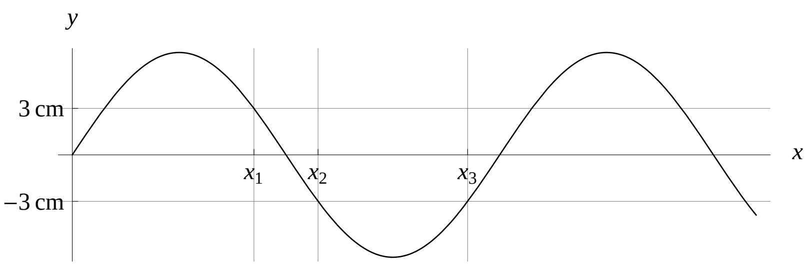
Ponovljeni prvi međuispit

1. Tijelo mase $m = 10$ g pričvršćeno je na dvije jednake horizontalno postavljene opruge konstanti elastičnosti $k_1 = k_2 = k/2 = 0.5\ \mathrm{N\,m^{-1}}$, te klizi po podlozi uz koeficijent trenja $\mu = 0.1$. Ako se tijelo pomakne udesno za udaljenost $A_0 = 10$ cm od ravnotežnog (središnjeg) položaja i pusti da titra, nađite njegov položaj kada se ono prvi put zaustavi. (ubrzanje gravitacijske sile $g = 9.81\ \mathrm{m\,s^{-2}}$) (3 boda)

2. Homogeni tanki disk polumjera $R = 24$ cm može njihati oko vodoravne osi koja je okomita na njegovu površinu i prolazi njegovim rubom. Disk otklonimo iz ravnotežnog položaja za kut $\vartheta_0 = 7°$ i pustimo da njiše (titra). Nakon šest titraja amplituda se smanji na vrijednost $\vartheta_6 = 0.6°$. Odredi period titranja diska. (ubrzanje gravitacijske sile $g = 9.81\ \mathrm{m\,s^{-2}}$) (4 boda)

3. Na užetu s čvrstim krajevima titra stojni val. Razmaci među susjednim točkama užeta koje titraju amplitudom 3 cm iznose $x_2 - x_1 = 3$ cm i $x_3 - x_2 = 7$ cm (vidi sliku). Odredi valnu duljinu λ i maksimalnu amplitudu A ovog stojog vala.



(3 boda)

Ponovljeni drugi međuispit

1. Stojni valovi zvuka u osnovnom modu su uspostavljeni u dvije cijevi otvorene na oba kraja. Duljina prve cijevi je $L_1 = 1.001$ m, duljina druge cijevi je $L_2 = 1.004$ m, a po svim ostalim karakteristikama cijevi su jednake. Odredi frekvenciju udara koji se čuju kada obje cijevi istovremeno proizvode zvuk. (brzina zvuka $v_\mathrm{z} = 340\ \mathrm{m\,s^{-1}}$) (4 boda)

2. Elektromagnetski val se širi u vakuumu u smjeru osi x i ima amplitudu električnog polja $E_0 = 220\ \mathrm{V\,m^{-1}}$. Vektor električnog polja leži u ravnini $y = z$. Odredi amplitudu i smjer pripadajućeg magnetskog polja $\mathbf{B}$. (3 boda)

3. Točkasti izotropni izvor svjetlosti nalazi se na visini $h = 2$ m iznad površine stola. Osvijetljenje stola u točki točno ispod izvora iznosi $E_0 = 2.0 \times 10^5$ lx. U kojim će točkama stola osvijetljenje iznositi 1.5×10^5 lx? (3 boda)

Ponovljeni završni ispit

1. Tijelo mase $m = 10$ g pričvršćeno je na dvije jednake horizontalno postavljene opruge konstanti elastičnosti $k_1 = k_2 = k/2 = 0.5$ N m^{-1}, te klizi po podlozi uz koeficijent trenja $\mu = 0.1$. Ako se tijelo pomakne udesno za udaljenost $A_0 = 10$ cm od ravnotežnog (središnjeg) položaja i pusti da titra, nađite njegov položaj kada se ono prvi put zaustavi. (ubrzanje gravitacijske sile $g = 9.81$ m s^{-2}) (5 bodova)

2. Stojni valovi zvuka u osnovnom modu su uspostavljeni u dvije cijevi otvorene na oba kraja. Duljina prve cijevi je $L_1 = 1.001$ m, duljina druge cijevi je $L_2 = 1.004$ m, a po svim ostalim karakteristikama cijevi su jednake. Odredi frekvenciju udara koji se čuju kada obje cijevi istovremeno proizvode zvuk. (brzina zvuka $v_z = 340$ m s^{-1}) (5 bodova)

3. Tanka konvergentna leća žarišne duljine $f = 50$ cm stvara sliku predmeta na zastoru udaljenom $b = 3$ m od leće. Nakon toga je predmet pomaknut bliže leći za 5 cm. Za koliko treba pomaknuti zastor da bi slika bila opet oštra? (3 boda)

4. Plastična folija debljine $d = 300$ nm čiji je indeks loma $n = 1.59$ nalazi se u zraku i osvijetljena je zrakama bijele svjetlosti koje na nju padaju okomito. Za koju valnu duljinu vidljivog spektra će interferencija u reflektiranoj svjetlosti biti destruktivna? (vidljiva svjetlost: $390 \text{ nm} < \lambda < 750$ nm) (3 boda)

5. Pri Comptonovu raspršenju fotona na elektronu, foton je raspršen pod kutem 60° a njegova energija nakon raspršenja iznosi 0.7 MeV. Odredi energiju fotona prije raspršenja. (masa elektrona $m_e = 0.511$ MeV/c^2) (4 boda)

Riješenja zadataka s ponovljenih ispita

Zadatak: Tijelo mase $m = 10$ g pričvršćeno je na dvije jednake horizontalno postavljene opruge konstanti elastičnosti $k_1 = k_2 = k/2 = 0.5\ \mathrm{N\,m^{-1}}$, te klizi po podlozi uz koeficijent trenja $\mu = 0.1$. Ako se tijelo pomakne udesno za udaljenost $A_0 = 10$ cm od ravnotežnog (središnjeg) položaja i pusti da titra, nađite njegov položaj kada se ono prvi put zaustavi. (ubrzanje gravitacijske sile $g = 9.81\ \mathrm{m\,s^{-2}}$)

Postupak:

$$x(t) = A\cos\omega t + \mu mg/k$$

$$x(0) = A_0 \quad \longrightarrow \quad A = A_0 - \mu mg/k$$

$$x(t = T/2) = ?$$

$$T = 2\pi\sqrt{m/k}$$

$$x(T/2) = 2\mu mg/k - A_0 = -8.04\ \text{cm}$$

Rješenje: -8.04 cm

(Anja Marunović)

Zadatak: Homogeni tanki disk polumjera $R = 24$ cm može njihati oko vodoravne osi koja je okomita na njegovu površinu i prolazi njegovim rubom. Disk otklonimo iz ravnotežnog položaja za kut $\vartheta_0 = 7°$ i pustimo da njiše (titra). Nakon šest titraja amplituda se smanji na vrijednost $\vartheta_6 = 0.6°$. Odredi period titranja diska. (ubrzanje gravitacijske sile $g = 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$)

Postupak: Kut otklona pri prigušenom titranju ovog njihala možemo napisati kao

$$\vartheta[t] = \vartheta_0 \mathrm{e}^{-\delta t} \cos[\omega t + \phi]$$

gdje je δ parametar prigušenja,

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \frac{2\pi}{T}$$

je frekvencija prigušenog titranja, ϕ je fazni pomak koji osigurava $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vartheta[0] = 0$, a

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgb}{I}} = \sqrt{\frac{mgb}{mb^2 + I_{\mathrm{cm}}}} = \sqrt{\frac{mgR}{mR^2 + \frac{1}{2}mR^2}} = \sqrt{\frac{2g}{3R}}$$

je frekvencija titranja bez prigušenja. Amplituda maksimalnog otklona u n-tom titraju može se napisati kao $\vartheta_n = \vartheta_0 \mathrm{e}^{-n\delta T}$, iz čega slijedi

$$\delta = \frac{1}{nT} \ln \frac{\vartheta_0}{\vartheta_n}.$$

Uvrštavanjem gornjih izraza za ω_0 i δ u izraz za ω slijedi

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{2g}{3R} - \left(\frac{1}{nT} \ln \frac{\vartheta_0}{\vartheta_n}\right)^2,$$

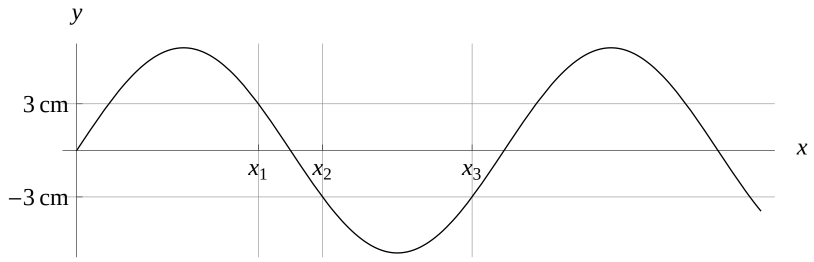
odnosno,

$$T^2 = \frac{3R}{2g}\left((2\pi)^2 + \left(\frac{1}{n} \ln \frac{\vartheta_0}{\vartheta_n}\right)^2\right)$$

Rješenje: $T^2 = (3R/2g)\big((2\pi)^2 + (\ln[\vartheta_0/\vartheta_n]/n)^2\big)$, $T = 1.206\,\mathrm{s}$

(Danijela Grozdanić)

Zadatak: Na užetu s čvrstim krajevima titra stojni val. Razmaci među susjednim točkama užeta koje titraju amplitudom 3 cm iznose $x_2 - x_1 = 3$ cm i $x_3 - x_2 = 7$ cm (vidi sliku). Odredi valnu duljinu λ i maksimalnu amplitudu A ovog stojog vala.



Postupak: Iz slike je očigledno da $x_3 - x_1 = \lambda/2$, odnosno,

$$\lambda = 2(x_3 - x_1) = 20 \text{ cm}$$

Također iz slike vidimo da mora vrijediti

$$x_{1,2} = \frac{\lambda}{2} \mp \frac{x_2 - x_1}{2}, \qquad x_1 = 8.5\,\text{cm}, \qquad x_2 = 11.5\text{ cm}.$$

Sada napišemo stojni val kao

$$y[x,t] = A\sin[kx]\cos[\omega t] = A\sin[2\pi x/\lambda]\cos[\omega t],$$

odnosno amplitudu titranja točke na koordinati x kao

$$a[x] = A\sin[2\pi x/\lambda],$$

pa obzirom na zadane veličine imamo

$$a[x_1] = A\sin[2\pi x_1/\lambda],$$

iz čega slijedi (maksimalna) amplituda stojnog vala

$$A = \frac{a[x_1]}{\sin[2\pi x_1/\lambda]} \simeq 6.608 \text{ cm}$$

Rješenje: $\lambda = 20$ cm, $A \simeq 6.608$ cm

(Željko Večenaj)

Zadatak: Stojni valovi zvuka u osnovnom modu su uspostavljeni u dvije cijevi otvorene na oba kraja. Duljina prve cijevi je $L_1 = 1.001$ m, duljina druge cijevi je $L_2 = 1.004$ m, a po svim ostalim karakteristikama cijevi su jednake. Odredi frekvenciju udara koji se čuju kada obje cijevi istovremeno proizvode zvuk. (brzina zvuka $v_\mathrm{z} = 340\ \mathrm{m\,s^{-1}}$)

Postupak: Frekvencija titranja zvuka u osnovnom modu u cijevi s otvorenim krajevima je

$$f_{1,2} = \frac{v_\mathrm{z}}{\lambda_{1,2}} = \frac{v_\mathrm{z}}{2L_{1,2}}.$$

Pretpostavljajući da su amplitude zvuka dvaju cijevi jednake A_0 te ne uvodeći fazni pomak intenzitete njihovog zvuka možemo napisati kao

$$A_{1,2} = A_0 \cos[2\pi f_{1,2} t].$$

Ukupna amplituda je

$$A_1 + A_2 = 2A_0 \cos\left[2\pi\,\frac{f_1 + f_2}{2}\,t\right] \cos\left[2\pi\,\frac{f_1 - f_2}{2}\,t\right],$$

gdje je

$$f_\mathrm{u} = |f_1 - f_2| = \frac{v_\mathrm{z}}{2}\left|\frac{1}{L_1} - \frac{1}{L_2}\right|$$

tražena frekvencija udara.

Rješenje: $f_\mathrm{u} = (v_\mathrm{z}/2)\big|1/L_1 - 1/L_2\big| \simeq 0.5075$ Hz

(Danijela Grozdanić)

Zadatak: Elektromagnetski val se širi u vakuumu u smjeru osi x i ima amplitudu električnog polja $E_0 = 220\ \mathrm{V\,m^{-1}}$. Vektor električnog polja leži u ravnini $y = z$. Odredi amplitudu i smjer pripadajućeg magnetskog polja $\mathbf{B}$.

Postupak: Električno polje možemo napisati kao

$$\mathbf{E}[\mathbf{r}, t] = \mathbf{E}_0 \cos[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi],$$

gdje je

$$\mathbf{k} = k\,\hat{\mathbf{x}}$$

valni vektor, a

$$\mathbf{E}_0 = E_0\,\frac{\hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}}}{\sqrt{2}}$$

je amplituda polja (vrijedi $\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{k} = 0$). Koristeći izraz

$$\mathbf{B} = \hat{\mathbf{k}} \times (\mathbf{E}/c)$$

slijedi

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}[\mathbf{r}, t] &= \frac{E_0}{c} \cos[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi]\,\frac{\hat{\mathbf{x}} \times (\hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}})}{\sqrt{2}} \\
&= \frac{E_0}{c} \cos[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi]\,\frac{\hat{\mathbf{z}} - \hat{\mathbf{y}}}{\sqrt{2}} \\
&= \mathbf{B}_0 \cos[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi],
\end{aligned}$$

gdje kao amplitudu magnetskog polja prepoznajemo

$$\mathbf{B}_0 = \frac{E_0}{c}\,\frac{\hat{\mathbf{z}} - \hat{\mathbf{y}}}{\sqrt{2}}.$$

Rješenje: $\mathbf{B}_0 = (E_0/c)(\hat{\mathbf{z}} - \hat{\mathbf{y}})/\sqrt{2}$, $B_0 = 7.338 \times 10^{-7}\ \mathrm{T}$

(Davor Čapeta)

Zadatak: Točkasti izotropni izvor svjetlosti nalazi se na visini $h = 2$ m iznad površine stola. Osvijetljenje stola u točki točno ispod izvora iznosi $E_0 = 2.0\times10^5$ lx. U kojim će točkama stola osvijetljenje iznositi 1.5×10^5 lx?

Postupak: Prema Lambertovu zakonu osvijetljenost plohe je

$$E = \frac{I}{r^2}\cos\theta,$$

gdje je r udaljenost osvijetljene plohe od izvora, a θ je kut pod kojim svjetlost pada na plohu. U točkama stola koje se nalaze na kružnici polumjera R sa središtem točno ispod izvora svjetlosti osvijetljenje je

$$E[R] = \frac{I}{h^2+R^2}\,\frac{h}{\sqrt{h^2+R^2}} = \frac{I}{h^2}\big(1+(R/h)^2\big)^{-3/2} = E_0\big(1+(R/h)^2\big)^{-3/2},$$

iz čega dobivmo

$$R^2 = h^2\left(\left(\frac{E_0}{E[R]}\right)^{2/3} - 1\right).$$

Rješenje: u točkama udaljenim $R = h\sqrt{(E_0/E[R])^{2/3}-1} \simeq 0.9196$ m

(Robert Slunjski)

Zadatak: Tanka konvergentna leća žarišne duljine $f = 50\,\mathrm{cm}$ stvara sliku predmeta na zastoru udaljenom $b = 3$ m od leće. Nakon toga je predmet pomaknut bliže leći za 5 cm. Za koliko treba pomaknuti zastor da bi slika bila opet oštra?

Postupak: Prema jednadžbi tanke leće imamo

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je a udaljeost predmeta, a b je udaljeost slike od leće žarišne duljine f. Slijedi

$$a = \frac{fb}{b - f}.$$

Kada se predmet pomakne imamo

$$\frac{1}{a + \Delta a} + \frac{1}{b + \Delta b} = \frac{1}{f},$$

odnosno,

$$b + \Delta b = \frac{f(a + \Delta a)}{(a + \Delta a) - f}.$$

Konačno,

$$\Delta b = -\Delta a \, \frac{(b - f)^2}{f^2 + (b - f)\Delta a}.$$

Rješenje: Zastor treba udaljiti za $\Delta b = -\Delta a\,(b - f)^2/(f^2 + (b - f)\Delta a) =$ 2.5 m

(Davor Čapeta)

Zadatak: Plastična folija debljine $d = 300$ nm čiji je indeks loma $n = 1.59$ nalazi se u zraku i osvijetljena je zrakama bijele svjetlosti koje na nju padaju okomito. Za koju valnu duljinu vidljivog spektra će interferencija u reflektiranoj svjetlosti biti destruktivna? (vidljiva svjetlost: $390\text{ nm} < \lambda < 750\text{ nm}$)

Postupak: Razlika u duljini optičkog puta svjetlosti reflektirane od prve i od druge granične plohe može se napisati kao

$$\delta = \frac{\lambda}{2} + 2nd,$$

gdje $\lambda/2$ imamo zbog pomaka u fazi pri refleksiji na prvoj graničnoj plohi (optički gušće sredstvo), a $2nd$ imamo zbog puta kojeg svjetlost reflektirana od druge granične plohe prevali unutar folije (λ je vakuumska valna duljina). Općenit uvjet za destruktivnu interferenciju glasi

$$\delta = (m + {}^1\!/\!_2)\lambda, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

na osnovu kojeg ovdje imamo

$$\lambda_m = \frac{2nd}{m}, \qquad m = 1, 2, \ldots$$

U spektralnom intervalu vidljive svjetlosti se za zadane vrijednosti d i n nalazi samo $\lambda_2 = 477$ nm.

Rješenje: $\lambda = nd = 477$ nm

(Robert Slunjski)

Zadatak: Pri Comptonovu raspršenju fotona na elektronu, foton je raspršen pod kutem 60° a njegova energija nakon raspršenja iznosi 0.7 MeV. Odredi energiju fotona prije raspršenja. (masa elektrona $m_e = 0.511\ \mathrm{MeV}/c^2$)

Postupak: Koristeći poznat izraz za razliku valnih duljina fotona,

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta'_{\mathrm{fot.}}),$$

te izraz za energiju fotona,

$$E_{\mathrm{fot}} = hf = \frac{hc}{\lambda},$$

imamo

$$\frac{hc}{E'_{\mathrm{fot.}}} - \frac{hc}{E_{\mathrm{fot.}}} = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta'_{\mathrm{fot.}}),$$

odnosno

$$E_{\mathrm{fot.}} = \frac{E'_{\mathrm{fot.}}}{1 - (E'_{\mathrm{fot.}}/m_e c^2)(1 - \cos\theta'_{\mathrm{fot.}})}$$

Rješenje: $E_{\mathrm{fot.}} = E'_{\mathrm{fot.}}/\big(1 - (E'_{\mathrm{fot.}}/m_e c^2)(1 - \cos\theta'_{\mathrm{fot.}})\big) \simeq 2.222\ \mathrm{MeV}$

(Željko Večenaj)