

Rješenja zadataka dekanskog ispitnog roka iz Fizike 2
srijeda, 16. rujna 2015.

1. Njihalo se sastoji od malog utega mase 60 g obješenog na nerastezljivu nit zanemarive mase. Kut θ koji nit njihala čini s vertikalom dan je izrazom

$$\theta(t) = (0,08 \text{ rad}) \cos [(4,43 \text{ rad/s}) t + \varphi] ,$$

gdje je φ neodređena faza. Izračunajte maksimalnu kinetičku energiju takvog njihala.

(7 bodova)

Rješenje:

Kružnu frekvenciju ω i amplitudu θ_0 njihala očitamo iz zadanog izraza:

$$\theta(t) = (\theta_0) \cos[\omega t + \phi] ,$$

pa imamo $\omega = 4.43 \text{ rad/s}$ i $\theta_0 = 0.08 \text{ rad/s}$.

Budući da se radi o matematičkom njihalu, kojemu znamo masu i frekvenciju, znamo i duljinu njihala: $l = g/\omega^2 = 0.5 \text{ m}$.

Kinetička energija će biti maksimalna kada je i linearna (obodna) brzina maksimalna. Budući da je kuglica na udaljenosti l od osi rotacije, obodna brzina $v(t)$ i kutna brzina $\Omega(t)$ vezane su preko $v(t) = l\Omega(t)$. Kutnu brzinu nalazimo derivacijom danog izraza za kut po vremenu:

$$\Omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = -\theta_0\omega \sin[\omega t + \phi] .$$

Slijedi da je maksimalna kinetička energija:

$$E_{k,max} = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}(l\theta_0\omega)^2 .$$

Za zadane brojeve $E_{k,max} = 9.42 \cdot 10^{-4} \text{ J}$.

2. Dvije identične žice za gitaru osciliraju osnovnom frekvencijom 600 Hz kada su napete istom silom. Za koliko postotaka se povećala napetost jedne žice, kada se zbog povećanja napetosti čuje 6 udara u sekundi, ako se žice istovremeno pobudi na titranje?

(6 bodova)

Rješenje:

Osnovna frekvencija napete žice dana je s $f_0 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, gdje je L duljina žice, T napetost, a μ masa po jedinici duljine. Nazovimo f_{01} i T_1 osnovnu frekvenciju i napetost žice prije promjene napetosti, a f_{02} i T_2 nakon promjene. Veličina koja se traži je

$$x = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{T_2}{T_1} - 1 .$$

Frekvencija udara je jednostavno razlika frekvencija dvije žice: $f_{\text{udari}} = f_{02} - f_{01} = 6 \text{ Hz}$. Iz izraza za vezu osnovne frekvencije i napetosti žice, slijedi da je:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{f_{02}}{f_{01}} \right)^2 = \left(\frac{f_{\text{udari}} + f_{01}}{f_{01}} \right)^2 = \left(\frac{f_{\text{udari}}}{f_{01}} + 1 \right)^2 ,$$

pa je tražena relativna promjena

$$x = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{T_2}{T_1} - 1 = \left(\frac{f_{\text{udari}}}{f_{01}} + 1 \right)^2 - 1 .$$

Za zadane brojeve $x = 0.020$, ili u postotcima $x = 2\%$.

3. Magnetska komponenta polariziranog elektromagnetskog vala u vakuumu dana je izrazom:

$$B_x = (4 \cdot 10^{-7} \text{ T}) \sin[(1.57 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1})y + \omega t] .$$

Napišite: a) koji je smjer širenja vala, b) koja je valna duljina vala, c) koja je frekvencija vala, d) puni izraz za neišcezavajuće komponente električnog polja (svi brojevi trebaju biti izračunati).

(6 bodova)

Rješenje:

Iz danog izraza odmah možemo očitati smjer propagacije, amplitudu magnetskog polja i valnu duljinu: smjer je negativna y -os, $B_0 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ T}$, $\lambda = 2\pi/k = 2\pi/(1.57 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}) = 400 \text{ nm}$. (a) i (b)

Valni vektor i kružna frekvencija vezani su preko brzine propagacije: $\omega = ck = 4.71 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$, ili ako želimo napisati linearnu frekvenciju $\nu = \omega/2\pi = 7.40 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ (c).

Amplitude električnog i magnetskog polja vezane su preko brzine svjetlosti: $E_0 = cB_0 = 120 \text{ V/m}$, a električno polje mora biti okomito i na smjer propagacije vala i na smjer magnetskog polja. Konačno pišemo izraz za jedinu neišcezavajuću komponentu električnog polja (d):

$$E_z = -(120 \text{ V/m}) \sin[(1.57 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1})y + (4.71 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1})t] .$$

4. Predmet se nalazi 20,0 cm lijevo od divergentne leće žarišne daljine -8,00 cm. Konkavno zrcalo žarišne daljine 12,0 cm se nalazi na optičkoj osi na udaljenosti 30,0 cm desno od leće. Na kojoj udaljenosti od zrcala se nalazi konačna slika?
(7 bodova)

Rješenje:

$$\frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{a_1}$$

$$b_1 = -\frac{40,0}{7} \text{ cm}$$

$$a_2 = d - b_1$$

$$\frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{a_2}$$

$$b_2 = 18,1 \text{ cm}$$

5. Dvije difrakcijske rešetke A i B nalaze se na istoj udaljenosti od zastora. Obasjane su svjetlošću iste valne duljine. Udaljenost između susjednih maksimuma za rešetku A je 2,7 cm, a za rešetku B je 3,2 cm. Rešetka A ima 2000 zareza po metru. Koliko zareza po metru ima rešetka B? (Može se koristiti $\sin \theta \approx \tan \theta$.)
(7 bodova)

Rješenje:

$$d \sin \theta = m \lambda$$

$$d \frac{y_m}{D} = m \lambda$$

$$y_m = m \frac{\lambda D}{d}$$

$$y = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda D}{d}$$

$$\frac{y_A}{y_B} = \frac{d_B}{d_A}$$

$$d_B = d_A \frac{y_A}{y_B}$$

$$\frac{1}{d_B} = \frac{1}{d_A} \frac{y_B}{y_A}$$

$$\frac{1}{d_B} = 2000 \cdot \frac{3,2}{2,7} = 2370,4 \text{ m}^{-1}$$

6. Dvostruko ionizirani atom litija Li^{2+} ($Z=3$) i trostruko ionizirani atom berilija Be^{3+} ($Z=4$) emitiraju linijski spektar. Za neku seriju linija u spektru litija najkraća valna duljina je 40,5 nm. Koja je najkraća valna duljina za istu seriju linija u spektru berilija?
(7 bodova)

Rješenje:

$$\frac{1}{\lambda} = Z^2 R \frac{1}{n^2}$$

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{\lambda_{\text{Li}} R Z_{\text{Li}}^2} = \frac{1}{\lambda_{\text{Be}} R Z_{\text{Be}}^2}$$

$$\lambda_{\text{Be}} = \lambda_{\text{Li}} \left(\frac{Z_{\text{Li}}}{Z_{\text{Be}}} \right)^2$$

$$\lambda_{\text{Be}} = 22,8 \text{ nm}$$