Završni ispit iz Fizike 2R (30. siječnja 2017.)

1. Pitanja višestrukog izbora

Upute: Odgovore zaokružite **na ovom papiru** i potpišite se na njega. U zadacima zaokružite samo do traženog broja odgovora. Svaki točno zaokruženi odgovor donosi po jedan bod. Nema negativnih bodova.

1.1 Kada svjetlosni val prijeđe iz zraka u vodu tada se (**dva** točna odgovora):

(a) brzina smanji za faktor jednak indeksu loma vode; **točno**

(b) frekvencija svjetlosti smanji za faktor jednak indeksu loma vode;

(c) valna duljina poveća za faktor jednak omjeru indeksa loma vode i indeksa loma zraka;

(d) valna duljina smanji za faktor jednak indeksu loma vode. **točno**

1.2 Tanki film prozirnog materijala indeksa loma $n_2 = 1.3$ nalazi se između dva prozirna materijala indeksa loma $n_1 = 1.4$ i $n_3 = 1.5$, kao na slici. Materijale osvjetlimo monokromatskom svjetlošću valne duljine λ, pri čemu se ne opaža reflektirana svjetlost. Zaključujemo da sloj materijala indeksa loma n_2 može biti debljine (**jedan** točan odgovor)

(a) $\frac{\lambda}{4}$

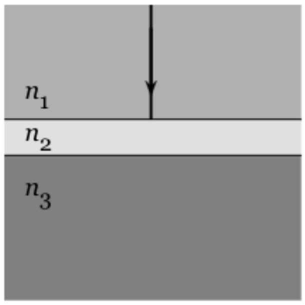
(b) $\frac{\lambda}{2}$

(c) $n_2\frac{\lambda}{4}$

(d) $n_2\frac{\lambda}{2}$

(e) $\frac{1}{n_2}\frac{\lambda}{4}$

(f) $\frac{1}{n_2}\frac{\lambda}{2}$ **točno**



1.3 Na difrakcijsku rešetku svjetlost pada okomito. Zarezi rešetke su međusobno udaljeni 0.75 μm. Koji je najviši red spektra u kojem možete mjeriti cijeli spektar vidljive svjetlosti? (**Jedan** točan odgovor):
(*Vidljivi dio spektra čine valne duljine od* $380\,\mathrm{nm}$ *do* $750\,\mathrm{nm}$.)

(a) nulti

(b) prvi **točno**

(c) drugi

(d) treći

(e) svi redovi spektra se teorijski mogu mjeriti, ali im intenzitet pada.

1.4 U Youngovom pokusu koristite zelenu svjetlost i opažate da su susjedne svijetle pruge na zastoru previše blizu za mjerenje. Da biste povećali međusobnu udaljenost svijetlih pruga, možete (**dva** točna odgovora):

(a) zamijeniti zeleno svjetlo plavim svjetlom

(b) zamijeniti zeleno svjetlo crvenim svjetlom **točno**

(c) smanjiti udaljenost između pukotina **točno**

(d) povećati udaljenost između pukotina

1.5 Veliki broj čestica puštamo kroz pukotinu malih dimenzija. Mjerenjem broja čestica koje dospiju na dani položaj na detektoru konstruiramo 'difrakcijsku sliku'. Pokus ponavljamo s različitim vrstama čestica. Sve čestice imaju jednaku kinetičku energiju. Koja od sljedećih čestica ima najširu difrakcijsku sliku: (**jedan** točan odgovor):

(a) elektron **točno**

(b) proton

(c) molekula kisika

(d) molekula C_{60}

1.6 Vektor količine gibanja fotona usmjeren je (**jedan** točan odgovor):

(a) u smjeru titranja električnog polja, okomito na smjer gibanja fotona

(b) u smjeru titranja magnetskog polja, okomito na smjer gibanja fotona

(c) u smjeru polarizacije fotona

(d) u smjeru gibanja fotona **točno**

1.7 Na slici je prikazano prvih pet valnih funkcija za beskonačnu potencijalnu jamu. Kakva je vjerojatnost nalaženja čestice u blizini $x = \frac{3}{4}a$? (**jedan** točan odgovor)

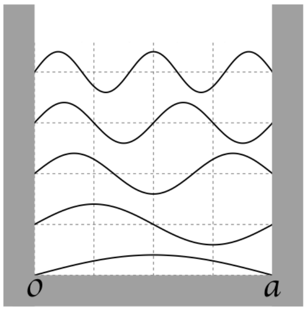
(a) Najveća za $n = 5$.

(b) Najmanja za $n = 4$. **točno**

(c) Najveća za $n = 3$.

(d) Najmanja za $n = 2$.

(e) Jednaka za $n = 1, 2, 3, 4, 5$.



1.8 Koji je izraz za operator količine gibanja u jednoj dimenziji u kvantnoj mehanici? (**jedan** točan odgovor):

(a) $m\frac{\partial x}{\partial t}$

(b) $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$

(c) $m\frac{\partial}{\partial x}$

(d) $-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$ **točno**

(e) $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$

2. Pitanja iz teorije

Uputa: Odgovore na pitanja treba napisati na posebnom papiru te popratiti detaljnim komentarima i crtežima.

2.1 Izvedite zakon loma svjetlosti iz Fermatovog principa. [3 boda]

2.2 Skicirajte Planckovu distribuciju zračenja jednog crnog tijela na dvije različite temperature. Diskutirajte položaje maksimuma (Wienov zakon). Diskutirajte značenje površine ispod krivulje. [3 boda]

2.3 Napišite opća rješenja (neodređene konstante) za valnu funkciju koja opisuje česticu koja nalijeće na potencijalnu barijeru debljine a. Napišite rubne uvjete koje biste primjenili za određivanje konstanti koje ste napisali. Pomoću tih konstanti napišite definiciju koeficijenata transmisije i refleksije. [4 boda]

3. Računski zadaci

Uputa: Postupke i rješenja treba napisati na posebnim papirima. Svaki zadatak nosi 5 bodova.

3.1 Kada bijela svjetlost padne na difrakcijsku rešetku tada kut između početka i kraja spektra prvog reda iznosi 22,0°. Na kojim kutovima počinje i završava spektar prvog reda? Valne duljine bijele svjetlosti su u području od $380\,\mathrm{nm}$ do $750\,\mathrm{nm}$.

Rješenje:

$$d\ \sin\theta_1 = \lambda_1$$

$$d\ \sin(\theta_1 + \Delta\theta) = \lambda_2$$

$$\sin\theta_1\ \cos\Delta\theta + \cos\theta_1\ \sin\Delta\theta = \frac{\lambda_2}{d}$$

$$\cos\Delta\theta + \cot\theta_1\ \sin\Delta\theta = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$\tan\theta_1 = \frac{\sin\Delta\theta}{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \cos\Delta\theta}$$

$$\tan\theta_1 = \frac{\sin 22.0^\circ}{\frac{750}{380} - \cos 22.0^\circ} = 0.35796$$

$$\theta_1 = 19.695^\circ$$

$$\theta_2 = 19.695^\circ + 22.0^\circ = 41.695^\circ$$

3.2 Kad ultraljubičasta svjetlost valne duljine 400 nm pada na neku metalnu površinu, maksimalna kinetička energija emitiranih fotoelektrona iznosi 1,10 eV. Kolika je maksimalna kinetička energija fotoelektrona kada svjetlost valne duljine 300 nm pada na tu površinu?

Rješenje:

$$\frac{hc}{\lambda_1} = E_{k1} + W_i$$

$$\frac{hc}{\lambda_2} = E_{k2} + W_i$$

$$E_{k2} = E_{k1} + hc\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)$$

$$E_{k2} = 1.10\ \mathrm{eV} + 1239.8\ \mathrm{eV\,nm}\left(\frac{1}{300.0\ \mathrm{nm}} - \frac{1}{400.0\ \mathrm{nm}}\right) = 2.133\ \mathrm{eV}$$

3.3 Jednodimenzionalna kvantnomehanička čestica opisana je valnom funkcijom:

$$\psi(x) = \begin{cases} Ax/a, & \text{ako } 0 \le x \le a, \\ A(b-x)/(b-a), & \text{ako } a < x \le b, \\ 0, & \text{inače}, \end{cases}$$

gdje su a i b poznate konstante.
a) Izračunajte konstantu A normiranjem valne funkcije.
b) Izračunajte vjerojatnost nalaženja čestice u intervalu $[0, a/2]$ u slučaju $b = 2a$.

Rješenje:
a) Uvjet normalizacije kaže da mora vrijediti:

$$\int_0^a \psi_1^2 dx + \int_a^b \psi_2^2 dx = 1, \tag{1}$$

gdje je $\psi_1 = Ax/a$, a $\psi_2 = A(b-x)/(b-a)$, te treba riješiti sljedeće integrale:

$$\int_0^a A^2 \frac{x^2}{a^2} dx + \int_a^b A^2 \frac{(b-x)^2}{(b-a)^2} dx = 1, \tag{2}$$

$$A^2 \Big[\int_0^a \frac{x^2}{a^2} dx + \int_a^b \frac{b^2}{(b-a)^2} dx - \int_a^b \frac{2bx}{(b-a)^2} dx + \int_a^b \frac{x^2}{(b-a)^2} dx \Big] = 1, \tag{3}$$

$$A^2 \left[\frac{x^3}{3a}\Bigg|_0^a + \frac{b^2 x}{(b-a)^2}\Bigg|_a^b - \frac{x^2 b}{(b-a)^2}\Bigg|_a^b + \frac{x^3}{3(b-a)^2}\Bigg|_a^b \right] = 1, \tag{4}$$

uvrštavanjem granica i sređivanjem dobivamo:

$$A^2 \left[\frac{a}{3} + \frac{-3b^2 a + 3ba^2 + b^3 - a^3}{3(b-a)^2} \right] = 1, \tag{5}$$

prepoznajemo kub razlike:

$$A^2 \left[\frac{a}{3} + \frac{(b-a)^3}{3(b-a)^2} \right] = A^2 \left[\frac{a}{3} + \frac{b}{3} - \frac{a}{3} \right] = A^2 \frac{b}{3} = 1, \tag{6}$$

slijedi konstanta normalizacije:

$$A = \sqrt{\frac{3}{b}}. \tag{7}$$

b) Vjerojatnost je dana:

$$\int_0^{a/2} \psi_1^2 dx = \int_0^{a/2} \frac{3}{b} \frac{x^2}{a^2} dx = \frac{3}{b} \frac{x^3}{3a^2}\Bigg|_0^{a/2} = \frac{a}{8b} = \frac{1}{16}. \tag{8}$$

3.4 U eksperimentu interferencije elektrona na dvije pukotine primiJećeno je da je broj elektrona u jedinici vremena koji dolaze na zastor 16 puta veći u slučaju kad je prva pukotina otvorena, a druga zatvorena, u odnosu na slučaj kad je prva pukotina zatvorena, a druga otvorena. Izračunajte omjer vjerojatnosti nalaženja elektrona na mjestu interferencijskog maksimuma $P_{\max} = (|\psi_1| + |\psi_2|)^2$ i vjerojatnosti nalaženja elektrona na mjestu interferencijskog minimuma $P_{\min} = (|\psi_1| - |\psi_2|)^2$ kad su obje pukotine otvorene.

Rješenje:
Iz uvjeta zadatka vrijedi da je omjer vjerojatnosti prolaska kroz prvu i drugu pukotinu :

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{|\psi_1|^2}{|\psi_2|^2} = 16, \tag{9}$$

pa je:

$$\frac{|\psi_1|}{|\psi_2|} = 4, \tag{10}$$

Traženi omjer je:

$$\frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{(|\psi_1|/|\psi_2| + 1)^2}{(|\psi_1|/|\psi_2| - 1)^2} = \frac{25}{9} = 2.78. \tag{11}$$