

Rješenja zadataka jesenskog ispitnog roka iz Fizike 2
četvrtak, 04. 09. 2014.

1. Na jednoj opruzi titra tijelo mase $m_1=1$ kg, a na drugoj tijelo mase $m_2=1,1$ kg. Omjeri njihovih perioda su $T_1 : T_2 = 1 : 1,1$. Koliko mase treba oduzeti drugom tijelu i dodati prvom da bi tijela titrala istim periodom? **(6 bodova)**

Rješenje:

Period je dan izrazom

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Iz zadanog omjera perioda

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1,1} = \sqrt{\frac{m_1 k_2}{m_2 k_1}}$$

korištenjem činjenice da je $m_2=1,1 * m_1$ slijedi

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{1}{1,1}$$

Nakon prebacivanja mase periodi su isti

$$\frac{T'_1}{T'_2} = 1 = \sqrt{\frac{m'_1}{m'_2 * 1,1}}$$

iz čega slijedi

$$m'_1 = 1,1 * m'_2$$

Ukupna masa je nepromijenjena, dakle

$$m'_1 + m'_2 = 2,1 \text{ kg}$$

Također vrijedi

$$m'_2 = m_2 - \Delta m$$

te je naposljetku

$$\Delta m = 0,1 \text{ kg}$$

2. Dvije žice jednake duljine $l=1\text{m}$ napete jednakim silama daju jednake tonove. Kada se, ne mijenjajući naprezanje, jedna žica skрати za 2 cm pri titranju se čuje 9 zvučnih udara u sekundi. Koje su u tom slučaju frekvencije titranja žica. (Napomena: uzmite da žice titraju osnovnim načinom to jest titraju osnovnom valnom duljinom). **(8 bodova)**

Rješenje:

Frekvencija udara je

$$v_u = |v_1 - v_2|$$

Brzina valova je

$$v = \lambda_1 * v_1 = \lambda_2 * v_2$$

Kako se radi o titranju osnovnom valnom duljinom

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2 * l_1 = 2 * l_2$$

Jednu od žica skratimo

$$l'_2 = l_2 - \Delta l = l_1 - \Delta l$$

Kako se napetost ne mijenja kao ni linearna gustoća brzina valova ostaje ista te vrijedi

$$\lambda_1 v_2 = \lambda'_2 v'_2 = 2 * l_1 v_1 = 2 * l'_2 v'_2 = 2 * (l_1 - \Delta l) v'_2$$

Skraćena žica titrat će višom frekvencijom

$$v'_2 = v_u + v_1$$

Iz gornjih relacija može se dobiti

$$v_1 = v_u \frac{l_1 - \Delta l}{\Delta l} = 441 \text{ Hz}$$

te

$$v'_2 = 450 \text{ Hz}$$

3. Uniformno električno polje nalazi se unutar kružnice polumjera $R = 3 \text{ cm}$ i usmjereno je okomito na ravninu kružnice. Iznos električnog polja je ovisan o vremenu prema relaciji $E(t) = A \cdot t$, gdje je $A = 9 \cdot 10^{-3} \text{ Vm}^{-1}\text{s}^{-1}$. Koliki je iznos induciranog magnetskog polja na udaljenosti $r = 5 \text{ cm}$ od središta kružnice? **(7 bodova)**

Rješenje:

Prema Maxwell-Ampérovom zakonu veza vremenske promjene toka električnog polja i cirkulacije magnetskog polja je

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}.$$

Tok električnog polja kroz kružnicu polumjera $r = 5 \text{ cm}$ je $\Phi_E = E \cdot R^2 \pi$, gdje je R polumjer kružnice unutar koje postoji električno polje ($R < r$).

Uvrstimo sve veličine u Maxwell-Ampérov zakon:

$$B \cdot 2r\pi = \mu_0 \epsilon_0 A \cdot R^2 \pi.$$

Konačno, magnetsko polje na udaljenosti $r = 5 \text{ cm}$ od središta kružnice je

$$B = \frac{A}{2c^2} \frac{R^2}{r} = 9 \cdot 10^{-22} \text{ T}.$$

4. Izvor svjetlosti koji se giba brzinom $v = 5 \text{ cm s}^{-1}$ duž optičke osi, približava se konkavnom sfernom zrcalu polumjera zakrivljenosti $R = 50 \text{ cm}$. Kojom brzinom se giba slika tog izvora kada je izvor udaljen 20 cm od tjemena zrcala? **(7 bodova)**

Rješenje:

Za sferno zrcalo vrijedi

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R} ,$$

gdje je $a(> 0)$ predmetna daljina, b slikovna daljina, $R = +50 \text{ cm}$ polumjer zakrivljenosti. Zadana brzina je brzina gibanja predmeta, $v = da/dt$.

Izrazimo slikovnu daljinu b s lijeve strane:

$$b = \frac{Ra}{2a - R} .$$

Deriviramo po vremenu da bi pronašli brzinu gibanja slike:

$$v_{\text{slika}} = \frac{db}{dt} = -\frac{R^2}{(2a - R)^2} v .$$

Za zadane brojeve $v_{\text{slika}} = -125 \text{ cm s}^{-1}$.

5. Optička rešetka osvijetljena je snopom bijele svjetlosti koji sadrži valne duljine između 400 nm i 700 nm , koji pada okomito na nju. Kutna širina spektra prvog reda je $30,0^\circ$. Koliki je ogibni kut maksimuma prvog reda za valnu duljinu 589 nm ? **(6 bodova)**

Rješenje:

Uvjet za maksimum m -tog reda:

$$d \sin \theta = m \lambda \quad \text{za} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\lambda_1 = 400 \text{ nm}$$

$$\lambda_2 = 700 \text{ nm}$$

$$\theta_2 - \theta_1 = 30^\circ$$

$$m = 1$$

$$d \sin \theta_i = \lambda_i \quad i = 1, 2$$

$$\sin \theta_2 = \sin(\theta_1 + 30^\circ) = \sin \theta_1 \cos 30^\circ + \cos \theta_1 \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta_1 + \frac{1}{2} \cos \theta_1$$

$$\sin \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta_1 + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \sin^2 \theta_1}$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 \theta_1} = 2 \cdot \sin \theta_2 - \sqrt{3} \sin \theta_1$$

Kvadriranjem se dobije:

$$1 - \sin^2 \theta_1 = 4 \cdot \sin^2 \theta_2 - 4 \sqrt{3} \sin \theta_1 \sin \theta_2 + 3 \sin^2 \theta_1$$

$$4 \sin^2 \theta_1 - 4 \sqrt{3} \sin \theta_1 \sin \theta_2 + 4 \cdot \sin^2 \theta_2 - 1 = 0$$

$$4 \left(\frac{\lambda_1}{d} \right)^2 - 4 \sqrt{3} \frac{\lambda_1}{d} \frac{\lambda_2}{d} + 4 \left(\frac{\lambda_2}{d} \right)^2 - 1 = 0$$

$$d = 2 \sqrt{\lambda_1^2 - \sqrt{3} \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2}$$

$$d = 2 \sqrt{400^2 - \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 700 + 700^2} \text{ nm} = 812,5 \text{ nm}$$

$$\lambda = 589 \text{ nm}$$

$$\sin \theta = \frac{589}{812,5} = 0,724923$$

$$\theta = 46,5^\circ$$

6. Koliki je kut raspršenja fotona energije 0,20 MeV na slobodnom elektronu ako foton u raspršenju izgubi 10% svoje energije? **(6 bodova)**

Rješenje:

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{hc}{E'} - \frac{hc}{E} = 2 \lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{hc}{0,9 E} - \frac{hc}{E} = 2 \lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{hc}{E} \left(\frac{1}{0,9} - 1 \right) = 2 \lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{hc}{E} \left(\frac{10}{9} - 1 \right) = 2 \lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{hc}{9E} = 2 \lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{hc}{18 E \lambda_c}}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1240 \text{ eV nm}}{18 \cdot 0,20 \cdot 10^6 \cdot \text{eV} \cdot 2,426 \cdot 10^{-3} \text{ nm}}} = 0,376803$$

$$\theta = 44,3^\circ$$