

Zadaci za vježbu, prvi dio

- 1 Zadatak:** Čelična žica promjera $d = 0.5 \text{ mm}$ napeta je silom $T_0 = 100 \text{ N}$ nakon čega su njeni krajevi učvršćeni. Razmak među učvršćenim krajevima je $\ell = 2 \text{ m}$. Odredi jakost sile kojom treba djelovati okomito na žicu pri sredini njezina raspona pa da otklon žice od ravnotežnog položaja iznosi $y = 10 \text{ cm}$. (Youngov modul čelika $E = 200 \text{ GPa}$.)

$$\text{Rj: } F = (d^2 \pi E / 2) \xi \left(1 - (1 + \xi^2)^{-1/2} \right) + 2T_0 \xi (1 + \xi^2)^{-1/2}, \xi = 2y/\ell, F \simeq 58.9 \text{ N}$$

- 2 Zadatak:** Objesimo li uteg o oprugu ona se produlji za $\Delta x_1 = 4 \text{ cm}$. Objesimo li isti uteg o drugu oprugu ona se produlji za $\Delta x_2 = 6 \text{ cm}$. Odredi periode kojima bi uteg titrao kada bismo ga objesili na te dvije opruge spojene u seriju i kada bismo ga objesili na te dvije opruge spojene paralelno. (Ubrzanje gravitacijske sile $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$.)

$$\text{Rj: } T_s = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{g}} \simeq 0.634 \text{ s}, T_p = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta x_1 \Delta x_2}{g(\Delta x_1 + \Delta x_2)}} \simeq 0.311 \text{ s}$$

- 3 Zadatak:** Tijelo mase m_1 nalijeće brzinom v_1 na tijelo mase m_2 koje je oprugom konstante k spojeno za čvrsto uporište i miruje. Sudar je savršeno neelastičan. Odredi amplitudu titranja tijela nastalog u sudaru.

$$\text{Rj: } A = m_1 v_1 / \sqrt{k(m_1 + m_2)}$$

- 4 Zadatak:** Tijelo mase $m = 1 \text{ kg}$ leži na vodoravnoj podlozi s kojom ima koeficijent trenja $\mu = 0.1$ i vodoravnom oprugom konstante $k = 100 \text{ N m}^{-1}$ je pričvršćeno za uporište. Tijelo puštamo u gibanje iz mirovanja iz točke u kojoj je opruga sabijena tako da djeluje silom iznosa $F_0 = 10 \text{ N}$. Odredi duljinu puta koji će tijelo prevaliti do trenutka u kojem će se ono po prvi puta zaustaviti. (Ubrzanje gravitacijske sile $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$.)

$$\text{Rj: } s = (2/k)(F_0 - \mu mg) \simeq 0.180 \text{ m}$$

- 5 Zadatak:** U kolicima mase m_1 koja mogu bez trenja klizati po vodoravnoj podlozi visi matematičko njihalo duljine ℓ i mase m_2 . Odredi kružnu frekvenciju njihala pri malim oscilacijama. (Ubrzanje gravitacijske sile označi s g .)

$$\text{Rj: } \omega_0 = \sqrt{g(m_1 + m_2)/m_1 \ell}$$

- 6 Zadatak:** Tanki homogeni štap duljine ℓ i mase M poduprt je tako da može slobodno njihati oko jednog kraja. Odredi udaljenost od gronjeg kraja štapa na kojoj treba pričvrstiti sitan uteg mase m kako bi period pri njihanju

čitavog sustava malom amplitudom bio najkraći. Posebno razmotri granične slučajeve $m/M \rightarrow 0$ te $m/M \rightarrow \infty$.

Rj: $a = (M\ell/2m)(-1 + \sqrt{1 + 4m/3M})$, $\lim_{m/M \rightarrow 0} a = \ell/3$, $\lim_{m/M \rightarrow \infty} a = 0$

- 7 Zadatak:** Tanka nerastezljiva nit zanemarive mase prebačena je preko koture mase M i polumjera R koju smatramo homogenim diskom. Jedan kraj niti je oprugom spojen za čvrsto uporište, dok na drugom kraju visi uteg mase m . Odredi period malih oscilacija ovog sustava. (Ubrzanje gravitacijske sile označi s g .)

Rj: $T = 2\pi\sqrt{(m + M/2)/k}$

- 8 Zadatak:** Položaj čestice koja prigušeno titra opisujemo izrazom $x[t] = Ae^{-\delta t} \cos[\omega t + \phi]$. Odredi amplitudu A i fazni pomak ϕ ako u trenutku $t = 0$ čestica miruje pri odklonu $x = x_0 > 0$,

Rj: $\phi = \arctan[-\delta/\omega]$, $A = x_0\sqrt{1 + (\delta/\omega)^2}$

- 9 Zadatak:** Mornarički top (16"/50 Mk VII) čija je masa $M = 120$ t ispaljuje projektil mase $m_p = 1$ t brzinom iznosa $v_p = 800$ m s⁻¹. Ovjes topa dopušta topu da se on po ispaljenju projektila pomakne unazad čime se ublaži djelovanje povratnog udarca na konstrukciju broda. Ovjes je podešen je tako da se top ponaša kao kritično prigušeni oscilator. Odredi vrijeme koje protječe od ispaljenja projektila do trenutka u kojem se top nalazi u najjače otklonjenom položaju ako udaljenost tog položaja od ravnotežnog položaja topa iznosi $x_{\max} = 1.5$ m. Zatim odredi najveći iznos sile kojom top nakon ispaljenja projektila djeluje na brod.

Rj: $t = eMx_{\max}/m_p v_p \simeq 0.612$ s, $F_{\max} = 2(m_p v_p)^2/eMx_{\max} \simeq 2.61 \times 10^6$ N

- 10 Zadatak:** Na prigušeni oscilator najprije djeluje vanjska harmonička sila amplitude F_p i rezonantne frekvencije pri čemu oscilator titra amplitudom $A_{\text{rez.}}$, a zatim na isti oscilator djeluje vanjska sila nepromijenjene amplitude F_p , ali frekvencije koja je znatno niža od rezonantne frekvencije (teži u nulu), pri čemu oscilator titra amplitudom A_0 . Izrazi logaritamski dekrement prigušenja oscilatora s pomoću omjera $q = A_{\text{rez.}}/A_0$.

Rj: $\lambda = 2\pi\sqrt{(1 - \sqrt{1 - q^{-2}})/(1 + \sqrt{1 - q^{-2}})}$