Rješenja završnog ispita iz Fizike 2R
ponedjeljak, 8. 2. 2016.

Teorijska pitanja

1.1 Na slici je prikazana struktura načinjena od četiri duga horizontalna sloja različitih materijala. Indeksi loma materijala su n_a = 1.2, n_b = 1.4, n_c = 1.5, n_d = 1.3. Svjetlost upada s lijeve strane svakog sloja. U kojem je sloju moguće potpuno zarobiti svjetlost, tako da sva upadna svjetlost nakon mnogo refleksija stigne do desnog kraja sloja? (Zaokružite točnu tvrdnju:)
(1 bod)

a) u sloju a
b) u sloju b
c) u sloju c
d) u sloju d
e) niti u jednom sloju

Rješenje: c)

1.2 U Youngovu pokusu s dvije pukotine, pomičete se na zastoru od jedne svijetle pruge do sljedeće, koja se nalazi dalje od simetrale pukotina. Razlika optičkih putova se (zaokružite točnu tvrdnju):
(1 bod)
a) smanjuje za $\lambda/2$
b) smanjuje za λ
c) povećava za λ
d) povećava za $\lambda/2$

Rješenje: c)

1.3 Metalna pločica je osvijetljena svjetlošću neke frekvencije. Što od sljedećeg određuje hoće li elektroni biti emitirani iz metala? (Zaokružite točnu tvrdnju.)
(1 bod)
a) Intenzitet svjetla,
b) trajanje izloženosti svjetlu,
c) površina metalne pločice,
d) vrsta metala od kojeg je pločica načinjena.

Rješenje: d)

1.4 Dva snopa svjetlosti istih frekvencija, ali različitih intenziteta $I_1 > I_2$, izbacuju elektrone iz metala M_1 i M_2 čiji su izlazni radovi $W_1 > W_2$. Zaokružite dvije točne tvrdnje:
(1 bod)
a) iz M_1 će izlaziti elektroni s većom maksimalnom kinetičkom energijom,
b) iz M_1 će izlaziti više elektrona,
c) zaustavni napon za M_1 biti će manji od zaustavnog napona za M_2,
d) iz M_2, jer je $W_2 < W_1$, izlazi isti broj elektrona kao iz M_1, ali različitih kinetičkih energija,
e) kinetičke energije elektrona iz oba metala bit će međusobno jednake.

Rješenje: b),c)

1.5 Alfa čestica, elektron i proton imaju jednake količine gibanja. De Broglijeve valne duljine čestica su redom: λ_α, λ_e i λ_p. Zaokružite točnu tvrdnju:

(1 bod)

a) $\lambda_\alpha < \lambda_e > \lambda_p$
b) $\lambda_\alpha > \lambda_e = \lambda_p$
c) $\lambda_\alpha = \lambda_e < \lambda_p$
d) $\lambda_\alpha = \lambda_e = \lambda_p$
e) $\lambda_\alpha > \lambda_e > \lambda_p$

Rješenje: d)

1.6 Kuglica A ima upola manji promjer i dvostruko veću temperaturu od kuglice B. Snage toplinskih zračenja ovih kuglica odnose se kao (zaokružite točnu tvrdnju):

(1 bod)

a) $P_A : P_B = 4 : 1$
b) $P_A : P_B = 2 : 1$
c) $P_A : P_B = 1 : 1$
d) $P_A : P_B = 1 : 2$
e) $P_A : P_B = 1 : 4$

Rješenje: a)

1.7 Konstante normiranja valnih funkcija Ψn elektrona zatočenog u beskonačnoj potencijalnoj jami širine *a* (zaokružite točnu tvrdnju):

(1 bod)

a) opadaju porastom vrijednosti kvantnog broja *n* stanja,
b) rastu porastom vrijednosti kvantnog broja *n* stanja,
c) su uvijek iste te ovise samo o širini jame,
d) su uvijek iste i ne ovise o širini jame,
e) ovise o iznosu valne funkcije u lijevom rubu ($x = 0$) jame.

Rješenje: c)

1.8 Kad se rješava Schroedingerova jednadžba za zadanu potencijalnu energiju (zaokružite točnu tvrdnju:)

(1 bod)

a) znači da je zadana kinetička energija čestice, a određuju se potencijalna energija i valna funkcija.
b) tada se za zadani oblik potencijalne energije određuje valna funkcija i energija čestice.
c) kvantizirana energija čestice se određuje iz zahtijeva normiranja valne funkcije.
d) normiranje valne funkcije određuje se pomoću ukupne energije čestice.

Rješenje: b)

2.1 Izvedite izraz za položaje maksimuma na zastoru udaljenom *D* od pukotina u Youngovom pokusu.
(4 boda)

2.2 Izvedite relaciju za energije čestice u beskonačnoj potencijalnoj jami širine *a*, primjenom rubnih uvjeta na valnu funkciju.
(4 boda)

(Sve izvode popratite detaljnim opisima i skicama.)

Zadaci

1. Svjetlost koja se sastoji od dva momokromatska zračenja valnih duljina λ_1 = 700 nm i λ_2 = 500 nm upada iz zraka na tanku pločicu indeksa loma n = 1.5. U reflektiranoj svjetlosti, ispunjenje uvjeta maksimuma m-tog *r*eda svjetlosti valne duljine λ_1 i (m+1) reda svjetlosti valne duljine λ_2, dobiva se pod upadnim kutom 45^o. Izračunajte debljinu pločice.
(6 bodova)

Rješenje:

Rješenje:

Uvjeti maksimuma na refleksiji tanke ploče dani su:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = (2m+1)\frac{\lambda_1}{2}, \tag{13}$$

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = \Big(2(m+1)+1\Big)\frac{\lambda_2}{2}, \tag{14}$$

tako napisani uvjeti maksimuma čine dvije jednadžbe s dvije nepoznanice m i d, izrazimo d iz jednadžbi te dobivamo:

$$(2m+1)\frac{\lambda_1}{2} = \Big(2(m+1)+1\Big)\frac{\lambda_2}{2}, \tag{15}$$

slijedi:

$$m = \frac{3\lambda_2 - \lambda_1}{2(\lambda_1 - \lambda_2)} = 2, \tag{16}$$

vratimo se u uvjet za maksimum te uvrstimo $m = 2$ i dobivamo:

$$d = \frac{(2m+1)\lambda_1}{4\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} = 661 \text{ nm}. \tag{17}$$

2. Zaustavni potencijal za elektrone izbačene iz nekog metala svjetlošću frekvencije $2.2 \cdot 10^{15}$ Hz je 6.6 V. Odredite zaustavni potencijal za elektrone izbačene iz istog metala svjetlošću frekvencije $4.6 \cdot 10^{15}$ Hz.
(6 bodova)

Rješenje:

$$e\,U_1 = h\,f_1 - W_i$$
$$e\,U_2 = h\,f_2 - W_i$$

$$e\,U_2 - e\,U_1 = h\,f_2 - h\,f_1$$
$$U_2 = U_1 + \frac{h}{e}\,(f_2 - f_1)$$
$$U_2 = 6{,}6\text{ V} + \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}}\,(4{,}6 - 2{,}2)\,10^{15}\text{ V} = 16{,}5\text{ V}$$

3. Metalnu kuglu polumjera r = 0.5 m grijemo do temperature pri kojoj je maksimum jakosti zračenja pri valnoj duljini $\lambda = 9.66 \cdot 10^{-7}$ m, a zatim prestajemo s grijanjem. Uz pretpostavku da kugla zrači kao crno tijelo, kolika je masa kugle, ako se nakon 2s ona ohladi na 800 K. (Pretpostavlja se da je temperatura okoline pri 0K.) Specifični toplinski kapacitet metala kugle c = 155 J/(kg K).
(6 bodova)

Rješenje:

Rješenje:
Iz Wienovog zakona možemo izračunati temperaturu do koje je zagrijana kugla:

$$\lambda_m T_1 = 2.898 \cdot 10^{-3}\text{ mK} \Longrightarrow T_1 = 3000\text{ K}. \tag{18}$$

Iz Stefan-Boltzmannovog zakona jakost zračenja dana je:

$$I = \sigma T^4, \tag{19}$$

snaga je:

$$P = \sigma S T^4 = \sigma 4\pi r^2 T^4. \tag{20}$$

snaga je povezana s toplinom:

$$P = -\frac{dQ}{dt} = -mc\frac{dT}{dt}, \tag{21}$$

uvrstimo snagu natrag u Stefan-Boltzmannov zakon i dobivamo:

$$-mc\frac{dT}{dt} = \sigma 4\pi r^2 T^4, \tag{22}$$

prebacimo vrijeme na desnu strane, a temperaturu na lijevu te integriramo:

$$-\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T^4} = \frac{4\pi\sigma r^2}{mc}\int_0^t dt, \tag{23}$$

$$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{T_2^3} - \frac{1}{T_1^3}\right) = \frac{4\pi\sigma r^2}{mc}t, \tag{24}$$

sredimo i konačno masa je:

$$m = \frac{12\pi\sigma r^2 t}{c\left(\frac{1}{T_2^3} - \frac{1}{T_1^3}\right)} = 11.2\text{ kg}. \tag{25}$$

4. Čestica se nalazi u jednodimenzionalnoj beskonačnoj jami širine a u prvom pobuđenom stanju (n=2). Izračunajte vjerojatnost nalaženja čestice P u "drugoj šestini jame" (tj. između $x = a / 6$ i $x = 2a / 6$, ako je lijevi kraj jame pri x=0). Valna funkcija je

$$\Psi_n(x)=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) .$$

(6 bodova)

Rješenje:

RJEŠENJE Vjerojatnost nalaženja čestice u $n-$tom stanju u beskonačnoj potencijalnoj jami između x_1 i x_2 je

$$\mathcal{P}(x_1, x_2) = \frac{2}{a}\int_{x_1}^{x_2} \sin^2 \frac{n\pi}{a}x\, dx$$

Neodređeni integral je jednak (za $n = 2$)

$$I = \frac{1}{2}x - \frac{a}{8\pi}\sin\left(\frac{4\pi}{a}x\right)$$

pa je vjerojatnost za $x_1 = \frac{a}{6}$ i $x_2 = \frac{2a}{6}$ jednaka

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_2(a/6, 2a/6) &= \frac{1}{6} - \frac{1}{4\pi}\left(\sin\frac{4\pi}{3} - \sin\frac{2\pi}{3}\right)\\ &= \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4\pi} = 0.167 + 0.138 = 0.304 \quad \text{ili} \quad 30.4\%.\end{aligned}$$