

Fakultet elektrotehnike i računarstva
Zavod za elektroniku, mikroelektroniku,
računalne i inteligentne sustave

Elektronika 2

Željko Butković

6. Stabilnost pojačala s povratnom vezom

Frekvencijski odziv pojačala s povratnom vezom (1)

Za šire područje frekvencija

$$A_f(j\omega) = \frac{A(j\omega)}{1 + \beta(j\omega) A(j\omega)}$$

Pojačanje u petlji povratne veze

$$\beta(j\omega) A(j\omega) = |\beta(j\omega) A(j\omega)| \cdot \exp(j\phi_{\beta A})$$

Način na koji se amplituda $|\beta(j\omega) A(j\omega)|$ i faza $\phi_{\beta A}$ mijenjaju s frekvencijom određuje stabilnost pojačala s povratnom vezom

Frekvencijski odziv pojačala s povratnom vezom (2)

Ako je na frekvenciji ω_{180} fazni pomak jednak $\phi_{\beta A} = \pm 180^\circ \rightarrow \beta(j\omega_{180}) A(j\omega_{180})$ je negativni realni broj \rightarrow povratna veza postaje pozitivna

Za $|\beta(j\omega_{180}) A(j\omega_{180})| < 1 \rightarrow |A_f(j\omega_{180})| > |A(j\omega_{180})|$ ali $|A_f(j\omega_{180})|$ je konačno pojačanje \rightarrow pojačalo s povratnom vezom je **stabilno**

Za $\beta(j\omega_{180}) A(j\omega_{180}) = -1 \rightarrow |A_f(j\omega_{180})| = \infty \rightarrow x_{iz}$ konačno uz $x_{ul} = 0 \rightarrow$ oscilacije \rightarrow pojačalo s povratnom vezom je **nestabilno**

Za $|\beta(j\omega_{180}) A(j\omega_{180})| > 1 \rightarrow$ oscilacije se pojačavaju \rightarrow pojačalo s povratnom vezom je **nestabilno**

Polovi prijenosne funkcije pojačala s povratnom vezom

Prijenosna funkcija pojačala s povratnom vezom

$$A_f(s) = \frac{A(s)}{1 + \beta(s) A(s)}$$

Polovi prijenosne funkcije \rightarrow korijeni polinoma kompleksne frekvencije s u nazivniku \rightarrow određuju se rješavanjem jednadžbe

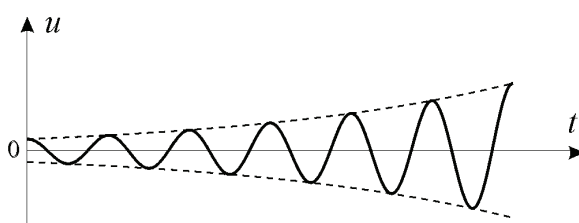
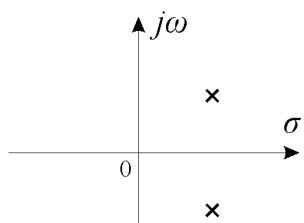
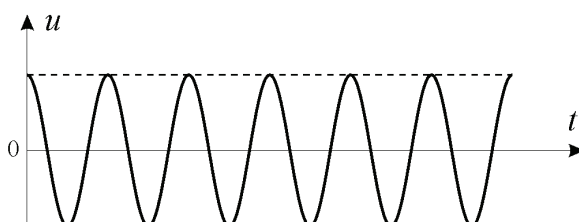
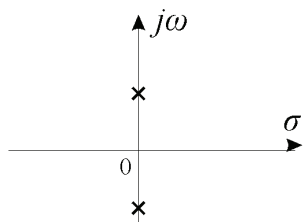
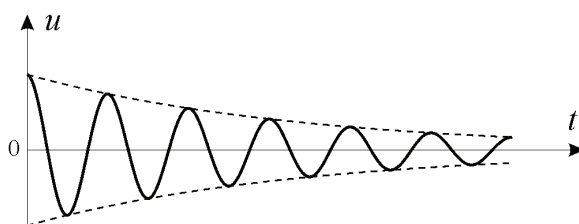
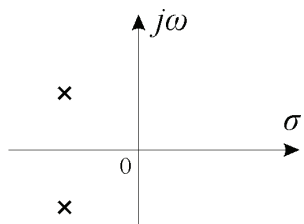
$$1 + \beta(s) A(s) = 0$$

Korijeni su realni $s = \sigma_i$ ili konjugirano kompleksni $s = \sigma_i \pm j\omega_i$

Uz $s = \sigma_i \pm j\omega_i \rightarrow$ odziv na poremećaj ili smetnju

$$u(t) = U_1 \exp(\sigma_i t) [\exp(j\omega_i t) + \exp(-j\omega_i t)] = 2U_1 \exp(\sigma_i t) \cos(\omega_i t)$$

Položaj polova i vremenski odziv



Pojačalo je stabilno ako
su realni dijelovi
polova negativni ili
ako su polovi
smješteni u lijevoj
poluravnini

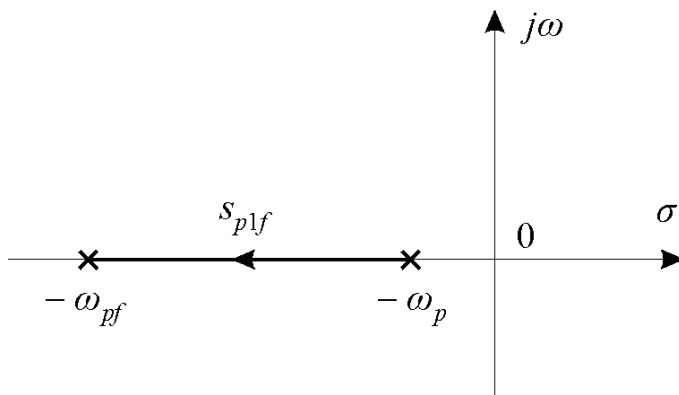
Pojačalo s jednim polom u prijenosnoj funkciji

Prijenosna funkcija

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s/\omega_p} \quad \beta = \beta_0 \neq f(s) \quad \rightarrow \quad A_f(s) = \frac{A(s)}{1 + \beta A(s)} = \frac{A_{0f}}{1 + s/\omega_{pf}}$$

$$A_{0f} = \frac{A_0}{1 + \beta A_0}$$

$$\omega_{pf} = \omega_p (1 + \beta A_0)$$



Primjenom povratne veze pol ostaje u negativnoj poluravnini \rightarrow pojačalo je **bezuvjetno stabilno**

Pojačalo s dva pola u prijenosnoj funkciji (1)

Prijenosna funkcija

$$A(s) = \frac{A_0}{(1 + s/\omega_{p1})(1 + s/\omega_{p2})} \quad \beta = \beta_0 \neq f(s)$$

polovi $\rightarrow s_{p1} = -\omega_{p1}, s_{p2} = -\omega_{p2}$

$$A_f(s) = \frac{A(s)}{1 + \beta A(s)} = \frac{A_{0f}}{1 + a_1 s + a_2 s^2}$$

$$a_1 = \frac{1}{1 + \beta A_0} \left(\frac{1}{\omega_{p1}} + \frac{1}{\omega_{p2}} \right) \quad a_2 = \frac{1}{(1 + \beta A_0) \omega_{p1} \omega_{p2}}$$

Pojačalo s dva pola u prijenosnoj funkciji (2)

Drugi oblik

$$A_f(s) = \frac{A_{0f}}{1 + (1/Q)(s/\omega_0) + (s/\omega_0)^2}$$

$$\omega_0 = \sqrt{(1 + \beta A_0) \omega_{p1} \omega_{p2}} \quad Q = \frac{\omega_0}{\omega_{p1} + \omega_{p2}}$$

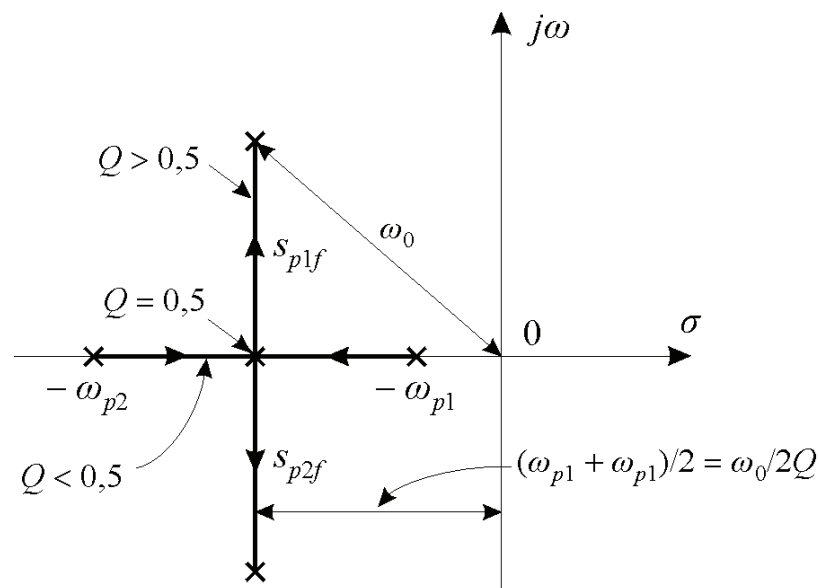
polovi \rightarrow rješenje kvadratne jednadžbe

$$(s/\omega_0)^2 + (1/Q)(s/\omega_0) + 1 = 0$$

Pojačalo s dva pola u prijenosnoj funkciji (3)

polovi

$$\begin{aligned}s_{p1,2f} &= -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \frac{\omega_0}{2Q} \sqrt{1-4Q^2} = \\ &= -\frac{\omega_{p1} + \omega_{p2}}{2} \pm \frac{\omega_{p1} + \omega_{p2}}{2} \sqrt{1-4Q^2}\end{aligned}$$

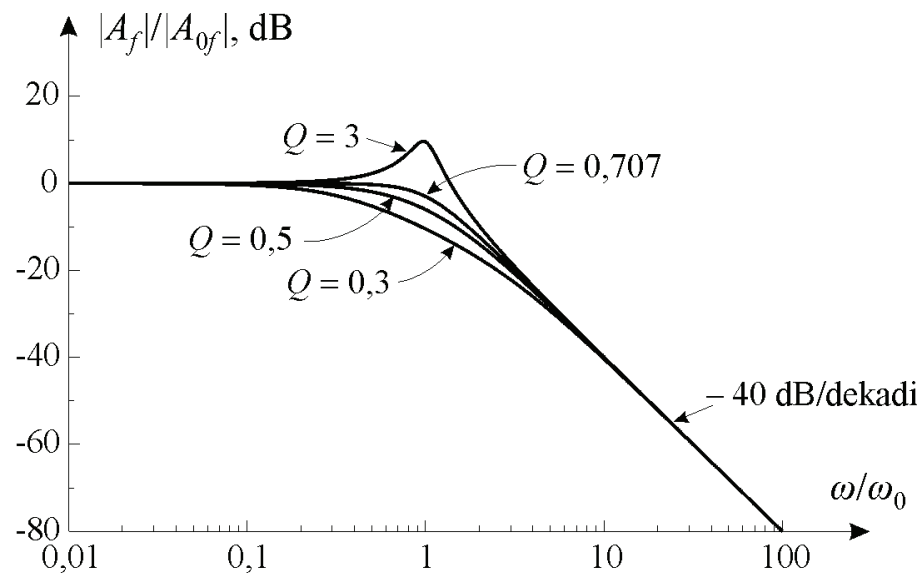


Primjenom povratne veze polovi
ostaju u negativnoj poluravnini →
pojačalo je **bezuovjetno stabilno**

Konjugirano-kompleksni polovi → uzrokuju prigušene oscilacije

Pojačalo s dva pola - amplitudna frekvencijska karakteristika

$$A_f(j\omega) = \frac{A_{0f}}{1 - (\omega/\omega_0)^2 + j(1/Q)(\omega/\omega_0)} \rightarrow |A_f| = \frac{|A_{0f}|}{\sqrt{\left[1 - (\omega/\omega_0)^2\right]^2 + (1/Q^2)(\omega/\omega_0)^2}}$$



Pojačalo s tri pola u prijenosnoj funkciji (1)

Prijenosna funkcija

$$A(s) = \frac{A_0}{(1 + s/\omega_{p1})(1 + s/\omega_{p2})(1 + s/\omega_{p3})} \quad \beta = \beta_0 \neq f(s)$$

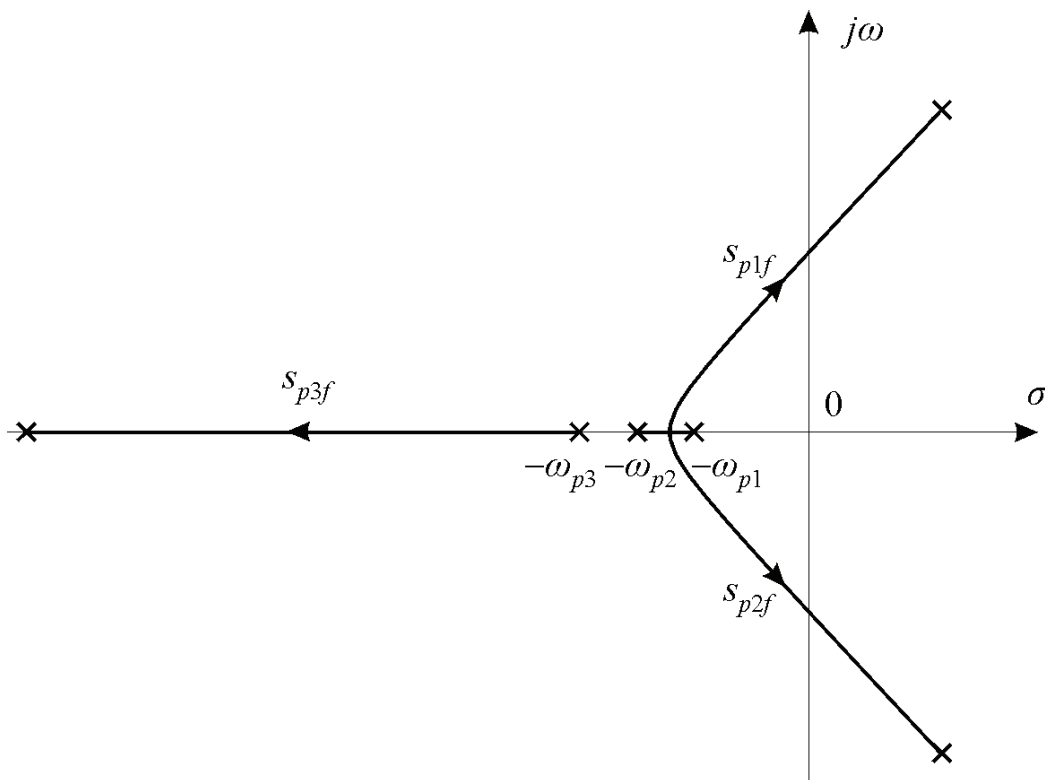
polovi $\rightarrow s_{p1} = -\omega_{p1}, s_{p2} = -\omega_{p2}, s_{p3} = -\omega_{p3}$

$$A_f(s) = \frac{A(s)}{1 + \beta A(s)} = \frac{A_{0f}}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3}$$

$$a_1 = \frac{1}{1 + \beta A_0} \left(\frac{1}{\omega_{p1}} + \frac{1}{\omega_{p2}} + \frac{1}{\omega_{p3}} \right)$$

$$a_2 = \frac{1}{1 + \beta A_0} \left(\frac{1}{\omega_{p1} \omega_{p2}} + \frac{1}{\omega_{p1} \omega_{p3}} + \frac{1}{\omega_{p2} \omega_{p3}} \right) \quad a_3 = \frac{1}{(1 + \beta A_0) \omega_{p1} \omega_{p2} \omega_{p3}}$$

Pojačalo s tri pola u prijenosnoj funkciji (2)



Pojačalo s povratnom vezom je stabilno, kada su polovi u lijevoj polovici kompleksne ravnine, ali postaje nestabilno kada polovi prijeđu u desnu polovicu → stabilnost ovisi o pojačanju u petlji povratne veze → pojačalo je **uvjetno stabilno**.

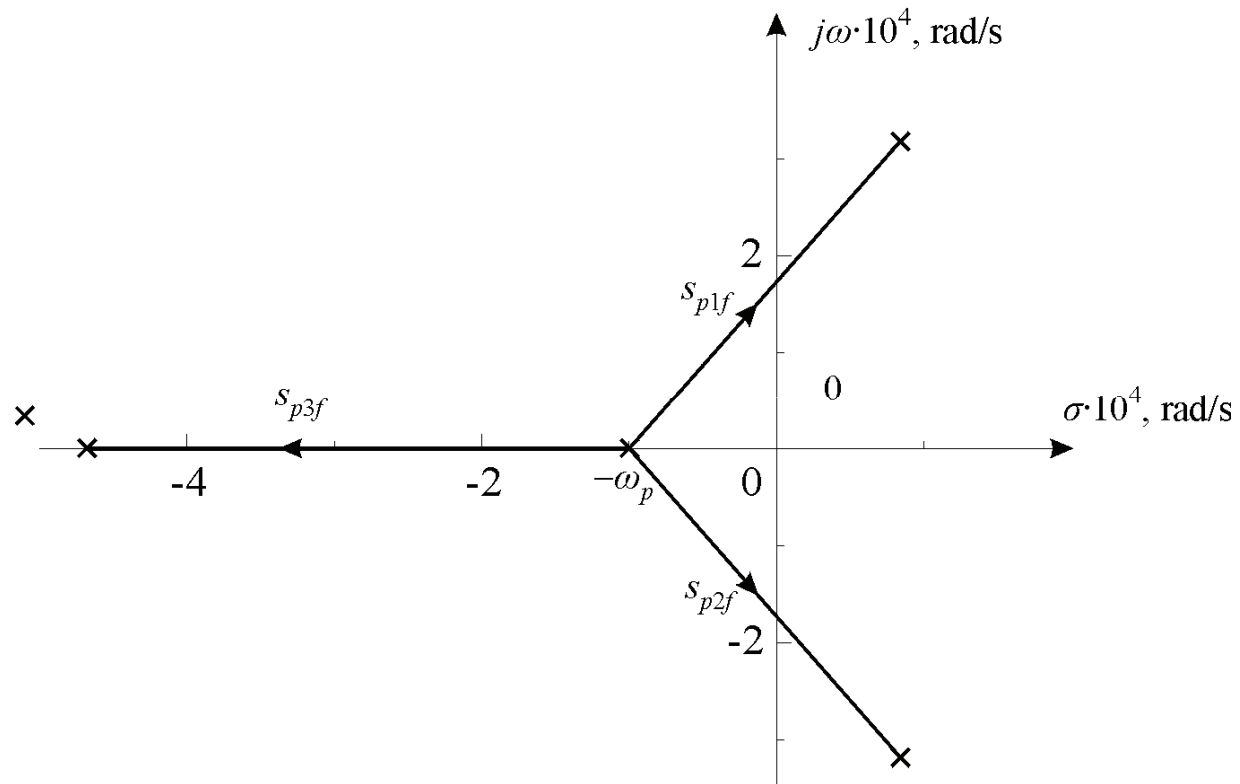
Primjer 6.1 (1)

U pojačalu s povratnom vezom prijenosna funkcija osnovnog pojačala je

$$A(s) = \left(\frac{10}{1 + s/10^4} \right)^3 .$$

U pojačalu je primijenjena frekvencijski neovisna grana povratne veze. Odrediti polove prijenosne funkcije pojačala s povratnom vezom. Nacrtati dijagram položaja polova u ovisnosti o koeficijentu povratne veze β , te odrediti iznos β uz koji pojačalo postaje nestabilno.

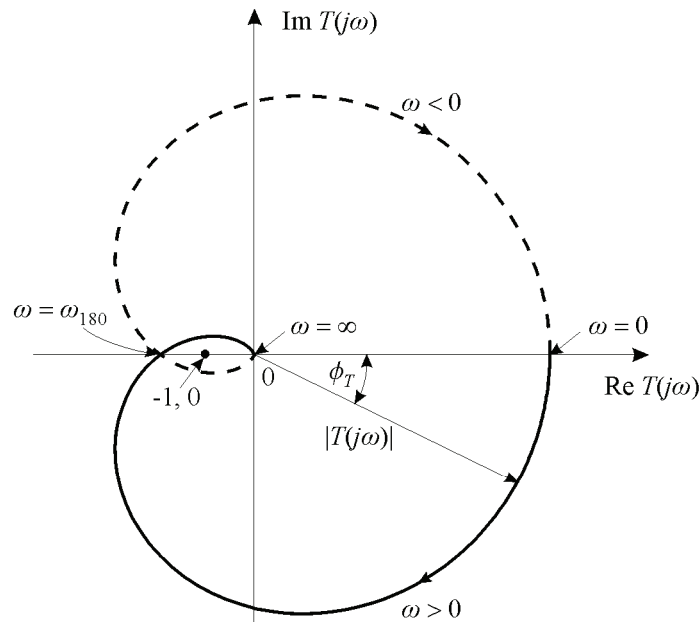
Primjer 6.1 (2)



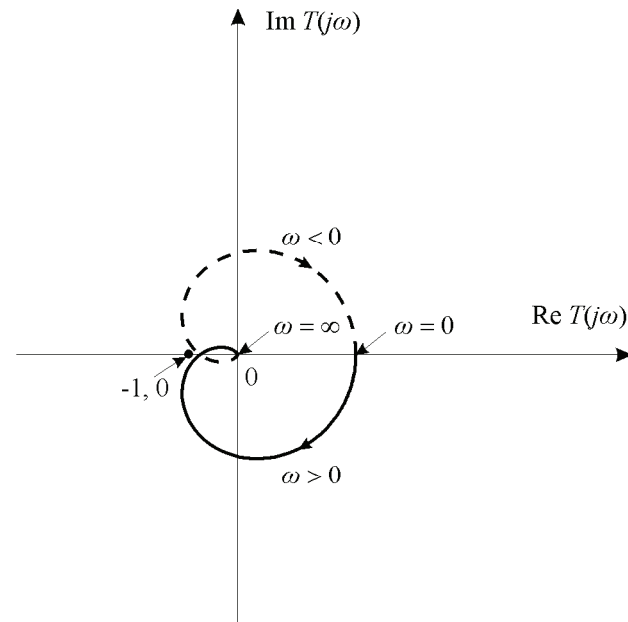
Nyquistov dijagram

Za ispitivanje stabilnosti dovoljno je analizirati pojačanje u petlji povratne veze

$$T(j\omega) = \beta(j\omega) A(j\omega)$$



nestabilno pojačalo



stabilno pojačalo

Nyquistov kriterij stabilnosti

Na frekvenciji $\omega_{180} \rightarrow \phi_T = -180^\circ$

- ❑ za $|T(j\omega_{180})| < 1 \rightarrow$ pojačalo je **stabilno**
- ❑ za $|T(j\omega_{180})| \geq 1 \rightarrow$ pojačalo je **nestabilno**

Nyquistov kriterij stabilnosti

Ako Nyquistov dijagram ne obuhvaća točku $(-1,0)$ sustav s povratnom vezom je stabilan, a ako obuhvaća točku $(-1,0)$ sustav je nestabilan.

Kriterij se primjenjuje na Nyquistove dijagrame crtane za frekvencije

$$-\infty < \omega < \infty$$

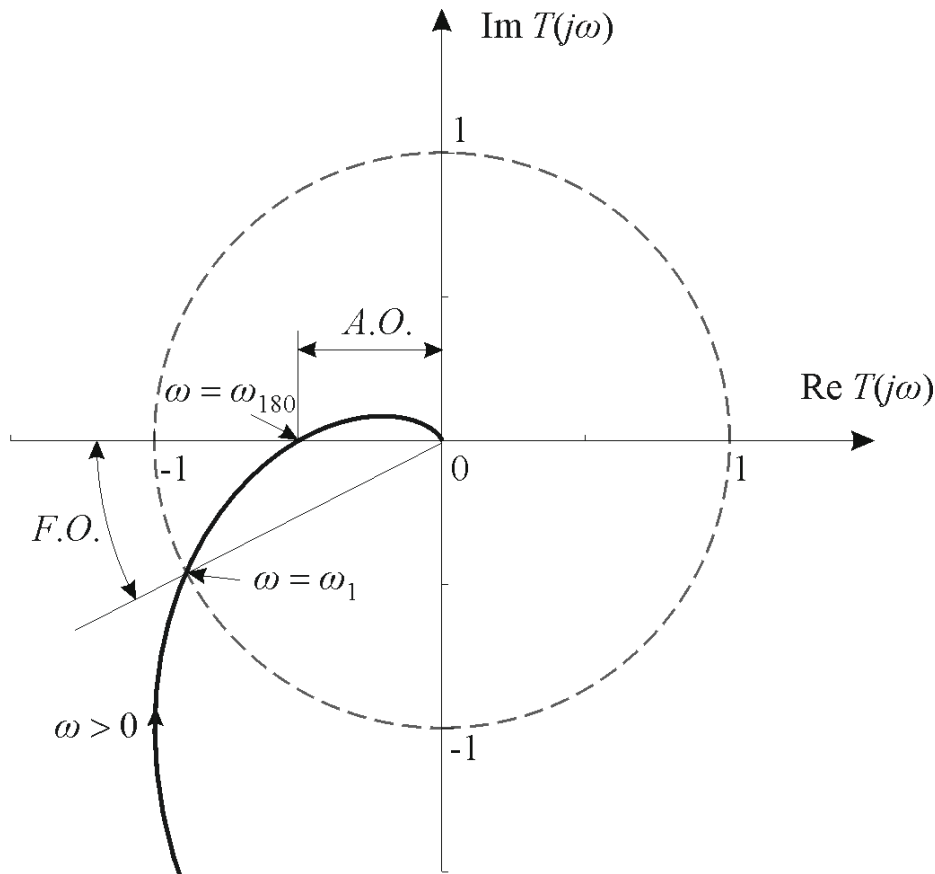
Primjer 6.2

U pojačalu s povratnom vezom prijenosna funkcija osnovnog pojačala je

$$A(s) = \left(\frac{10}{1 + s/10^4} \right)^3 .$$

U pojačalu je primijenjena frekvencijski neovisna grana povratne veze. Odrediti frekvenciju ω_{180} na kojoj je fazni kut pojačanja u petlji povratne veze $T = \beta A \phi_T = -180^\circ$. Izračunati iznos β uz koji pojačalo postaje nestabilno.

Amplitudno i fazno osiguranje



Amplitudno osiguranje

$$A.O. = |T(j\omega_{180})|$$

Fazno osiguranje

$$F.O. = \phi_T(j\omega_1) + 180^\circ$$

Utjecaj faznog osiguranja na frekvencijski odziv

Pretpostavka: $A_{0f} \approx 1/\beta$

Na frekvenciji jediničnog pojačanja ω_1

$$\beta A(j\omega_1) = 1 \cdot \exp(j\phi_{T1}) \rightarrow \phi_{T1} = \phi_T(j\omega_1) = F.O. - 180^\circ$$

$$A_f(j\omega_1) = \frac{A(j\omega_1)}{1 + \beta A_f(j\omega_1)} = \frac{1}{\beta} \frac{\exp(j\phi_{T1})}{1 + \exp(j\phi_{T1})}$$

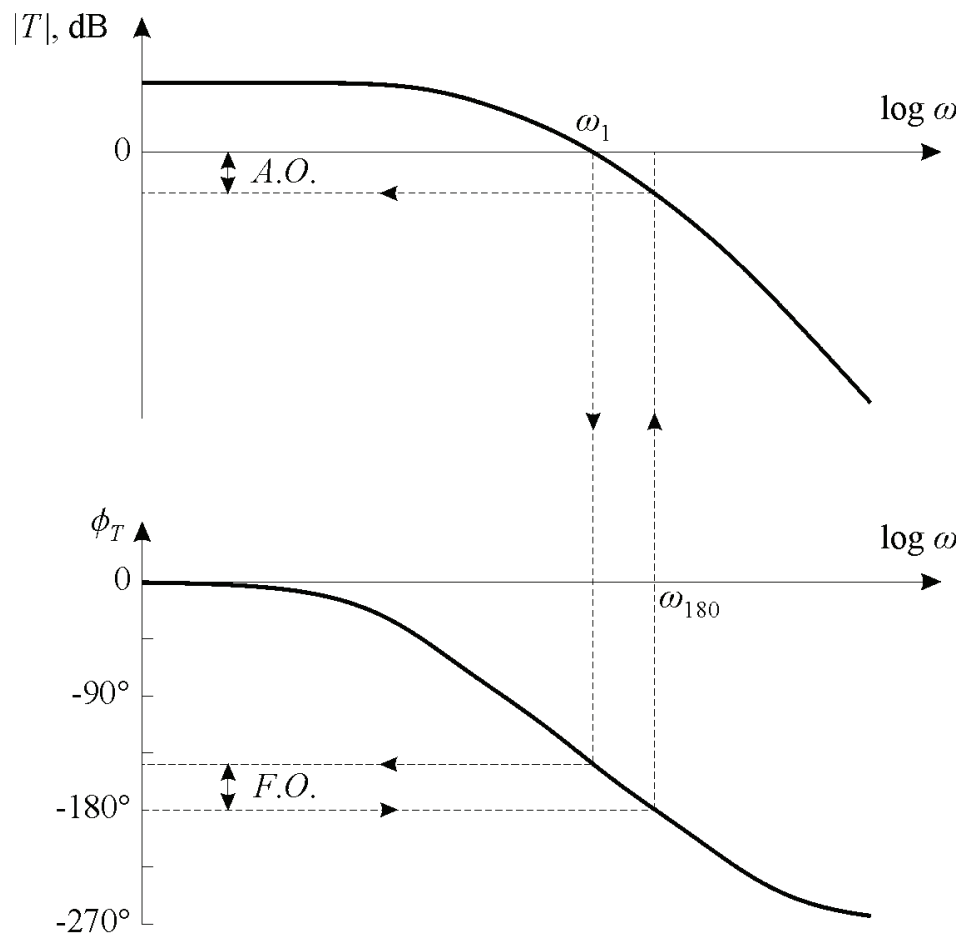
$$|A_f(j\omega_1)| = \frac{1}{|\beta|} \frac{1}{|1 + \exp(j\phi_{T1})|}$$

$|A_f(j\omega_1)|$ razlikuje se od $|A_{0f}| \approx |1/\beta| \rightarrow$ ovisi o $F.O.$

Primjer 6.3

Odrediti amplitudu pojačanja $|A_f(j\omega_1)|$ pojačala s povratnom vezom ako je pojačalo stabilno s faznim osiguranjem $F.O. = 45^\circ$. Pojačalo je izvedeno s frekvencijski neovisnim koeficijentom povratne veze.

Ispitivanje stabilnosti primjenom Bodeovog dijagrama



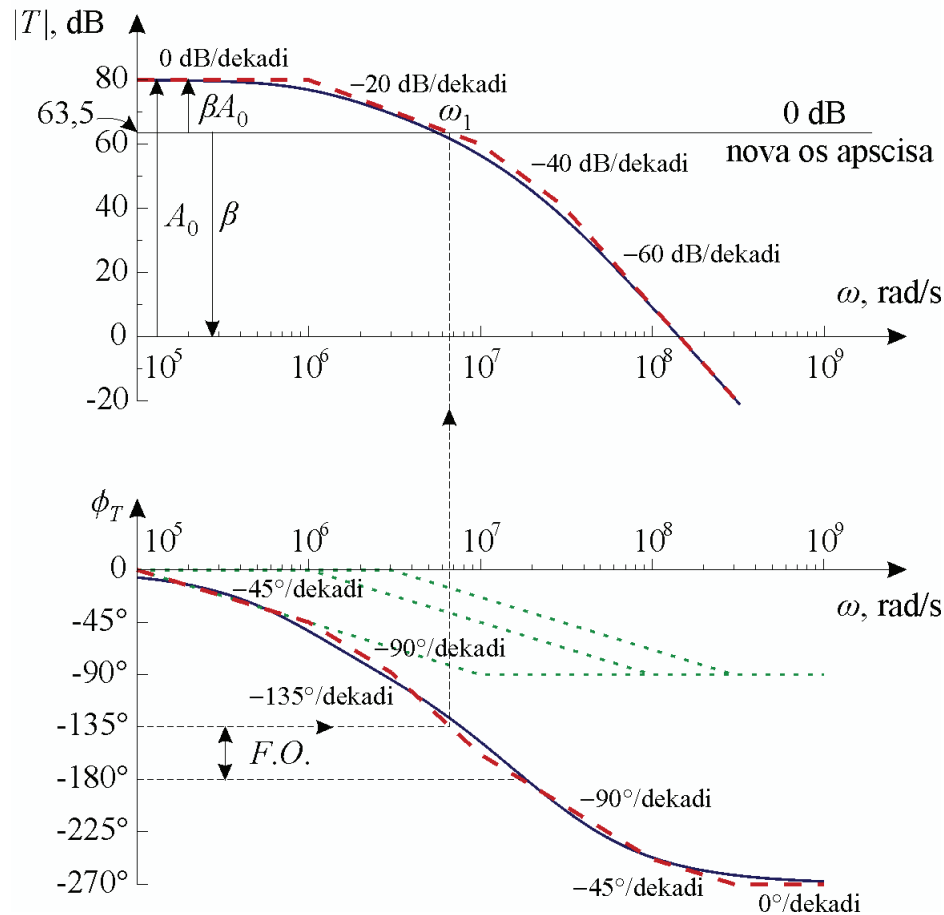
Primjer 6.4 (1)

U pojačalu s povratnom vezom prijenosna funkcija osnovnog pojačala je

$$A(j\omega) = \frac{-10^4}{(1 + j\omega/10^6)(1 + j\omega/10^7)(1 + j\omega/3 \cdot 10^7)}$$

a koeficijent povratne veze β neovisan je o frekvenciji. Odrediti maksimalni iznos pojačanja u petlji povratne veze uz koji će se postići fazno osiguranje $F.O. = 45^\circ$. Koliki je pri tome koeficijent povratne veze β ?

Primjer 6.4 (2)



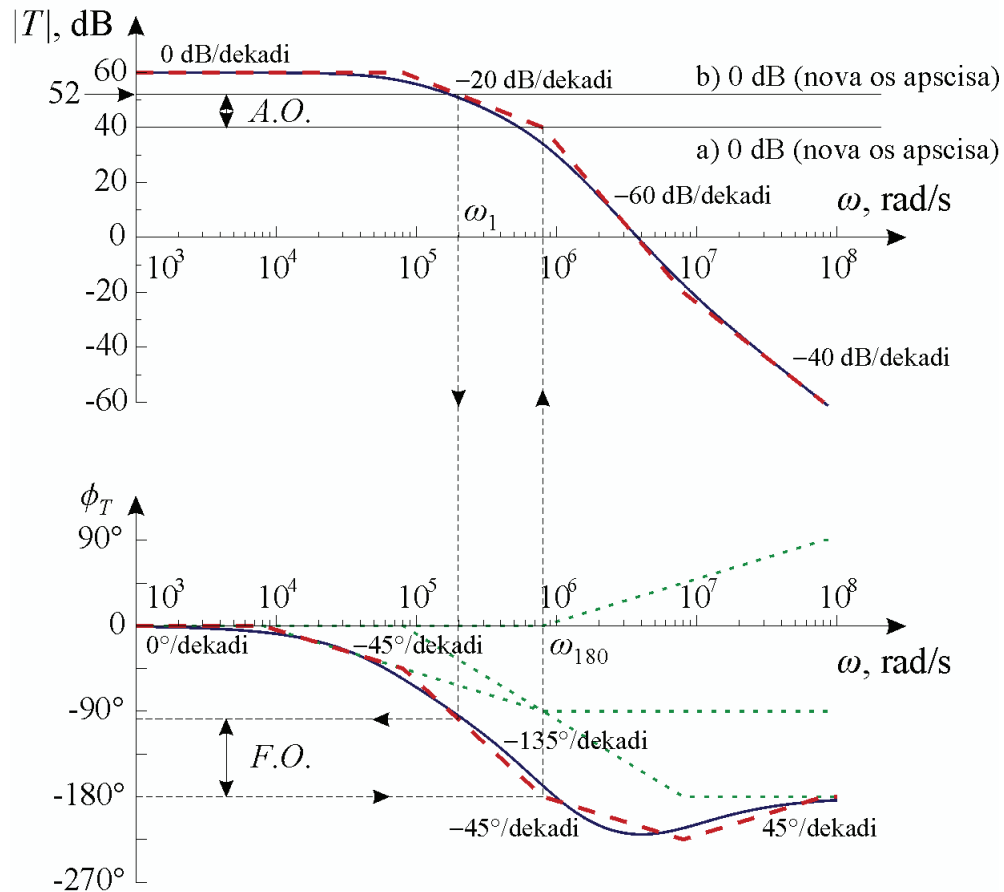
Primjer 6.5 (1)

U pojačalu s povratnom vezom prijenosne funkcija osnovnog pojačala i koeficijent povratne veze su

$$A(j\omega) = \frac{-10^3}{(1 + j\omega/8 \cdot 10^5)^2}, \quad \beta(j\omega) = \beta_0 \frac{1 + j\omega/8 \cdot 10^6}{1 + j\omega/8 \cdot 10^4}$$

- a) Koliko iznosi β_0 uz fazno osiguranje $F.O. = 0^\circ$?
- b) Koliki je β_0 uz amplitudno osiguranje $A.O. = -12$ dB? Koliko je pri tome fazno osiguranje?

Primjer 6.5 (2)



Frekvencijska kompenzacija dominantnim polom

