Rješenja zadataka prvog ispitnog roka iz Fizike 2
petak, 14. 2. 2014.

1. Tijelo na opruzi neprigušeno titra periodom T_0=0,6 s. Kada se opruzi paralelno spoji prigušivač (amortizer), period titranja se povećava na T=0,68 s. Koliki je faktor slabog prigušenja amortizera? Koliko puta amortizer mora imati veće trenje da bi nastupilo kritično prigušenje?
(6 bodova)

Rješenje:

Općenito,

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Slijedi

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

Za prigušeno titranje vrijedi

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

to jest vrijedi

$$\delta = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$$

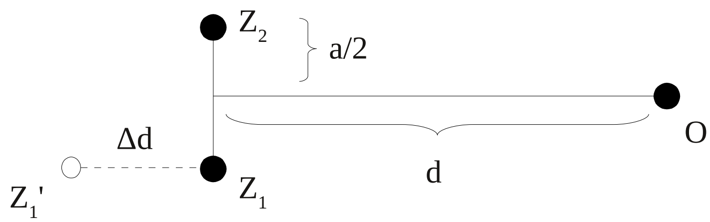
Kritično prigušenje nastupa za

$$\delta_{kritično} = \omega_0$$

Stoga je traženi odgovor

$$\frac{\delta_{kritično}}{\delta} \approx 2,1$$

2. Dva mala zvučnika titraju u fazi frekvencijom 860 Hz. Zvučnici (Z_1 i Z_2) su udaljeni *a*=5cm jedan od drugoga, a na udaljenosti *d*=2m i od jednog i od drugog zvučnika se nalazi osoba (O) koja sluša zvuk što dolazi iz oba zvučnika. Jedan zvučnik se pomakne unatrag tako da osoba više ne čuje zvuk (Z_1'). Koliki je pomak zvučnika? Brzina zvuka je 340 ms^{-1}. **(8 bodova)**



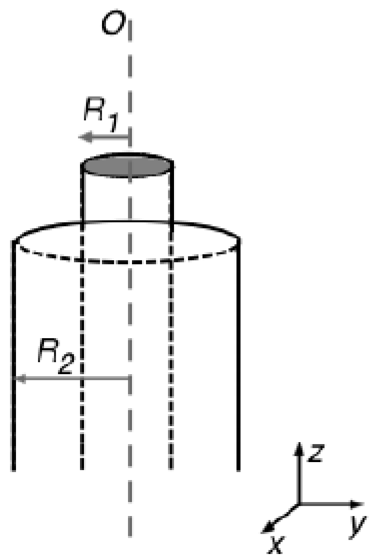
Rješenje:

$$x_1 = x_2 = 2\ \mathrm{m}$$
$$a = 5\ \mathrm{cm}$$

$$x_2' = x_1 + \frac{\lambda}{2}$$
$$x_2' = \left(2 + \frac{1}{2}\,\frac{340}{860}\right)\ \mathrm{m}{=}2{,}197674\ \mathrm{m}$$

$$x_2'^2 = (d + \Delta d)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$
$$\Delta d = \sqrt{x_2'^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} - d$$
$$\Delta d = \left(\sqrt{2{,}197674^2 - \left(\frac{0{,}05}{2}\right)^2} - \sqrt{2^2 - \left(\frac{0{,}05}{2}\right)^2}\right)\ \mathrm{m}{=}19{,}8\ \mathrm{cm}$$

3. Dva beskonačna vodiča, jedan u obliku valjka polumjera R_1 , a drugi plašta valjka polumjera R_2 ($R_2 > R_1$), postavljeni su tako da imaju zajedničku os O (vidi sliku). Izmedu njih je vakuum. Unutrašnjim vodičem teče ukupna struja I u smjeru z−osi koja je homogeno raspodijeljena po poprečnom presjeku (krug). Vanjskim vodičem teče ukupna struja istog iznosa, ali suprotnog smjera, homogeno raspodijeljena po njegovom presjeku (kružnica). Napišite izraz za iznos magnetskog polja $B(r)$ u ovisnosti o udaljenosti r od osi sustava, i to za $0 \le r \le R_1$, zatim za $R_1 < r \le R_2$, te za $r > R_2$. **(8 bodova)**



Rješenje:

Prema Ampereovom zakonu, integral magnetskog polja po nekoj krivulji C dan je integralom površinske raspodjele struja koje teku kroz plohu koju omeđuje krivulja C.

Ovdje imamo tri područja koja zasebno razmatramo: unutar unutrašnjeg vodiča ($r \leq R_1$), između dva vodiča ($R_1 < r \leq R_2$) i izvan vanjskog vodiča ($r > R_2$). Obzirom na simetriju sustava, za svako od tih područja za integraciju je primjeren odabir kružne krivulje polumjera r u $x - y$ ravnini, s ishodištem na osi O.

Za $0 \leq r \leq R_1$:

$$(2r\pi)B(r) = \mu_0 \int_0^r \sigma 2r\pi dr = \mu_0 \sigma r^2 \pi = \mu_0 \frac{Ir^2}{R_1^2},$$

gdje je $\sigma = I/(R_1^2\pi)$ površinska gustoća struje po presjeku unutrašnjeg vodiča.

$$B(r) = \mu_0 \frac{Ir}{2\pi R_1^2}.$$

Za $R_1 < r \leq R_2$:

Unutrašnji vodič je potpuno sadržan unutar integracijske krivulje, pa je magnetsko polje jednostavno

$$(2r\pi)B(r) = \mu_0 I,$$

$$B(r) = \mu_0 \frac{I}{2r\pi}.$$

Za $r > R_2$:

Izvan drugog vodiča, ukupna struja obuhvaćena kružnicom polumjera $r > R_2$ je nula (zbroj dvije struje istih iznosa i suprotnog smjera), pa je

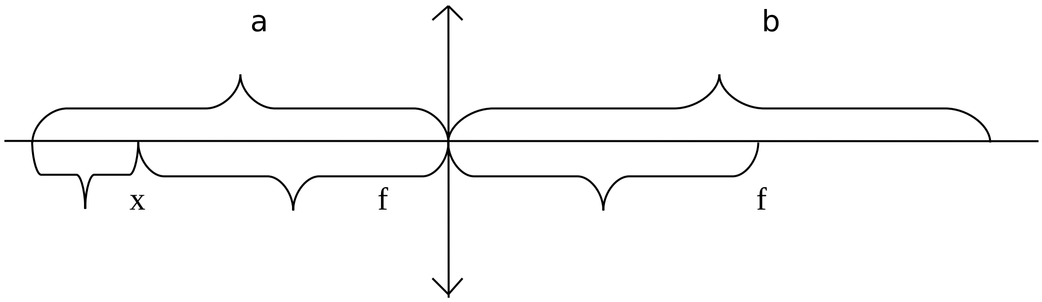
$$B(r) = 0.$$

Konačno, traženi iznos magnetskog polja za bilo koju udaljenost od osi sustava je:

$$B(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2} & , r \leq R_1 \\ \frac{\mu_0 I}{2r\pi} & , R_1 < r \leq R_2 \\ 0 & , r > R_2. \end{cases}$$

4. Odredite najmanju moguću udaljenost između predmeta i realne slike predmeta koju stvara tanka konvergentna leća žarišne duljine 20 cm. **(6 bodova)**

Rješenje:



$$a + b = 4f = 80cm$$

Označimo sa x udaljenost predmeta od žarišta.
Jednadžba je općenito

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Odnosno prema slici

$$\frac{1}{f + x} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Time udaljenost slike možemo napisati kao

$$b = \frac{f(f + x)}{x}$$

Također, tada je

$$a + b = (f + x)\left(1 + \frac{f}{x}\right)$$

Tražimo ekstrem u ovisnosti o x

$$\frac{d(a + b)}{dx} = 0$$

Slijedi

$$x = f$$

Odnosno

$$a + b = 4f = 80cm$$

5. Pretpostavite da Sunce zrači kao crno tijelo temperature T_S = 5700 K. Na kojoj udaljenosti od Sunca bi trebala biti Zemlja u slučaju da zrači kao crno tijelo (sobne) temperature T_Z = 20° C. Uzmite da je polumjer Sunca jednak $R_S = 7\times10^5$ km, te rezultat usporedite sa stvarnom udaljenošću između Zemlje i Sunca $D = 150\times10^6$ km. **(6 bodova)**

Rješenje:

Sunce zrači kao crno tijelo:

$$P_S = \sigma T_S^4 4\pi R_S^2$$

a dio koji Zemlja apsorbira je jednak

$$P_A = P_S \frac{R_Z^2 \pi}{4D^2 \pi}$$

S obzirom da Zemlja također zrači kao crno tijelo, ona emitira upravo onoliko koliko apsorbira:

$$P_E = \sigma T_Z^4 4\pi R_Z^2 = P_S$$

iz čega slijedi

$$T_Z^4 = \frac{R_S^2}{4D^2} T_S^4 \rightarrow D = \frac{R_S}{2}\left(\frac{T_S}{T_Z}\right)^2 = 132,5 \times 10^6 km < D_0$$

6. Izotop olova ^{209}Pb raspada se β-raspadom u izotop bizmuta ^{209}Bi koji je stabilan. Vrijeme poluraspada izotopa olova je 3,253 sata. Koliki će biti maseni udio bizmuta (postotak) nakon 12 sati, ako je u početnom trenutku uzorak sadržavao samo olovo? **(6 bodova)**

Rješenje:

Broj neraspadnutih jezgara ^{209}Pb nakon t_1=12 sati (uz λ=ln 2/$T_{1/2}$):

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-3,689 \ln 2} = N_0 2^{-3,689}$$

Broj jezgara ^{209}Bi jednak je broju raspadnutih jezgara ^{209}Pb:

$N_2 = N_1 - N_0 = N_0(1-2^{-3,689})$

Maseni udio ^{209}Bi jednak je ($m_{1,2}=N_{1,2}M_{1,2}/N_A$, $M_1=M_2$):

$$w(^{209}Bi) = \frac{m_2}{m_1+m_2} = \frac{N_2}{N_1+N_2} = 1-2^{-3,689} = 0,922 \quad = 92,2\ \%$$