11. ZAKONI ZRAČENJA

11.1. CRNO TIJELO

Toplinsko zračenje nastaje kad atomi ili molekule tijela, pobuđeni termičkim gibanjem, emitiraju EM valove. Intenzitet i spektralni sastav izračene toplinske energije nekog tijela uglavnom ovisi o njegovoj temperaturi. Emisijski spektri čvrstih tijela su kontinuirani i sadrže sve valne duljine. Oblik spektra i raspored energije po pojedinim valnim duljinama ovisi i o osobinama površine tijela koje zrači. Kad zračenje upada na površinu nekog neprozirnog tijela, dio upadnog zračenja se apsorbira, a dio odbija.

Faktor apsorpcije = omjer apsorbiranog i upadnog toka: $\alpha = \phi_a / \phi_u$

Faktor refleksije = omjer reflektiranog i upadnog toka: $\rho = \phi_r / \phi_u$

Vrijedi: $\alpha + \rho = 1$

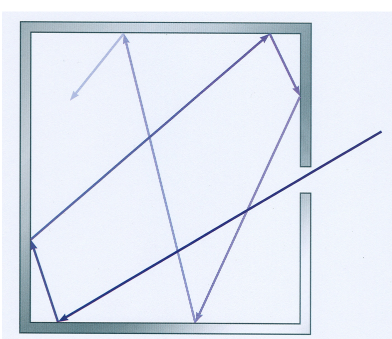
Tijelo koje potpuno apsorbira određene valne duljine je <u>crno tijelo</u> za to područje spektra: $\alpha = 1$, $\rho = 0$

Tijelo koje reflektira svo upadno zračenje je <u>bijelo tijelo</u>: $\alpha = 0$, $\rho = 1$

Tijelo koje djelomično reflektira sve valne duljine upadnog zračenja je <u>sivo tijelo</u>:
$0 < \alpha < 1$, $0 < \rho < 1$, α, ρ ne ovise o valnoj duljini

IDEALNO CRNO TIJELO -potpuno apsorbira svo upadno zračenje
-izotermna šupljina s malim otvorom – nakon mnogobrojnih refleksija upadnog zračenja u šupljini je sve apsorbirano, a i vjerojatnost da upadno zračenje izađe van je vrlo mala

SLIKA: IDEALNO CRNO TIJELO – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 8.1. STR. 348



11.2. ZAKONI ZRAČENJA APSOLUTNO CRNOG TIJELA

Spektralna gustoća zračenja apsolutno crnog tijela za različite temperature:

SLIKA: SPEKTRI CRNOG TIJELA ZA RAZLIČITE TEMPERATURE – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 8.2.a) i b) STR. 350-351

Kad apsolutno crno tijelo emitira zračenje, onda je intenzitet zračenja ovisan o apsolutnoj temperaturi (u K):

$I = \sigma T^4$ Stefan-Boltzmannov zakon

Stefan-Boltzmannova konstanta = $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \dfrac{W}{m^2 K^4}$

Mjerenjem je utvrđeno da intenzitet ovisi o valnoj duljini i temperaturi: $I_\lambda = f(\lambda, T)$

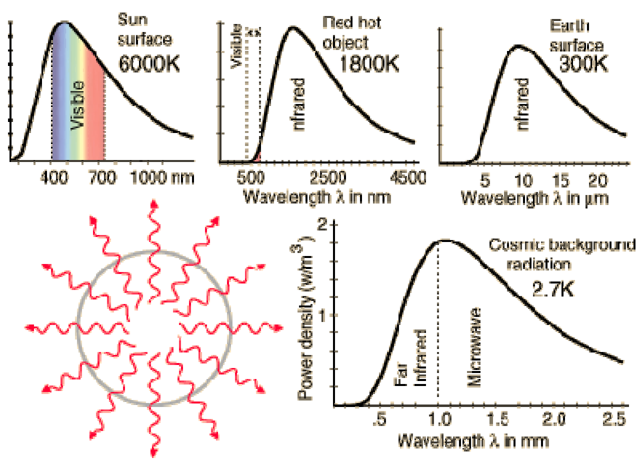
Intenzitet je snaga po jedinici površine: $I = P / S$ (u W/m^2)

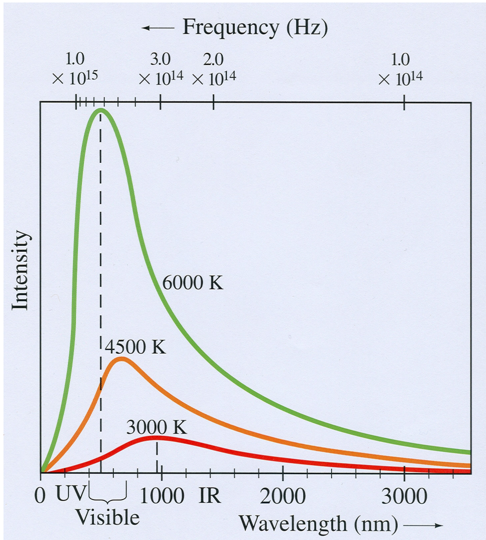
Iz slike vidimo da maksimumi krivulja ovise o temperaturi i da svaka krivulja ima maksimum na određenoj valnoj duljini λ_m.

Veza između apsolutne temperature i valne duljine λ_m na kojoj krivulja ima maksimum, dana je Wienovim zakonom pomaka:

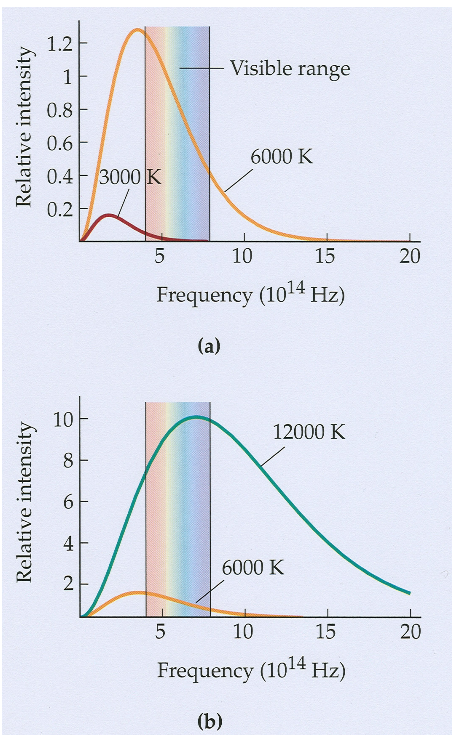
$\lambda_m T = 2{,}898 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{mK}$ = Wienova konstanta

Npr. pri sobnoj temperaturi: $T = 300\mathrm{K}, \lambda_m = 10\mu\mathrm{m}$ (infracrveno toplinsko područje)
Na Suncu: $T = 6000\mathrm{K}, \lambda_m = 0{,}5\mu\mathrm{m}$ (vidljiva svjetlost)





Frequency (Hz)
1.0 × 10^15
3.0 × 10^14
2.0 × 10^14
1.0 × 10^14
Intensity
6000 K
4500 K
3000 K
0
UV
Visible
1000
IR
2000
3000
Wavelength (nm)



Relative intensity
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
Visible range
3000 K
6000 K
5
10
15
20
Frequency (10^14 Hz)

(a)

Relative intensity
10
8
6
4
2
12000 K
6000 K
5
10
15
20
Frequency (10^14 Hz)

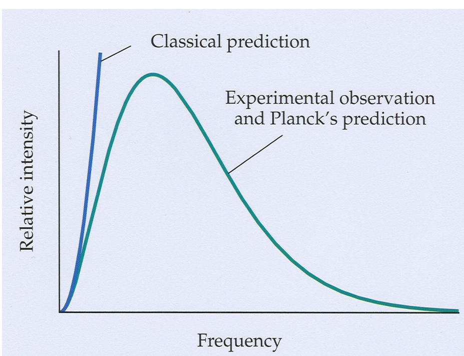
(b)

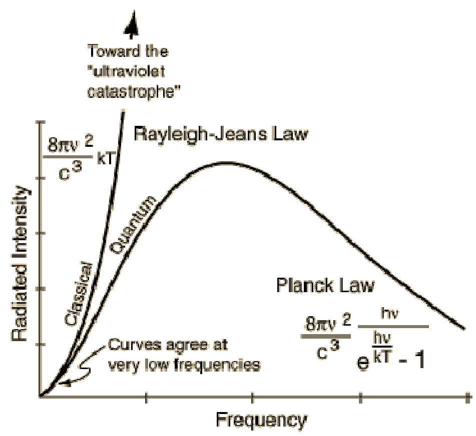
11.3. PLANCKOV ZAKON ZRAČENJA APSOLUTNO CRNOG TIJELA

Britanski fizičari Rayleigh i Jeans su primjenjujući zakone klasične mehanike, klasične statističke dinamike i teorije elektromagnetizma na zračenje u izotermnoj šupljini dobili teorijski rezultat poznat pod imenom RAYLEIGH-JEANSOVA FORMULA.

SLIKA: USPOREDBA RAYLEIGH - JEANSOVE FORMULE I EKSPERIMENTALNOG SPEKTRA; ULTRALJUBIČASTA KATASTROFA – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 8.4. STR. 355

No teorija i ekspriment su bili u totalnoj suprotnosti. Za velike valne duljine se R-J formula približavala eksperimentalnim podacima. No za male valne duljine je teorijska krivulja išla u beskonačnost. S obzirom da su te male valne duljine zapravo u ultraljubičastom području, taj se rezultat teorije zove ULTRALJUBIČASTA KATASTROFA. Računanjem intenziteta zračenja prema R-J formuli, umjesto prema Stefan-Boltzmannovom zakonu, dobije se beskonačno veliki intenzitet.





14.12.1900. na sastanku Njemačkog fizikalnog društva Max Planck je prikazao rješenje ovog problema uzimajući pretpostavku o zračenju oscilatora koji su trebali predstavljati crno tijelo. Pretpostavio je da atomi imju kvantizirana energijska stanja i da emitiraju i apsorbiraju energiju samo u kvantima, te pri tome prelaze iz jednog stanja u drugo.

Minimalna energija koja se može emitirati ili apsorbirati je $h\nu$, gdje je ν - frekvencija EM zračenja, a h = 6,626·10^{-34} Js (koja je određena eksperimentalno). Svaka veća količina energije E dana je cjelobrojnim višekratnikom od $E_0 = h\nu = hc/\lambda$:

$$E = 2h\nu, 3h\nu ... nh\nu$$

Taj minimalni paket energije zovemo KVANT ENERGIJE. Energija je KVANTIZIRANA i nije više kontinuirana već DISKRETNA veličina (za razliku od energije u klasičnoj fizici).

SLIKA: KLASIČNI I KVANTNI OSCILATOR – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 8.6. STR. 358

Kvantni oscilator može biti atom koji titra ili stojni EM val u nekoj šupljini.

U statičkoj ravnoteži su razna stanja oscilatora uzbuđena različitim vjerojatnostima koje su proporcionalne $e^{-nh\nu/kT}$ prema Maxwell-Boltzmannovoj statistici. Srednja energija takvog oscilatora je:

$$\overline{E} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu e^{-nh\nu/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/kT}} \qquad \overline{E} = \frac{h\nu\sum_{n=0}^{\infty} ne^{-nh\nu/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/kT}}$$

Uz $e^{-h\nu/kT} = x$:

$$\overline{E} = \frac{h\nu\sum_{n=0}^{\infty} nx^n}{\sum_{n=0}^{\infty} x^n} = h\nu\frac{x++2x+3x^2+...}{1+x+x^2+x^3+...}$$

$\overline{E} = h\nu x$ (derivacija tog geometrijskog reda) / (beskonačni geometrijski red)

Geometrijski red: $1+x+x^2+x^3+... = \frac{1}{1-x}$

Derivacija tog geometrijskog reda: $x++2x+3x^2+... = \frac{d}{dx}(\frac{1}{1-x}) = \frac{1}{(1-x)^2}$

$$\overline{E} = h\nu\frac{x}{1-x} = \frac{h\nu e^{-h\nu/kT}}{1-e^{-h\nu/kT}} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1}$$

Uz $E \propto 1/\lambda$ Planck je izveo formulu za spektralnu gustoću zračenja:

$$f(\lambda,T) = \frac{c}{4}\frac{8\pi}{\lambda^4}\frac{hc}{\lambda}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1} \qquad (*)$$

Osnovna pretpostavka za R-J formulu je bio teorem o ekviparticiji energije koji kaže da svaki stupanj slobode, odnosno svaki način titranja doprinosi energiji jednako i to s *kT*, gdje je $k = 1{,}381\cdot10^{-23}$ J/K = Boltzmannova konstanta.

Planck je tražio ovisnost o valnoj duljini tako da: $f(\lambda,T) \to 0$ za $\lambda \to 0$

Osim slaganja s eksperimentom, treba se vidjeti da se i drugi zakoni (Stefan-Boltzmannov i Wienov) mogu izvesti iz Planckovog zakona zračenja.

Integriranjem (*) po svim valnim duljinama dobije se: $I = \int_0^\infty f(\lambda, T) d\lambda = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2h^3}T^4$

A računanjem $\frac{2\pi^5 k^4}{15c^2h^3}$ se dobije vrijednost Stefan-Boltzmannove konstante.
Za velike valne duljine iz Planckovog zakona dobijemo R-J formulu jer za velike valne duljine je:

$$e^{\frac{hc}{\lambda kT}} \approx 1 + \frac{hc}{\lambda kT}$$

To uvrstimo u (*): $f(\lambda, T) = \frac{c}{4}\frac{8\pi}{\lambda^4}\frac{hc}{\lambda}\frac{1}{1+\frac{hc}{\lambda kT}-1} = \frac{c}{4}\frac{8\pi}{\lambda^4}kT =$ R-J formula

Određivanje Wienove konstante iz Planckovog zakona zračenja:

$$\frac{d}{d\lambda}f(\lambda, T) = -\frac{10hc^2}{\lambda^6}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1} + \frac{2hc^2}{\lambda^5}\frac{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1}\frac{hc}{\lambda^2 kT} = 0$$

Uz $x = \frac{hc}{\lambda kT}$ dobijemo: $\frac{xe^x}{e^x - 1} = 5$

Slijedi numeričko rješavanje i $x_0 = 4{,}965$

$\lambda_m = \frac{hc}{4{,}965kT}$ ili

$\lambda_m T = \frac{hc}{4{,}965k} = 2{,}898 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{mK}$ Wienov zakon pomaka