Rješenja međuispita iz Fizike 2
ponedjeljak, 30. 11. 2015.

Teorijska pitanja

1.1 U sustavu mase na oprugi, masu zamijenimo dvostruko većom, te pobudimo na titranje amplitudom istom kao i prije zamjene. Ukupna energija u tom sustavu je sada (zaokružite točnu tvrdnju):
(1 bod)
a) Ista kao i prije.
b) Dvostruko veća nego prije.
c) Četiri puta veća nego prije.
d) Dvostruko manja nego prije.
e) Četiri puta manja nego prije.

Rješenje: a)

1.2 Za prigušeno titranje uz slabo prigušenje vrijede sljedeće tvrdnje (zaokružite dvije točne tvrdnje):
(1 bod)
a) Frekvencija prigušenog titranja se eksponencijalno smanjuje, sve dok ne padne na nulu.
b) Energija titranja se smanjuje odnosno opada s kvadratom koeficijenta prigušenja.
c) Amplituda titranja eksponencijalno opada s vremenom.
d) Period prigušenog titranja T veći je od perioda slobodnog oscilatora T_0.
e) Točno rješenje problema prigušenog titranja moguće je samo uz aproksimaciju malih amplituda.

Rješenje: c), d)

1.3 Ako se opruga koja povezuje štapove Oberbeckovog njihala zamijeni oprugom koja ima dva puta veću konstantu elastičnosti frekvencija titranja u fazi će (zaokružite točnu tvrdnju):
(1 bod)
a) se povećati 2 puta.
b) se povećati $\sqrt{2}$ puta.
c) se smanjiti 2 puta.
d) se povećati 4 puta.
e) ostati ista.

Rješenje: e)

1.4 Jedan kraj napetog užeta držimo u ruci, a drugi je pričvršćen na zid. Po užetu šaljemo dva pulsa: u prvome, u vremenu t ruku pomaknemo transverzalno 5 cm i vratimo u početni položaj. U drugom pulsu, u istom vremenu t ruku pomaknemo transverzalno za 10 cm i vratimo u početni položaj. Koja je od sljedećih tvrdnji točna (zaokružite točnu tvrdnju):
(1 bod)
a) Prvi puls stiže do zida za kraće vrijeme.
b) Drugi puls stiže do zida za kraće vrijeme.
c) Oba pulsa stižu do zida jednako brzo.

Rješenje: c)

1.5 Sirena vozila hitne pomoći emitira zvuk valne duljine λ, u odnosu na vozača vozila. Kada vozilo vozi po kružnom toku, opažač koji stoji u središtu kružnog toka izmjerit će valnu duljinu (zaokružite točnu tvrdnju):
(1 bod)
a) veću od λ.
b) manju od λ.
c) λ
d) 0
e) Izmjerena valna duljina ovisi o brzini vozila.

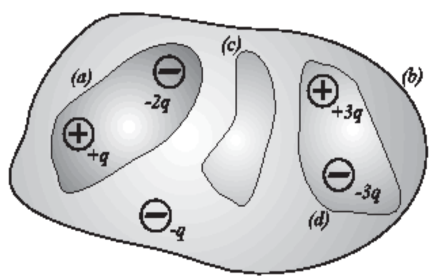
Rješenje: c)

1.6 Intenzitet zvuka razine 40 dB je (zaokružite točnu tvrdnju):
(1 bod)
a) 2 puta veći od intenziteta zvuka razine 20 dB.
b) 4 puta veći od intenziteta zvuka razine 20 dB.
c) 10 puta veći od intenziteta zvuka razine 20 dB.
d) 100 puta veći od intenziteta zvuka razine 20 dB.
e) 1000 puta veći od intenziteta zvuka razine 20 dB.

Rješenje: d)

1.7 Na slici su prikazana 4 područja a, b, c i d. Tokovi električnog polja kroz navedena područja su: Φ_a, Φ_b, Φ_c i Φ_d. Zaokružite točnu tvrdnju:
(1 bod)
a) $\Phi_a = \Phi_b$.
b) $\Phi_d = \Phi_c$.
c) $\Phi_a = \Phi_c$.
d) $\Phi_b = \Phi_d$.
e) $\Phi_b = \Phi_c$.

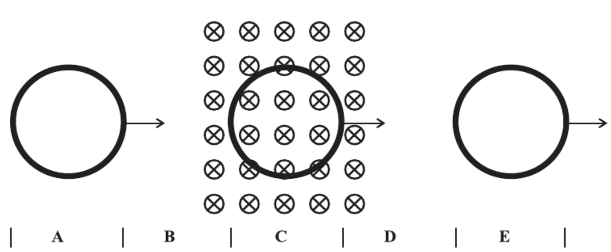
Rješenje: b)



Slika uz zad. 1.7

1.8 Vodljivi prsten se giba s lijeva nadesno. Homogeno magnetsko polje pokazuje “u papir”. U kojim područjima će doći do induciranja struje u prstenu? (Zaokružite točnu tvrdnju:)
(1 bod)
a) Područjima **A** i **E**.
b) Području **C**.
c) Područjima **B** i **D**.
d) Područjima **B, C** i **D**.

Rješenje: c)



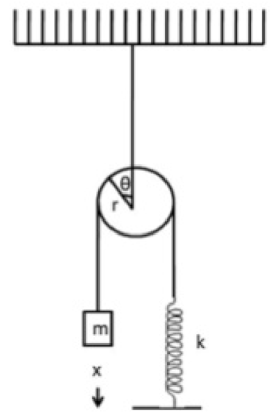
Slika uz zad. 1.8

2.1 Napišite jednadžbu gibanja simetričnog vezanog oscilatora | —*k*—*m*—*K*—*m*—*k*— | i izvedite frekvencije (vlastitih modova) titranja.
(4 boda)

2.2 Izvedite jednadžbu gibanja (valnu jednadžbu) longitudinalnog vala.
(4 boda)

Zadaci

1. Sustav titra malim amplitudama oko ravnotežnog položaja. Masa tijela obješenog na nit je m=0,2 kg , a masa koloture je M=0,3 kg. Konstanta opruge je k=30 Nm^{-1} . Masa niti i opruge je zanemariva, nit se ne skliže po koloturi, u osovini koloture nema trenja. Izračunajte period titranja sustava. (Moment tromosti koloture je $Mr^2/2$.)
(6 bodova)



Rješenje:

Za mali pomak iz ravnotežnog položaja:

$$(T - k\,\Delta l)\,r = I\,\ddot{\theta}$$

$$mg - T = ma$$

Za ravnotežni položaj:

$$mg = k\,\Delta l_0$$

$$\Delta l = \Delta l_0 + x$$

$$[T - k(\Delta l_0 + x)]\,r = I\,\ddot{\theta}$$

$$(mg - ma - k\,\Delta l_0 - kx)\,r = I\,\ddot{\theta}$$

$$(-ma - kx)\,r = I\,\ddot{\theta}$$

$$x = r\,\theta$$

$$a = r\,\ddot{\theta}$$

$$\left(-mr\ddot{\theta} - kr\theta\right)r = I\,\ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{k\,r^2}{I + m\,r^2}\;\theta = 0$$

$$\omega_0^2 = \frac{k\,r^2}{I + m\,r^2}$$

$$I = \frac{M\,r^2}{2}$$

$$\omega_0^2 = \frac{k\,r^2}{\frac{M\,r^2}{2} + m\,r^2} = \frac{k}{m + \frac{M}{2}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \frac{M}{2}}{k}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}2 + \frac{0{,}3}{2}}{30}}\ \text{s} = 0{,}679\ \text{s}$$

2. Matematičko njihalo duljine l = 1m obješeno je na stropu dizala. Dizalu je potrebno 6 s da se podigne za 100 m, pri čemu se uzdiže jednoliko ubrzano. Izračunajte koliki je period njihala kad se dizalo uzdiže prema vrhu. Koliki bi bio period njihala kad bi dizalo slobodno padalo?
(6 bodova)

Rješenje:

a) Najprije treba izračunati akceleraciju lifta:

$$s = \frac{at^2}{2} \Longrightarrow a = \frac{2s}{t^2} = 5{,}56\ \text{m/s}^2 \tag{1}$$

sada treba napisati sile koje djeluju u sistemu:

$$ml\ddot{\theta} + ma\sin\theta = -mg\sin\theta, \tag{2}$$

aproksimiramo $\sin\theta \sim \theta$ s za male kutove, te dobivamo jednadžbu gibanja:

$$\ddot{\theta} + \frac{a+g}{l}\theta = 0. \tag{3}$$

prepoznajemo:

$$\omega^2 = \frac{a+g}{l}, \tag{4}$$

slijedi period:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Longrightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a+g}} = 1.60\ \text{s} \tag{5}$$

b) Na sustav koji slobodno pada ne djeluju sile, stoga njihalo stoji na mjestu i postaje inercijalni sustav pa je period njihanja $T = \infty$.

3. U zraku unutar cijevi otvorene na jednom i zatvorene na drugom kraju uspostavljen je stojni val. Ako je frekvencija dvaju susjednih (viših) harmonika 450 Hz i 750 Hz, odredi frekvenciju osnovnog harmonika (najnižu frekvenciju).
(6 bodova)

Rješenje:

$f_n = \frac{v}{4L}(2n+1) \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$

$450\text{ Hz} = \frac{v}{4L}(2n+1)$

$750\text{ Hz} = \frac{v}{4L}(2n+3)$

$\frac{v}{4L} \cdot 2 = 300\text{ Hz}$

$\frac{v}{4L} = 150\text{ Hz}$

$f_0 = \frac{v}{4L}$

$f_0 = 150\text{ Hz}$

4. Unutar sferne ljuske naboja Q_1 i polumjera R_1 nalazi se jednoliko nabijena kuglica naboja Q_2 i polumjera R_2 tako da im se središta poklapaju. Pomoću Gaussovog zakona izračunajte električno polje izvan sferne ljuske $r > R_1$, u prostoru između ljuske i kuglice $R_2 < r < R_1$, te unutar kuglice $r < R_2$.
(6 bodova)

Rješenje:

a) Polje izvan sferne ljuske $r > R_1$.
Iz Gaussovog zakona slijedi:

$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{obuhvaceni}}{\varepsilon_0}, \tag{6}$$

Električno polje je radijalno usmjereno kao i element površine, te električno polje ovisi samo o r pa ide ispred integracije (integriramo po konstantnom radijusu r):

$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \iint E_r(r) dA = E_r(r) \iint dA, \tag{7}$$

Sfernu ljusku opisujemo sfernom plohom radijusa r:

$$E_r \iint dA = E_r r^2 \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = E_r 4\pi r^2, \tag{8}$$

(kasnije će integral po plohi bit samo napisan kao površina kugle $\iint dA = 4\pi r^2$).
Vratimo se na jednadžbu Gaussovog zakona:

$$E_r 4\pi r^2 = \frac{Q_{obuhvaceni}}{\varepsilon_0}, \tag{9}$$

obuhvaćeni su naboji obje kugle:

$$E_r 4\pi r^2 = \frac{Q_1 + Q_2}{\varepsilon_0}, \tag{10}$$

konačno:

$$E_r(r) = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}. \tag{11}$$

b) Tražimo polje u prostoru između ljuske i kuglice $R_2 < r < R_1$.
Iz Gaussovog zakona:

$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{obuhvaceni}}{\varepsilon_0}, \tag{12}$$

opet kuglicu opisujemo sfernom plohom radijusa r:

$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E_r 4\pi r^2, \tag{13}$$

te slijedi:

$$E_r 4\pi r^2 = \frac{Q_2}{\varepsilon_0}, \tag{14}$$

$$E_r = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}. \tag{15}$$

c) Slučaj polja unutar kuglice $r < R_2$.
Opet kuglicu opisujemo sfernom plohom radijusa r:

$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E_r 4\pi r^2, \tag{16}$$

iz Gaussovog zakona slijedi:

$$E_r 4\pi r^2 = \frac{Q_{obuhvaceni}}{\varepsilon_0}, \tag{17}$$

gdje sada obuhvaćeni naboj tražimo iz uvjeta uniformne gustoće:

$$\frac{Q_2}{\frac{4\pi}{3} R_2^3} = \frac{Q_{obuhvaceni}}{\frac{4\pi}{3} r^3} \Longrightarrow Q_{obuhvaceni} = Q_2 \frac{r^3}{R_2^3}. \tag{18}$$

te konačno dobivamo:

$$E_r = \frac{Q_2 r}{4\pi\varepsilon_0 R_2^3}. \tag{19}$$