

**Rješenja međuispita iz Fizike 2**  
**ponedjeljak, 24. 11. 2014.**

**Teorijska pitanja**

**1.**

(a) *Reducirana duljina* štapa kao fizičkog njihala ovisi (zaokružite **dvije netočne** tvrdnje):

**(1 bod)**

- a) O masi štapa koji njiše.
- b) Isključivo o momentu tromosti štapa spram osi koja prolazi kroz centar mase štapa.
- c) O međusobnoj udaljenosti između osi njihanja i težišta štapa.
- d) O momentu tromosti štapa spram osi njihanja.
- e) O težini štapa koji njiše.

**Rješenje: b),e)**

(b) Brzina širenja longitudinalnih valnih poremećaja u Kundtovoj cijevi ovisi o (zaokružite **netočnu** tvrdnju):

**(1 bod)**

- a) tlaku plina.
- b) gustoći plina.
- c) kemijskoj vrsti plina.
- d) adijabatskom koeficijentu plina.
- e) vrsti sitne prašine koja oslikava položaje čvorova stojnog vala u uređaju.

**Rješenje: e)**

(c) Na opruzi konstante  $k$  visi uteg mase  $m$ . Kružna frekvencija titranja utega na toj opruzi je  $\omega_1$ . Skinemo potom uteg s opruge i prerežemo oprugu na dva jednaka dijela. Od te „dvije polovice“ napravimo paralelan spoj opruga, ponovo objesimo isti uteg i pustimo ga da titra. Za  $\omega_1$  i  $\omega_2$  vrijedi relacija (zaokružite **točnu** tvrdnju):

**(1 bod)**

- a)  $\omega_1 = \frac{1}{2} \omega_2$
- b)  $\omega_1 = 2 \omega_2$
- c)  $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_2$
- d)  $\omega_1 = \sqrt{2} \omega_2$
- e) Ništa od ponuđenog.

**Rješenje: a)**

- (d) Izokrono njihalo je njihalo kojem titrajno vrijeme (period) ne ovisi o (početnoj) amplitudi. (Zaokružite **dvije točne** tvrdnje.)

**(1 bod)**

- a) Torziona njihalo je izokrono samo za male amplitude (kutove).
- b) Matematičko njihalo je izokrono.
- c) Torziona njihalo je izokrono.
- d) Fizičko njihalo je izokrono čak i za ekstremne amplitude.
- e) Matematičko njihalo nije izokrono.

**Rješenje:** c), e)

- (e) Kada fizičkom njihalu (štapu, primjerice) nije učvršćena os njihanja, tada će mali predani impuls sile (kratki udarac) (zaokružite **dvije točne** tvrdnje):

**(1 bod)**

- a) u težište proizvesti rotaciju oko osi njihanja.
- b) u centar udara proizvesti iskakanje osi i translaciju fizičkog njihala.
- c) u težište proizvesti iskakanje osi i translaciju fizičkog njihala.
- d) u centar udara proizvesti iskakanje osi i rotaciju oko težišta.
- e) u centar udara proizvesti (samo) rotaciju oko osi.

**Rješenje:** c), e)

- (f) Jedan kraj napetog užeta pobuđen je na vertikalno titranje te se užetom širi val oblika  $y(x,t)=A \sin(\omega t+kx)$ . Drugi kraj užeta je učvršćen tako da superpozicijom upadnog i reflektiranog vala na užetu nastaje stojni val. U kojem času će iznos brzine vertikalnih pomaka užeta biti najveći? ( $T$  je period vala.) (Zaokružite **točnu** tvrdnju.)

**(1 bod)**

- a)  $t=0\text{ s}$
- b)  $t=T/8$
- c)  $t=T/2$
- d)  $t=T/4$
- e)  $t=3T/8$

**Rješenje:** d)

- (g) Torziona njihalo sastoji se od okrugle ploče obješene u središtu o žicu. Period titranja će postati dvostruko veći ako se (zaokružite točnu tvrdnju):

**(1 bod)**

- a) masa ploče udvostruči, a polumjer ploče smanji četiri puta.
- b) duljina žice poveća četiri puta.
- c) kutni pomak ploče poveća dva puta.
- d) modul smicanja žice poveća dva puta.
- e) ništa od navedenog.

**Rješenje:** b)

2.

- (a) Izvedite izraz za amplitudu, razliku u fazi između vanjske sile i oscilatora, rezonantnu amplitudu i frekvenciju kod prisilnog titranja.

**(5 bodova)**

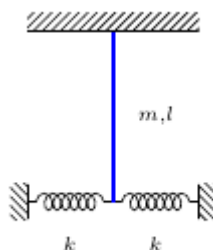
- (b) Izvedite valnu jednažbu za longitudinalne valove u plinu (ili u štapu). Nađite izraz za maksimalnu promjenu tlaka za harmonički val.

**(4 boda)**

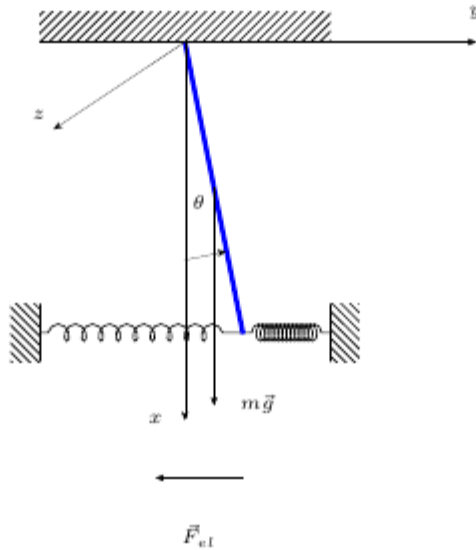
### Zadaci

1. Pronađite period titranja homogenog štapa duljine  $l = 1$  m, mase  $m = 400$  g, učvršćenog na stropu tako da može rotirati oko točke objesišta, a na donjem kraju privezanog za dvije identične opruge konstante elastičnosti  $k = 0.3$  N/m, kao na slici. Štap malo otklonimo iz ravnoteže i pustimo.

**(8 bodova)**



**Rješenje:**



Otklonimo štap iz položaja ravnoteže za neki mali kut  $\theta$ . Štap će početi rotirati oko objesišta  $O$  zbog momenta sila oko osi  $z$ . Momentu doprinose dvije sile: težina štapa i elastična sila opruga. Moment težine štapa možemo izračunati da integriramo infinitezimalne doprinose  $\Delta mg$  po duljini štapa, ili da uzmemo da je sva težina u centru mase štapa. Uz odabir koordinatnog sustava kao na slici, imamo:

$$\begin{aligned}
 \vec{M}_z^{tez} &= \vec{r}_{cm} \times m\vec{g} \\
 &= \frac{l}{2}(\cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y}) \times mg\hat{x} \\
 &= -\frac{mgl}{2} \sin \theta \hat{z} \quad \{\theta \ll, \sin \theta \approx \theta\} \\
 &\approx -\frac{mgl}{2} \theta \hat{z}
 \end{aligned}$$

Moment elastične sile opruga je

$$\begin{aligned}
 \vec{M}_z^{opr} &= \vec{r}_{kraj} \times \vec{F}_{el} \\
 &= l(\cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y}) \times 2ky(-\hat{y}) \\
 &= -2kly \cos \theta \hat{z} \quad \{\theta \ll, \cos \theta \approx 1, y \approx l\theta\} \\
 &\approx -2kl^2 \theta \hat{z}
 \end{aligned}$$

pa ukupno

$$\begin{aligned}
 \vec{M}_z^{uk} &= \vec{M}_z^{tez} + \vec{M}_z^{opr} \\
 &= -\left(\frac{mgl}{2} + 2kl^2\right)\theta \hat{z},
 \end{aligned}$$

gdje su vektori  $\vec{r}_{cm}$  i  $\vec{r}_{kraj}$  radij vektori centra mase štapa (polovica duljine) odnosno donjeg kraja štapa, a  $y$  je  $y$  koordinata donjeg kraja štapa. Moment sile daje rotaciju štapa oko objesišta  $O$  prema relaciji

$$\vec{M}_z^{uk} = I_z \ddot{\theta}$$

Kut  $\theta$  je prema slici

$$\vec{\theta} = \theta \hat{z}$$

**Moment tromosti štapa oko jednog kraja je**  $I_z = \frac{ml^2}{3}$

Sad sve zajedno imamo:

$$-\left(\frac{mgl}{2} + 2kl^2\right) \theta \hat{z} = \frac{ml^2}{3} \ddot{\theta} \hat{z}$$

$$\ddot{\theta} = -\left(\frac{3g}{2l} + \frac{6k}{m}\right) \theta$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{2l} \left(1 + \frac{4kl}{mg}\right)}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 1.55 \text{ s}$$

2. Odredite gubitak energije  $\Delta E$  utega mase  $m = 0.16 \text{ kg}$  koji titra pričvršćen na oprugu konstante elastičnosti  $k = 0.6 \text{ N/m}$  na horizontalnom stolu, u prve tri sekunde gibanja. Između utega i stola postoji trenje proporcionalno brzini utega,  $\vec{F}_r = -b\vec{v}$ . Faktor proporcionalnosti  $b$  iznosi  $0.04 \text{ Ns/m}$ . Početna brzina utega je  $3 \text{ cm/s}$  nadesno, a početni položaj je  $2 \text{ cm}$  lijevo od ravnotežnog položaja. **(5 bodova)**

**Rješenje:**

Ukupna energija tijela koje titra jednaka je zbroju kinetičke

$$E_k = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$$

i elastične potencijalne

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

energije, gdje je  $x$  pomak od ravnotežnog položaja,

$$x(t) = e^{-\delta t}[A \cos(\omega t + \phi)],$$

uz pokratu

$$\delta = \frac{b}{2m} = 0.125 \text{ Hz}, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \approx 1.93 \text{ Hz},$$

a  $\dot{x}$  brzina tijela,

$$\dot{x}(t) = e^{-\delta t}[-\delta A \cos(\omega t + \phi) - A\omega \sin(\omega t + \phi)]$$

Konstante  $A$  i  $\phi$  određujemo iz početnih uvjeta:

$$\begin{aligned}x(0) &= A \cos \phi \\ \dot{x}(0) &= -A(\delta \cos \phi + \omega \sin \phi)\end{aligned}$$

Dijeljenjem donje s gornjom jednadžbom imamo

$$\begin{aligned}\frac{\dot{x}(0)}{x(0)} &= -\delta - \omega \tan \phi \\ \phi &= \arctan \left[ \frac{-1}{\omega} \left( \delta + \frac{\dot{x}(0)}{x(0)} \right) \right] \approx 0.62 \\ A &= \frac{x(0)}{\cos \phi} \approx -2.46 \text{ cm}\end{aligned}$$

Gubitak energije u prve tri sekunde jednak je razlici energija u  $t = 3 \text{ s}$  i  $t = 0 \text{ s}$ .

$$E(t = 0) = \frac{1}{2}m[\dot{x}(0)]^2 + \frac{1}{2}k[x(0)]^2 = 1.92 \times 10^{-4} \text{ J}$$

$$E(t = 3) = \frac{1}{2}m[\dot{x}(3)]^2 + \frac{1}{2}k[x(3)]^2 \approx 0.877 \times 10^{-4} \text{ J}$$

$$\Delta E = E(t = 3) - E(t = 0) \approx -1.04 \times 10^{-4} \text{ J}$$

3. Na niti (užetu) duljine 120 cm formirao se stojni val. U točkama koje su međusobno udaljene 15 cm, amplituda je jednaka 20% maksimalne amplitude. Jednadžba vala je  $y(t,x)=A \sin(kx)\cos(\omega t)$ . Kojem harmoniku odgovara ovo titranje niti?  
(6 bodova)

**Rješenje:**

$$y(t, x) = A \sin(k x) \cos(\omega t)$$

$$A \sin(k x_1) = A \sin(k x_2) = 0,2 A$$

$$x_2 - x_1 = d = 15 \text{ cm}$$

$$\sin(k x_1) = \sin[k (x_1 + d)] = 0,2$$

$$\sin[k (x_1 + d)] = \sin(k x_1) \cos(k d) + \cos(k x_1) \sin(k d) = 0,2$$

$$\cos(k x_1) = \sqrt{1 - 0,04} = \sqrt{0,96}$$

$$0,2 \cos(k d) + \sqrt{0,96} \sin(k d) = 0,2$$

$$\sqrt{0,96} \sin(k d) = 0,2 (1 - \cos(k d))$$

$$\sqrt{96} 2 \sin \frac{k d}{2} \cos \frac{k d}{2} = 4 \sin^2 \frac{k d}{2}$$

$$\sqrt{6} 2 \cos \frac{k d}{2} = \sin \frac{k d}{2}$$

$$\tan \frac{k d}{2} = 2 \sqrt{6}$$

$$\frac{k d}{2} = 1,369438$$

$$\frac{2 \pi d}{\lambda} \frac{1}{2} = 1,369438$$

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{\pi d}{2 \cdot 1,369438}$$

$$\frac{\lambda}{2} = 0,172056 \text{ m}$$

$$\frac{1,2}{0,172056} = 6,97$$

$$\lambda = \frac{2 l}{7}$$

$$n = 7 \text{ sedmi harmonik}$$

4. Prijemnik koji miruje prima zvučne valove koje emitiraju dvije glazbene viljuške, jedna koja se približava, a druga koja se udaljava istom brzinom. Prijemnik registrira udare frekvencije 2,0 Hz. Nađite brzinu gibanja glazbenih viljuški ako je njihova frekvencija 680 Hz, a brzina zvuka u zraku  $340 \text{ ms}^{-1}$ .

**(5 bodova)**

**Rješenje:**

$$f = f_1 - f_2$$

$$f = \frac{v}{v - v_1} f_0 - \frac{v}{v + v_1} f_0$$

$$v_1^2 + 2v \frac{f_0}{f} v_1 - v^2 = 0$$

$$v_1 = \left[ -\frac{f_0}{f} + \sqrt{\left(\frac{f_0}{f}\right)^2 + 1} \right] v$$

$$v_1 = \left[ -\frac{680}{2} + \sqrt{\left(\frac{680}{2}\right)^2 + 1} \right] 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$