2. Na krilima Morpho leptira nalaze se slojevi materijala indeksa loma 1.56 između kojih je zrak (vidi skicu). Debljina sloja materijala i udaljenost dva sloja je približno jednaka i iznosi 90 nm. Za bijelu svjetlost koja upada okomito na slojeve, pronađite barem jednu valnu duljinu u vidljivom dijelu spektra koja će imati konstruktivnu interferenciju u prvom redu prilikom refleksije. Vidljivi dio spektra odgovara valnim duljinama 380-680 nm.
Napomena: razmotrite sve parove ploha na kojima se svjetlost može reflektirati. **(7 bodova)**

Postoje dva točna odgovora (bilo koji od dva točna donosi pune bodove): $\lambda = 562$ nm (žuto-zelena boja) i $\lambda = 461$ nm (plava boja).

Razmotrimo sve interferencije koje će se dogoditi za reflektiranu svjetlost. U skicama su, zbog jasnoće, upadni kutevi različiti od nule, ali u zadatku je upadni kut nula!

Prvi interferencijski maksimum će se dogoditi kada dvije označene reflektirane zrake imaju razliku faza $\Delta\phi = 2\pi$:

(1) $\Delta\phi = \pi + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2dn = 2\pi$
$\lambda = 4dn = 561.6$ nm
(žuto-zelena boja)

(2) $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (2dn + 2d) = 2\pi$
$\lambda = 2dn + 2d = 460.8$ nm
(plava boja)

(3) $\Delta\phi = \pi + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (4dn + 2d) = 2\pi$
$\lambda = 2(4dn + 2d) = 1483.2$ nm
(infracrveni dio spektra)

(4) $\Delta\phi = \pi + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2d = 2\pi$
$\lambda = 4d = 360$ nm
(ultraljubičasti dio spektra)

(5) isto kao (2)

(6) isto kao (1) ,

gdje je n indeks loma materijala, d udaljenost i debljina slojeva, λ valna duljina svjetlosti.

5. Dvije difrakcijske rešetke A i B nalaze se na istoj udaljenosti od zastora. Obasjane su svjetlošću iste valne duljine. Udaljenost između susjednih maksimuma za rešetku A je 2,7 cm, a za rešetku B je 3,2 cm. Rešetka A ima 2000 zareza po metru. Koliko zareza po metru ima rešetka B? (Može se koristiti $\sin\theta \approx \tan\theta$.)

(7 bodova)

Rješenje:

$$d\ \sin\theta = m\,\lambda$$

$$d\ \frac{y_m}{D} = m\,\lambda$$

$$y_m = m\ \frac{\lambda\,D}{d}$$

$$y = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda\,D}{d}$$

$$\frac{y_A}{y_B} = \frac{d_B}{d_A}$$

$$d_B = d_A \frac{y_A}{y_B}$$

$$\frac{1}{d_B} = \frac{1}{d_A}\frac{y_B}{y_A}$$

$$\frac{1}{d_B} = 2000 \cdot \frac{3{,}2}{2{,}7} = 2370{,}4\ \mathrm{m}^{-1}$$

5. Kolika je valna duljina fotona koji se raspršuje na slobodnom elektronu, ako maksimalna kinetička energija koju može dobiti elektron u raspršenju iznosi 0,19 MeV?

(6 bodova)

Rješenje:

$$K_e = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda}$$

$$\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}$$

K_e je maksimalno kad je $\Delta\lambda$ maksimalno, a to je za $\theta = \pi$.

$$K_{e,\max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda + 2\lambda_c}$$

$$K_{e,\max} = hc\frac{2\lambda_c}{\lambda(\lambda + 2\lambda_c)}$$

$$\lambda^2 + 2\lambda_c\,\lambda - 2\frac{hc\lambda_c}{K_{e,\max}} = 0$$

$$\lambda^2 + 4{,}84 \cdot 10^{-12}\,\lambda - 3{,}1648 \cdot 10^{-23} = 0$$

$$\lambda = 3{,}704 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{m}$$

1. Svjetlost koja se sastoji od dva momokromatska zračenja valnih duljina λ_1 = 700 nm i λ_2 = 500 nm upada iz zraka na tanku pločicu indeksa loma n = 1.5. U reflektiranoj svjetlosti, ispunjenje uvjeta maksimuma m-tog *r*eda svjetlosti valne duljine λ_1 i (m+1) reda svjetlosti valne duljine λ_2, dobiva se pod upadnim kutom 45°. Izračunajte debljinu pločice.
(6 bodova)

Rješenje:

Rješenje:
Uvjeti maksimuma na refleksiji tanke ploče dani su:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = (2m+1)\frac{\lambda_1}{2}, \tag{13}$$

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = \Big(2(m+1)+1\Big)\frac{\lambda_2}{2}, \tag{14}$$

tako napisani uvjeti maksimuma čine dvije jednadžbe s dvije nepoznanice m i d, izrazimo d iz jednadžbi te dobivamo:

$$(2m+1)\frac{\lambda_1}{2} = \Big(2(m+1)+1\Big)\frac{\lambda_2}{2}, \tag{15}$$

slijedi:

$$m = \frac{3\lambda_2 - \lambda_1}{2(\lambda_1 - \lambda_2)} = 2, \tag{16}$$

vratimo se u uvjet za maksimum te uvrstimo $m = 2$ i dobivamo:

$$d = \frac{(2m+1)\lambda_1}{4\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} = 661 \text{ nm}. \tag{17}$$

2. Tanki sloj prozirnog materijala indeksa loma n_m = 1.5 pokazuje da se u zraku poništava valna duljina λ_1 = 600 nm pri (skoro) okomitom upadnom kutu. Sloj se može napraviti tako da mu je debljina veća od dvije valne duljine λ_1. Za koliko se najmanje mora povećati debljina sloja koji se stavi na staklo ($n_{staklo} > n_m$) da bi se maksimalno pojačala valna duljina λ_2 = 555 nm?
(7 bodova)

Rješenje:

Za tanki sloj materijala u zraku vrijedi:

$$\Delta\phi = \pi + \frac{2\pi}{\lambda_1} n_m 2d_1, \quad d_1 = \text{debljina sloja prozirnog materijala} \tag{1}$$

Iz uvjeta za minimume (destruktivna interferencija) $\cos \Delta\phi/2 = 0$ slijedi:

$$d_1 = m_1 \frac{\lambda_1}{2n_m} = m_1 \times 200\, nm, \quad m_1 \in \mathbb{Z} \tag{2}$$

S obzirom da mora biti $t_1 > 2\lambda_1$ slijedi:

$$m_1 = 7, \to d_1 = 1400\, nm \tag{3}$$

Za tanki sloj materijala na staklu vrijedi:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_2} n_m 2d_2 \tag{4}$$

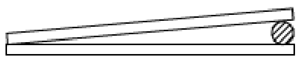
Iz uvjeta za maksimume $\cos \Delta\phi/2 = m_2\pi$, $m_2 \in \mathbb{Z}$ slijedi:

$$d_2 = m_2 \frac{\lambda_2}{2n_m} = m_2 \times 185\, nm \tag{5}$$

Iz uvjeta $d_2 > 1200$ nm dobijemo $m_2 = 7$ te $d_2 = 1295$ nm a iz uvjeta $d_2 > d_1$ dobijemo $d_2 = 1480$ nm ($m_2 = 8$), tj.

$$d_2 - d_1 = \{-105, 80\} nm \tag{6}$$

6. Debljinu tanke niti možemo izmjeriti tako da nit umetnemo između dvije staklene pločice, pri kraju pločice tako da se nagne prema drugoj pločici s kojom ima zajednički kraj (vidi sliku). Ovaj klin se obasja svjetlošću valne duljine 500 nm odozgo i kad se tako gleda, vide se na staklu pruge interferencije. Udaljenost između susjednih maksimuma je 0,08 mm. Duljina svake pločice je 3 cm. Kolika je debljina niti?
(6 bodova)



Rješenje:

Razlika u visini između dva susjedna maksimuma je:

$\Delta h = \Delta x \cdot tg\theta$

i treba biti:

$2\Delta h = \lambda$

S obzirom da se vlas kose nalazi na kraju pločice vrijedi:

$d = l\, tg\theta$,

gdje je d debljina vlasi, a l duljina pločice, pa je:

$$d = l \frac{\Delta h}{\Delta x} = l \frac{\lambda}{2\Delta x}$$

$$d = 0{,}03 \frac{500 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 0{,}08 \cdot 10^{-3}}\ \text{m} = 9{,}375 \cdot 10^{-5}\ \text{m} = 0{,}094\ \text{mm}$$

5. Optička rešetka osvijetljena je snopom bijele svjetlosti koji sadrži valne duljine između 400 nm i 700 nm, koji pada okomito na nju. Kutna širina spektra prvog reda je 30,0°. Koliki je ogibni kut maksimuma prvog reda za valnu duljinu 589 nm? **(6 bodova)**

Rješenje:

Uvjet za maksimum *m*-tog reda:

$$d \sin\theta = m\,\lambda \quad \text{za} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$\lambda_1 = 400 \text{ nm}$$
$$\lambda_2 = 700 \text{ nm}$$

$$\theta_2 - \theta_1 = 30°$$
$$m = 1$$

$$d \sin\theta_i = \lambda_i \quad i = 1, 2$$

$$\sin\theta_2 = \sin(\theta_1 + 30°) = \sin\theta_1 \cos 30° + \cos\theta_1 \sin 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta_1 + \frac{1}{2}\cos\theta_1$$
$$\sin\theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta_1 + \frac{1}{2}\sqrt{1 - \sin^2\theta_1}$$
$$\sqrt{1 - \sin^2\theta_1} = 2 \cdot \sin\theta_2 - \sqrt{3}\sin\theta_1$$

Kvadriranjem se dobije:

$$1 - \sin^2\theta_1 = 4 \cdot \sin^2\theta_2 - 4\sqrt{3}\sin\theta_1 \sin\theta_2 + 3\sin^2\theta_1$$
$$4\sin^2\theta_1 - 4\sqrt{3}\sin\theta_1 \sin\theta_2 + 4 \cdot \sin^2\theta_2 - 1 = 0$$
$$4\left(\frac{\lambda_1}{d}\right)^2 - 4\sqrt{3}\frac{\lambda_1}{d}\frac{\lambda_2}{d} + 4\left(\frac{\lambda_2}{d}\right)^2 - 1 = 0$$
$$d = 2\sqrt{\lambda_1{}^2 - \sqrt{3}\,\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2{}^2}$$
$$d = 2\sqrt{400^2 - \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 700 + 700^2} \text{ nm} = 812{,}5 \text{ nm}$$

$$\lambda = 589 \text{ nm}$$
$$\sin\theta = \frac{589}{812{,}5} = 0{,}724923$$
$$\theta = 46{,}5°$$

5. Obasjavamo li dvije pukotine u Youngovom pokusu monokromatskom svjetlošću valne duljine $450\,\mathrm{nm}$, na zastoru dobivamo n pruga unutar $1.8\,\mathrm{cm}$. Kad izvor svjetlosti zamijenimo drugim, na zastoru dobivamo n pruga unutar $2.7\,\mathrm{cm}$. Koliku valnu duljinu emitira drugi izvor?

5. zadatak

S obzirom da su razmaci među prugama ekvidistantni zadano je ($m = 1$ za susjedne pruge):

$$y_1 = \frac{1.8}{n-1} cm, \tag{17}$$

$$y_2 = \frac{2.7}{n-1} cm, \tag{18}$$

Maksimumi se pojavljuju ako vrijedi:

$$\frac{a y_1}{d} = m\lambda_1 = \lambda_1, \tag{19}$$

$$\frac{a y_2}{d} = m\lambda_2 = \lambda_2. \tag{20}$$

Postavimo omjer maksimuma te dobivamo:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{y_1}{y_2} \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_1 \frac{y_2}{y_1} = \lambda_1 \frac{2.7}{1.8}, \tag{21}$$

$$\lambda_2 = 675 \text{ nm}. \tag{22}$$

4. Dva polarizatora postavljena su tako da su im ravnine polarizacije pod pravim kutom. Ako se između njih postavi treći polarizator tada se intezitet upadne nepolarizirane svjetlosti I_0 koja uđe u taj sustav smanji na izlazu 11 puta.
Odredite dva kuta koja srednji polarizator može zatvarati s prvim polarizatorom?
(6 bodova)

Rješenje:

-Za prvi polaroid vrijedi (on polarizira nepolariziranu svjetlost u svoju ravninu): $I_1 = \frac{I_0}{2}$

-Za drugi (srednji) polaroid: $I_2 = I_1 cos(\alpha)^2$

-Za treći polaroid vrijedi: $I_3 = I_2 cos(90^o - \alpha)^2$

Kombinirajući izraze dobije se:

$$\frac{I_3}{I_0} = \frac{1}{2} cos(\alpha)^2 cos(90^o - \alpha)^2$$

Iz čega se dobije (koristeći trigonometrijske izraze dvostrukog kuta) da je

$\alpha_1 = 29{,}40\ °$, $\alpha_2 = 60{,}60\ °$

5. Leća je napravljena od stakla indeksa loma 1,55. Površina leće presvučena je antirefleksivnim slojem indeksa loma 1,3. Odredite debljinu sloja ako se u reflektiranoj svjetlosti koja pada okomito na površinu sloj poništava svjetlost valne duljine 500 nm. **(6 bodova)**

Rješenje:

Optički put koji će proći svjetlost u filmu je

$$\Delta = 2\, n\, d$$

gdje je n indeks loma filma (1.3), a d je debljina filma.
Budući da želimo poništiti u refleksiji valnu duljinu od 500 nm mora vrijediti uvjet za minimum jer su refleksije zrak-film i film-staklo istovjetne u smislu pomaka faze reflektiranog vala.

$$\Delta = \lambda / 2$$

Na kraju se dobije da debljina filma mora iznositi:

$$d = \lambda/(4\ n) = \underline{\mathbf{96.2\ nm}}$$

3.1 Kada bijela svjetlost padne na difrakcijsku rešetku tada kut između početka i kraja spektra prvog reda iznosi 22,0°. Na kojim kutovima počinje i završava spektar prvog reda? Valne duljine bijele svjetlosti su u području od 380 nm do 750 nm.

Rješenje:

$$d\ \sin\theta_1 = \lambda_1$$

$$d\ \sin(\theta_1 + \Delta\theta) = \lambda_2$$

$$\sin\theta_1\ \cos\Delta\theta + \cos\theta_1\ \sin\Delta\theta = \frac{\lambda_2}{d}$$

$$\cos\Delta\theta + \cot\theta_1\ \sin\Delta\theta = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$\tan\theta_1 = \frac{\sin\Delta\theta}{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \cos\Delta\theta}$$

$$\tan\theta_1 = \frac{\sin 22.0^\circ}{\frac{750}{380} - \cos 22.0^\circ} = 0.35796$$

$$\theta_1 = 19.695^\circ$$

$$\theta_2 = 19.695^\circ + 22.0^\circ = 41.695^\circ$$

4. Plankonveksna leća leži na planparalelnoj ploči i osvjetljena je odozgo natrijevom monokromatskom svjetlošću. Sustav se nalazi u prostoriji ispunjenoj zrakom indeksa loma 1. Prostor između dva stakla je nakon toga ispunjen ugljik tetrakloridom indeksa loma 1,461. Koliki je omjer polumjera *m*-tog tamnog prstena prije i poslije ulijevanja tekućine? Indeks loma stakla je veći od indeksa loma ugljik tetraklorida. (3 boda)

Rješenje:

$n_z = 1$

$n = 1{,}461$

<u>*m*-ti tamni prsten</u>

$r_1 / r_2 = ?$

Općenito: $d = \frac{r^2}{2R}$, r – polumjer prstena, R – polumjer zakrivljenosti plankokveksne leće, d – debljina sloja sredstva između leće i planparalelne ploče

Destruktivna interferencija – tama: $d_t = \frac{m}{2}\frac{\lambda}{n}$

U zraku: $\frac{r_1^2}{2R} = \frac{m}{2}\frac{\lambda}{n_z}$ U tekućini: $\frac{r_2^2}{2R} = \frac{m}{2}\frac{\lambda}{n}$ $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{n}{n_z}} = 1{,}21$

5. Dva polarizatora postavljena su tako da su im ravnine polarizacije pod pravim kutom. Između dva polarizatora postavi se treći čija je ravnina polarizacije pod kutom od 10° u odnosu na prvi polarizator.

R:
Izraz koji opisuje promjenu intenziteta polarizizirane svjetlosti pri prolazu kroz polarizator je
$I = I_0 \cos^2(\varphi)$

1 -> 2
$I_1 = I_0/2$ (nepolarizirana postaje polarizirana)
$I_2 = I_1 \cos^2(10°)$

2 -> 3
$I_3 = I_2 \cos^2(80°)$
Dobije se
$I_3 = ½ \cos^2(10°)\cos^2(80°) I_0$
$I_3 = 0.015\ I_0$

Z2 (6 bodova): Dva polarizatora postavljena su tako da su im osi polarizacije međusobno okomite. Između njih se umetne još jedan polarizator čija os polarizacije zatvara kut θ sa osi prvog polarizatora. Na prvi polarizator upada linearno polarizirana svjetlost tako da njena ravnina polarizacije zatvara kut θ sa osi tog polarizatora.

a) Nađite izraz za intenzitet svjetlosti nakon prolaska kroz sustav polarizatora.

b) Odredite kut θ za koji je taj intenzitet najveći.

c) Odredite koliki dio upadnog intenziteta u tom slučaju prolazi kroz sustav.

Z2 Kutevi koje osi polarizatora zatvaraju s ravninama polarizacije svjetlosti koja na njih upada su redom θ, θ i $\pi/2 - \theta$. Označimo li s I_0 intenzitet svjetlosti koja upada na prvi polarizator, a s $I_{1,2,3}$ intenzitet svjetlosti nakon prolaska kroz prvi, drugi i treći polarizator, na osnovu Malusova zakona imamo

$$I_1 = I_0 \cos^2\theta, \qquad I_2 = I_1 \cos^2\theta, \qquad I_3 = I_2 \cos^2[\pi/2 - \theta] = I_2 \sin^2\theta,$$

odnosno,

$$I_3 = I_0 \cos^4\theta \sin^2\theta.$$

Ekstrem intenziteta I_3 u odnosu na kut θ pronalazimo uvjetom

$$0 = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta} I_3 = \ldots = 2I_0 \cos^5\theta \sin\theta\,(1 - 2\mathrm{tg}^2\theta).$$

osim za $\theta = 0$ i $\theta = \pi/2$ što daje $I_3 = 0$, gornji je uvjet ispunjen za $\mathrm{tg}^2\theta = 1/2$ što daje maksimum intenziteta I_3, odnosno za kut

$$\theta \simeq 35.26° \simeq 35°16'.$$

U maksimumu intenziteta I_3 imamo

$$I_3 = 4/27\, I_0 \simeq 0.148\, I_0,$$

što znači da u maksimumu propusnosti kroz sustav prolazi 14.8 % upadnog inteziteta.

Zadatak: Plastična folija debljine $d = 300$ nm čiji je indeks loma $n = 1.59$ nalazi se u zraku i osvijetljena je zrakama bijele svjetlosti koje na nju padaju okomito. Za koju valnu duljinu vidljivog spektra će interferencija u reflektiranoj svjetlosti biti destruktivna? (vidljiva svjetlost: 390 nm $< \lambda <$ 750 nm)

Postupak: Razlika u duljini optičkog puta svjetlosti reflektirane od prve i od druge granične plohe može se napisati kao

$$\delta = \frac{\lambda}{2} + 2nd,$$

gdje $\lambda/2$ imamo zbog pomaka u fazi pri refleksiji na prvoj graničnoj plohi (optički gušće sredstvo), a $2nd$ imamo zbog puta kojeg svjetlost reflektirana od druge granične plohe prevali unutar folije (λ je vakuumska valna duljina). Općenit uvjet za destruktivnu interferenciju glasi

$$\delta = (m + 1/2)\lambda, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

na osnovu kojeg ovdje imamo

$$\lambda_m = \frac{2nd}{m}, \qquad m = 1, 2, \ldots$$

U spektralnom intervalu vidljive svjetlosti se za zadane vrijednosti d i n nalazi samo $\lambda_2 = 477$ nm.

Rješenje: $\lambda = nd = 477$ nm

(Robert Slunjski)

5. Zraka svjetlosti valne duljine $\lambda = 0.5\,\mu\text{m}$ pada na pukotinu širine $b = 10\,\mu\text{m}$ pod kutom $\vartheta_0 = 30°$ u odnosu na okomicu pukotine. Pronađite položaje prvih minimuma s obje strane glavnog maksimuma.

Rješenje:

Kada zraka svjetlosti pada okomito na pukotinu tada je uvjet za minimum dan:

$$b \sin\vartheta = k\lambda, \tag{11}$$

gdje je $b\sin\vartheta$ razlika putova. Kada svjetlost pada pod kutom ϑ_0 tada prije upada u pukotinu već postoji razlika putova $b\sin\vartheta_0$, te je konačna razlika putova dana:

$$\Delta = b\sin\vartheta - b\sin\vartheta_0, \tag{12}$$

tada novi uvjet za minimum glasi:

$$\Delta = k\lambda = b(\sin\vartheta - \sin\vartheta_0), \tag{13}$$

tražimo prvi minimum s obje strane ($k = \pm 1$):

$$b(\sin\vartheta - \sin\vartheta_0) = \pm\lambda, \tag{14}$$

$$\sin\vartheta_1 = \frac{\lambda}{b} + \sin\vartheta_0 \Rightarrow \vartheta_1 = 33.37°, \tag{15}$$

$$\sin\vartheta_{-1} = -\frac{\lambda}{b} + \sin\vartheta_0 \Rightarrow \vartheta_{-1} = 26.74°. \tag{16}$$

5. Monokromatska svjetlost upada okomito na difrakcijsku rešetku konstante 4×10^{-4} cm. Odredite valnu duljinu ako je kut između glavnih maksimuma drugog i trećeg reda $2°30'$. (6 bodova)

Rješenje:

$d\ \sin\theta = 2\lambda$

$d\ \sin(\theta + \alpha) = 3\lambda$

$$\lambda = d\,\frac{\sin\alpha}{\sqrt{9 - 12\ \cos\alpha + 4\ \cos 2\alpha}}$$

$\lambda = 175$ nm

3.4 Koji je najtanji sloj premaza (debljina filma) sa $n = 1.42$ na staklu ($n = 1.52$) za koji pri refleksiji dolazi do destruktivne interferencije crvene komponente (650 nm) upadne bijele svjetlosti u zraku? Rješenje:

Promatramo interferenciju između zraka reflektiranih sa gornje i donje površine filma. Reflektirana zraka sa gornje površine i zraka reflektirana sa donje površine obje imaju promjenu u fazi od 180° tako da ukupno nema razlike u fazi, a

uvjet za destruktivnu interferenciju je

$2t = (m + 1/2)\lambda$

Najmanja debljina filma t je za m = 0, dakle

$t = \lambda/4$, a $\lambda = \lambda_0/1{,}42 = 650$ nm$/1{,}42$, pa je

t = 114 nm,

4. Bijela svjetlost pada na difrakcijsku rešetku koja ima 900 pukotina po cm, a interferencijski uzorak se dobiva na zastoru udaljenom 2.50 m od rešetke. U spektru prvog reda maksimumi za dvije različite valne duljine su na zastoru udaljeni 3.00 mm. Kolika je razlika između ove dvije valne duljine? (Za položaj spektra vrijedi $\sin\theta \simeq \theta$.) (6 bodova)

Rješenje:

$$d = \frac{1\ \text{cm}}{900}$$

$d\ \sin\theta_i = \lambda_i$

$d\,\dfrac{y_i}{L} = \lambda_i$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{d}{L}\,(y_2 - y_1)$$

$$\Delta\lambda = \frac{10^{-2}\ 3\ 10^{-3}}{900\ 2.5}\ \text{m} = 1.333\ 10^{-8}\ \text{m} = 13.3\ \text{nm}$$

5. Plankonveksna leća promjera *d*=4 cm i polumjera zakrivljenosti *R*=30 m, položena je izbočenom stranom na vodoravnoj podlozi načinjenoj od iste vrste stakla. Sustav se nalazi u zraku i osvijetljen je odozgo svjetlošću valne duljine 590 nm. Promatrajući odozgo, koliko se svijetlih prstenova vidi? **(7 bodova)**

Rješenje:

Radi se o Newtonovim kolobarima, promatranim, tj. mjerenim u refleksiji.

Za svjetlost koja upada okomito odozgora na sustav, razlika fizičkih puteva između dvije zrake svjetlosti koje interferiraju je $\Delta x = 2h = 2r^2/(2R) = r^2/R$, gdje je r horizontalna udaljenost zraka koje razmatramo od optičke osi. Zraka koja se reflektira na donjoj plohi, reflektira se na optički gušćem sredstvu, pa joj se faza promijeni za dodatnih π:

$$\delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x + \pi = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{r^2}{R} \ .$$

Ako je leća promjera d, onda se mogu opažati prstenovi najvećeg polumjera $r_{\max} = d/2$.

Za interferencijski maksimum, zrake svjetlosti moraju imati razliku faza $\delta\phi = 2\pi \cdot m$, $m = 1, 2 ...$, a m će biti redni broj svijetlog prstena.

Iz prethodna dva izraza slijedi da će broj prstenova biti

$$m \leq \frac{r_{\max}}{\lambda R} + \frac{1}{2} \ .$$

Za zadane brojeve $m \leq 23.1$, dakle vidi se 23 svijetla prstena.

Z2 Difrakcijska rešetka ima 600 zareza po cm. Na zastoru udaljenom 3 m od rešetke, u spektru prvog reda, maksimumi koji odgovaraju dvjema bliskim valnim duljinama udaljeni su 1.1 mm. Kolika je razlika među tim valnim duljinama? (Koristiti $\sin\alpha \simeq \alpha \simeq \tan\alpha$, gdje je α kut difrakcije.) (6 bodova)

Rješenje:

$$d = \frac{1\ \text{cm}}{600} = 1{,}667\ 10^{-5}\ \text{m}$$

$$\Delta y = m\,\frac{D}{d}\,(\lambda_2 - \lambda_1)$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{d}{D}\,\Delta y$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = 6{,}112\ \text{nm}$$

3.3 U Youngovom pokusu udaljenost zastora od pukotina je 60 cm, valna duljina svjetlosti je 500 nm, udaljenost između pukotina je 0.12 mm, a širina pukotine je 0.025 mm. Koliko ima tamnih pruga unutar envelope centralnog maksimuma? Vrijedi aproksimacija malih kuteva $\sin(\theta) \sim \tan(\theta) \sim \theta$.

Rješenje:

Udaljenost između tamnih interferentnih pruga:

$$\Delta y = \frac{\lambda}{d} D$$

$$\Delta y = \frac{500\ 10^{-9}\ 0.6}{0.12\ 10^{-3}}\ \mathrm{m}{=}2.5\ \mathrm{mm}$$

Prvi minimum za difrakciju na pukotini je pod kutem:

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{a}$$

$$\sin\theta = \frac{500\ 10^{-9}}{0.025\ 10^{-3}} = 0.02$$

Udaljenost prvog minimuma difrakcije na pukotini od centralnog maksimuma:

$$y = D\ \tan\theta$$

$$y = 0.6\ \cdot 0.02\ \mathrm{m}{=}0.012\ \mathrm{m}$$

$$\frac{2\ y}{\Delta y} = \frac{2\ 0.012}{2.5\ 10^{-3}} = 9.6$$

Ima 9 tamnih pruga.

5. U Youngovu pokusu dvije su pukotine obasjane monokromatskom svjetlošću valne duljine 480 nm. Prekrije li se jedna pukotina tankom folijom čiji je indeks loma 1,56 drugi minimum se pomakne na mjesto prijašnjeg petog maksimuma. Kolika je debljina folije? **(6 bodova)**

Rješenje:

Dodatna razlika u optičkom putu zbog prisutnosti folije je

$$\Delta l=(n-1)t$$

Bez folije razlika u optičkom putu između dvije zrake je

$$\Delta r=k\lambda \qquad , \qquad k=5$$

Sa folijom razlika u optičkom putu između dvije zrake je

$$\Delta r'=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad , \qquad k=1$$

Pa je

$$\Delta l=\lambda\left(5-\frac{3}{2}\right)$$

$$(n-1)t=\frac{7\lambda}{2}$$

$$t=\frac{7\lambda}{2(n-1)}$$

$$t=\frac{7\cdot 480\,\text{nm}}{2\cdot 0{,}56}=3\,\mu\text{m}$$

5. Jednoliki film TiO_2 debljine 1036 nm indeksa loma 2,62 jednoliko je raspodijeljen preko površine stakla indeksa loma 1,52. Svjetlost valne duljine 520,0 nm pada okomito na film iz zraka. Koliko minimalno treba povećati debljinu filma da bi refleksija bila najmanja?
(8 bodova)

Rješenje:

$$2T=\frac{m\lambda_0}{n}$$

$$T=\frac{m\lambda_0}{2n}$$

$$T=\frac{m\,520{,}0\text{ nm}}{2\cdot 2{,}62}=99{,}237\text{ nm } m$$

$$T>1036\text{ nm} \Rightarrow m=11$$

$$T=1091{,}6\text{ nm}$$

$$\Delta T=1091{,}6\text{ nm}-1036\text{ nm}=55{,}6\text{ nm}$$