

4.3. Elektromagnetski titraji i valovi

~Wolfman

-svi zadaci osim 4.14. ☺

4.1.

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^4 \text{ s}^{-1}$$

$$U = \frac{Q}{C} \Rightarrow Q = UC$$

$$I = Q\omega \cdot \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$I_m = Q\omega = UC\omega = 2A$$

4.2.

$$E = f(x \pm vt)$$

$$\frac{dE}{dx} = f'(x \pm vt), \frac{d^2E}{dx^2} = f''(x \pm vt)$$

$$\frac{dE}{dt} = \pm v \cdot f'(x \pm vt), \frac{d^2E}{dt^2} = v^2 f''(x \pm vt)$$

$$\frac{d^2E}{dx^2} = \frac{1}{v^2} \frac{d^2E}{dt^2}$$

Samo uvrstimo dobiveno i vidimo da vrijedi jednakost ☺

4.3.

Istim principom izračunamo derivacije kao u prethodnom zadatku i uvjerimo se da vrijedi jednakost ☺

4.4.

U zbirci piše rješenje :D

4.5.

Imate rješenje u onom Hrupecovom fajlu.

4.6.

Ako se val širi u x smjeru onda je $E_x=0$.

Ako titra u ravnini koja je pod kutom 45° u ravnini yz s amplitudom $E=42.42 \text{ V/m}$, onda su komponente E_y i E_z jednake i amplituda im je $42.42/\sqrt{2}=30 \text{ V/m}$.

$$E_y = E_z = E_{y,z0} \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r})$$

$$\vec{k} = \vec{x} \cdot k = \vec{i} \cdot \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\vec{r} = x \cdot \vec{x} + y \cdot \vec{y} + z \cdot \vec{z}$$

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = \frac{2\pi}{\lambda} x = 2\pi x \cdot \frac{f}{c} = x \cdot \frac{\omega}{c}$$

$$E_y = E_z = 30 \frac{V}{m} \sin\left(\omega \cdot t - x \cdot \frac{\omega}{c}\right)$$

$$E_y = E_z = 30 \frac{V}{m} \sin\left(12\pi \cdot 10^{14} \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

4.7.

Piše u rješenju, to je bilo prije teoretsko pitanje nego zadatak :D

4.8.

Smjer širenja vidite iz ove funkcije $f(x-ct)$. To vam govori da se širi brzinom c i u plus x smjeru. Ako nije jasno pogledajte zadatak 4.4. ☺

Ovaj vektor \mathbf{j} vam govori da E polje titra u $+y$ smjeru, pa budući da magnetsko polje mora titrati okomito na električno polje, ali i na smjer gibanja, jedini preostali smjer titranja za magn. polje je u smjeru $+z$ osi, koja je određena vektorom \mathbf{k} .

Magnetsko i električno polje povezani su relacijom: $E_0 = B_0 \cdot c$

$$\vec{B} = \vec{k} \frac{E_0}{c} f(x - ct)$$

Dakle, uzeli smo u obzir smjer titranja (\mathbf{k}), iznos (E/c), a funkcija i smjer širenja su isti ($f(x-ct)$).

4.9.

$$E = 0.5 \sin(\pi(1.2 \cdot 10^{15}t - 4 \cdot 10^6x))$$

Ovo je lagano ☺ Samo čitamo redom:

$$E_0 = 0.5 \frac{V}{m}$$

Ovaj π ubacite u zagradu. Ono što je uz t je $\omega = 2\pi f = 1.2 \cdot \pi \cdot 10^{15} \Rightarrow f = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

Broj uz x je $k = 2\pi/\lambda \Rightarrow \lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

Iz poznate frekvencije f i valne duljine λ slijedi brzina $v = f \cdot \lambda = 3 \cdot 10^8 = c$

4.10.

Ono što je pod sinusom kod magnetskog polja ostaje isto u izrazu za električno polje.

Trebamo odrediti samo amplitudu i smjer titranja. Iz ovoga što piše pod sinusom zaključujemo da se val širi u x smjeru. Vektor \vec{j} u izrazu za magnetskog polje znači da magnetsko polje titra u y smjeru. To znači da električno polje titra u jedinom preostalom smjeru, okomitom na ova dva, a to je naravno z smjer. Amplitude magnetskog i električnog polja povezane su izrazom $E=B \cdot c$ (ako je stvar u vakuumu, a je što se vidi iz izraza u sinusu – x/c , što znači da je brzina širenja c , a to je jedino moguće u vakuumu). Dakle za električno polje pišemo:

$$E = 0.3 \cdot \vec{k} \cdot \sin(\text{bla bla bla ne da mi se pisati :))$$

4.11.

$$\begin{aligned}\bar{S} &= \frac{P}{A} = 1370 \frac{W}{m^2} \\ \bar{S} &= \frac{1}{2} E \cdot H = \frac{1}{2\mu} E \cdot B = \frac{1}{2\mu c} E^2 \\ E &= \sqrt{2\mu c \bar{S}} = 1016.34 \frac{V}{m} \\ B &= \frac{E}{c} = 3.4 \mu T\end{aligned}$$

4.12.

$$\begin{aligned}\bar{S} &= \frac{P}{A} = \frac{P}{\text{"površina sfere na udaljenosti } r = 10m \text{ od točkastog izvora"}} = \frac{P}{4r^2\pi} = \frac{100}{4 \cdot 10^2\pi} \\ &= \frac{1}{4\pi} \\ E &= \sqrt{2\mu c \bar{S}} = 7.74 \frac{V}{m} \\ B &= \frac{E}{c} = 25.82 \text{ nT}\end{aligned}$$

4.13.

$$\overline{\omega_e} = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 = \frac{1}{2} \varepsilon c^2 B^2 = \frac{1}{2} \varepsilon \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}} \right)^2 \cdot B^2 = \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \overline{\omega_m}$$

Ono u zbirci s $\frac{1}{4}$ je krivo, ja bih rekao ☺

4.15.

$$\begin{aligned}f &= 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \\ \bar{S} &= 1 \frac{W}{m^2} = \frac{1}{2\mu c} E^2 \Rightarrow E = \sqrt{2\mu c \bar{S}} = 27.45 \frac{V}{m} \\ B &= \frac{E}{c} = 91 \text{ nT}\end{aligned}$$

Val se širi u smjeru +z, a električno polje titra okomito na to i to u smjeru x osi.

Onda magnetsko polje titra u smjeru y osi.

$$\vec{E} = 27.45 \frac{V}{m} \cdot \vec{i} \cdot \sin(\omega t - \vec{K} \cdot \vec{r})$$

$$\vec{B} = 91 \text{ nT} \cdot \vec{j} \cdot \sin(\omega t - \vec{K} \cdot \vec{r})$$

$$\vec{K} = K \cdot \vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \vec{k}$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{K} \cdot \vec{r} = z \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = 1.05 \cdot 10^7 \cdot z$$

$$\omega = 2\pi f = \pi \cdot 10^{15}$$

$$\vec{E} = 27.45 \frac{V}{m} \cdot \vec{i} \cdot \sin(\pi \cdot 10^{15} \cdot s^{-1} \cdot t - 1.05 \cdot 10^7 \cdot m^{-1} \cdot z)$$

$$\vec{B} = 91 \text{ nT} \cdot \vec{j} \cdot \sin(\pi \cdot 10^{15} \cdot s^{-1} \cdot t - 1.05 \cdot 10^7 \cdot m^{-1} \cdot z)$$