

## **9. GEOMETRIJSKA OPTIKA**

Optika proučava osobine i zakonitosti nastajanja, širenja i fizikalnog djelovanja svjetlosti. Također se bavi primjenom zakona u raznim optičkim napravama.

Geometrijska optika je dio optike u kojoj se za opis svjetlosnih pojava služimo svjetlosnom zrakom.

### **9.1. ZAKONI GEOMETRIJSKE OPTIKE**

#### **ZAKON PRAVOCRTNOG ŠIRENJA SVJETLOSTI**

Svetlost se u homogenom izotropnom sredstvu širi pravocrtno.

#### **ZAKON NEZAVISNOSTI SNOPOVA SVJETLOSTI**

Snop svjetlosti je skup svjetlosnih zraka.

Dva snopa svjetlosti se u prostoru šire potpuno nezavisno, bez međudjelovanja.

#### **ZAKON REFLEKSIJE SVJETLOSTI**

Kad svjetlost dolazi do granice 2 prozirna sredstva, onda se ona djelomično reflektira, a djelomično ulazi u drugo sredstvo.

Kad se svjetlost reflektira na granici dva sredstva, onda upadna zraka, reflektirana zraka i okomica na granicu 2 sredstva leže u istoj ravnini, a upadni kut jednak je kutu refleksije.

SLIKA: ODBIJANJE ILI REFLEKCIJA SVJETLOSTI – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 5.3. STR. 199.

#### **ZAKON LOMA SVJETLOSTI**

Pri prelasku zrake svjetlosti iz jednog u drugo sredstvo dolazi do njenog loma zato što je brzina svjetlosti različita u tim sredstvima.

SLIKA: LOM ILI REFRAKCIJA SVJETLOSTI UZ DJELOMIČNO ODBIJANJE – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 5.4. STR. 199.

INDEKS LOMA =  $(\text{brzina svjetlosti u vakuumu}) / (\text{brzina svjetlosti u sredstvu})$

$n = c/v$       Sredstvo s većim indeksom loma je optički gušće.

Kad svjetlost prelazi iz sredstva u sredstvo, ne mijenja se frekvencija:  $v_1 = \lambda_1 v$ ,  $v_2 = \lambda_2 v$

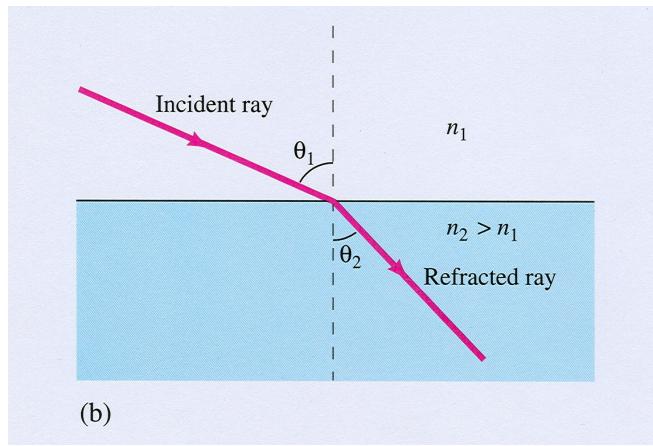
Slijedi:  $v_1/v_2 = \lambda_1/\lambda_2 = n_2/n_1$

Kada zraka svjetlosti prelazi iz optički rjeđeg u optički gušće sredstvo, ona se lomi prema okomici. Upadna zraka, lomljena zraka i okomica leže u istoj ravnini.

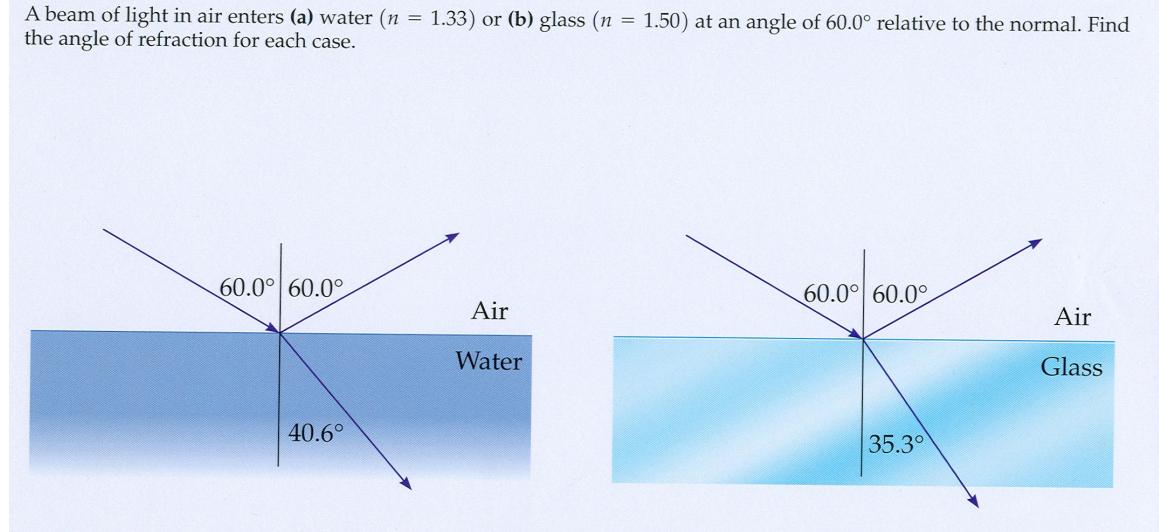
Snellov zakon loma svjetlosti:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

Za vakuum je  $n = 1$ .



A beam of light in air enters (a) water ( $n = 1.33$ ) or (b) glass ( $n = 1.50$ ) at an angle of  $60.0^\circ$  relative to the normal. Find the angle of refraction for each case.



## 9.2. FERMATOV PRINCIP

Fermatov princip: vrijeme  $t_{AB}$  potrebno zraci svjetlosti da u sredstvu, u kojem se giba brzinom  $v = c/n$ , prijeđe put  $\overline{AB}$  je minimalno.

$$t_{AB} = \int_A^B \frac{n dl}{c} \text{ je minimalno ili } \delta t_{AB} = 0 \Rightarrow \delta \int_A^B \frac{n dl}{c} = 0$$

$$\int_A^B dl = l_{AB} \quad L = nl_{AB} = \text{OPTIČKI PUT}$$

Posljedice Fermatovog principa:

- u homogenom sredstvu ( $n = \text{konst.}$ ) svjetlost se širi po pravcima jer je najmanja udaljenost od A do B prava kroz A i B
- ako se svjetlost giba na jedan način od A do B, na isti način se giba od B do A

$$\delta \int_A^B \frac{n dl}{c} = 0 \quad \rightarrow \quad \delta \int_B^A \frac{n dl}{c} = 0$$

### 9.2.1. FERMATOV PRINCIP I REFLEKSIJA SVJETLOSTI

SLIKA: UZ ODBIJANJE SVJETLOSTI – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 5.6. STR. 201.

Iznad uglačane površine nalazi se izvor svjetlosti A na udaljenosti  $a$ . Iz izvora šaljemo zraku svjetlosti u točku B koja je udaljena  $b$  od zrcala tako da se ona prvo reflektira u C. Projekcije A i B na zrcalu su razmaknute  $d$ . Položaj C ne znamo i odredit ćemo ga na osnovu Fermatovog principa najmanjeg vremena. Vrijeme  $t_{AB}$  potrebno zraci da dođe od točke A do točke B preko C je:

$$t_{AB} = \int_A^B \frac{n dl}{c} = \frac{n}{c} (\overline{AB} + \overline{CB}) = \frac{n}{c} (\sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d-x)^2})$$

Iz Fermatovog principa slijedi  $\delta t_{AB} = 0$ , odnosno:

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{n}{c} (\sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d-x)^2}) \right] = 0$$

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}}$$

$$\sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{AC}} = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$\sin \beta = \frac{d-x}{\sqrt{BC}} = \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}}$$

$$\sin \alpha = \sin \beta \quad \alpha = \beta \quad \text{Upadni kut = kutu refleksije.}$$

### 9.2.1. FERMATOV PRINCIP I LOM SVJETLOSTI

SLIKA: UZ LOM SVJETLOSTI – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 5.7.. STR. 202.

Svjetlost prelazi iz sredstva indeksa loma  $n_1$  u sredstvo indeksa loma  $n_2$  – prema Fermatovom principu ide putem A-C-B za koji joj treba najmanje vremena. Brzine svjetlosti u različitim sredstvima su različite. Vrijeme  $t_{AB}$  je jednako zbroju vremena  $t_{AC}$  uz brzinu  $v_1$  u sredstvu indeksa loma  $n_1$  i vremena  $t_{CB}$  uz brzinu  $v_2$  u sredstvu indeksa loma  $n_2$ . Rezultat je Snellov zakon loma:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

## 9.3. ZRCALA

### 9.3.1. RAVNO ZRCALO

RAVNO ZRCALO je ravna glatka ploha koja može odbijati zrake svjetlosti prema zakonu odbijanja.

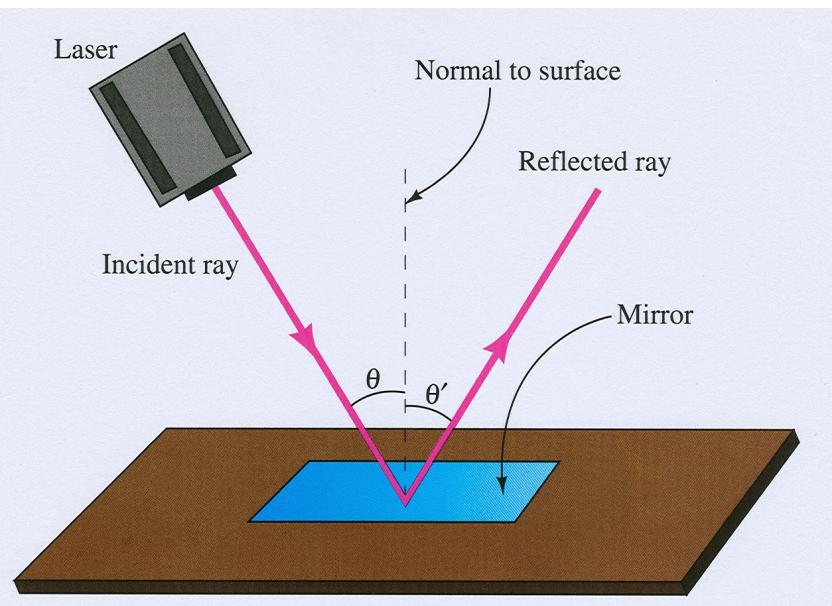
SLIKA: ODBIJANJE SVJETLOSTI NA RAVNOM ZRCALU – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 5.10. STR. 205.

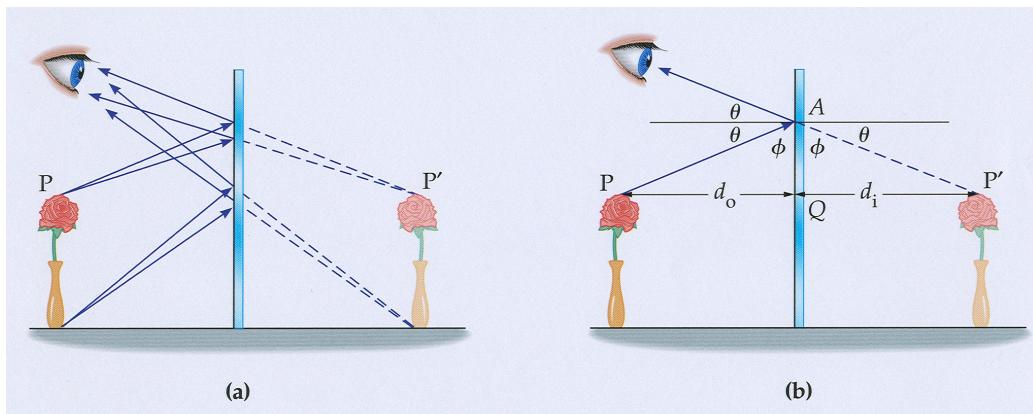
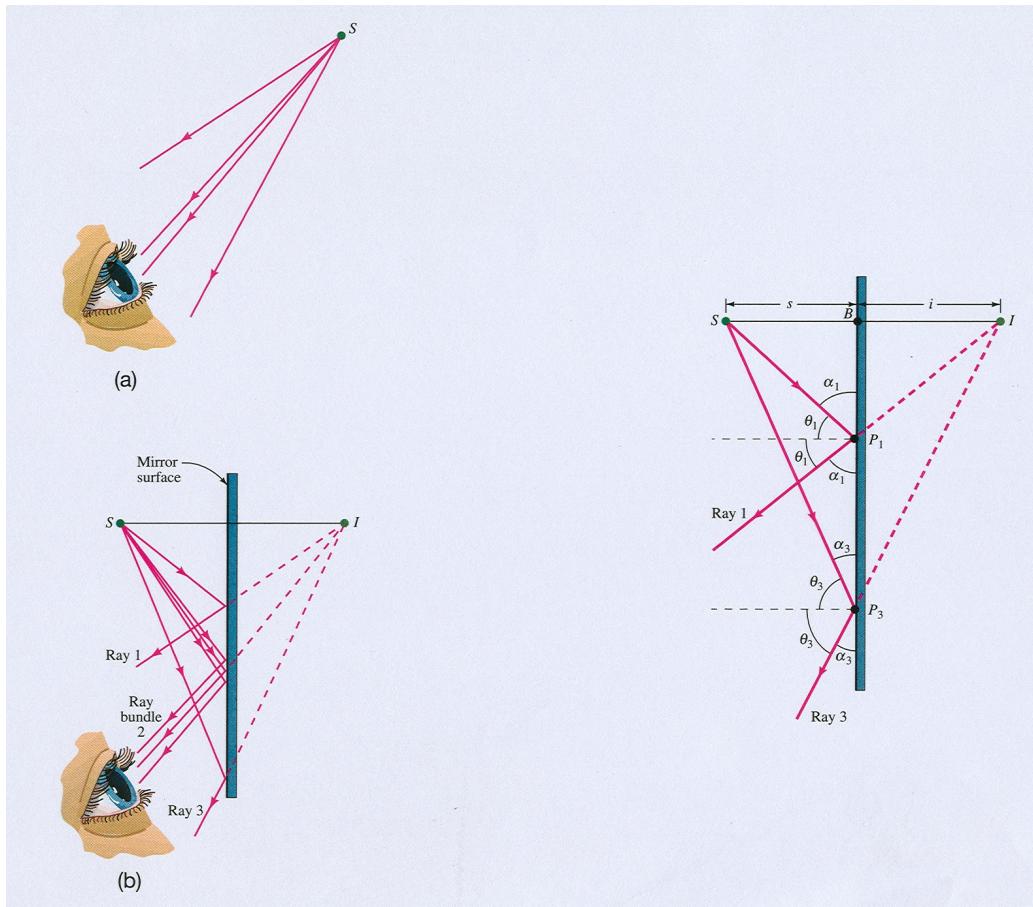
Točkasti izvor svjetlosti je u točki A ispred zrcala, a zrcalo stvara prividnu (VIRTUALNU) sliku u točki B iza zrcala. Produceni odbijenih zraka prema natrag imaju sjecište upravo u toj točki B. Iz slike vidimo da je ravokutni trokut  $\Delta ADT$  sukladan trokutu  $\Delta BDT$ .

Ako je  $\overline{AT} = a$ , a  $\overline{BT} = b$ , onda vrijedi zakon za ravno zrcalo da je:  $a = b$ , odnosno:

Predmetna duljina = Slikovna duljina

STIGMATICNOST je svojstvo optičkog sustava da daje vjernu, oštru sliku jer zrake koje izlaze iz jedne točke predmeta nakon odbijanja na zrcalu šire se tako kao da izlaze iz jedne točke slike.





### 9.3.2. SFERNO ZRCALO

Površina sfernog zrcala dio je kugline plohe. Zrcalo može biti:

- udubljeno (konkavno)
- izbočeno (konveksno)

SLIKA: ODBIJANJE SVJETLOSTI NA SFERNOM ZRCALU – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 5.12. STR. 205.

SLIKA: UZ TUMAČENJE JEDNADŽBE ZA SFERNO ZRCALO – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 5.13. STR. 206.

TJEME zrcala T je središnja točka. Središte zakrivljenosti plohe zrcala je C. OPTIČKA OS je pravac na kojem leže T i C. Svetli točkasti predmet je u točki A na osi. Zraka svjetlosti se širi od predmeta i odbija od površine zrcala u točki D, te siječe optičku os u točki B. Kut odbijanja jednak je upadnom kutu, a određuje se u odnosu na normalu u točki D (pravac polumjera kugline plohe). Na slici imamo dva para sličnih trokuta:

$$\Delta AA'C \cong \Delta BB'C \quad \text{i} \quad \Delta AA'D \cong \Delta BB'D$$

Iz sličnosti trokuta slijedi:

$$\frac{\overline{AA'}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BB'}}{\overline{BC}} \quad \text{i} \quad \frac{\overline{AA'}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BB'}}{\overline{BD}}$$

Dijelimo lijeve i desne strane:

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$$

Ograničit ćemo se na zrake koje s optičkom osi zatvaraju mali kut i pogađaju površinu zrcala blizu tjemena – tzv. PARAKSIJALNE ZRAKE – GAUSSOVE APROKSIMACIJE.

$$\text{Tada vrijedi: } \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} \approx \frac{\overline{AT}}{\overline{AC}} \quad \text{i} \quad \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}} \approx \frac{\overline{BT}}{\overline{BC}} \quad \frac{\overline{AT}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BT}}{\overline{BC}} \quad \frac{a}{a-R} = \frac{b}{R-b}$$

$$\text{Predmetna duljina} = \overline{AT} = a$$

$$\text{Slikovna duljina} = \overline{BT} = b$$

$$\text{Polumjer zakrivljenosti zrcala} = \overline{CT} = R$$

$$a(R-b) = b(a-R) \Rightarrow aR - ab = ba - bR / abR$$

$$\text{Jednadžba sfernog zrcala: } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R}$$

## ŽARIŠTA SFERNOG ZRCALA

**PREDMETNO ŽARIŠTE**  $F_a$  – točka na optičkoj osi u koju treba staviti svjetli predmet da bi se zrake svjetlosti nakon odbijanja širile paralelno s optičkom osi.

**SLIKA:** PREDMETNA ŽARIŠNA DALJINA I PREDMETNO ŽARIŠTE SFERNOG ZRCALA – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 5.14. STR. 207.

Udaljenost  $\overline{F_a T} = f_a$  je PREDMETNA ŽARIŠNA DALJINA. Dobija se slika beskonačno daleko od tjemena zrcala.

$$a = f_a, b \rightarrow \infty, \frac{1}{f_a} + \frac{1}{\infty} = \frac{2}{R} \Rightarrow f_a = R/2$$

**SLIKOVNO ŽARIŠTE**  $F_b$  – točka na optičkoj osi u kojoj se sijeku zrake nakon refleksije na zrcalu s tim da su do zrcala stigle šireći se paralelno s optičkom osi.

**SLIKA:** SLIKOVNA ŽARIŠNA DALJINA I SLIKOVNO ŽARIŠTE SFERNOG ZRCALA – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 5.15. STR. 208.

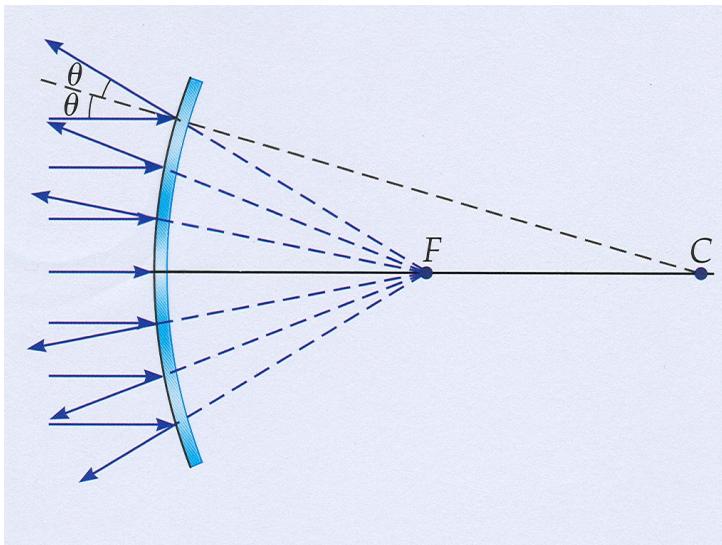
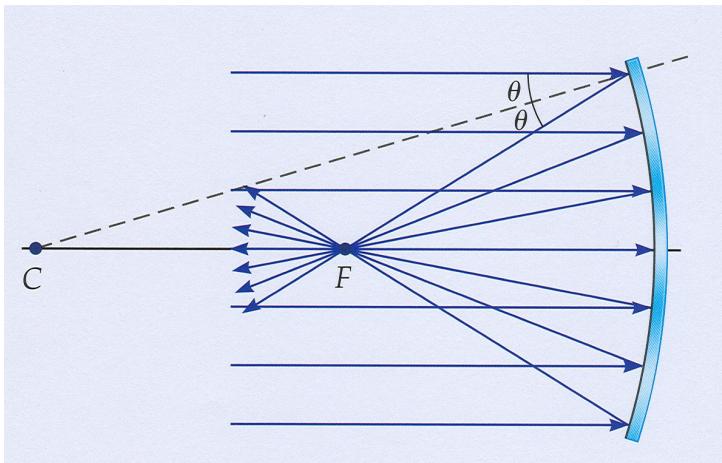
Udaljenost  $\overline{F_b T} = f_b$  je SLIKOVNA ŽARIŠNA DALJINA. U točki  $F_b$  se dobije slika predmeta koji je beskonačno daleko.

$$b = f_b, a \rightarrow \infty, \frac{1}{f_b} + \frac{1}{\infty} = \frac{2}{R} \Rightarrow f_b = R/2$$

Vidimo da je  $f_a = f_b = f$  = ŽARIŠNA DALJINA, a točka  $F$  je žarište.

Jednadžbu sfernog zrcala možemo pisati i kao:

$$\frac{f}{a} + \frac{f}{b} = 1 \quad \text{ili} \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$



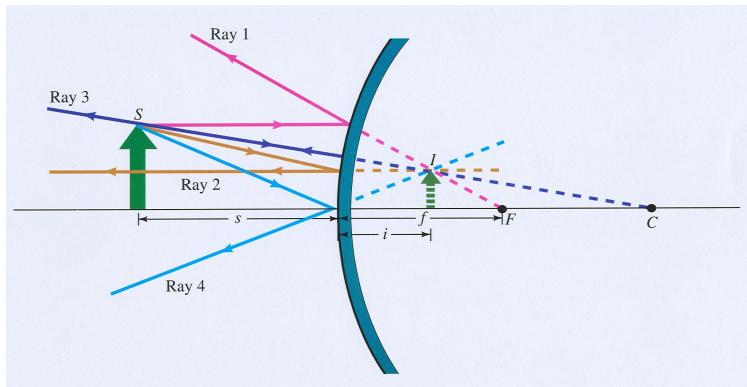
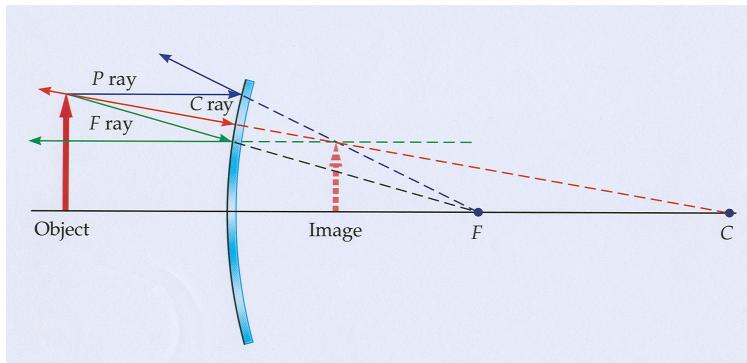
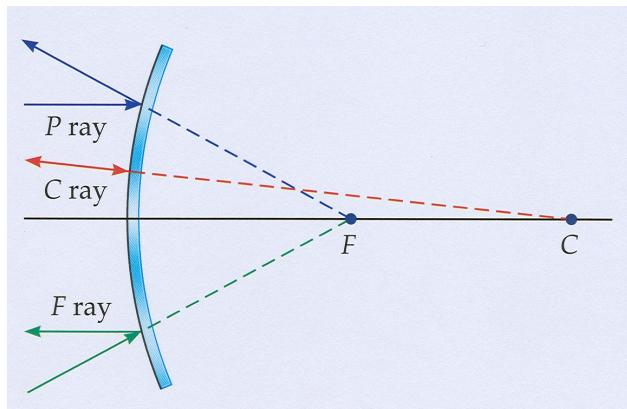
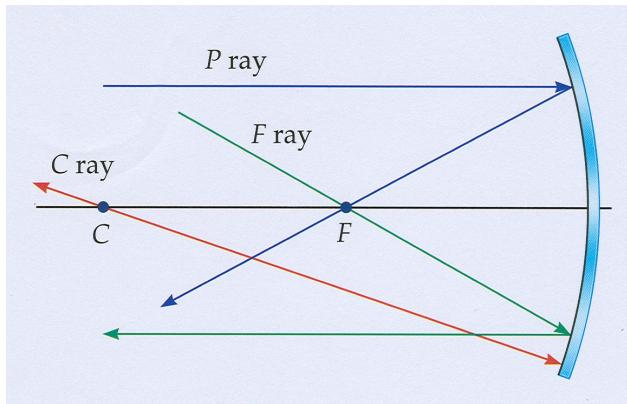
Dogovor o predznacima:

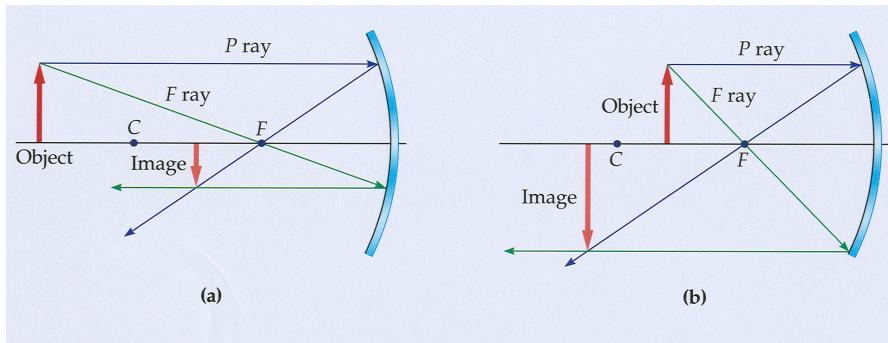
- zrake svjetlosti se šire slijeva nadesno – A, B i C lijevo od T – a, b, R > 0 - predmet i slika realni, zrcalo udubljeno
- A, B i C desno od T - a, b, R < 0 - virtualni predmet i slika, zrcalo izbočeno

#### **Konstrukcija slike koju daje sferno zrcalo:**

SLIKA: KONSTRUKCIJA SLIKE KOJU DAJE SFERNO ZRCALO – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 5.17. STR. 209.

- Zraka 1 – od predmeta paralelno s optičkom osi i nakon refleksije kroz žarište F
- Zraka 2 – od predmeta kroz žarište F i nakon refleksije paralelno s optičkom osi
- Zraka 3 – od predmeta kroz centar zakrivljenosti C i reflektira se u samu sebe





Veličina predmeta =  $y$

Veličina slike =  $y'$

Poprečno ili transverzalno povećanje:  $m = y'/y$

Za sferno zrcalo:  $m = -b/a$

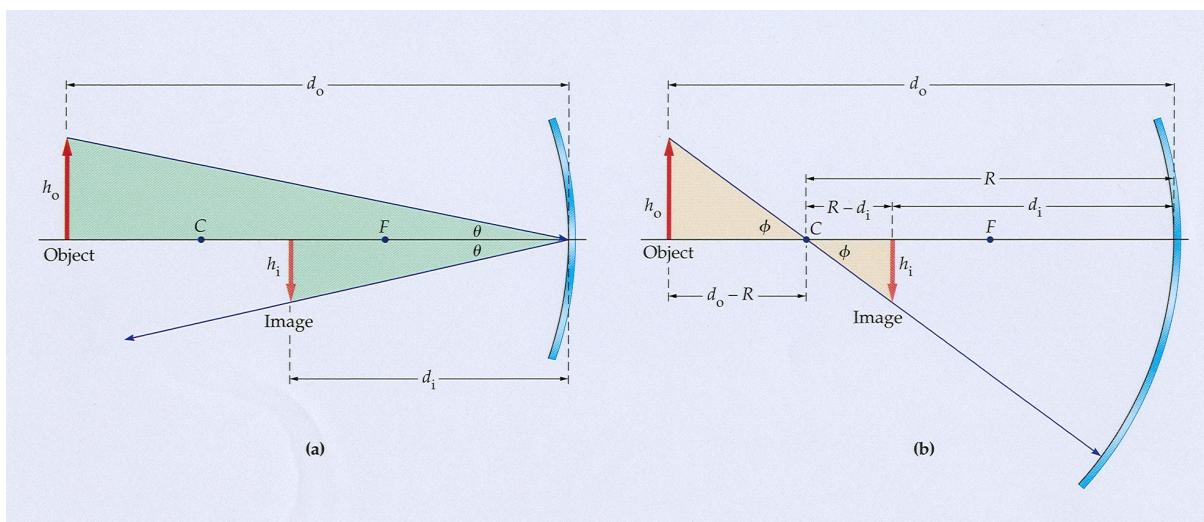
**SLIKA: UZ TUMAČENJE POPREČNOG POVEĆANJA SFERNOG ZRCALA – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 5.18. STR. 209.**

Iz sličnih trokuta:  $\Delta AA'T$  i  $\Delta BB'T$  slijedi:  $y':y = b:a$

Slika obrnuta prema predmetu  $m < 0$

Slika nije obrnuta prema predmetu  $m > 0$

Slika uvećana  $|m| > 1$



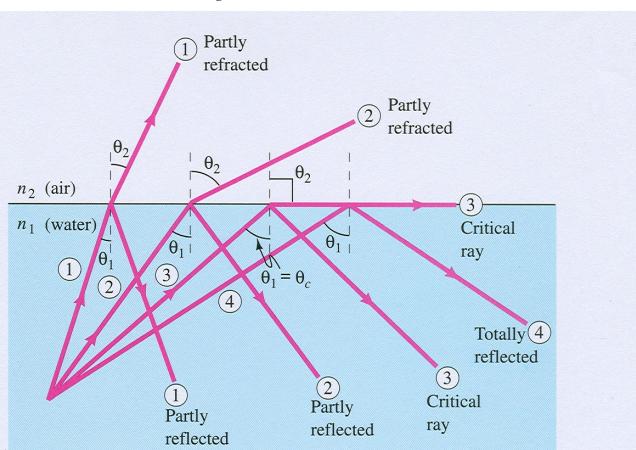
## 9.4. TOTALNA REFLEKSIJA

Ako zraka svjetlosti padne na granicu dvaju optički različitih sredstava, dio svjetlosti se odbije, a dio lomi u drugo sredstvo (zraka 1).

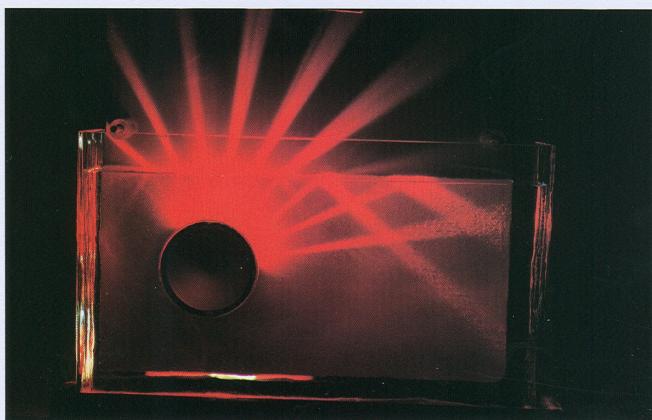
SLIKA: LOM I ODBIJANJE SVJETLOSTI NA GRANICI DVAJU OPTIČKI RALIČITIH SREDSTAVA,  $n_1 > n_2$  – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 5.19. STR. 210.

Pri širenju svjetlosti iz optički gušćeg u optički rjeđe sredstvo kut loma veći je od upadnog kuta. Povećanjem upadnog kuta povećava se i kut loma. Za neki granični kut  $u_g$  kut loma dosegne vrijednost  $90^\circ$  pa se lomljena zraka širi po granici tih sredstava (zraka 2). Sve zrake svjetlosti čiji je upadni kut veći od graničnog, reflektiraju se potpuno, tj. sva svjetlost koja je pala na granicu, odbija se (zraka 3).

Granični kut se određuje iz Snellovog zakona loma ako uvrstimo da je  $\sin l = \sin 90^\circ = 1$ , pa je onda:  $\sin u_g = n_2 / n_1$  i to samo ako je  $n_1 > n_2$



(a)



(b)

## 9.5. PLANPARALELNA PLOČA

Zraka svjetlosti nakon prvog loma na ravnoj granici ponovo nailazi na istu granicu – izlazna zraka je samo pomaknuta u odnosu na upadnu zraku ako su granice sredstava paralelne – lom svjetlosti na PLANPARALELNOJ PLOČI.

SLIKA: PROLAZ SVJETLOSTI KROZ PLANPARALELNU PLOČU – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 5.30. STR. 214.

Okolno sredstvo je zrak  $n_z = 1$

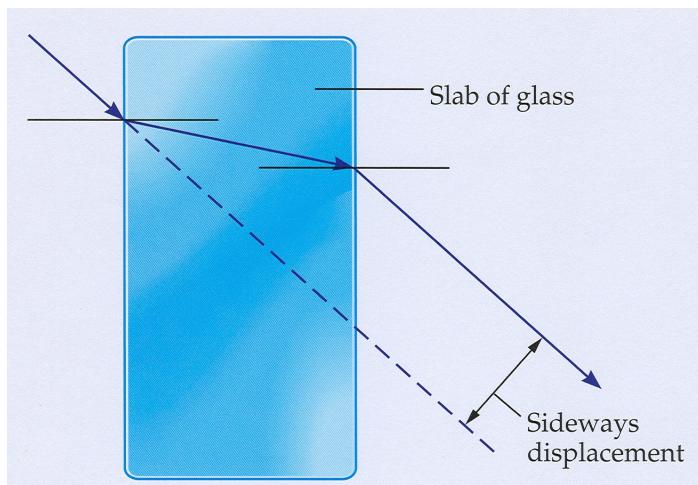
Indeks loma sredstva od kojeg je načinjena ploča =  $n$

Debljina ploče =  $d$

Upadni kut =  $u$

Kut loma =  $l$

Pomak =  $\Delta$



## 9.6. LOM SVJETLOSTI NA SFERNOJ GRANICI

Promatrat ćemo zrake svjetlosti koje se lome na SFERNOJ GRANICI u kojoj se dotiču 2 homogena izotropna sredstva različitih indeksa loma.

Zakon loma svjetlosti se prikazuje u Moebiusovom obliku.

SLIKA: UZ TUMAČENJE ZAKONA LOMA U MOEBIUsovOM OBLIKU – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 5.32. STR. 220.

### Zakon loma na sfernoj granici:

C – središte zakrivljenosti sferne granice

$r$  – polumjer zakrivljenosti

T – tjeme

Optička os sferne granice

SLIKA: LOM SVJETLOSTI NA SFERNOJ GRANICI – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 5.33. STR. 221.

Svjetli točkasti predmet je na optičkoj osi u točki A. Promatramo zraku svjetlosti koja se širi sredstvom indeksa loma  $n_1$  i dolazi u D na sfernoj granici pod nekim upadnim kutom u odnosu na normalu. Zraka se lomi u sredstvu indeksa loma  $n_2$  pod kutom loma u odnosu na normalu te siječe optičku os u točki B. Primjenjujemo zakon loma u Moebiusovom obliku. Primjenom Gaussovih aproksimacija se ograničujemo na paraksijalne zrake, to jest zrake koje s optičkom osi zatvaraju male kutove. Za zrake iz točke A, za koje vrijedi Gaussova aproksimacija, položaj točke B je neovisan o mjestu D.

Predmetna duljina =  $a$

Slikovna duljina =  $b$

Polumjer zakrivljenosti sferne granice =  $R$

$$\text{Zakon loma na sfernoj granici: } \frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Dogovor o predznacima - Zrake se šire slijeva nadesno:

1. Svjetli predmet je u točki A LIJEVO od tjemena T,  $a > 0$ , predmet realan;  
u suprotnom,  $a < 0$  predmet virtualan
2. Slika u točki B DESNO od tjemena T,  $b > 0$ , slika realna  
u suprotnom  $b < 0$  slika virtualna
3. Središte zakrivljenosti C DESNO od tjemena T,  $R > 0$ , sferna granica konveksna  
u suprotnom,  $R < 0$  sferna granica konkavna

