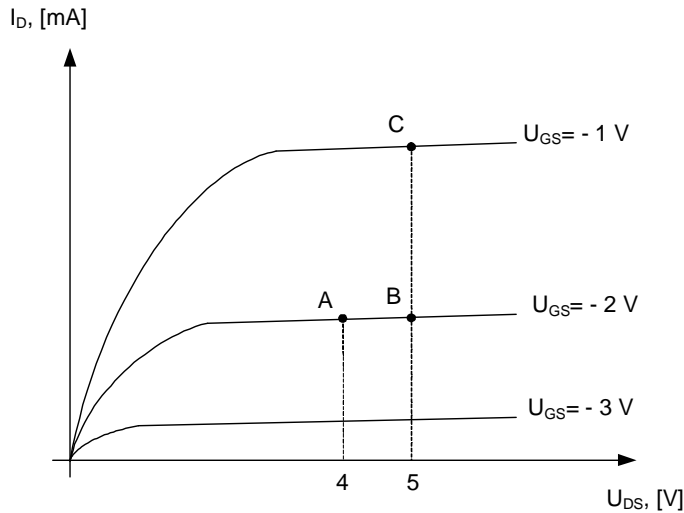
$$g_{dC} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{DS}} \right|_{U_{GSC}} = \lambda \cdot I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{U_{GSC}}{U_P}\right)^2 = \frac{\lambda \cdot I_{DC}}{(1 + \lambda \cdot U_{DSC})} = \frac{I_{DC}}{U_{DSC} + \frac{1}{\lambda}} = \frac{11,25}{5 + \frac{1}{0,001}} = \frac{11,25}{1005} = 11,19 \mu S$$

$$r_{dC} = \frac{1}{g_{dC}} = 89 \text{ k}\Omega$$

$$\mu_C = g_{mC} \cdot r_{dC} = 7,5 \cdot 89 = 668$$

ZADATAK.4. Izlazna karakteristika nekog JFET-a prikazana je na slici. Napon praga tranzistora iznosi $U_P = -4$ V. Struje u točkama A i B iznose $I_{DA}=1$ mA i $I_{DB}=1,005$ mA.

- Odrediti tip JFET-a
- Odrediti struju i dinamičke parametre u točki C.



Rješenje:

- $U_P < 0$ i iz karakteristike se vidi da struja I_D opada kada U_{GS} postaje negativniji
 \rightarrow n-kanalni JFET

- Točka B je u zasićenju i vrijedi:

$$I_{DB} = I_{DSS} \cdot \left(1 + \lambda \cdot U_{DSB}\right) \cdot \left(1 - \frac{U_{GSB}}{U_P}\right)^2$$

Iz toga možemo izraziti

$$I_{DSS} \cdot \left(1 + \lambda \cdot U_{DSB}\right) = \frac{I_{DB}}{\left(1 - \frac{U_{GSB}}{U_P}\right)^2}$$

Pošto vrijedi $U_{DSC} = U_{DSB}$ za točku C koja je također u zasićenju možemo napisati

$$I_{DC} = I_{DB} \cdot \frac{\left(1 - \frac{U_{GSC}}{U_P}\right)^2}{\left(1 - \frac{U_{GSB}}{U_P}\right)^2} = 1,005 \cdot \frac{\left(1 - \frac{-1}{-4}\right)^2}{\left(1 - \frac{-2}{-4}\right)^2} = 2,26 \text{ mA}$$

Dinamički parametri u točki C:

$$g_{mC} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} \right|_{U_{DSC}} = \frac{2 \cdot I_{DSS} \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DSC})}{-U_P} \cdot \left(1 - \frac{U_{GSC}}{U_P} \right) = \frac{2}{-U_P} \cdot \frac{I_{DB}}{\left(1 - \frac{U_{GSB}}{U_P} \right)^2} \cdot \left(1 - \frac{U_{GSC}}{U_P} \right) =$$

$$= \frac{2}{-4} \cdot \frac{1,005}{\left(1 - \frac{-2}{-4} \right)^2} \cdot \left(1 - \frac{-1}{-4} \right) = 1,51 \text{ mA/V}$$

Faktor modulacije duljine kanala možemo izračunati iz točaka A i B:

$$\frac{I_{DB}}{I_{DA}} = \frac{(1 + \lambda \cdot U_{DSB})}{(1 + \lambda \cdot U_{DSA})}$$

$$\lambda = \frac{I_{DB} - I_{DA}}{I_{DA} \cdot U_{DSB} - I_{DB} \cdot U_{DSA}} = \frac{1,005 - 1}{1 \cdot 5 - 1,005 \cdot 4} = 5,1 \cdot 10^{-3} \text{ V}^{-1}$$

.....

Napomena: mogli smo na početku izračunati λ pa direktno izračunati struju I_{DSS} , a ne relativno proračunavati preko struje u točki B. Za vježbu isprobajte ovaj drugi način

.....

Dinamički izlazni otpor:

$$r_{dC} = \frac{U_{DSC} + \frac{1}{\lambda}}{I_{DC}} = \frac{5 + \frac{1}{5,1 \cdot 10^{-3}}}{2,26} = 89 \text{ k}\Omega$$

Faktor pojačanja:

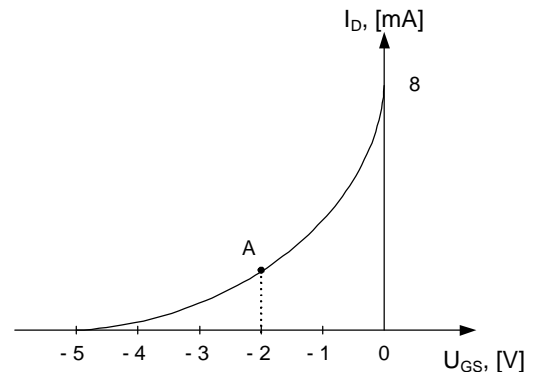
$$\mu_C = g_{mC} \cdot r_{dC} = 1,51 \cdot 89 = 134$$

Zadaci za vježbu

VJ.1. Prijenosna karakteristika nekog JFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

- a) Odrediti tip JFET-a.
- b) Odrediti struju i strminu u točki A.

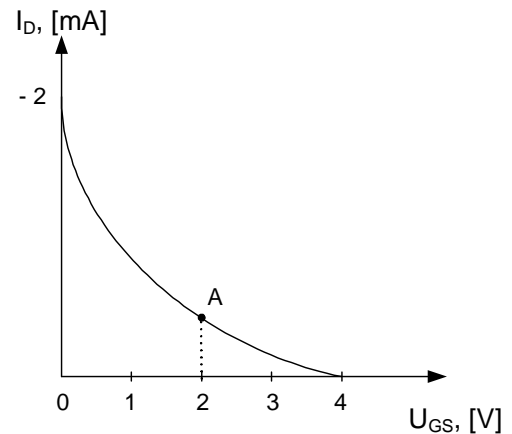
Rješenje: a) n -kanalni JFET, b) $I_{DA}=2,88 \text{ mA}$ $g_{mA}=1,92 \text{ mA/V}$



VJ.2. Prijenosna karakteristika nekog JFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

- a) Odrediti tip JFET-a.
- b) Odrediti struju i strminu u točki A.

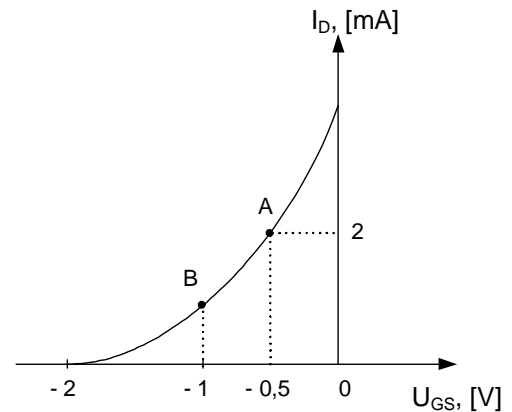
Rješenje: a) p -kanalni JFET, b) $I_{DA} = -0,5 \text{ mA}$, $g_{mA}=0,5 \text{ mA/V}$



VJ.3. Prijenosna karakteristika nekog JFET-a u području zasićenja prikazana je na slici.

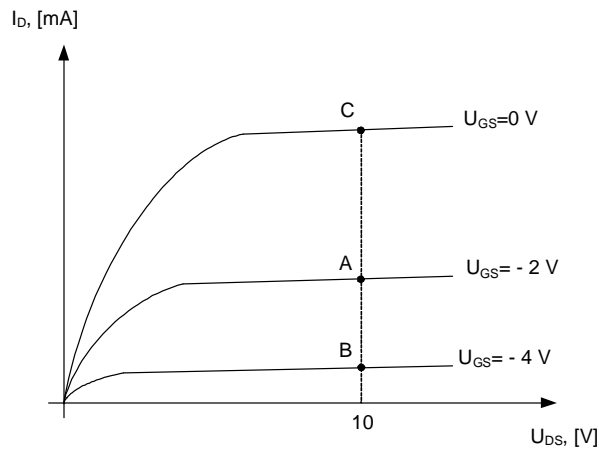
- a) Odrediti tip JFET-a.
- b) Odrediti struju i strminu u točki B.

Rješenje: a) n -kanalni JFET, b) $I_{DB}=0,89 \text{ mA}$, $g_{mB}=1,78 \text{ mA/V}$



VJ.4. Izlazna karakteristika nekog JFET-a prikazana je na slici. U točkama A i B struja odvoda iznosi $I_{DA}=2,5 \text{ mA}$ i $I_{DB}=0,625 \text{ mA}$.

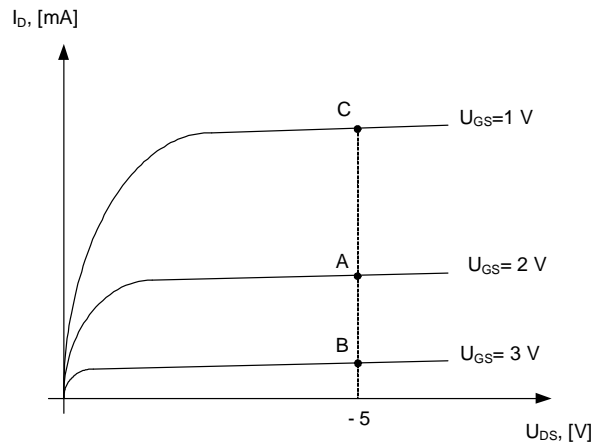
- a) Odrediti tip JFET-a
- b) Odrediti struju i dinamičke parametre u točki C. Kod proračuna r_d pretpostaviti $\lambda=0,002 \text{ V}^{-1}$.



Rješenje: a) n -kanalni JFET, b) $I_{DC}=5,625 \text{ mA}$, $g_{mC}=1,875 \text{ mA/V}$, $r_{dC}=91 \text{ k}\Omega$, $\mu_C=170$

VJ.5. Izlazna karakteristika nekog JFET-a prikazana je na slici. U točkama A i B struja odvoda iznosi $I_{DA} = -1,125 \text{ mA}$ i $I_{DB} = -0,125 \text{ mA}$.

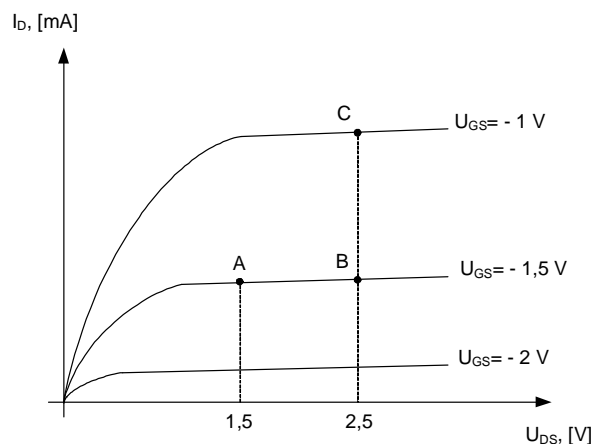
- Odrediti tip JFET-a
- Odrediti struju i dinamičke parametre u točki C. Kod proračuna r_d pretpostaviti $\lambda=0,002 \text{ V}^{-1}$.



Rješenje: a) p -kanalni JFET, b) $I_{DC} = -3,125 \text{ mA}$, $g_{mC}=2,5 \text{ mA/V}$, $r_{dC}=162 \text{ k}\Omega$, $\mu_C=404$

VJ.6. Izlazna karakteristika nekog JFET-a prikazana je na slici. Napon praga tranzistora iznosi $U_P = -2,5 \text{ V}$. Struje u točkama A i B iznose $I_{DA}=0,5 \text{ mA}$ i $I_{DB}=0,502 \text{ mA}$.

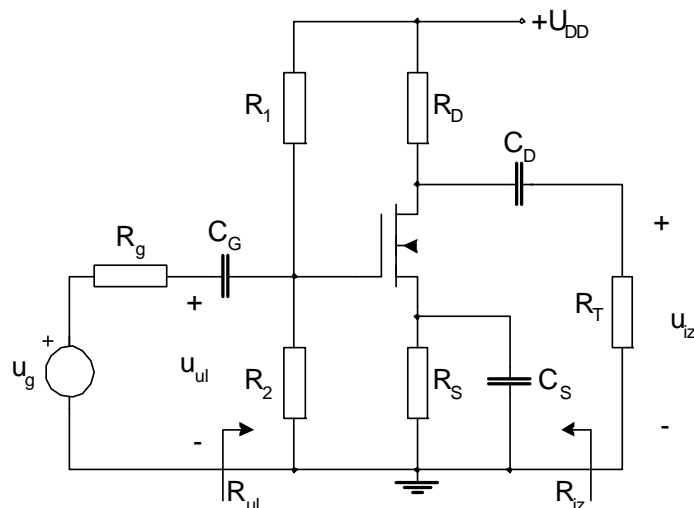
- Odrediti tip JFET-a
- Odrediti struju i dinamičke parametre u točki C.



Rješenje: a) n -kanalni JFET, b) $I_{DC}=1,13 \text{ mA}$, $g_{mC}=1,51 \text{ mA/V}$, $r_{dC}=222 \text{ k}\Omega$, $\mu_C=335$

SKLOPOVI S MOSFET-om

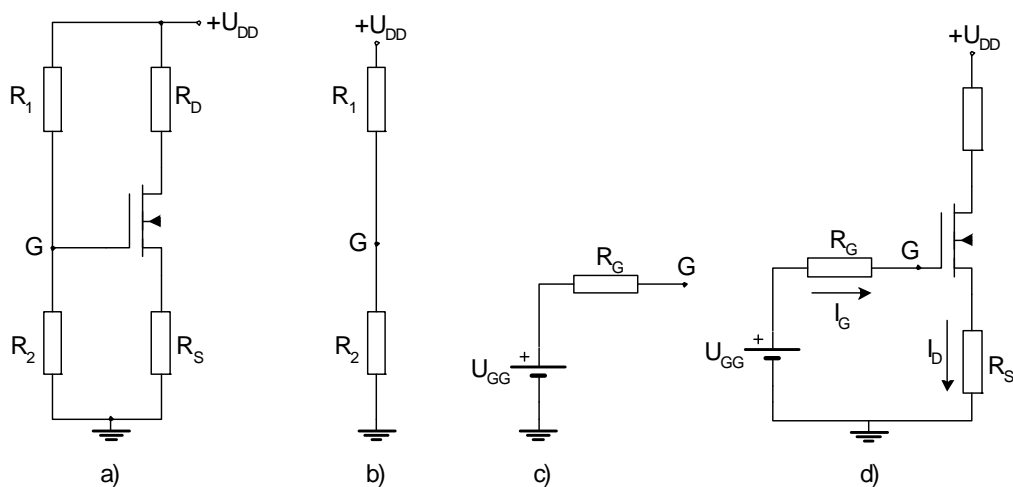
ZADATAK 1. U pojačalu sa slike 1.1 zadano je: $U_{DD} = 15\text{ V}$, $R_g = 500\ \Omega$, $R_1 = 2,2\text{ M}\Omega$, $R_2 = 1\text{ M}\Omega$, $R_D = 1,2\text{ k}\Omega$, $R_T = 2,7\text{ k}\Omega$ i $R_S = 1\text{ k}\Omega$. Parametri n -kanalnog MOSFET-a su $K = 2,5\text{ mA/V}^2$, $U_{GS0} = -1\text{ V}$ i $\lambda = 0,0038\text{ V}^{-1}$. Odrediti naponska pojačanja $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ i $A_{V_g} = \frac{u_{iz}}{u_g}$, ulazni otpor R_{ul} i izlazni otpor R_{iz} pojačala.



Slika 1.1.

Rješenje:

Da bi odredili pojačanja i otpore prvo trebamo odrediti statičku radnu točku i dinamičke parametre. Kod proračuna statičke radne točke svi kondenzatori imaju beskonačno veliki otpor, slika 1.2a. Ulazna mreža, koja je prikazana na slici 1.2b nadomješta se prema Thevenin-u slika 1.2c. Na slici 1.2d prikazan je sklop koji će nam poslužiti za proračun statičke radne točke.



Slika 1.2.

Napon U_{GG} možemo računati pomoću izraza:

$$U_{GG} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{DD} = \frac{1 \cdot 10^6}{1 \cdot 10^6 + 2,2 \cdot 10^6} \cdot 15 = 4,69V$$

a otpor R_G pomoću izraza:

$$R_G = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 2,2 \cdot 10^6}{1 \cdot 10^6 + 2,2 \cdot 10^6} = 687,5k\Omega$$

Jednadžba ulaznog kruga uz struju $I_G=0$ glasi:

$$U_{GG} = U_{GSQ} + I_{DQ} \cdot R_S$$

Struja odvoda je:

$$I_{DQ} = \frac{K}{2} (U_{GSQ} - U_{GS0})^2 = \frac{U_{GG} - U_{GSQ}}{R_S}$$

Sređivanjem gornje jednadžbe dobivamo:

$$U_{GSQ}^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{K \cdot R_S} - U_{GS0} \right) \cdot U_{GSQ} + U_{GS0}^2 - \frac{2 \cdot U_{GG}}{K \cdot R_S} = 0$$

Uvrštavanjem numeričkih vrijednosti dobivamo kvadratnu jednadžbu:

$$U_{GSQ}^2 + 2,8 \cdot U_{GSQ} - 2,752 = 0$$

Rješavanjem kvadratne jednadžbe dobivamo dva rješenja:

$$U_{GSQ1} = 0,77V$$

$$U_{GSQ2} = -3,57V$$

Za n -kanalni MOSFET mora vrijediti $U_{GSQ} > U_{GS0} = -1V$. Zbog toga drugo rješenje nije dobro i vrijedi $U_{GSQ} = 0,77V$. Struja odvoda jednaka je:

$$I_{DQ} = \frac{K}{2} (U_{GSQ} - U_{GS0})^2 = \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{2} (0,77 + 1)^2 = 3,92mA$$

Jednadžba izlaznog kruga glasi:

$$U_{DD} = I_{DQ} \cdot R_D + U_{DSQ} + I_{DQ} \cdot R_S$$

Iz gornje jednadžbe dobivamo napon U_{DSQ} koji je jednak:

$$U_{DSQ} = U_{DD} - I_{DQ} \cdot (R_D + R_S) = 15 - 3,92 \cdot 10^{-3} \cdot (1200 + 1000) = 6,38V$$

$U_{DSQ} = 6,38V > U_{GSQ} - U_{GS0} = 0,77 + 1 = 1,77V$ MOSFET radi u području zasićenja.

Struja odvoda MOSFET-a u području zasićenja je:

$$i_D = \frac{K}{2} (u_{GS} - U_{GS0})^2 (1 + \lambda u_{DS})$$

Dinamički su parametri:

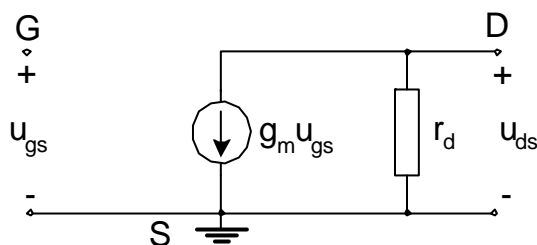
$$g_m = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} \right|_Q = K (U_{GSQ} - U_{GS0}) (1 + \lambda U_{DSQ}) = 2,5 \cdot 10^{-3} (0,77 + 1) \cdot (1 + 0,0038 \cdot 6,38) = 4,53 \text{ mA/V}$$

$$\frac{1}{r_d} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{DS}} \right|_Q = \lambda \frac{K}{2} (U_{GSQ} - U_{GS0})^2 = \lambda I_{DQ} = 0,0038 \cdot 3,92 \cdot 10^{-3} = 14,9 \mu S,$$

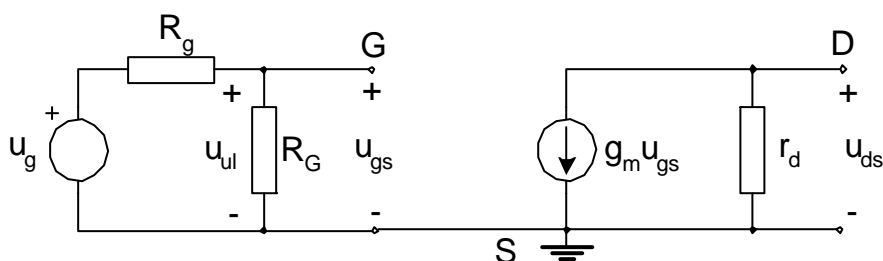
$$r_d = \frac{1}{14,9 \cdot 10^{-6}} = 67,14 \text{ k}\Omega$$

Kod dinamičke analize svi kondenzatori imaju jako mali otpor pa uzimamo da predstavljaju kratki spoj. Zbog toga je otpor R_S za izmjenični signal kratko spojen tj. uvod MOSFET-a je spojen na masu. Naponski izvori U_{DD} i U_{GG} za izmjenični signal također predstavljaju kratki spoj. Za crtanje nadomjesne sheme za mali signal koristit ćemo model MOSFET-a za mali

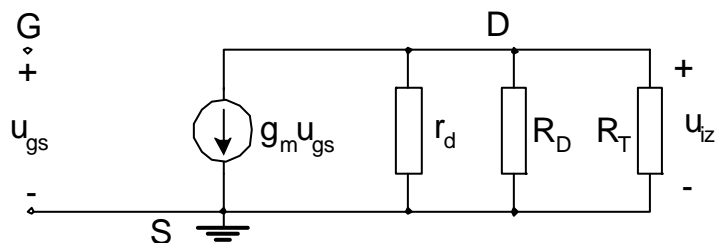
signal sa slike 1.3. Pri crtanju nadomjesne sheme pojačala sa slike 1.1 prvo ćemo nadomjestiti ulazni krug. Između upravljačke elektrode i mase spojen je otpornik R_G , jer je naponski izvor U_{GG} za izmjenični signal kratki spoj. Na upravljačku elektrodu spojen je otpornik R_g , jer je kapacitet C_G kratki spoj. U seriju s njim spojen je naponski izvor u_g , slika 1.4. Sad ćemo nadomjestiti izlazni krug. Između odvoda i mase spojen je otpornik R_D , jer je naponski izvor U_{DD} za izmjenični signal kratki spoj, te otpornik R_T jer je kondenzator C_D kratki spoj, slika 1.5.



Slika 1.3.

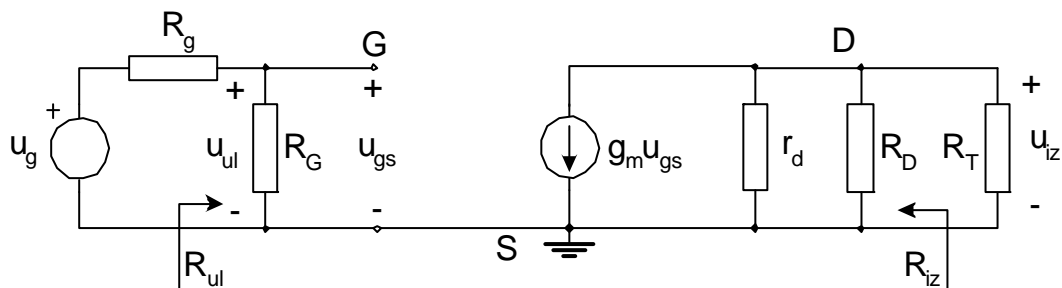


Slika 1.4.



Slika 1.5.

Na slici 1.6 prikazan je model pojačala za dinamičku analizu



Slika 1.6.

Pojačanje $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ što znači da trebamo naći omjer napon u_{iz} i u_{ul}

Izlazni napon jednak je:

$$u_{iz} = -g_m \cdot u_{gs} \cdot r_d \parallel R_D \parallel R_T$$

Ulazni napon jednak je naponu u_{gs} .

$$u_{ul} = u_{gs}$$

Pojačanje je jednako:

$$A_v = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{-g_m \cdot u_{gs} \cdot r_d \parallel R_D \parallel R_T}{u_{gs}} = -g_m \cdot r_d \parallel R_D \parallel R_T = -4,53 \cdot 10^{-3} \cdot 67,14 \cdot 10^3 \parallel 1,2 \cdot 10^3 \parallel 2,7 \cdot 10^3 = -3,72$$

U ulaznom krugu vidimo naponsko dijelilo za koje vrijedi:

$$u_{ul} = \frac{R_g}{R_g + R_G} \cdot u_g$$

Naponsko pojačanje A_{Vg} računa se prema izrazu:

$$A_{Vg} = \frac{u_{iz}}{u_g} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \cdot \frac{u_{ul}}{u_g} = A_v \cdot \frac{R_g}{R_g + R_G} = -3,72 \cdot \frac{687,5 \cdot 10^3}{500 + 687,5 \cdot 10^3} = -3,717$$

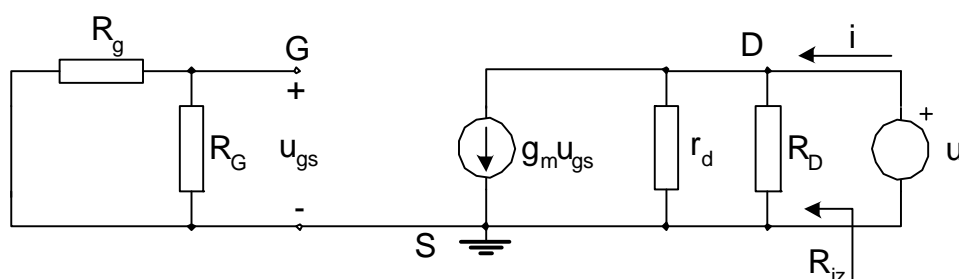
Ulazni otpor jednak je:

$$R_{ul} = R_G = 687,5 k\Omega$$

Kod računanja izlaznog otpora sve nezavisne izvore treba ugasiti tj. naponski izvori se kratko spajaju, a strujni su odspojeni. Zavisni izvori će postojati ako postoji napon ili struja o kojoj su ovisni. Trošilo je zamijenjeno naponskim izvorom u koji daje struju i . Izlazni otpor jednak je:

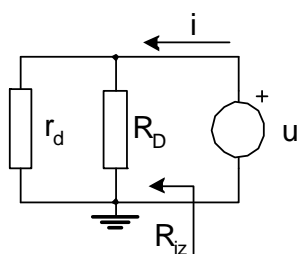
$$R_{iz} = \frac{u}{i}$$

Nadomjesna shema za određivanje izlaznog otpora prikazana je na slici 1.7.



Slika 1.7.

Sa slike se vidi da je napon $u_{gs}=0$ zbog čega ne postoji strujni izvor $g_m u_{gs}$. Konačna nadomjesna shema prikazana je na slici 1.8.



Slika 1.8.

Iz slike možemo odrediti struju i koja je jednaka:

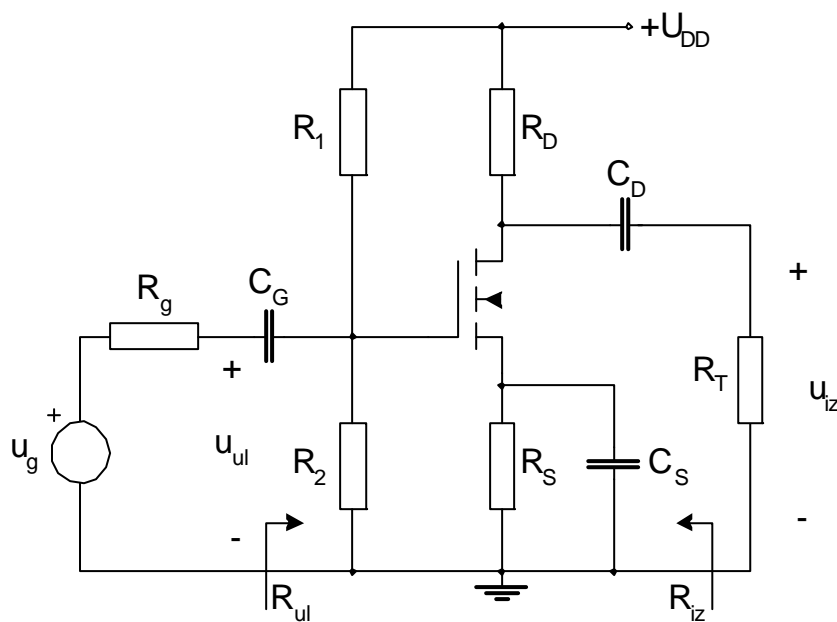
$$i = \frac{u}{r_d \parallel R_D}$$

Uvrštavanjem gornjeg izraza u jednadžbu izlaznog otpora dobivamo:

$$R_{iz} = \frac{u}{i} = \frac{u}{\frac{u}{r_d \parallel R_D}} = r_d \parallel R_D = 67,14 \cdot 10^3 \parallel 1,2 \cdot 10^3 = 1179 \Omega$$

ZADATAK 2. Za pojačalu sa slike 2.1 zadano je: $U_{DD} = 18 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 3,3 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 1,1 \text{ M}\Omega$, $R_D = 2 \text{ k}\Omega$ i $R_T = 3,3 \text{ k}\Omega$. Parametri n -kanalnog MOSFET-a su $K = 2,25 \text{ mA/V}^2$, $U_{GS0} = 0,5 \text{ V}$ i $\lambda = 0,0045 \text{ V}^{-1}$. Odrediti:

- vrijednost otpornika R_S tako da teče struja $I_{DQ} = 2,915 \text{ mA}$,
- naponska pojačanja $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ i $A_{Vg} = \frac{u_{iz}}{u_g}$,
- ulazni otpor R_{ul} i izlazni otpor R_{iz} pojačala.



Slika 2.1.

Rješenje:

- Struja odvoda je:

$$I_{DQ} = \frac{K}{2} (U_{GSQ} - U_{GS0})^2$$

Iz gornjeg izraza možemo dobiti napon U_{GSQ} koji je jednak:

$$U_{GSQ} = U_{GS0} \pm \sqrt{\frac{2 \cdot I_{DQ}}{K}} = 0,5 \pm \sqrt{\frac{2 \cdot 2,915 \cdot 10^{-3}}{2,25 \cdot 10^{-3}}} = 0,5 \pm 1,61$$

Za n -kanalni MOSFET mora vrijediti $U_{GSQ} > U_{GS0} = 0,5 \text{ V}$ pa je $U_{GSQ} = 0,5 \pm 1,61 = 2,11 \text{ V}$

$$U_{GG} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{DD} = \frac{1,1 \cdot 10^6}{1,1 \cdot 10^6 + 3,3 \cdot 10^6} \cdot 18 = 4,5 \text{ V}$$

$$R_G = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1,1 \cdot 10^6 \cdot 3,3 \cdot 10^6}{1,1 \cdot 10^6 + 3,3 \cdot 10^6} = 825 \text{ k}\Omega$$

Jednadžba ulaznog kruga uz struju $I_G = 0$ glasi:

$$U_{GG} = U_{GSQ} + I_{DQ} \cdot R_S$$

Iz gornjeg izraza možemo dobiti R_S :

$$R_s = \frac{U_{GG} - U_{GSQ}}{I_{DQ}} = \frac{4,5 - 2,11}{2,915 \cdot 10^{-3}} = 820 \Omega$$

$$U_{DSQ} = U_{DD} - I_{DQ} \cdot (R_D + R_s) = 18 - 2,915 \cdot 10^{-3} \cdot (2000 + 820) = 9,78V$$

$$U_{DSQ} = 9,78V > U_{GSQ} - U_{GS0} = 2,11 - 0,5 = 1,61V \text{ MOSFET radi u području zasićenja.}$$

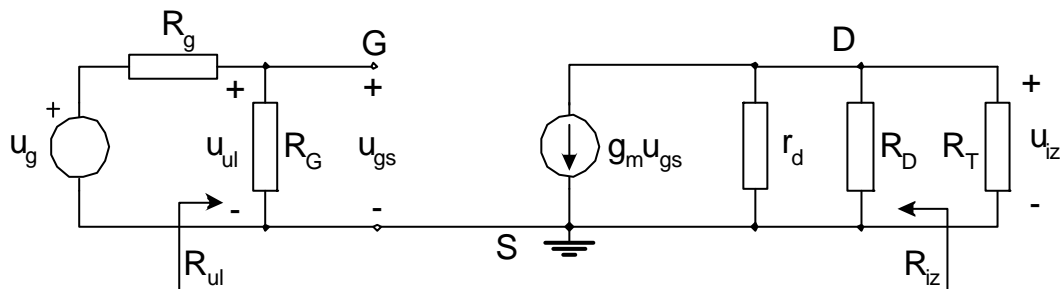
Da bi izračunali b. i c. dio zadatka trebamo izračunati dinamičke parametre:

$$g_m = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} \right|_Q = K (U_{GSQ} - U_{GS0}) (1 + \lambda U_{DSQ}) = 2,25 \cdot 10^{-3} (2,11 - 0,5) \cdot (1 + 0,0045 \cdot 9,78) = 3,78 \text{ mA/V}$$

$$\frac{1}{r_d} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{DS}} \right|_Q = \lambda \frac{K}{2} (U_{GSQ} - U_{GS0})^2 = \lambda I_{DQ} = 0,0045 \cdot 2,915 \cdot 10^{-3} = 13,12 \mu S,$$

$$r_d = \frac{1}{13,12 \cdot 10^{-6}} = 76,23 \text{ k}\Omega$$

b. Da bi odredili pojačanja prvo trebamo nacrtati model pojačala za mali signal, slika 2.2.



Slika 2.2.

Pojačanje $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ što znači da trebamo odrediti omjer napon u_{iz} i u_{ul}

Izlazni napon jednak je:

$$u_{iz} = -g_m \cdot u_{gs} \cdot r_d \parallel R_D \parallel R_T$$

Ulazni napon jednak je naponu u_{gs} .

$$u_{ul} = u_{gs}$$

Pojačanje je jednako:

$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{-g_m \cdot u_{gs} \cdot r_d \parallel R_D \parallel R_T}{u_{gs}} = -g_m \cdot r_d \parallel R_D \parallel R_T = -3,78 \cdot 10^{-3} \cdot 76,23 \cdot 10^3 \parallel 2 \cdot 10^3 \parallel 3,3 \cdot 10^3 = -4,633$$

U ulaznom krugu vidimo naponsko dijelilo za koje vrijedi:

$$u_{ul} = \frac{R_G}{R_g + R_G} \cdot u_g$$

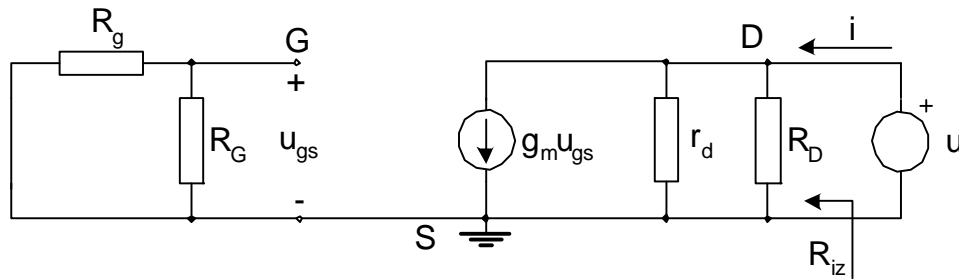
Naponsko pojačanje A_{Vg} računa se prema izrazu:

$$A_{Vg} = \frac{u_{iz}}{u_g} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \cdot \frac{u_{ul}}{u_g} = A_V \cdot \frac{R_G}{R_g + R_G} = -4,633 \cdot \frac{825 \cdot 10^3}{500 + 825 \cdot 10^3} = -4,63$$

c. Ulazni otpor jednak je:

$$R_{ul} = R_G = 825 \text{ k}\Omega$$

Na slici 2.3. prikazana je nadomjesna shema za određivanje izlaznog otpora.

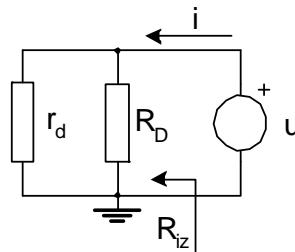


Slika 2.3.

Izlazni otpor jednak je:

$$R_{iz} = \frac{u}{i}$$

Iz slike se vidi da je napon $u_{gs}=0$ zbog čega ne postoji strujni izvor $g_m u_{gs}$. Konačna nadomjesna shema prikazana je na slici 2.4.



Slika 2.4.

Iz slike možemo odrediti struju i koja je jednaka:

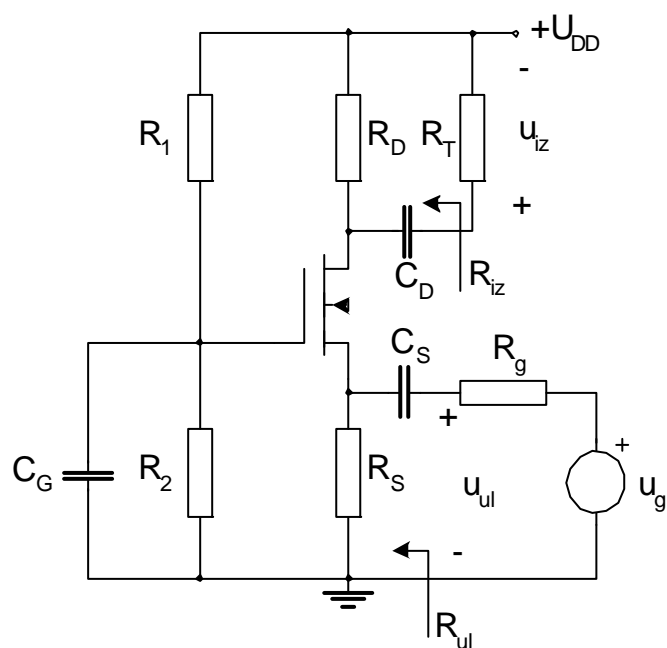
$$i = \frac{u}{r_d \parallel R_D}$$

Uvrštavanjem gornjeg izraza u jednadžbu izlaznog otpora dobivamo:

$$R_{iz} = \frac{u}{i} = \frac{u}{\frac{u}{r_d \parallel R_D}} = r_d \parallel R_D = 76,23 \cdot 10^3 \parallel 2 \cdot 10^3 = 1949 \Omega$$

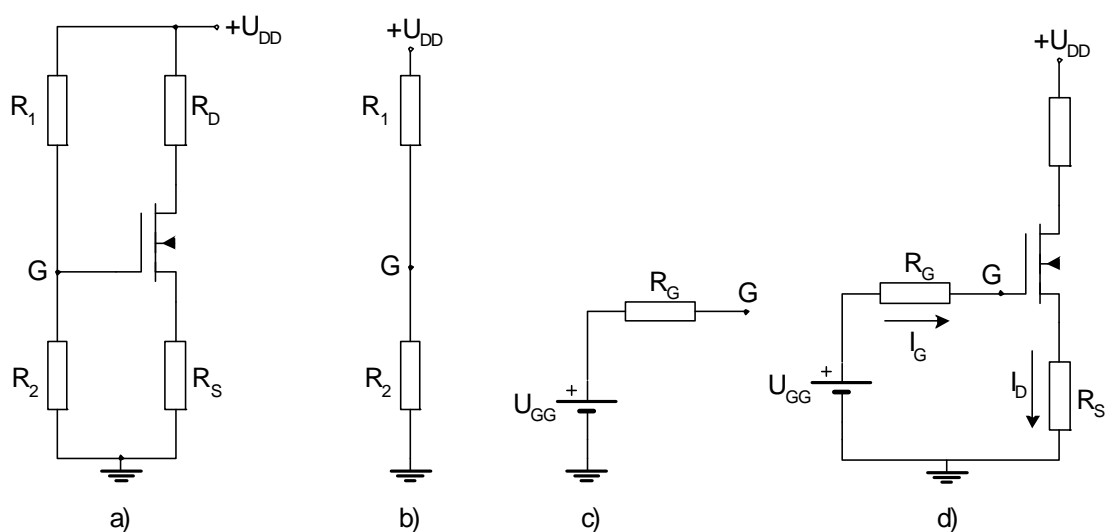
ZADATAK 3. U pojačalu sa slike 3.1 zadano je: $U_{DD} = 12 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 3,9 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 1,2 \text{ M}\Omega$, $R_D = 1 \text{ k}\Omega$, $R_T = 4,7 \text{ k}\Omega$ i $R_S = 560 \Omega$. Parametri n -kanalnog MOSFET-a su $K = 2,2 \text{ mA/V}^2$, $U_{GS0} = -2 \text{ V}$ i $\lambda = 0,004 \text{ V}^{-1}$. Odrediti:

- statičku radnu točku,
- naponsko pojačanje $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$,
- ulazni otpor R_{ul} i izlazni otpor R_{iz} pojačala.



Slika 3.1.

a. Kod proračuna statičke radne točke svi kondenzatori imaju beskonačno veliki otpor, slika 3.2a. Ulazna mreža, koja je prikazana na slici 3.2b nadomješta se prema Thevenin-u, slika 3.2c. Na slici 3.2d prikazan je sklop koji će nam poslužiti za proračun statičke radne točke. Isto kao i za sklop iz zadatka 1.



Slika 3.2.

Napon U_{GG} se dobije pomoću izraza:

$$U_{GG} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{DD} = \frac{1,2 \cdot 10^6}{1,2 \cdot 10^6 + 3,9 \cdot 10^6} \cdot 12 = 2,82V$$

a otpor R_G pomoću izraza:

$$R_G = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1,2 \cdot 10^6 \cdot 3,9 \cdot 10^6}{1,2 \cdot 10^6 + 3,9 \cdot 10^6} = 917,65k\Omega$$

Jednadžba ulaznog kruga uz struju $I_G=0$ glasi:

$$U_{GG} = U_{GSQ} + I_{DQ} \cdot R_S$$

Struja odvoda je:

$$I_{DQ} = \frac{K}{2} (U_{GSQ} - U_{GS0})^2 = \frac{U_{GG} - U_{GSQ}}{R_S}$$

Sređivanjem gornje jednačbe dobivamo:

$$U_{GSQ}^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{K \cdot R_S} - U_{GS0} \right) \cdot U_{GSQ} + U_{GS0}^2 - \frac{2 \cdot U_{GG}}{K \cdot R_S} = 0$$

Uvrštavanjem numeričkih vrijednosti dobivamo kvadratnu jednačbu:

$$U_{GSQ}^2 + 5,62 \cdot U_{GSQ} - 0,584 = 0$$

Rješavanjem kvadratne jednačbe dobivamo dva rješenja:

$$U_{GSQ1} = 0,1V$$

$$U_{GSQ2} = -5,73V$$

Za n -kanalni MOSFET mora vrijediti $U_{GSQ} > U_{GS0} = -2V$. Zbog toga drugo rješenje nije dobro i vrijedi $U_{GSQ} = 0,1V$. Struja odvoda jednaka je:

$$I_{DQ} = \frac{K}{2} (U_{GSQ} - U_{GS0})^2 = \frac{2,2 \cdot 10^{-3}}{2} (0,1 + 2)^2 = 4,86mA$$

Jednačba izlaznog kruga glasi:

$$U_{DD} = I_{DQ} \cdot R_D + U_{DSQ} + I_{DQ} \cdot R_S$$

Iz gornje jednačbe dobivamo napon U_{DSQ} koji je jednak:

$$U_{DSQ} = U_{DD} - I_{DQ} \cdot (R_D + R_S) = 12 - 4,86 \cdot 10^{-3} \cdot (1000 + 560) = 4,42V$$

$U_{DSQ} = 4,42V > U_{GSQ} - U_{GS0} = 0,1 + 1 = 2,1V$ MOSFET radi u području zasićenja.

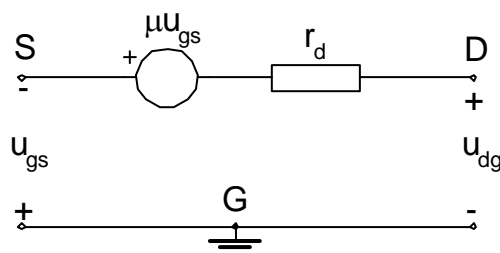
Da bi izračunali b. i c. dio zadatka trebamo izračunati dinamičke parametre:

$$g_m = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} \right|_Q = K (U_{GSQ} - U_{GS0}) (1 + \lambda U_{DSQ}) = 2,2 \cdot 10^{-3} (0,1 + 2) \cdot (1 + 0,004 \cdot 4,42) = 4,71 mA/V$$

$$\frac{1}{r_d} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{DS}} \right|_Q = \lambda \frac{K}{2} (U_{GSQ} - U_{GS0})^2 = \lambda I_{DQ} = 0,004 \cdot 4,86 \cdot 10^{-3} = 19,44 \mu S,$$

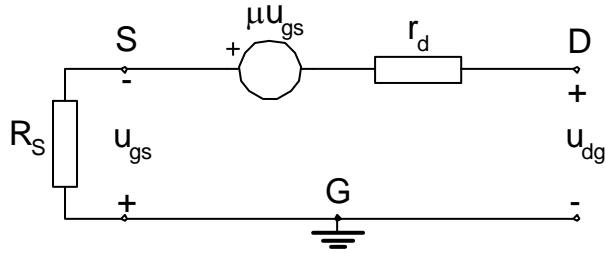
$$r_d = \frac{1}{19,44 \cdot 10^{-6}} = 51,44 k\Omega$$

b. Za izmjenični signal svi kondenzatori imaju jako mali otpor tj. predstavljaju kratki spoj. Kondenzator C_G predstavlja kratki spoj pa je upravljačka elektroda MOSFET-a je spojen na masu. Naponski izvori U_{DD} i U_{GG} za izmjenični signal predstavljaju kratki spoj. Za crtanje dinamičke sheme za mali signal krenuti ćemo od modela MOSFET-a za mali signal, slika 3.3.



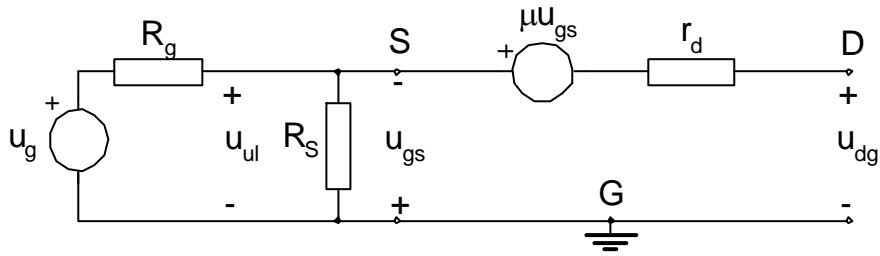
Slika 3.3.

Prema slici 3.1 između uvoda i mase spojen je otpornik R_S , slika 3.4.



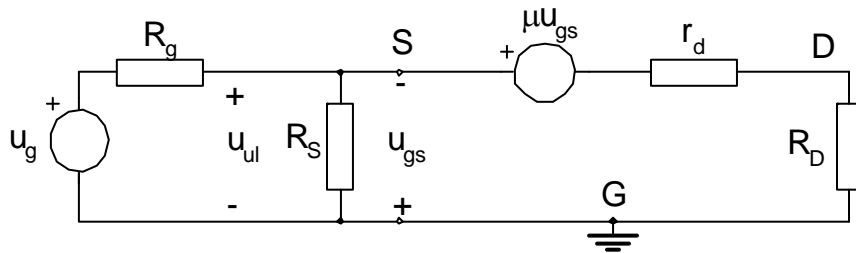
Slika 3.4.

Kapacitet C_S je kratki spoj pa je otpornik R_g spojen na uvod. Otpornik R_g je preko naponskog izvora u_g vezan na masu, slika 3.5. Time smo nadomjestili ulazni krug.



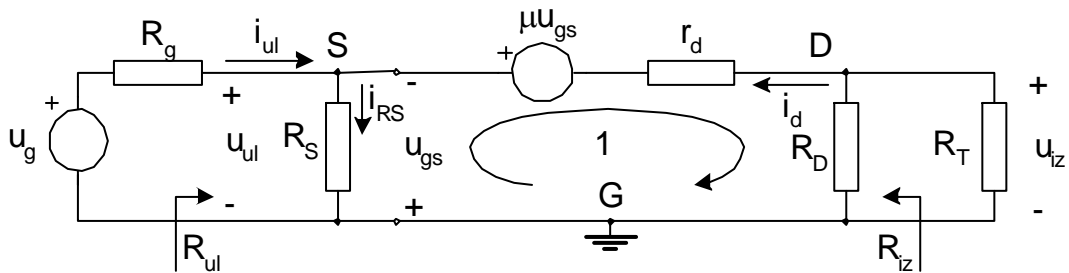
Slika 3.5.

Između odvoda i mase nalazi se otpornik R_D , slika 3.6.



Slika 3.6.

Isto tako, između odvoda i mase spojeno je trošila zato što su kondenzator C_D i naponski izvor U_{DD} kratki spoj za izmjenični signal, slika 3.7.



Slika 3.7.

Iz slike 3.7. možemo pisati da je:

$$u_{ul} = -u_{gs}$$

Jednadžba petlje "1" glasi:

$$u_{gs} + \mu \cdot u_{gs} - i_d \cdot r_d - i_d \cdot R_D \parallel R_T = 0$$

$$(1 + \mu) \cdot u_{gs} = i_d \cdot (r_d + R_D \parallel R_T)$$

$$-(1 + \mu) \cdot u_{ul} = i_d \cdot (r_d + R_D \parallel R_T)$$

$$i_d = -\frac{(1+\mu) \cdot u_{ul}}{r_d + R_D \parallel R_T}$$

Izlazni napon jednak je:

$$u_{iz} = -i_d \cdot R_D \parallel R_T = -\frac{(1+\mu) \cdot u_{ul}}{r_d + R_D \parallel R_T} \cdot (-R_D \parallel R_T) = \frac{(1+\mu) \cdot R_D \parallel R_T \cdot u_{ul}}{r_d + R_D \parallel R_T}$$

Iz gornjeg izraza dobivamo pojačanje:

$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{(1+\mu) \cdot R_D \parallel R_T}{r_d + R_D \parallel R_T}$$

Korištenjem Barkhausenove jednadžbe $\mu = g_m \cdot r_d$ ($\mu \gg 1 \Rightarrow 1 + \mu \approx \mu = g_m \cdot r_d$) pojačanje možemo pisati u obliku:

$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{g_m \cdot r_d \cdot R_D \parallel R_T}{r_d + R_D \parallel R_T} = g_m \cdot r_d \parallel R_D \parallel R_T = 4,71 \cdot 10^{-3} \cdot 51,44 \cdot 10^3 \parallel 1000 \parallel 4700 = 3,82$$

c. Ulazni otpor pojačala može odrediti iz izraza:

$$R_{ul} = \frac{u_{ul}}{i_{ul}}$$

Jednadžba struja u čvoru S jednaka je:

$$i_{ul} + i_d = i_{RS} \Rightarrow i_{ul} = i_{RS} - i_d$$

Struju i_d smo ranije izrazili; preostaje nam još da izrazimo struju i_{RS} koja je jednaka:

$$i_{RS} = \frac{u_{ul}}{R_S}$$

Ulazna struja je jednaka:

$$i_{ul} = \frac{u_{ul}}{R_S} - \left(-\frac{(1+\mu) \cdot u_{ul}}{r_d + R_D \parallel R_T} \right) = \left(\frac{1}{R_S} + \frac{(1+\mu)}{r_d + R_D \parallel R_T} \right) \cdot u_{ul}$$

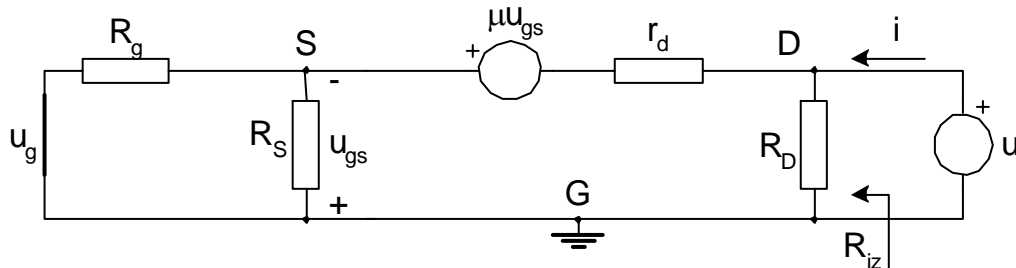
Ulazni otpor jednak je:

$$R_{ul} = \frac{u_{ul}}{i_{ul}} = \frac{1}{\frac{1}{R_S} + \frac{(1+\mu)}{r_d + R_D \parallel R_T}} = R_S \parallel \frac{r_d + R_D \parallel R_T}{1+\mu} = 560 \parallel \frac{51,44 \cdot 10^3 + 1000 \parallel 4700}{51,44 \cdot 10^3 \cdot 4,71 \cdot 10^{-3}} = 155,8 \Omega$$

Kod računanja izlaznog otpora sve nezavisne izvore treba ugasiti tj. naponski izvori se kratko spajaju, a strujni su odspojeni. Zavisni izvori će postojati ako postoji napon ili struja od koje zavise. Trošilo je zamijenjeno naponskim izvorom u koji daje struju i . Izlazni otpor jednak je:

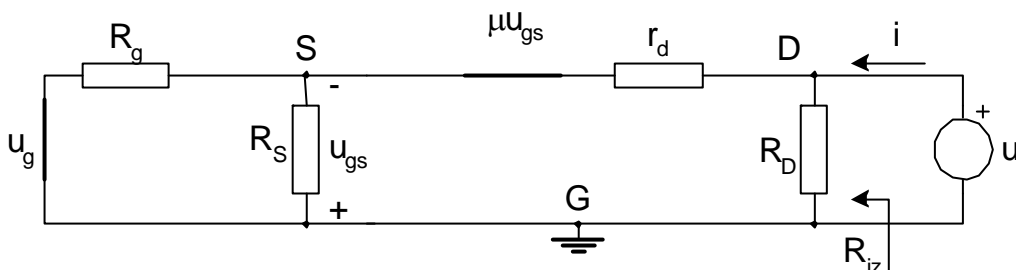
$$R_{iz} = \frac{u}{i}$$

Za određivanje izlaznog otpora nadomjesna shema prikazana je na slici 3.8.



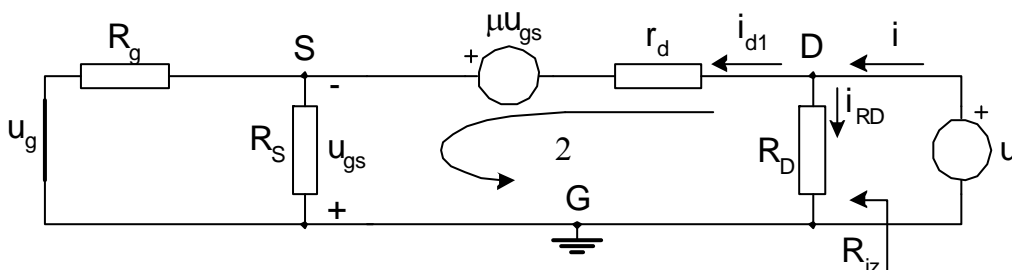
Slika 3.8.

Šta je s izvorom $\mu \cdot u_{gs}$? Prvi korak je da taj izvor, pošto je naponski kratko spojimo i pogledamo da li postoji napon u_{gs} , slika 3.9.



Slika 3.9.

Sa slike se vidi dio struje i stvara pad napona na paraleli otpornika R_g i R_S što znači da naponski izvor $\mu \cdot u_{gs}$ postoji. Na slici 3.10. prikazana je nadomjesna shema koja će nam poslužiti za računanje izlaznog otpora.



Slika 3.10.

Jednadžba struja u čvoru D jednaka je:

$$i = i_{d1} + i_{RD}$$

$$i_{RD} = \frac{u}{R_D}$$

Jednadžba petlje "2" dana je izrazom:

$$u = i_{d1} \cdot r_d - \mu \cdot u_{gs} + i_{d1} \cdot R_S \parallel R_g$$

Napon u_{gs} jednak je:

$$u_{gs} = -i_{d1} \cdot R_S \parallel R_g$$

Iz gornje dvije jednadžbe dobivamo struju i_{d1} :

$$i_{d1} = \frac{u}{r_d + (1 + \mu) \cdot R_S \parallel R_g}$$

Struja i jednaka je:

$$i = \frac{u}{R_D} + \frac{u}{r_d + (1 + \mu) \cdot R_S \parallel R_g} = u \cdot \left(\frac{1}{R_D} + \frac{1}{r_d + (1 + \mu) \cdot R_S \parallel R_g} \right)$$

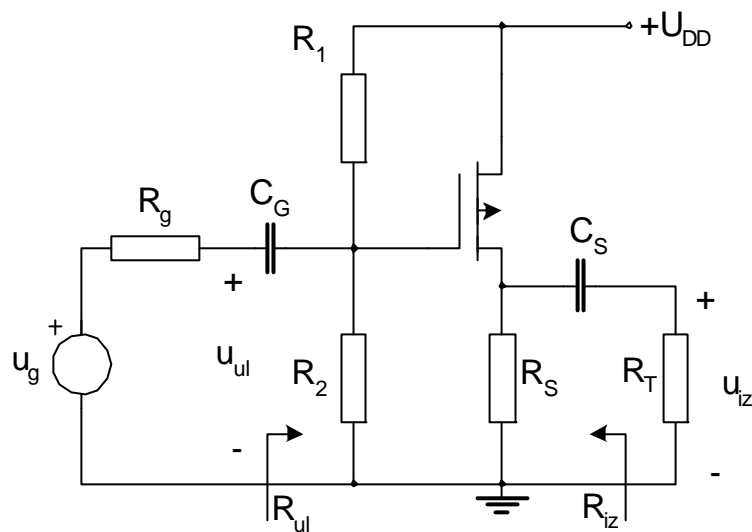
Izlazni otpor jednak je:

$$R_{iz} = \frac{u}{i} = \frac{u}{u \cdot \left(\frac{1}{R_D} + \frac{1}{r_d + (1 + \mu) \cdot R_S \parallel R_g} \right)} = \frac{1}{\frac{1}{R_D} + \frac{1}{r_d + (1 + \mu) \cdot R_S \parallel R_g}} =$$

$$= R_D \parallel (r_d + (1 + \mu) \cdot R_S \parallel R_g) = 1000 \parallel (51,44 \cdot 10^3 + 51,44 \cdot 10^3 \cdot 4,71 \cdot 10^{-3} \cdot 560 \parallel 500) = 991,4 \Omega$$

ZADATAK 4. U pojačalu sa slike 4.1 zadano je: $U_{DD} = -15V$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 2 M\Omega$, $R_2 = 1 M\Omega$, $R_T = 3,9 k\Omega$ i $R_S = 2 k\Omega$. Parametri p -kanalnog MOSFET-a su $K = -2 mA/V^2$, $U_{GS0} = 1 V$ i $\lambda = -0,0055 V^{-1}$. Odrediti:

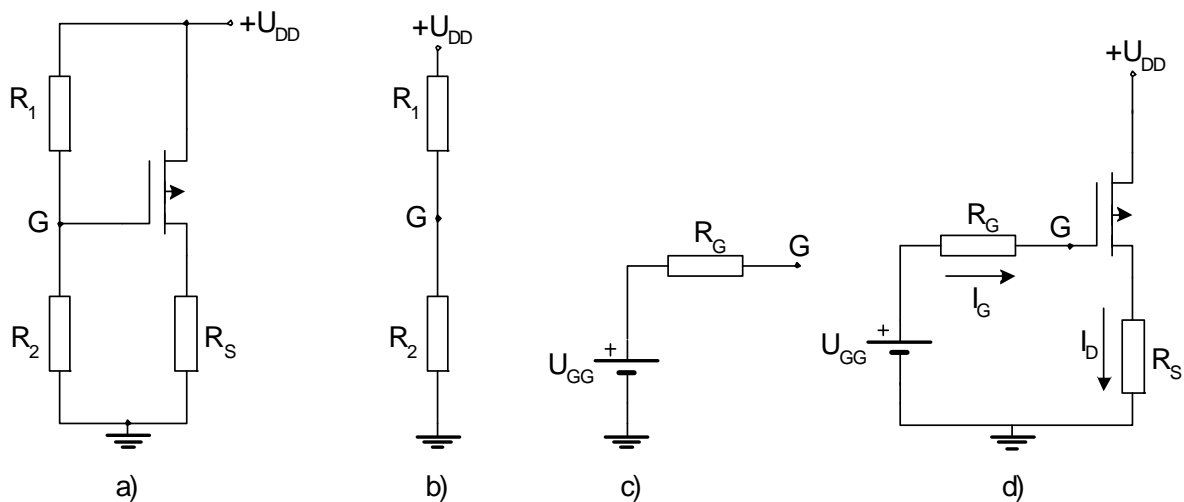
- statičku radnu točku,
- naponsko pojačanje $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$,
- ulazni otpor R_{ul} i izlazni otpor R_{iz} pojačala.



Slika 4.1.

Rješenje:

- Kod proračuna statičke radne točke svi kondenzatori imaju beskonačno veliki otpor, slika 4.2a. Ulazna mreža, koja je prikazana na slici 4.2b nadomješta se prema Thevenin-u, slika 4.2c. Na slici 4.2d prikazan je sklop koji će nam poslužiti za proračun statičke radne točke.



Slika 4.2

Napon U_{GG} se dobije pomoću izraza:

$$U_{GG} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{DD} = \frac{1 \cdot 10^6}{1 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^6} \cdot (-15) = -5V$$

a otpor R_G pomoću izraza:

$$R_G = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^6}{1 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^6} = 667k\Omega$$

Jednadžba ulaznog kruga uz struju $I_G=0$ glasi:

$$U_{GG} = U_{GSQ} + I_{DQ} \cdot R_S$$

Struja odvoda je:

$$I_{DQ} = \frac{K}{2} (U_{GSQ} - U_{GS0})^2 = \frac{U_{GG} - U_{GSQ}}{R_S}$$

Sređivanjem gornje jednadžbe dobivamo:

$$U_{GSQ}^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{K \cdot R_S} - U_{GS0} \right) \cdot U_{GSQ} + U_{GS0}^2 - \frac{2 \cdot U_{GG}}{K \cdot R_S} = 0$$

Uvrštavanjem numeričkih vrijednosti dobivamo kvadratnu jednadžbu:

$$U_{GSQ}^2 - 2,5 \cdot U_{GSQ} - 1,5 = 0$$

Rješavanjem kvadratne jednadžbe dobivamo dva rješenja:

$$U_{GSQ1} = -0,5V$$

$$U_{GSQ2} = 3V$$

Za p -kanalni MOSFET mora vrijediti $U_{GSQ} < U_{GS0} = 1V$. Zbog toga drugo rješenje nije dobra već vrijedi $U_{GSQ} = -0,5V$. Struja odvoda jednaka je:

$$I_{DQ} = \frac{K}{2} (U_{GSQ} - U_{GS0})^2 = \frac{-2 \cdot 10^{-3}}{2} (-0,5 - 1)^2 = -2,25mA$$

Jednadžba izlaznog kruga glasi:

$$U_{DD} = U_{DSQ} + I_{DQ} \cdot R_S$$

Iz gornje jednadžbe dobivamo napon U_{DSQ} koji je jednak:

$$U_{DSQ} = U_{DD} - I_{DQ} \cdot R_S = -15 + 2,25 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3 = -10,05V$$

$|U_{DSQ}| = 10,05V > |U_{GSQ} - U_{GS0}| = |-0,5 - 1| = 1,5V$ MOSFET radi u području zasićenja.

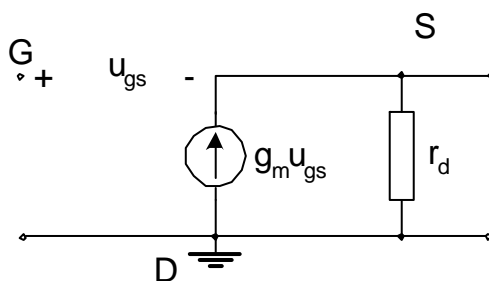
Da bi izračunali b. i c. dio zadatka trebamo izračunati dinamičke parametre:

$$g_m = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} \right|_Q = K (U_{GSQ} - U_{GS0}) (1 + \lambda U_{DSQ}) = -2 \cdot 10^{-3} (-0,335 - 1) \cdot (1 - 0,0055 \cdot 10,05) = 3,17 \text{ mA/V}$$

$$\frac{1}{r_d} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{DS}} \right|_Q = \lambda \frac{K}{2} (U_{GSQ} - U_{GS0})^2 = \lambda I_{DQ} = -0,0055 \cdot 2,25 \cdot 10^{-3} = 12,375 \mu\text{S},$$

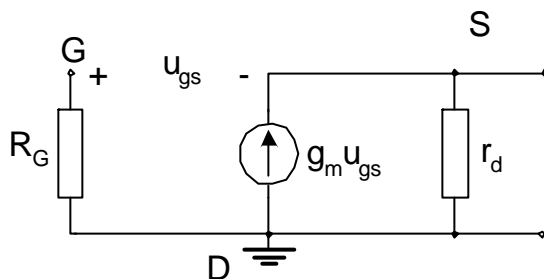
$$r_d = \frac{1}{12,375 \cdot 10^{-6}} = 80,8 \text{ k}\Omega$$

b. Za izmjenični signal svi kondenzatori imaju jako mali otpor tj. predstavljaju kratki. Naponski izvori U_{DD} i U_{GG} za izmjenični signal predstavljaju kratki spoj zbog toga je odvod spojen na masu. Za crtanje dinamičke sheme za mali signal krenuti ćemo od modela MOSFET-a za mali signal, slika 4.3.



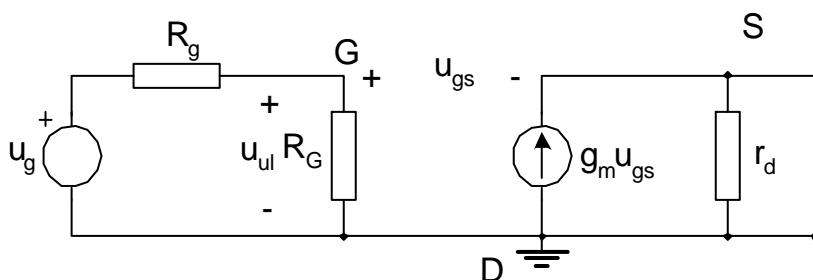
Slika 4.3.

Između upravljačke elektrode i mase spojen je otpornik R_G jer je naponski izvor U_{GG} predstavlja kratki spoj za izmjenični signal, slika 4.4.



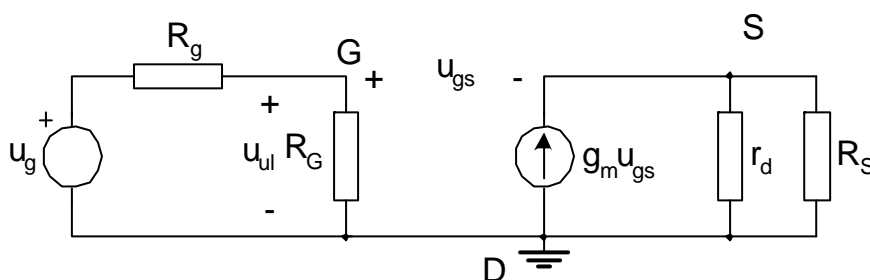
Slika 4.4.

Na upravljačku elektrodu još je spojen i otpornik R_g jer je kondenzator C_G kratki spoj za izmjenični signal. Otpornik R_g je preko naponskog izvora u_g vezan na masu, slika 4.5. Time smo nadomjestili ulazni krug.



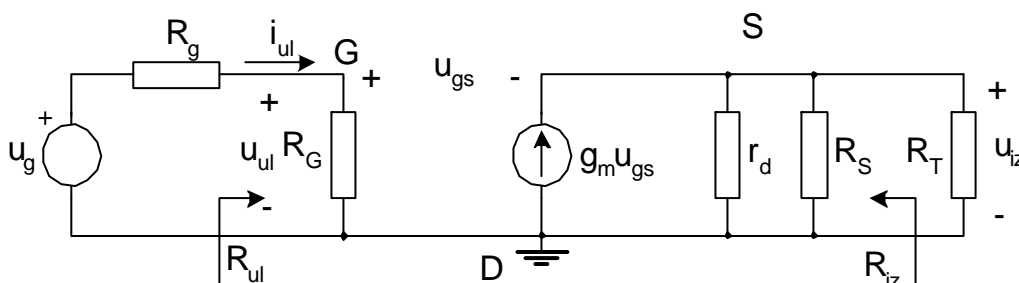
Slika 4.5.

Između uvoda i mase nalazi se otpornik R_S , slika 4.6.



Slika 4.6.

Isto tako, između uvoda i mase spojeno je trošila zato što je kondenzator C_S kratko spojen, slika 4.7.



Slika 4.7

Pojačanje $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ što znači da trebamo naći omjer između napon u_{iz} i u_{ul}

Izlazni napon jednak je:

$$u_{iz} = g_m \cdot u_{gs} \cdot r_d \parallel R_S \parallel R_T$$

Ulazni napon jednak je naponu u_{gs} .

$$u_{ul} = u_{gs} + u_{iz} = u_{gs} + g_m \cdot u_{gs} \cdot r_d \parallel R_S \parallel R_T = u_{gs} \cdot (1 + g_m \cdot r_d \parallel R_S \parallel R_T)$$

Pojačanje je jednako:

$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{g_m \cdot u_{gs} \cdot r_d \parallel R_S \parallel R_T}{u_{gs} \cdot (1 + g_m \cdot r_d \parallel R_S \parallel R_T)} = \frac{g_m \cdot r_d \parallel R_S \parallel R_T}{1 + g_m \cdot r_d \parallel R_S \parallel R_T} = \frac{3,17 \cdot 10^{-3} \cdot 80,8 \cdot 10^3 \parallel 2 \cdot 10^3 \parallel 3,9 \cdot 10^3}{1 + 3,17 \cdot 10^{-3} \cdot 80,8 \cdot 10^3 \parallel 2 \cdot 10^3 \parallel 3,9 \cdot 10^3} = 0,805$$

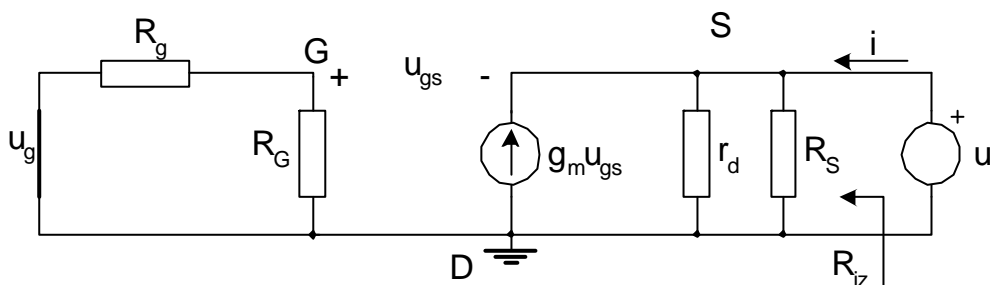
c. Ulazni otpor pojačala može se odrediti iz izraza:

$$R_{ul} = \frac{u_{ul}}{i_{ul}} = R_G = 667 k\Omega$$

Kod računanja izlaznog otpora sve nezavisne izvore treba ugasiti tj. naponski izvori se kratko spajaju, a strujni su odspojeni. Zavisni izvori će postojati ako postoji napon ili struja od koje zavise. Trošilo je zamijenjeno naponskim izvorom u koji daje struju i . Izlazni otpor jednak je:

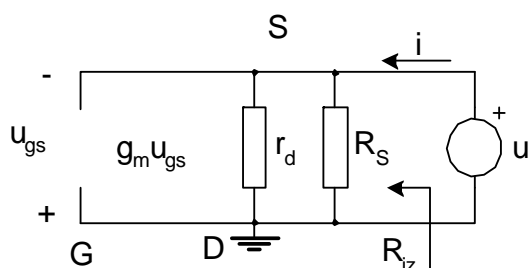
$$R_{iz} = \frac{u}{i}$$

Za određivanje izlaznog otpora nadomjesna shema prikazana je na slici 4.8.



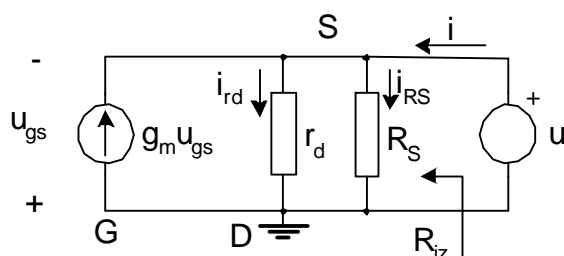
Slika 4.9.

Šta je s izvorom $g_m \cdot u_{gs}$? Prvi korak je da taj izvor, pošto je strujni odspojimo i pogledamo da li postoji napon u_{gs} . U krugu upravljačke elektrode nalaze se samo dva otpornika bez izvora zbog toga je upravljačka elektroda spojena na masu, što je prikazano na slici 4.9.



Slika 4.9.

Sa slike se vidi da postoji napon u_{gs} i da on je jednak naponu $-u$. Na slici 4.10. prikazana je nadomjesna shema koja će nam poslužiti za računanje izlaznog otpora.



Slika 4.10.

Suma struja u čvoru "S" jednaka je:

$$i + g_m \cdot u_{gs} = i_{rd} + i_{RS} \Rightarrow i = i_{rd} + i_{RS} - g_m \cdot u_{gs} = i_{rd} + i_{RS} + g_m \cdot u$$

$$i_{rd} = \frac{u}{r_d}$$

$$i_{RS} = \frac{u}{R_S}$$

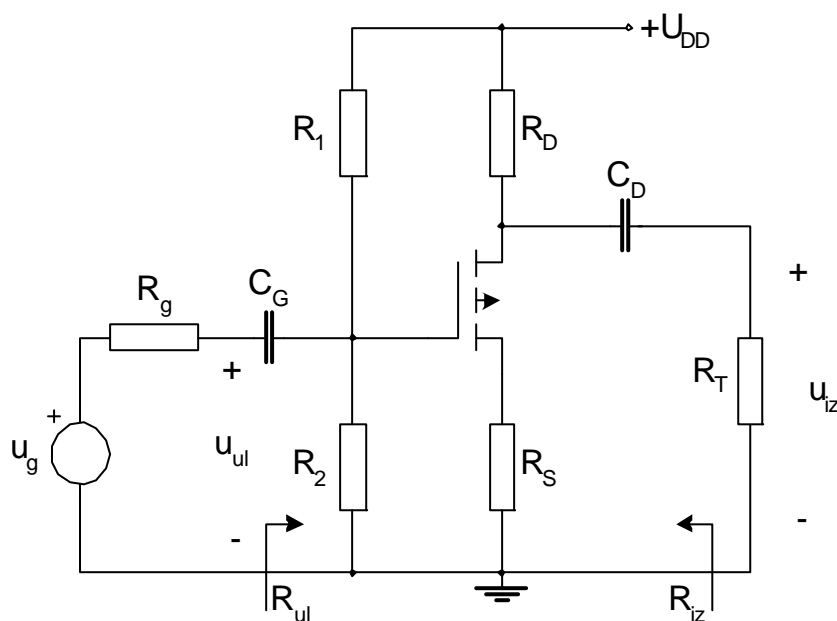
$$i = \frac{u}{r_d} + \frac{u}{R_S} + g_m \cdot u = \left(\frac{1}{r_d} + \frac{1}{R_S} + g_m \right) \cdot u$$

Izlazni otpor jednak je:

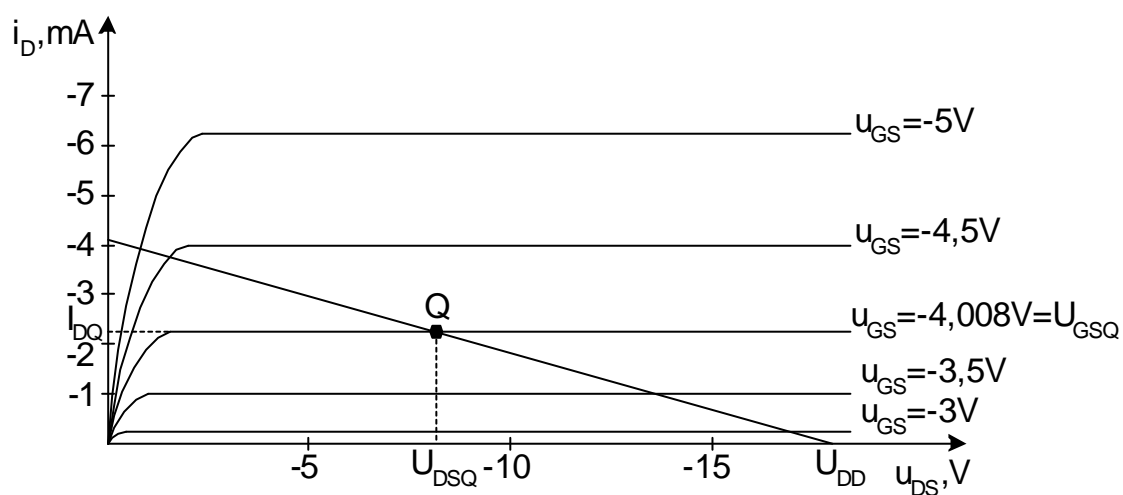
$$R_{iz} = \frac{u}{i} = \frac{1}{\frac{1}{r_d} + \frac{1}{R_S} + g_m} = r_d \parallel R_S \parallel \frac{1}{g_m} = \frac{1}{\frac{1}{80,8 \cdot 10^3} + \frac{1}{2 \cdot 10^3} + 3,17 \cdot 10^{-3}} = 271,3 \Omega$$

Zadatak 5. Za pojačalu sa slike 5.1 zadano je: $U_{DD} = -18\text{ V}$, $R_g = 500\ \Omega$, $R_1 = 5,6\text{ M}\Omega$, $R_2 = 2,2\text{ M}\Omega$, $R_D = 3,9\text{ k}\Omega$ i $R_T = 5,6\text{ k}\Omega$. Parametri p -kanalnog MOSFET-a su $K = -2\text{ mA/V}^2$, $U_{GS0} = -2,5\text{ V}$ i $\lambda = -0,0054\text{ V}^{-1}$. Na slici 5.2 prokazane su izlazne karakteristike MOSFET-a s ucrtanim statičkim radnim pravcem i statičkom radnom točkom. Odrediti:

- vrijednost otpornika R_S ,
- naponsko pojačanje $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$,
- ulazni otpor R_{ul} i izlazni otpor R_{iz} pojačala.



Slika 5.1.



Slika 5.2.

Rješenje:

- Iz slike 5.2 možemo odrediti napon $U_{GSQ} = -4,008\text{ V}$.

Struja odvoda je:

$$I_{DQ} = \frac{K}{2} (U_{GSQ} - U_{GS0})^2 = \frac{-2 \cdot 10^{-3}}{2} (-4,008 + 2,5)^2 = -2,274 \text{ mA}$$

$$U_{GG} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{DD} = \frac{2,2 \cdot 10^6}{2,2 \cdot 10^6 + 5,6 \cdot 10^6} \cdot (-18) = -5,08 \text{ V}$$

$$R_G = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2,2 \cdot 10^6 \cdot 5,6 \cdot 10^6}{2,2 \cdot 10^6 + 5,6 \cdot 10^6} = 1,58 \text{ M}\Omega$$

Jednadžba ulaznog kruga uz struju $I_G=0$ glasi:

$$U_{GG} = U_{GSQ} + I_{DQ} \cdot R_S$$

Iz gornjeg izraza možemo dobiti R_S :

$$R_S = \frac{U_{GG} - U_{GSQ}}{I_{DQ}} = \frac{-5,08 + 4,008}{-2,274 \cdot 10^{-3}} = 470 \Omega$$

$$U_{DSQ} = U_{DD} - I_{DQ} \cdot (R_D + R_S) = -18 + 2,274 \cdot 10^{-3} \cdot (3900 + 470) = -8,06 \text{ V}$$

$$|U_{DSQ}| = 8,06 \text{ V} > |U_{GSQ} - U_{GS0}| = |-4,008 + 2,5| = 1,508 \text{ V} \quad \text{MOSFET radi u području zasićenja.}$$

Da bi izračunali b. i c. dio zadatka trebamo izračunati dinamičke parametre:

$$g_m = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} \right|_Q = K (U_{GSQ} - U_{GS0}) (1 + \lambda U_{DSQ}) =$$

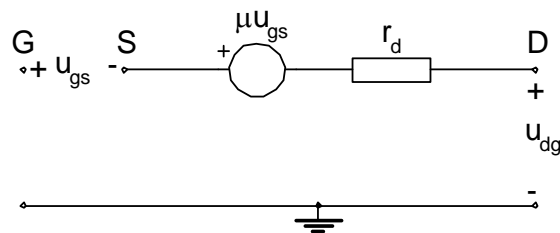
$$= -2 \cdot 10^{-3} (-4,008 + 2,5) \cdot (1 - 0,0054 \cdot (-8,06)) = 3,15 \text{ mA/V}$$

$$\frac{1}{r_d} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial u_{DS}} \right|_Q = \lambda \frac{K}{2} (U_{GSQ} - U_{GS0})^2 = \lambda I_{DQ} = -0,0054 \cdot (-2,274 \cdot 10^{-3}) = 12,28 \mu\text{S},$$

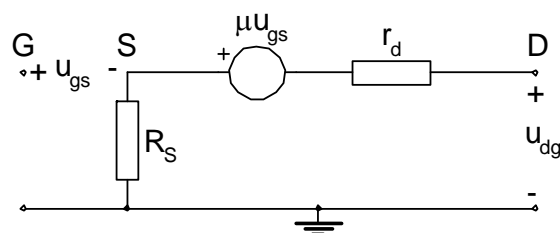
$$r_d = \frac{1}{12,28 \cdot 10^{-6}} = 81,43 \text{ k}\Omega$$

$$\mu = g_m \cdot r_d = 3,15 \cdot 10^{-3} \cdot 81,43 \cdot 10^3 = 256,3$$

- b. Za izmjenični signal svi kondenzatori imaju jako mali otpor tj. predstavljaju kratki spoj. Naponski izvori U_{DD} i U_{GG} za izmjenični signal predstavljaju kratki spoj. Za crtanje dinamičke sheme za mali signal krenuti ćemo od modela MOSFET-a za mali signal, slika 5.3. Ovo je pojačalo u spoju zajedničkog uvida premda uvid nije spojen na masu već je spojen na otpornik R_S koji je spojen na masu, slika 5.4.

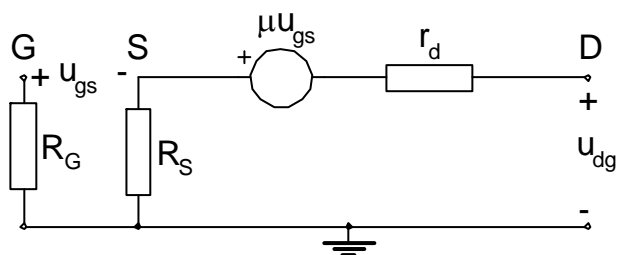


Slika 5.3.



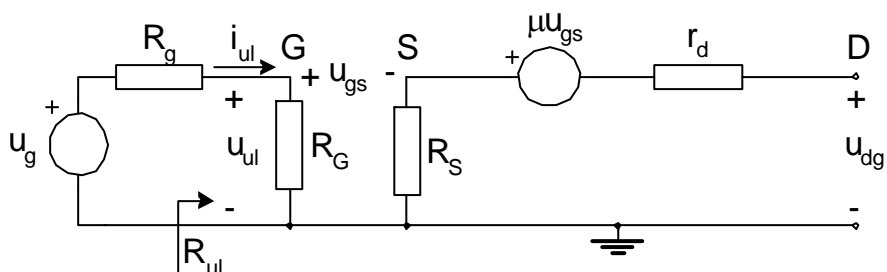
Slika 5.4.

Pri crtanju nadomjesnog sklopa pojačala sa slike 5.1 prvo ćemo nadomjestiti ulazni krug. Između upravljačke elektrode i mase spojen je otpornik R_G , jer je naponski izvor U_{GG} za izmjenični signal kratki spoj, slika 5.5.



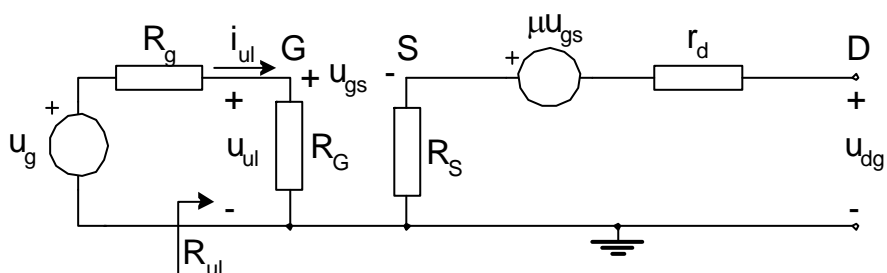
Slika 5.5.

Na upravljačku elektrodu spojen je otpornik R_g , jer je kapacitet C_G kratki spoj. U seriju s njim spojen je naponski izvor u_g , slika 5.6.



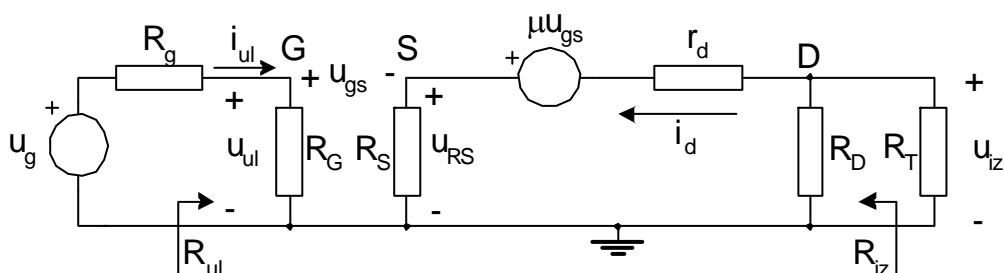
Slika 5.6.

Sad ćemo nadomjestiti izlazni krug. Između odvoda i mase spojen je otpornik R_D , jer je naponski izvor U_{DD} za izmjenični signal kratki spoj, slika 5.7.



Slika 5.7.

Otpornik R_T spojen je na masu, jer je kondenzator C_D kratki spoj, slika 5.8.



Slika 5.8.

Naponski izvor $\mu \cdot u_{gs}$ daje struju i_d koja se može dobiti prema izrazu:

$$i_d = \frac{\mu \cdot u_{gs}}{R_S + r_d + R_D \parallel R_T}$$

Struja i_d stvara pad napona na otporniku R_S koji je jednak:

$$u_{RS} = R_S \cdot i_d$$

Napon u_{gs} jednak je:

$$u_{gs} = u_{ul} - u_{RS} = u_{ul} - R_S \cdot i_d = u_{ul} - R_S \cdot \frac{\mu \cdot u_{gs}}{R_S + r_d + R_D \parallel R_T}$$

Iz gornjeg izraza dobivamo ulazni napon:

$$u_{ul} = u_{gs} + R_S \cdot \frac{\mu \cdot u_{gs}}{R_S + r_d + R_D \parallel R_T} = \frac{(R_S + r_d + R_D \parallel R_T) \cdot u_{gs} + R_S \cdot \mu \cdot u_{gs}}{R_S + r_d + R_D \parallel R_T} = \frac{R_S \cdot (1 + \mu) + r_d + R_D \parallel R_T}{R_S + r_d + R_D \parallel R_T} \cdot u_{gs}$$

Izlazni napon je jednak:

$$u_{iz} = -i_d \cdot R_D \parallel R_T = -\frac{R_D \parallel R_T \cdot \mu \cdot u_{gs}}{R_S + r_d + R_D \parallel R_T}$$

Naponsko pojačanje A_V jednako je:

$$\begin{aligned} A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} &= \frac{-\frac{R_D \parallel R_T \cdot \mu \cdot u_{gs}}{R_S + r_d + R_D \parallel R_T}}{\frac{R_S \cdot (1 + \mu) + r_d + R_D \parallel R_T}{R_S + r_d + R_D \parallel R_T} \cdot u_{gs}} = -\frac{\mu \cdot R_D \parallel R_T}{R_S \cdot (1 + \mu) + r_d + R_D \parallel R_T} = \\ &= -\frac{256,3 \cdot 3900 \parallel 5600}{470 \cdot (1 + 256,3) + 81,43 \cdot 10^3 + 3900 \parallel 5600} = -2,88 \end{aligned}$$

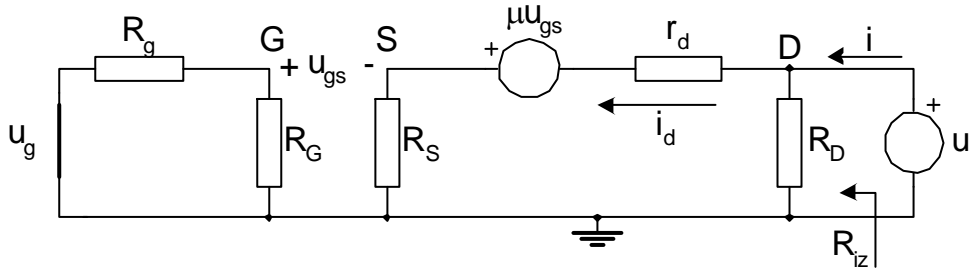
c. Ulazni otpor pojačala može odrediti iz izraza:

$$R_{ul} = \frac{u_{ul}}{i_{ul}} = R_G = 1,58 M\Omega$$

Kod računanja izlaznog otpora sve nezavisne izvore treba ugasiti tj. naponski izvori se kratko spajaju, a strujni su odspojeni. Zavisni izvori će postojati ako postoji napon ili struja od koje zavise. Trošilo je zamijenjeno naponskim izvorom u koji daje struju i . Izlazni otpor jednak je:

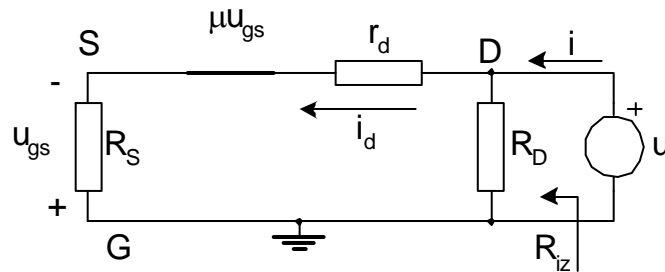
$$R_{iz} = \frac{u}{i}$$

Za određivanje izlaznog otpora nadomjesna shema prikazana je na slici 5.9.



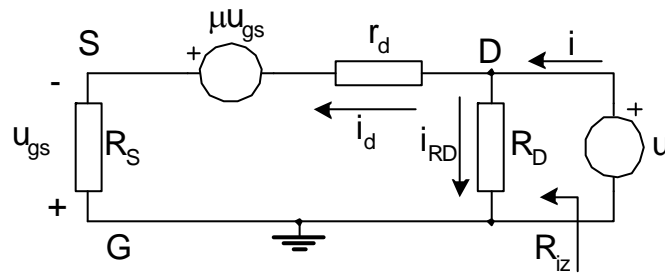
Slika 5.9.

Šta je s izvorom $\mu \cdot u_{gs}$? Prvi korak je da taj izvor, pošto je naponski, kratko spojimo i pogledamo da li postoji napon u_{gs} . U krugu upravljačke elektrode nalaze se samo dva otpornika bez izvora zbog toga je upravljačka elektroda spojena na masu, što je prikazano na slici 5.10.



Slika 5.10.

Sa slike se vidi dio struje i stvara pad napona na otporniku R_S što znači da naponski izvor $\mu \cdot u_{gs}$ postoji. Na slici 5.11. prikazana je nadomjesna shema koja će nam poslužiti za računanje izlaznog otpora.



Slika 5.11.

Suma struja u čvoru "D" jednaka je:

$$i = i_d + i_{RD}$$

$$i_d = \frac{u + \mu \cdot u_{gs}}{r_d + R_S}$$

$$u_{gs} = -i_d \cdot R_S$$

Iz gornje dvije jednačbe dobiva je struja i_d :

$$i_d = \frac{u}{r_d + (1 + \mu) \cdot R_S}$$

$$i_{RD} = \frac{u}{R_D}$$

$$i = \frac{u}{r_d + (1 + \mu) \cdot R_S} + \frac{u}{R_D} = \left(\frac{1}{r_d + (1 + \mu) \cdot R_S} + \frac{1}{R_D} \right) \cdot u$$

Izlazni otpor jednak je:

$$R_{iz} = \frac{u}{i} = \frac{u}{\left(\frac{1}{r_d + (1 + \mu) \cdot R_S} + \frac{1}{R_D} \right) \cdot u} = \frac{1}{\frac{1}{r_d + (1 + \mu) \cdot R_S} + \frac{1}{R_D}} = R_D \parallel (r_d + (1 + \mu) \cdot R_S) =$$

$$= 3900 \parallel (81,43 \cdot 10^3 + (1 + 256,3) \cdot 470) = 3,83 k\Omega$$

ZADATAK 6. Parametri tranzistora u CMOS invertoru su debljina oksida iznad kanala za oba tranzistora $t_{ox} = 10 \text{ nm}$, pokretljivosti nosilaca u kanalu $\mu_n = 300 \text{ cm}^2 / \text{Vs}$, $\mu_p = 75 \text{ cm}^2 / \text{Vs}$ i naponi pragova $U_{GS0n} = -U_{GS0p} = 0,75 \text{ V}$. Napon napajanja $U_{DD} = 2,5 \text{ V}$. Dužine kanala oba tranzistora su jednake, $L_n = L_p$. Odrediti:

- prag okidanja U_P , ako je omjer širina kanala W_p / W_n tranzistora T_p i T_n jednak $W_p / W_n = 1$ i $W_p / W_n = 16$,
- omjer širina kanala W_p / W_n tranzistora T_p i T_n uz koji će napon praga okidanja biti jednak polovici napona napajanja $U_P = \frac{U_{DD}}{2} = 1,25 \text{ V}$.

Rješenje:

- Napon praga okidanja jednak je:

$$U_{PO} = \frac{r \cdot (U_{DD} + U_{GS0p}) + U_{GS0n}}{1 + r}$$

$$r = \sqrt{-K_p / K_n}$$

Da bi odredili prag okidanja trebamo odrediti omjere strujnih koeficijenata MOSFET-ova, K_p / K_n . Strujni koeficijent MOSFET-a jednak je:

$$K = \mu \cdot C_{ox} \cdot \frac{W}{L},$$

gdje je C_{ox} je gustoća kapaciteta oksida

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}},$$

gdje je ϵ_{ox} dielektrička konstanta oksida i t_{ox} je debljina oksida iznad kanala.

Omjere strujnih koeficijenata MOSFET-ova K_p / K_n jednak je:

$$\frac{K_p}{K_n} = \frac{-\mu_p \cdot C_{oxp} \cdot \frac{W_p}{L_p}}{\mu_n \cdot C_{oxn} \cdot \frac{W_n}{L_n}} = \frac{-\mu_p \cdot \frac{\varepsilon_{ox}}{t_{ox}} \cdot \frac{W_p}{L_p}}{\mu_n \cdot \frac{\varepsilon_{ox}}{t_{ox}} \cdot \frac{W_n}{L_n}} = -\frac{\mu_p \cdot W_p}{\mu_n \cdot W_n} = -\frac{\mu_p}{\mu_n} \cdot \frac{W_p}{W_n}$$

$$W_p / W_n = 1$$

$$\frac{K_p}{K_n} = -\frac{\mu_p}{\mu_n} \cdot \frac{W_p}{W_n} = -\frac{75}{300} \cdot 1 = -\frac{1}{4}$$

$$r = \sqrt{-\frac{K_p}{K_n}} = \sqrt{-\left(-\frac{1}{4}\right)} = 0,5$$

$$U_{PO} = \frac{r \cdot (U_{DD} + U_{GS0p}) + U_{GS0n}}{1 + r} = \frac{0,5 \cdot (2,5 - 0,75) + 0,75}{1 + 0,5} = 1,083V$$

$$W_p / W_n = 16$$

$$\frac{K_p}{K_n} = -\frac{\mu_p}{\mu_n} \cdot \frac{W_p}{W_n} = -\frac{75}{300} \cdot 16 = -4$$

$$r = \sqrt{-\frac{K_p}{K_n}} = \sqrt{-(-4)} = 2$$

$$U_{PO} = \frac{r \cdot (U_{DD} + U_{GS0p}) + U_{GS0n}}{1 + r} = \frac{2 \cdot (2,5 - 0,75) + 0,75}{1 + 2} = 1,417V$$

b. Ako prag okidanja treba biti jednak polovici napona napajanja iz izraza

$$U_{PO} = \frac{r \cdot (U_{DD} + U_{GS0p}) + U_{GS0n}}{1 + r} \text{ slijedi da je } r = 1.$$

$$\text{Provjera } U_{PO} = \frac{1 \cdot (U_{DD} - U_{GS0n}) + U_{GS0n}}{1 + 1} = \frac{U_{DD} - U_{GS0n} + U_{GS0n}}{2} = \frac{U_{DD}}{2}.$$

$$r = \sqrt{-\frac{K_p}{K_n}} = 1 \Rightarrow -\frac{K_p}{K_n} = 1 = \frac{\mu_p}{\mu_n} \cdot \frac{W_p}{W_n} \Rightarrow \frac{W_p}{W_n} = \frac{\mu_n}{\mu_p} = \frac{300}{75} = 4$$

ZADATAK 7. Parametri tranzistora u CMOS invertoru su debljina oksida iznad kanala za oba tranzistora $t_{ox} = 10 \text{ nm}$, pokretljivosti nosilaca u kanalu $\mu_n = 300 \text{ cm}^2 / \text{Vs}$, $\mu_p = 75 \text{ cm}^2 / \text{Vs}$ i naponi pragova $U_{GS0n} = -U_{GS0p} = 0,75 \text{ V}$. Dužine kanala oba tranzistora su jednake, $L_n = L_p = 0,25 \mu\text{m}$. Napon napajanja $U_{DD} = 2,5 \text{ V}$. Kapacitet C_T je 8 fF , a dimenzije kanala tranzistora T_n i T_p su $W_n = 2 L_n = 0,50 \mu\text{m}$ i $W_p = 2 L_p = 0,50 \mu\text{m}$ odnosno $W_n = 2 L_n = 0,50 \mu\text{m}$ i $W_p = 16 L_p = 4 \mu\text{m}$. Odrediti:

a. vrijeme kašnjenja t_{dVN} i t_{dNV} ,

b. širinu kanala W_p tranzistora T_p da bi vrijeme kašnjenja t_{dNV} bilo jednako vremenu kašnjenja t_{dVN} .

Rješenje:

a. vrijeme kašnjenja t_{dVN} jednako je:

$$t_{dVN} = \frac{C_T \cdot U_{DD}}{K_n \cdot (U_{DD} - U_{GS0n})^2}$$

$$K_n = \mu_n \cdot C_{ox} \cdot \frac{W_n}{L_n}$$

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = \frac{\epsilon'_{ox} \cdot \epsilon_0}{t_{ox}} = \frac{3,9 \cdot 8,854 \cdot 10^{-14}}{10^{-6}} = 345,31 \text{ nF/cm}^2$$

$$K_n = \mu_n \cdot C_{ox} \cdot \frac{W_n}{L_n} = 300 \cdot 345,31 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{0,5}{0,25} = 207,2 \mu\text{A/V}^2$$

$$t_{dVN} = \frac{8 \cdot 10^{-15} \cdot 2,5}{207,2 \cdot 10^{-6} \cdot (2,5 - 0,75)^2} = 31,5 \text{ ps}$$

vrijeme kašnjenja t_{dNV} jednako je:

$$t_{dNV} = \frac{C_T \cdot U_{DD}}{-K_p \cdot (U_{DD} + U_{GS0p})^2}$$

$$K_p = -\mu_p \cdot C_{ox} \cdot \frac{W_p}{L_p}$$

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = \frac{\epsilon'_{ox} \cdot \epsilon_0}{t_{ox}} = \frac{3,9 \cdot 8,854 \cdot 10^{-14}}{10^{-6}} = 345,31 \text{ nF/cm}^2$$

$$W_p = 2 L_p = 0,50 \mu\text{m}$$

$$K_p = -\mu_p \cdot C_{ox} \cdot \frac{W_p}{L_p} = -75 \cdot 345,31 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{0,5}{0,25} = -51,8 \mu\text{A/V}^2$$

$$t_{dNV} = \frac{8 \cdot 10^{-15} \cdot 2,5}{51,8 \cdot 10^{-6} \cdot (2,5 - 0,75)^2} = 126,1 \text{ ps}$$

$$W_p = 16 L_p = 4 \mu\text{m}$$

$$K_p = -\mu_p \cdot C_{ox} \cdot \frac{W_p}{L_p} = -75 \cdot 345,31 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{4}{0,25} = -414,4 \mu\text{A/V}^2$$

$$t_{dNV} = \frac{8 \cdot 10^{-15} \cdot 2,5}{414,4 \cdot 10^{-6} \cdot (2,5 - 0,75)^2} = 15,76 \text{ ps}$$

b. ako vrijeme kašnjenja t_{dNV} mora biti jednako vremenu kašnjenja t_{dVN} tada možemo pisati:

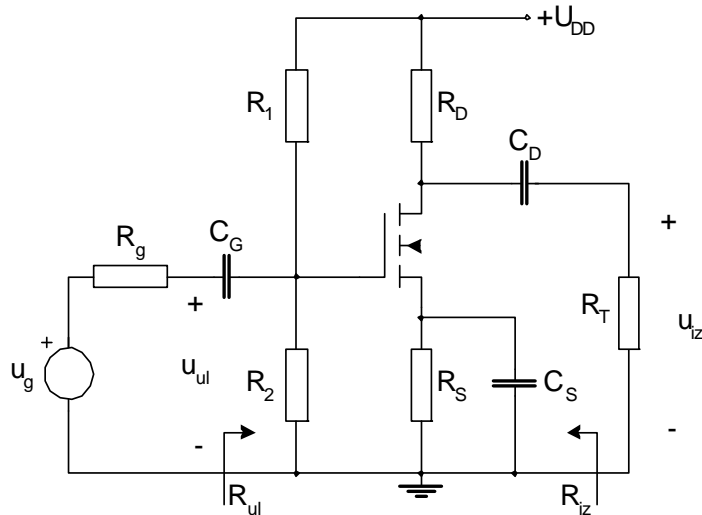
$$t_{dVN} = t_{dNV} \Rightarrow \frac{C_T \cdot U_{DD}}{K_n \cdot (U_{DD} - U_{GS0n})^2} = \frac{C_T \cdot U_{DD}}{-K_p \cdot (U_{DD} + U_{GS0p})^2}, U_{GS0n} = -U_{GS0p}, \Rightarrow K_n = -K_p$$

$$K_n = -K_p \Rightarrow \mu_n \cdot C_{ox} \cdot \frac{W_n}{L_n} = \mu_p \cdot C_{ox} \cdot \frac{W_p}{L_p} \Rightarrow \frac{W_p}{W_n} = \frac{\mu_n}{\mu_p}$$

$$W_p = W_n \cdot \frac{\mu_n}{\mu_p} = 0,5 \cdot \frac{300}{75} = 2 \mu\text{m}$$

ZADACI ZA VJEŽBU

VJ.1. U pojačalu sa slike 1 zadano je: $U_{DD} = 15 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 2,7 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$, $R_D = 3,3 \text{ k}\Omega$, $R_T = 5,6 \text{ k}\Omega$ i $R_S = 680 \Omega$. Parametri n -kanalnog MOSFET-a su $K = 2,11 \text{ mA/V}^2$, $U_{GS0} = 2 \text{ V}$ i $\lambda = 0,004 \text{ V}^{-1}$. Odrediti naponska pojačanja $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ i $A_{Vg} = \frac{u_{iz}}{u_g}$, ulazni otpor R_{ul} i izlazni otpor R_{iz} pojačala.



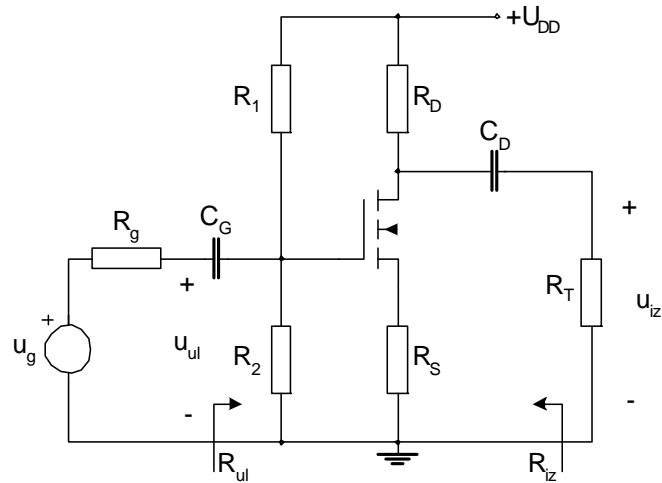
Slika 1.

Rješenje: $A_V = -5,1$; $A_{Vg} = -5,09$; $R_{ul} = 730 \text{ k}\Omega$; $R_{iz} = 3,24 \text{ k}\Omega$.

VJ.2. Za pojačalu sa slike 1 zadano je: $U_{DD} = 12 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 3,3 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 1,2 \text{ M}\Omega$, $R_D = 4,7 \text{ k}\Omega$ i $R_T = 6,8 \text{ k}\Omega$. Parametri n -kanalnog MOSFET-a su $K = 2,6 \text{ mA/V}^2$, $U_{GS0} = 1,5 \text{ V}$ i $\lambda = 0,0042 \text{ V}^{-1}$. Odrediti vrijednost otpornika R_S tako da teče struja $I_{DQ} = 1,405 \text{ mA}$. Izračunati naponska pojačanja $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ i $A_{Vg} = \frac{u_{iz}}{u_g}$, te ulazni otpor R_{ul} i izlazni otpor R_{iz} pojačala.

Rješenje: $R_S = 470 \Omega$, $A_V = -7,54$; $A_{Vg} = -7,53$; $R_{ul} = 880 \text{ k}\Omega$; $R_{iz} = 4,57 \text{ k}\Omega$.

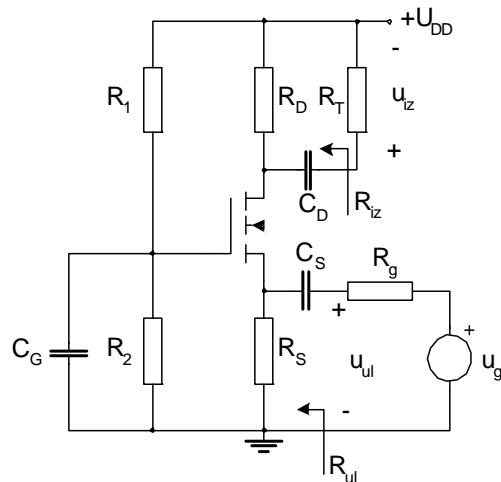
VJ.3. U pojačalu sa slike 2 zadano je: $U_{DD} = 18 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 8,2 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 2 \text{ M}\Omega$, $R_D = 2,7 \text{ k}\Omega$, $R_T = 3,3 \text{ k}\Omega$ i $R_S = 390 \Omega$. Parametri n -kanalnog MOSFET-a su $K = 2 \text{ mA/V}^2$, $U_{GS0} = 0,5 \text{ V}$ i $\lambda = 0,0038 \text{ V}^{-1}$. Odrediti naponska pojačanja $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ i $A_{Vg} = \frac{u_{iz}}{u_g}$, ulazni otpor R_{ul} i izlazni otpor R_{iz} pojačala.



Slika 2.

Rješenje: $A_V = -2,2239$; $A_{V_g} = -2,2232$; $R_{ul} = 1,61 \text{ M}\Omega$; $R_{iz} = 2,66 \text{ k}\Omega$.

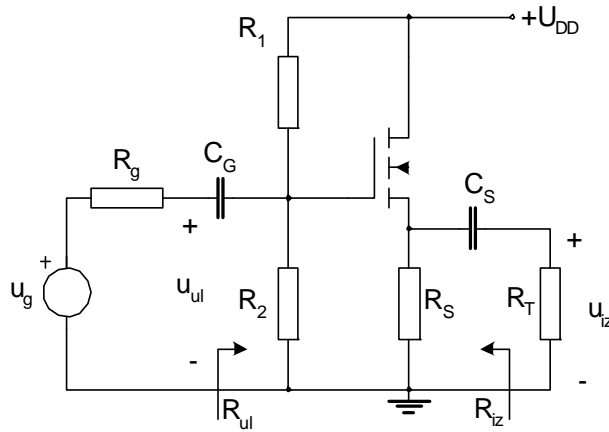
VJ.4. U pojačalu sa slike 3 zadano je: $U_{DD} = 15 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 2 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 820 \text{ k}\Omega$, $R_D = 2,7 \text{ k}\Omega$, $R_T = 6,8 \text{ k}\Omega$ i $R_S = 820 \Omega$. Parametri n -kanalnog MOSFET-a su $K = 2,2 \text{ mA/V}^2$, $U_{GS0} = 1 \text{ V}$ i $\lambda = 0,0041 \text{ V}^{-1}$. Odrediti naponsko pojačanje $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$, ulazni otpor R_{ul} i izlazni otpor R_{iz} pojačala.



Slika 3.

Rješenje: $A_V = 6,24$; $R_{ul} = 225 \Omega$; $R_{iz} = 2,67 \text{ k}\Omega$.

VJ.5. U pojačalu sa slike 4 zadano je: $U_{DD} = 20 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 2,7 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 2,7 \text{ M}\Omega$, $R_T = 3,9 \text{ k}\Omega$ i $R_S = 5,6 \text{ k}\Omega$. Parametri n -kanalnog MOSFET-a su $K = 3 \text{ mA/V}^2$, $U_{GS0} = 0,5 \text{ V}$ i $\lambda = 0,0045 \text{ V}^{-1}$. Odrediti naponsko pojačanje $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$, ulazni otpor R_{ul} i izlazni otpor R_{iz} pojačala.



Slika 4.

Rješenje: $A_V=0,878$; $R_{ul}=1,35 \text{ M}\Omega$; $R_{iz}=298 \Omega$.

VJ.6. Parametri tranzistora u CMOS invertoru su debljina oksida iznad kanala za oba tranzistora $t_{ox} = 9 \text{ nm}$, pokretljivosti nosilaca u kanalu $\mu_n = 275 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 75 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i naponi pragova $U_{GS0n} = -U_{GS0p} = 0,6 \text{ V}$. Napon napajanja $U_{DD} = 2,5 \text{ V}$. Dužine kanala oba tranzistora su jednake, $L_n = L_p$. Odrediti prag okidanja U_P , ako je omjer širina kanala W_p/W_n tranzistora T_p i T_n jednak $W_p/W_n = 3$.

Rješenje: $U_P=1,22 \text{ V}$.

VJ.7. Parametri tranzistora u CMOS invertoru su debljina oksida iznad kanala za oba tranzistora $t_{ox} = 9 \text{ nm}$, pokretljivosti nosilaca u kanalu $\mu_n = 280 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 70 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i naponi pragova $U_{GS0n} = -U_{GS0p} = 0,65 \text{ V}$. Napon napajanja $U_{DD} = 2,5 \text{ V}$. Dužine kanala oba tranzistora su jednake, $L_n = L_p$. Odrediti prag okidanja U_P , ako je omjer širina kanala W_p/W_n tranzistora T_p i T_n jednak $W_p/W_n = 2$.

Rješenje: $U_P=1,15 \text{ V}$.

VJ.8. Parametri tranzistora u CMOS invertoru su debljina oksida iznad kanala za oba tranzistora $t_{ox} = 9 \text{ nm}$, pokretljivosti nosilaca u kanalu $\mu_n = 280 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 70 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i naponi pragova $U_{GS0n} = -U_{GS0p} = 0,65 \text{ V}$. Napon napajanja $U_{DD} = 2,5 \text{ V}$. Dužine kanala oba tranzistora su jednake, $L_n = L_p$. Odrediti omjer širina kanala W_p/W_n tranzistora T_p i T_n uz koji će napon praga okidanja biti jednak polovici napona napajanja $U_P = \frac{U_{DD}}{2} = 1,25 \text{ V}$.

Rješenje: $W_p/W_n = 4$.

VJ.9. Parametri tranzistora u CMOS invertoru su debljina oksida iznad kanala za oba tranzistora $t_{ox} = 9 \text{ nm}$, pokretljivosti nosilaca u kanalu $\mu_n = 280 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 70 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i naponi pragova $U_{GS0n} = -U_{GS0p} = 0,65 \text{ V}$. Dužine kanala oba tranzistora su jednake, $L_n = L_p = 0,25 \mu\text{m}$. Napon napajanja $U_{DD} = 2,5 \text{ V}$. Kapacitet C_T je $7,5 \text{ fF}$, a dimenzije kanala tranzistora T_n i T_p su $W_n = 4 L_n = 1 \mu\text{m}$ i $W_p = 8 L_p = 2 \mu\text{m}$. Odrediti vrijeme kašnjenja t_{dVN} i t_{dNV} .

Rješenje: $t_{dVN} = 12,75 \text{ ps}$; $t_{dNV} = 25,5 \text{ ps}$

VJ.10. Parametri tranzistora u CMOS invertoru su debljina oksida iznad kanala za oba tranzistora $t_{ox} = 7 \text{ nm}$, pokretljivosti nosilaca u kanalu $\mu_n = 260 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 80 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i naponi pragova $U_{GS0n} = -U_{GS0p} = 0,7 \text{ V}$. Dužine kanala oba tranzistora su jednake, $L_n = L_p = 0,25 \mu\text{m}$. Napon napajanja $U_{DD} = 2,5 \text{ V}$. Kapacitet C_T je 10 fF , a dimenzije kanala tranzistora T_n i T_p su $W_n = 3 L_n = 0,75 \mu\text{m}$ i $W_p = 9 L_p = 2,25 \mu\text{m}$. Odrediti vrijeme kašnjenja t_{dVN} i t_{dNV} .

Rješenje: $t_{dVN} = 20,05 \text{ ps}$; $t_{dNV} = 21,7 \text{ ps}$

VJ.11. Parametri tranzistora u CMOS invertoru su debljina oksida iznad kanala za oba tranzistora $t_{ox} = 8 \text{ nm}$, pokretljivosti nosilaca u kanalu $\mu_n = 260 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 80 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i naponi pragova $U_{GS0n} = -U_{GS0p} = 0,5 \text{ V}$. Dužine kanala oba tranzistora su jednake, $L_n = L_p = 0,25 \mu\text{m}$. Napon napajanja $U_{DD} = 2,5 \text{ V}$. Kapacitet C_T je 8 fF , a dimenzije kanala tranzistora T_n i T_p su $W_n = 3 L_n = 0,75 \mu\text{m}$ i $W_p = 9 L_p = 2,25 \mu\text{m}$. Odrediti vrijeme kašnjenja t_{dVN} i t_{dNV} .

Rješenje: $t_{dVN} = 14,85 \text{ ps}$; $t_{dNV} = 16,1 \text{ ps}$

VJ.12. Parametri tranzistora u CMOS invertoru su debljina oksida iznad kanala za oba tranzistora $t_{ox} = 7 \text{ nm}$, pokretljivosti nosilaca u kanalu $\mu_n = 240 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 80 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i naponi pragova $U_{GS0n} = -U_{GS0p} = 0,7 \text{ V}$. Dužine kanala oba tranzistora su jednake, $L_n = L_p = 0,25 \mu\text{m}$. Napon napajanja $U_{DD} = 2,5 \text{ V}$. Kapacitet C_T je 10 fF , a širina kanala tranzistora T_n je $W_n = 3 L_n = 0,75 \mu\text{m}$. Odrediti širinu kanala W_p tranzistora T_p da bi vrijeme kašnjenja t_{dNV} bilo jednako vremenu kašnjenja t_{dVN} .

Rješenje: $W_p = 3 \cdot W_n = 2,25 \mu\text{m}$

Bipolarni tranzistor

ZADATAK.1. Silicijski *npn* tranzistor ima homogene koncentracije primjese u emiteru i bazi iznosa $N_{DE}=2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ i $N_{AB}=5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Efektivna širina baze je $1 \text{ }\mu\text{m}$, a emitera $2 \text{ }\mu\text{m}$. Površina tranzistora je 2 mm^2 . Pokretljivosti manjinskih nosilaca su $\mu_{pE}=300 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $\mu_{nB}=500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Vrijeme života elektrona u bazi je $\tau_{nB}=0,5 \text{ }\mu\text{s}$. Izračunati sve komponente struja te faktore pojačanja α i β ako su naponi na spojevima $U_{BE}=0,55 \text{ V}$ i $U_{CB}=5 \text{ V}$. Pretpostaviti $I_{CB0} \approx 0$ i $U_T=25 \text{ mV}$.

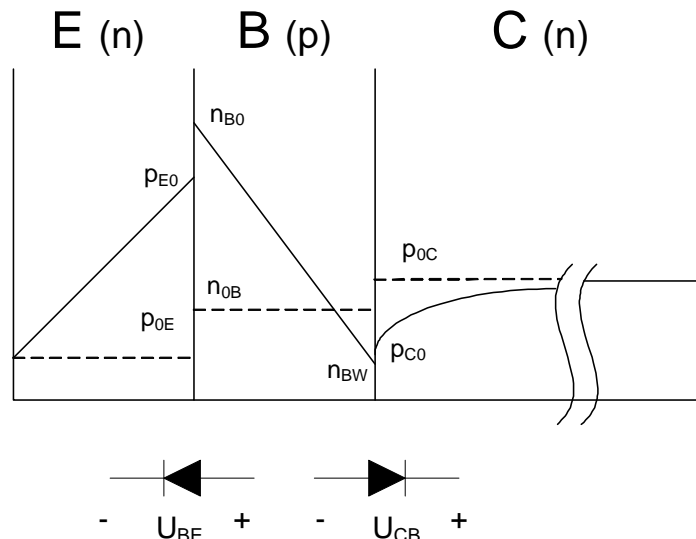
Rješenje:

Prvo treba izračunati ravnotežne koncentracije manjinskih nosilaca u bazi i emiteru:

$$n_{0B} = \frac{n_i^2}{p_{0B}} \cong \frac{n_i^2}{N_{AB}} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{5 \cdot 10^{16}} = 4,2 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3}$$

$$p_{0E} = \frac{n_i^2}{n_{0E}} \cong \frac{n_i^2}{N_{DE}} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{2 \cdot 10^{18}} = 1,05 \cdot 10^2 \text{ cm}^{-3}$$

Redovito vrijedi da je $N_{DE} > N_{AB} > N_{DC}$, pa prema tome za manjinske nosioce (*npn* tranzistor) $p_{0E} < n_{0B} < p_{0C}$ (vidi sliku). Na slici su prikazane koncentracije manjinskih nosilaca za zadane napone na spojevima.



Slika 1. Raspodjele manjinskih nosilaca za normalno aktivno područje

Ako si predočimo spojeve tranzistora s *pn*-diodama kao na slici vidimo da je uz $U_{BE}=0,55 \text{ V}$ spoj baza-emiter propusno polariziran. Rubne koncentracije određujemo preko Boltzmann-ovih relacija:

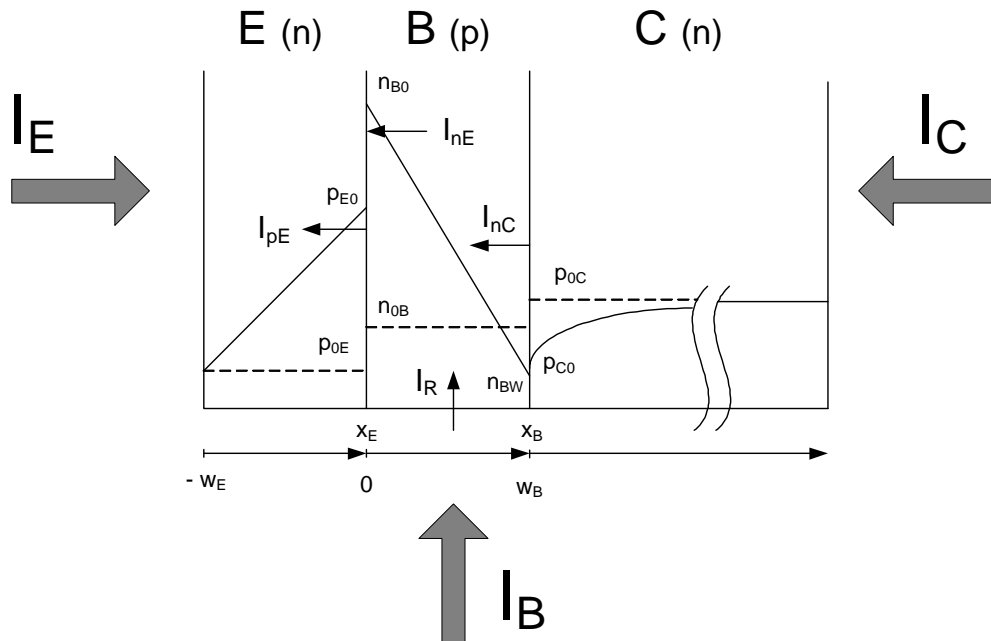
$$n_{B0} = n_{0B} \cdot \exp\left(\frac{U_{BE}}{U_T}\right) = 4,2 \cdot 10^3 \cdot \exp\left(\frac{0,55}{25 \cdot 10^{-3}}\right) = 1,506 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

$$p_{E0} = p_{0E} \cdot \exp\left(\frac{U_{BE}}{U_T}\right) = 1,05 \cdot 10^2 \cdot \exp\left(\frac{0,55}{25 \cdot 10^{-3}}\right) = 3,764 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$$

Također vidimo da je uz $U_{CB}=5 \text{ V}$ spoj baza-kolektor nepropusno polariziran. Rubne koncentracije računamo po Boltzmann-ovim relacijama:

$$n_{BW} = n_{0B} \cdot \exp\left(\frac{U_{BC}}{U_T}\right) = n_{0B} \cdot \exp\left(\frac{-U_{CB}}{U_T}\right) = 4,2 \cdot 10^3 \cdot \exp\left(\frac{-5}{25 \cdot 10^{-3}}\right) \cong 0$$

$$p_{C0} = p_{0C} \cdot \exp\left(\frac{U_{BC}}{U_T}\right) = p_{0C} \cdot \exp\left(\frac{-U_{CB}}{U_T}\right) \cong 0$$



Slika 2. Komponente struja i ukupne struje tranzistora u NAP-u.

Sve komponente struja tranzistora računamo s njihovim stvarnim smjerovima što znači da će sve komponente struja biti pozitivne. Za proračun struja koristit ćemo sliku 2. Zbog propusne polarizacije na rubu spoja baza-emiter postoji višak nosilaca koji zbog razlike u koncentracijama difundiraju prema emitterskom kontaktu (šupljine) odnosno spoju baza-kolektor (elektroni). Brzina rekombinacije na metalnom emitterskom kontaktu je beskonačna pa je koncentracija šupljina tik uz emitterski kontakt jednaka ravnotežnoj koncentraciji. Difuzijska struja šupljina injektiranih iz baze u emiter prema tome iznosi:

$$I_{pE} = -q \cdot S \cdot D_{pE} \cdot \left. \frac{-dp(x_E)}{dx_E} \right|_{x_E=0} = q \cdot S \cdot D_{pE} \cdot \frac{p_{E0} - p_{0E}}{0 - (-w_E)} \cong q \cdot S \cdot D_{pE} \cdot \frac{p_{E0}}{w_E}$$

Prvi predznak 'minus' je zbog toga jer je stvarni smjer struje suprotan od smjera x_E , a drugi predznak 'minus' zbog toga što se šupljine gibaju od mjesta veće koncentracije prema mjestu gdje je koncentracija manja, odnosno u smjeru negativnog gradijenta koncentracije šupljina. Difuzijsku konstantu računamo preko Einstein-ovih relacija:

$$D_{pE} = \mu_{pE} \cdot U_T = 7,5 \text{ cm}^2/s$$

Uvrštenjem u gornju relaciju dobivamo:

$$I_{pE} \cong q \cdot S \cdot D_{pE} \cdot \frac{p_{E0}}{w_E} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 7,5 \cdot \frac{3,764 \cdot 10^{11}}{2 \cdot 10^{-4}} = 45,17 \mu A$$

Difuzijska struja elektrona injektiranih iz emitera u bazu iznosi:

$$I_{nE} = -q \cdot S \cdot D_{nB} \cdot \left. \frac{dn(x_B)}{dx_B} \right|_{x_B=0} = -q \cdot S \cdot D_{nB} \cdot \frac{n_{Bw} - n_{B0}}{w_B - 0} \cong q \cdot S \cdot D_{nB} \cdot \frac{n_{B0}}{w_B}$$

'Minus' predznak je zbog toga jer je stvarni smjer struje suprotan od smjera porasta x_B . Elektroni se difuzijski gibaju od mjesta veće koncentracije prema mjestu manje koncentracije, a struja teče u suprotnom smjeru jer je definirana gibanjem pozitivnog naboja. Prema tome struja teče u smjeru pozitivnog gradijenta koncentracije elektrona. Difuzijsku konstantu računamo preko Einstein-ovih relacija:

$$D_{nE} = \mu_{nE} \cdot U_T = 12,5 \text{ cm}^2/s$$

Uvrštenjem u gornju relaciju dobivamo:

$$I_{nE} \cong q \cdot S \cdot D_{nB} \cdot \frac{n_{B0}}{w_B} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 12,5 \cdot \frac{1,506 \cdot 10^{13}}{1 \cdot 10^{-4}} = 6,024 \text{ mA}$$

Dio elektrona injektiranih iz emitera u bazu na putu prema kolektorskom spoju rekombinira s većinskim šupljinama u bazi. Da bi se rekombinirane šupljine nadoknadile, iz vanjskog priključka baze teče rekombinacijska struja I_R . Mjeru rekombinacije u bazi daje nam bazni transportni faktor β^* kojeg računamo prema relaciji:

$$\beta^* = 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{w_B}{L_{nB}} \right)^2 = 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{w_B}{\sqrt{D_{nB} \cdot \tau_{nB}}} \right)^2 = 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{10^{-4}}{\sqrt{12,5 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}}} \right)^2 = 0,9992$$

Transportni faktor daje nam vezu između struje elektrona koji su krenuli s emitterskog spoja i struje elektrona koji su stigli do kolektorskog spoja:

$$\beta^* = \frac{I_{nC}}{I_{nE}}$$

Sada možemo izračunati struju elektrona koji dolaze do kolektorskog spoja:

$$I_{nC} = I_{nE} \cdot \beta^* = 6,024 \cdot 0,9992 = 6,0192 \text{ mA}$$

Razlika struje koja je krenula s emitterskog spoja i struje koja je došla do kolektorskog spoja jednaka je rekombinacijskoj struji baze:

$$I_R = I_{nE} - I_{nC} = 6,024 - 6,0192 = 4,8 \text{ } \mu\text{A}$$

Po konvenciji za smjerove struja uzima se da sve struje ulaze u tranzistor kako je i prikazano na slici 2. Prema tome, sve struje koje stvarno ulaze u tranzistor su pozitivne, a one koje izlaze negativne. Kada znamo sve komponente struja možemo računati struje koje teku u vanjskim priključcima tranzistora. Struja emitera sastoji se od struje šupljina koje su injektirane iz baze i koje dolaze do emitterskog kontakta te od struje elektrona koji se injektiraju iz emitera u bazu. Ti elektroni moraju se osigurati iz vanjskog izvora te u vanjskom priključku emitera teče struja:

$$I_E = -(I_{nE} + I_{pE}) = -(6,024 + 45,17 \cdot 10^{-3}) = -6,06917 \text{ mA}$$

Struja je negativna jer je stvarni smjer struje suprotan pretpostavljenom. Struja stvarno izlazi iz priključka emitera (zato strelica na simbolu za *npn* tranzistor gleda prema van).

Struja baze sastoji se od šupljina injektiranih iz baze u emiter te od rekombinacijske struje baze koja nadoknađuje šupljine koje rekombiniraju s elektronima. Te šupljine moraju se osigurati iz vanjskog izvora te u vanjskom priključku baze teče struja:

$$I_B = I_{pE} + I_R = 45,17 + 4,8 = 49,97 \text{ } \mu\text{A}$$

Struja je pozitivna jer ulazi u tranzistor.

Struja kolektora sastoji se od struje elektrona koji dolaze do kolektorskog spoja:

$$I_C = I_{nC} = 6,0192 \text{ mA}$$

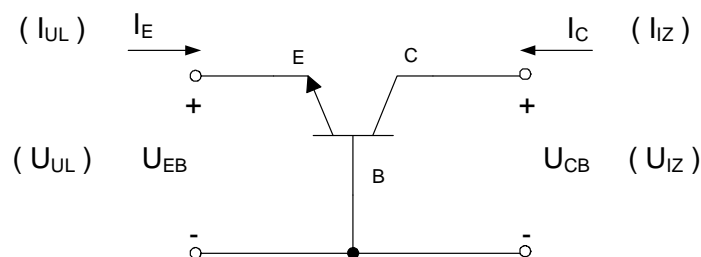
Struja je pozitivna jer ulazi u tranzistor.

Dalje računamo pojačanja tranzistora. Za pojačanja nam je potreban faktor injekcije odnosno efikasnost emitera:

$$\gamma = \frac{I_{nE}}{I_{nE} + I_{pE}} = \frac{6,024}{6,024 + 45,17 \cdot 10^{-3}} = 0,9926$$

Ovaj faktor nam daje mjeru kolika je struja elektrona injektiranih iz emitera u bazu u odnosu na ukupnu struju emitera. Od tih injektiranih elektrona dio se rekombinira u bazi, a veći dio dolazi do spoja baza-kolektor koji je u NAP-u reverzno polariziran. Polje u kolektorskom spoju djeluje tako da 'povlači' elektrone na stranu kolektora. Kako je već spomenuto mjeru rekombinacije u bazi daje nam bazni transportni faktor, β^* .

Ako proglasimo emittersku stezaljku ulaznom, kolektorsku izlaznom, a baznu dodjelimo kao zajedničku ulaznom i izlaznom krugu, imamo situaciju sa slike 3. Tranzistor je u spoju zajedničke baze. Ulazna struja je struja emitera, a izlazna struja je struja kolektora (označeni su i ulazni i izlazni naponi). Istosmjerni faktor strujnog pojačanja u spoju zajedničke baze je:



Slika 3. Spoj zajedničke baze.

$$\alpha = \frac{I_C}{-I_E}$$

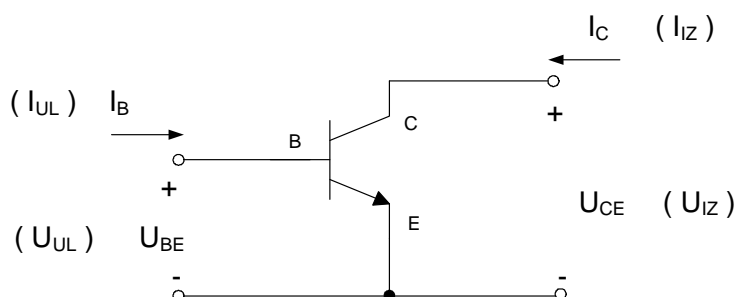
Uvrštenjem komponenti struja dobivamo:

$$\alpha = \frac{I_C}{-I_E} = \frac{I_{nC}}{I_{nE} + I_{pE}} = \frac{\beta^* \cdot I_{nE}}{I_{nE} + I_{pE}} = \beta^* \cdot \frac{I_{nE}}{I_{nE} + I_{pE}} = \beta^* \cdot \gamma$$

U našem primjeru pojačanje je:

$$\alpha = \beta^* \cdot \gamma = 0,9926 \cdot 0,9992 = 0,9918$$

Ako proglasimo baznu stezaljku ulaznom, kolektorsku izlaznom, a emittersku dodjelimo kao zajedničku ulaznom i izlaznom krugu, imamo situaciju sa slike 4. Tranzistor je u spoju zajedničkog emitera. Ulazna struja je struja baze, a izlazna struja je struja kolektora (označeni su i ulazni i izlazni naponi). Istosmjerni faktor strujnog pojačanja u spoju zajedničkog emitera je:



Slika 4. Spoj zajedničkog emitera.

$$\beta = \frac{I_C}{I_B}$$

Uvrštenjem komponenti struja dobivamo:

$$\beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{I_{nC}}{I_{pE} + I_R} = \frac{I_{nC}}{I_{pE} + (I_{nE} - I_{nC})} = \frac{I_{nC}}{(I_{pE} + I_{nE}) - I_{nC}} = \frac{\frac{I_{nC}}{I_{nE}}}{\frac{(I_{pE} + I_{nE})}{I_{nE}} - \frac{I_{nC}}{I_{nE}}} = \frac{\beta^*}{\frac{1}{\gamma} - \beta^*}$$

$$= \frac{\gamma \cdot \beta^*}{1 - \gamma \cdot \beta^*} = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

U našem primjeru pojačanje je:

$$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha} = \frac{0,9918}{1 - 0,9918} = 121$$

Napomena: kod proračuna faktora pojačanja faktore γ , β^* i α treba računati na četiri decimale (ako su sve četiri devetke onda i na više i to do prve koja je različita od '9'). Ti faktori su bliski jedinici i male pogreške kod zaokruživanja rezultata mogu dovesti do većih pogrešaka u proračunu faktora β (pogledaj nazivnik izraza). Faktor β je dovoljno zaokružiti na cijeli broj.

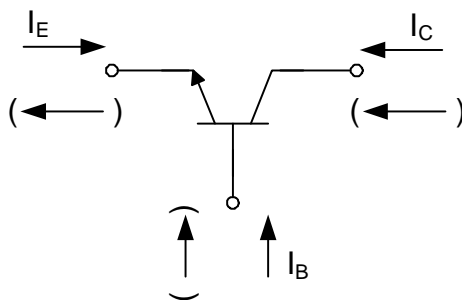
ZADATAK.2. Bipolarni *nnp* tranzistor radi u NAP-u uz struju emitera iznosa $|I_E|=5$ mA. Faktor injekcije (efikasnost emitera) je 0,995, a rekombinacijska struja baze iznosi 5 μ A. Odrediti sve komponente struja, te ukupne struje emitera, baze i kolektora. Izračunati istosmjerne faktore strujnog pojačanja u spoju zajedničke baze i zajedničkog emitera. Pretpostaviti $I_{CB0}=0$.

Rješenje:

Uz pretpostavku da su pozitivne one struje koje ulaze u tranzistor, zbog stvarnih smjerova struja za *nnp* vrijedi:

$$I_E < 0 \quad I_C, I_B > 0$$

Pretpostavljeni i stvarni smjerovi struja bipolarnog *nnp* tranzistora u NAP-u prikazani su na slici 1. Stvarni smjerovi struja nalaze se u zagradaama.



Slika.1. Pretpostavljeni i stvarni smjerovi struja *nnp* tranzistora u NAP-u.

Prema tome $I_E = -5 \text{ mA}$

Vrijedi

$$\gamma = \frac{I_{nE}}{I_{nE} + I_{pE}} = \frac{I_{nE}}{-I_E}$$

Iz toga slijedi:

$$I_{nE} = \gamma \cdot (-I_E) = 0,995 \cdot 5 = 4,975 \text{ mA}$$

$$I_{pE} = -I_E - I_{nE} = 5 - 4,975 = 25 \text{ } \mu\text{A}$$

Zadana je rekombinacijska struja baze:

$$I_R = 5 \text{ } \mu\text{A}$$

Ta struja nadoknađuje šupljine koje rekombiniraju s elektronima koji prolaze kroz bazu. Prema tome ta struja je jednaka razlici struja elektrona na spojevima tranzistora:

$$I_R = I_{nE} - I_{nC}$$

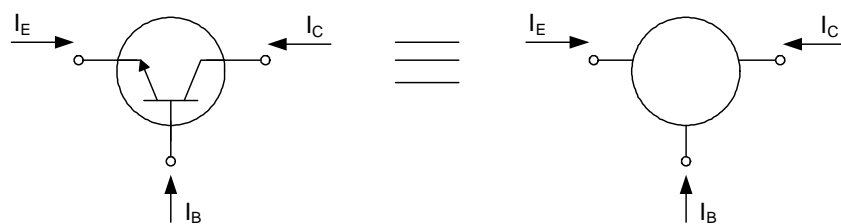
Iz toga računamo struju na kolektorskom spoju:

$$I_{nC} = I_{nE} - I_R = 4,975 - 0,005 = 4,97 \text{ mA}$$

Za ukupne struje možemo računati:

$$I_C = I_{nC} = 4,97 \text{ mA}$$

Tranzistor možemo promatrati kao jedan čvor kao što je prikazano na slici 2. Zbroj svih struja koje ulaze u čvor jednak je nula (Kirchoff). To možemo iskoristiti za proračun posljednje preostale struje tranzistora.



Slika 2. Zbroj svih struja koje ulaze u tranzistor jednak je nula (Kirchoff).

Prema tome:

$$I_B + I_E + I_C = 0,$$

odnosno

$$I_B = -I_E - I_C = 5 - 4,97 = 30 \mu A$$

Provjere radi možemo raspisati preko komponenata struja:

$$I_B = -I_E - I_C = (I_{pE} + I_{nE}) - I_{nC} = I_{pE} + (I_{nE} - I_{nC}) = I_{pE} + I_R = 25 + 5 = 30 \mu A$$

Rezultat je isti.

Faktori pojačanja su:

$$\alpha = \frac{I_C}{-I_E} = \frac{4,97}{5} = 0,9940 \quad \text{SZB}$$

$$\beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{4,97}{30 \cdot 10^{-3}} = 166 \quad \text{SZE}$$

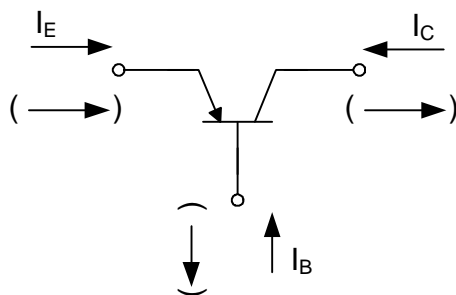
ZADATAK.3. Bipolarni *pnp* tranzistor radi u NAP-u uz struju emitera iznosa $|I_E|=7,5$ mA. Faktor injekcije (efikasnost emitera) je 0,99, a rekombinacijska struja baze iznosi $20 \mu A$. Odrediti sve komponente struja, te ukupne struje emitera, baze i kolektora. Izračunati istosmjerne faktore strujnog pojačanja u spoju zajedničke baze i zajedničkog emitera. Pretpostaviti $I_{CB0}=0$.

Rješenje:

Uz pretpostavku da su pozitivne one struje koje ulaze u tranzistor, zbog stvarnih smjerova struja za *pnp* vrijedi:

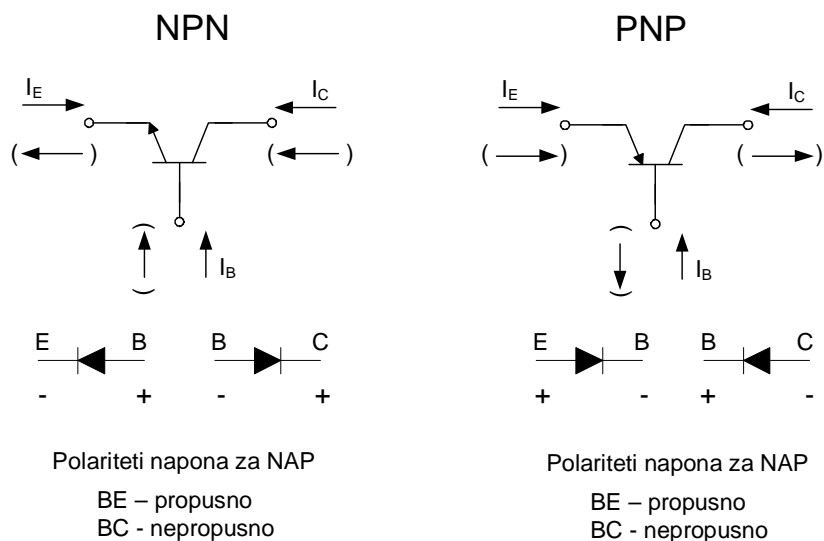
$$I_E > 0 \quad I_C, I_B < 0$$

Pretpostavljeni i stvarni smjerovi struja bipolarnog *pnp* tranzistora u NAP-u prikazani su na slici 1. Stvarni smjerovi struja nalaze se u zagradama.



Slika.1. Pretpostavljeni i stvarni smjerovi struja *pnp* tranzistora u NAP-u

U usporedbi s *nnp* tranzistorom stvarni smjerovi struja su suprotni. Isto vrijedi i za polaritete napona koje treba dovesti na spojeve tranzistora da bi on bio u NAP-u. Radi jednostavnosti, spojeve tranzistora možemo si predočiti s diodama prikazanim na slici 2.



Slika.2. Smjerovi struja i polariteti napona za *nnp* i *pnp* tranzistor u NAP-u.

Prema tome $I_E = 7,5 \text{ mA}$. Sve komponente struja tranzistora uvijek računamo s njihovim stvarnim smjerovima pa će one biti pozitivne.

Vrijedi

$$\gamma = \frac{I_{pE}}{I_{pE} + I_{nE}} = \frac{I_{pE}}{I_E}$$

Iz toga slijedi:

$$I_{pE} = \gamma \cdot I_E = 0,99 \cdot 7,5 = 7,425 \text{ mA}$$

$$I_{nE} = I_E - I_{pE} = 7,5 - 7,425 = 75 \text{ } \mu\text{A}$$

Zadana je rekombinacijska struja baze:

$$I_R = 20 \text{ } \mu\text{A}$$

Kod *pnp* tranzistora to je struja elektrona koji dolaze iz vanjskog priključka da nadoknade elektrone potrošene na rekombinaciju sa šupljinama koje prolaze kroz bazu (opet je sve suprotno u odnosu na *nnp*). Pošto elektroni ulaze u bazu iz vanjskog priključka, stvarni smjer struje je takav da ona stvarno izlazi iz baze (smjer struje je definiran smjerom kretanja pozitivnog naboja). Ta struja je jednaka razlici struja šupljina na spojevima tranzistora:

$$I_R = I_{pE} - I_{pC}$$

Iz toga računamo struju na kolektorskom spoju:

$$I_{pC} = I_{pE} - I_R = 7,425 - 0,020 = 7,405 \text{ mA}$$

Za ukupne struje možemo računati:

$$I_C = -I_{pC} = -7,405 \text{ mA}$$

Struja je negativna jer izlazi iz tranzistora.

Struja baze jednaka je:

$$I_B = -I_E - I_C = -7,5 - (-7,405) = -95 \text{ } \mu\text{A}$$

Struja je negativna jer izlazi iz tranzistora.

Faktori pojačanja su:

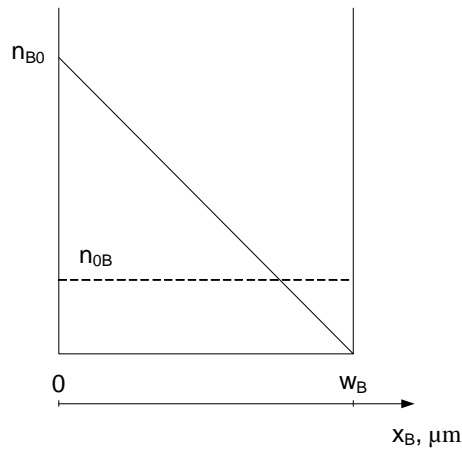
$$\alpha = \frac{I_C}{-I_E} = \frac{7,405}{7,5} = 0,9873 \quad \text{SZB}$$

$$\beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{7,405}{95 \cdot 10^{-3}} = 78 \quad \text{SZE}$$

Izrazi za pojačanja su u biti jednaki za *nnp* i *pnp* tranzistor zato jer su stvarni smjerovi struja baze i kolektora jednaki i suprotni smjeru struje emitera

ZADATAK.4. Raspodjela nosilaca u bazi nekog *nnp* tranzistora prikazana je na slici. Pokretljivost elektrona u bazi je $\mu_n = 550 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, a vrijeme života $\tau_n = 1 \text{ } \mu\text{s}$. Površina

emitorskog spoja iznosi 2 mm^2 , a širina baze $2 \text{ }\mu\text{m}$. Rubna koncentracija elektrona je $n_{B0}=3,75 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati sve komponente struje te ukupne struje emitera, baze i kolektora ako je poznato da tranzistor ima efikasnost emitera 99,5%. Pretpostaviti $U_T=25 \text{ mV}$ i $I_{CB0} \approx 0$.



Rješenje:

Iz rubne koncentracije i širine baze možemo izračunati nakrcani naboj manjinskih nosilaca u bazi. Računamo površinu pravokutnog trokuta:

$$Q_{nB} = q \cdot S \cdot \frac{n_{B0} \cdot w_B}{2} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{3,75 \cdot 10^{13} \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{2} = 12 \text{ pAs}$$

Iz naboja u bazi i vremena života nosilaca možemo izračunati rekombinacijsku struju baze

$$I_R = \frac{Q_{nB}}{\tau_n} = \frac{12 \cdot 10^{-12}}{10^{-6}} = 12 \text{ }\mu\text{A}$$

Iz raspodjele nosilaca u bazi možemo izračunati i struju elektrona injektiranih iz emitera u bazu:

$$I_{nE} = q \cdot S \cdot D_n \frac{dn}{dx} = q \cdot S \cdot \mu_n \cdot U_T \cdot \frac{n_{B0}}{w_B} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 550 \cdot 25 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{3,75 \cdot 10^{13}}{2 \cdot 10^{-4}} = 8,25 \text{ mA}$$

Zadana je efikasnost emitera 99,5% što znači da je $\gamma=0,995$ pa možemo računati emitorsku struju:

$$I_E = \frac{-I_{nE}}{\gamma} = \frac{-8,25}{0,995} = -8,2915 \text{ mA}$$

Struja šupljina injektiranih iz baze u emiter:

$$I_{pE} = -I_E - I_{nE} = 8,2915 - 8,25 = 41,5 \text{ }\mu\text{A}$$

Struja elektrona koji dolaze do kolektorskog spoja:

$$I_{nC} = I_{nE} - I_R = 8,25 - 12 \cdot 10^{-3} = 8,238 \text{ mA}$$

$$I_C = I_{nC} = 8,238 \text{ mA}$$

Struja baze:

$$I_B = -I_E - I_C = 8,2915 - 8,238 = 53,5 \text{ } \mu\text{A}$$

Pojačanja:

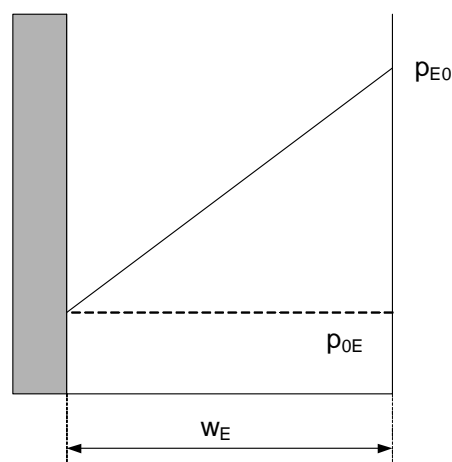
$$\alpha = \frac{I_C}{-I_E} = \frac{8,238}{8,2915} = 0,9935 \quad \text{SZB}$$

$$\beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{8,238}{53,5 \cdot 10^{-3}} = 154 \quad \text{SZE}$$

Može i preko α

$$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

ZADATAK.5. Raspodjela šupljina u emiteru *n*p*n* tranzistora uz $U_{BE}=0,55 \text{ V}$ prikazana je na slici. Pokretljivost šupljina u emiteru je $\mu_p=300 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Površina emitorskog spoja je $S=1 \text{ mm}^2$, a širina emitera $w_E=2 \text{ } \mu\text{m}$. Koncentracija donora u emiteru iznosi $N_{DE}=10^{18} \text{ cm}^{-3}$. U zadanoj radnoj točki rekombinacijska struja baze $I_R=15 \text{ } \mu\text{A}$. Izračunati sve komponente struja, ukupne struje emitera, baze i kolektora te pojačanja ako je poznato da tranzistor ima efikasnost emitera 99,5%. Pretpostaviti $U_T=25 \text{ mV}$ i $I_{CB0} \approx 0$.



Rješenje:

Iz raspodjele nosilaca možemo izračunati struju šupljina injektiranih iz baze u emiter:

$$I_{pE} = q \cdot S \cdot D_p \cdot \frac{dp}{dx} = q \cdot S \cdot D_p \cdot \frac{p_{E0}}{w_E}$$

Difuzijska konstanta:

$$D_p = \mu_p \cdot U_T = 300 \cdot 25 \cdot 10^{-3} = 7,5 \text{ cm}^2/\text{Vs}$$

Rubna koncentracija:

$$p_{E0} = p_{0E} \cdot \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) = \frac{n_i^2}{N_{DE}} \cdot \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{18}} \cdot \exp\left(\frac{0,55}{25 \cdot 10^{-3}}\right) = 7,54 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$$

Struja šupljina injektiranih iz baze u emiter je:

$$I_{pE} = q \cdot S \cdot D_p \cdot \frac{p_{E0}}{w_E} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-2} \cdot 7,5 \cdot \frac{7,54 \cdot 10^{11}}{2 \cdot 10^{-4}} = 45,24 \text{ } \mu\text{A}$$

Struja emitera:

$$I_E = -\frac{I_{pE}}{(1-\gamma)} = 9,048 \text{ mA}$$

Struja elektrona injektiranih iz emitera u bazu:

$$I_{nE} = -I_E - I_{pE} = 9,048 - 45,24 \cdot 10^{-3} = 9,00276 \text{ mA}$$

Struja elektrona na kolektorskom spoju:

$$I_{nC} = I_{nE} - I_R = 9,00276 - 15 \cdot 10^{-3} = 8,98776 \text{ mA}$$

Struja kolektora:

$$I_C = I_{nC} = 8,98776 \text{ mA}$$

Struja baze:

$$I_B = -I_E - I_C = 9,048 - 8,98776 = 60,24 \text{ } \mu\text{A}$$

Pojačanja:

$$\beta = \frac{I_C}{-I_E} = \frac{8,98776}{60,24 \cdot 10^{-3}} = 149$$

$$\alpha = \frac{\beta}{1+\beta} = \frac{149}{150} = 0,9933$$

Zadaci za vježbu

VJ.1. Silicijski *npn* tranzistor ima homogene koncentracije primjesa u emiteru i bazi iznosa $N_{DE}=10^{18} \text{ cm}^{-3}$ i $N_{AB}=2,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Efektivna širina baze je $0,75 \text{ }\mu\text{m}$, a emitera $2 \text{ }\mu\text{m}$. Površina tranzistora je 5 mm^2 . Pokretljivosti manjinskih nosilaca su $\mu_{pE}=250 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $\mu_{nB}=550 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Vrijeme života elektrona u bazi je $\tau_{nB}=0,25 \text{ }\mu\text{s}$. Izračunati sve komponente struja te faktore pojačanja α i β ako su naponi na spojevima $U_{BE}=0,5 \text{ V}$ i $U_{CB}=5 \text{ V}$. Pretpostaviti $I_{CB0} \approx 0$ i $U_T=25 \text{ mV}$.

Rješenje: $I_{nE}=5,984 \text{ mA}$, $I_{pE}=25,5 \text{ }\mu\text{A}$, $I_R=4,9 \text{ }\mu\text{A}$, $I_{nC}=5,979 \text{ mA}$, $I_E=-6,010 \text{ mA}$, $I_B=30,4 \text{ }\mu\text{A}$, $I_C=5,979 \text{ mA}$, $\beta=197$, $\alpha=0,9949$

VJ.2. Silicijski *npn* tranzistor ima homogene koncentracije primjesa u emiteru i bazi iznosa $N_{DE}=1,5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ i $N_{AB}=2,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Efektivna širina baze je $1 \text{ }\mu\text{m}$, a emitera $2 \text{ }\mu\text{m}$. Površina tranzistora je 1 mm^2 . Pokretljivosti manjinskih nosilaca su $\mu_{pE}=280 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $\mu_{nB}=520 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Vrijeme života elektrona u bazi je $\tau_{nB}=0,45 \text{ }\mu\text{s}$. Izračunati sve komponente struja te faktore pojačanja α i β ako su naponi na spojevima $U_{BE}=0,525 \text{ V}$ i $U_{CB}=5 \text{ V}$. Pretpostaviti $I_{CB0} \approx 0$ i $U_T=25 \text{ mV}$.

Rješenje: $I_{nE}=2,307 \text{ mA}$, $I_{pE}=10,4 \text{ }\mu\text{A}$, $I_R=2 \text{ }\mu\text{A}$, $I_{nC}=2,305 \text{ mA}$, $I_E=-2,317 \text{ mA}$, $I_B=12,32 \text{ }\mu\text{A}$, $I_C=2,305 \text{ mA}$, $\beta=187$, $\alpha=0,9947$

VJ.3. Silicijski *pnp* tranzistor ima homogene koncentracije primjesa u emiteru i bazi iznosa $N_{AE}=1,5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ i $N_{DB}=2,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Efektivna širina baze je $1 \text{ }\mu\text{m}$, a emitera $2 \text{ }\mu\text{m}$. Površina tranzistora je 1 mm^2 . Pokretljivosti manjinskih nosilaca su $\mu_{pB}=280 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $\mu_{nE}=400 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Vrijeme života šupljina u bazi je $\tau_{pB}=0,45 \text{ }\mu\text{s}$. Izračunati sve komponente struja te faktore pojačanja α i β ako su naponi na spojevima $U_{BE}=-0,525 \text{ V}$ i $U_{CB}=-5 \text{ V}$. Pretpostaviti $I_{CB0} \approx 0$ i $U_T=25 \text{ mV}$.

Rješenje: $I_{pE}=1,242 \text{ mA}$, $I_{nE}=14,8 \text{ }\mu\text{A}$, $I_R=2 \text{ }\mu\text{A}$, $I_{pC}=1,240 \text{ mA}$, $I_E=1,257 \text{ mA}$, $I_B=-16,76 \text{ }\mu\text{A}$, $I_C=-1,240 \text{ mA}$, $\beta=74$, $\alpha=0,9867$

VJ.4. Silicijski *pnp* tranzistor ima homogene koncentracije primjesa u emiteru i bazi iznosa $N_{AE}=2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ i $N_{DB}=5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Efektivna širina baze je $1 \text{ }\mu\text{m}$, a emitera $2 \text{ }\mu\text{m}$. Površina tranzistora je 2 mm^2 . Pokretljivosti manjinskih nosilaca su $\mu_{pB}=280 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $\mu_{nE}=400 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Vrijeme života šupljina u bazi je $\tau_{pB}=0,5 \text{ }\mu\text{s}$. Izračunati sve komponente struja te faktore pojačanja α i β ako su naponi na spojevima $U_{BE}=-0,55 \text{ V}$ i $U_{CB}=-5 \text{ V}$. Pretpostaviti $I_{CB0} \approx 0$ i $U_T=25 \text{ mV}$.

Rješenje: $I_{pE}=3,377 \text{ mA}$, $I_{nE}=60,3 \text{ }\mu\text{A}$, $I_R=4,82 \text{ }\mu\text{A}$, $I_{pC}=3,372 \text{ mA}$, $I_E=3,437 \text{ mA}$, $I_B=-65,12 \text{ }\mu\text{A}$, $I_C=-3,372 \text{ mA}$, $\beta=52$, $\alpha=0,9811$

VJ.5. Bipolarni *npn* tranzistor radi u NAP-u uz struju emitera iznosa $|I_E|=2,5 \text{ mA}$. Faktor injekcije (efikasnost emitera) je $0,995$, a rekombinacijska struja baze iznosi $5 \text{ }\mu\text{A}$. Odrediti sve komponente struja, te ukupne struje emitera, baze i kolektora. Izračunati istosmjernu faktore strujnog pojačanja u spoju zajedničke baze i zajedničkog emitera. Pretpostaviti $I_{CB0}=0$.

Rješenje: $I_{nE}=2,4875 \text{ mA}$, $I_{pE}=12,5 \text{ }\mu\text{A}$ $I_R=5 \text{ }\mu\text{A}$, $I_{nC}=2,4825 \text{ mA}$, $I_E= - 2,5 \text{ mA}$, $I_B= 17,5 \text{ }\mu\text{A}$, $I_C=2,4825 \text{ mA}$, $\beta=142$, $\alpha=0,9930$

VJ.6. Bipolarni *nnp* tranzistor radi u NAP-u uz struju emitera iznosa $|I_E|=3,5 \text{ mA}$. Faktor injekcije (efikasnost emitera) je 0,9925, a rekombinacijska struja baze iznosi $7 \text{ }\mu\text{A}$. Odrediti sve komponente struja, te ukupne struje emitera, baze i kolektora. Izračunati istosmjerne faktore strujnog pojačanja u spoju zajedničke baze i zajedničkog emitera. Pretpostaviti $I_{CB0}=0$.

Rješenje: $I_{nE}=3,4738 \text{ mA}$, $I_{pE}=26,25 \text{ }\mu\text{A}$, $I_R=7 \text{ }\mu\text{A}$, $I_{nC}=3,4668 \text{ mA}$, $I_E= - 3,5 \text{ mA}$, $I_B= 33,25 \text{ }\mu\text{A}$, $I_C=3,4668 \text{ mA}$, $\beta=104$, $\alpha=0,9905$

VJ.7. Bipolarni *pnp* tranzistor radi u NAP-u uz struju emitera iznosa $|I_E|=3 \text{ mA}$. Faktor injekcije (efikasnost emitera) je 0,99, a rekombinacijska struja baze iznosi $5 \text{ }\mu\text{A}$. Odrediti sve komponente struja, te ukupne struje emitera, baze i kolektora. Izračunati istosmjerne faktore strujnog pojačanja u spoju zajedničke baze i zajedničkog emitera. Pretpostaviti $I_{CB0}=0$.

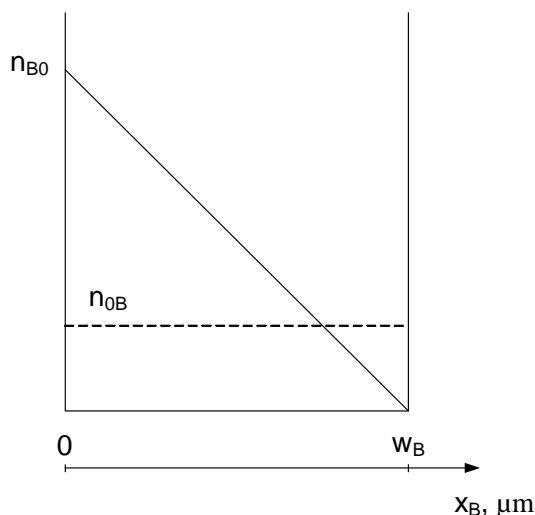
Rješenje: $I_{pE}=2,97 \text{ mA}$, $I_{nE}=30 \text{ }\mu\text{A}$ $I_R=5 \text{ }\mu\text{A}$, $I_{pC}=2,965 \text{ mA}$, $I_E=3 \text{ mA}$, $I_B= - 35 \text{ }\mu\text{A}$, $I_C= - 2,965 \text{ mA}$, $\beta=85$, $\alpha=0,9883$

VJ.8. Bipolarni *pnp* tranzistor radi u NAP-u uz struju emitera iznosa $|I_E|=1,5 \text{ mA}$. Faktor injekcije (efikasnost emitera) je 0,9895, a rekombinacijska struja baze iznosi $8 \text{ }\mu\text{A}$. Odrediti sve komponente struja, te ukupne struje emitera, baze i kolektora. Izračunati istosmjerne faktore strujnog pojačanja u spoju zajedničke baze i zajedničkog emitera. Pretpostaviti $I_{CB0}=0$.

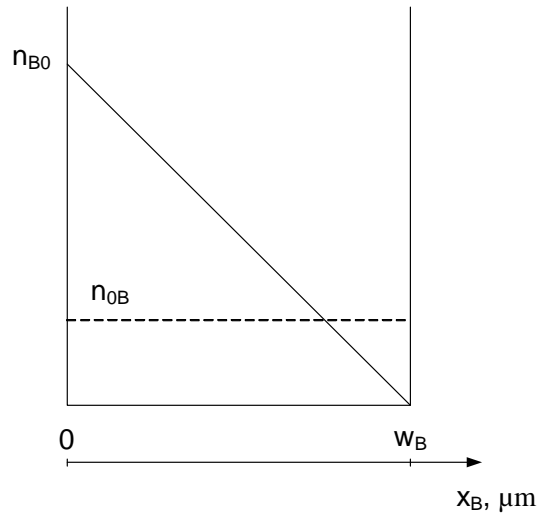
Rješenje: $I_{pE}=1,48425 \text{ mA}$, $I_{nE}=15,75 \text{ }\mu\text{A}$ $I_R=8 \text{ }\mu\text{A}$, $I_{pC}=1,47625 \text{ mA}$, $I_E=1,5 \text{ mA}$, $I_B= - 23,75 \text{ }\mu\text{A}$, $I_C= - 1,4763 \text{ mA}$, $\beta=62$, $\alpha=0,98417$

VJ.9. Raspodjela manjinskih nosilaca u bazi nekog *nnp* tranzistora prikazana je na slici. Pokretljivost elektrona u bazi je $\mu_n=530 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, a vrijeme života $\tau_n=0,75 \text{ }\mu\text{s}$. Površina emitorskog spoja iznosi 2 mm^2 , a širina baze $1,5 \text{ }\mu\text{m}$. Rubna koncentracija elektrona je $n_{B0}=2,5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati sve komponente struja te ukupne struje emitera, baze i kolektora ako je poznato da tranzistor ima efikasnost emitera 99,8%. Pretpostaviti $U_T=25 \text{ mV}$ i $I_{CB0} \approx 0$.

Rješenje: $I_{nE}=7,0667 \text{ mA}$, $I_{pE}=14,2 \text{ }\mu\text{A}$, $I_R=8 \text{ }\mu\text{A}$, $I_{nC}=7,0587 \text{ mA}$, $I_E= - 7,0808 \text{ mA}$, $I_B= 22,2 \text{ }\mu\text{A}$, $I_C=7,0587 \text{ mA}$, $\beta=319$, $\alpha=0,9969$

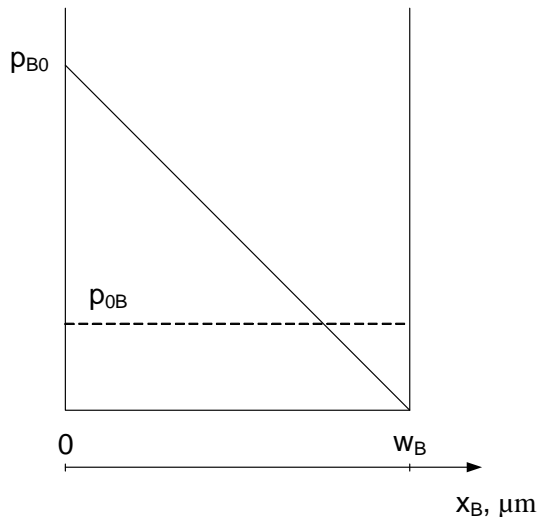


VJ.10. Raspodjela manjinskih nosilaca u bazi nekog *nnp* tranzistora prikazana je na slici. Pokretljivost elektrona u bazi je $\mu_n=500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, a vrijeme života $\tau_n=0,5 \text{ }\mu\text{s}$. Površina emitorskog spoja iznosi 2 mm^2 , a širina baze $1 \text{ }\mu\text{m}$. Rubna koncentracija elektrona je $n_{B0}=1,45 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati sve komponente struja te ukupne struje emitera, baze i kolektora ako je poznato da tranzistor ima efikasnost emitera 99,75%. Koliki je napon U_{BE} ako se zna da je koncentracija akceptora u bazi $N_{AB}=2,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Pretpostaviti $U_T=25 \text{ mV}$ i $I_{CB0} \approx 0$.



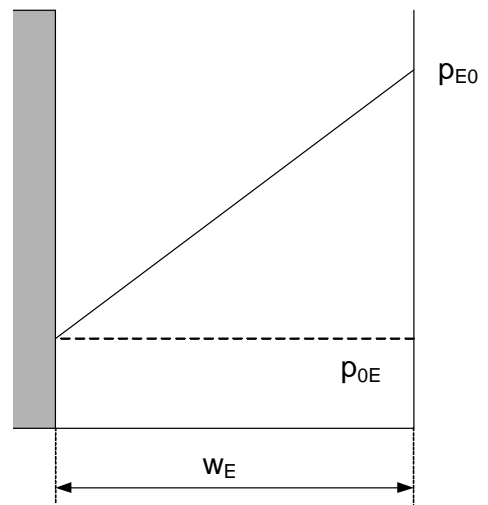
Rješenje: $I_{nE}=5,8 \text{ mA}$, $I_{pE}=14,54 \text{ }\mu\text{A}$, $I_R=4,64 \text{ }\mu\text{A}$, $I_{nC}=5,7954 \text{ mA}$, $I_E = -5,8145 \text{ mA}$, $I_B = 19,18 \text{ }\mu\text{A}$, $I_C=5,7954 \text{ mA}$, $\beta=302$, $\alpha=0,9967$. $U_{BE}=0,532 \text{ V}$

VJ.11. Raspodjela manjinskih nosilaca u bazi nekog *pnp* tranzistora prikazana je na slici. Pokretljivost šupljina u bazi je $\mu_p=280 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, a vrijeme života $\tau_p=0,5 \text{ }\mu\text{s}$. Površina emitorskog spoja iznosi $2,5 \text{ mm}^2$, a širina baze $1 \text{ }\mu\text{m}$. Rubna koncentracija elektrona je $p_{B0}=1,75 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati sve komponente struja te ukupne struje emitera, baze i kolektora ako je poznato da tranzistor ima efikasnost emitera 99 %. Pretpostaviti $U_T=25 \text{ mV}$ i $I_{CB0} \approx 0$.



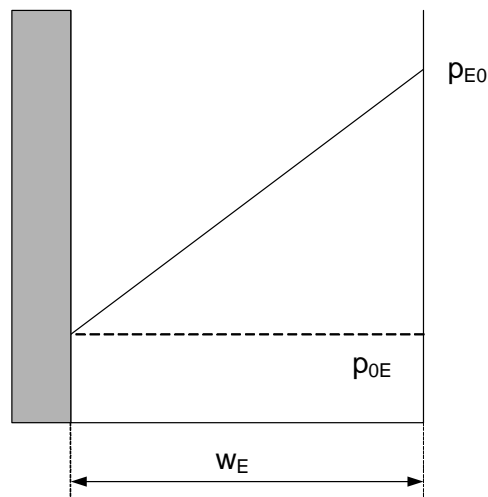
Rješenje: $I_{pE}=4,9 \text{ mA}$, $I_{nE}=49,5 \text{ }\mu\text{A}$, $I_R=7 \text{ }\mu\text{A}$, $I_{pC}=4,893 \text{ mA}$, $I_E=4,9495 \text{ mA}$, $I_B = -56,5 \text{ }\mu\text{A}$, $I_C = -4,893 \text{ mA}$, $\beta=87$, $\alpha=0,9886$

VJ.12. Raspodjela šupljina u emiteru *nnp* tranzistora uz $U_{BE}=0,55 \text{ V}$ prikazana je na slici. Pokretljivost šupljina u emiteru je $\mu_p=280 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Površina emitorskog spoja je $S=1 \text{ mm}^2$, a širina emitera $w_E=2 \text{ }\mu\text{m}$. Koncentracija donora u emiteru iznosi $N_{DE}=2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. U zadanoj radnoj točki rekombinacijska struja baze $I_R=12 \text{ }\mu\text{A}$. Izračunati sve komponente struja, ukupne struje emitera, baze i kolektora te pojačanja ako je poznato da tranzistor ima efikasnost emitera 99,5%. Pretpostaviti $U_T=25 \text{ mV}$ i $I_{CB0} \approx 0$.



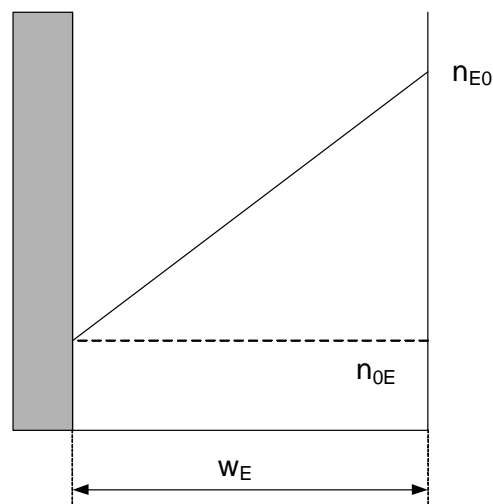
Rješenje: $I_{nE}=4,1998 \text{ mA}$, $I_{pE}=21,1 \text{ }\mu\text{A}$, $I_R=12 \text{ }\mu\text{A}$, $I_{nC}=4,1878 \text{ mA}$, $I_E = -4,2209 \text{ mA}$, $I_B = 33,1 \text{ }\mu\text{A}$, $I_C=4,1878 \text{ mA}$, $\beta=127$, $\alpha=0,9922$

VJ.13. Raspodjela šupljina u emiteru *npn* tranzistora prikazana je na slici. Pokretljivost šupljina u emiteru je $\mu_p=270 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Površina emitorskog spoja je $S=2,5 \text{ mm}^2$, a širina emitera $w_E=1,5 \text{ }\mu\text{m}$. Ravnotežne i rubne koncentracije nosilaca redom iznose $p_{0E}=2,1\cdot 10^2 \text{ cm}^{-3}$ i $p_{E0}=3,387\cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$. U zadanoj radnoj točki rekombinacijska struja baze $I_R=10 \text{ }\mu\text{A}$. Izračunati napon spoja baza-emiter U_{BE} . Odrediti sve komponente struja, ukupne struje emitera, baze i kolektora te pojačanja ako je poznato da tranzistor ima efikasnost emitera 99,25%. Pretpostaviti $U_T=25 \text{ mV}$ i $I_{CB0}\approx 0$.



Rješenje: $U_{BE}=0,53 \text{ V}$ $I_{nE}=8,0672 \text{ mA}$, $I_{pE}=61 \text{ }\mu\text{A}$, $I_R=10 \text{ }\mu\text{A}$, $I_{nC}=8,0572 \text{ mA}$, $I_E=-8,1281 \text{ mA}$, $I_B=71 \text{ }\mu\text{A}$, $I_C=8,0572 \text{ mA}$, $\beta=114$, $\alpha=0,9913$

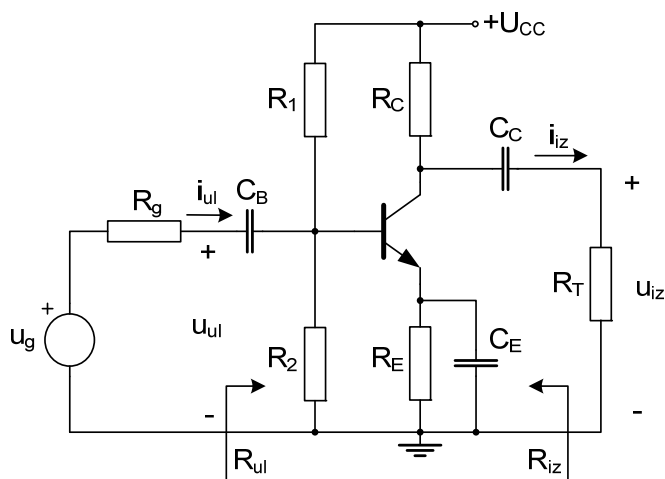
VJ.14. Raspodjela elektrona u emiteru *pnp* tranzistora uz $U_{BE}=-0,55 \text{ V}$ prikazana je na slici. Pokretljivost elektrona u emiteru je $\mu_n=400 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Površina emitorskog spoja je $S=2 \text{ mm}^2$, a širina emitera $w_E=1,8 \text{ }\mu\text{m}$. Koncentracija akceptora u emiteru iznosi $N_{AE}=2\cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. U zadanoj radnoj točki rekombinacijska struja baze $I_R=15 \text{ }\mu\text{A}$. Izračunati sve komponente struja, ukupne struje emitera, baze i kolektora te pojačanja ako je poznato da tranzistor ima efikasnost emitera 99 %. Pretpostaviti $U_T=25 \text{ mV}$ i $I_{CB0}\approx 0$.



Rješenje: $I_{pE}=6,6328 \text{ mA}$, $I_{nE}=67 \text{ }\mu\text{A}$ $I_R=15 \text{ }\mu\text{A}$, $I_{pC}=6,6178 \text{ mA}$, $I_E=6,6998 \text{ mA}$, $I_B=-82 \text{ }\mu\text{A}$, $I_C=-6,6178 \text{ mA}$, $\beta=81$, $\alpha=0,9878$

SKLOPOVI S BIPOLARNIM TRANZISTORIMA

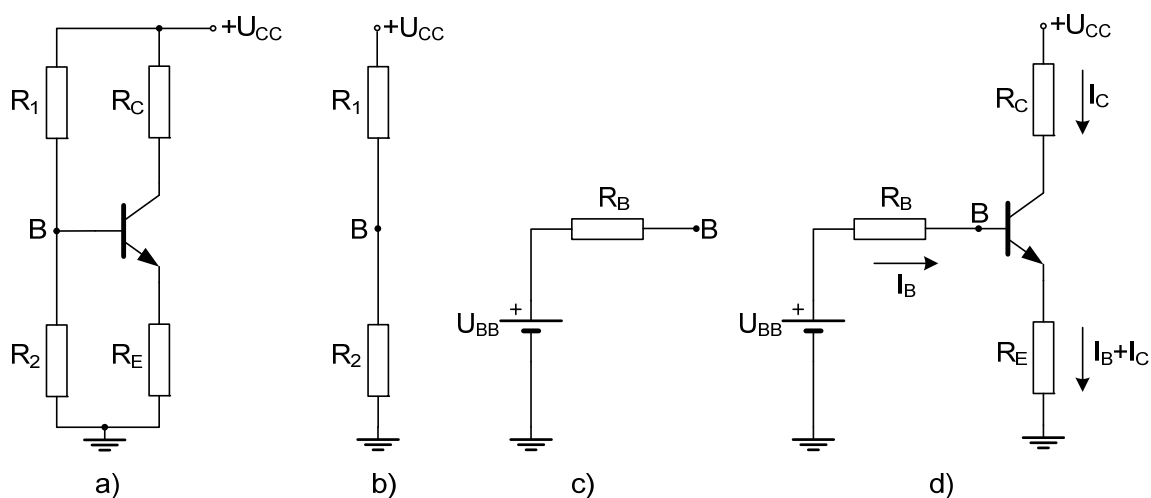
ZADATAK 1. Za pojačalu sa slike 1.1 zadano je: $U_{CC} = 15\text{ V}$, $R_g = 500\ \Omega$, $R_1 = 27\text{ k}\Omega$, $R_2 = 15\text{ k}\Omega$, $R_C = 2,7\text{ k}\Omega$, $R_E = 2,2\text{ k}\Omega$ i $R_T = 2\text{ k}\Omega$. Parametri *nnp* bipolarnog tranzistora su $\beta \approx h_{fe} = 120$, $U_\gamma = 0,7\text{ V}$ i $U_A = 220\text{ V}$. Naponski ekvivalent temperature $U_T = 25\text{ mV}$. Odrediti pojačanja $A_V = u_{iz} / u_{ul}$, $A_I = i_{iz} / i_{ul}$ i $A_{Vg} = u_{iz} / u_g$, te ulazni i izlazni otpor pojačala.



Slika 1.1

Rješenje:

Kako bi odredili pojačanja i otpore, trebamo prvo odrediti statičku radnu točku i dinamičke parametre. Kod proračuna statičke radne točke svi kondenzatori imaju beskonačno veliki otpor, slika 1.2a. Ulazna mreža, koja je prikazana na slici 1.2b nadomješta se prema Thevenin-u slika 1.2c. Na slici 1.2d prikazana je shema koja će nam poslužiti za proračun statičke radne točke.



Slika 1.2

Napon U_{BB} je napon neopterećenog djelila R_1 - R_2 :

$$U_{BB} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{CC} = \frac{15 \cdot 10^3}{15 \cdot 10^3 + 27 \cdot 10^3} \cdot 15 = 5,36 \text{ V}$$

a otpor R_B je paralelna kombinacija otpora R_1 i R_2 :

$$R_B = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{15 \cdot 10^3 \cdot 27 \cdot 10^3}{15 \cdot 10^3 + 27 \cdot 10^3} = 9,64 \text{ k}\Omega$$

Jednadžba ulaznog glasi:

$$U_{BB} = I_B \cdot R_B + U_{BE} + (I_B + I_C) \cdot R_E$$

Struja kolektora jednaka je $I_C = \beta \cdot I_B$. Uvrštavanjem struje kolektora u gornju jednadžbu i nakon kraćeg računa dobivamo struju baze:

$$I_{BQ} = \frac{U_{BB} - U_{BEQ}}{R_B + (1 + \beta) \cdot R_E} = \frac{5,36 - 0,7}{9,64 \cdot 10^3 + (1 + 120) \cdot 2,2 \cdot 10^3} = 16,88 \mu\text{A}$$

Struja kolektora jednaka je:

$$I_{CQ} = \beta \cdot I_{BQ} = 120 \cdot 16,88 \cdot 10^{-6} = 2,03 \text{ mA}$$

Jednadžba izlaznog kruga glasi:

$$U_{CC} = I_C \cdot R_C + U_{CE} + (I_B + I_C) \cdot R_E$$

Iz gornje jednadžbe dobivamo napon U_{CEQ} koji je jednak:

$$U_{CEQ} = U_{CC} - I_{CQ} \cdot R_C - (I_{BQ} + I_{CQ}) \cdot R_E$$

$$U_{CEQ} = 15 - 2,03 \cdot 10^{-3} \cdot 2,7 \cdot 10^3 - (16,88 \cdot 10^{-6} + 2,03 \cdot 10^{-3}) \cdot 2,2 \cdot 10^3$$

$$U_{CEQ} = 5,04 \text{ V}$$

Ako je $\beta \gg 1$ gornji izraz možemo pisati u pojednostavljenom obliku:

$$U_{CEQ} \approx U_{CC} - I_C \cdot (R_C + R_E) = 15 - 2,03 \cdot 10^{-3} \cdot (2,7 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3) = 5,07 \text{ V}$$

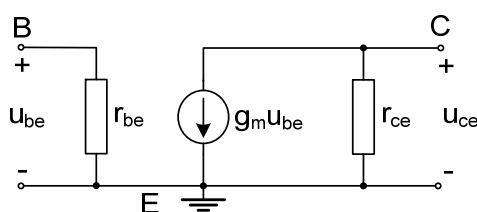
Uz zanemarenje serijskog otpora baze dinamički parametri jednaki su:

$$r_{be} = \frac{U_T}{I_{BQ}} = \frac{25 \cdot 10^{-3}}{16,88 \cdot 10^{-6}} = 1,48 \text{ k}\Omega$$

$$r_{ce} = \frac{U_{CEQ} + U_A}{I_{CQ}} = \frac{5,07 + 220}{2,03 \cdot 10^{-3}} = 111,1 \text{ k}\Omega$$

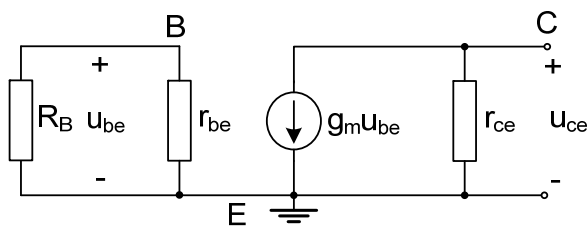
$$g_m = \frac{h_{fe}}{r_{be}} = \frac{120}{1,48 \cdot 10^3} = 81,04 \text{ mA/V}$$

Kod dinamičke analize svi kondenzatori imaju jako mali otpor pa uzimamo da predstavljaju kratki spoj. Zbog toga je otpor R_E za izmjenični signal kratko spojen tj. emiter *npn* tranzistora je spojen na masu. Naponski izvori U_{CC} i U_{BB} za izmjenični signal također predstavljaju kratki spoj. Za crtanje nadomjesne sheme za mali signal koristit ćemo model bipolarnog tranzistora za mali signal pri čemu je zanemaren serijski otpor baze $r_{bb'}$, slike 1.3.



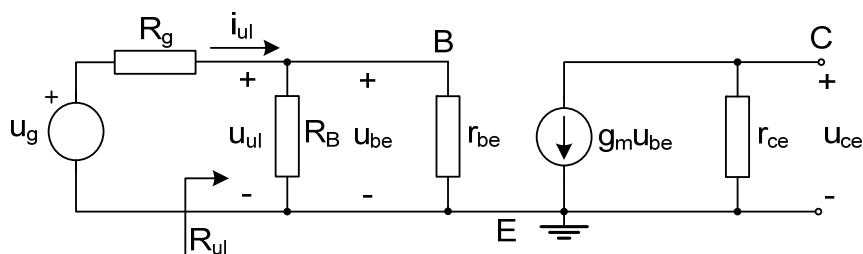
Slika 1.3

Pri crtanju nadomjesne sheme pojačala sa slike 1.1 prvo ćemo nadomjestiti ulazni krug. Između baze i mase spojen je otpornik R_B , jer je naponski izvor U_{BB} za izmjenični signal kratki spoj, slika 1.4.



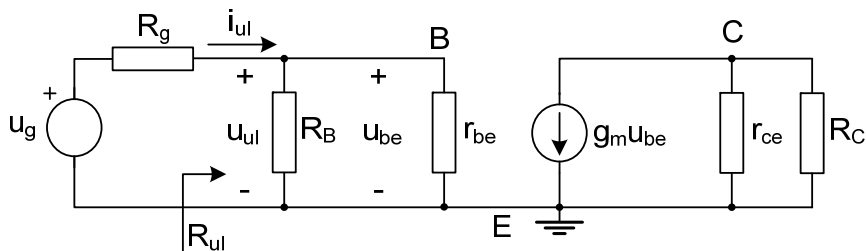
Slika 1.4

Na bazu spojen je otpornik R_g , jer je kapacitet C_B kratki spoj. U seriju s njim spojen je naponski izvor u_g , slika 1.5.



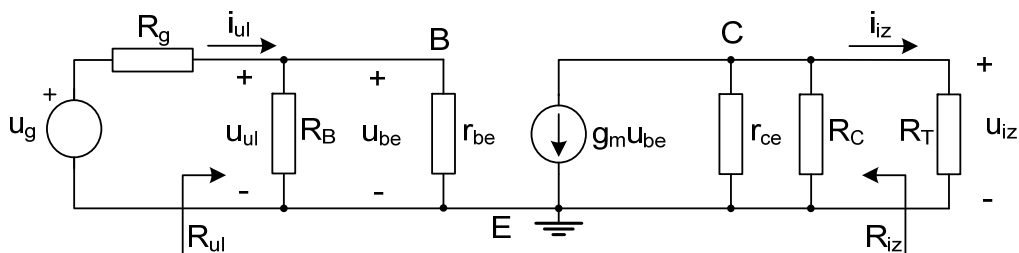
Slika 1.5

Sad ćemo nadomjestiti izlazni krug. Između kolektora i mase spojen je otpornik R_C , jer je naponski izvor U_{CC} za izmjenični signal kratki spoj, slika 1.6.



Slika 1.6

Isto tako, između kolektora i mase spojeno je trošilo jer je kondenzator C_C kratki spoj, slika 1.7.



Slika 1.7

Pojačanje $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ što znači da trebamo naći omjer napon u_{iz} i u_{ul}

Izlazni napon je:

$$u_{iz} = -g_m \cdot u_{be} \cdot r_{ce} \parallel R_C \parallel R_T$$

Ulazni napon jednak je naponu u_{be} .

$$u_{ul} = u_{be}$$

Naponsko pojačanje je:

$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{-g_m \cdot u_{be} \cdot r_{ce} \parallel R_C \parallel R_T}{u_{be}} = -g_m \cdot r_{ce} \parallel R_C \parallel R_T = -81,04 \cdot 10^{-3} \cdot 111,1 \cdot 10^3 \parallel 2,7 \cdot 10^3 \parallel 2 \cdot 10^3$$

$$A_V = -92,16$$

Strujno pojačanje možemo dobiti na dva načina. Prvi je da krenemo od definicije strujnog pojačanja:

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}}$$

te ga izrazimo preko naponskog pojačanja tj. izlaznu struju izrazimo preko izlaznog napona, a ulaznu struju preko ulaznog napona. Ako pogledamo sliku 1.7 možemo pisati izraze za izlaznu i ulaznu struju:

$$i_{iz} = \frac{u_{iz}}{R_T}$$

$$i_{ul} = \frac{u_{ul}}{R_B \parallel r_{be}}$$

Uvrštavanjem gornjih izraza za struje u izraz za struju pojačanje dobivamo:

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = \frac{\frac{u_{iz}}{R_T}}{\frac{u_{ul}}{R_B \parallel r_{be}}} = \frac{u_{iz} \cdot R_B \parallel r_{be}}{u_{ul} \cdot R_T} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \cdot \frac{R_B \parallel r_{be}}{R_T} = A_V \cdot \frac{R_B \parallel r_{be}}{R_T} = -92,16 \cdot \frac{9,64 \cdot 10^3 \parallel 1,48 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^3} = -59,15$$

Drugi način je da izlaznu i ulaznu struju izrazimo preko zajedničke veličine tj. veličine koja se pojavljuje i u izlaznom i u ulaznom krugu. To je napon u_{be} . Ulaznu struju smo već izrazili preko ulaznog napona, a on je jednak naponu u_{be} onda možemo pisati:

$$i_{ul} = \frac{u_{ul}}{R_B \parallel r_{be}} = \frac{u_{be}}{R_B \parallel r_{be}}$$

Ako pogledamo izlazni krug sheme na slici 1.7 vidimo da se struja zavisnog strujnog izvora $g_m u_{be}$ dijeli na izlaznu struju i struju koja prolazi paralelnim spojem r_{be} i R_C . Izlazna struja jednaka je:

$$i_{iz} = -g_m \cdot u_{be} \cdot \frac{r_{ce} \parallel R_C}{r_{ce} \parallel R_C + R_T}$$

Uvrštavanjem izraza za ulaznu i izlaznu struju u izraz za struju pojačanje dobivamo:

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = \frac{-g_m \cdot u_{be} \cdot \frac{r_{ce} \parallel R_C}{r_{ce} \parallel R_C + R_T}}{\frac{u_{be}}{R_B \parallel r_{be}}} = -g_m \cdot R_B \parallel r_{be} \cdot \frac{r_{ce} \parallel R_C}{r_{ce} \parallel R_C + R_T} =$$

$$= -81,04 \cdot 10^{-3} \cdot 9,64 \cdot 10^3 \parallel 1,48 \cdot 10^3 \cdot \frac{111,1 \cdot 10^3 \parallel 2,7 \cdot 10^3}{111,1 \cdot 10^3 \parallel 2,7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3} = -59,15$$

Pojačanje A_{Vg} je:

$$A_{Vg} = \frac{u_{iz}}{u_g} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \cdot \frac{u_{ul}}{u_g}$$

Ulazni napon je:

$$u_{ul} = u_g \cdot \frac{R_B \parallel r_{be}}{R_B \parallel r_{be} + R_g}$$

Uvrštavanje gornjeg izraza u izraz za pojačanje A_{Vg} dobivamo:

$$A_{Vg} = \frac{u_{iz}}{u_g} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \cdot \frac{u_{ul}}{u_g} = A_V \cdot \frac{R_B \parallel r_{be}}{R_B \parallel r_{be} + R_g} =$$

$$= -92,16 \cdot \frac{9,64 \cdot 10^3 \parallel 1,48 \cdot 10^3}{9,64 \cdot 10^3 \parallel 1,48 \cdot 10^3 + 500} = -66,32$$

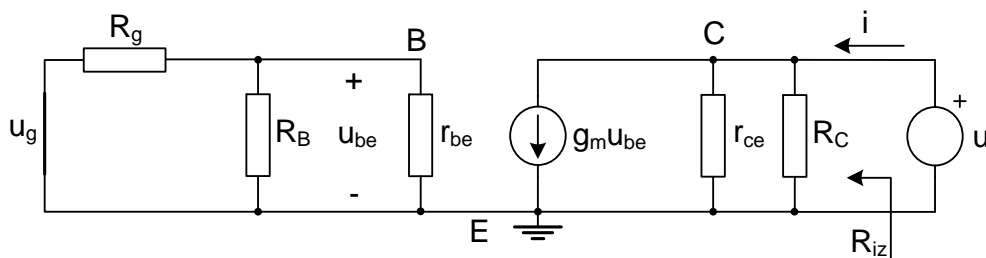
Ulazni otpor je:

$$R_{ul} = R_B \parallel r_{be} = 9,64 \cdot 10^3 \parallel 1,48 \cdot 10^3 = 1284 \Omega$$

Kod računanja izlaznog otpora sve nezavisne izvore treba ugasiti tj. naponski izvori se kratko spajaju, a strujni su odspojeni. Zavisni izvori će postojati ako postoji napon ili struja o kojoj su ovisni. Trošilo je zamijenjeno naponskim izvorom u koji daje struju i . Izlazni otpor jednak je:

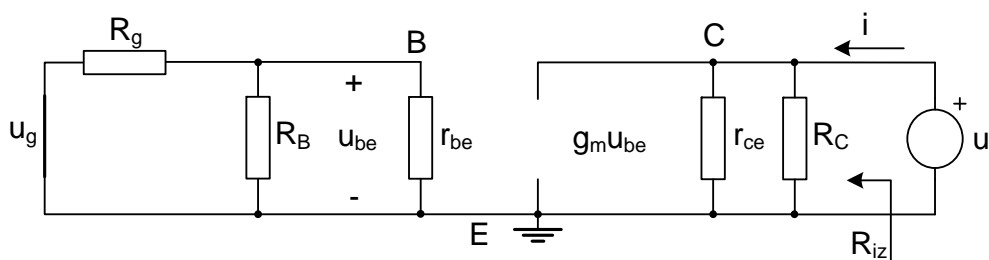
$$R_{iz} = \frac{u}{i}$$

Nadomjesna shema za određivanje izlaznog otpora prikazana je na slici 1.8.



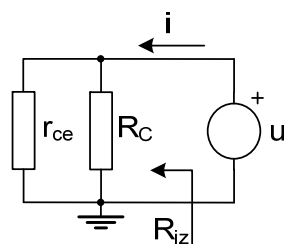
Slika 1.8

Što je s izvorom $g_m \cdot u_{be}$? Prvi korak je da taj strujni izvor odspojimo i pogledamo postoji li napon u_{be} , slika 1.9.



Slika 1.9

Sa slike 1.9 vidi se da je napon $u_{be} = 0$, što znači strujni izvor $g_m \cdot u_{be}$ ne postoji. Na slici 1.10 prikazana je nadomjesna shema koja će nam poslužiti za izračun izlaznog otpora.



Slika 1.10

Iz gornje slike možemo odrediti napon u koja je jednaka:

$$u = i \cdot r_{ce} \parallel R_C$$

Uvrštavanjem gornjeg izraza u jednadžbu izlaznog otpora dobivamo:

$$R_{iz} = \frac{u}{i} = \frac{i \cdot r_{ce} \parallel R_C}{i} = r_{ce} \parallel R_C = 111,1 \cdot 10^3 \parallel 2,7 \cdot 10^3 = 2636 \Omega$$

Često je izlazni dinamički otpor tranzistora r_{ce} znatno veći od paralelne kombinacije otpora $R_C \parallel R_T$ ($r_{ce} = 111,1 \text{ k}\Omega \gg R_C \parallel R_T = 1,149 \text{ k}\Omega$) ili od otpora R_C ($r_{ce} = 111,1 \text{ k}\Omega \gg R_C = 2,7 \text{ k}\Omega$), te u tom slučaju možemo pojednostaviti izraze za pojačanja i izlazni otpor. U tom slučaju možemo pisati:

$$A_v = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = -g_m \cdot r_{ce} \parallel R_C \parallel R_T \approx -g_m \cdot R_C \parallel R_T = -81,04 \cdot 10^{-3} \cdot 2,7 \cdot 10^3 \parallel 2 \cdot 10^3 = -93,1$$

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = -g_m \cdot R_B \parallel r_{be} \cdot \frac{r_{ce} \parallel R_C}{r_{ce} \parallel R_C + R_T} \approx -g_m \cdot R_B \parallel r_{be} \cdot \frac{R_C}{R_C + R_T} =$$

$$= -81,04 \cdot 10^{-3} \cdot 9,64 \cdot 10^3 \parallel 1,48 \cdot 10^3 \cdot \frac{2,7 \cdot 10^3}{2,7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3} = -59,76$$

$$R_{iz} = \frac{u}{i} = R_C = 2700 \Omega$$

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = A_v \cdot \frac{R_B \parallel r_{be}}{R_T} = -93,11 \cdot \frac{9,64 \cdot 10^3 \parallel 1,48 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^3} = -59,76$$

$$A_{v_g} = A_v \cdot \frac{R_B \parallel r_{be}}{R_B \parallel r_{be} + R_g} = -93,11 \cdot \frac{9,64 \cdot 10^3 \parallel 1,48 \cdot 10^3}{9,64 \cdot 10^3 \parallel 1,48 \cdot 10^3 + 500} = -67,01$$

$$R_{ul} = R_B \parallel r_{be} = 9,64 \cdot 10^3 \parallel 1,48 \cdot 10^3 = 1284 \Omega$$

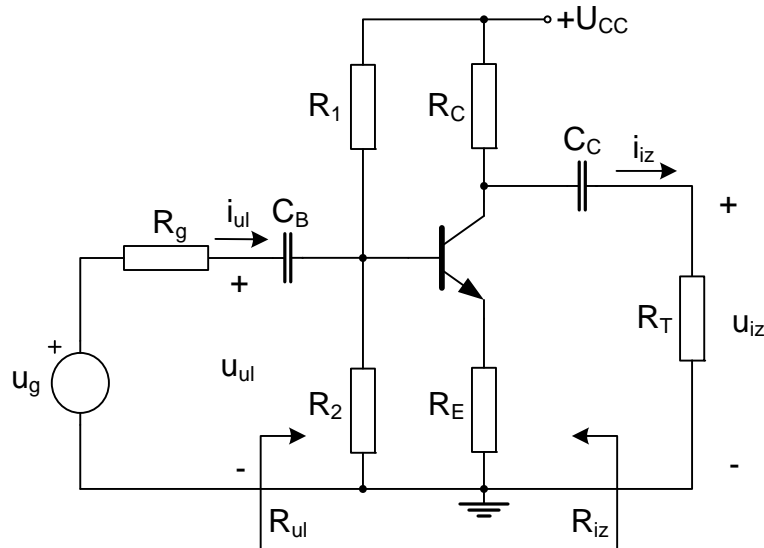
U tablici 3.1 dani su usporedni rezultati i pogreška ako izostavimo r_{ce} i kad računamo s njim.

veličina	bez r_{ce}	sa r_{ce}	postotna pogreška
A_V	-92,16	-93,10	-1,01%
A_I	-59,15	-59,76	-1,02%
A_{Vg}	-66,32	-67,01	-1,03%
$R_{ul} [\Omega]$	1284	1284	0%
$R_{iz} [\Omega]$	2636	2700	-2,37%

Tablica 3.1

Iz tablice je vidljivo da pogreška nije veća od 2,4; Proizlazi da je zanemarenje opravdano.

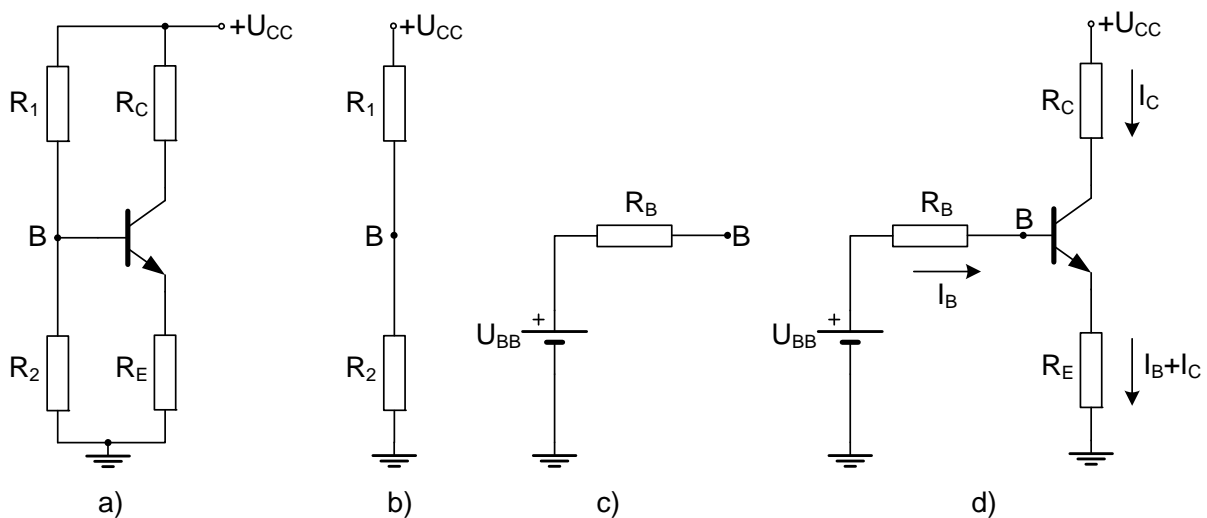
ZADATAK 2. Za pojačalu sa slike 2.1 zadano je: $U_{CC} = 15\text{ V}$, $R_g = 500\ \Omega$, $R_1 = 33\text{ k}\Omega$, $R_2 = 12\text{ k}\Omega$, $R_C = 3,3\text{ k}\Omega$, $R_E = 2\text{ k}\Omega$ i $R_T = 2,2\text{ k}\Omega$. Parametri *npn* bipolarnog tranzistora su $\beta \approx h_{fe} = 150$, $U_\gamma = 0,7\text{ V}$ i $U_A = 210\text{ V}$. Naponski ekvivalent temperature $U_T = 25\text{ mV}$. Odrediti pojačanja $A_V = u_{iz} / u_{ul}$, $A_I = i_{iz} / i_{ul}$ i $A_{Vg} = u_{iz} / u_g$, te ulazni i izlazni otpor pojačala.



Slika 2.1

Rješenje:

Kako bi odredili pojačanja i otpore, trebamo prvo odrediti statičku radnu točku i dinamičke parametre. Kod proračuna statičke radne točke svi kondenzatori imaju beskonačno veliki otpor, slika 2.2a. Ulazna mreža, koja je prikazana na slici 2.2b nadomješta se prema Thevenin-u slika 2.2c. Na slici 2.2d prikazana je shema koja će nam poslužiti za proračun statičke radne točke kao u zadatku 1.



Slika 2.2

Napon U_{BB} je napon neopterećenog djelila R_1 - R_2 :

$$U_{BB} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{CC} = \frac{12 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^3 + 33 \cdot 10^3} \cdot 15 = 4 \text{ V}$$

a otpor R_B je paralelna kombinacija otpora R_1 i R_2 :

$$R_B = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 33 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^3 + 33 \cdot 10^3} = 8,8 \text{ k}\Omega$$

Jednadžba ulaznog glasi:

$$U_{BB} = I_B \cdot R_B + U_{BE} + (I_B + I_C) \cdot R_E$$

Struja kolektora jednaka je $I_C = \beta \cdot I_B$. Uvrštavanjem struje kolektora u gornju jednadžbu i nakon kraćeg računa dobivamo struju baze:

$$I_{BQ} = \frac{U_{BB} - U_{BEQ}}{R_B + (1 + \beta) \cdot R_E} = \frac{4 - 0,7}{8,8 \cdot 10^3 + (1 + 150) \cdot 2 \cdot 10^3} = 10,62 \text{ }\mu\text{A}$$

Struja kolektora jednaka je:

$$I_{CQ} = \beta \cdot I_{BQ} = 150 \cdot 10,62 \cdot 10^{-6} = 1,59 \text{ mA}$$

Jednadžba izlaznog kruga glasi:

$$U_{CC} = I_C \cdot R_C + U_{CE} + (I_B + I_C) \cdot R_E$$

Iz gornje jednadžbe dobivamo napon U_{CEQ} koji je jednak:

$$U_{CEQ} = U_{CC} - I_{CQ} \cdot R_C - (I_{BQ} + I_{CQ}) \cdot R_E$$

$$U_{CEQ} = 15 - 1,59 \cdot 10^{-3} \cdot 3,3 \cdot 10^3 - (10,62 \cdot 10^{-6} + 1,59 \cdot 10^{-3}) \cdot 2 \cdot 10^3$$

$$U_{CEQ} = 6,54 \text{ V}$$

Ako je $\beta \gg 1$ gornji izraz možemo pisati u pojednostavljenom obliku:

$$U_{CEQ} \approx U_{CC} - I_C \cdot (R_C + R_E) = 15 - 1,59 \cdot 10^{-3} \cdot (3,3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3) = 6,56 \text{ V}$$

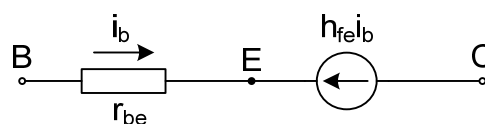
Uz zanemarenje serijskog otpora baze dinamički parametri jednaki su:

$$r_{be} = \frac{U_T}{I_{BQ}} = \frac{25 \cdot 10^{-3}}{10,62 \cdot 10^{-6}} = 2,35 \text{ k}\Omega$$

$$r_{ce} = \frac{U_{CEQ} + U_A}{I_{CQ}} = \frac{4 + 210}{1,59 \cdot 10^{-3}} = 136 \text{ k}\Omega$$

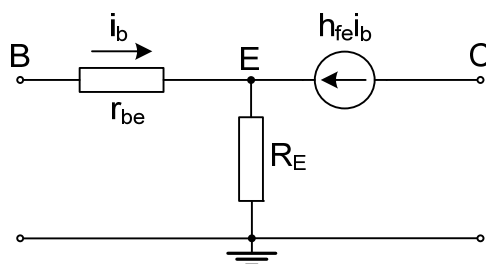
$$g_m = \frac{h_{fe}}{r_{be}} = \frac{150}{2,35 \cdot 10^3} = 63,71 \text{ mA/V}$$

Kod dinamičke analize svi kondenzatori imaju jako mali otpor pa uzimamo da predstavljaju kratki spoj. Naponski izvori U_{CC} i U_{BB} za izmjenični signal također predstavljaju kratki spoj. Za crtanje nadomjesne sheme za mali signal koristit ćemo model bipolarnog tranzistora za mali signal pri čemu je zanemaren serijski otpor baze r_{bb} , isto tako izostavljen je izlazni dinamički otpor tranzistora r_{ce} ($r_{ce} = 136 \text{ k}\Omega \gg R_C \parallel R_T = 1,32 \text{ k}\Omega$). U prethodnom zadatku je pokazano da nećemo puno pogriješiti ako zanemarimo taj otpor. Isto tako to pojednostavljenje nam uvelike olakšava proračun pojačanja, ulaznog i izlaznog otpora. Na slici 2.3 prikazan je model bipolarnog tranzistora koji ćemo koristiti.



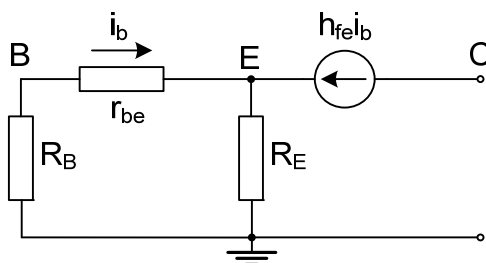
Slika 2.3

Za razliku od zadatka 1 otpornik R_E postoji i spojen je između emitera i mase, slika 2.4.



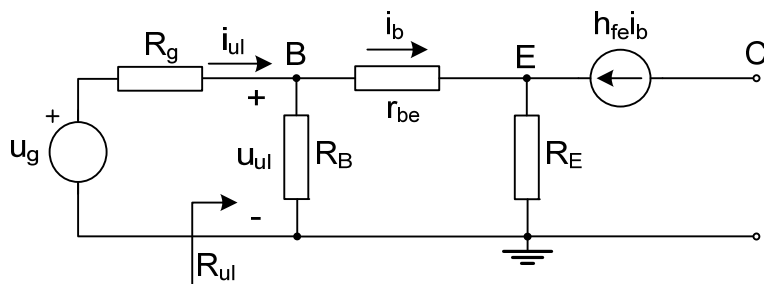
Slika 2.4

Između baze i mase spojen je otpornik R_B , jer je naponski izvor U_{BB} za izmjenični signal kratki spoj, slika 2.5.



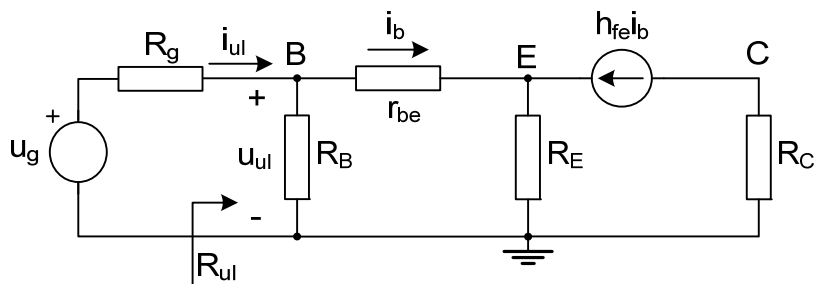
Slika 2.5

Na bazu spojen je otpornik R_g , jer je kapacitet C_B kratki spoj. U seriju s njim spojen je naponski izvor u_g , slika 2.6.



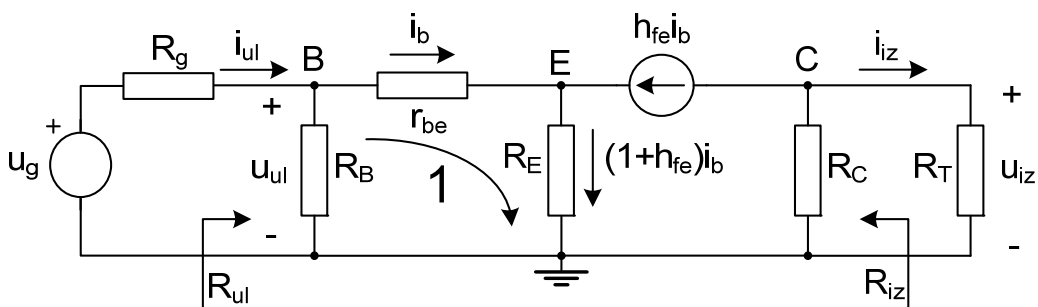
Slika 2.6

Između kolektora i mase spojen je otpornik R_C , jer je naponski izvor U_{CC} za izmjenični signal kratki spoj, slika 2.7.



Slika 2.7

Isto tako, između kolektora i mase spojeno je trošilo jer je kondenzator C_C kratki spoj, slika 2.8.



Slika 2.8

Pojačanje $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ što znači da trebamo naći omjer napon u_{iz} i u_{ul}

Izlazni napon je:

$$u_{iz} = -h_{fe} \cdot i_b \cdot R_C \parallel R_T$$

Ulazni napon možemo odrediti pomoću petlje "1"

$$u_{ul} = i_b \cdot r_{be} + i_b \cdot (1 + h_{fe}) \cdot R_E = i_b \cdot \left[r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E \right]$$

Naponsko pojačanje je:

$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{-h_{fe} \cdot i_b \cdot R_C \parallel R_T}{i_b \cdot [r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E]} = \frac{-h_{fe} \cdot R_C \parallel R_T}{r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E} = \frac{-150 \cdot 3,3 \cdot 10^3 \parallel 2,2 \cdot 10^3}{2,35 \cdot 10^3 + (1 + 150) \cdot 2 \cdot 10^3}$$

$$A_V = -0,651$$

Prije proračuna strujnog pojačanja A_I i pojačanja A_{Vg} odredit ćemo ulazni otpor pojačala. To će nam olakšati proračun prije navedenih pojačanja. Ulazni otpor R_{ul} jednak je:

$$R_{ul} = \frac{u_{ul}}{i_{ul}}$$

Ulazna struja jednaka je:

$$i_{ul} = i_{R_p} + i_b$$

$$i_{R_B} = \frac{u_{ul}}{R_B}$$

$$i_b = \frac{u_{ul}}{r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E}$$

$$i_{ul} = i_{R_B} + i_b = \frac{u_{ul}}{R_B} + \frac{u_{ul}}{r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E} = u_{ul} \cdot \left[\frac{1}{R_B} + \frac{1}{r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E} \right] \Rightarrow$$

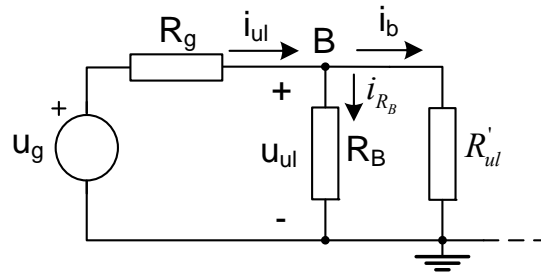
$$\Rightarrow R_{ul} = \frac{u_{ul}}{i_{ul}} = \frac{1}{\frac{1}{R_B} + \frac{1}{r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E}} = R_B \left\| \left[r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E \right] \right.$$

$$R_{ul} = 2 \cdot 10^3 \parallel (2,35 \cdot 10^3 + (1 + 150) \cdot 2 \cdot 10^3) = 8,55 \text{ k}\Omega$$

Iz gornjeg izraza se vidi da je ulazni otpor jednak paraleli otpora R_B i otpora koji ćemo označiti s R'_{ul} i koji je jednak:

$$R'_{ul} = 2,35 \cdot 10^3 + (1+150) \cdot 2 \cdot 10^3 = 304,4 \text{ k}\Omega$$

Radi lakšeg proračuna pojačanja ulazni krug ćemo pojednostaviti, slika 2.9.



Slika 2.9

Strujno pojačanje možemo dobiti na dva načina. Prvi je da krenemo od definicije strujnog pojačanja:

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}}$$

te ga izrazimo preko naponskog pojačanja tj. izlaznu struju izrazimo preko izlaznog napona, a ulaznu struju preko ulaznog napona. Ako pogledamo sliku 2.8 možemo pisati izraze za izlaznu, a iz slike 2.9 za ulaznu struju:

$$i_{iz} = \frac{u_{iz}}{R_T}$$

$$i_{ul} = \frac{u_{ul}}{R_B \parallel R'_{ul}}$$

Uvrštavanjem gornjih izraza za struje u izraz za struju pojačanje dobivamo:

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = \frac{\frac{u_{iz}}{R_T}}{\frac{u_{ul}}{R_B \parallel R'_{ul}}} = \frac{u_{iz} \cdot R_B \parallel R'_{ul}}{u_{ul} \cdot R_T} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \cdot \frac{R_B \parallel R'_{ul}}{R_T} = A_V \cdot \frac{R_B \parallel R'_{ul}}{R_T}$$

$$A_I = -0,651 \cdot \frac{8,8 \cdot 10^3 \parallel 304,4 \cdot 10^3}{2,2 \cdot 10^3} = -2,53$$

Drugi način je da izlaznu i ulaznu struju izrazimo preko zajedničke veličine tj. veličine koja se pojavljuje i u izlaznom i u ulaznom krugu. To je struja i_b . Sa slike 2.9 vidi se da se ulaznu struju dijeli na struju i_b i i_{R_B} pa možemo pisati da je struja i_b jednaka:

$$i_b = i_{ul} \cdot \frac{R_B}{R_B + R'_{ul}} \Rightarrow \frac{i_b}{i_{ul}} = \frac{R_B}{R_B + R'_{ul}}$$

Ako pogledamo izlazni krug sheme na slici 2.8 vidimo da se struja zavisnog strujnog izvora $h_{fe}i_b$ dijeli na izlaznu struju i struju kroz otpor R_C . Izlazna struja jednaka je:

$$i_{iz} = -h_{fe} \cdot i_b \cdot \frac{R_C}{R_C + R_T} \Rightarrow \frac{i_{iz}}{i_b} = -h_{fe} \cdot \frac{R_C}{R_C + R_T}$$

Uvrštavanjem izraza za ulaznu i izlaznu struju u izraz za struju pojačanje dobivamo:

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = \frac{i_{iz}}{i_b} \cdot \frac{i_b}{i_{ul}} = -h_{fe} \cdot \frac{R_C}{R_C + R_T} \cdot \frac{R_B}{R_B + R'_{ul}} =$$

$$= -150 \cdot \frac{3,3 \cdot 10^3}{3,3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3} \cdot \frac{8,8 \cdot 10^3}{8,8 \cdot 10^3 + 304,4 \cdot 10^3} = -2,53$$

Pojačanje A_{Vg} je:

$$A_{Vg} = \frac{u_{iz}}{u_g} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \cdot \frac{u_{ul}}{u_g}$$

Ulazni napon je:

$$u_{ul} = u_g \cdot \frac{R_B \parallel R'_{ul}}{R_B \parallel R'_{ul} + R_g}$$

Uvrštavanje gornjeg izraza u izraz za pojačanje A_{Vg} dobivamo:

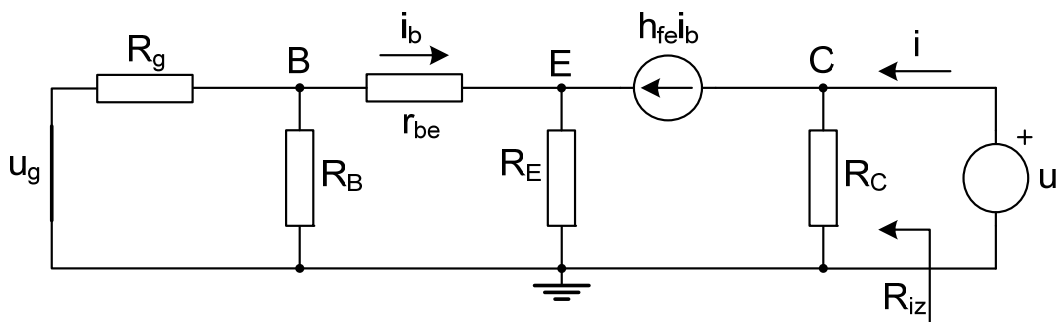
$$A_{Vg} = \frac{u_{iz}}{u_g} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \cdot \frac{u_g \cdot \frac{R_B \parallel R'_{ul}}{R_B \parallel R'_{ul} + R_g}}{u_g} = A_V \cdot \frac{R_B \parallel R'_{ul}}{R_B \parallel R'_{ul} + R_g} =$$

$$= -0,651 \cdot \frac{8,8 \cdot 10^3 \parallel 304,4 \cdot 10^3}{8,8 \cdot 10^3 \parallel 304,4 \cdot 10^3 + 500} = -0,615$$

Kod računanja izlaznog otpora sve nezavisne izvore treba ugasiti tj. naponski izvori se kratko spajaju, a strujni su odspojeni. Zavisni izvori će postojati ako postoji napon ili struja o kojoj su ovisni. Trošilo je zamijenjeno naponskim izvorom u koji daje struju i . Izlazni otpor jednak je:

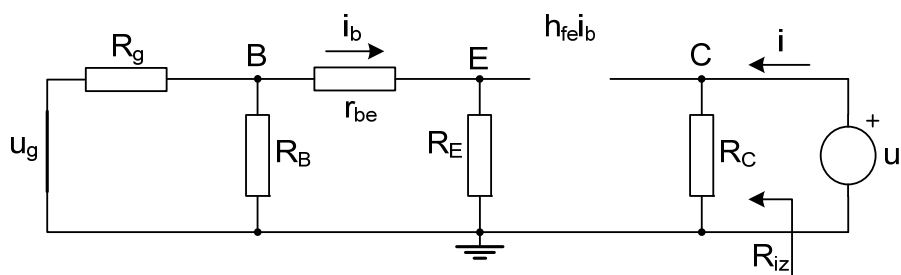
$$R_{iz} = \frac{u}{i}$$

Nadomjesna shema za određivanje izlaznog otpora prikazana je na slici 2.10.



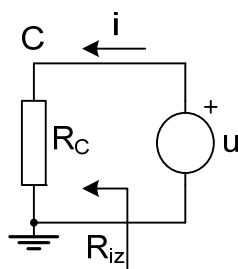
Slika 2.10

Što je s izvorom $h_{fe} \cdot i_b$? Prvi korak je da taj strujni izvor odspojimo i pogledamo postoji li struja i_b , slika 2.11.



Slika 2.11

Sa slike 2.11 vidi se da je struja $i_b = 0$, što znači strujni izvor $h_{fe} \cdot i_b$ ne postoji. Na slici 2.12 prikazana je nadomjesna shema koja će nam poslužiti za izračun izlaznog otpora.



Slika 2.12

Izlazni otpor jednak je:

$$R_{iz} = \frac{u}{i} = R_C = 3,3 \text{ k}\Omega$$

Ako ne izostavimo r_{ce} dobivamo sljedeće rezultate:

$$A_V = -0,644$$

$$A_I = -2,503$$

$$A_{V_g} = -0,609$$

$$R_{ul} = 8547 \text{ }\Omega$$

$$R_{iz} = 3299 \text{ }\Omega$$

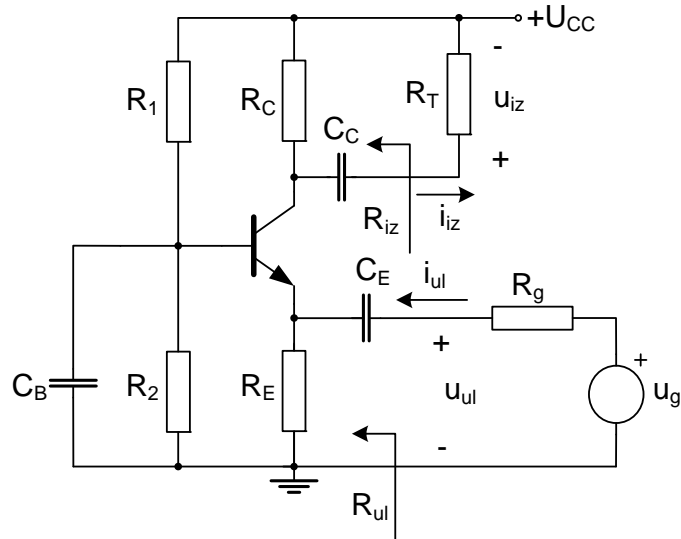
U tablici 2.1 dani su usporedni rezultati i pogreška ako izostavimo r_{ce} i kad računamo s njim.

veličina	bez r_{ce}	sa r_{ce}	postotna pogreška
A_V	-0,651	-0,644	1,09%
A_I	-2,529	-2,503	1,04%
A_{V_g}	-0,615	-0,609	0,99%
$R_{ul} [\Omega]$	8553	8547	0,07%
$R_{iz} [\Omega]$	3300	3299	0,03%

Tablica 2.1

Iz tablice je vidljivo da pogreška nije veća od 1,1 %; Proizlazi da je zanemarenje opravdano.

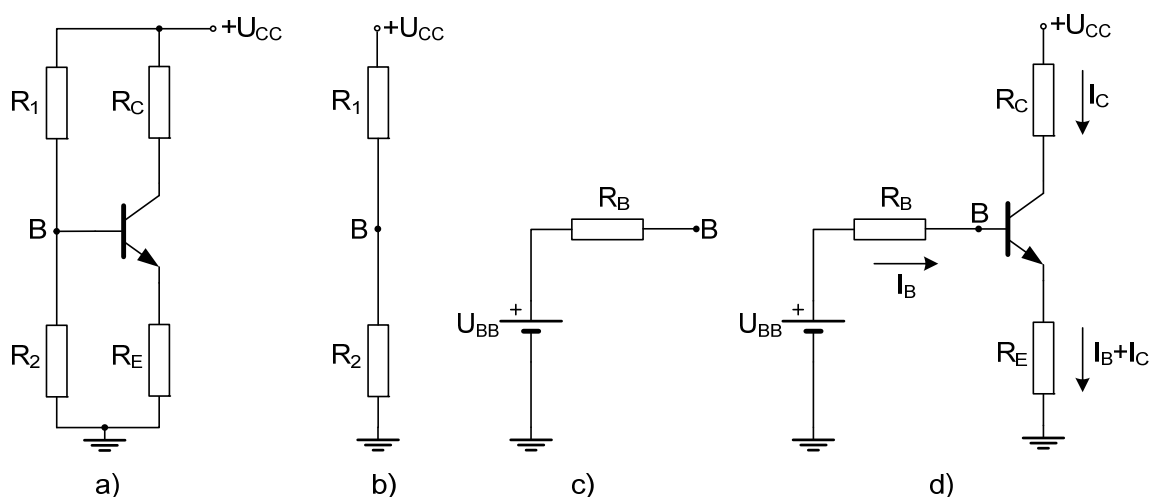
ZADATAK 3. Za pojačalu sa slike 3.1 zadano je: $U_{CC} = 15 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 56 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 18 \text{ k}\Omega$, $R_C = 3,9 \text{ k}\Omega$, $R_E = 1,8 \text{ k}\Omega$ i $R_T = 2,7 \text{ k}\Omega$. Parametri *npn* bipolarnog tranzistora su $\beta \approx h_{fe} = 200$, $U_\gamma = 0,7 \text{ V}$ i $U_A = 250 \text{ V}$. Naponski ekvivalent temperature $U_T = 25 \text{ mV}$. Odrediti pojačanja $A_V = u_{iz} / u_{ul}$, $A_I = i_{iz} / i_{ul}$ i $A_{Vg} = u_{iz} / u_g$, te ulazni i izlazni otpor pojačala.



Slika 3.1

Rješenje:

Kako bi odredili pojačanja i otpore, trebamo prvo odrediti statičku radnu točku i dinamičke parametre. Kod proračuna statičke radne točke svi kondenzatori imaju beskonačno veliki otpor, slika 3.2a. Ulazna mreža, koja je prikazana na slici 3.2b nadomješta se prema Thevenin-u slika 3.2c. Na slici 3.2d prikazana je shema koja će nam poslužiti za proračun statičke radne točke kao u zadatku 1.



Slika 3.2

Napon U_{BB} je napon neopterećenog djelila R_1 - R_2 :

$$U_{BB} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{CC} = \frac{18 \cdot 10^3}{18 \cdot 10^3 + 56 \cdot 10^3} \cdot 15 = 3,65 \text{ V}$$

a otpor R_B je paralelna kombinacija otpora R_1 i R_2 :

$$R_B = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{18 \cdot 10^3 \cdot 56 \cdot 10^3}{18 \cdot 10^3 + 56 \cdot 10^3} = 13,62 \text{ k}\Omega$$

Jednadžba ulaznog glasi:

$$U_{BB} = I_B \cdot R_B + U_{BE} + (I_B + I_C) \cdot R_E$$

Struja kolektora jednaka je $I_C = \beta I_B$. Uvrštavanjem struje kolektora u gornju jednadžbu i nakon kraćeg računa dobivamo struju baze:

$$I_{BQ} = \frac{U_{BB} - U_{BEQ}}{R_B + (1 + \beta) \cdot R_E} = \frac{3,65 - 0,7}{13,62 \cdot 10^3 + (1 + 200) \cdot 1,8 \cdot 10^3} = 7,85 \text{ }\mu\text{A}$$

Struja kolektora jednaka je:

$$I_{CQ} = \beta \cdot I_{BQ} = 200 \cdot 7,85 \cdot 10^{-6} = 1,57 \text{ mA}$$

Jednadžba izlaznog kruga glasi:

$$U_{CC} = I_C \cdot R_C + U_{CE} + (I_B + I_C) \cdot R_E$$

Iz gornje jednadžbe dobivamo napon U_{CEQ} koji je jednak:

$$U_{CEQ} = U_{CC} - I_{CQ} \cdot R_C - (I_{BQ} + I_{CQ}) \cdot R_E$$

$$U_{CEQ} = 15 - 1,57 \cdot 10^{-3} \cdot 3,9 \cdot 10^3 - (7,85 \cdot 10^{-6} + 1,57 \cdot 10^{-3}) \cdot 1,8 \cdot 10^3$$

$$U_{CEQ} = 6,03 \text{ V}$$

Ako je $\beta \gg 1$ gornji izraz možemo pisati u pojednostavljenom obliku:

$$U_{CEQ} \approx U_{CC} - I_C \cdot (R_C + R_E) = 15 - 1,57 \cdot 10^{-3} \cdot (3,9 \cdot 10^3 + 1,8 \cdot 10^3) = 6,05 \text{ V}$$

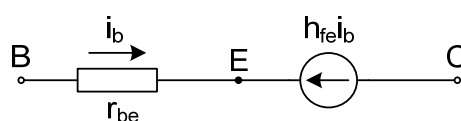
Uz zanemarenje serijskog otpora baze dinamički parametri jednaki su:

$$r_{be} = \frac{U_T}{I_{BQ}} = \frac{25 \cdot 10^{-3}}{7,85 \cdot 10^{-6}} = 3183 \text{ }\Omega$$

$$r_{ce} = \frac{U_{CEQ} + U_A}{I_{CQ}} = \frac{3,65 + 250}{1,57 \cdot 10^{-3}} = 163 \text{ k}\Omega$$

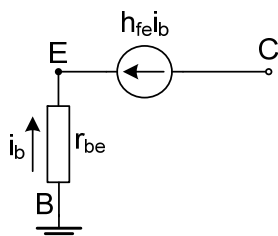
$$g_m = \frac{h_{fe}}{r_{be}} = \frac{150}{3183} = 62,83 \text{ mA/V}$$

Kod dinamičke analize svi kondenzatori imaju jako mali otpor pa uzimamo da predstavljaju kratki spoj. Naponski izvori U_{CC} i U_{BB} za izmjenični signal također predstavljaju kratki spoj. Baza *n*p*n* tranzistora je spojena na masu jer vrijedi C_B predstavljaju kratki spoj za izmjenični signal. Za crtanje nadomjesne sheme za mali signal koristit ćemo model bipolarnog tranzistora za mali signal pri čemu je zanemaren serijski otpor baze $r_{bb'}$, isto tako izostavljen je izlazni dinamički otpor tranzistora r_{ce} ($r_{ce} = 163 \text{ k}\Omega \gg R_C \parallel R_T = 1,43 \text{ k}\Omega$). U prethodnom zadatku je pokazano da nećemo puno pogriješiti ako zanemarimo taj otpor. Isto tako to pojednostavljenje nam uvelike olakšava proračun pojačanja, ulaznog i izlaznog otpora. Na slici 3.3 prikazan je model bipolarnog tranzistora koji ćemo koristiti.



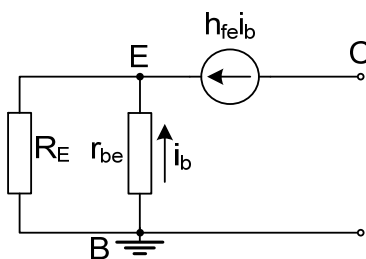
Slika 3.3

Model sa slike 3.3 nije nacrtan na odgovarajući način. Ako pogledamo sliku 3.1 vidimo da se radi o spoju zajedničke baze tj. baza će biti zajednička elektroda, ulaz se spaja na emiter, a izlaz na kolektor. Imajući na umu prethodno objašnjenje model sa slike 3.3 malo ćemo presložiti, slika 3.4.



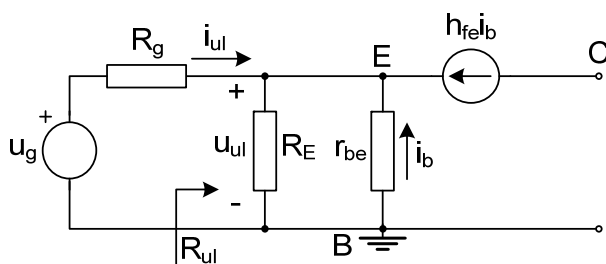
Slika 3.4

Pri crtanju nadomjesne sheme pojačala sa slike 3.1 prvo ćemo nadomjestiti ulazni krug. Između emitera i mase spojen je otpornik R_E , slika 3.5.



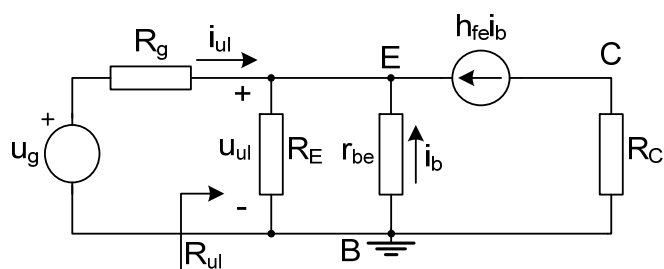
Slika 3.5

Na emiter spojen je otpornik R_g , jer je kapacitet C_E kratki spoj. U seriju s njim spojen je naponski izvor u_g , slika 3.6.



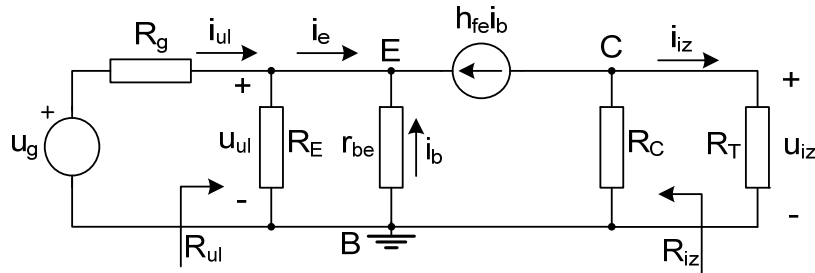
Slika 3.6

Sad ćemo nadomjestiti izlazni krug. Između kolektora i mase spojen je otpornik R_C , jer je naponski izvor U_{CC} za izmjenični signal kratki spoj, slika 3.7.



Slika 3.7

Isto tako, između kolektora i mase spojeno je trošilo jer je kondenzator C_C kratki spoj i naponski izvor U_{CC} za izmjenični signal kratki spoj, slika 3.8.



Slika 3.8

Pojačanje $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ što znači da trebamo naći omjer napon u_{iz} i u_{ul}

Izlazni napon je:

$$u_{iz} = -h_{fe} \cdot i_b \cdot R_C \parallel R_T$$

Ulazni napon je pad napona na otporniku r_{be} koji stvara struja i_b :

$$u_{ul} = -i_b \cdot r_{be}$$

Naponsko pojačanje je:

$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{-h_{fe} \cdot i_b \cdot R_C \parallel R_T}{-i_b \cdot r_{be}} = h_{fe} \cdot \frac{R_C \parallel R_T}{r_{be}} =$$

$$A_V = 200 \cdot \frac{3,9 \cdot 10^3 \parallel 2,7 \cdot 10^3}{3183} = 100,25$$

Prije proračuna strujnog pojačanja A_I i pojačanja A_{Vg} odredit ćemo ulazni otpor pojačala. To će nam olakšati proračun prije navedenih pojačanja. Ulazni otpor R_{ul} jednak je:

$$R_{ul} = \frac{u_{ul}}{i_{ul}}$$

Ulazna struja jednaka je:

$$i_{ul} = i_{R_E} + i_e$$

$$i_{R_E} = \frac{u_{ul}}{R_E}$$

$$i_b = -\frac{u_{ul}}{r_{be}}$$

$$i_e + i_b + i_b \cdot h_{fe} = 0 \Rightarrow i_e = -i_b \cdot (1 + h_{fe})$$

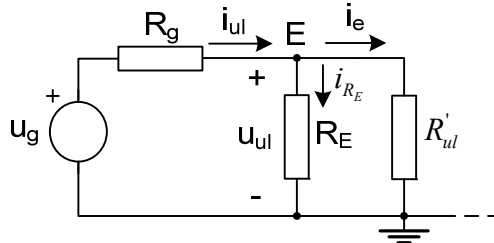
$$i_{ul} = i_{R_E} + i_e = i_{R_E} - i_b \cdot (1 + h_{fe}) = \frac{u_{ul}}{R_E} - (1 + h_{fe}) \cdot \left(-\frac{u_{ul}}{r_{be}} \right) = u_{ul} \cdot \left(\frac{1}{R_E} + \frac{1}{\frac{r_{be}}{1 + h_{fe}}} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{ul} = \frac{u_{ul}}{i_{ul}} = \frac{1}{\frac{1}{R_E} + \frac{1}{\frac{r_{be}}{1 + h_{fe}}}} = R_E \parallel \left(\frac{r_{be}}{1 + h_{fe}} \right) = 1,8 \cdot 10^3 \parallel \left(\frac{3183}{1 + 200} \right) = 15,7 \, \Omega$$

Iz gornjeg izraza se vidi da je ulazni otpor jednak paraleli otpora R_E i otpora koji ćemo označiti s R'_{ul} i koji je jednak:

$$R'_{ul} = \frac{r_{be}}{1 + h_{fe}} = \frac{3183}{1 + 200} = 15,84 \, \Omega$$

Radi lakšeg proračuna pojačanja ulazni krug ćemo pojednostaviti, slika 3.9.



Slika 3.9

Strujno pojačanje možemo dobiti na dva načina. Prvi je da krenemo od definicije strujnog pojačanja:

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}}$$

te ga izrazimo preko naponskog pojačanja tj. izlaznu struju izrazimo preko izlaznog napona, a ulaznu struju preko ulaznog napona. Ako pogledamo sliku 3.8 možemo pisati izraze za izlaznu, a iz slike 3.9 za ulaznu struju:

$$i_{iz} = \frac{u_{iz}}{R_T}$$

$$i_{ul} = \frac{u_{ul}}{R_E \parallel R'_{ul}}$$

Uvrštavanjem gornjih izraza za struje u izraz za strujno pojačanje dobivamo:

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = \frac{\frac{u_{iz}}{R_T}}{\frac{u_{ul}}{R_E \parallel R'_{ul}}} = \frac{u_{iz} \cdot R_E \parallel R'_{ul}}{u_{ul} \cdot R_T} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \cdot \frac{R_E \parallel R'_{ul}}{R_T} = A_V \cdot \frac{R_E \parallel R'_{ul}}{R_T}$$

$$A_I = 100,25 \cdot \frac{1,8 \cdot 10^3 \parallel 15,84}{2,7 \cdot 10^3} = 0,583$$

Drugi način je da izlaznu i ulaznu struju izrazimo preko zajedničke veličine tj. veličine koja se pojavljuje i u izlaznom i u ulaznom krugu. To je struja i_b . Sa slike 3.9 vidi se da se ulaznu struju dijeli na struju i_b i i_{R_E} pa možemo pisati da je struja i_b jednaka:

$$i_e = i_{ul} \cdot \frac{R_E}{R_E + R'_{ul}} = -i_b \cdot (1 + h_{fe}) \Rightarrow \frac{i_b}{i_{ul}} = -\frac{1}{1 + h_{fe}} \cdot \frac{R_E}{R_E + R'_{ul}}$$

Ako pogledamo izlazni krug sheme na slici 3.8 vidimo da se struja zavisnog strujnog izvora $h_{fe}i_b$ dijeli na izlaznu struju i struju kroz otpor R_C . Izlazna struja jednaka je:

$$i_{iz} = -h_{fe} \cdot i_b \cdot \frac{R_C}{R_C + R_T} \Rightarrow \frac{i_{iz}}{i_b} = -h_{fe} \cdot \frac{R_C}{R_C + R_T}$$

Uvrštavanjem izraza za ulaznu i izlaznu struju u izraz za strujno pojačanje dobivamo:

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = \frac{i_{iz}}{i_b} \cdot \frac{i_b}{i_{ul}} = -h_{fe} \cdot \frac{R_C}{R_C + R_T} \cdot \left(-\frac{1}{1 + h_{fe}} \cdot \frac{R_E}{R_E + R'_{ul}} \right) = \frac{h_{fe}}{1 + h_{fe}} \cdot \frac{R_C}{R_C + R_T} \cdot \frac{R_E}{R_E + R'_{ul}}$$

$$= \frac{200}{1 + 200} \cdot \frac{3,9 \cdot 10^3}{3,9 \cdot 10^3 + 2,7 \cdot 10^3} \cdot \frac{1,8 \cdot 10^3}{1,8 \cdot 10^3 + 15,84} = 0,583$$

Pojačanje A_{Vg} je:

$$A_{Vg} = \frac{u_{iz}}{u_g} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \cdot \frac{u_{ul}}{u_g}$$

Ulazni napon je:

$$u_{ul} = u_g \cdot \frac{R_E \parallel R'_{ul}}{R_E \parallel R'_{ul} + R_g}$$

Uvrštavanje gornjeg izraza u izraz za pojačanje A_{Vg} dobivamo:

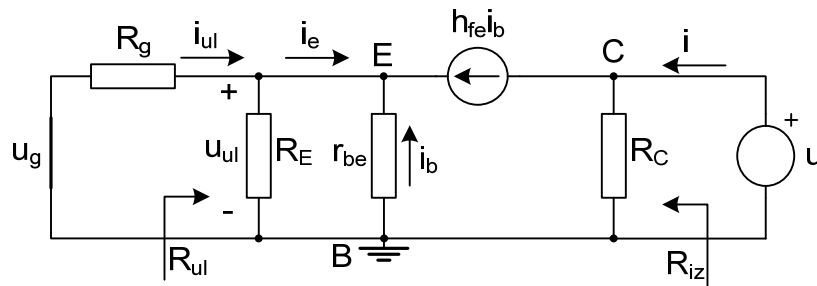
$$A_{Vg} = \frac{u_{iz}}{u_g} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \cdot \frac{u_g \cdot \frac{R_E \parallel R'_{ul}}{R_E \parallel R'_{ul} + R_g}}{u_g} = A_V \cdot \frac{R_E \parallel R'_{ul}}{R_E \parallel R'_{ul} + R_g} =$$

$$= 100,25 \cdot \frac{1,8 \cdot 10^3 \parallel 15,84}{1,8 \cdot 10^3 \parallel 15,84 + 500} = 3,05$$

Kod računanja izlaznog otpora sve nezavisne izvore treba ugasiti tj. naponski izvori se kratko spajaju, a strujni su odspojeni. Zavisni izvori će postojati ako postoji napon ili struja o kojoj su ovisni. Trošilo je zamijenjeno naponskim izvorom u koji daje struju i . Izlazni otpor jednak je:

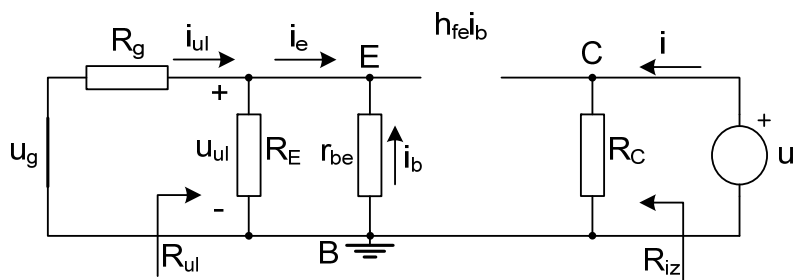
$$R_{iz} = \frac{u}{i}$$

Nadomjesna shema za određivanje izlaznog otpora prikazana je na slici 3.10.



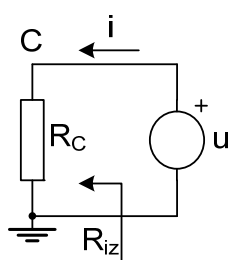
Slika 3.10

Što je s izvorom $h_{fe} \cdot i_b$? Prvi korak je da taj strujni izvor odspojimo i pogledamo postoji li struja i_b , slika 3.11.



Slika 3.11

Sa slike 3.11 vidi se da je struja $i_b = 0$, što znači strujni izvor $h_{fe} \cdot i_b$ ne postoji. Na slici 3.12 prikazana je nadomjesna shema koja će nam poslužiti za izračun izlaznog otpora.



Slika 3.12

Izlazni otpor jednak je:

$$R_{iz} = \frac{u}{i} = R_C = 3,9 \text{ k}\Omega$$

Ako ne izostavimo r_{ce} dobivamo sljedeće rezultate:

$$A_V = 99,29$$

$$A_I = 0,5828$$

$$A_{V_g} = 3,0502$$

$$R_{ul} = 15,8477 \text{ }\Omega$$

$$R_{iz} = 3899,9 \text{ }\Omega$$

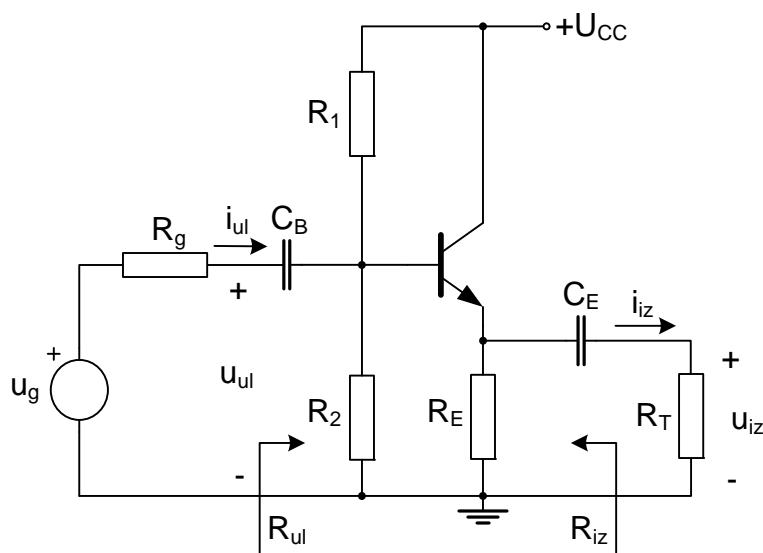
U tablici 3.1 dani su usporedni rezultati i pogreška ako izostavimo r_{ce} i kad računamo s njim.

veličina	bez r_{ce}	sa r_{ce}	postotna pogreška
A_V	100,25	99,29	0,97%
A_I	0,5828	0,5828	0%
A_{V_g}	3,0515	3,0502	0,04%
$R_{ul} [\Omega]$	15,6977	15,8477	-0,95%
$R_{iz} [\Omega]$	3900	3899,9	0.003%

Tablica 3.1

Iz tablice je vidljivo da pogreška nije veća od 1%; Proizlazi da je zanemarenje opravdano.

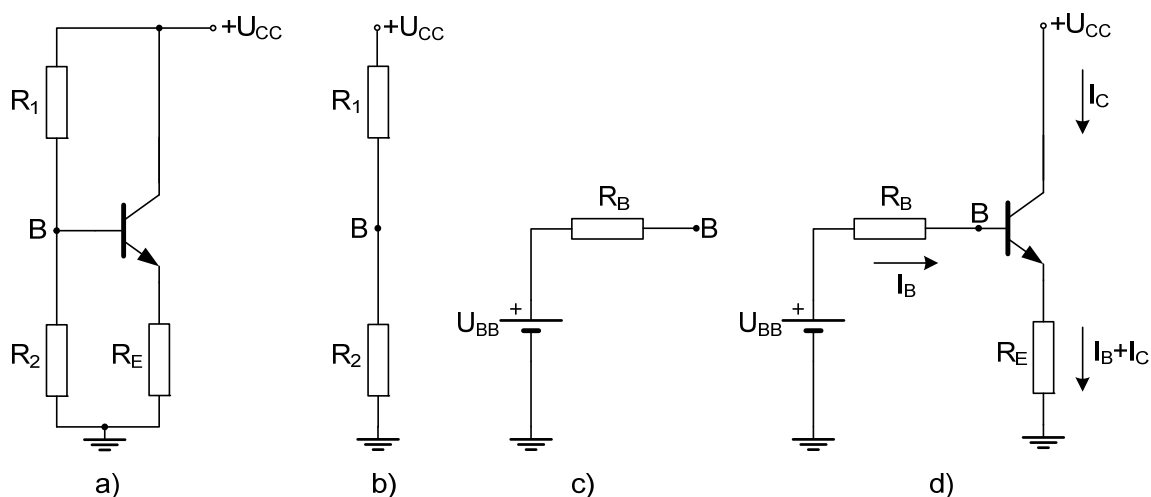
ZADATAK 4. Za pojačalu sa slike 3.1 zadano je: $U_{CC} = 15 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 82 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 110 \text{ k}\Omega$, $R_E = 3 \text{ k}\Omega$ i $R_T = 2,7 \text{ k}\Omega$. Parametri *npn* bipolarnog tranzistora su $\beta \approx h_{fe} = 150$, $U_\gamma = 0,7 \text{ V}$ i $U_A = 250 \text{ V}$. Naponski ekvivalent temperature $U_T = 25 \text{ mV}$. Odrediti pojačanja $A_V = u_{iz} / u_{ul}$, $A_I = i_{iz} / i_{ul}$ i $A_{Vg} = u_{iz} / u_g$, te ulazni i izlazni otpor pojačala.



Slika 4.1

Rješenje:

Kako bi odredili pojačanja i otpore; trebamo prvo odrediti statičku radnu točku i dinamičke parametre. Kod proračuna statičke radne točke svi kondenzatori imaju beskonačno veliki otpor, slika 4.2a. Ulazna mreža, koja je prikazana na slici 4.2b nadomješta se prema Thevenin-u slika 4.2c. Na slici 4.2d prikazana je shema koja će nam poslužiti za proračun statičke radne točke kao u zadatku 1.



Slika 4.2

Napon U_{BB} je napon neopterećenog djelila R_1 - R_2 :

$$U_{BB} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{CC} = \frac{110 \cdot 10^3}{110 \cdot 10^3 + 82 \cdot 10^3} \cdot 15 = 8,59 \text{ V}$$

a otpor R_B je paralelna kombinacija otpora R_1 i R_2 :

$$R_B = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{110 \cdot 10^3 \cdot 82 \cdot 10^3}{110 \cdot 10^3 + 82 \cdot 10^3} = 47 \text{ k}\Omega$$

Jednadžba ulaznog glasi:

$$U_{BB} = I_B \cdot R_B + U_{BE} + (I_B + I_C) \cdot R_E$$

Struja kolektora jednaka je $I_C = \beta \cdot I_B$. Uvrštavanjem struje kolektora u gornju jednadžbu i nakon kraćeg računa dobivamo struju baze:

$$I_{BQ} = \frac{U_{BB} - U_{BEQ}}{R_B + (1 + \beta) \cdot R_E} = \frac{8,59 - 0,7}{47 \cdot 10^3 + (1 + 150) \cdot 3 \cdot 10^3} = 15,79 \text{ }\mu\text{A}$$

Struja kolektora jednaka je:

$$I_{CQ} = \beta \cdot I_{BQ} = 150 \cdot 15,79 \cdot 10^{-6} = 2,37 \text{ mA}$$

Jednadžba izlaznog kruga glasi:

$$U_{CC} = U_{CE} + (I_B + I_C) \cdot R_E$$

Iz gornje jednadžbe dobivamo napon U_{CEQ} koji je jednak:

$$U_{CEQ} = U_{CC} - (I_{BQ} + I_{CQ}) \cdot R_E$$

$$U_{CEQ} = 15 - (15,79 \cdot 10^{-6} + 2,37 \cdot 10^{-3}) \cdot 3 \cdot 10^3$$

$$U_{CEQ} = 7,85 \text{ V}$$

Ako je $\beta \gg 1$ gornji izraz možemo pisati u pojednostavljenom obliku:

$$U_{CEQ} \approx U_{CC} - I_C \cdot R_E = 15 - 2,37 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^3 = 7,89 \text{ V}$$

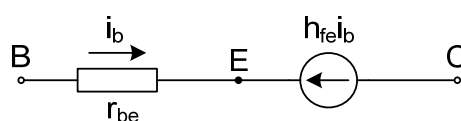
Uz zanemarenje serijskog otpora baze dinamički parametri jednaki su:

$$r_{be} = \frac{U_T}{I_{BQ}} = \frac{25 \cdot 10^{-3}}{15,79 \cdot 10^{-6}} = 1583,5 \text{ }\Omega$$

$$r_{ce} = \frac{U_{CEQ} + U_A}{I_{CQ}} = \frac{7,89 + 250}{2,37 \cdot 10^{-3}} = 108,9 \text{ k}\Omega$$

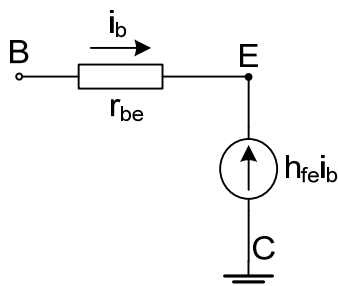
$$g_m = \frac{h_{fe}}{r_{be}} = \frac{150}{1583,5} = 94,73 \text{ mA/V}$$

Kod dinamičke analize svi kondenzatori imaju jako mali otpor pa uzimamo da predstavljaju kratki spoj. Naponski izvori U_{CC} i U_{BB} za izmjenični signal također predstavljaju kratki spoj. Zbog toga je kolektor *npn* tranzistora je spojena na masu. Za crtanje nadomjesne sheme za mali signal koristit ćemo model bipolarnog tranzistora za mali signal pri čemu je zanemaren serijski otpor baze $r_{bb'}$, a isto tako izostavljen je izlazni dinamički otpor tranzistora r_{ce} ($r_{ce} = 163 \text{ k}\Omega \gg R_C \parallel R_T = 1,43 \text{ k}\Omega$). U prethodnom zadatku je pokazano da nećemo puno pogriješiti ako zanemarimo taj otpor. Isto tako to pojednostavljenje nam uvelike olakšava proračun pojačanja, ulaznog i izlaznog otpora. Na slici 4.3 prikazan je model bipolarnog tranzistora koji ćemo koristiti.



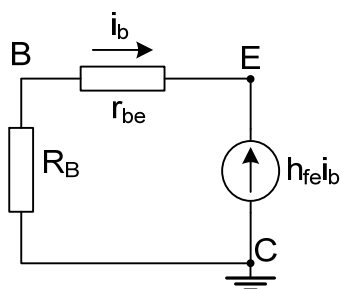
Slika 4.3

Model sa slike 4.3 nije nacrtan na odgovarajući način. Ako pogledamo sliku 4.1 vidimo da se radi o spoju zajedničkog kolektora tj. kolektor će biti zajednička elektroda, ulaz se spaja na bazu, a izlaz na emiter. Imajući na umu prethodno objašnjenje model sa slike 4.3 malo ćemo presložiti, slika 4.4.



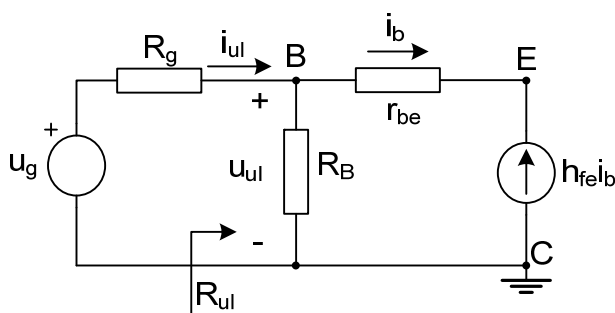
Slika 4.4

Pri crtanju nadomjesne sheme pojačala sa slike 4.1 prvo ćemo nadomjestiti ulazni krug. Između baze i mase spojen je otpornik R_B , jer je naponski izvor U_{BB} za izmjenični signal kratki spoj, slika 4.5.



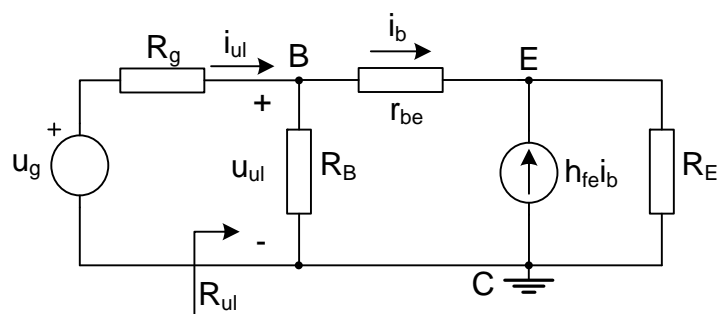
Slika 4.5

Na bazu spojen je otpornik R_g , jer je kapacitet C_B kratki spoj. U seriju s njim spojen je naponski izvor u_g , slika 4.6.



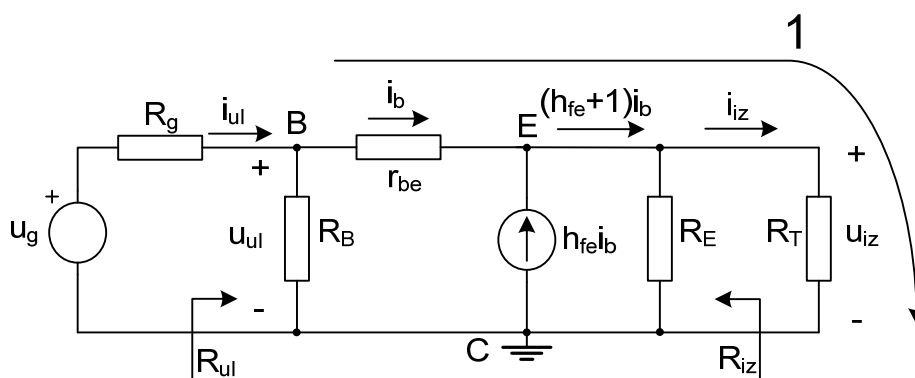
Slika 4.6

Sad ćemo nadomjestiti izlazni krug. Između emitera i mase spojen je otpornik R_E , slika 4.7.



Slika 4.7

Isto tako, između emitera i mase spojeno je trošilo jer je kondenzator C_E kratki spoj za izmjenični signal kratki spoj, slika 4.8.



Slika 4.8

Pojačanje $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ što znači da trebamo naći omjer napon u_{iz} i u_{ul}

Izlazni napon je:

$$u_{iz} = (1 + h_{fe}) \cdot i_b \cdot R_E \parallel R_T$$

Ulazni napon možemo odrediti pomoću petlje "1"

$$u_{ul} = i_b \cdot r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot i_b \cdot R_E \parallel R_T = i_b \cdot (r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E \parallel R_T)$$

Naponsko pojačanje je:

$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{(1 + h_{fe}) \cdot i_b \cdot R_E \parallel R_T}{i_b \cdot (r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E \parallel R_T)} = \frac{(1 + h_{fe}) \cdot R_E \parallel R_T}{r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E \parallel R_T} =$$

$$A_V = \frac{(1 + 150) \cdot 3 \cdot 10^3 \parallel 2,7 \cdot 10^3}{1583,5 + (1 + 150) \cdot 3 \cdot 10^3 \parallel 2,7 \cdot 10^3} = 0,9927$$

Prije proračuna strujnog pojačanja A_I i pojačanja A_{Vg} odredit ćemo ulazni otpor pojačala. To će nam olakšati proračun prije navedenih pojačanja. Ulazni otpor R_{ul} jednak je:

$$R_{ul} = \frac{u_{ul}}{i_{ul}}$$

Ulazna struja jednaka je:

$$i_{ul} = i_{R_B} + i_b$$

$$i_{R_B} = \frac{u_{ul}}{R_B}$$

$$i_b = \frac{u_{ul}}{r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E \parallel R_T}$$

$$i_{ul} = i_{R_B} + i_b = \frac{u_{ul}}{R_B} + \frac{u_{ul}}{r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E \parallel R_T} = u_{ul} \cdot \left(\frac{1}{R_B} + \frac{1}{r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E \parallel R_T} \right) \Rightarrow$$

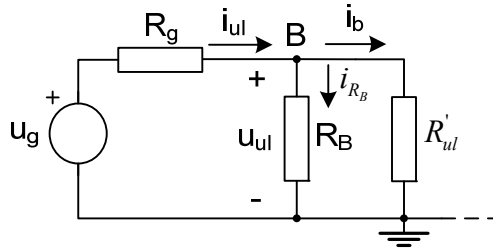
$$\Rightarrow R_{ul} = \frac{u_{ul}}{i_{ul}} = \frac{1}{\frac{1}{R_B} + \frac{1}{r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E \parallel R_T}} = R_B \parallel (r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E \parallel R_T)$$

$$R_{ul} = 47 \cdot 10^3 \parallel (1583,5 + (1 + 150) \cdot (3 \cdot 10^3 \parallel 2,7 \cdot 10^3)) = 38,6 \text{ k}\Omega$$

Iz gornjeg izraza se vidi da je ulazni otpor jednak paraleli otpora R_B i otpora koji ćemo označiti s R'_{ul} i koji je jednak:

$$R'_{ul} = r_{be} + (1 + h_{fe}) \cdot R_E \parallel R_T = 1583,5 + (1 + 150) \cdot (3 \cdot 10^3 \parallel 2,7 \cdot 10^3) = 216,2 \text{ k}\Omega$$

Radi lakšeg proračuna pojačanja ulazni krug ćemo pojednostaviti, slika 4.9.



Slika 4.9

Strujno pojačanje možemo dobiti na dva načina. Prvi je da krenemo od definicije strujnog pojačanja:

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}}$$

te ga izrazimo preko naponskog pojačanja tj. izlaznu struju izrazimo preko izlaznog napona, a ulaznu struju preko ulaznog napona. Ako pogledamo sliku 4.8 možemo pisati izraze za izlaznu, a iz slike 4.9 za ulaznu struju:

$$i_{iz} = \frac{u_{iz}}{R_T}$$

$$i_{ul} = \frac{u_{ul}}{R_B \parallel R'_{ul}}$$

Uvrštavanjem gornjih izraza za struje u izraz za strujno pojačanje dobivamo:

$$A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} = \frac{\frac{u_{iz}}{R_T}}{\frac{u_{ul}}{R_B \parallel R'_{ul}}} = \frac{u_{iz} \cdot R_B \parallel R'_{ul}}{u_{ul} \cdot R_T} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \cdot \frac{R_B \parallel R'_{ul}}{R_T} = A_V \cdot \frac{R_B \parallel R'_{ul}}{R_T}$$

$$A_I = 0,9927 \cdot \frac{47 \cdot 10^3 \parallel 216,2 \cdot 10^3}{2,7 \cdot 10^3} = 14,19$$

Drugi način je da izlaznu i ulaznu struju izrazimo preko zajedničke veličine tj. veličine koja se pojavljuje i u izlaznom i u ulaznom krugu. To je struja i_b . Sa slike 4.9 vidi se da se ulaznu struju dijeli na struju i_b i i_{R_B} pa možemo pisati da je struja i_b jednaka:

$$i_b = i_{ul} \cdot \frac{R_B}{R_B + R'_{ul}} \Rightarrow \frac{i_b}{i_{ul}} = \frac{R_B}{R_B + R'_{ul}}$$

Ako pogledamo izlazni krug sheme na slici 4.8 vidimo da se struja zavisnog strujnog izvora $h_{fe}i_b$ dijeli na izlaznu struju i struju kroz otpor R_C . Izlazna struja jednaka je:

$$i_{iz} = (1 + h_{fe}) \cdot i_b \cdot \frac{R_E}{R_E + R_T} \Rightarrow \frac{i_{iz}}{i_b} = (1 + h_{fe}) \cdot \frac{R_E}{R_E + R_T}$$

Uvrštavanjem izraza za ulaznu i izlaznu struju u izraz za struju pojačanje dobivamo:

$$\begin{aligned} A_I = \frac{i_{iz}}{i_{ul}} &= \frac{i_{iz}}{i_b} \cdot \frac{i_b}{i_{ul}} = (1 + h_{fe}) \cdot \frac{R_E}{R_E + R_T} \cdot \frac{R_B}{R_B + R'_{ul}} \\ &= (1 + 150) \cdot \frac{3 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^3 + 2,7 \cdot 10^3} \cdot \frac{47 \cdot 10^3}{47 \cdot 10^3 + 216,2 \cdot 10^3} = 14,19 \end{aligned}$$

Pojačanje A_{Vg} je:

$$A_{Vg} = \frac{u_{iz}}{u_g} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \cdot \frac{u_{ul}}{u_g}$$

Ulazni napon je:

$$u_{ul} = u_g \cdot \frac{R_B \parallel R'_{ul}}{R_B \parallel R'_{ul} + R_g}$$

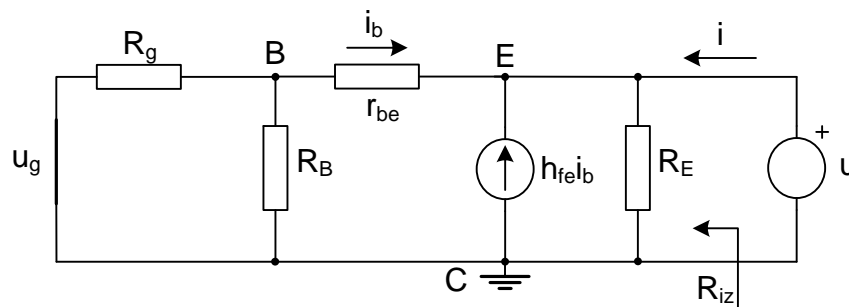
Uvrštavanje gornjeg izraza u izraz za pojačanje A_{Vg} dobivamo:

$$\begin{aligned} A_{Vg} = \frac{u_{iz}}{u_g} &= \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \cdot \frac{u_{ul}}{u_g} = A_V \cdot \frac{R_B \parallel R'_{ul}}{R_B \parallel R'_{ul} + R_g} = \\ &= 0,9927 \cdot \frac{47 \cdot 10^3 \parallel 216,2 \cdot 10^3}{47 \cdot 10^3 \parallel 216,2 \cdot 10^3 + 500} = 0,98 \end{aligned}$$

Kod računanja izlaznog otpora sve nezavisne izvore treba ugasiti tj. naponski izvori se kratko spajaju, a strujni su odspojeni. Zavisni izvori će postojati ako postoji napon ili struja o kojoj su ovisni. Trošilo je zamijenjeno naponskim izvorom u koji daje struju i . Izlazni otpor jednak je:

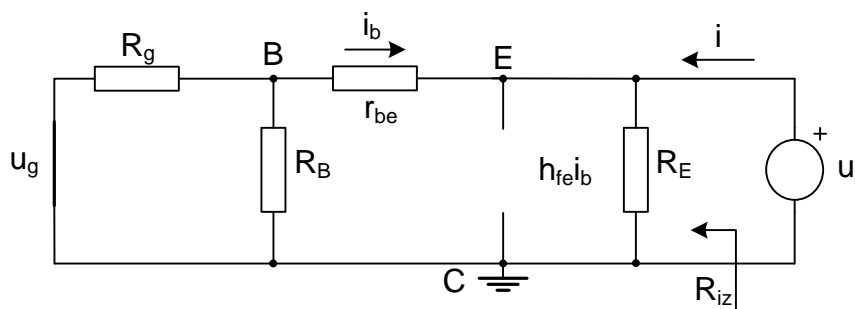
$$R_{iz} = \frac{u}{i}$$

Nadomjesna shema za određivanje izlaznog otpora prikazana je na slici 4.10.



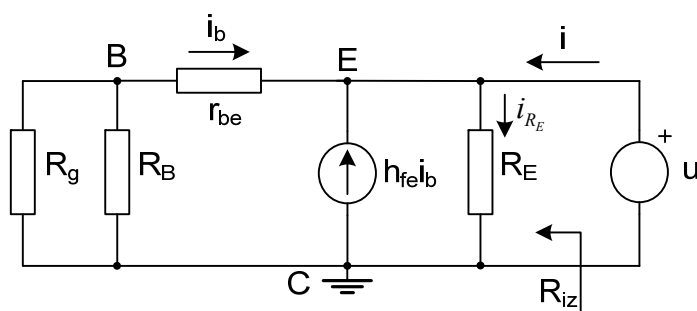
Slika 4.10

Što je s izvorom $h_{fe} \cdot i_b$? Prvi korak je da taj strujni izvor odspojimo i pogledamo postoji li struja i_b , slika 4.11.



Slika 4.11

Sa slike 4.11 vidi se da struja i_b nije jednaka 0, što znači strujni izvor $h_{fe} \cdot i_b$ postoji. Na slici 4.12 prikazana je nadomjesna shema koja će nam poslužiti za izračun izlaznog otpora.



Slika 4.12

Struja i jednaka je:

$$i = i_{R_E} - i_b - i_b \cdot h_{fe} = i_{R_E} - i_b \cdot (1 + h_{fe})$$

$$i_{R_E} = \frac{u}{R_E}$$

$$u = -i_b \cdot (r_{be} + R_g \parallel R_B) \Rightarrow i_b = -\frac{u}{r_{be} + R_g \parallel R_B}$$

$$i = i_{R_E} - i_b \cdot (1 + h_{fe}) = \frac{u}{R_E} - \left(-\frac{u}{r_{be} + R_g \parallel R_B} \right) \cdot (1 + h_{fe}) = u \cdot \left(\frac{1}{R_E} + \frac{1 + h_{fe}}{r_{be} + R_g \parallel R_B} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{iz} = \frac{u}{i} = \frac{1}{\frac{1}{R_E} + \frac{1 + h_{fe}}{r_{be} + R_g \parallel R_B}} = R_E \parallel \frac{r_{be} + R_g \parallel R_B}{1 + h_{fe}} = 3 \cdot 10^3 \parallel \frac{1583,5 + 500 \parallel 47 \cdot 10^3}{1 + 150} = 13,7 \, \Omega$$

Ako ne izostavim r_{ce} dobivamo sljedeće rezultate:

$$A_V = 0,9926$$

$$A_I = 14,15$$

$$A_{Vg} = 0,9799$$

$$R_{ul} = 38,5 \, \Omega$$

$$R_{iz} = 13,6983 \, \Omega$$

U tablici 4.1 dani su usporedni rezultati i pogreška ako izostavimo r_{ce} i kad računamo s njim.

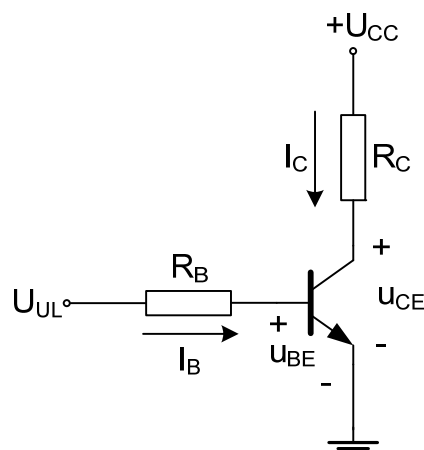
veličina	bez r_{ce}	sa r_{ce}	postotna pogreška
A_V	0,9927	0,9926	0,01%
A_I	14,1886	14,1545	0,24%
A_{Vg}	0,9800	0,9799	0,01%
$R_{ul} [\Omega]$	38592	38503	0,23%
$R_{iz} [\Omega]$	13,7001	13,6983	0,01%

Tablica 4.1

Iz tablice je vidljivo da pogreška nije veća od 0,25 %; Proizlazi da je zanemarenje opravdano.

U prethodna četiri primjera pokazano je da izlazni dinamički otpor tranzistora r_{ce} nema veliki utjecaj na pojačanja i otpore. Iz tog razloga u svim zadacima za vježbu taj otpor je zanemaren, odnosno nije zadan Earlyjev napon U_A . Isto tako i u zadacima na ispitu možete uzeti da je taj otpor zanemariv.

ZADATAK 5. Da li je tranzistor u zasićenju ako je $U_{CC}=10 \, \text{V}$, $U_{CEzas}=0,2 \, \text{V}$, $U_{BEzas}=0,8 \, \text{V}$, $U_{UL}=5 \, \text{V}$, $R_B=22 \, \text{k}\Omega$, $R_C=1,1 \, \text{k}\Omega$ i $\beta=50$.



Slika 5.1

Rješenje:

Jednadžba ulaznog kruga glasi:

$$U_{UL} = I_B \cdot R_B + u_{BE}$$

a jednađžba izlaznog kruga glasi:

$$U_{CC} = I_C \cdot R_C + u_{CE}$$

Pretpostaviti ćemo da tranzistor radi u području zasićenja tj. da je napon $u_{BE} = U_{BEzas}$ i napon $u_{CE} = U_{CEzas}$ odnosno struja $I_B = I_{Bzas}$ i $I_C = I_{Czas}$, pa gornje jednađžbe možemo pisati:

$$U_{UL} = I_{Bzas} \cdot R_B + U_{BEzas} \Rightarrow I_{Bzas} = \frac{U_{UL} - U_{BEzas}}{R_B}$$

$$U_{CC} = I_{Czas} \cdot R_C + U_{CEzas} \Rightarrow I_{Czas} = \frac{U_{CC} - U_{CEzas}}{R_C}$$

Struja baze jednaka je:

$$I_{Bzas} = \frac{U_{UL} - U_{BEzas}}{R_B} = \frac{5 - 0,8}{22 \cdot 10^3} = 191 \mu A$$

Struja kolektora jednaka je:

$$I_{Czas} = \frac{U_{CC} - U_{CEzas}}{R_C} = \frac{10 - 0,2}{1100} = 8,91 mA$$

Da bi tranzistor radio u području zasićenja struja baze mora biti:

$$I_{Bzas} \geq \frac{I_{Czas}}{\beta} \Rightarrow 191 \mu A \geq \frac{8,91 mA}{50} = 178 \mu A$$

Vidimo da je gornja jednađžba istinita to znači da tranzistor kada vodi radi u području zasićenja. Treba primijetiti da je tranzistor blizu granice zasićenja. Da bi se osigurao siguran rad trebalo bi povećati struju baze. Ako pogledamo jednađžbu za struju baze vidimo da ona ovisi o ulaznom naponu i otporniku R_B . Ulazni napon je konstantan znači možemo promijeniti R_B tj. moramo smanjiti vrijednost otpornika. Uzeti ćemo otpor $R_B = 10 k\Omega$. U tom slučaju struja baze je:

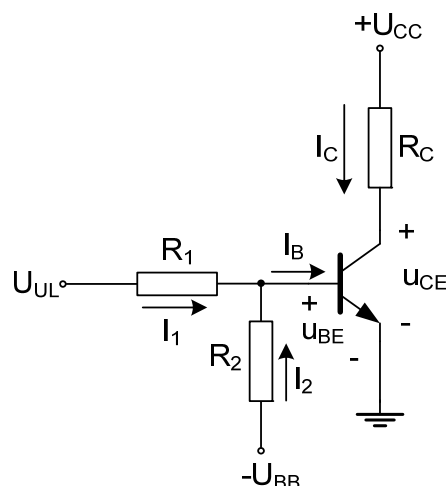
$$I_{Bzas} = \frac{U_{UL} - U_{BEzas}}{R_B} = \frac{5 - 0,8}{10 \cdot 10^3} = 420 \mu A$$

Provjera zasićenja:

$$I_{Bzas} \geq \frac{I_{Czas}}{\beta} \Rightarrow 420 \mu A \geq \frac{8,91 mA}{50} = 178 \mu A$$

Vidimo da je sad tranzistor dublje u zasićenju.

ZADATAK 6. Da li tranzistorska sklopka radi ispravno ako je $U_{CC} = 10 V$, $U_{BB} = 5 V$, $U_{CEzas} = 0,2 V$, $U_{BEzas} = 0,8 V$, $U_{UL1} = 5 V$, $U_{UL2} = 0 V$, $R_1 = 22 k\Omega$, $R_2 = 270 k\Omega$, $R_C = 1,2 k\Omega$ i $\beta = 50$.



Slika 6.1

Rješenje:

Prvo ćemo provjeriti da li tranzistor radi u zasićenju $U_{UL}=U_{UL1}$, a zatim ćemo provjeriti da li je u području zapiranja $U_{UL}=U_{UL2}$.

Jednadžba izlaznog kruga ostaje ista i glasi:

$$U_{CC} = I_C \cdot R_C + u_{CE}$$

Struja baze jednaka je:

$$I_B = I_1 + I_2$$

Struje I_1 I_2 jednake su:

$$I_1 = \frac{U_{UL1} - u_{BE}}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{-U_{BB} - u_{BE}}{R_2}$$

Pretpostaviti ćemo da tranzistor radi u području zasićenja tj. da je napon $u_{BE}=U_{BEzas}$ i napon $u_{CE}=U_{CEzas}$ odnosno struja $I_B=I_{Bzas}$ i $I_C=I_{Czas}$, pa gornje jednadžbe možemo pisati:

$$U_{CC} = I_{Czas} \cdot R_C + U_{CEzas} \Rightarrow I_{Czas} = \frac{U_{CC} - U_{CEzas}}{R_C}$$

$$I_B = I_1 + I_2 = \frac{U_{UL1} - U_{BEzas}}{R_1} + \frac{-U_{BB} - U_{BEzas}}{R_2} = \frac{U_{UL1} - U_{BEzas}}{R_1} - \frac{U_{BB} + U_{BEzas}}{R_2}$$

Struja kolektora jednaka je:

$$I_{Czas} = \frac{U_{CC} - U_{CEzas}}{R_C} = \frac{10 - 0,2}{1200} = 8,17 \text{ mA}$$

Struja baze jednaka je:

$$I_{Bzas} = \frac{U_{UL1} - U_{BEzas}}{R_1} - \frac{U_{BB} + U_{BEzas}}{R_2} = \frac{5 - 0,8}{22 \cdot 10^3} - \frac{5 + 0,8}{270 \cdot 10^3} = 169,4 \text{ } \mu\text{A}$$

Da bi tranzistor radio u području zasićenja struja baze mora biti:

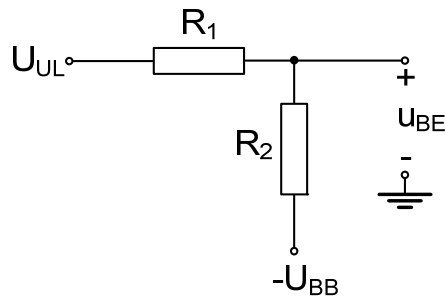
$$I_{Bzas} \geq \frac{I_{Czas}}{\beta} \Rightarrow 169,4 \text{ } \mu\text{A} \geq \frac{8,17 \text{ mA}}{50} = 163,3 \text{ } \mu\text{A}$$

Vidimo da je gornja jednadžba istinita to znači da tranzistor kada vodi radi u području zasićenja. Treba primijetiti da je tranzistor blizu granice zasićenja. Da bi se osigurao siguran rad trebalo bi povećati struju baze. Ako pogledamo jednadžbu za struju baze vodimo da ona ovisi o ulaznom naponu i naponu U_{BB} , otporniku R_1 i R_2 . Ulazni napon je konstantan znači možemo promijeniti napon U_{BB} , otpore R_1 i R_2 . Da bi porasla struja baze moramo povećati otpor R_2 i/ili smanjiti napon U_{BB} i/ili smanjiti otpor R_1 . Uzeti ćemo otpor $R_1=10 \text{ k}\Omega$. U tom slučaju struja baze je:

$$I_{Bzas} = \frac{5 - 0,8}{10 \cdot 10^3} - \frac{5 + 0,8}{270 \cdot 10^3} = 398,5 \text{ } \mu\text{A}$$

$$I_{Bzas} \geq \frac{I_{Czas}}{\beta} \Rightarrow 398,5 \text{ } \mu\text{A} \geq \frac{8,17 \text{ mA}}{50} = 163,3 \text{ } \mu\text{A}$$

Da bi tranzistor bio u području zapiranja napon na ulazu mora biti negativan ili može biti pozitivan ali njegov iznos mora biti manji od 0,5 V. Pretpostavit ćemo da tranzistor radi u području zapiranja, pa shemu sa slike 6.1 možemo pojednostaviti tako da izostavimo tranzistor, slika 6.2.



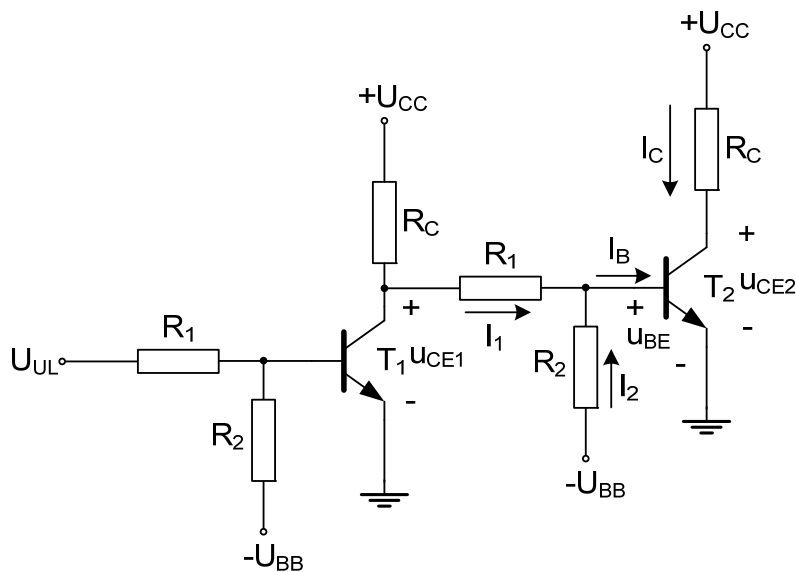
Slika 6.2

Napon u_{BE} dobit ćemo metodom superpozicije i on glasi:

$$u_{BE} = U_{UL2} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_{BB} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0 \cdot \frac{270}{22 + 270} - 5 \cdot \frac{22}{22 + 270} = -0,377 \text{ V}$$

Vidimo da je napon u_{BE} negativan prema tome tranzistor je u zapiranju. Međutim ako ulazni napon raste porasti će i napon u_{BE} . To ćemo vidjeti u sljedećem primjeru ako se tranzistorska sklopka iz ovog zadatka opteretiti istom tom sklopkom.

ZADATAK 7. Da li tranzistorska sklopka 2 radi ispravno ako je $U_{CC}=10 \text{ V}$, $U_{BB}=5 \text{ V}$, $U_{CEzas}=0,2 \text{ V}$, $U_{BEzas}=0,8 \text{ V}$, $U_{UL1}=5 \text{ V}$, $U_{UL2}=0 \text{ V}$, $R_1=22 \text{ k}\Omega$, $R_2=270 \text{ k}\Omega$, $R_C=1,2 \text{ k}\Omega$ i $\beta=50$.



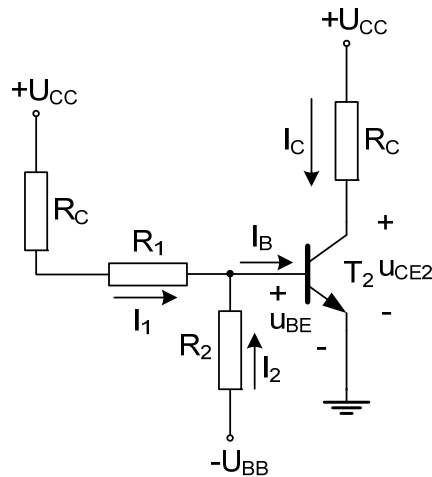
Slika 7.1

Rješenje:

Rješenje:

Prvo ćemo provjeriti da li tranzistor T_2 radi u zasićenju $U_{UL}=U_{UL2}$, a zatim ćemo provjeriti da li je u području zapiranja $U_{UL}=U_{UL1}$.

Ako je $U_{UL}=U_{UL2}$ T_1 je u zapiranju pa shemu sa slike 7.1 možemo pojednostaviti tako da izostavimo tranzistor T_1 , slika 7.2.



Slika 7.2

Jednadžba izlaznog kruga ostaje ista i glasi:

$$U_{CC} = I_C \cdot R_C + u_{CE}$$

Struja baze jednaka je:

$$I_B = I_1 + I_2$$

Struje I_1 I_2 jednake su:

$$I_1 = \frac{U_{CC} - u_{BE}}{R_C + R_1}$$

$$I_2 = \frac{-U_{BB} - u_{BE}}{R_2}$$

Pretpostaviti ćemo da tranzistor radi u području zasićenja tj. da je napon $u_{BE} = U_{BEzas}$ i napon $u_{CE} = U_{CEzas}$ odnosno struja $I_B = I_{Bzas}$ i $I_C = I_{Czas}$, pa gornje jednadžbe možemo pisati:

$$U_{CC} = I_{Czas} \cdot R_C + U_{CEzas} \Rightarrow I_{Czas} = \frac{U_{CC} - U_{CEzas}}{R_C}$$

$$I_B = I_1 + I_2 = \frac{U_{CC} - U_{BEzas}}{R_C + R_1} + \frac{-U_{BB} - U_{BEzas}}{R_2} = \frac{U_{CC} - U_{BEzas}}{R_C + R_1} - \frac{U_{BB} + U_{BEzas}}{R_2}$$

Struja kolektora jednaka je:

$$I_{Czas} = \frac{U_{CC} - U_{CEzas}}{R_C} = \frac{10 - 0,2}{1200} = 8,17 \text{ mA}$$

Struja baze jednaka je:

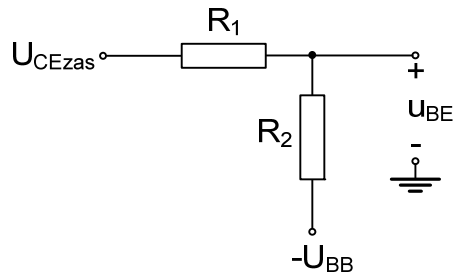
$$I_{Bzas} = \frac{U_{CC} - U_{BEzas}}{R_C + R_1} - \frac{U_{BB} + U_{BEzas}}{R_2} = \frac{10 - 0,8}{1200 + 22 \cdot 10^3} - \frac{5 + 0,8}{270 \cdot 10^3} = 375,1 \text{ } \mu\text{A}$$

Da bi tranzistor radio u području zasićenja struja baze mora biti:

$$I_{Bzas} \geq \frac{I_{Czas}}{\beta} \Rightarrow 375,1 \text{ } \mu\text{A} \geq \frac{8,17 \text{ mA}}{50} = 163,3 \text{ } \mu\text{A}$$

Vidimo da je tranzistor T_2 u zasićenju.

Ako je $U_{UL} = U_{ULI}$ T_1 je u zasićenju pa je napon $u_{CE2} = U_{CEzas}$. Pretpostavit ćemo da tranzistor T_2 radi u području zapiranja, pa shemu sa slike 7.1 možemo pojednostaviti tako da izostavimo tranzistor, slika 7.3.



Slika 7.3

Napon u_{BE} dobit ćemo metodom superpozicije i on glasi:

$$u_{BE} = U_{CEzas} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_{BB} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0,2 \cdot \frac{270}{22 + 270} - 5 \cdot \frac{22}{22 + 270} = -0,192 \text{ V}$$

Vidimo da je napon u_{BE} negativan prema tome tranzistor je u zapiranju.

ZADACI ZA VJEŽBU

VJ.1. Za pojačalu sa slike 1 zadano je: $U_{CC} = 15 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 33 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 12 \text{ k}\Omega$, $R_C = 3,3 \text{ k}\Omega$, $R_E = 2 \text{ k}\Omega$ i $R_T = 2,2 \text{ k}\Omega$. Parametri *npn* bipolarnog tranzistora su $\beta \approx h_{fe} = 150$ i $U_\gamma = 0,7 \text{ V}$. Naponski ekvivalent temperature $U_T = 25 \text{ mV}$. Odrediti pojačanja $A_V = u_{iz} / u_{ul}$, $A_I = i_{iz} / i_{ul}$ i $A_{Vg} = u_{iz} / u_g$, te ulazni i izlazni otpor pojačala.

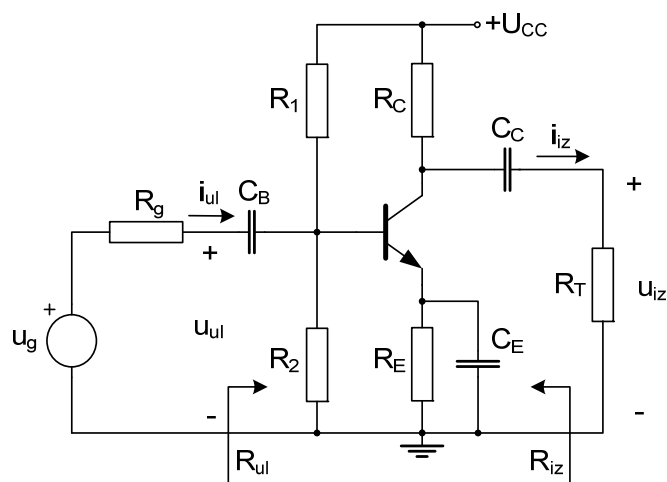
Rješenje: $A_V = -84,09$ $A_I = -71$ $A_{Vg} = -66,26$ $R_{ul} = 1857,5 \Omega$ $R_{iz} = 3300 \Omega$

VJ.2. Za pojačalu sa slike 1 zadano je: $U_{CC} = 15 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 56 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 18 \text{ k}\Omega$, $R_C = 3,9 \text{ k}\Omega$, $R_E = 1,8 \text{ k}\Omega$ i $R_T = 2,7 \text{ k}\Omega$. Parametri *npn* bipolarnog tranzistora su $\beta \approx h_{fe} = 200$ i $U_\gamma = 0,7 \text{ V}$. Naponski ekvivalent temperature $U_T = 25 \text{ mV}$. Odrediti pojačanja $A_V = u_{iz} / u_{ul}$, $A_I = i_{iz} / i_{ul}$ i $A_{Vg} = u_{iz} / u_g$, te ulazni i izlazni otpor pojačala.

Rješenje: $A_V = -100,25$ $A_I = -95,8$ $A_{Vg} = -83,98$ $R_{ul} = 2580 \Omega$ $R_{iz} = 3900 \Omega$

VJ.3. Za pojačalu sa slike 1 zadano je: $U_{CC} = 15 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 220 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 33 \text{ k}\Omega$, $R_C = 6,8 \text{ k}\Omega$, $R_E = 1 \text{ k}\Omega$ i $R_T = 5,6 \text{ k}\Omega$. Parametri *npn* bipolarnog tranzistora su $\beta \approx h_{fe} = 100$ i $U_\gamma = 0,7 \text{ V}$. Naponski ekvivalent temperature $U_T = 25 \text{ mV}$. Odrediti pojačanja $A_V = u_{iz} / u_{ul}$, $A_I = i_{iz} / i_{ul}$ i $A_{Vg} = u_{iz} / u_g$, te ulazni i izlazni otpor pojačala.

Rješenje: $A_V = -119,01$ $A_I = -50,31$ $A_{Vg} = -98,26$ $R_{ul} = 2367,5 \Omega$ $R_{iz} = 6800 \Omega$



Slika 1

VJ.4. Za pojačalu sa slike 2 zadano je: $U_{CC} = 15 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 27 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 15 \text{ k}\Omega$, $R_C = 2,7 \text{ k}\Omega$, $R_E = 2,2 \text{ k}\Omega$ i $R_T = 2 \text{ k}\Omega$. Parametri *nnp* bipolarnog tranzistora su $\beta \approx h_{fe} = 120$ i $U_\gamma = 0,7 \text{ V}$. Naponski ekvivalent temperature $U_T = 25 \text{ mV}$. Odrediti pojačanja $A_V = u_{iz} / u_{ul}$, $A_I = i_{iz} / i_{ul}$ i $A_{Vg} = u_{iz} / u_g$, te ulazni i izlazni otpor pojačala.

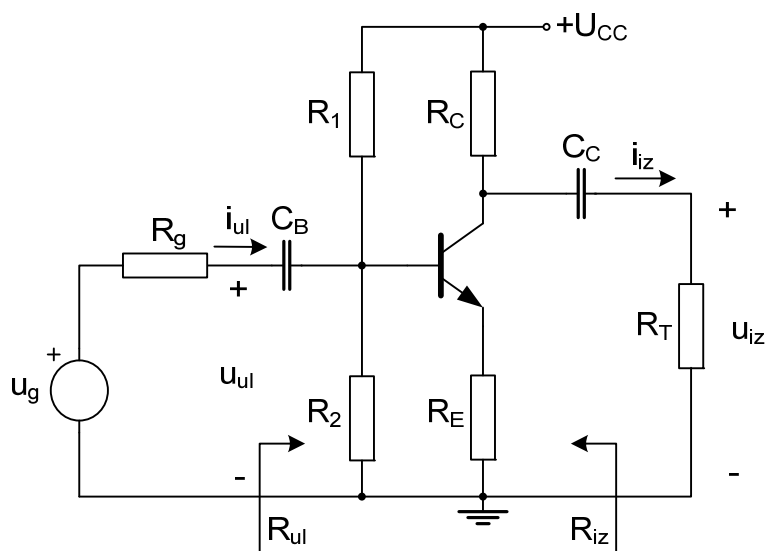
Rješenje: $A_V = -0,515$ $A_I = -2,397$ $A_{Vg} = -0,489$ $R_{ul} = 9308 \Omega$ $R_{iz} = 2700 \Omega$

VJ.5. Za pojačalu sa slike 2 zadano je: $U_{CC} = 15 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 56 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 18 \text{ k}\Omega$, $R_C = 3,9 \text{ k}\Omega$, $R_E = 1,8 \text{ k}\Omega$ i $R_T = 2,7 \text{ k}\Omega$. Parametri *nnp* bipolarnog tranzistora su $\beta \approx h_{fe} = 200$ i $U_\gamma = 0,7 \text{ V}$. Naponski ekvivalent temperature $U_T = 25 \text{ mV}$. Odrediti pojačanja $A_V = u_{iz} / u_{ul}$, $A_I = i_{iz} / i_{ul}$ i $A_{Vg} = u_{iz} / u_g$, te ulazni i izlazni otpor pojačala.

Rješenje: $A_V = -0,874$ $A_I = -4,252$ $A_{Vg} = -0,842$ $R_{ul} = 13132 \Omega$ $R_{iz} = 3900 \Omega$

VJ.6. Za pojačalu sa slike 2 zadano je: $U_{CC} = 15 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 220 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 33 \text{ k}\Omega$, $R_C = 6,8 \text{ k}\Omega$, $R_E = 1 \text{ k}\Omega$ i $R_T = 5,6 \text{ k}\Omega$. Parametri *nnp* bipolarnog tranzistora su $\beta \approx h_{fe} = 100$ i $U_\gamma = 0,7 \text{ V}$. Naponski ekvivalent temperature $U_T = 25 \text{ mV}$. Odrediti pojačanja $A_V = u_{iz} / u_{ul}$, $A_I = i_{iz} / i_{ul}$ i $A_{Vg} = u_{iz} / u_g$, te ulazni i izlazni otpor pojačala.

Rješenje: $A_V = -2,9648$ $A_I = -11,9$ $A_{Vg} = -2,9$ $R_{ul} = 2247 \Omega$ $R_{iz} = 6800 \Omega$



Slika 2

VJ.7. Za pojačalu sa slike 3 zadano je: $U_{CC} = 15 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 27 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 15 \text{ k}\Omega$, $R_C = 2,7 \text{ k}\Omega$, $R_E = 2,2 \text{ k}\Omega$ i $R_T = 2 \text{ k}\Omega$. Parametri *npn* bipolarnog tranzistora su $\beta \approx h_{fe} = 120$ i $U_\gamma = 0,7 \text{ V}$. Naponski ekvivalent temperature $U_T = 25 \text{ mV}$. Odrediti pojačanja $A_V = u_{iz} / u_{ul}$, $A_I = i_{iz} / i_{ul}$ i $A_{Vg} = u_{iz} / u_g$, te ulazni i izlazni otpor pojačala.

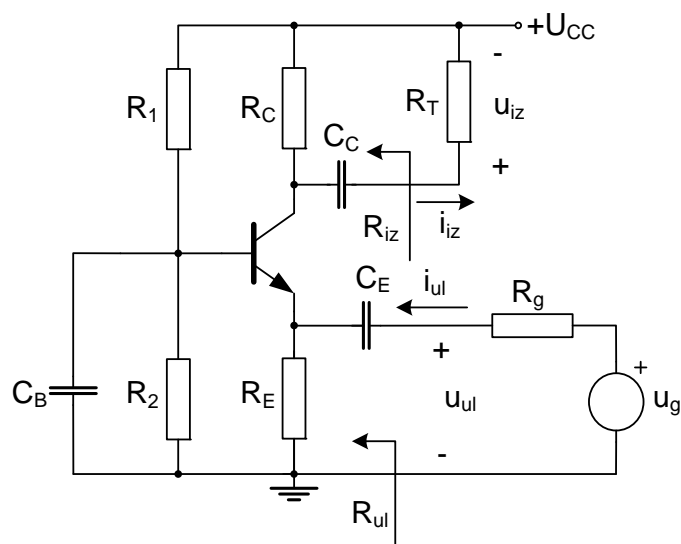
Rješenje: $A_V = 93,11$ $A_I = 0,567$ $A_{Vg} = 2,212$ $R_{ul} = 12,17 \Omega$ $R_{iz} = 2700 \Omega$

VJ.8. Za pojačalu sa slike 3 zadano je: $U_{CC} = 15 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 33 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 12 \text{ k}\Omega$, $R_C = 3,3 \text{ k}\Omega$, $R_E = 2 \text{ k}\Omega$ i $R_T = 2,2 \text{ k}\Omega$. Parametri *npn* bipolarnog tranzistora su $\beta \approx h_{fe} = 150$ i $U_\gamma = 0,7 \text{ V}$. Naponski ekvivalent temperature $U_T = 25 \text{ mV}$. Odrediti pojačanja $A_V = u_{iz} / u_{ul}$, $A_I = i_{iz} / i_{ul}$ i $A_{Vg} = u_{iz} / u_g$, te ulazni i izlazni otpor pojačala.

Rješenje: $A_V = 84,1$ $A_I = 0,591$ $A_{Vg} = 2,524$ $R_{ul} = 15,47 \Omega$ $R_{iz} = 3300 \Omega$

VJ.9. Za pojačalu sa slike 3 zadano je: $U_{CC} = 15 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 220 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 33 \text{ k}\Omega$, $R_C = 6,8 \text{ k}\Omega$, $R_E = 1 \text{ k}\Omega$ i $R_T = 5,6 \text{ k}\Omega$. Parametri *npn* bipolarnog tranzistora su $\beta \approx h_{fe} = 100$ i $U_\gamma = 0,7 \text{ V}$. Naponski ekvivalent temperature $U_T = 25 \text{ mV}$. Odrediti pojačanja $A_V = u_{iz} / u_{ul}$, $A_I = i_{iz} / i_{ul}$ i $A_{Vg} = u_{iz} / u_g$, te ulazni i izlazni otpor pojačala.

Rješenje: $A_V = 117,66$ $A_I = 0,5292$ $A_{Vg} = 5,643$ $R_{ul} = 25188 \Omega$ $R_{iz} = 6,8 \Omega$



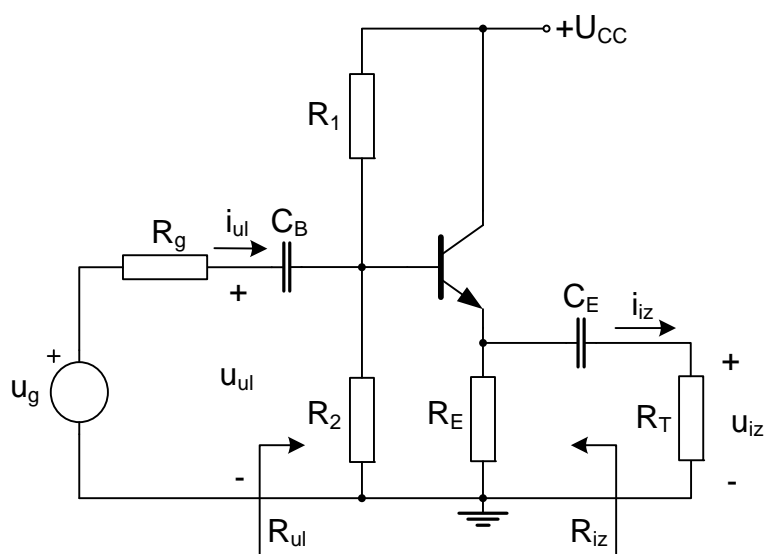
Slika 3

VJ.10. Za pojačalu sa slike 4 zadano je: $U_{CC} = 15 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 150 \text{ k}\Omega$, $R_E = 3,9 \text{ k}\Omega$ i $R_T = 4,7 \text{ k}\Omega$. Parametri *npn* bipolarnog tranzistora su $\beta \approx h_{fe} = 200$ i $U_\gamma = 0,7 \text{ V}$. Naponski ekvivalent temperature $U_T = 25 \text{ mV}$. Odrediti pojačanja $A_V = u_{iz} / u_{ul}$, $A_I = i_{iz} / i_{ul}$ i $A_{Vg} = u_{iz} / u_g$, te ulazni i izlazni otpor pojačala.

Rješenje: $A_V = 0,9941$ $A_I = 11,14$ $A_{Vg} = 0,9848$ $R_{ul} = 52,7 \text{ k}\Omega$ $R_{iz} = 15,05 \Omega$

VJ.11. Za pojačalu sa slike 4 zadano je: $U_{CC} = 15 \text{ V}$, $R_g = 500 \Omega$, $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 120 \text{ k}\Omega$, $R_E = 5,6 \text{ k}\Omega$ i $R_T = 3,9 \text{ k}\Omega$. Parametri *npn* bipolarnog tranzistora su $\beta \approx h_{fe} = 250$ i $U_\gamma = 0,7 \text{ V}$. Naponski ekvivalent temperature $U_T = 25 \text{ mV}$. Odrediti pojačanja $A_V = u_{iz} / u_{ul}$, $A_I = i_{iz} / i_{ul}$ i $A_{Vg} = u_{iz} / u_g$, te ulazni i izlazni otpor pojačala.

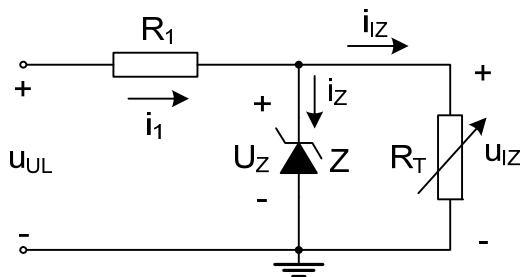
Rješenje: $A_V = 0,9916$ $A_I = 12,68$ $A_{Vg} = 0,9818$ $R_{ul} = 49,9 \text{ k}\Omega$ $R_{iz} = 21,33 \Omega$



Slika 4

STABILIZATOR

ZADATAK 1. Odrediti u kojim granicama se može kretati iznos otpora R_I tako da stabilizator sa slike radi ispravno. Parametri Zenerove diode su $U_Z=6,3$ V, $I_{Zmin}=1$ mA, $P_{Zmax}=500$ mW i $r_z=1$ Ω . Ulazni napon kreće se u granicama od 13 V do 17 V, a otpor trošila ima minimalni iznos od 220 Ω . Odabrati otpornik R_I tako da stabilizator radi ispravno. Uz odabrani iznos otpora R_I izračunat disipaciju na otporniku R_I za najlošiji slučaj.



Rješenje:

Sa slike se vidi da je izlazni napon jednak U_Z :

$$U_{IZ} = U_Z = 6,3 \text{ V}$$

Prema slici možemo odrediti struju I_I koja je jednaka:

$$I_I = I_Z + I_{IZ}$$

$$I_I = \frac{U_{UL} - U_{IZ}}{R_I} = \frac{U_{UL} - U_Z}{R_I}$$

Izlazna struja je:

$$I_{IZ} = \frac{U_{IZ}}{R_T} = \frac{U_Z}{R_T}$$

Iz gornjih jednačbi dobivamo struju Zenerove diode koja je jednaka:

$$I_Z = I_I - I_{IZ} = \frac{U_{UL} - U_Z}{R_I} - \frac{U_Z}{R_T}$$

Da bi stabilizator radio ispravno struja Zenerove diode mora zadovoljavati sljedeću nejednakost:

$$I_{Zmin} \leq I_Z \leq I_{Zmax}$$

Iz gornje nejednadžbe slijede dva uvjeta za ispravna rad stabilizatora. Prvi je da kroz Zenerovu diodu mora teći minimalna struja:

$$I_{Zmin} = \frac{U_{ULmin} - U_Z}{R_{Imax}} - \frac{U_Z}{R_{Tmin}}$$

Iz gornjeg izraza možemo dobiti gornju granicu iznosa otpora R_I :

$$R_{Imax} = \frac{U_{ULmin} - U_Z}{I_{Zmin} + \frac{U_Z}{R_{Tmin}}} = \frac{13 - 6,3}{10^{-3} + \frac{6,3}{220}} = 226,1 \text{ } \Omega$$

Drugi uvjet dobiva se iz maksimalne disipacije snage na Zenerovoj diodi. Pošto je napon Zenerove diode konstantan možemo odrediti maksimalnu struju koja teče Zenerovom diodom:

$$P_{Zmax} = I_{Zmax} \cdot U_Z \Rightarrow I_{Zmax} = \frac{P_{Zmax}}{U_Z}$$

$$I_{Z\max} = \frac{U_{UL\max} - U_Z}{R_{l\min}} - \frac{U_Z}{R_{T\max}} = \frac{P_{Z\max}}{U_Z}$$

Tekstom zadatka definirana je samo minimalna vrijednost otpora kojim se može opteretiti stabilizator. Maksimalni iznos otpora je ∞ tj. kada nije priključeno trošilo. Iz tog razloga gornji izraz možemo pojednostaviti:

$$I_{Z\max} = \frac{U_{UL\max} - U_Z}{R_{l\min}} = \frac{P_{Z\max}}{U_Z}$$

Iz gornjeg izraza možemo dobiti donju granicu iznosa otpora R_l :

$$R_{l\min} = \frac{U_{UL\max} - U_Z}{\frac{P_{Z\max}}{U_Z}} = \frac{17 - 6,3}{\frac{0,5}{6,3}} = 134,8 \, \Omega$$

Otpornik R_l možemo odabrati iz intervala $[134,8; 226,1] \Omega$. Standardne vrijednosti otpornika koje se nalaze u ovom intervalu su: 150 Ω , 180 Ω , 200 Ω i 220 Ω . Ako uzmemo u obzir toleranciju vrijednosti otpora od $\pm 10\%$ dobivamo sljedeće vrijednosti prikazane u tablici 1.1.

Standardna vrijednost	-10%	10%
150	135	165
180	162	198
200	180	220
220	198	242

Tablica 1.1

Odabrat ćemo 180 Ω .

Obrazloženje:

Iz tablice 1.1 vidimo da tri vrijednosti otpora zadovoljavaju uvjet za R_l to su 150 Ω , 180 Ω i 200 Ω . Međutim ako pogledamo vrijednost tih otpora uključivši toleranciju možemo vidjeti da otpornik od 150 Ω ima donju granicu od 135 Ω što je jako blizu donje granice za iznos otpora R_l , $R_{l\min} = 134,8 \, \Omega$. Otpornik od 200 Ω ima gornju granicu od 220 Ω što je blizu gornje granice za iznos otpora R_l , $R_{l\max} = 226,1 \, \Omega$. Iz gore rečenih razloga najbolji izbor je otpornik od 180 Ω . Otpornik od 220 Ω ina gornju granicu koja je viša od gornje granice otpora R_l , pa smo njega odmah isključili.

Najlošiji slučaj nastupa kada se izlaz kratko spoji i kada je na ulazu najveći napon. U tom slučaju kroz otpornik R_l proteče maksimalna struja:

$$I_1 = \frac{U_{UL} - U_{IZ}}{R_l} \Rightarrow I_{1\max} = \frac{U_{UL\max}}{R_l}$$

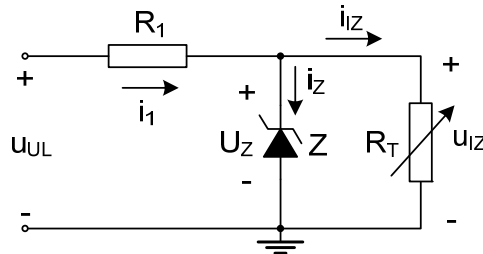
Disipacija na otporniku R_l je:

$$P_l = (U_{UL} - U_{IZ}) \cdot I_1$$

Maksimalna disipacija na otporniku R_l je:

$$P_{l\max} = U_{UL\max} \cdot I_{1\max} = U_{UL\max} \cdot \frac{U_{UL\max}}{R_l} = \frac{U_{UL\max}^2}{R_l} = \frac{(17)^2}{180} = 1,606 \, \text{W}$$

ZADATAK 2. Na izlazu stabilizatora, prikazanog slikom, izmjeren je napon 8 V. Ako na ulaz dovedemo napon između 15 i 20 V moramo koristiti otpornik R_I u granicama od 128 do 250 Ω da bi stabilizator radio ispravno. Otpor trošila je $R_T \geq 400 \Omega$. Odrediti parametre Zenerove diode.



Rješenje:

Sa slike se vidi da je izlazni napon jednak U_Z :

$$U_{IZ} = U_Z = 8 \text{ V}$$

Prema slici možemo odrediti struju I_1 koja je jednaka:

$$I_1 = I_Z + I_{IZ}$$

$$I_1 = \frac{U_{UL} - U_{IZ}}{R_1} = \frac{U_{UL} - U_Z}{R_1}$$

Izlazna struja je:

$$I_{IZ} = \frac{U_{IZ}}{R_T} = \frac{U_Z}{R_T}$$

Iz gornjih jednažbi dobivamo struju Zenerove diode koja je jednaka:

$$I_Z = I_1 - I_{IZ} = \frac{U_{UL} - U_Z}{R_1} - \frac{U_Z}{R_T}$$

Da bi stabilizator radio ispravno struja Zenerove diode mora zadovoljavati sljedeću nejednakost:

$$I_{Z \min} \leq I_Z \leq I_{Z \max}$$

Iz gornje nejednažbe slijede dva uvjeta za ispravna rad stabilizatora. Prvi je da kroz Zenerovu diodu mora teći minimalna struja:

$$I_{Z \min} = \frac{U_{UL \min} - U_Z}{R_{1 \max}} - \frac{U_Z}{R_{T \min}} = \frac{15 - 8}{250} - \frac{8}{400} = 8 \text{ mA}$$

Drugi uvjet dobiva se iz maksimalne disipacije snage na Zenerovoj diodi. Pošto je napon Zenerove diode konstantan možemo odrediti maksimalnu struju koja teče Zenerovom diodom:

$$P_{Z \max} = I_{Z \max} \cdot U_Z \Rightarrow I_{Z \max} = \frac{P_{Z \max}}{U_Z}$$

$$I_{Z \max} = \frac{U_{UL \max} - U_Z}{R_{1 \min}} - \frac{U_Z}{R_{T \max}} = \frac{P_{Z \max}}{U_Z}$$

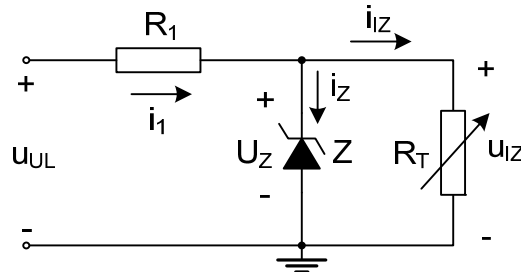
Tekstom zadatka definirana je samo minimalna vrijednost otpora kojim se može opteretiti stabilizator. Maksimalni iznos otpora je ∞ tj. trošilo nije priključeno. Iz tog razloga gornji izraz možemo pojednostaviti:

$$I_{Z \max} = \frac{U_{UL \max} - U_Z}{R_{1 \min}} = \frac{P_{Z \max}}{U_Z} \Rightarrow P_{Z \max} = U_Z \cdot \frac{U_{UL \max} - U_Z}{R_{1 \min}} = 8 \cdot \frac{20 - 8}{128} = 0,75 \text{ W}$$

Parametri Zenerove diode su:

$$U_Z = 8 \text{ V}, \quad I_{Z \min} = 8 \text{ mA}, \quad P_{Z \max} = 0,75 \text{ W}$$

ZADATAK 3. Odrediti u kojim granicama se može kretati iznos otpora R_I tako da stabilizator sa slike 3.1 radi ispravno. Parametri Zenerove diode su $U_Z=10\text{ V}$, $I_{Z\min}=5\text{ mA}$, $P_{Z\max}=1\text{ W}$ i $r_z=1\ \Omega$. Ulazni napon kreće se u granicama od 18 V do 22 V , a trošila otpor je $R_T \geq 500\ \Omega$. Odaberi otpornik R_I tako da stabilizator radi ispravno. Uz odabrani iznos otpora R_I izračunati naponski faktor stabilizacije i izlazni otpor stabilizatora, te efektivnu vrijednost napona valovitosti na trošilu R_T uz $U_{ulvef}=0,3\text{ V}$.



Slika 3.1

Rješenje:

Sa slike se vidi da je izlazni napon jednak U_Z :

$$U_{IZ} = U_Z = 10\text{ V}$$

Prema slici možemo odrediti struju I_I koja je jednaka:

$$I_I = I_Z + I_{IZ}$$

$$I_I = \frac{U_{UL} - U_{IZ}}{R_I} = \frac{U_{UL} - U_Z}{R_I}$$

Izlazna struja je:

$$I_{IZ} = \frac{U_{IZ}}{R_T} = \frac{U_Z}{R_T}$$

Iz gornjih jednažbi dobivamo struju Zenerove diode koja je jednaka:

$$I_Z = I_I - I_{IZ} = \frac{U_{UL} - U_Z}{R_I} - \frac{U_Z}{R_T}$$

Da bi stabilizator radio ispravno struja Zenerove diode mora zadovoljavati sljedeću nejednakost:

$$I_{Z\min} \leq I_Z \leq I_{Z\max}$$

Iz gornje nejednažbe slijede dva uvjeta za ispravan rad stabilizatora. Prvi je da kroz Zenerovu diodu mora teći minimalna struja:

$$I_{Z\min} = \frac{U_{UL\min} - U_Z}{R_{I\max}} - \frac{U_Z}{R_{T\min}}$$

Iz gornjeg izraza možemo dobiti gornju granicu iznosa otpora R_I :

$$R_{I\max} = \frac{U_{UL\min} - U_Z}{I_{Z\min} + \frac{U_Z}{R_{T\min}}} = \frac{18 - 10}{5 \cdot 10^{-3} + \frac{10}{500}} = 320\ \Omega$$

Drugi uvjet dobiva se iz maksimalne disipacije snage na Zenerovoj diodi. Pošto je napon Zenerove diode konstantan možemo odrediti maksimalnu struju koja teče Zenerovom diodom:

$$P_{Z\max} = I_{Z\max} \cdot U_Z \Rightarrow I_{Z\max} = \frac{P_{Z\max}}{U_Z}$$

$$I_{Z\max} = \frac{U_{UL\max} - U_Z}{R_{l\min}} - \frac{U_Z}{R_{T\max}} = \frac{P_{Z\max}}{U_Z}$$

Tekstom zadatka definirana je samo minimalna vrijednost otpora kojim se može opteretiti stabilizator. Maksimalni iznos otpora je ∞ tj. kada nije priključeno trošilo. Iz tog razloga gornji izraz možemo pojednostaviti:

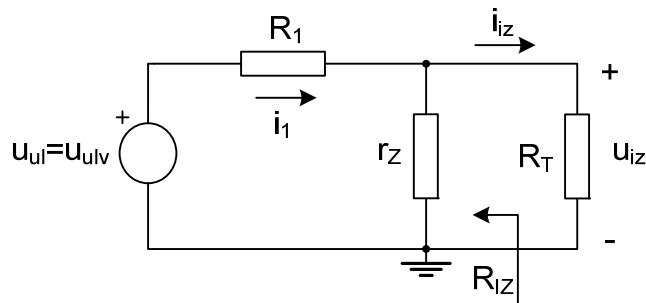
$$I_{Z\max} = \frac{U_{UL\max} - U_Z}{R_{l\min}} = \frac{P_{Z\max}}{U_Z}$$

Iz gornjeg izraza možemo dobiti donju granicu iznosa otpora R_l :

$$R_{l\min} = \frac{U_{UL\max} - U_Z}{\frac{P_{Z\max}}{U_Z}} = \frac{22 - 10}{\frac{1}{10}} = 120 \, \Omega$$

Odabrat ćemo otpornik iznosa $220 \, \Omega$.

Da bi smo odredili naponski faktor stabilizacije S_U i izlazni otpor stabilizatora R_{IZ} trebamo nacrtati nadomjesnu shemu stabilizatora za mali signal, slika 3.2.

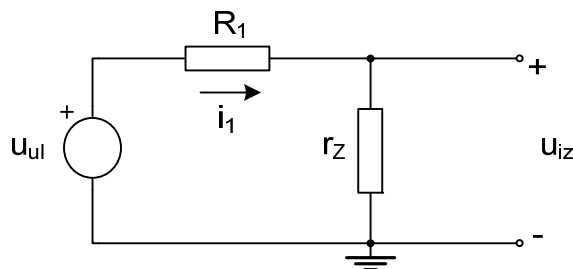


Slika 3.2

Naponski faktor stabilizacije S_U je:

$$S_U = \left. \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \right|_{i_{iz}=0}$$

Iz gornjeg izraza vidimo da izlazna struja treba biti $i_{iz}=0$; to će biti samo ako na izlaz nije priključeno trošilo, slika 3.3.



Slika 3.3

Izlazni napon je:

$$u_{iz} = i_1 \cdot r_Z$$

Struja i_1 je:

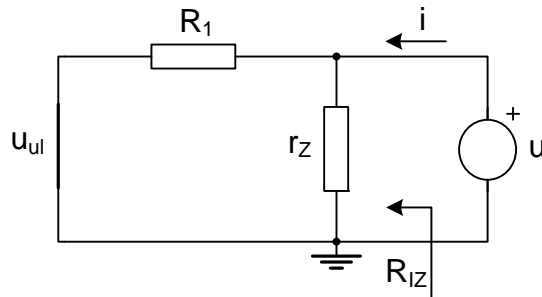
$$i_1 = \frac{u_{ul}}{R_1 + r_Z}$$

$$u_{iz} = i_1 \cdot r_Z = \frac{u_{ul}}{R_1 + r_Z} \cdot r_Z \Rightarrow \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{r_Z}{R_1 + r_Z}$$

Iz gornjeg izraza naponski faktor stabilizacije S_U je:

$$S_U = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{r_Z}{R_1 + r_Z} = \frac{1}{220 + 1} = 0,004525$$

Izlazni otpor ćemo dobiti tako da naponski izvor u_{ul} kratko spojimo, a umjesto trošila spojimo naponski izvor i računamo struju koju daje taj izvor, slika 3.4.



Slika 3.4

Izlazni otpor je:

$$R_{iz} = \frac{u}{i} = R_1 \parallel r_Z = 220 \parallel 1 = 0,9955 \approx 1 \Omega$$

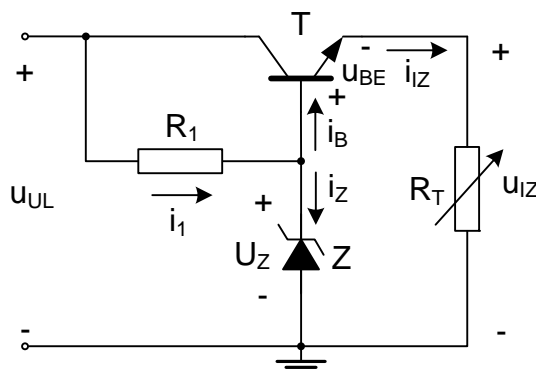
Efektivna vrijednost izlaznog napona valovitosti je:

$$U_{izvef} = \frac{r_Z \parallel R_T}{R_1 + r_Z \parallel R_T} \cdot U_{ulvef} = \frac{1 \parallel 500}{220 + 1 \parallel 500} \cdot 0,3 = 1,355 \text{ mV}$$

Ako usporedimo r_Z i R_T vidimo da vrijedi $r_Z \gg R_T \Rightarrow r_Z \parallel R_T \approx R_T$, pa gornji izraz možemo pojednostaviti:

$$U_{izvef} = \frac{r_Z}{R_1 + r_Z} \cdot U_{ulvef} = S_U \cdot U_{ulvef} = 0,004525 \cdot 0,3 = 1,357 \text{ mV}$$

ZADATAK 4. Odrediti u kojim granicama se može kretati iznos otpora R_I tako da stabilizator sa slike radi ispravno. Parametri Zenerove diode su $U_Z=6,3 \text{ V}$, $I_{Zmin}=1 \text{ mA}$, $P_{Zmax}=500\text{mW}$ i $r_Z=1 \Omega$. Faktor strujnog pojačanja tranzistora je $\beta \approx h_{fe}=100$. Ulazni napon kreće se u granicama od 13 V do 17 V , a otpor trošila ima minimalni iznos od 220Ω . Odabrati otpornik R_I tako da stabilizator radi ispravno (otpornik treba biti iz standardnog E24 niza uz toleranciju ± 10).



Rješenje:

Iz slike se vidi da je napon na Zenerovoj diodi jednak:

$$U_Z = U_{BE} + U_{IZ}$$

Izlazni napon je:

$$U_{IZ} = U_Z - U_{BE} = 6,3 - 0,7 = 5,6 \text{ V}$$

Iz slike možemo odrediti struju I_I koja je jednaka:

$$I_I = I_Z + I_B$$
$$I_I = \frac{U_{UL} - U_Z}{R_I}$$

Izlazna struja je:

$$I_{IZ} = \frac{U_{IZ}}{R_T} = \frac{U_Z - U_{BE}}{R_T} = I_C + I_B = I_B \cdot (1 + \beta)$$

Struja baze je:

$$I_B = \frac{U_Z - U_{BE}}{(1 + \beta) \cdot R_T}$$

Iz gornjih jednačbi dobivamo struju Zenerove diode koja je jednaka:

$$I_Z = I_I - I_B = \frac{U_{UL} - U_Z}{R_I} - \frac{U_Z - U_{BE}}{(1 + \beta) \cdot R_T}$$

Da bi stabilizator radio ispravno struja Zenerove diode mora zadovoljavati sljedeću nejednakost:

$$I_{Z \min} \leq I_Z \leq I_{Z \max}$$

Iz gornje nejednačbe slijede dva uvjeta za ispravna rad stabilizatora. Prvi je da kroz Zenerovu diodu mora teći minimalna struja:

$$I_{Z \min} = \frac{U_{UL \min} - U_Z}{R_{I \max}} - \frac{U_Z - U_{BE}}{(1 + \beta) \cdot R_{T \min}}$$

Iz gornjeg izraza možemo dobiti gornju granicu iznosa otpora R_I :

$$R_{I \max} = \frac{U_{UL \min} - U_Z}{I_{Z \min} + \frac{U_Z - U_{BE}}{(1 + \beta) \cdot R_{T \min}}} = \frac{13 - 6,3}{10^{-3} + \frac{6,3}{(1 + 100) \cdot 220}} = 5351 \, \Omega$$

Drugi uvjet dobiva se iz maksimalne disipacije snage na Zenerovoj diodi. Pošto je napon Zenerove diode konstantan možemo odrediti maksimalnu struju koja teče Zenerovom diodom:

$$P_{Z \max} = I_{Z \max} \cdot U_Z \Rightarrow I_{Z \max} = \frac{P_{Z \max}}{U_Z}$$
$$I_{Z \max} = \frac{U_{UL \max} - U_Z}{R_{I \min}} - \frac{U_Z - U_{BE}}{(1 + \beta) \cdot R_{T \max}} = \frac{P_{Z \max}}{U_Z}$$

Tekstom zadatka definirana je samo minimalna vrijednost otpora kojim se može opteretiti stabilizator. Maksimalni iznos otpora je ∞ tj. kada nije priključeno trošilo. Iz tog razloga gornji izraz možemo pojednostaviti:

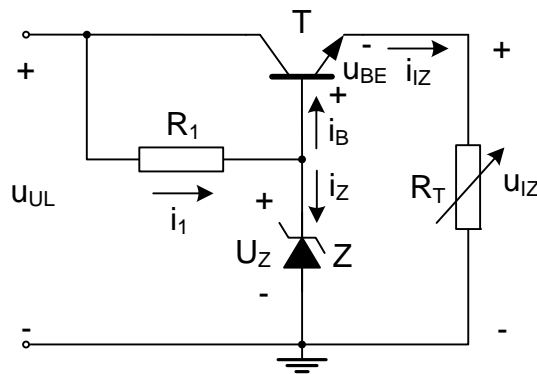
$$I_{Z \max} = \frac{U_{UL \max} - U_Z}{R_{I \min}} = \frac{P_{Z \max}}{U_Z}$$

Iz gornjeg izraza možemo dobiti donju granicu iznosa otpora R_I :

$$R_{1\min} = \frac{U_{UL\max} - U_Z}{\frac{P_{Z\max}}{U_Z}} = \frac{17 - 6,3}{\frac{0,5}{6,3}} = 134,8 \, \Omega$$

Otpornik R_I možemo odabrati iz intervala $[134,8 \div 5351,3] \Omega$. U ovom intervalu ina dosta otpornika u standardnom nizu odabrat ćemo otpornik oko sredine intervala $R_I = 2,7 \, k\Omega$.

ZADATAK 5. Na izlazu stabilizatora, prikazanog slikom, izmjeren je napon 8 V. Ako na ulaz dovedeno napon između 15 i 20 V moramo koristiti otpornik R_I u granicama od 393 do 2954 Ω da bi stabilizator radio ispravno. Faktor strujnog pojačanja tranzistora je $\beta \approx h_{fe} = 100$. Otpor trošila je $R_T \geq 400 \, \Omega$. Odrediti parametre Zenerove diode.



Rješenje:

Iz slike se vidi da je napon na Zenerovoj diodi jednak:

$$U_Z = U_{BE} + U_{IZ} = 0,7 + 8 = 8,7 \, V$$

Iz slike možemo odrediti struju I_I koja je jednaka:

$$I_1 = I_Z + I_B$$

$$I_1 = \frac{U_{UL} - U_Z}{R_1}$$

Izlazna struja je:

$$I_{IZ} = \frac{U_{IZ}}{R_T} = \frac{U_Z - U_{BE}}{R_T} = I_C + I_B = I_B \cdot (1 + \beta)$$

Struja baze je:

$$I_B = \frac{U_Z - U_{BE}}{(1 + \beta) \cdot R_T}$$

Iz gornjih jednažbi dobivamo struju Zenerove diode koja je jednaka:

$$I_Z = I_1 - I_B = \frac{U_{UL} - U_Z}{R_1} - \frac{U_Z - U_{BE}}{(1 + \beta) \cdot R_T}$$

Da bi stabilizator radio ispravno struja Zenerove diode mora zadovoljavati sljedeću nejednakost:

$$I_{Z\min} \leq I_Z \leq I_{Z\max}$$

Iz gornje nejednažbe slijede dva uvjeta za ispravna rad stabilizatora. Prvi je da kroz Zenerovu diodu mora teći minimalna struja:

$$I_{Z\min} = \frac{U_{UL\min} - U_Z}{R_{1\max}} - \frac{U_Z - U_{BE}}{(1 + \beta) \cdot R_{T\min}} = \frac{15 - 8,7}{2954} - \frac{8,7 - 0,7}{(1 + 150) \cdot 400} = 2 \, mA$$

Drugi uvjet dobiva se iz maksimalne disipacije snage na Zenerovoj diodi. Pošto je napon Zenerove diode konstantan možemo odrediti maksimalnu struju koja teče Zenerovom diodom:

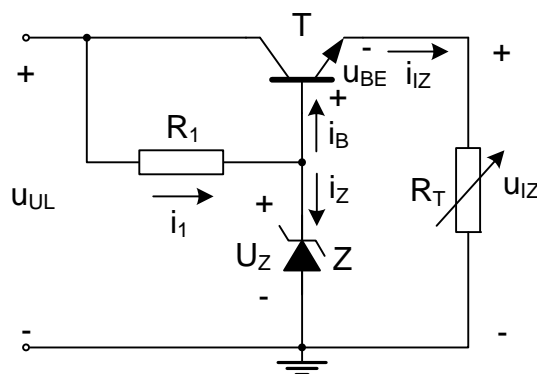
$$P_{Z\max} = I_{Z\max} \cdot U_Z \Rightarrow I_{Z\max} = \frac{P_{Z\max}}{U_Z}$$

$$I_{Z\max} = \frac{U_{UL\max} - U_Z}{R_{l\min}} - \frac{U_Z - U_{BE}}{(1 + \beta) \cdot R_{T\max}} = \frac{P_{Z\max}}{U_Z}$$

Tekstom zadatka definirana je samo minimalna vrijednost otpora kojim se može opteretiti stabilizator. Maksimalni iznos otpora je ∞ tj. kada nije priključeno trošilo. Iz tog razloga gornji izraz možemo pojednostaviti:

$$I_{Z\max} = \frac{U_{UL\max} - U_Z}{R_{l\min}} = \frac{P_{Z\max}}{U_Z} \Rightarrow P_{Z\max} = U_Z \cdot \frac{U_{UL\max} - U_Z}{R_{l\min}} = 8,7 \cdot \frac{20 - 8,7}{393} = 0,25 \text{ W}$$

ZADATAK 6. Odrediti u kojim granicama se može kretati iznos otpora R_l tako da stabilizator sa slike 6.1 radi ispravno. Parametri Zenerove diode su $U_Z = 10 \text{ V}$, $I_{Z\min} = 5 \text{ mA}$, $P_{Z\max} = 1 \text{ W}$ i $r_z = 1 \Omega$. Faktor strujnog pojačanja tranzistora je $\beta \approx h_{fe} = 100$ i naponski ekvivalent temperature $U_T = 25 \text{ mV}$. Ulazni napon kreće se u granicama od 18 V do 22 V , a otpor trošila je $R_T \geq 500 \Omega$. Odabrati otpornik R_l tako da stabilizator radi ispravno. Uz odabrani iznos otpora R_l izračunat naponski faktor stabilizacije i izlazni otpor stabilizatora, ako je trošilu $R_T = 560 \Omega$.



Slika 6.1

Rješenje:

Iz slike se vidi da je napon na Zenerovoj diodi jednak:

$$U_Z = U_{BE} + U_{IZ}$$

Izlazni napon je:

$$U_{IZ} = U_Z - U_{BE} = 10 - 0,7 = 9,3 \text{ V}$$

Iz slike možemo odrediti struju I_l koja je jednaka:

$$I_1 = I_Z + I_B$$

$$I_1 = \frac{U_{UL} - U_Z}{R_1}$$

Izlazna struja je:

$$I_{IZ} = \frac{U_{IZ}}{R_T} = \frac{U_Z - U_{BE}}{R_T} = I_C + I_B = I_B \cdot (1 + \beta)$$

Struja baze je:

$$I_B = \frac{U_Z - U_{BE}}{(1 + \beta) \cdot R_T}$$

Iz gornjih jednačbi dobivamo struju Zenerove diode koja je jednaka:

$$I_Z = I_1 - I_B = \frac{U_{UL} - U_Z}{R_1} - \frac{U_Z - U_{BE}}{(1 + \beta) \cdot R_T}$$

Da bi stabilizator radio ispravno struja Zenerove diode mora zadovoljavati sljedeću nejednakost:

$$I_{Z \min} \leq I_Z \leq I_{Z \max}$$

Iz gornje nejednačbe slijede dva uvjeta za ispravan rad stabilizatora. Prvi je da kroz Zenerovu diodu mora teći minimalna struja:

$$I_{Z \min} = \frac{U_{UL \min} - U_Z}{R_{1 \max}} - \frac{U_Z - U_{BE}}{(1 + \beta) \cdot R_{T \min}}$$

Iz gornjeg izraza možemo dobiti gornju granicu iznosa otpora R_I :

$$R_{1 \max} = \frac{U_{UL \min} - U_Z}{I_{Z \min} + \frac{U_Z - U_{BE}}{(1 + \beta) \cdot R_{T \min}}} = \frac{18 - 10}{5 \cdot 10^{-3} + \frac{10}{(1 + 100) \cdot 500}} = 1543,2 \, \Omega$$

Drugi uvjet dobiva se iz maksimalne disipacije snage na Zenerovoj diodi. Pošto je napon Zenerove diode konstantan možemo odrediti maksimalnu struju koja teče Zenerovom diodom:

$$P_{Z \max} = I_{Z \max} \cdot U_Z \Rightarrow I_{Z \max} = \frac{P_{Z \max}}{U_Z}$$

$$I_{Z \max} = \frac{U_{UL \max} - U_Z}{R_{1 \min}} - \frac{U_Z - U_{BE}}{(1 + \beta) \cdot R_{T \max}} = \frac{P_{Z \max}}{U_Z}$$

Tekstom zadatka definirana je samo minimalna vrijednost otpora kojim se može opteretiti stabilizator. Maksimalni iznos otpora je ∞ tj. kada nije priključeno trošilo. Iz tog razloga gornji izraz možemo pojednostaviti:

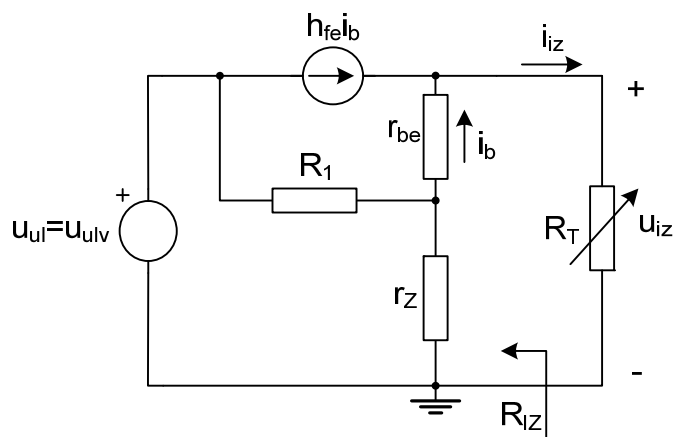
$$I_{Z \max} = \frac{U_{UL \max} - U_Z}{R_{1 \min}} = \frac{P_{Z \max}}{U_Z}$$

Iz gornjeg izraza možemo dobiti donju granicu iznosa otpora R_I :

$$R_{1 \min} = \frac{U_{UL \max} - U_Z}{\frac{P_{Z \max}}{U_Z}} = \frac{22 - 10}{\frac{1}{10}} = 120 \, \Omega$$

Odabrat ćemo otpornik iznosa $820 \, \Omega$.

Da bi smo odredili naponski faktor stabilizacije S_U i izlazni otpor stabilizatora trebamo nacrtati nadomjesnu shemu stabilizatora za mali signal, slika 6.2.

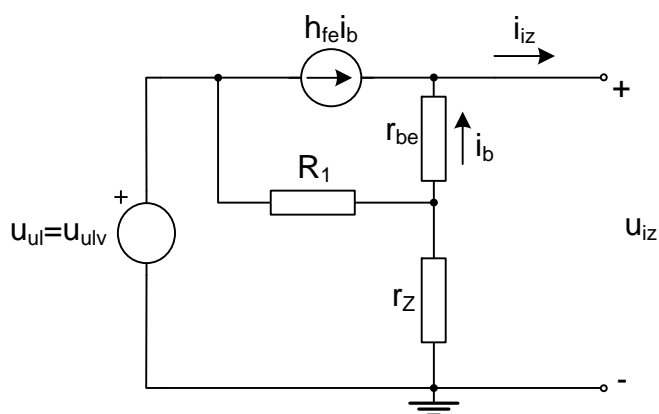


Slika 6.2

Naponski faktor stabilizacije S_U je:

$$S_U = \left. \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \right|_{i_{iz}=0}$$

Iz gornjeg izraza vidimo da izlazna struja treba biti $i_{iz}=0$ to će biti samo ako na izlaz nije priključeno trošilo, slika 6.3.

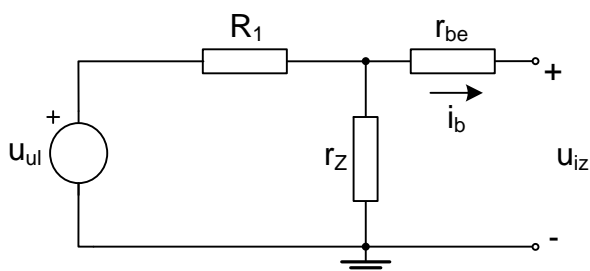


Slika 6.3

Izlazna struja sa slike 6.3 je:

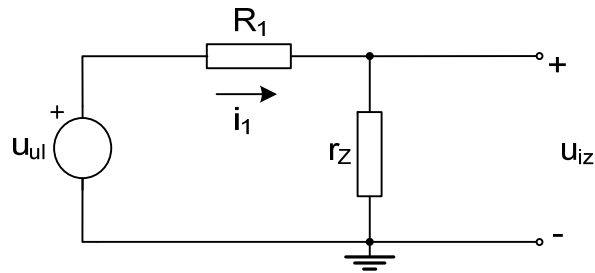
$$i_{iz} = i_b + h_{fe} \cdot i_b = i_b \cdot (1 + h_{fe})$$

Ako je $i_{iz}=0$ onda je i $i_b=0$ odnosno zavisni strujni izvor $h_{fe}i_b$ ne postoji, pa sliku 6.3 možemo pojednostaviti, slika 6.4.



Slika 6.4

Zaključili smo da je struja $i_b=0$. Pad napona na otporniku r_{be} je 0 tj. taj otpornik možemo kratko spojiti, slika 6.5.



Slika 6.5

Izlazni napon je:

$$u_{iz} = i_1 \cdot r_Z$$

Struja i_1 je:

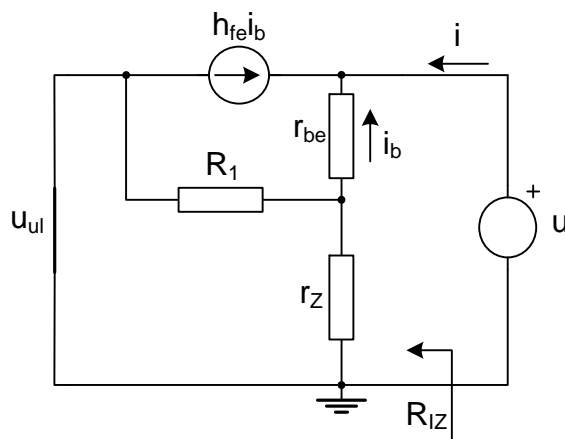
$$i_1 = \frac{u_{ul}}{R_1 + r_Z}$$

$$u_{iz} = i_1 \cdot r_Z = \frac{u_{ul}}{R_1 + r_Z} \cdot r_Z \Rightarrow \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{r_Z}{R_1 + r_Z}$$

Iz gornjeg izraza naponski faktor stabilizacije S_U je:

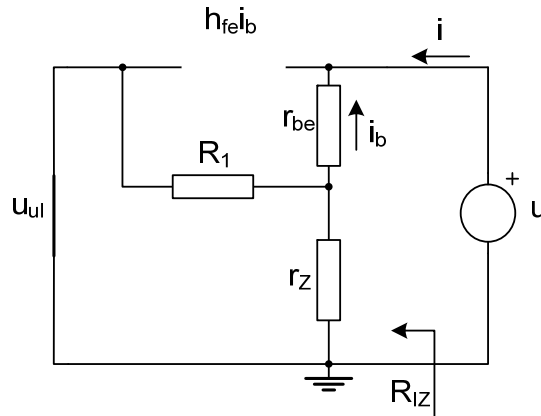
$$S_U = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{r_Z}{R_1 + r_Z} = \frac{1}{820 + 1} = 0,001218$$

Izlazni otpor ćemo dobiti tako da naponski izvor u_{ul} kratko spojimo, a umjesto trošila spojimo naponski izvor i računamo struju koju daje taj izvor, slika 6.6.



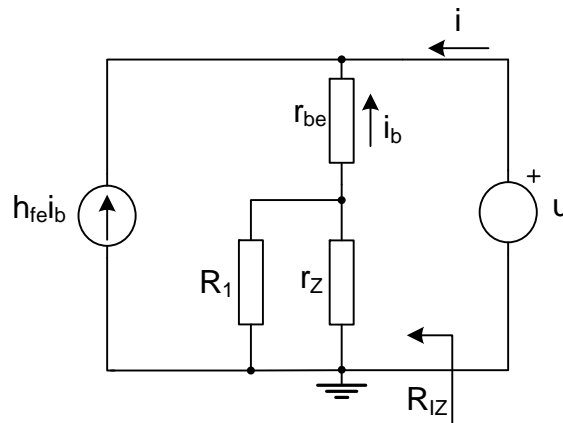
Slika 6.6

Što je s izvorom $h_{fe} \cdot i_b$? Prvi korak je da taj strujni izvor odspojimo i pogledamo postoji li struja i_b , slika 6.7.



Slika 6.7

Sa slike 6.7 vidimo da je struja $i_b = -i \neq 0$, što znači da strujni izvor $h_{fe} \cdot i_b$ postoji. Na slici 6.8 prikazana je nadomjesna shema koja će nam poslužiti za izračun izlaznog otpora.



Slika 6.8

Struja i je:

$$i = -i_b - h_{fe} \cdot i_b = -i_b \cdot (1 + h_{fe})$$

Napon u je:

$$u = -i_b \cdot (R_1 \parallel r_z + r_{be})$$

Izlazni otpor je:

$$R_{iz} = \frac{u}{i} = \frac{-i_b \cdot (R_1 \parallel r_z + r_{be})}{-i_b \cdot (1 + h_{fe})} = \frac{R_1 \parallel r_z + r_{be}}{1 + h_{fe}}$$

Struja baze je:

$$I_B = \frac{I_{IZ}}{1 + \beta} = \frac{U_Z - U_{BE}}{(1 + \beta) \cdot R_T} = \frac{10 - 0,7}{(1 + 100) \cdot 560} = 164,43 \mu A$$

Dinamički otpor r_{be}

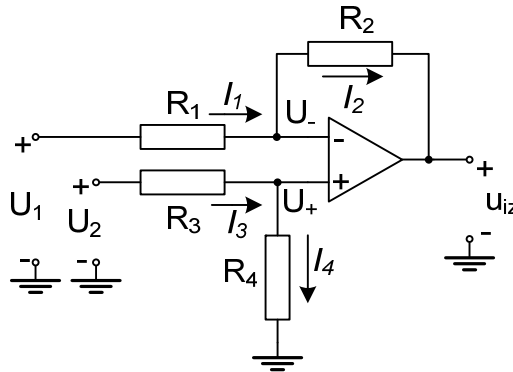
$$r_{be} = \frac{U_T}{I_B} = \frac{25 \cdot 10^{-3}}{164,43 \cdot 10^{-3}} = 152 \Omega$$

Izlazni otpor je:

$$R_{iz} = \frac{R_1 \parallel r_z + r_{be}}{1 + h_{fe}} \approx \frac{r_z + r_{be}}{1 + h_{fe}} = \frac{1 + 152}{1 + 100} = 1,5153 \Omega$$

SKLOPOVI S OPERACIJSKIM POJAČALIMA

ZADATAK 1. Izračunati iznos otpora R_3 tako da vrijednost izlaznog napona bude $U_{IZ}=1$ V. Operacijsko pojačalo je idealno. Zadano je $R_1=30$ k Ω , $R_2=60$ k Ω , $R_4=10$ k Ω , $U_1=2$ V i $U_2=5$ V.



Slika 1.1

Rješenje:

Prema slici 1.1 možemo pisati jednadžbe:

$$I_1 = \frac{U_1 - U_-}{R_1},$$

$$I_2 = \frac{U_- - U_{IZ}}{R_2},$$

$$I_3 = \frac{U_2 - U_+}{R_3},$$

$$I_4 = \frac{U_+ - 0}{R_4}.$$

Zadano je da je operacijsko pojačalo idealno tj. ulazna struja operacijskog pojačala je nula. Zbog toga slijedi:

$$I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{U_1 - U_-}{R_1} = \frac{U_- - U_{IZ}}{R_2}$$

$$I_3 = I_4 \Rightarrow \frac{U_2 - U_+}{R_3} = \frac{U_+}{R_4}$$

Izlazni napon operacijskog pojačala je:

$$U_{IZ} = A_{VOP} \cdot (U_+ - U_-)$$

Naponsko pojačanje idealnog operacijskog pojačanja $A_{VOP} \Rightarrow \infty$. Zbog toga gornja jednadžba poprima oblik:

$$U_{IZ} = \infty \cdot (U_+ - U_-) \Rightarrow \frac{U_{IZ}}{\infty} = U_+ - U_- \mid U_{IZ} \neq \infty \Rightarrow 0 = U_+ - U_- \Rightarrow U_+ = U_-$$

$$\frac{U_1 - U_-}{R_1} = \frac{U_- - U_{IZ}}{R_2} \Rightarrow U_- = \frac{R_1 \cdot U_{IZ} + R_2 \cdot U_1}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{U_2 - U_+}{R_3} = \frac{U_+}{R_4} \Rightarrow U_+ = \frac{R_4 \cdot U_2}{R_3 + R_4}$$

$$U_+ = U_- \Rightarrow \frac{R_4 \cdot U_2}{R_3 + R_4} = \frac{R_1 \cdot U_{IZ} + R_2 \cdot U_1}{R_1 + R_2}$$

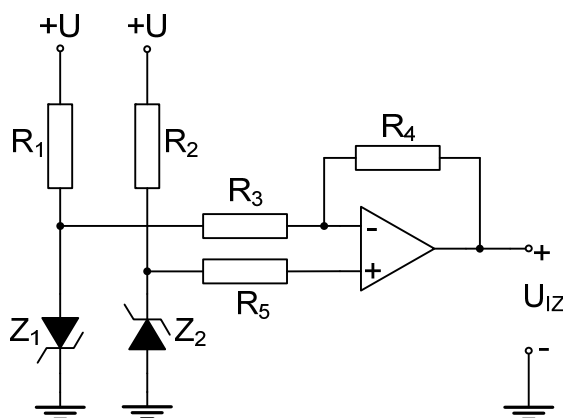
Nakon kraćeg izvoda iz gornjeg izraza R_3 je:

$$R_3 = (R_1 + R_2) \cdot \frac{R_4 \cdot U_2}{R_1 \cdot U_{IZ} + R_2 \cdot U_1} - R_4$$

$$R_3 = (R_1 + R_2) \cdot \frac{R_4 \cdot U_2}{R_1 \cdot U_{IZ} + R_2 \cdot U_1} - R_4 = (30 \cdot 10^3 + 60 \cdot 10^3) \cdot \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 5}{30 \cdot 10^3 \cdot 1 + 60 \cdot 10^3 \cdot 2} - 10 \cdot 10^3$$

$$R_3 = 20 \text{ k}\Omega$$

ZADATAK 2. Za sklop na slici 2.1 izračunati izlazni napon. Zadano je $R_1=1,5 \text{ k}\Omega$, $R_2=1,5 \text{ k}\Omega$, $R_3=10 \text{ k}\Omega$, $R_4=10 \text{ k}\Omega$, $R_5=10 \text{ k}\Omega$, $U=15 \text{ V}$, $U_D=0,7 \text{ V}$, $U_Z=6,3 \text{ V}$ i $I_{Zmin}=1 \text{ mA}$. Operacijsko pojačalo je idealno.



Slika 2.1

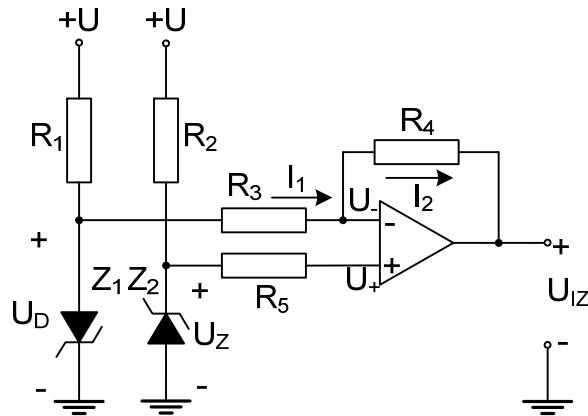
Rješenje:

Zenerova dioda Z_1 je propusno polarizirana to znači da je na njoj pad napona jednak U_D . Zenerova dioda Z_2 treba raditi u području proboja to znači da na njoj pad napona treba biti jednak U_Z . Treba provjeriti da li kroz Zenerovu diodu Z_2 teče dovoljno velika struja da ona radi u proboju. Operacijsko pojačalo je idealno pa su ulazne struje operacijskog pojačala jednake nuli. To znači da je struja kroz otpornik R_5 jednaka nula tj. struja kroz otpornik R_2 i struja kroz Zenerovu diodu Z_2 je jednaka. Struja kroz otpornik R_2 je:

$$I_{R_2} = I_{Z_2} = \frac{U - U_Z}{R_2} = \frac{15 - 6,3}{1,5 \cdot 10^3} = 5,8 \text{ mA} > I_{Zmin} = 1 \text{ mA}$$

Zener dioda se nalazi u proboju tj. na njoj je pad napona U_Z .

Uz gore navadeno možemo nacrtati sliku 2.2 koja će nam poslužiti za rješavanje zadatka.



Slika 2.2

Prema slici 2.2 možemo pisati jednadžbe:

$$I_1 = \frac{U_D - U_-}{R_3},$$

$$I_2 = \frac{U_- - U_{IZ}}{R_4}.$$

Operacijsko pojačalo je idealno pa slijedi:

$$U_- = U_+$$

$$I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{U_D - U_+}{R_3} = \frac{U_+ - U_{IZ}}{R_4}$$

Kao što je rečeno struja kroz otpornik R_5 je nula pa je i pad napona na otporniku R_5 jednak nuli.

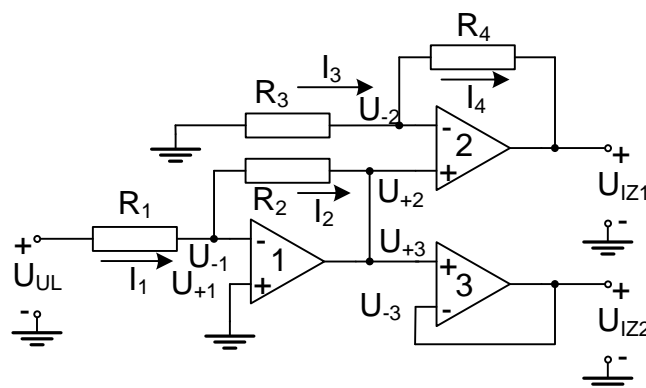
$$U_Z = U_+$$

$$\frac{U_D - U_Z}{R_3} = \frac{U_Z - U_{IZ}}{R_4} \Rightarrow U_{IZ} = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \cdot U_Z - \frac{R_4}{R_3} \cdot U_D$$

Izlazni napon je:

$$U_{IZ} = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \cdot U_Z - \frac{R_4}{R_3} \cdot U_D = \left(1 + \frac{10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3}\right) \cdot 6,3 - \frac{10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3} \cdot 0,7 = 11,9 \text{ V}$$

ZADATAK 3. Izračunati vrijednost napona U_{IZ1} i U_{IZ2} . Zadano je $U_{UL}=2 \text{ V}$, $R_1=30 \text{ k}\Omega$, $R_2=60 \text{ k}\Omega$, $R_3=20 \text{ k}\Omega$ i $R_4=40 \text{ k}\Omega$. Operacijska pojačala su idealna.



Slika 3.1

Rješenje:

Prema slici 3.1 možemo pisati jednačbe:

$$I_1 = \frac{U_{UL} - U_{-1}}{R_1},$$

$$I_2 = \frac{U_{-1} - U_{+2}}{R_2},$$

$$I_3 = \frac{0 - U_{-2}}{R_3},$$

$$I_4 = \frac{U_{-2} - U_{IZ1}}{R_4}.$$

Sva tri operacijska pojačala su idealna pa su ulazne struje operacijskih pojačala jednake nula.

$$I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{U_{UL} - U_{-1}}{R_1} = \frac{U_{-1} - U_{+2}}{R_2}$$

$$I_3 = I_4 \Rightarrow -\frac{U_{-2}}{R_3} = \frac{U_{-2} - U_{IZ1}}{R_4}$$

Operacijska pojačala su idealna pa slijedi:

$$U_{-1} = U_{+1}$$

$$U_{-2} = U_{+2}$$

$$U_{-3} = U_{+3}$$

Prema slici 3.1 izlazni napon U_{IZ2} je:

$$U_{IZ2} = U_{-3} = U_{+3}$$

$$U_{+2} = U_{+3} = U_{IZ2}$$

$$U_{-1} = U_{+1} = 0$$

$$\frac{U_{UL} - 0}{R_1} = \frac{0 - U_{+2}}{R_2} \Rightarrow U_{+2} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_{UL}$$

$$-\frac{U_{-2}}{R_3} = \frac{U_{-2} - U_{IZ1}}{R_4} \Rightarrow U_{IZ1} = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \cdot U_{-2} = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \cdot U_{+2} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \cdot U_{UL}$$

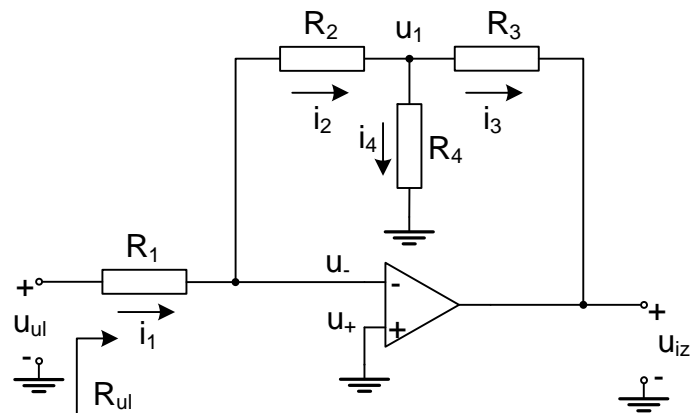
Izlazni napon U_{IZ1} je:

$$U_{IZ1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \cdot U_{UL} = -\frac{60 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^3} \cdot \left(1 + \frac{40 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^3}\right) \cdot 2 = -12 \text{ V}$$

Izlazni napon U_{IZ2} je:

$$U_{IZ2} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_{UL} = -\frac{60 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^3} \cdot 2 = -4 \text{ V}$$

ZADATAK 4. Odrediti naponsko pojačanje $A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ i ulazni otpor R_{ul} pojačala sa slike 4.1. Otpori otpornika su $R_1=R_2=R_3=100 \text{ k}\Omega$ i $R_4=1 \text{ k}\Omega$. Operacijsko pojačalo je idealno.



Slika 4.1

Rješenje:

Prema slici 4.1 možemo pisati jednačbe:

$$i_1 = \frac{u_{ul} - u_-}{R_1},$$

$$i_2 = \frac{u_- - u_1}{R_2},$$

$$i_3 = \frac{u_1 - u_{iz}}{R_3},$$

$$i_4 = \frac{u_1 - 0}{R_4}.$$

Sva tri operacijska pojačala su idealna pa su ulazne struje operacijskih pojačala jednake nula.

$$i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{u_{ul} - u_-}{R_1} = \frac{u_- - u_1}{R_2}$$

Operacijska pojačala su idealna pa slijedi:

$$u_- = u_+$$

$$u_+ = 0$$

$$\frac{u_{ul} - 0}{R_1} = \frac{0 - u_1}{R_2} \Rightarrow u_1 = -\frac{R_2}{R_1} \cdot u_{ul}$$

Suma struja u točki u_1 je nula, pa slijedi:

$$i_2 = i_3 + i_4$$

$$\frac{0 - u_1}{R_2} = \frac{u_1 - u_{iz}}{R_3} + \frac{u_1}{R_4} \Rightarrow u_{iz} = \left(1 + \frac{R_3}{R_2} + \frac{R_3}{R_4}\right) \cdot u_1 = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{R_3}{R_2} + \frac{R_3}{R_4}\right) \cdot u_{ul}$$

Iz gornjrg izraza naponsko pojačanje je:

$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{R_3}{R_2} + \frac{R_3}{R_4}\right) = -\frac{100 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3} \cdot \left(1 + \frac{100 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3} + \frac{100 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3}\right) = -102$$

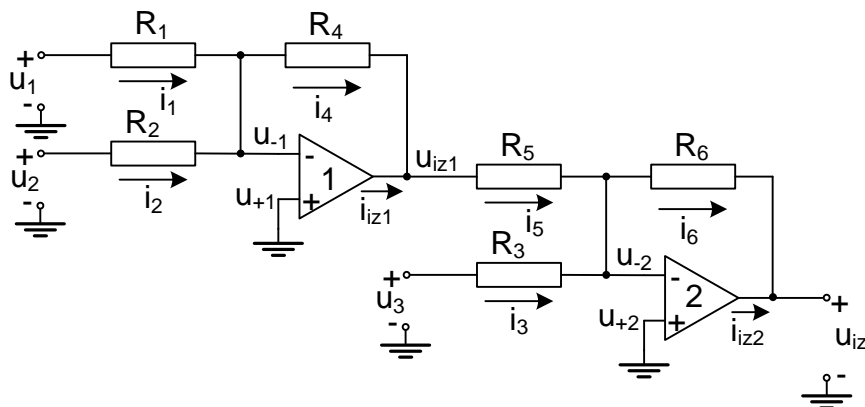
Ulazni otpor je:

$$R_{ul} = \frac{u_{ul}}{i_{ul}}$$

Ulazna struja sklopa jednaka je struji i_1 pa je ulazni otpor jednak:

$$R_{ul} = \frac{u_{ul}}{i_{ul}} = \frac{u_{ul}}{i_1} = \frac{u_{ul}}{\frac{u_{ul}}{R_1}} = R_1 = 100 \text{ k}\Omega$$

ZADATAK 5. Odrediti napon u_{iz} kao funkciju od napona u_1 , u_2 i u_3 tj. $u_{iz}=f(u_1, u_2, u_3)$ za sklop na slici 5.1. Zadano je $R_1=5 \text{ k}\Omega$, $R_2=10 \text{ k}\Omega$, $R_3=2,5 \text{ k}\Omega$, $R_4=10 \text{ k}\Omega$, $R_5=10 \text{ k}\Omega$ i $R_6=10 \text{ k}\Omega$. Operacijska pojačala su idealna.



Slika 5.1

Rješenje:

Prema slici 5.1 možemo pisati jednadžbe:

$$i_1 = \frac{u_1 - u_{-1}}{R_1},$$

$$i_2 = \frac{u_2 - u_{-1}}{R_2},$$

$$i_3 = \frac{u_3 - u_{-2}}{R_3},$$

$$i_4 = \frac{u_{-1} - u_{iz1}}{R_4},$$

$$i_5 = \frac{u_{iz1} - u_{-2}}{R_5},$$

$$i_6 = \frac{u_{-2} - u_{iz}}{R_6}.$$

Oba operacijska pojačala su idealna pa su ulazne struje operacijskih pojačala jednake nula i između ulaza nalazi se virtualni kratki spoj pa vrijedi:

$$u_{-1} = u_{+1}$$

$$u_{-2} = u_{+2}$$

Trebamo znati da izlazna struja operacijskog pojačala nije jednaka nuli tj. $i_{iz1} \neq 0$, $i_{iz2} \neq 0$, pa vrijedi:

$$i_4 \neq i_5$$

Prema slici 5.1 možemo pisati:

$$u_{-1} = u_{+1} = 0$$

$$u_{-2} = u_{+2} = 0$$

$$i_4 = i_1 + i_2 \Rightarrow \frac{0 - u_{iz1}}{R_4} = \frac{u_1 - 0}{R_1} + \frac{u_2 - 0}{R_2} \Rightarrow u_{iz1} = -u_1 \cdot \frac{R_4}{R_1} - u_2 \cdot \frac{R_4}{R_2}$$

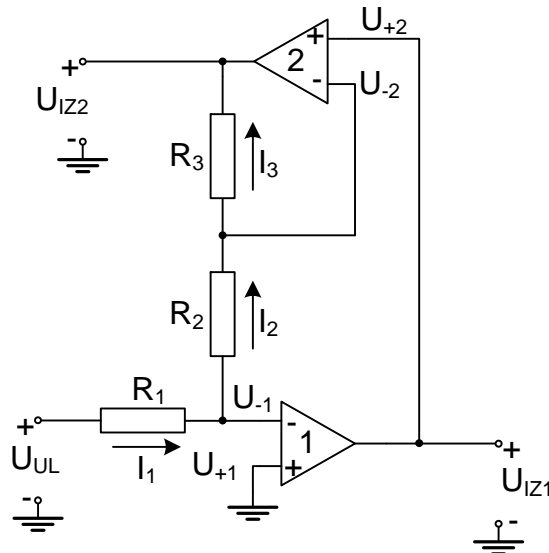
$$i_6 = i_5 + i_3 \Rightarrow \frac{0 - u_{iz}}{R_6} = \frac{u_{iz1} - 0}{R_5} + \frac{u_3 - 0}{R_3} \Rightarrow u_{iz} = -u_{iz1} \cdot \frac{R_6}{R_5} - u_3 \cdot \frac{R_6}{R_3}$$

$$u_{iz} = u_1 \cdot \frac{R_4}{R_1} \cdot \frac{R_6}{R_5} + u_2 \cdot \frac{R_4}{R_2} \cdot \frac{R_6}{R_5} - u_3 \cdot \frac{R_6}{R_3}$$

$$u_{iz} = u_1 \cdot \frac{10 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^3} \cdot \frac{10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3} + u_2 \cdot \frac{10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3} \cdot \frac{10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3} - u_3 \cdot \frac{10 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 10^3} = 2 \cdot u_1 + u_2 - 4 \cdot u_3$$

Ako pogledamo sliku možemo vidjeti da prvi dio sklopa, koji se sastoji od operacijskog pojačala 1, R_1 , R_2 i R_4 , predstavlja zbrajalo. Isto tako drugi dio sklopa, koji se sastoji od operacijskog pojačala 2, R_3 , R_5 i R_6 , predstavlja zbrajalo i još k tome invertira signal.

ZADATAK 6. Odrediti izlazne napone U_{IZ1} i U_{IZ2} u ovisnosti o ulaznom naponu U_{UL} . Izračunati napone U_{IZ1} i U_{IZ2} uz $U_{UL}=0,1$ V i $R_1=1$ k Ω , $R_2=10$ k Ω , $R_3=50$ k Ω . Operacijska pojačala su idealna.



Slika 6.1

Rješenje:

Prema slici 6.1 možemo pisati jednadžbe:

$$I_1 = \frac{U_1 - U_{-1}}{R_1},$$

$$I_2 = \frac{U_{-1} - U_{-2}}{R_2},$$

$$I_3 = \frac{U_{-2} - U_{IZ2}}{R_3},$$

$$U_{+1} = 0,$$

$$U_{+2} = U_{IZ1}.$$

Oba operacijska pojačala su idealna pa su ulazne struje operacijskih pojačala jednake nula i između ulaza nalazi se virtualni kratki spoj pa vrijedi:

$$U_{-1} = U_{+1} = 0$$

$$U_{-2} = U_{+2} = U_{IZ1}$$

$$I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{U_{UL} - 0}{R_1} = \frac{0 - U_{IZ1}}{R_2} \Rightarrow U_{IZ1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_{UL}$$

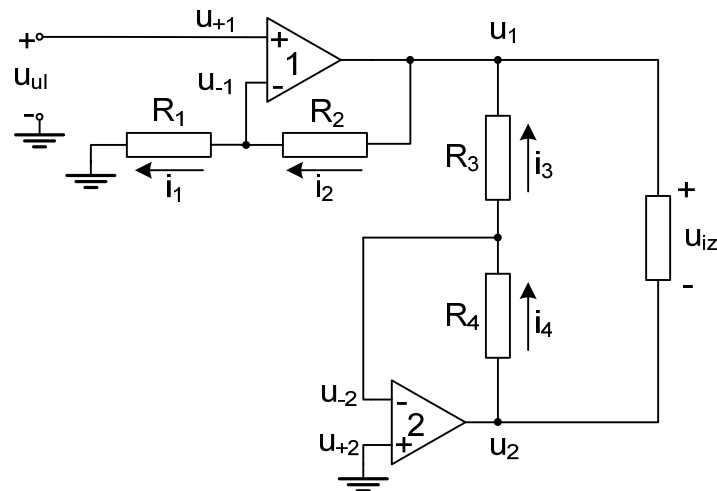
$$I_2 = I_3 \Rightarrow \frac{0 - U_{IZ1}}{R_2} = \frac{U_{IZ1} - U_{IZ2}}{R_3} \Rightarrow U_{IZ2} = \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) \cdot U_{IZ1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) \cdot U_{UL}$$

Ako je ulazni napon $U_{UL}=0,1$ V izlazni naponi su jednaki:

$$U_{IZ1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_{UL} = -\frac{10 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3} \cdot 0,1 = -1 \text{ V}$$

$$U_{IZ2} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) \cdot U_{UL} = -\frac{10 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3} \cdot \left(1 + \frac{50 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3}\right) \cdot 0,1 = -6 \text{ V}$$

ZADATAK 7. Odrediti naponsko pojačanje $A_v = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ pojačala sa slike 7.1. Otpori otpornika su $R_1=10 \text{ k}\Omega$ i $R_2=R_3=R_4=100 \text{ k}\Omega$. Operacijska pojačala su idealna.



Slika 7.1

Rješenje:

Prema slici 7.1 možemo pisati jednadžbe:

$$i_1 = \frac{u_{-1} - 0}{R_1},$$

$$i_2 = \frac{u_1 - u_{-1}}{R_2},$$

$$i_3 = \frac{u_{-2} - u_1}{R_3},$$

$$i_4 = \frac{u_2 - u_{-2}}{R_4},$$

$$u_{+1} = u_{ul},$$

$$u_{iz} = u_1 - u_2,$$

$$u_{+2} = 0.$$

Oba operacijska pojačala su idealna pa su ulazne struje operacijskih pojačala jednake nula i između ulaza nalazi se virtualni kratki spoj pa vrijedi:

$$u_{-1} = u_{+1} = u_{ul}$$

$$u_{-2} = u_{+2} = 0$$

$$i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{u_{ul}}{R_1} = \frac{u_1 - u_{ul}}{R_2} \Rightarrow u_1 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot u_{ul}$$

$$i_3 = i_4 \Rightarrow -\frac{u_1}{R_3} = \frac{u_2}{R_4} \Rightarrow u_2 = -\frac{R_4}{R_3} \cdot u_1 = -\frac{R_4}{R_3} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot u_{ul}$$

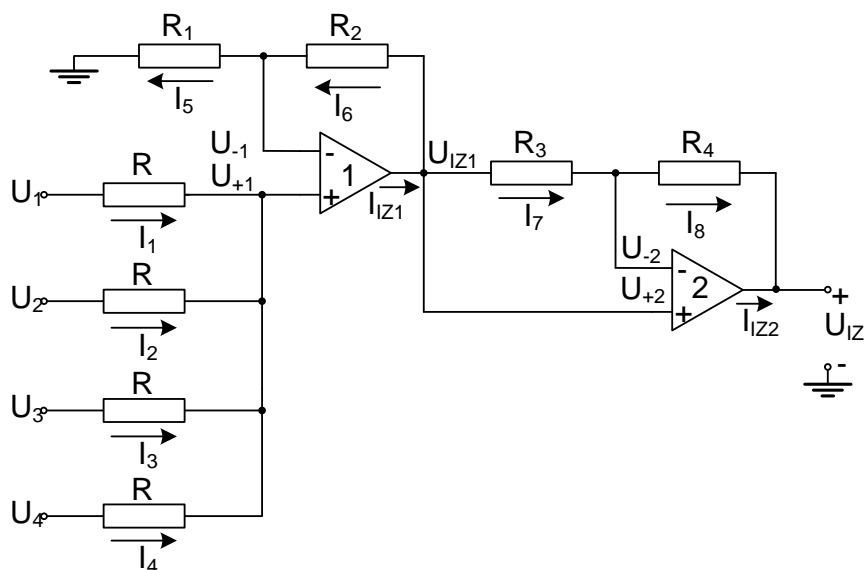
Izlazni napon je jednak:

$$u_{iz} = u_1 - u_2 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot u_{ul} + \frac{R_4}{R_3} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot u_{ul} = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot u_{ul}$$

Naponsko pojačanje je:

$$A_v = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = \left(1 + \frac{100 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3}\right) \cdot \left(1 + \frac{100 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3}\right) = 22$$

ZADATAK 8. Odrediti izlazni napon sklopa sa slike 8.1. Zadano je $U_1=6$ V, $U_2=3$ V, $U_3=1$ V, $U_4=2$ V, $R_1=3$ k Ω , $R_2=30$ k Ω , $R_3=20$ k Ω i $R_4=20$ k Ω . Operacijska pojačala su idealna



Slika 8.1

Rješenje:

Prema slici 8.1 možemo pisati jednačbe:

$$I_1 = \frac{U_1 - U_{+1}}{R},$$

$$I_2 = \frac{U_2 - U_{+1}}{R},$$

$$I_3 = \frac{U_3 - U_{+1}}{R},$$

$$I_4 = \frac{U_4 - U_{+1}}{R},$$

$$I_5 = \frac{U_{-1} - 0}{R_1},$$

$$I_6 = \frac{U_{IZ1} - u_{-1}}{R_2},$$

$$I_7 = \frac{U_{IZ1} - U_{-2}}{R_3},$$

$$I_8 = \frac{U_{-2} - U_{IZ}}{R_4},$$

$$U_{+2} = U_{IZ1}.$$

Oba operacijska pojačala su idealna pa su ulazne struje operacijskih pojačala jednake nula i između ulaza nalazi se virtualni kratki spoj pa vrijedi:

$$U_{-1} = U_{+1}$$

$$U_{-2} = U_{+2} = U_{IZ1}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0 \Rightarrow \frac{U_1 - U_{+1}}{R} + \frac{U_2 - U_{+1}}{R} + \frac{U_3 - U_{+1}}{R} + \frac{U_4 - U_{+1}}{R} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_1 - U_{+1} + U_2 - U_{+1} + U_3 - U_{+1} + U_4 - U_{+1} = 0 \Rightarrow U_{-1} = U_{+1} = \frac{U_1 + U_2 + U_3 + U_4}{4}$$

$$I_5 = I_6 \Rightarrow \frac{U_{-1}}{R_1} = \frac{U_{IZ1} - U_{-1}}{R_2} \Rightarrow U_{IZ1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot U_{-1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{U_1 + U_2 + U_3 + U_4}{4}$$

Oba priključka otpornika R_3 su na istom potencijalu pa struja kroz njega neće teći. Struja ne teče ni kroz otpornik R_4 .

$$I_7 = I_8 \Rightarrow \frac{U_{IZ1} - U_{IZ1}}{R_3} = \frac{U_{IZ1} - U_{IZ}}{R_4} = 0 \Rightarrow U_{IZ} = U_{IZ1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{U_1 + U_2 + U_3 + U_4}{4}$$

Ako je $U_1=6$ V, $U_2=3$ V, $U_3=1$ V i $U_4=2$ V onda je izlazni napon jednak:

$$U_{IZ} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{U_1 + U_2 + U_3 + U_4}{4} = \left(1 + \frac{30 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^3}\right) \cdot \frac{6 + 3 + 1 + 2}{4} = 33 \text{ V}$$

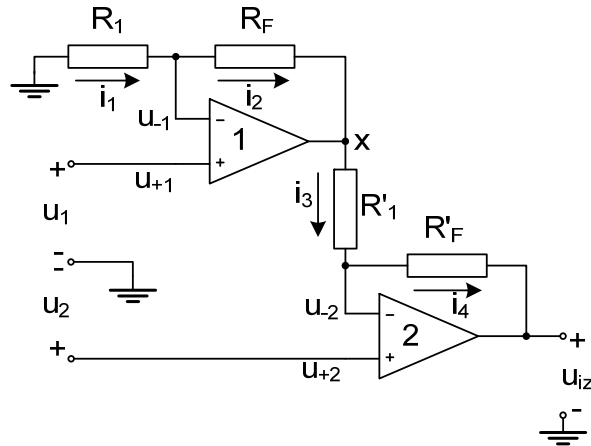
ZADATAK 9. Zadano je diferencijско pojačalo na slici 9.1.

a) Uz $R_I=R'_F$ i $R'_I=R_F$ izvesti izraz za pojačanje $A_v = \frac{u_{iz}}{u_1 - u_2}$. Operacijska pojačala su

idealna.

b) Ako su $R_I=100$ k Ω i $R_F=1$ k Ω izračunati izlazni napon ako je amplituda ulaznog diferencijskog napona $U_{ulm}=U_{I1m}-U_{2m}=100$ mV.

- c) Ako su obje ulazne stezaljke na istom potencijalu $U_1=U_2=5$ V koliki će biti napon u točki X, a koliki na izlazu?



Slika 9.1

Rješenje:

a. Prema slici 9.1 možemo pisati jednadžbe:

$$i_1 = \frac{0 - u_{-1}}{R_1},$$

$$i_2 = \frac{u_{-1} - u_X}{R_F},$$

$$i_3 = \frac{u_X - u_{+2}}{R'_1},$$

$$i_4 = \frac{u_{+2} - u_{iz}}{R'_F}.$$

Oba operacijska pojačala su idealna pa su ulazne struje operacijskih pojačala jednake nula.

$$i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{0 - u_{-1}}{R_1} = \frac{u_{-1} - u_X}{R_F}$$

$$i_3 = i_4 \Rightarrow \frac{u_X - u_{+2}}{R'_1} = \frac{u_{+2} - u_{iz}}{R'_F}$$

Operacijska pojačala su idealna pa slijedi:

$$u_{-1} = u_{+1}$$

$$u_{-2} = u_{+2}$$

Prema slici 9.1 ulazni naponi u_1 i u_2 su:

$$u_1 = u_{+1}$$

$$u_2 = u_{+2}$$

$$-\frac{u_1}{R_1} = \frac{u_1 - u_X}{R_F} \Rightarrow u_X = \frac{R_1 + R_F}{R_1} \cdot u_1$$

$$\frac{u_X - u_2}{R'_1} = \frac{u_2 - u_{iz}}{R'_F} \Rightarrow u_X = \frac{R'_1 + R'_F}{R'_F} \cdot u_2 - \frac{R'_1}{R'_F} \cdot u_{iz}$$

Uz $R_1 = R'_F$ i $R_F = R'_1$ gornji izraz možemo pisati:

$$u_X = \frac{R_F + R_1}{R_1} \cdot u_2 - \frac{R_F}{R_1} \cdot u_{iz}$$

$$\frac{R_1 + R_F}{R_1} \cdot u_1 = \frac{R_1 + R_F}{R_1} \cdot u_2 - \frac{R_F}{R_1} \cdot u_{iz} \Rightarrow u_{iz} = -\frac{R_1}{R_F} \cdot \frac{R_1 + R_F}{R_1} (u_1 - u_2)$$

Iz gornjeg izraza naponsko pojačanje je:

$$A_V = \frac{u_{iz}}{u_1 - u_2} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = -\left(1 + \frac{R_1}{R_F}\right)$$

b. $R_1=100 \text{ k}\Omega$, $R_F=1 \text{ k}\Omega$ i $u_{ul}=u_1-u_2=100 \text{ mV}$

Izlazni napon u_{iz} jednak je:

$$u_{iz} = -\left(1 + \frac{R_1}{R_F}\right) \cdot (u_1 - u_2) = -\left(1 + \frac{R_1}{R_F}\right) \cdot u_{ul} = -\left(1 + \frac{100 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3}\right) \cdot 100 \cdot 10^{-3} = -10,1 \text{ V}$$

c. $R_1=100 \text{ k}\Omega$, $R_F=1 \text{ k}\Omega$ i $U_1=U_2=5 \text{ V}$

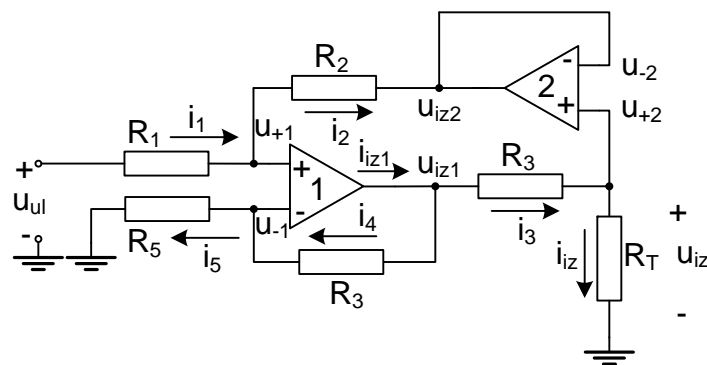
Izlazni napon u_{iz} jednak je:

$$U_{iz} = -\left(1 + \frac{R_1}{R_F}\right) \cdot (U_1 - U_2) = -\left(1 + \frac{100 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3}\right) \cdot (5 - 5) = 0 \text{ V}$$

Napon U_X jednak je:

$$U_X = \left(1 + \frac{R_F}{R_1}\right) \cdot U_1 = \left(1 + \frac{100 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3}\right) \cdot 5 = 5,05 \text{ V}$$

ZADATAK 10. Odrediti struju i_{iz} kao funkciju ulaznog napona u_{ul} i izlaznog napona u_{iz} tj. $i_{iz}=f(u_{ul}, u_{iz})$ za sklop na slici 10.1. Uz koje uvjete izlazna struja neće ovisiti o iznosu priključenog trošila R_T . Operacijska pojačala su idealna.



Slika 10.1

Rješenje:

Prema slici 10.1 možemo pisati jednadžbe:

$$i_1 = \frac{u_{ul} - u_{+1}}{R_1},$$

$$i_2 = \frac{u_{+1} - u_{iz2}}{R_2},$$

$$i_3 = \frac{u_{iz1} - u_{iz}}{R_3},$$

$$i_4 = \frac{u_{iz1} - u_{-1}}{R_4},$$

$$i_5 = \frac{u_{-1} - 0}{R_5},$$

$$i_{iz} = \frac{u_{iz} - 0}{R_T},$$

$$u_{+2} = u_{iz1},$$

$$u_{-2} = u_{iz2}.$$

Oba operacijska pojačala su idealna pa su ulazne struje operacijskih pojačala jednake nula i između ulaza nalazi se virtualni kratki spoj pa vrijedi:

$$u_{-1} = u_{+1}$$

$$u_{-2} = u_{+2} = u_{iz2} = u_{iz}$$

$$i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{u_{ul} - u_{-1}}{R_1} = \frac{u_{-1} - u_{iz}}{R_2} \Rightarrow u_{-1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot u_{ul} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot u_{iz}$$

$$i_4 = i_5 \Rightarrow \frac{u_{iz1} - u_{-1}}{R_4} = \frac{u_{-1}}{R_5} \Rightarrow u_{iz1} = \left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right) \cdot u_{-1} = \left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right) \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot u_{ul} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot u_{iz}\right)$$

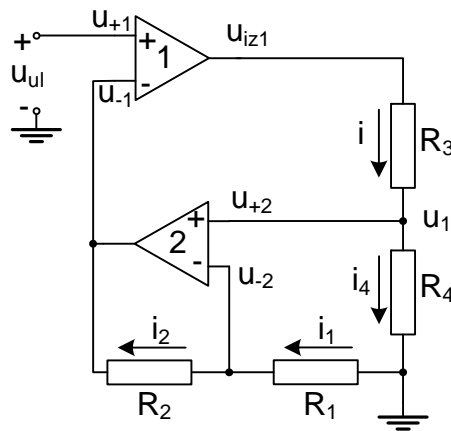
$$i_{iz} = i_3 = \frac{u_{iz1} - u_{iz}}{R_3} = \frac{\left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right) \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot u_{ul} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot u_{iz}\right) - u_{iz}}{R_3}$$

$$i_{iz} = \left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right) \cdot \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} \cdot \frac{1}{R_3} \cdot u_{ul} + \left[\left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right) \cdot \frac{R_1}{(R_1 + R_2)} \cdot \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_3}\right] \cdot u_{iz}$$

Struja neće ovisiti o priključenom trošilu ako ne ovisi o izlaznom naponu. To znači da u gornjem izrazu član uz izlazni napon mora biti jednak nuli:

$$\left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_3} = 0 \Rightarrow \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_5}{R_4 + R_5} \Rightarrow R_1 = R_5 \text{ i } R_2 = R_4$$

ZADATAK 11. Za sklop na slici 11.1 odrediti omjer $\frac{i}{u_{ul}}$. Operacijska pojačala su idealna.



Slika 11.1

Rješenje:

Prema slici 11.1 možemo pisati jednadžbe:

$$i_1 = \frac{0 - u_{-2}}{R_1},$$

$$i_2 = \frac{u_{-2} - u_{-1}}{R_2},$$

$$i_4 = \frac{u_1 - 0}{R_4},$$

$$i = \frac{u_{iz1} - u_1}{R_3},$$

$$u_{+2} = u_1,$$

$$u_{+1} = u_{ul}.$$

Oba operacijska pojačala su idealna pa su ulazne struje operacijskih pojačala jednake nula i između ulaza nalazi se virtualni kratki spoj pa vrijedi:

$$u_{-1} = u_{+1}$$

$$u_{-2} = u_{+2} = u_1$$

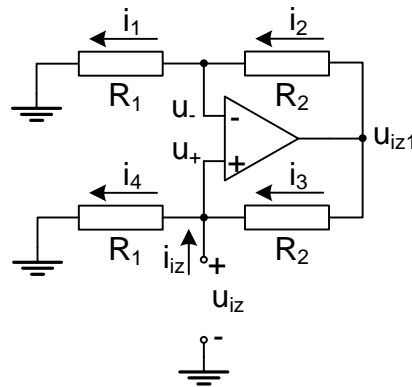
$$i_1 = i_2 \Rightarrow -\frac{u_1}{R_1} = \frac{u_1 - u_{ul}}{R_2} \Rightarrow u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot u_{ul}$$

$$i = i_4 = \frac{u_1}{R_4} = \frac{\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot u_{ul}}{R_4} = \frac{1}{R_4 \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} \cdot u_{ul}$$

Traženi omjer je:

$$\frac{i}{u_{ul}} = \frac{1}{R_4 \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$$

ZADATAK 12. Odrediti struju i_{iz} kao funkciju izlaznog napona u_{iz} tj. $i_{iz}=f(u_{iz})$ za sklop na slici 10.1. Operacijska pojačala su idealna.



Slika 12.1

Rješenje:

Prema slici 12.1 možemo pisati jednadžbe:

$$i_1 = \frac{u_- - 0}{R_1},$$

$$i_2 = \frac{u_{iz1} - u_-}{R_2},$$

$$i_3 = \frac{u_{iz1} - u_+}{R_2},$$

$$i_4 = \frac{u_+ - 0}{R_1}$$

$$u_+ = u_{iz}.$$

Operacijsko pojačalo je idealno pa su ulazne struje operacijskog pojačala jednake nula i između ulaza nalazi se virtualni kratki spoj pa vrijedi:

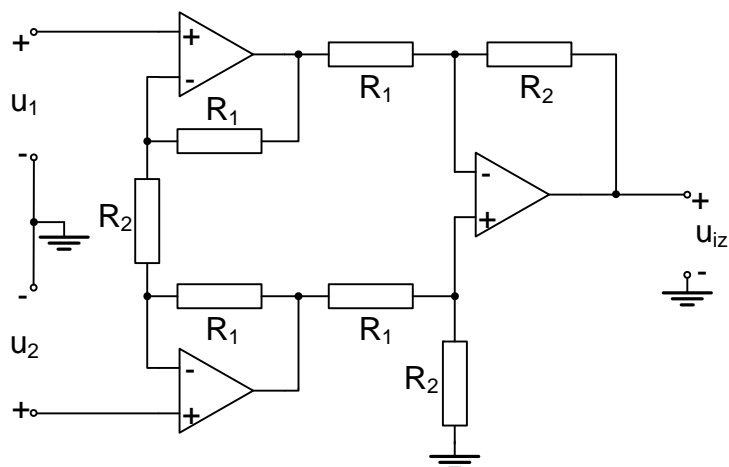
$$u_- = u_+ = u_{iz}$$

$$i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{u_{iz}}{R_1} = \frac{u_{iz1} - u_{iz}}{R_2} \Rightarrow u_{iz1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot u_{iz}$$

$$i_{iz} = i_4 - i_3 = \frac{u_{iz}}{R_1} - \frac{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot u_{iz} - u_{iz}}{R_2} = \frac{u_{iz}}{R_1} - \frac{u_{iz} + \frac{R_2}{R_1} \cdot u_{iz} - u_{iz}}{R_2} =$$

$$= \frac{u_{iz}}{R_1} - \frac{\frac{R_2}{R_1} \cdot u_{iz}}{R_2} = \frac{u_{iz}}{R_1} - \frac{u_{iz}}{R_1} = 0$$

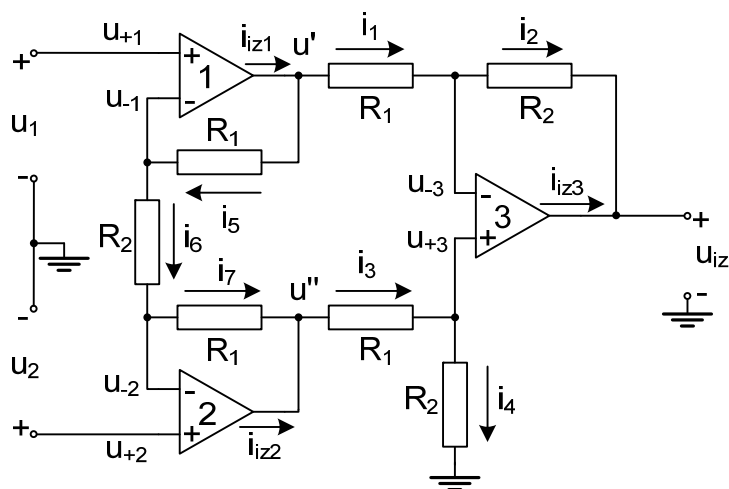
ZADATAK 13. Za sklop sa slike 13.1 izvesti prijenosnu funkciju $A_v = \frac{u_{iz}}{u_2 - u_1}$. Izračunati u_{iz} ako je $U_2=15$ mV i $U_1=5$ mV. Zadano je $R_2=10 \cdot R_1$.



Slika 13.1

Rješenje:

Za rješavanje ovog zadatka poslužit će nam slika 13.2.



Slika 13.2

Prema slici 13.2 možemo pisati jednadžbe:

$$i_1 = \frac{u' - u_{-3}}{R_1},$$

$$i_2 = \frac{u_{-3} - u_{iz}}{R_2},$$

$$i_3 = \frac{u'' - u_{+3}}{R_1},$$

$$i_4 = \frac{u_{+3} - 0}{R_2},$$

$$i_5 = \frac{u' - u_{-1}}{R_1},$$

$$i_6 = \frac{u_{-1} - u_{-2}}{R_2},$$

$$i_7 = \frac{u_{-2} - u''}{R_1}.$$

Sva operacijska pojačala su idealna pa su ulazne struje operacijskih pojačala jednake nula.

$$i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{u' - u_{-3}}{R_1} = \frac{u_{-3} - u_{iz}}{R_2}$$

$$i_3 = i_4 \Rightarrow \frac{u'' - u_{+3}}{R_1} = \frac{u_{+3} - 0}{R_2}$$

$$i_5 = i_6 = i_7 \Rightarrow \frac{u' - u_{-1}}{R_1} = \frac{u_{-1} - u_{-2}}{R_2} = \frac{u_{-2} - u''}{R_1}$$

Međutim treba paziti na izlazne struje operacijskih pojačala koje nisu jednake nuli tj. $i_{iz1} \neq 0$, $i_{iz2} \neq 0$ i $i_{iz3} \neq 0$. Operacijska pojačala su idealna pa slijedi:

$$u_{-1} = u_{+1}$$

$$u_{-2} = u_{+2}$$

$$u_{-3} = u_{+3} = u_3$$

Prema slici 13.2 ulazni naponi u_1 i u_2 su:

$$u_1 = u_{+1}$$

$$u_2 = u_{+2}$$

$$\frac{u' - u_3}{R_1} = \frac{u_3 - u_{iz}}{R_2} \Rightarrow u_3 = \frac{R_2 \cdot u' + R_1 \cdot u_{iz}}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{u'' - u_3}{R_1} = \frac{u_3}{R_2} \Rightarrow u_3 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot u''$$

$$\frac{R_2 \cdot u' + R_1 \cdot u_{iz}}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot u'' \Rightarrow u_{iz} = \frac{R_2}{R_1} \cdot (u'' - u')$$

$$\frac{u' - u_1}{R_1} = \frac{u_1 - u_2}{R_2} \Rightarrow u' = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot u_1 - \frac{R_1}{R_2} \cdot u_2$$

$$\frac{u_1 - u_2}{R_2} = \frac{u_2 - u''}{R_1} \Rightarrow u'' = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot u_2 - \frac{R_1}{R_2} \cdot u_1$$

$$u_{iz} = \frac{R_2}{R_1} \cdot (u'' - u') = \frac{R_2}{R_1} \cdot \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot u_2 - \frac{R_1}{R_2} \cdot u_1 - \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot u_1 - \frac{R_1}{R_2} \cdot u_2 \right) \right)$$

$$u_{iz} = \left(2 + \frac{R_2}{R_1} \right) \cdot (u_2 - u_1)$$

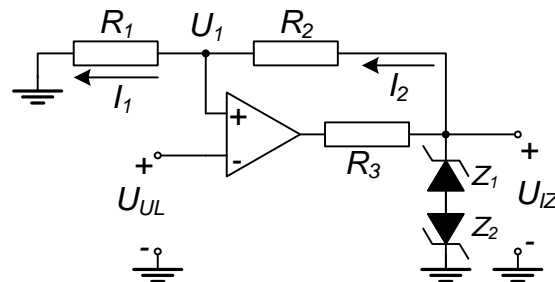
Naponsko pojačanje je:

$$A_v = \frac{u_{iz}}{u_2 - u_1} = 2 + \frac{R_2}{R_1} = 2 + \frac{10 \cdot R_1}{R_1} = 12$$

Ako je $u_2 = U_2 = 15 \text{ mV}$ i $u_1 = U_1 = 5 \text{ mV}$ izlazni napon je:

$$U_{iz} = A_v \cdot (U_2 - U_1) = 12 \cdot (15 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-3}) = 120 \text{ mV}$$

ZADATAK 14. Koliko iznosi izlazni napon za sklop komparatora na slici ako je ulazni napon -4V? Zadano je $R_1=10\text{k}\Omega$, $R_2=15\text{k}\Omega$, $R_3=10\text{k}\Omega$ i $U_{ZI}=U_{ZL}=5,6\text{V}$. Operacijsko pojačalo je idealno.



Slika 14.1.

Rješenje:

Ako je operacijsko pojačalo idealno onda su struje I_1 i I_2 jednake.

Da bi riješili ovaj zadatak prvo trebamo odrediti koliki je napon U_I . Prema slici 14.1. napon U_I je jednak:

$$U_I = I_1 \cdot R_1 \Rightarrow I_1 = \frac{U_I}{R_1}$$

Izlazni napon je jednak:

$$U_{IZ} = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 \mid I_1 = I_2 \Rightarrow I_1 = \frac{U_{IZ}}{R_1 + R_2}$$

Izjednačavanjem gornjih jednažbi dobivamo napon U_I :

$$I_1 = \frac{U_I}{R_1} = \frac{U_{IZ}}{R_1 + R_2}$$

$$U_I = \frac{U_{IZ} \cdot R_1}{R_1 + R_2}$$

Izlazni napon jednak je:

$$U_{IZ} = \pm(U_Z + U_D) = \pm(5,6 + 0,7) = \pm 6,3\text{V},$$

A napon U_I :

$$U_I = \frac{U_{IZ} \cdot R_1}{R_1 + R_2} = \frac{\pm 6,3 \cdot 10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 15 \cdot 10^3} = \pm 2,52\text{V}$$

Izlazni napon operacijskog pojačala dobiva se prema izrazu:

$$U_{IZOP} = A_{VOP} \cdot (U_I - U_{UL})$$

Nama je bitna razlika $U_I - U_{UL}$. Ako je ta razlika pozitivna izlazni napon operacijskog pojačala je pozitivan odnosno izlazni napon je +6,3V, a ako je ta razlika negativna izlazni napon operacijskog pojačala je negativan odnosno izlazni napon je -6,3V

Ako je izlazni napon jednak 6,3V onda je $U_I = 2,52\text{V}$.

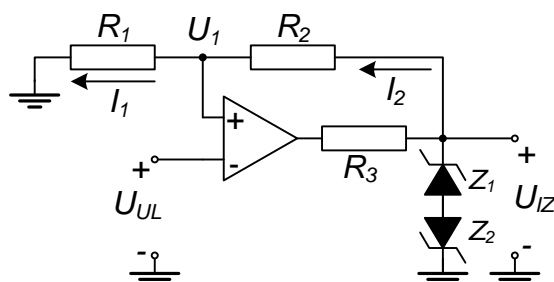
Razlika $U_I - U_{UL} = 2,52 - (-4) = 6,52\text{V} > 0$ izlazni napon je pozitivan +6,3V.

Ako je izlazni napon jednak -6,3V onda je $U_I = -2,52\text{V}$.

Razlika $U_I - U_{UL} = -2,52 - (-4) = 1,48\text{V} > 0$ izlazni napon je pozitivan +6,3V.

Bez obzira da li je na izlazu bio pozitivan ili negativan napon ako se na ulaz priključi napon iznosa -4V na izlazu će biti pozitivan napon tj. izlazni napon je jednak +6,3V.

ZADATAK 15. Koliko iznosi izlazni napon za sklop komparatora na slici ako je ulazni napon -1V? Zadano je $R_1=10\text{k}\Omega$, $R_2=15\text{k}\Omega$, $R_3=10\text{k}\Omega$ i $U_{Z1}=U_{Z2}=5,6\text{V}$. Operacijsko pojačalo je idealno.



Slika 15.1.

Rješenje:

Izlazni napon jednak je:

$$U_{IZ} = \pm(U_Z + U_D) = \pm(5,6 + 0,7) = \pm 6,3\text{V},$$

A napon U_1 :

$$U_1 = \frac{U_{IZ} \cdot R_1}{R_1 + R_2} = \frac{\pm 6,3 \cdot 10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 15 \cdot 10^3} = \pm 2,52\text{V}$$

Ako je izlazni napon jednak 6,3V onda je $U_1=2,52\text{V}$.

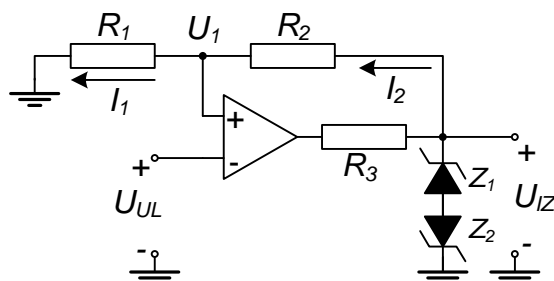
Razlika $U_1 - U_{UL} = 2,52 - (-1) = 3,52\text{V} > 0$ izlazni napon je pozitivan +6,3V.

Ako je izlazni napon jednak -6,3V onda je $U_1=-2,52\text{V}$.

Razlika $U_1 - U_{UL} = -2,52 - (-1) = -1,52\text{V} < 0$ izlazni napon je negativan -6,3V.

Iz ovog razmatranja možemo zaključiti da je izlaz pozitivan ako je bio pozitivan i prije priključenja ulaznog napona od -1V, odnosno izlaz je negativan ako je bio pozitivan prije priključenja istog ulaznog napona. Znači nismo u mogućnosti sa sigurnošću utvrditi koji je izlazni napon.

ZADATAK 16. Koliko iznosi izlazni napon za sklop komparatora na slici ako je ulazni napon +4V? Zadano je $R_1=10\text{k}\Omega$, $R_2=15\text{k}\Omega$, $R_3=10\text{k}\Omega$ i $U_{Z1}=U_{Z2}=5,6\text{V}$. Operacijsko pojačalo je idealno.



Slika 16.1.

Rješenje:

Izlazni napon jednak je:

$$U_{IZ} = \pm(U_Z + U_D) = \pm(5,6 + 0,7) = \pm 6,3\text{V},$$

A napon U_I :

$$U_I = \frac{U_{IZ} \cdot R_1}{R_1 + R_2} = \frac{\pm 6,3 \cdot 10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 15 \cdot 10^3} = \pm 2,52V$$

Ako je izlazni napon jednak 6,3V onda je $U_I = 2,52V$.

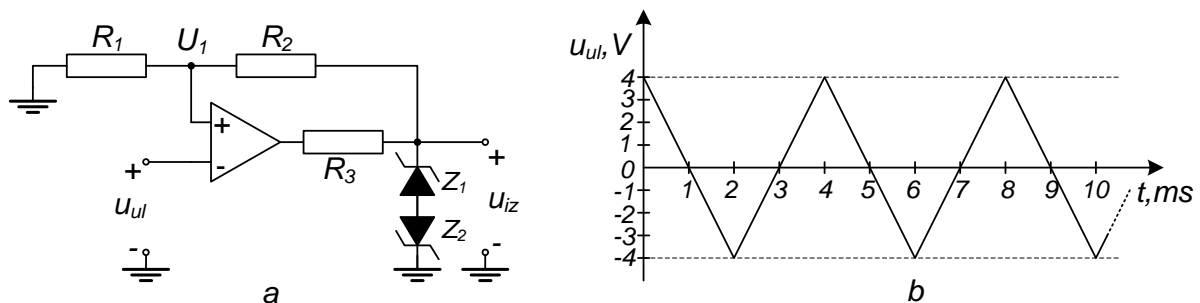
Razlika $U_I - U_{UL} = 2,52 - 4 = -1,48V < 0$ izlazni napon je negativan -6,3V.

Ako je izlazni napon jednak -6,3V onda je $U_I = -2,52V$.

Razlika $U_I - U_{UL} = -2,52 - 4 = -6,52V < 0$ izlazni napon je negativan -6,3V.

Bez obzira da li je na izlazu bio pozitivan ili negativan napon ako se na ulaz priključi napon iznosa +4V na izlazu će biti negativan napon tj. izlazni napon je jednak -6,3V.

ZADATAK 17. Za komparator sa slike 17.1.a nacrtati izlazni napon i prijenosnu karakteristiku ako ulazni napon prikazan na slici 17.1.b Zadano je $R_1=10k\Omega$, $R_2=15k\Omega$, $R_3=10k\Omega$ i $U_{ZI} = U_{ZD} = 5,6V$. Operacijsko pojačalo je idealno.



Slika 17.1.

Rješenje:

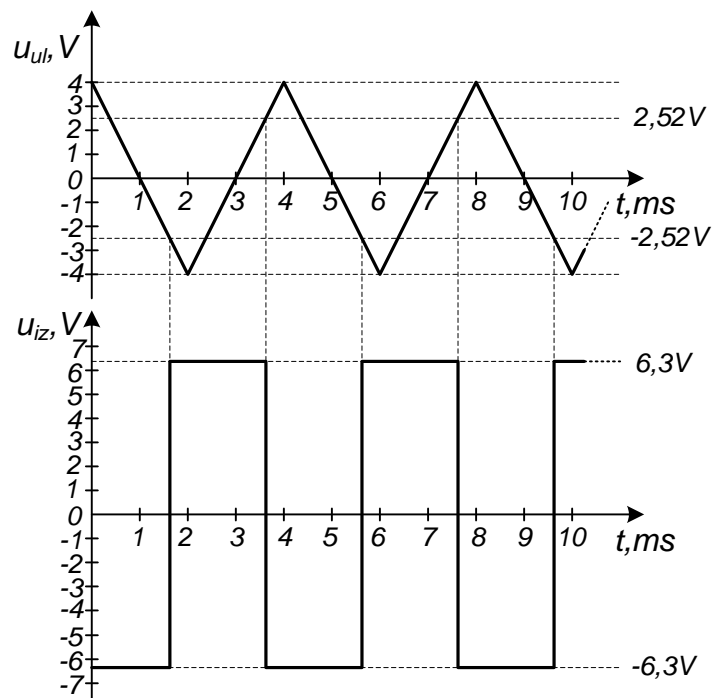
Izlazni napon jednak je:

$$U_{IZ} = \pm(U_Z + U_D) = \pm(5,6 + 0,7) = \pm 6,3V,$$

A napon U_I :

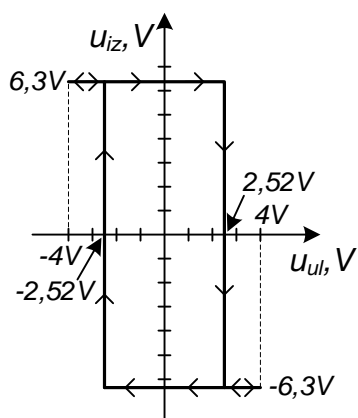
$$U_I = \frac{U_{IZ} \cdot R_1}{R_1 + R_2} = \frac{\pm 6,3 \cdot 10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 15 \cdot 10^3} = \pm 2,52V$$

U trenutku $t=0$ ulazni napon jednak je +4V, pa prema zadatku 16 izlazni napon jednak je $u_{iz} = -6,3V$. Izlazni napon ostati će negativan sve dok je razlika $U_I - u_{ul} < 0$. Budući da operacijsko pojačalo idealno razlika $U_I - u_{ul}$ može biti jako mala da bi postojao izlazni napon operacijskog pojačala, pa možemo reći da će operacijsko pojačalo promijeniti izlaz kad u_{ul} dosegne vrijednost U_I . To znači da će izlaz poprimiti vrijednost +6,3V kad u_{ul} padne na iznos -2,52V. Ako ulazni napon nastavi padati do -4V izlaz ostaje na +6,3V, jer je $U_I - u_{ul} > 0$. Sad ulazni napon počinje rast, a izlazni napon poprima vrijednost -6,3V kad ulazni napon poprimi vrijednost +2,52V. Prema ovom razmatranju možemo nacrtati izlazni napon.



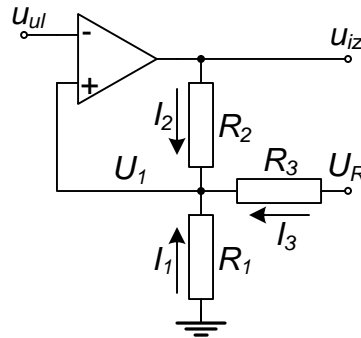
Slika 17.2.

Prijenosna karakteristika prikazana je na slici 17.3.



Slika 17.3.

ZADATAK 18. Za komparator sa slike 18.1. odrediti napone praga okidanja U_{PV} i U_{PN} . Operacijsko pojačalo je idealno.



Slika 18.1.

Rješenje:

Iz slike 18.1. slijedi:

$$I_1 = \frac{0 - U_1}{R_1},$$

$$I_2 = \frac{u_{iz} - U_1}{R_2},$$

$$I_3 = \frac{U_R - U_1}{R_3}.$$

Ako je operacijsko pojačalo idealno onda možemo pisati:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\frac{0 - U_1}{R_1} + \frac{u_{iz} - U_1}{R_2} + \frac{U_R - U_1}{R_3} = 0$$

Nakon kraćeg izvoda dobijemo sljedeći izraz za prag okidanja:

$$U_1 = \left(\frac{u_{iz}}{R_2} + \frac{U_R}{R_3} \right) \cdot (R_1 \parallel R_2 \parallel R_3)$$

Za $u_{iz} = U_{IZmax}$ $U_I = U_{PV}$ pa možemo pisati:

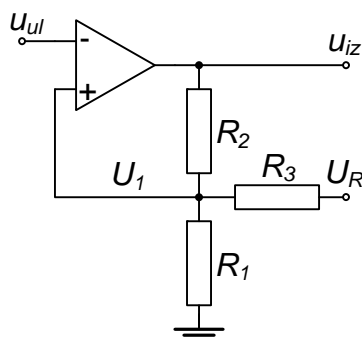
$$U_{PV} = \left(\frac{U_{IZmax}}{R_2} + \frac{U_R}{R_3} \right) \cdot (R_1 \parallel R_2 \parallel R_3)$$

Za $u_{iz} = U_{IZmin}$ $U_I = U_{PN}$ pa možemo pisati:

$$U_{PN} = \left(\frac{U_{IZmin}}{R_2} + \frac{U_R}{R_3} \right) \cdot (R_1 \parallel R_2 \parallel R_3)$$

Ako je izlaz realiziran kao u predhodnim zadacima ma izlazu imamo $|U_{IZmin}| = |U_{IZmax}|$. Ako koristimo sklop iz predhodnih zadataka prago okidanja za pozitivan izlaz (U_{IZmax}) biti će pozitivan, a za negativn izlaz (U_{IZmin}) biti će negativan. Za sklop realiziran u ovom zadatku oba praga okidanja mogu biti pozitivni ili negativni u ovisnosti o referentnom naponu U_R i iznosima otpornika R_1 , R_2 i R_3 .

ZADATAK 19. Za komparator sa slike 19.1. odrediti vrijednosti otpornika R_2 i R_3 uz koje će naponi praga okidanja biti $U_{PV}=5,1$ V i $U_{PN}=4,9$ V. Zadano je $U_{IZ} = \pm 13$ V, $U_R = 15$ V i $R_1 = 11k\Omega$. Operacijsko pojačalo je idealno.



Slika 19.1.

Rješenje:

Iz zadatka 18 možemo pisati sljedeće jednačbe:

$$-\frac{U_{PV}}{R_1} + \frac{U_{IZ\max} - U_{PV}}{R_2} + \frac{U_R - U_{PV}}{R_3} = 0$$

$$-\frac{U_{PN}}{R_1} + \frac{U_{IZ\min} - U_{PN}}{R_2} + \frac{U_R - U_{PN}}{R_3} = 0$$

Nakon kraćeg izvoda i uz $U_{IZ\min} = -U_{IZ\max}$ dobivamo:

$$R_2 = \frac{U_R \cdot (2 \cdot U_{IZ\max} + U_{PN} - U_{PV}) - U_{IZ\max} \cdot (U_{PN} + U_{PV})}{U_R \cdot (U_{PV} - U_{PN})} \cdot R_1$$

$$R_3 = \frac{U_R \cdot (2 \cdot U_{IZ\max} + U_{PN} - U_{PV}) - U_{IZ\max} \cdot (U_{PN} + U_{PV})}{U_{IZ\max} \cdot (U_{PV} + U_{PN})} \cdot R_1$$

Uvrštavajem vrijednosti u gornje izraze dobivamo:

$$R_2 = \frac{15 \cdot (2 \cdot 13 + 4,9 - 5,1) - 13 \cdot (4,9 + 5,1)}{15 \cdot (5,1 - 4,9)} \cdot 11 \cdot 10^3 = 942,3k\Omega$$

$$R_3 = \frac{15 \cdot (2 \cdot 13 + 4,9 - 5,1) - 13 \cdot (4,9 + 5,1)}{13 \cdot (5,1 + 4,9)} \cdot 11 \cdot 10^3 = 21,75k\Omega$$

Možemo provjeriti dobivene vrijednosti u izraze za pragove okidanja iz zadatka 18.

$$U_{PV} = \left(\frac{U_{IZ\max}}{R_2} + \frac{U_R}{R_3} \right) \cdot (R_1 \parallel R_2 \parallel R_3) = \left(\frac{13}{942,3} + \frac{15}{21,75} \right) \cdot (11 \parallel 942,3 \parallel 21,75) = 5,099V$$

$$U_{PN} = \left(\frac{U_{IZ\min}}{R_2} + \frac{U_R}{R_3} \right) \cdot (R_1 \parallel R_2 \parallel R_3) = \left(\frac{-13}{942,3} + \frac{15}{21,75} \right) \cdot (11 \parallel 942,3 \parallel 21,75) = 4,899V$$