

FIZIKA 2
FORMULE

FER, Zagreb

SADRŽAJ:

Fizika 2 – Formule su preuzete iz udžbenika: *Valovi i optika*, Kulišić, Bartolić

1. Titranje	3
2. Mehanički valovi	6
3. Geometrijska optika	8
4. Fizikalna optika	10
5. Fotometrija	12
6. Kvantna priroda svjetlosti	13
7. Struktura atoma	14
8. Atomska jezgra	16
• Važnije konstante	17

U formulama nedostaju poglavlja: Maxwellove jednačbe, Elektromagnetski titraji i valovi, te električna vodljivost plinova.

1. TITRANJE

ELASTIČNOST

Hookeov zakon:

$$\sigma = E \varepsilon = E \frac{\Delta x}{x}$$

σ – napetost, E – Youngov modul elastičnosti, ε – relativna deformacija

Relativna deformacija:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x}$$

Youngov modul elastičnosti:

$$E = \frac{\sigma}{\delta_L} = \frac{F L_0}{S \Delta L}$$

F – sila, S – površina na koju djeluje sila, L – duljina

Napetost smicanja:

$$\tau = \frac{F}{S}$$

Modul smicanja G :

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

μ – Poissonov broj

Moment para sila:

Deformacija štapa učvršćenog na jednog kraja, a na drugom kraju djeluje par sila:

$$M = D \vartheta$$

ϑ – kut zakreta zbog torzije, D – konstanta torzije

Konstanta torzije D :

$$D = \frac{\pi r^4}{2 l} G$$

G – modul torzije, l – duljina štapa, r – polumjer štapa

Volumni modul elastičnosti:

$$B = -p \frac{\Delta V}{V}$$

V – volumen, p – tlak

Predznak '-' se stavlja kad je tlačno NAPREZANJE (stiskanje), dok predznak '+' kad je tlačno RASTEZANJE.

TITRANJE:

Elastična ili harmonijska sila:

Sila koja tijelo vraća u ravnotežni položaj:

$$\vec{F} = -k\vec{s}$$

k – konstanta elastičnosti, s – elongacija, tj. Udaljenost tijela od položaja ravnoteže

Jednadžba gibanja harmoničkog oscilatora:

$$m \frac{d^2 \vec{s}}{dt^2} + k\vec{s} = 0$$

Opće rješenje jednadžbe:

$$s = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

A – amplituda, φ_0 – početna faza, ω – kružna frekvencija

Kružna frekvencija: $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$, T – period titranja

Period titranja:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

NIJHALA

Matematičko njihalo:

Sitno tijelo mase m obješeno o nit stalne duljine, a zanemarive težine.

Sila koja vraća tijelo u položaj ravnoteže:

$$F = -mg \sin \vartheta$$

Period titranja matematičkog njihala:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

l – duljina niti, g – akceleracija slobodnog pada (gravitacija) = 9.81 m/s

Fizičko njihalo

Kruto tijelo koje se može okretati oko horizontalne osi koja ne prolazi kroz njegovo težište.

Moment težine:

$$M = -mgL \sin \vartheta$$

L – udaljenost osi rotacije od težišta

Period titranja fizičkog njihala:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgL}}$$

I – moment inercije s obzirom na os

Reducirana duljina fizičkog njihala $l_r = \frac{I}{mL}$ je duljina matematičkog njihala koje ima isti period kao fizičko njihalo.

Torziono njihalo:

Torziono njihalo se sastoji od tijela obješenog o žicu tako da je objesište na vertikali koja prolazi kroz središte tijela.

Moment žice

$$M_z = -D\vartheta$$

D – konstanta torzije

Period titranja torzionog njihala:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}$$

I – moment inercije s obzirom na os vrtnje

ENERGIJA TITRANJA

Ukupna energija:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2A^2$$

PRIGUŠENO TITRANJE:

Tijelo izvodi prigušeno titranje ako postoji kod titranja gubitak energije zbog trenja.

Jednadžba gibanja:

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{ds}{dt} + \frac{k}{m}s = 0, \text{ odnosno } \frac{d^2s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0$$

b – konstanta trenja, ω_0 – vlastita pulzacija neprigušenog oscilatora, δ – faktor prigušenja

Opće rješenje:

$$s(t) = Ae^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi)$$

Pulzacija prigušenih titranja:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

Logaritamski dekrement prigušenog titranja:

$$\lambda = \delta T, \text{ gdje je } T \text{ period prigušenog titranja}$$

PRISILNO TITRANJE

Prisilno titranje nastaje kada vanjska sila F_v djeluje na tijelo koje titra.

Vanjska sila:

$$F_v = F_0 \sin \omega t$$

Jednadžba gibanja:

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0 s = A_0 \sin \omega t$$

Opće rješenje:

$$s(t) = A(\omega) \sin(\omega t + \varphi)$$

Amplituda:

$$A(\omega) = \frac{A_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}$$

Kut:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Rezonantna pulzacija:

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$$

ZBRAJANJE HARMONIČKIH TITRAJA

$$s = s_1 + s_2 = A(\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t)$$

$$s = 2A \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t$$

Frekvencija udara:

$$\nu = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\pi}$$

2. MEHANIČKI VALOVI

Mehanički valovi – valovi koji se šire kroz elastična sredstva

Transvezalni val – čestice koje prenose val titraju okomito na smjer širenja

Longitudinalni val – čestice titraju oko položaja ravnoteže na pravcu kojim se širi val.

Brzina širenja vala

$$v = \lambda f, \quad f - \text{frekvencija}, \lambda - \text{valna duljina}$$

Valni broj: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

ŠIRENJE VALA U SREDSTVU

Brzina širenja transvezalnih valova:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \quad F - \text{napetost žice}, \mu - \text{masa po jedinici duljine}$$

Brzina longitudinalnih valova:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad E - \text{Youngov modul elastičnosti materijala}, \rho - \text{gustoća fluida}$$

Brzina longitudinalnih valova kroz fluid:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}, \quad B - \text{volumni modul elastičnosti}$$

Fazna brzina zvučnih valova u plinu:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} = \sqrt{\kappa \frac{RT}{M}}$$

κ - omjer specifičnih toplinskih kapaciteta c_p/c_v , p - tlak, ρ - gustoća, R - plinska konstanta, T - apsolutna temperatura, M - molna masa plina

κ za jednoatomne plinove iznosi 1.67, za dvoatomne (npr. zrak) iznosi 1.40, a za višeatomne iznosi 1.33

MATEMATIČKI OPIS VALNOG GIBANJA

Harmonički val:

$$s(x, t) = A \sin(\omega t + kx)$$

ako čestica titra po zakonu $s(x, t) = A \sin(\omega t + kx)$ tada:

$$s(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Superpozicija:

$$s = s_1 + s_2 = A \sin(\omega t - kx) + A \sin(\omega t - kx + \varphi) = 2A \sin\left(\omega t - kx + \frac{\varphi}{2}\right) \cos \frac{\varphi}{2}$$

Ako je $\varphi = 0$, $\cos \varphi/2 = 1$ - amplituda je maksimalna, nastaje KONSTRUKTIVNA interferencija.

Ako je $\varphi = \pi$, $\cos \varphi/2 = 0$ - amplituda je 0, nastaje DESTRUKTIVNA interferencija.

Konstruktivna interferencija - $d \sin \vartheta_n = \frac{2n\pi}{k} = n\lambda$, $n=0,1,2,\dots$ gdje je $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$

Destruktivna interferencija - $d \sin \vartheta_n = \left(1 + \frac{1}{2}\right)\lambda$, $n=0,1,2,\dots$

STOJNI VALOVI

Nastaje interferencijom dvaju valova jednake amplitude, frekvencije i valne duljine, koji na istom pravcu putuju jedan nasuprot drugome.

ČVOROVI – mjesta na kojima je elongacija stalno nula - $\frac{n\lambda}{2}$, za $n = 0,1,2,\dots$

TRBUSI – mjesta na žici koja najjače titraju. Maksimalna titranja dobivamo na mjestima gdje je:

$$\sin kx = \pm 1 \Rightarrow x_n = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Jednadžba stojnog vala na žici:

$$s(x, t) = A \sin(kx + \varphi_1) \sin(kx + \varphi_2)$$

Transvezalni stojni valovi na napetoj žici

Rubni uvjeti gdje je L duljina žice za n=1,2,3,...

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

Vlastite frekvencije kojima titra napeta žica:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n \frac{v}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

VALOVI ZVUKA

Zvuk – obuhvaća sve longitudinalne elastične valove u čvrstim tijelima, tekućinama i plinovima.

Infrazvuk – zvučni valovi frekvencije niže od 20 Hz, **Ultrazvuk** – zvučni valove frekvencije više od 20 000 Hz

Brzina zvuka: **$v = 340.29 \text{ m/s}$**

Transverzalni valovi na žici	Longitudinalni valovi u čvrstom tijelu	Longitudinalni valovi u tekućini	Longitudinalni valovi u plinovima
$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$	$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$v = \sqrt{\frac{1}{\rho K}}$	$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} = \sqrt{\kappa \frac{RT}{M}}$

ENERGIJA MEHANIČKIH VALOVA

Ukupna energija čestice koja harmonički titra: $E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$, $\mu = \frac{m}{l} = \rho S$

Gustoća energije: $w = \frac{\Delta E}{\Delta V}$ $\left[\frac{J}{m^3} \right]$, E - energija, V - volumen

Ukupna energija: $w = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2$

Snaga prenesena kroz površinu S: $P = w S v = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 S v$

Gustoća energijskog toka: $I = \frac{P}{S} = w v$ $[W/m^2]$

JAKOST I GLASNOĆA ZVUKA

Nivo (razina) buke:

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}, \quad [dB]$$

I – jakost zvuka, I_0 – jakost zvuka na pragu čujnosti (10^{-12} W/m^2), dB – decibeli (mjerna jedinica)

DOPPLEROV EFEKT

1.slučaj: izvor miruje, a detektor se giba brzinom v_d

Frekvencija koju detektor registrira:

$$f' = \frac{v \pm v_d}{v} f, \quad + \text{ približavanje, } - \text{ udaljavanje}$$

2.slučaj: izvor se giba brzinom v_d , a detektor miruje

$$f' = \frac{v}{v \pm v_i} f$$

Razlika frekvencije reflektiranih i odaslanih valova:

$$\Delta f = f' - f = \frac{2f v_p}{c - v_p}$$

3. GEOMETRIJSKA OPTIKA

Geometrijska optika je dio optike u kojoj se za opis svjetlosnih pojava služimo svjetlosnom zrakom.

1.zakon jest zakon o pravocrtnom širenju svjetlosti.

2.zakon jest zakon odbijanja ili refleksije.

3.zakon jest ZAKON LOMA ili REFRAKCIJE:

$$\frac{\sin u}{\sin l} = \frac{n_2}{n_1}$$

n_i – indeks loma svjetlosti za određeno sredstvo

RAVNO I SFERNO ZRCALO

Ravno zrcalo – glatka ploha koja može odbijati zrake svjetlosti prema zakonu odbijanja.

Virtualna slika – slika koja nastaje iza zrcala

Sferno zrcalo – zrcalo čija je površina dio kugline plohe.

Dva različita slučaja:

1. KONKAVNO (udubljeno) ZRCALO

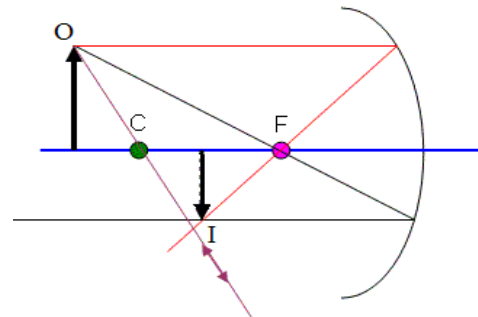
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$$

a – udaljenost predmeta od zrcala

b – udaljenost slike od zrcala

f – žarišna udaljenost

r – polumjer zakrivljenosti



Konkavna zrcala uvijek daju realnu sliku na istoj strani na kojoj je i predmet, f je uvijek pozitivan.

2. KONVEKSNO (izbočeno) ZRCALO

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{-f} = \frac{2}{r}$$

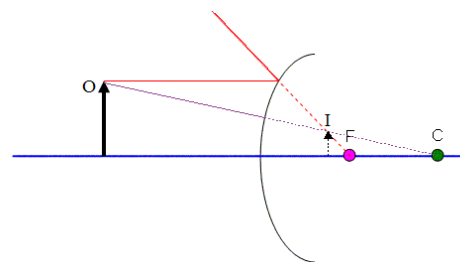
a – udaljenost predmeta od zrcala

b – udaljenost slike od zrcala

f – žarišna udaljenost

r – polumjer zakrivljenosti

C – središte sfere (r), F – žarišna točka (f)



Konveksna zrcala uvijek daju virtualnu sliku, na strani suprotnoj od predmeta (b – uvijek negativan, te f uvijek negativan)

Omjer veličine slike i veličine predmeta – povećanje: $m = -\frac{b}{a}$

TOTALNA REFLEKSIJA

Zraka svjetlosti pada na granicu dvaju optički različitih sredstava, dio se svjetlosti odbije, a dio se lomi u drugo sredstvo.

Kut $l = 90^\circ$

$$\sin u_g = \frac{n_2}{n_1}$$

PLANPARALELNA PLOČA

Paralelni pomak:

$$\Delta = d \sin u \left(1 - \frac{\cos u}{\sqrt{n^2 - \sin^2 u}} \right)$$

OPTIČKA PRIZMA

Optička prizma je tijelo čiji je presjek trokut.

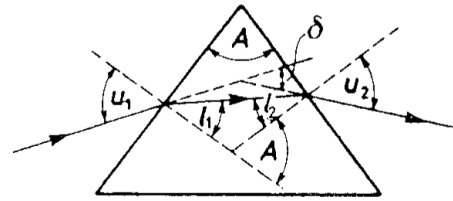
Ukupna devijacija δ zrake:

$$\delta = u_1 - l_1 + u_2 - l_2 = u_1 + u_2 - (l_1 + l_2)$$

Lomni kut prizme: $A = l_1 + l_2 \Rightarrow \delta = u_1 + u_2 - A$

Minimalna devijacija kad je $u_1 = u_2$ i $l_1 = l_2$: $\delta_{\min} = 2u_1 - A$

Indeks loma sredstva prizme: $n = \frac{\sin u_1}{\sin l_1} = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min} + A}{2}\right)}{\sin \frac{A}{2}}$

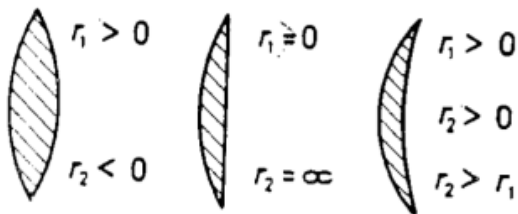


Lomni zakon na sfernoj granici: $\frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{r}$, Poprečno povećanje: $m = -\frac{n_1 b}{n_2 a}$

TANKE LEĆE

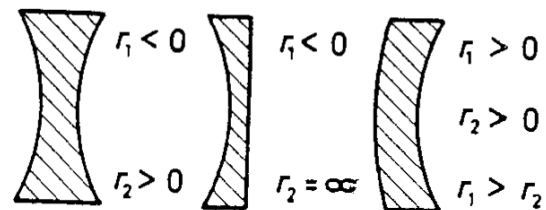
Leća je tanko prozirno optičko tijelo omeđeno dvjema poliranim površinama.

Konvergentne staklene leće:



a) bikonveksna b) plankonveksna c) konver. menisk

Divergentne staklene leće:



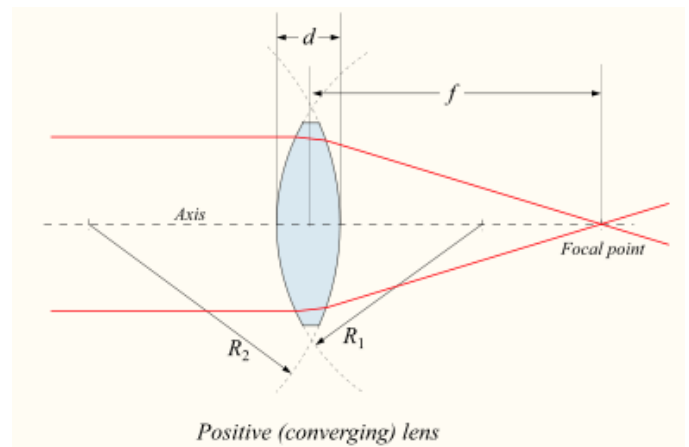
a) bikonkavna b) plankonkvana c) diver. menisk

1. KONVERGENTNE LEĆE

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{f} = J$$

Konvergentna leća je u mogućnosti dati realnu sliku.

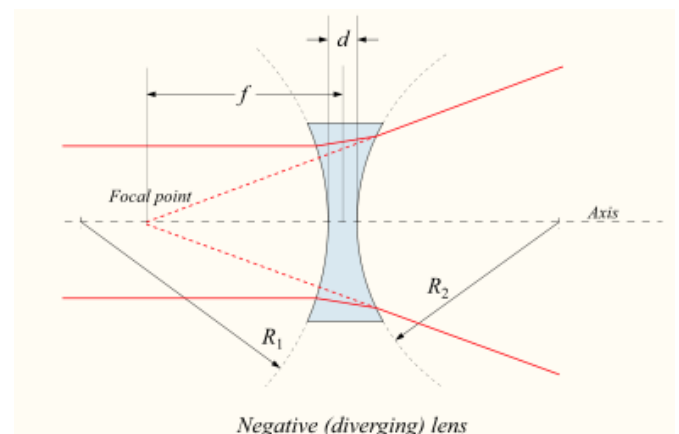
f je uvijek pozitivan. Realna slika se uvijek nalazi na suprotnoj strani od predmeta (b pozitivan), dok se virtualna slika nalazi na istoj strani kao i predmet (b negativan)



2. DIVERGENTNE LEĆE

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{-f} = J$$

Divergentna leća nije u mogućnosti dati realnu sliku, te je f uvijek negativan. Slika je uvijek virtualna (b negativan), te se nalazi uvijek na istoj strani kao i predmet.



Povećanje:

$$m = \frac{b}{a}$$

4. FIZIKALNA OPTIKA

INTERFERENCIJA VALOVA

Interferencija valova tj. slaganje dvaju ili više valova.

Svjetlosni valovi, tj. elektromagnetski valovi $v = \frac{c}{n}$

Jakost električnog polja elektromagnetskog vala:

$$E_1 = E_0 \sin \omega \left(t - \frac{nx_1}{c} \right)$$

$$E_2 = E_0 \sin \omega \left(t - \frac{nx_2}{c} \right)$$

Rezultantna elongacija:

$$E_A = 2E_0 \cos \frac{\omega}{2c} (nx_2 - nx_1) \sin \left[\omega t - \frac{\omega n}{2c} (x_1 + x_2) \right]$$

$nx_2 - nx_1$ razlika u hodu koju valovi imaju na mjestu inteferencije

c – brzina svjetlosti ($3 \cdot 10^8$ m/s), n – indeks loma sredstva kojim se širi svjetlost, t – vrijeme

U točki A se javlja **svjetlost** ako je:

$$\frac{\omega}{2c} (nx_2 - nx_1) = 0, \text{ za } \pi, 2\pi, \dots (k-1)\pi$$

U točki A se javlja **tama** ako je:

$$\frac{\omega}{2c} (nx_2 - nx_1) = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots \left(\frac{2k-1}{2} \right) \pi$$

YOUNGOV POKUS

U Youngovom pokusu se na zastoru vide tamne i svijetle pruge interferencije.

Razlika u hodu:

$$\Delta = \frac{ay}{d}$$

a – mali razmak, d – udaljenost zastora, y – udaljenost interferencijske pruge, $\Delta = k\lambda$

Pojačano svjetlo:

$$2\Delta \sqrt{n^2 - \sin^2 u} = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$

NEWTONOVA STAKLA

Vrlo poznati eksperiment kojim se pokazuju lokalizirane pruge inteferencije.

Newtonova stakla se sastoje od planparalelne staklene ploče i na nju položene plankonveksne leće, gdje je leća položena na planparalelnu ploču tako da je dodiruje svojom izbočenom stranom.

Debljina sloja d :

$$d = \frac{r^2}{2R - d} \approx \frac{r^2}{2R}$$

Svjetlost:

$$d_s = \frac{2k-1}{4} \lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Tama:

$$d_t = \frac{k}{2} \lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

MICHELSONOV INTERFEROMETAR

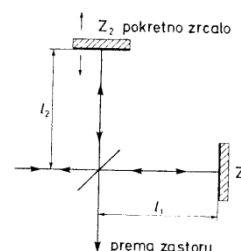
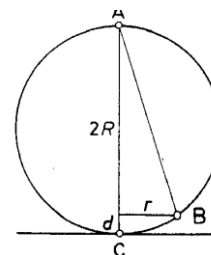
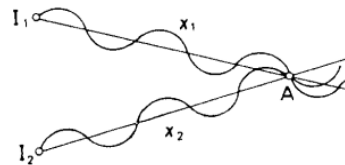
Michelsonov interferometar je uređaj kojim se može promatrati interferencija dvaju svjetlosnih snopova.

Maksimum svijetla

$$2(l_2 - l_1) \cos u = m\lambda$$

m – cijeli broj, u – upadni kut svjetlosne zrake na zrcalo

Za $m=1$ taj je kut praktički $\frac{\pi}{2}$



FRAUNHOFEROV OBIG NA PUKOTINI

Dvije susjedne zrake ogibnog kuta α imaju razliku u hodu:

$$\delta = \frac{\Delta}{m} = \frac{d}{m} \sin \alpha$$

Ukupna amplituda valova pod proizvoljnim kutem α

$$E(\alpha) = E(0) \frac{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha\right)}{\frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha}$$

Intenzitet svjetlosti:

$$I(\alpha) = I(0) \frac{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha\right)}{\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha\right)^2}$$

d – širina pukotine, $I(0)$ – intenzitet za $\alpha = 0$

Uvjet za pokrajni maksimum:

$$d \sin \alpha = \frac{2k \pm 1}{2} \lambda, \quad I = \frac{I_0}{\left(k \pm \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2}$$

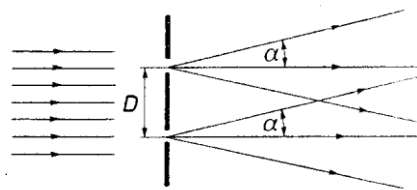
FRAUNHOFEROV OGIB NA DVIJE PUKOTINE

Na zastoru će se u područjima maksimuma pojavljivati minimumi, tj. u području svijetla se pojavljuju tamna mjesta.

Ukupna amplituda:

$$E(\alpha) = E(0) \frac{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha\right)}{\frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha} \frac{\sin\left(\frac{2\pi D}{\lambda} \sin \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi D}{\lambda} \sin \alpha\right)}$$

D – razmak između pukotina



Intenzitet svijetla:

$$I(\alpha) = I(0) \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha\right)}{\frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha} \right]^2 \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi D}{\lambda} \sin \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi D}{\lambda} \sin \alpha\right)} \right]^2$$

D – razmak između pukotina, d – širina pukotine

Uvjeti za minimum i maksimum svjetlosti:

Interferencijska slika 1.reda (pukotina):

$$\text{maks: } d \sin \alpha = k\lambda, \text{ za } k = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \quad \text{min: } d \sin \alpha = (2k \pm 1) \frac{\lambda}{2}, \alpha = 0$$

Interferencijska slika 2.reda (unutar pojava od pukotine):

$$\text{maks: } D \sin \alpha = \left(2k' \pm 1\right) \frac{\lambda}{2}, \text{ za } k' = 0, \pm 1, \pm 2 \quad \text{min: } D \sin \alpha = k'\lambda$$

OPTIČKA REŠETKA

Optička rešetka ukoliko ima broj pukotina N velik.

Intenzitet svijetla pod kutom α :

$$I(\alpha) = I(0) \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \alpha\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \alpha} \right]^2 \left[\frac{\sin\left(\frac{N\pi d}{\lambda} \sin \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha\right)} \right]^2$$

b – širina pukotine, d – konstanta rešetke

Glavni maksimum:

$$d \sin \alpha = m\lambda, \text{ za } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Glavni minimum:

$$d \sin \alpha = \left(k + \frac{m}{N}\right) \lambda, \text{ za } k' = 0, 1, 2, \dots \text{ i } m = 1, 2, 3, \dots (N - 1)$$

Moć razlučivanja rešetke:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{mN}$$

Disperzija ili razvučenost spektra:

$$\frac{d\alpha}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \alpha}$$

POLARIZACIJA VALOVA SVJETLOSTI

Brewsterov zakon za određivanje kuta polarizacije

$$\operatorname{tg} u = \frac{n_2}{n_1}$$

Malusov zakon:

$$I_{\varphi} = I_0 \cos^2 \varphi$$

φ - kut između ravnina refleksije prve i druge ploče, I_0 - intenzitet zrake odbijene na drugoj ploči kad je $\varphi = 0$.

Polarizator je uređaj pmoću kojega dobivamo *linearno polariziranu svjetlost*.

Ukoliko je svjetlost prije ulaska u polarizator prethodno bila *nepolarizirana* vrijedi: $I_1 = \frac{I_0}{2}$

5. FOTOMETRIJA

Fotometrija se bavi mjerenjem svjetlosnih veličina iz područja elektromagnetskih zračenja na koje je oko osjetljivo.

Svjetlosni tok:

$$d\phi = I d\omega \quad [lm]$$

I - svjetlosna jakost izvora u promatranom smjeru, $d\omega$ - prostorni kut, lm - lumen (mjerna jedinica)

Svjetlosna jakost:

$$dI = i(\lambda) d\lambda \quad [cd]$$

$i(\lambda)$ - funkcija razdiobe svjetlosne jakosti, cd - kandela (mjerna jedinica)

Osvjetljenje:

$$E = \frac{d\phi}{dS} = \frac{I}{r^2} \cos \beta \quad [lx]$$

S - površina osvjetljenja, β - kut upadanja, r - udaljenost koju prođe središnja zraka snopa, lx - luks (mjerna jedinica)

Svjetlosna odzračnost:

$$M = \frac{d\phi}{dA} \quad \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

Difuzni izvori imaju konstantnu luminanciju:

$$L(\alpha, \varphi) = L_0$$

6. KVANTNA PRIRODA SVJETLOSTI

Crno tijelo apsorbira dio upadnog zračenja, a dio reflektira. **Idealno crno tijelo** apsorbira sva upadna zračenja.

Stefan-Boltzmannov zakon:

$$I = \sigma T^4, \quad \text{gdje je } \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

I – ukupni intezitet zračenja idealnog crnog tijela, σ – Stefan-Boltzmannova konstanta, T – temperatura

Ukupna snaga zračenja:

$$P = S \sigma T^4$$

P – snaga, S – površina crnog tijela

Faktor emisije ε za realna tijela:

$$I_\varepsilon = \varepsilon \sigma T^4$$

ε – faktor emisije ($0 < \varepsilon < 1$)

Wienov zakon:

Valna duljina koja odgovara maksimumu izračene energije (λ_m) obrnuto proporcionalna apsolutnoj temperaturi.

$$\lambda_m T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ Km}$$

PLANCKOV ZAKON ZRAČENJA ZA CRNO TIJELO

Spektralna gustoća zračenja – Planckov zakon zračenja:

$$f_{ct}(\lambda, T) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

c – brzina svjetlosti u vakuumu, k – Boltzmannova konstanta $k = 1,381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$, h – Planckova konstanta

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Energija fotona:

$$E_{fot} = hf = h \frac{c}{\lambda}$$

FOTOELEKTRIČNI EFEKT

Fotoelektrični efekt je izbacivanje elektrona iz substance pod utjecajem elektromagnetskog zračenja.

Napon zaustavljanja (U_z):

$$\frac{mv_m^2}{2} = eU_z$$

Einstenova relacija za energiju fotona:

$$E = mc^2$$

Količina gibanja:

$$p = mc = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Fotoelektrični efekt:

$$hf = W_{izlaz} + \frac{1}{2} m_e v_{maks}^2 \Rightarrow \frac{1}{2} m_e v^2 \leq E_{fot} - W_{izlaz}$$

Ukoliko je $hf < W_i$ nema fotoefekta.

COMPTONOV EFEKT

Sudar fotona frekvencije f s mirnim elektronom.

Zakon očuvanja energije:

$$hf + m_0 c^2 = hf' + mc^2$$

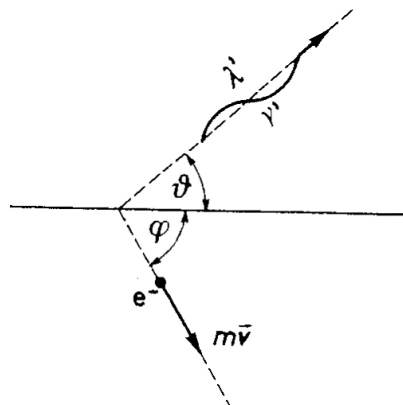
Zakon očuvanja gibanja:

$$(mv)^2 = \left(h \frac{f}{c}\right)^2 + \left(h \frac{f'}{c}\right)^2 - 2 \frac{h^2 f f'}{c^2} \cos \vartheta$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Comptonov efekt:

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{c}{f'} - \frac{c}{f} = \frac{2h}{m_0 c} (1 - \cos \vartheta) = \frac{2h}{m_0} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$$



7. STRUKTURA ATOMA

Diskretne spektralne linije rezultat su elektromagnetske emisije iz atoma razrijeđenih plinova i para metala pobuđenih najčešće u električnom polju. Vodikov atom emitira serije spektralnih linija određenih valnih duljina.

Balmerova formula:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad , k = 1, 2, 3, \dots, \quad n = k + 1, k + 2, \dots$$

R_H – Rydbergova konstanta $R_H = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

BOHROV MODEL ATOMA

Bohrovi postulati – elektron mora kružiti oko jezgre samo po točno određenim kvantiziranim stazama.

Dopuštene staze $n = h/2\pi$

$$L = r_n m_e v_n = n h$$

Glavni kvantni broj – prirodni broj $n = 1, 2, 3, \dots$

Elektron prelazi iz više u niže energijsko stanje ($E_m > E_n$) energijska se razlika ($E_m - E_n$) emitira u obliku svjetlosnog kvanta (fotona), dok elektron koji prelazi iz nižeg (n) u više (m) energijsko stanje, nastaje apsorpcija energije i pobuđivanje atoma.

$$hf = E_m - E_n$$

Centripetalna sila:

$$\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2}$$

Polumjer dopuštenih Bohrovih kružnica:

$$r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} \quad , n = 1, 2, 3, \dots$$

Vodik

Vodik u osnovnom stanju ($n = 1$), njegov elektron kruži po 1. stazi. Kada je atom pobuđen elektron se nalazi na jednoj od udaljenijih staza ($n = 2, 3, 4, \dots$)

Energija elektrona

$$E = E_k + E_p, \quad E_k = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 n^2 h^2}, \quad E_p = -\frac{m_e e^4}{4\epsilon_0^2 n^2 h^2}$$

Ukupna energija elektrona:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \Rightarrow E_1 = -13,6 \text{ eV} \quad , \quad E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

LINIJSKI SPEKTAR VODIKA

2. Bohrov postulat za energiju fotonoma koji se emitiraju:

$$hf = E_m - E_n = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

Ukupna energija:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Polumjer dopuštene Bohrove kružnice:

$$r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e Z e^2} \quad , n = 1, 2, 3, \dots$$

Z – redni broj elementa

Energija elektrona na stazi polumjera r :

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e Z^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^2}$$

RENDGENSKO ZRAČENJE

Vrlo prodorno nevidljivo zračenje koje nastaje pri izboju u cijevi s razrijeđenim plinom (*X-zrake*).

Moseleyev zakon za karakteristični X spektar:

Spektri su po svojoj strukturi za sve elemente jednaki, samo se valne duljine pojedinih linija smanjuju s porastom rednog broja.

K-serija:

$$f = cR \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) (Z - a)^2$$

Z – redni broj elementa, *R* – Rydbergova konstanta, *(Z-a)²* – faktor

L-serija:

$$f = cR \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) (Z - a)^2$$

VALNA PRIRODA ČESTICE

Količina gibanja fotona produkt je mase i brzine:

$$p = mc = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

De Broglieva relacija:

$$\lambda = \frac{h}{mf} = \frac{h}{p}$$

DIFRAKCIJA ELEKTRONA

Difrakcija (ogib) elektrona pri raspršenju niskoenergetskih elektrona na kristalima metala.

Braggov zakon:

Rendegenske zrake pokazuju difrakcijske pojave na kristalnoj rešetki. Razlika puta između dvije zrake što se reflektiraju na susjednih Braggovih ravnina daje difrakcijski maksimum zračenja ako vrijedi:

$$2d \sin \vartheta = n\lambda, n = 1, 2, 3, \dots$$

ϑ - kut što ga zatvara zraka i Braggova ravnina.

Prema De Braggu frekvencija:

$$mc^2 = hf$$

mc² – ukupna energija čestice

KVANTNI BROJEVI

Glavni kvantni broj određuje energiju elektrona u atomu.

Orbitalni kvantni broj $l=0,1,2,\dots,(n-1)$

Magnetski kvantni broj $m=l, l-1, \dots, 0, -1, -2, \dots, -l$

Kvantni broj elektrona spina:

$$s = -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$$

Bozoni su čestice s cjelobrojnim kvantnim brojem spina: $s=0,1,2,\dots$

Fotoni imaju kvantni broj spina $s=1$.

8. ATOMSKA JEZGRA

Atomska jezgra sadrži A nuklone: Z protoni i $A-Z$ neutroni.

A je maseni broj. Naboj jezgre je Ze gdje je $e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Unificirana atomska masena konstanta

$$m_u = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Masa mirovanja protona, neutrona i atoma vodika:

$$m_p = 1,00728 m_u, \quad m_n = 1,00867 m_u, \quad m_H = 1,007825 m_u$$

Defekt mase:

Razlika ukupne mase protona i neutrona i mase nukleida.

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_A = 0,03038 m_u$$

Energija vezanja:

$$E_B = [Zm_H + (A - Z)m_n - m_X]c^2$$

m_X – masa izotopa A_ZX

RADIOAKTIVNOST

Aktivnost

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

N – broj neraspadnutih jezgara, a λ – konstanta raspada

Početni broj neraspadnutih jezgara:

$$N_0 = \frac{N_A m}{M}$$

N_A – Avogadrova konstanta ($6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$), m – masa elementa, M – molna masa (Z)

Zakon radioaktivnog raspada:

$$\begin{aligned} N &= N_0 e^{-\lambda t} \\ A &= A_0 e^{-\lambda t} \quad [Bq] \end{aligned}$$

Bq – bekerel (mjerna jedinica) = s^{-1}

Vrijeme poluraspada:

$$\tau_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$$

Srednje vrijeme života:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

Energija koja se oslobodi ili apsorbira u nuklearnoj reakciji:

$$Q = (m_x + m_a)c^2 - (m_y + m_b)c^2$$

Udarni presjek:

$$* \sigma = \frac{\Delta N}{nN\Delta x}$$

ΔN – broj reakcija, N – broj upadnih čestica koji prođu kroz metu, Δx – debljina mete, n – broj jezgara jedinici volumena

VAŽNIJE KONSTANTE

Brzina svjetlosti u vakuumu	c	299 792 458 m/s
elementarni električni naboj	e	$1,602177 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
dielektrična konstanta (permitivnost) vakuumu	$\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2)$	$8,8541878 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
permeabilnost vakuumu	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$
Newtonova gravitacijska konstanta	G	$6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
Planckova konstanta	h	$6,626076 \cdot 10^{-34} \text{ J s} =$ $= 4,1356692 \cdot 10^{-15} \text{ eV s}$
reducirana Planckova konstanta	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$1,054573 \cdot 10^{-34} \text{ J s} =$ $= 6,582122 \cdot 10^{-16} \text{ eV s}$
Boltzmannova konstanta	$k = \frac{R}{N_A}$	$1,38066 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
plinska konstanta	R	$8,3145 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Avogadrova konstanta	N_A	$6,022137 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Faradayeva konstanta	F	$96485,31 \text{ C/mol}$
molni volumen idealnog plina	V_m	$22414,1 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$
Loschmidtova konstanta	$N_A/V_m = n_0$	$2,68676 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$
Stefan-Boltzmannova konstanta	σ	$5,6705 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
Rydbergova konstanta	R_∞	$10973731,53 \text{ m}^{-1}$
Masa elektrona	m_e	$9,109389 \cdot 10^{-31} \text{ kg} =$ $= 5,485799 \cdot 10^{-4} \text{ u}$
omjer mase elektrona i protona	m_e/m_p	$5,44617 \cdot 10^{-4}$
specifični naboj elektrona	$\frac{e}{m_e}$	$1,75882 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$
konstanta fine strukture	$\alpha = \frac{\mu_0 c e^2}{2 h}$	$7,297353 \cdot 10^{-3}$
Bohrov radius	r_0	$0,529177 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
Comptonova valna duljina	$\frac{h}{m_e c} = \lambda_C$	$2,4263 \cdot 10^{-12} \text{ m}$
magnetski moment elektrona	μ_e	$928,477 \cdot 10^{-26} \text{ J/T}$
Bohrov magneton	$\mu_B = \frac{e \hbar}{2 m_e}$	$9,274015 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$
nuklearni magneton	$\mu_n = \frac{e \hbar}{2 m_p}$	$5,050787 \cdot 10^{-27} \text{ J/T}$
masa protona	m_p	$1,672623 \cdot 10^{-27} \text{ kg} =$ $= 1,0072765 \text{ u}$
omjer mase protona i elektrona	m_p/m_e	1836,153
specifični naboj protona	$\frac{e}{m_p}$	$9,57883 \cdot 10^7 \text{ C/kg}$
magnetski moment protona	μ_p	$1,41061 \cdot 10^{-26} \text{ J/T}$
masa neutrona	m_n	$1,674928 \cdot 10^{-27} \text{ kg} =$ $= 1,0086649 \text{ u}$
omjer mase neutrona i protona	$\frac{m_n}{m_p}$	1,001378
magnetski moment neutrona	μ_n	$0,96624 \cdot 10^{-26} \text{ J/T}$
masa deuterona	m_d	$3,343586 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
elektron volt	eV	$1,602177 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
atomska jedinica mase	u	$1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
standardna akceleracija sile teže	g_0	$9,80665 \text{ m/s}^2$