Rješenja zadataka prvog ispitnog roka iz Fizike 2
petak, 15. 2. 2013.

Zadaci

1. Uteg leži na podlozi koja titra u horizontalnom smjeru frekvencijom f = 1 Hz. Odredite koeficijent trenja μ između utega i podloge ako je maksimalna amplituda titranja podloge pri kojoj još ne dolazi do proklizavanja utega jednaka A = 5 cm.
(6 bodova)

Rješenje:

Pomak utega jednak je

$$x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$$

pri čemu je $\omega = 2\pi f$. Akceleracija je dana izrazom

$$a(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$$

gdje je

$$a_{\max} = A\omega^2 = \mu g$$

iz čega slijedi

$$\mu = \frac{A\omega^2}{g} = 0.2$$

2. Ravni elektromagnetski val koji se širi u vakuumu u pozitivnom smjeru z-osi ima električno polje koje titra u smjeru x-osi. Ako je amplituda magnetskog polja 350 nT te frekvencija vala 10 GHz, odredite Poyntingov vektor elektromagnetskog vala i vektorski zapis električnog i magnetskog polja.
(6 bodova)

Rješenje:

Budući se val giba u smjeru z-osi električno i magnetsko polje su:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(kz - \omega t), \qquad \vec{B} = \vec{B}_0 \sin(kz - \omega t),$$

Za ravni elektromagnetski val odnos amplituda dan je izrazom:

$$\vec{B}_0 = \frac{\vec{c} \times \vec{E}_0}{c^2},$$

pri čemu je $\vec{c} = c\vec{k}$ i $\vec{E}_0 = E_0\vec{i}$.
Poyntingov vektor jednak je:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B} = \frac{B_0^2 c}{\mu_0} \sin^2(kz - \omega t)\vec{k},$$

odnosno

$$\vec{S} = 29.25\frac{W}{m^2} \sin^2(209m^{-1}z - 6.28 \times 10^{10}s^{-1}t)\vec{k},$$

gdje je $\omega = 2\pi f = 6.28 \times 10^{10}\, s^{-1}$ i $k = \omega/c = 2.09 \times 10^2 m^{-1}$.
Vektori električnog i magnetskog polja su

$$\vec{E} = 105\,\frac{V}{m}\, \sin(209m^{-1}z - 6.28 \times 10^{10}s^{-1}t)\vec{i},$$
$$\vec{B} = 350\, nT\, \sin(209m^{-1}z - 6.28 \times 10^{10}s^{-1}t)\vec{j}.$$

3. Čelična žica promjera d = 1 mm i duljine L = 3 m razapeta između dva zida transverzalno titra osnovnom frekvencijom jednakom f = 200 Hz. Ako pri toj frekvenciji maksimalna amplituda iznosi A = 2 cm, odredite ukupnu energiju titranja žice. Gustoća čelika jest ρ = 7800 kg/m^3.
(6 bodova)

Rješenje:

$$y(x,t) = A\sin(\omega t)\sin(\pi x/L)$$

$$v(x,t) = A\omega\cos(\omega t)\sin(\pi x/L)$$

$$v(x) = A\omega\sin(\pi x/L)$$

$$E = E_k = \int_0^L \frac{v(x)^2}{2}dx = \frac{m}{L}\int_0^L \frac{1}{2}A^2\omega^2\sin^2(\pi x/L) = \frac{1}{4}A^2\omega^2 m$$

gdje je

$$m = \rho V = \rho L(d/2)^2\pi$$

$$E = 2.9\,\mathrm{J}.$$

4. Pri raspršenju fotona na mirnom elektronu kinetička energija raspršenog elektrona jednaka je T_e = 0.2 MeV. Ako se valna duljina izlaznog fotona promijenila za 25 %, odredite kut raspršenog fotona.
(8 bodova)

Rješenje:

Valna duljina raspršenog fotona jednaka je

$$\lambda_2 = 1.25\lambda_1$$

gdje je λ_1 valna duljina ulaznog fotona. Iz zakona očuvanja energije

$$E_1 = E_2 + T_e$$

slijedi da je $E_1 = 1\,\mathrm{MeV}$. Iz formule za Comptonovo raspršenje

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{hc}{m_e c^2}(1-\cos\theta)$$

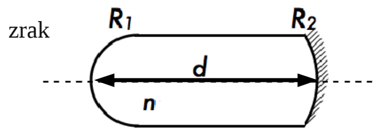
uz $E_{1,2} = hc/\lambda_{1,2}$ izlazi

$$\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{0.25}{2}\frac{m_e c^2}{E_1}$$

odnosno

$$\theta = 29.3^o$$

5. Optički sustav sastoji se od bikonveksne leće s polumjerima zakrivljenosti R_1 = 1.5 cm, R_2 = 6 cm i debljine d = 3 cm, te konkavnog zrcala na desnoj plohi leće, s istim polumjerom zakrivljenosti R_2 = 6 cm (vidi sliku). Bikonveksna leća je napravljena od materijala indeksa loma n = 1.5. Predmet se nalazi ispred tjemena konveksne plohe bikonveksne leće na beskonačnoj udaljenosti. Odredite položaj konačne slike predmeta. Indeks loma zraka je 1.
(8 bodova)



Rješenje:

Svjetlosne zrake koje dolaze s predmeta (iz beskonačnosti) prvo prolaze kroz sferni dioptar polumjera zakrivljenosti R_1, s jednadžbom:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{n_1}{b_1} = \frac{n_1 - 1}{R_1}$$

Slijedi da je položaj slike $b_1 = 4.5$ cm.

Budući da je b_1 veći od aksijalne debljine bikonveksne leće, ova slika predstavlja virtualni predmet za konveksno zrcalo.

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{2}{R_2},$$

gdje su sada $a_2 = b_1 - d_1 = -1.5$ cm, $R_2 = +6$ cm. Slijedi da je položaj slike zrcala $b_2 = 1$ cm, dakle realna slika, lijevo od tjemena zrcala, a unutar bikonveksne leće.

Budući da u zadnjem slučaju zrake svjetlosti dolaze s lijeva na desno, u uobičajenoj konvenciji polumjer zakrivljenosti prve plohe je sada negativan $R_1 = -1.5$ cm, a prethodna slika ponovo predstavlja predmet za prvi sferni dioptar, s predmetnom daljinom $a_3 = d_1 - b_2 = +2$ cm.

$$\frac{n_1}{a_3} + \frac{1}{b_3} = \frac{1 - n_1}{R_1}$$

Slijedi da je konačni položaj slike $b_3 = -2.4$ cm, dakle, desno od prvog tjemena bikonveksne leće.

Dakle, gledano iz daljine, svjetlost dalekog izvora se reflektira natrag, a sami optički sustav tada izgleda kao mali izvor svjetlosti. Tzv. retroreflektori rade na sličnom principu, a u praksi je i veliki dio ravnih stijenki (na slici gore i dolje, inače cilindar) izveden refleksivno.

6. Debljinu tanke niti možemo izmjeriti tako da nit umetnemo između dvije staklene pločice, pri kraju pločice tako da se nagne prema drugoj pločici s kojom ima zajednički kraj (vidi sliku). Ovaj klin se obasja svjetlošću valne duljine 500 nm odozgo i kad se tako gleda, vide se na staklu pruge interferencije. Udaljenost između susjednih maksimuma je 0,08 mm. Duljina svake pločice je 3 cm. Kolika je debljina niti?
(6 bodova)

Rješenje:

Razlika u visini između dva susjedna maksimuma je:

$$\Delta h = \Delta x \cdot tg\theta$$

i treba biti:

$$2\Delta h = \lambda$$

S obzirom da se vlas kose nalazi na kraju pločice vrijedi:

$$d = l\, tg\theta$$,

gdje je *d* debljina vlasi, a *l* duljina pločice, pa je:

$$d = l\frac{\Delta h}{\Delta x} = l\frac{\lambda}{2\Delta x}$$

$$d = 0{,}03\frac{500 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 0{,}08 \cdot 10^{-3}}\ \text{m} = 9{,}375 \cdot 10^{-5}\ \text{m} = 0{,}094\ \text{mm}$$