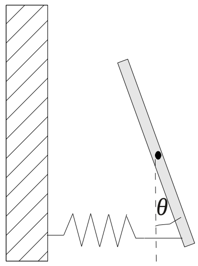
Rješenja zadataka jesenskog ispitnog roka iz Fizike 2
srijeda, 9. rujna 2015.

1. Tanki homogeni štap mase 10 kg je pričvršćen na os koja prolazi kroz središte štapa i okomita je na štap. Opruga konstante elastičnosti 80 $\mathrm{Nm^{-1}}$ jednim krajem je pričvršćena na donji kraj štapa, a drugi kraj opruge je pričvršćen za čvrsti oslonac (vidi sliku). Štap se otkloni za mali kut od vertikale i otpusti. Odredite kružnu frekvenciju harmoničkog titranja štapa.
(7 bodova)



Rješenje:

$$-kx\,\frac{l}{2} = I\,\ddot{\theta}$$

$$-k\,\frac{l}{2}\sin\theta\,\frac{l}{2} = \frac{m\,l^2}{12}\,\ddot{\theta}$$

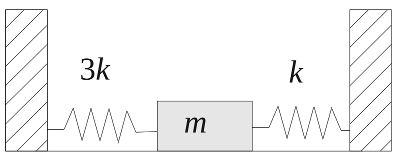
$$-k\,\frac{l^2}{4}\,\theta = \frac{m\,l^2}{12}\,\ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{3k}{m}\,\theta = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3\cdot 80}{10}}\ \mathrm{s^{-1}} = 4{,}899\ \mathrm{s^{-1}}$$

2. Tijelo mase 2 kg nalazi se na horizontalnoj podlozi i pričvršćeno je oprugom konstante elastičnosti $3k$ s jedne i oprugom konstante elastičnosti $k = 30\ \mathrm{Nm^{-1}}$ s druge strane (vidi sliku). Površina pruža otpor gibanju tijela silom $F_x = -b\,\dot{x}$. Tijelo se otkloni iz ravnotežnog položaja i pusti da se giba. Nakon četiri puna titraja amplituda padne na tri četvrtine početne vrijednosti. Koliko iznosi b ?
(7 bodova)



Rješenje:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4k}{m} - \frac{b^2}{4\,m^2}}$$

$$e^{-\frac{b}{2m}4T} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{m}{2b}\,\ln\frac{4}{3}$$

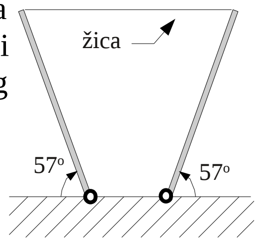
$$\sqrt{\frac{4k}{m} - \frac{b^2}{4\,m^2}} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\sqrt{\frac{4k}{m} - \frac{b^2}{4\,m^2}} = \frac{2\pi}{m}\,2b\,\frac{1}{\ln\frac{4}{3}}$$

$$b = \sqrt{\frac{4km}{\frac{1}{4} + \left(\frac{4\pi}{\ln\frac{4}{3}}\right)^2}}$$

$$b = \sqrt{\frac{4\cdot 30\cdot 2}{\frac{1}{4} + \left(\frac{4\pi}{\ln\frac{4}{3}}\right)^2}}\ \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 0{,}355\ \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

3. Žica duljine 5,00 m i mase 0,732 kg je razapeta između dva jednaka štapa svaki težine 235 N. Štapovi su nagnuti pod kutem 57,0° prema površini Zemlje (vidi sliku). Vjetar uzrokuje da žica titra u šestom harmoniku stojnog vala (n=6). Kolika je frekvencija stojnog vala na žici?
(6 bodova)



Rješenje:

$$G\frac{l}{2}\,\sin(90° + \theta) - Fl\,\sin(180° - \theta) = 0$$

$$F = \frac{G}{2}\,\cot\theta$$

$$F = \frac{1}{2}\cdot 235\ \cot 57{,}0°\ \text{N} = 76{,}305\ \text{N}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{m/L}}$$

$$L = 6\,\frac{\lambda}{2} = 3\lambda$$

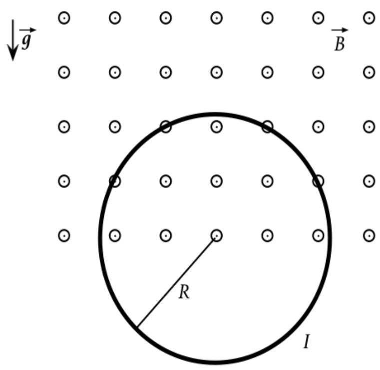
$$\lambda = \frac{L}{3}$$

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

$$f = \sqrt{\frac{FL}{m}}\frac{1}{\lambda}$$

$$f = \sqrt{\frac{76{,}305 \cdot 5}{0{,}732}} \cdot \frac{3}{5}\ \text{Hz}=13{,}698\ \text{Hz}$$

4. U dijelu prostora postoji homogeno magnetsko polje B = 0.1 T. Silnice polja su vodoravne (na skici okomito na stranicu, tj. pokazuje van iz papira). Metalni prsten mase m = 10 g i polumjera R = 30 cm stavi se u prostor, tako da samo jednom polovicom obuhvaća dio prostora gdje postoji magnetsko polje (vidi skicu). Kolika struja treba teći kroz prsten da bi prsten mogao na takav način „levitirati" u prostoru?
(8 bodova)



Rješenje:

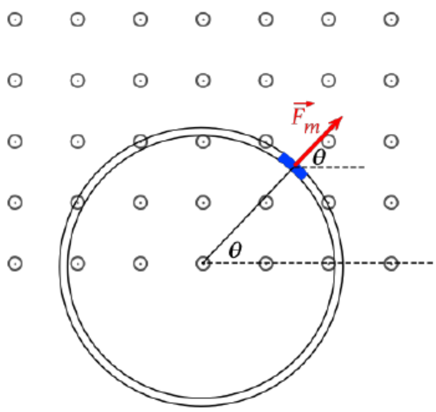
Smjer struje i magnetskog polja su uvijek okomiti jedan na drugoga, pa je iznos sile na mali element duljine uvijek isti:

$$|d\vec{F}_m| = IBdl\ .$$

Smjer sile ovisi o smjeru struje. Da bi prsten mogao 'levitirati', ukupna sila mora imati komponentu usmjerenu prema gore. Dakle, smjer struje mora biti suprotno od kazaljke na satu. U tom slučaju sila je u svakoj točki prstena usmjerena radijalno prema van.

Pogledajmo silu na mali dio prstena označen na slici. Komponenta te sile usmjerena prema gore, tj. suprotno od sile teže je $dF_{m,y} = IBdl\sin(\theta)$. Duljina označenog segmenta je $dl = Rd\theta$, pa je sila na segment:

$$dF_{m,y} = IBR\sin(\theta)\,d\theta\ .$$



Za polovicu prstena, koja se nalazi u magnetskom polju, ukupna sila nalazi se 'zbrajanjem' doprinosa svih segmenata, koji su određeni kutevima $0 \leq \theta \leq \pi$:

$$F_{m,y} = IBR \int_0^\pi \sin(\theta)\, d\theta = -IBR\cos(\theta)|_0^\pi = 2IBR\ .$$

Ta sila mora uravnotežiti silu teže, $F_{m,y} = mg$, pa slijedi da struja mora iznositi $I = \frac{mg}{2BR}$.

Za zadane brojeve $I = 1.64$ A.

5. Cilindričnu posudu polumjera 10 cm napunite vodom (*n* = 1.33). Zbog Vašeg položaja na Zemlji, kutna udaljenost Sunca od zenita (zamišljena točka na nebu vertikalno iznad Vas) nikada nije manja od 19.2° . Koliko duboka treba biti posuda da Sunce nikada direktno ne osvijetljava nijednu točku njezina dna?
(6 bodova)

Rješenje:

Za dani granični kut $\alpha = 19.2°$, kut koji lomljena zraka svjetlosti čini sa okomicom je $\beta = \arcsin(\frac{\sin\alpha}{n}) = 14.3°$.

Za potrebnu dubinu posude razmatramo zrake koje prolaze tik uz rub posude, pa je veza kuta zraka u vodi β, polumjera R i dubine h dana sa $\tan\beta = 2R/h$. Slijedi da je najmanja potrebna dubina $h = 78.4$ cm.

6. Snop monokromatske svjetlosti valne duljine 532 nm i snage 5 mW pada na pločicu cezija (izlazni rad je 2.14 eV). Ako je izmedu pločice cezija (fotokatoda) i anode narinut napon koji ubrzava izbačene elektrone, te ako je vjerojatnost da će upadni foton uzrokovati fotoelektrični efekt 60%, kolika je struja koja teče izmedu katode i anode?
(6 bodova)

Rješenje:

Prvo usporedimo energiju fotona i izlazni rad cezija: $E_\gamma = hc/\lambda = 2.33$ eV, što je veće od izlaznog rada. Zaključujemo da fotoni imaju dovoljnu energiju za fotoelektrični efekt na ceziju.

Na fotokatodu upada $\frac{dN_\gamma}{dt} = \frac{P}{h\nu} = \frac{P\lambda}{hc}$ fotona u jedinici vremena. Samo 60% upadnih fotona će izazvati fotoefekt, dakle iz katode izlazi $\frac{dN_e}{dt} = 0.6\frac{dN_\gamma}{dt}$ elektrona u jedinici vremena. Budući je između katode i anode narinut napon koji ubrzava elektone, možemo uzeti da svi izbačeni elektroni stižu na anodu, pa je struja između katode i anode:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{e \cdot dN_e}{dt} = 0.6\frac{e\,P\lambda}{hc}\ .$$

Za zadane brojeve $I = 1.29$ mA.