Međuispit iz Fizike 2R (29. studenog 2016.)

1. Pitanja višestrukog izbora

Upute: Odgovore zaokružite **na ovom papiru** i potpišite se na njega. U zadacima zaokružite samo do traženog broja odgovora. Svaki točno zaokruženi odgovor donosi po jedan bod. Nema negativnih bodova.

1.1 Q-faktor ili faktor kvalitete (dobrote) je veličina koja pokazuje (**jedan** točan odgovor):

(a) brzinu prijenosa snage titranja s jednog titrajnog sustava na drugi;

(b) relativnu udaljenost frekvencije sustava od rezonantne frekvencije;

(c) prijelaz iz kritičnog u aperiodičko titranje;

(d) brzinu gubitka energije pri prigušenom titranju. **točno**

1.2 Neka je ω_0 prirodna frekvencija (neprigušenog) titranja oscilatora, a δ neka opisuje prigušenje (uobičajena definicija). Pojava rezonancije pri prisilnom titranju je moguća ako (**jedan** točan odgovor):

(a) $0 \leq \delta < \omega_0/\sqrt{2}$ **točno**

(b) $0 \leq \delta < \omega_0$

(c) $0 \leq \delta < \sqrt{2}\omega_0$

(d) $0 \leq \delta < 2\omega_0$

(e) $0 \leq \delta$

1.3 Stojni val kao rezultat superpozicije progresivnih valova $y_1(x,t)$ i $y_2(x,t)$ (**jedan** točan odgovor):

(a) nije rješenje valne jednadžbe jer on ne predstavlja progresivni val;

(b) je rješenje valne jednadžbe samo ako se valovi y_1 i y_2 gibaju u istim smjerovima;

(c) je rješenje valne jednadžbe čija su rješenja i progresivni valovi y_1 i y_2; **točno**

(d) nije rješenje valne jednadžbe jer valovi imaju iste amplitude ali različite valne duljine.

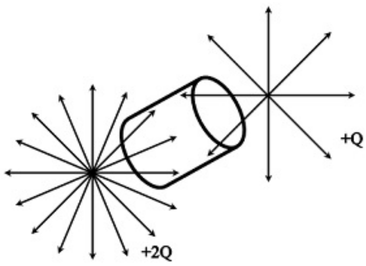
1.4 Kakav je tok električnog polja kroz cilindričnu plohu na slici? (**jedan** točan odgovor)

(a) Nula. **točno**

(b) Pozitivan.

(c) Negativan.

(d) Ne može se odrediti.



1.5 Ako se nabijeni pločasti kondenzator prazni preko žaruljice - omskog otpora, tada se (**jedan** točan odgovor):

(a) ne može inducirati magnetsko polje jer nema promjene magnetskog toka;

(b) ne može inducirati magnetsko polje jer Gausova ploha obuhvaća samo dio silnica električnog polja;

(c) može inducirati magnetsko polje jer se mijenja električno polje u vremenu; **točno**

(d) ne može odrediti da li je inducirano magnetsko polje jer nije dan smjer struje pražnjenja.

1.6 Imamo zatvorenu kružnu petlju od žice i ravni vodič koji leži u ravnini u kojoj leži i petlja. Do inducirane struje u petlji dolazi (**jedan** točan odgovor):

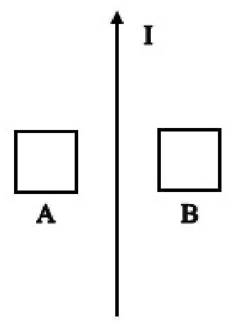
(a) kada vodič prolazi kroz središte petlje i struja raste od nule do neke vrijednosti;

(b) kada vodič prolazi kroz središe petlje i smjer struje se stalno mijenja (izmjenična struja);

(c) kada vodič prolazi obodom petlje, struja je stalna, a petlja se skliže duž vodiča;

(d) kada vodič prolazi obodom petlje, a smjer struje se stalno mijenja (izmjenična struja). **točno**

1.7 Vodičem prolazi struja prema gore i u blizini se nalaze dvije metalne petlje kao što je prikazano na slici. Što se događa u petljama ako se smanjuje struja u ravnom vodiču? (**jedan** točan odgovor)



(a) Ne događa se ništa.

(b) U obje petlje inducira se struja u smjeru kazaljke na satu.

(c) U obje petlje inducira se struja u smjeru suprotnom od smjera kazaljke na satu.

(d) U petlji A inducira se struja u smjeru kazaljke na satu, a u petlji B u smjeru suprotnom od smjera kazaljke na satu.

(e) U petlji A inducira se struja u smjeru obrnutom od smjera kazaljke na satu, a u petlji B u smjeru kazaljke na satu. **točno**

1.8 Kroz dva paralelna vodiča koji su razmaknuti za d teku struje istih iznosa, ali suprotnih smjerova. Koje od sljedećih tvrdnji su točne? (**dva** točna odgovora)

(a) Magnetsko polje B uvijek je jednako nuli u svakoj točki prostora po Ampereovom zakonu.

(b) Integral magnetskog polja B jednak je nuli duž bilo koje petlje koja obuhvaća te dvije struje. **točno**

(c) Integral magnetskog polja B jednak je nuli duž svake petlje koja obuhvaća samo jednu struju.

(d) Magnetsko polje jednako je nuli na udaljenosti $d/2$ od prve i od druge struje.

(e) Magnetsko polje B je maksimalnog iznosa na pravcu koji je udaljen za $d/2$ od prve i druge struje. **točno**

1.9 Ravni elektromagnetski val širi se kroz prostor. Vektor električnog polja dan je izrazom $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\hat{i}$. Koji izraz opisuje vektor magnetskog polja tog vala? (**jedan** točan odgovor)

(a) $\vec{B} = B_0 \cos(ky - \omega t)\hat{i}$

(b) $\vec{B} = B_0 \cos(kz - \omega t)\hat{i}$

(c) $\vec{B} = B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{j}$

(d) $\vec{B} = B_0 \cos(kz - \omega t)\hat{j}$ **točno**

(e) $\vec{B} = B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{k}$

(f) $\vec{B} = B_0 \cos(ky - \omega t)\hat{k}$

2. Pitanja iz teorije

Uputa: Odgovore na pitanja treba napisati na posebnom papiru te popratiti detaljnim komentarima i crtežima.

2.1 (a) Napišite jednadžbu gibanja oscilatora prigušenog silom razmjernom brzini, (b) diskutirajte vrste rješenja s obzirom na vrstu prigušenja, (c) napišite rješenje pri slabom prigušenju. **(4 boda)**

2.2 Izvedite jednadžbu gibanja (valnu jednadžbu) transverzalnog vala na napetom užetu. **(3 boda)**

2.3 Napišite Poyntingov vektor ravnog vala čije je električno polje dano izrazom $\vec{E}(x,t) = E_0\vec{\jmath} \cdot \cos(\omega t - kx)$. Konačni izraz mora sadržavati smjer, iznos i jedinicu. **(3 boda)**

3. Računski zadaci

Uputa: Postupke i rješenja treba napisati na posebnim papirima. Svaki zadatak nosi 5 bodova.

3.1 Masa od 0.2 kg je ovješena o oprugu konstante elastičnosti 10 $\mathrm{Nm}^{-}1$. Masa je uronjena u viskoznu tekućinu koja daje silu trenja $-bv$. Frekvencija prigušenih titraja je 0.977 ω_0 . Masa se otkloni za 25 cm iz ravnotežnog položaja i otpusti da se giba. Koliko je masa udaljena od ravnotežnog položaja nakon tri perioda prigušenih titraja?

Rješenje:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = 0.977\omega_0 \tag{1}$$

$$\delta = 0.213\omega_0 \tag{2}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{3}$$

$$\delta = 1.506\,\mathrm{s}^{-1} \tag{4}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{5}$$

$$T = \frac{2\pi}{0.977}\sqrt{\frac{0.2}{10}} = 0.909\,\mathrm{s}^{-1} \tag{6}$$

Položaj i brzina:

$$x(t) = A_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \phi) \tag{7}$$

$$v(t) = -A_0\delta e^{-\delta t}\cos(\omega t + \phi) - A_0\omega e^{-\delta t}\sin(\omega t + \phi) \tag{8}$$

Početni uvjeti:

$$x(0) \equiv x_0 = A_0\cos(\phi) \tag{9}$$

$$v(0) = 0 = -A_0\delta\cos(\phi) - A_0\omega\sin(\phi) \tag{10}$$

$$\tan(\phi) = -\frac{\delta}{\omega} \tag{11}$$

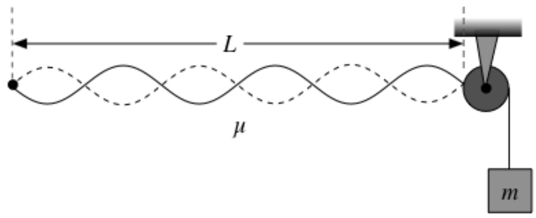
$$\phi = -12.3^\circ \tag{12}$$

Položaj u zadanom vremenu:

$$x(3T) = A_0 e^{-\delta 3T}\cos(6\pi + \phi) = A_0\cos(\phi)e^{-\delta\frac{6\pi}{\omega}} = x_0 e^{-\delta\frac{6\pi}{\omega}} \tag{13}$$

$$x(3T) = (25\,\mathrm{cm})e^{-6\pi\frac{0.213}{0.977}} = 0.410\,\mathrm{cm} \tag{14}$$

3.2 Na slici ispod, uteg visi na niti linearne gustoće mase 2×10^{-3} kg m^{-1} koja ide preko koloture zanemarive mase. Na početku niti djeluje oscilator konstantne frekvencije, a duljina niti između oscilatora i koloture je 2 m. Kad masa utega iznosi ili 16 kg ili 25 kg, uspostave se stojni valovi na niti između oscilatora i koloture. Ako je masa utega između ovih vrijednosti, nema stojnih valova. Kolika je frekvencija oscilatora?



Rješenje:

$$\sqrt{\frac{m_2\, g}{\mu}} = \frac{2\, L}{n}\, f$$

$$\sqrt{\frac{m_1\, g}{\mu}} = \frac{2\, L}{n+1}\, f$$

$$\sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \frac{n+1}{n}$$

$$\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{n+1}{n}$$

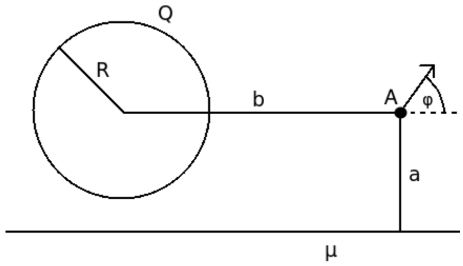
$$\frac{5}{4} = \frac{n+1}{n}$$

$$n = 4$$

$$f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{m_2\, g}{\mu}}\, n$$

$$f = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{25\ 9.81}{2\ 10^{-3}}} \cdot 4\ \mathrm{Hz} = 350\ \mathrm{Hz}$$

3.3 Pored nabijene kugle polumjera R i naboja Q, na udaljenosti a od njena središta nalazi se beskonačna pravčasta raspodjela naboja linearne gustoće μ. Izračunajte električno polje u točki A koja leži na pravcu koji je paralelan s pravcem pravčaste raspodjele, a koja je udaljena za b od središta kugle (vidi sliku). Koliki mora biti naboj kugle ako je rezultantno električno polje u točki A usmjereno pod kutem $\varphi = 60°$, kao na slici?



Rješenje:
Iz Gaussova zakona možemo izračunati električno polje kugle na udaljenosti b:

$$\iint \vec{E}d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}, \tag{15}$$

Gaussova ploha je polumjera b:

$$\iint \vec{E}d\vec{A} = E4\pi b^2, \tag{16}$$

polje kugle je:

$$\vec{E}_{kugla} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 b^2}\hat{x}, \tag{17}$$

na sličan način računamo polje pravčaste raspodjele:

$$\iint EdA = \frac{Q}{\epsilon_0}, \tag{18}$$

gdje je Gaussova ploha cilindar polumjera a:

$$\iint \vec{E}d\vec{A} = E2\pi al, \tag{19}$$

a naboj obuhvaćeni naboj je:

$$Q = \mu l, \tag{20}$$

slijedi polje pravčaste raspodjele na udaljenosti a:

$$\vec{E}_{pravac} = \frac{\mu}{2\pi\epsilon_0 a}\hat{y}, \tag{21}$$

Ako je rezultantno polje u točki A usmjereno pod kutom od $60°$, a polja kugle i pravčaste raspodjele su okomite tada vrijedi:

$$\tan\varphi = \frac{E_y}{E_x}, \tag{22}$$

Slijedi:

$$\tan\varphi = \frac{E_{\text{pravac}}}{E_{\text{kugla}}} = \frac{\frac{\mu}{2\pi\epsilon_0 a}}{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 b^2}} = \frac{2b^2\mu}{Qa} = \sqrt{3}, \tag{23}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{2\mu b^2}{\sqrt{3}a}. \tag{24}$$

3.4 Dana su četiri polja:

$$\vec{E} = (0,\, 0,\, E_0 \cos[k(y - ct)]) \tag{25}$$

$$\vec{E} = (0,\, 0,\, E_0 \cos[k(x - ct)]) \tag{26}$$

$$\vec{B} = \left(\frac{E_0}{c} \cos[k(y - ct)],\, 0,\, 0 \right) \tag{27}$$

$$\vec{B} = \left(0,\, \frac{E_0}{c} \cos[k(y - ct)],\, 0 \right) \tag{28}$$

Koja od ovih polja zajedno opisuju elektromagnetski val u vakuumu? Pokažite eksplicitno da ta polja (koja opisuju elektromagnetski val) zadovoljavaju Maxwellove jednadžbe.

Rješenje:
S obzirom da su sva polja u y smjeru osim $E = (0, 0, E_0 \cos[k(x - ct)])$ koje je u x smjeru tada ono neće imati svog para magnetskog polja i to polje otpada. Polje $B = (0, \frac{E_0}{c} \cos[k(y - ct)], 0)$ ima komponentu y i istovremeno se giba u y smjeru, tada će rotacija tog polja biti 0, to polje neće zadovoljiti Maxwellove jednadžbe. Ostaju polja:

$$E = (0, 0, E_0 \cos[k(y - ct)]), \tag{29}$$

$$B = (\frac{E_0}{c} \cos[k(y - ct)], 0, 0), \tag{30}$$

koje imaju sve preduvjete da zadovolje Maxwellove jednadžbe u vakuumu. Prva Maxwellova jednadžba:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0, \tag{31}$$

Druga Maxwellova jednadžba:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} = 0, \tag{32}$$

Treća Maxwellova jednadžba:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{\partial E_z}{\partial y} \hat{x} = -E_0 k \sin[k(y - ct)] \hat{x}, \tag{33}$$

desna strana:

$$-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -E_0 k \sin[k(y - ct)] \hat{x}, \tag{34}$$

vidimo da je zadovoljena.

Četvrta Maxwellova jednadžba:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = -\frac{\partial B_x}{\partial y} \hat{z} = \frac{E_0}{c} k \sin[k(y - ct)] \hat{z}, \tag{35}$$

desna strana:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{E_0}{c} k \sin[k(y - ct)] \hat{z}, \tag{36}$$

također je zadovoljena, polja opisuju elektromagnetski val u vakuumu.