

Dodatne vježbe

Marko Sossich

21. studenoga 2016.

Sadržaj

1 Dodatne vježbe

- Zadatak 1.
- Zadatak 2.
- Zadatak 3.
- Zadatak 4.
- Zadatak 5.
- Zadatak 6.
- Zadatak 7.
- Zadatak 8.
- Zadatak 9.
- Zadatak 10.

Zadatak 1.

1. Njihalo se sastoji od malog utega mase 60 g obješenog na nerastezljivu nit zanemarive mase. Kut ϑ koji nit njihala čini s vertikalom dan je izrazom

$$\vartheta(t) = (0,08\text{rad}) \cos[(4,43\text{rad/s})t + \varphi], \quad (1)$$

gdje je φ neodređena faza. Izračunajte maksimalnu kinetičku energiju takvog njihala.

$$(Rješenje: E_{kin} = \frac{m}{2} \left(\frac{g\vartheta_0}{\omega} \right)^2 = 9.42 \cdot 10^{-4} \text{ J}).$$

Zadatak 2.

2. Kotač koji se sastoji od obruča mase $2,6 \text{ kg}$, radijusa R i 6 žbica duljine R , svaka mase $0,1 \text{ kg}$, može rotirati oko horizontalne osi koja prolazi kroz središte kotača i okomita je na ravninu kotača. Horizontalna opruga konstante elastičnosti 25 Nm^{-1} pričvršćena je jednim krajem u točku na žbici kotača na udaljenosti $r = 3/4R$ od središta kotača, a drugim krajem u točku na vertikalnom zidu s lijeve strane kotača. Koliki je period malih titranja koje izvodi kotač pod utjecajem opruge?

(Rješenje: $T = 2\pi\sqrt{\frac{4}{3}\frac{M+2m}{k}}$).

Zadatak 3.

3. Dva beskonačna vodiča, jedan u obliku valjka polumjera R_1 , a drugi plašta valjka polumjera R_2 ($R_2 > R_1$), postavljeni su tako da imaju zajedničku os O . Između njih je vakuum. Unutrašnjim vodičem teče ukupna struja I u smjeru z -osi koja je homogeno raspodijeljena po poprečnom presjeku (krug). Vanjskim vodičem teče ukupna struja istog iznosa, ali suprotnog smjera, homogeno raspodijeljena po njegovom presjeku (kružnica). Napišite izraz za iznos magnetskog polja $B(r)$ u ovisnosti o udaljenosti r od osi sustava, i to za $0 < r < R_1$, zatim za $R_1 < r < R_2$, te za $r > R_2$.

Zadatak 4.

4. Elektron se giba u pozitivnom smjeru x -osi brzinom $3.5 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$ i ulijeće u dio prostora u kojem se nalazi homogeno magnetno polje s komponentama $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z) = (14.5, 2.7, 5.5) \cdot 10^{-4} \text{ T}$. Koliki je iznos sile koja djeluje na elektron u dijelu prostora s magnetskim poljem?
(Rješenje: $F = ev_0 \sqrt{B_z^2 + B_y^2} = 3.43 \cdot 10^{-16} \text{ N}$).

Zadatak 5.

5. Šalica stoji na horizontalnoj podlozi koja jednostavno harmonički titra u horizontalnom smjeru amplitudom 0,5 m. Pronađite maksimalnu frekvenciju tog titranja pri kojoj još neće doći do proklizavanja šalice. Faktor trenja između šalice i podloge iznosi 0,42.

$$(Rješenje: \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu g}{A}} = 0.46 \text{ Hz}).$$

Zadatak 6.

6. Disk mase $m = 200$ g i polumjera $R = 20$ cm obješen je kroz središte na torzionu nit (nit i ravnina diska su međusobno okomiti). Period harmoničkih oscilacija tog sustava je $T = 2,2$ s. Zatim se na disk pričvrsti tijelo nepravilnog oblika, te se za novi sustav izmjeri period harmoničkih oscilacija $T = 3,8$ s. Izračunajte moment tromosti tijela nepravilnog oblika oko osi koja se podudara s torzionom niti.

$$(Rješenje: I = \frac{mR^2}{2} \left(\left(\frac{T_2}{T_1} \right)^2 - 1 \right) = 7.93 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2).$$

Zadatak 7.

7. Odredite na kojoj udaljenosti od središta homogenog štapa duljine l treba postaviti horizontalnu os rotacije da bi period malih oscilacija štapa bio minimalan ?

(Rješenje: $b = \frac{l}{\sqrt{12}}$).

Zadatak 8.

8. U dijelu prostora postoji homogeno magnetsko polje $B = 0.1 \text{ T}$. Silnice polja su vodoravne (na skici okomito na stranicu, tj. pokazuje van iz papira). Metalni prsten mase $m = 10 \text{ g}$ i polumjera $R = 30 \text{ cm}$ stavi se u prostor, tako da samo jednom polovicom obuhvaća dio prostora gdje postoji magnetsko polje (vidi skicu). Kolika struja treba teći kroz prsten da bi prsten mogao na takav način „levitirati” u prostoru?
(Rješenje: $I = \frac{mg}{2BR}$).

Zadatak 9.

9. Istovremeno su na napetom užetu prisutna dva putujuća transverzalna vala koja imaju jednaku amplitudu koja iznosi 44 mm, jednaku frekvenciju i smjer širenja, ali među njima postoji pomak u fazi. Njihovom superpozicijom nastaje val amplitude 36 mm. Odredite pomak u fazi među valovima.

(*Rješenje:* $\cos \frac{\varphi}{2} = \frac{A_2}{2A_1} = 131.7^\circ$).

Zadatak 10.

10. U dijelu prostora omeđenog vodičem kvadratnog oblika, magnetsko polje usmjereno je okomito na stranicu, u smjeru $+z$ -osi (iz ravnine crtnje). Jakost mu je dana s $B = Ayt^2$, gdje konstanta iznosi $A = 0.5 \text{ T/ms}^2$. Odredite iznos elektromotorne sile inducirane u petlji u trenutku $t = 4 \text{ s}$. Duljina stranice vodiča je $a = 120 \text{ cm}$.

(*Rješenje:* $\varepsilon(t) = -Aa^3t = 3.46 \text{ V}$).

Zadatak 11.

11. (Ne-harmonički) val na užetu opisan je izrazom $y(x, t) = Ae^{(ax-bt)}$, gdje su konstante $A = 0.5 \text{ cm}$, $a = 3 \text{ cm}^{-1}$, $b = 4 \text{ s}^{-1}$. Kojom brzinom se širi taj val?
(Rješenje: $v = b/a$).

Zadatak 12.

12. Čelična žica promjera $d = 1$ mm i duljine $L = 3$ m razapeta između dva zida transverzalno titra osnovnom frekvencijom jednakom $f = 200$ Hz. Ako pri toj frekvenciji maksimalna amplituda iznosi $A = 2$ cm, odredite ukupnu energiju titranja žice. Gustoća čelika jest $\rho = 7800$ kg/m³.

(Rješenje: $E_k = \rho L \pi \left(\frac{A \omega d}{4} \right)^2$).

Zadatak 13.

13. Vodič kružnog poprečnog presjeka i polumjera $R = 3$ cm vodi struju čija gustoća linearno raste od osi vodiča, $j(r) = ar$ gdje je $a = 2 \cdot 10^6$ Am³. Koliki je iznos magnetskog polja u točki koja se nalazi unutar vodiča, na udaljenosti $r = 2$ cm od osi vodiča?

(Rješenje: $B(r) = \frac{\mu_0 ar^2}{3}$).