

Rješenja 1. međuispita iz Fizike 2 ponedjeljak, 26. 11. 2012.

Zadaci

1. Jednostavna vaga sastoji se od opruge i pločastog nosača mase 20 g. Kada se na nosač stavi uteg od 5 g i lagano pomakne u vertikalnom smjeru, period titranja će biti $\pi/3$ s. Ako na nosač umjesto 5 g stavimo uteg od 25 g, koliko se opruga može rastegnuti iz ravnotežnog položaja, a da uteg niti u jednom trenutku ne odskoči s nosača? **(7 bodova)**

Rješenje:

Konstantu opruge nalazimo iz relacije za period

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}, \quad k = 0.9 \text{ Nm}^{-1},$$

gdje je $m_1 = (20 + 5) \text{ g}$.

Kada uteg od 5 g zamijenimo s onim od 25 g, sustav će oscilirati kružnom frekvencijom

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_2}} = 0.124 \text{ rad/s},$$

pri čemu je $m_2 = (20 + 25) \text{ g}$.

Iz jaednažbe za elongaciju/pomak harmoničkog oscilatora

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi),$$

dobijemo izraz za akceleraciju

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi).$$

Da uteg ne bi odskočio s nosača, maksimalna akceleracija ne smije biti veća od akceleracije sile teže

$$g = a_{max} = \omega^2 A,$$

odnosno, tražena amplituda je

$$A = g \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 = 0.49 \text{ m}.$$

2. Osoba sjedne u automobil zbog čega se automobil malo spusti na svojim oprugama koje su već bile sabijene težinom vozila. Nakon toga se osoba vozi automobilom po cesti koja ima uzvisine. Zbog vožnje po uzvisinama javlja se periodička sila i uzrokuje titranje. Vlastita kružna frekvencija titranja vozila je $\omega_0 = 30 \text{ s}^{-1}$, a faktor prigušenja je $0,057 \text{ s}^{-1}$. Zbog promjene brzine vožnje mijenja se frekvencija pobudne sile. Amplituda titranja za frekvenciju $\omega = 27 \text{ s}^{-1}$ je 1 mm . Kolika je maksimalna amplituda titranja? (5 bodova)

Rješenje:

$$A(\omega = 27 \text{ s}^{-1}) = 1 \text{ mm}$$

$$A(\omega) = \frac{A_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}$$

$$A_0 = 0,17103 \text{ ms}^{-2}$$

$$\omega_r = \sqrt{30^2 - 2 \cdot 0,057^2} \text{ s}^{-1} = 29,99989 \text{ s}^{-1}$$

$$A(\omega_r) = \frac{0,17103}{\sqrt{(30^2 - 29,99989^2)^2 + 4 \cdot 0,057^2 \cdot 29,99989^2}} \text{ m} = 0,050009 \text{ m} = 5,0 \text{ cm}$$

3. Transverzalni puls na napetoj niti opisan je funkcijom:

$$y(x, t) = A \exp[-b^2(x - vt)^2],$$

gdje je $A = 0.1 \text{ m}$, $b = 4 \text{ m}^{-1}$, a brzina širenja pulsa $v = 2 \text{ m/s}$. Izračunajte iznos maksimalne transverzalne brzine na niti u trenutku $t = 0 \text{ s}$. (5 bodova)

Rješenje:

Transverzalna brzina niti je dana s:

$$v_y(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = 2Ab^2v(x - vt) \exp[-b^2(x - vt)^2].$$

Tražimo prvo položaj na niti gdje ta veličina ima maksimum:

$$\frac{\partial v_y(x, t)}{\partial x} = 2Ab^2v \exp[-b^2(x - vt)^2] [1 - 2b^2(x - vt)^2] = 0.$$

U trenutku $t = 0 \text{ s}$, maksimum iznosa brzine se nalazi na položajima $x_{\max} = \pm \frac{1}{\sqrt{2b}}$.

Sada izračunamo iznos transverzalne brzine u danom položaju i trenutku:

$$v_y(x_{\max}, t = 0) = 2Ab^2v(x_{\max} - v \cdot 0) \exp[-b^2(x_{\max} - v \cdot 0)^2] = \sqrt{2}Abv \exp(-1/2).$$

Za brojeve zadane u zadatku:

$$v_y(x_{\max}, t = 0) = 0.686 \text{ m/s}.$$

4. Izvor frekvencije $f_0=3400$ Hz i slušatelj nalaze se na istom mjestu. U jednom trenutku izvor se počinje udaljavati stalnim ubrzanjem $a=5$ m/s². Koju frekvenciju čuje slušatelj 20 s nakon početka gibanja izvora? Brzina zvuka je 340 m/s. (7 bodova)

Rješenje:

Slušatelj nakon 20s čuje zvuk emitiran u nekom ranijem trenutku t_E . Od tog trenutka zvuk još do slušatelja mora prijeći put kojeg je do tada već prešao izvor. Zvuku za to treba vrijeme t_Z .

$$\Rightarrow s_Z = v_Z \cdot t_Z = \frac{at_E^2}{2}$$

$$\Rightarrow t_Z = \frac{at_E^2}{2v_Z}$$

Kako je ukupno vrijeme

$$t = 20s = t_E + t_Z$$

$$t_E + t_Z - t = 0 \Rightarrow \frac{a}{2v_Z} \cdot t_E^2 + t_E - t = 0$$

Iz toga slijedi

$$t_E = (\text{fizikalno rješenje}) = \frac{-v_Z + v_Z \sqrt{1 + \frac{2at}{v_Z}}}{a}$$

U tom trenutku brzina izvora je $v_I = at_E = -v_Z + v_Z \sqrt{1 + \frac{2at}{v_Z}}$ dok je brzina slušatelja cijelo vrijeme 0.

Upotrebom relacije (\vec{r}_0 je jedinični vektor od izvora slušatelja)

$$f = f_0 \frac{v_Z - \vec{r}_0 \cdot \vec{v}_S}{v_Z - \vec{r}_0 \cdot \vec{v}_I} = f_0 \frac{v_Z}{v_Z - v_Z + v_Z \sqrt{1 + \frac{2at}{v_Z}}}$$

$$\Rightarrow f = \frac{f_0}{\sqrt{1 + \frac{2at}{v_Z}}} = 2697,87 \text{ Hz}$$