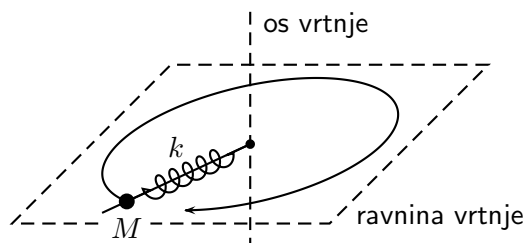
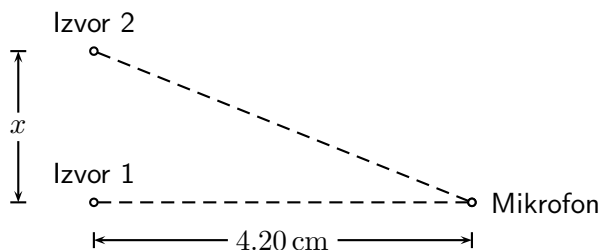


Zimski ispitni rok iz Fizike 2 (22. veljače 2016.)

1. Tanki štap se vrti u vodoravnoj ravnini oko jednog svog kraja kutnom frekvencijom ω_s . Opruga konstante elastičnosti k omotana je oko štapa i s jednim svojim krajem je pričvršćena za kraj štapa kojim prolazi os vrtnje. Opruga se može skupljati i rastezati duž štapa bez trenja. Masa M je pričvršćena za slobodni kraj opruge i može klizati duž štapa također bez trenja. Zatitramo li masu M duž štapa, kolika je frekvencija ω njenog titranja oko ravnotežnog položaja?



2. Dva izvora titraju u fazi i emitiraju ultrazvuk frekvencije 41 kHz. Izvor 1 se nalazi ispred mikrofona na udaljenosti 4.20 cm. Izvor 2 se nalazi na poprečnoj udaljenosti x od izvora 1 (vidi sliku) odabranoj tako da u mikrofona dolazi do destruktivne interferencije zvuka. Postavimo li nakon toga sloj materijala debljine 1.65 cm na put između izvora 1 i mikrofona, koliko dulje do mikrofona putuje zvuk iz izvora 2 u odnosu na zvuk iz izvora 1? (Brzina zvuka u zraku $v_z = 343 \text{ m s}^{-1}$, brzina zvuka u materijalu $v_m = 1497 \text{ m s}^{-1}$.)



3. Dvjestima dugim tankim žicama teku struje koje proizvode magnetsko polje. Prva žica je položena duž z -osi i provodi struju od 4.4 A u pozitivnom smjeru. Druga žica je paralelna s prvom žicom i ima koordinate $x = 2.5 \text{ cm}$ i $y = 0$, a provodi struju od 3.3 A u suprotnom smjeru u odnosu na prvu žicu. Odredite vektor ukupnog magnetskog polja \mathbf{B} u točki P s koordinatama $x_P = 2.5 \text{ cm}$ i $y_P = 3.5 \text{ cm}$.
4. Iz sredstva koje ima indeks loma veći od indeksa loma vode, zraka svjetlosti upada u vodu pod kutom θ_1 pri kojem je lomljena zraka okomita na reflektiranu zraku. Izračunajte kut θ_1 , granični kut θ_{gr} i indeks loma sredstva ako vrijedi

$$\frac{\sin \theta_{\text{gr}}}{\sin \theta_1} = 1.28.$$

Indeks loma vode je $n_2 = 1.33$.

5. Obasjavamo li dvije pukotine u Youngovom pokusu monokromatskom svjetlošću valne duljine 450 nm, na zastoru dobivamo n pruga unutar 1.8 cm. Kad izvor svjetlosti zamijenimo drugim, na zastoru dobivamo n pruga unutar 2.7 cm. Koliku valnu duljinu emitira drugi izvor?
6. Pri proučavanju β -raspada izotopa ^{23}Mg u trenutku $t = 0$ uključen je detektor-brojač. Do trenutka $t_1 = 2 \text{ s}$ brojač je registrirao N_1 elektrona, a do trenutka $t_2 = 2t_1$ brojač je registrirao $N_2 = \frac{3}{2}N_1$ elektrona. Izračunajte srednje vrijeme života τ izotopa ^{23}Mg .

Rješenja:

1. zadatak

$$k x_0 = M \omega_s^2 (l_0 + x_0)$$

$$M \ddot{x} = -k (x_0 + x) + M \omega_s^2 (l_0 + x_0 + x)$$

$$M \ddot{x} = -k x_0 + M \omega_s^2 (l_0 + x_0) - k x + M \omega_s^2 x$$

$$M \ddot{x} = -k x + M \omega_s^2 x$$

$$\ddot{x} + \frac{1}{M} (k - M \omega_s^2) x = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{M} (k - M \omega_s^2)}$$

2. zadatak

$$x_1 = 0,042 \text{ m}$$

$$d = 0,0165 \text{ m}$$

$$v_z = 343 \text{ m/s}$$

$$v_m = 1497 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{x_2}{v_z} - \frac{x_1}{v_z}$$

$$\Delta t' = t_2 - t_1' = \frac{x_2}{v_z} - \frac{x_1 - d}{v_z} - \frac{d}{v_m}$$

$$\Delta t' - \Delta t = d \left(\frac{1}{v_z} - \frac{1}{v_m} \right) = d \frac{v_m - v_z}{v_z v_m}$$

3. zadatak

$$r_1 = \sqrt{2,5^2 + 3,5^2} \text{ cm} = 4,3 \text{ cm}$$

$$r_2 = 3,5 \text{ cm}$$

$$B_i = \frac{\mu_0 I_i}{2\pi r_i}$$

$$B_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4,4}{2\pi \cdot 4,3 \cdot 10^{-2}} \text{ T} = 20,5 \text{ }\mu\text{T}$$

$$B_2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3,3}{2\pi \cdot 3,5 \cdot 10^{-2}} \text{ T} = 18,9 \text{ }\mu\text{T}$$

$$\tan \theta = \frac{2,5}{3,5} = 0,714286$$

$$\theta = 35,538^\circ$$

$$B_{1x} = -20,5 \text{ }\mu\text{T} \cos 35,538^\circ = -16,7 \text{ }\mu\text{T}$$

$$B_{1y} = 20,5 \text{ }\mu\text{T} \sin 35,538^\circ = 11,9 \text{ }\mu\text{T}$$

$$B_{2x} = 18,9 \text{ }\mu\text{T}$$

$$B_{2y} = 0$$

$$B_x = -16,7 \text{ }\mu\text{T} + 18,9 \text{ }\mu\text{T} = 2,2 \text{ }\mu\text{T}$$

$$B_y = 11,9 \text{ }\mu\text{T} + 0 = 11,9 \text{ }\mu\text{T}$$

Iznos magnetskog polja:

$$|\vec{B}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$$

$$B = \sqrt{2,2^2 + 11,9^2} \mu\text{T} = 12,1 \mu\text{T}$$

Smjer magnetskog polja:

$$\tan \theta_B = \frac{B_y}{B_x}$$

$$\tan \theta_B = \frac{11,9}{2,2} = 5,409$$

$$\theta_B = 79,526^\circ$$

4. zadatak

Iz zakona loma vrijedi:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (1)$$

iz uvjeta upadnog kuta vrijedi:

$$\theta_1 + \theta_2 + 90^\circ = 180^\circ \implies \theta_2 = 90^\circ - \theta_1, \quad (2)$$

slijedi:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin(90^\circ - \theta_1)} = \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1}, \quad (3)$$

$$\frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (4)$$

Granični kut je dan:

$$\sin \theta_{gr} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (5)$$

slijedi:

$$\frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} = \sin \theta_{gr} \implies \frac{\sin \theta_{gr}}{\sin \theta_1} = \frac{1}{\cos \theta_1} = 1.28, \quad (6)$$

$$\theta_1 = 38.62^\circ. \quad (7)$$

Granični kut možemo izračunati iz:

$$\frac{\sin \theta_{gr}}{\sin \theta_1} = 1.28 \implies \sin \theta_{gr} = 1.28 \sin \theta_1, \quad (8)$$

$$\theta_{gr} = 53.03^\circ. \quad (9)$$

Indeks loma sredstva računamo iz jednadžbe (4):

$$\frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} = \frac{n_2}{n_1} \implies n_1 = n_2 \frac{\cos \theta_1}{\sin \theta_1}, \quad (10)$$

$$n_1 = 1.66. \quad (11)$$

5. zadatak

S obzirom da su razmaci među prugama ekvidistantni zadano je ($m = 1$ za susjedne pruge):

$$y_1 = \frac{1.8}{n-1} \text{ cm}, \quad (17)$$

$$y_2 = \frac{2.7}{n-1} \text{ cm}, \quad (18)$$

Maksimumi se pojavljuju ako vrijedi:

$$\frac{ay_1}{d} = m\lambda_1 = \lambda_1, \quad (19)$$

$$\frac{ay_2}{d} = m\lambda_2 = \lambda_2. \quad (20)$$

Postavimo omjer maksimuma te dobivamo:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{y_1}{y_2} \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_1 \frac{y_2}{y_1} = \lambda_1 \frac{2.7}{1.8}, \quad (21)$$

$$\lambda_2 = 675 \text{ nm}. \quad (22)$$

6. zadatak

U prvom slučaju ($t_1 = 2$ s) detektor je registrirao N_1 β -elektrona, dakle N_1 raspadnutih jezgri, te vrijedi za preostale jezgre:

$$(N_0 - N_1) = N_0 e^{-\lambda t_1}, \quad (23)$$

a nakon vremena t_2 detektor je registrirao N_2 raspada pa vrijedi:

$$(N_0 - N_2) = N_0 e^{-\lambda t_2}, \quad (24)$$

sredimo jednadžbe:

$$N_1 = N_0(1 - e^{-\lambda t_1}), \quad (25)$$

$$N_2 = N_0(1 - e^{-\lambda t_2}), \quad (26)$$

podijelimo jednadžbe te iz poznatog odnosa $N_2 = \frac{3}{2}N_1$ i $t_2 = 2t_1$ dobivamo:

$$\frac{3}{2} = \frac{1 - e^{-2\lambda t_1}}{1 - e^{-\lambda t_1}}, \quad (27)$$

pomnožimo s nazivnikom i sredimo:

$$2e^{-2\lambda t_1} - 3e^{-\lambda t_1} + 1 = 0, \quad (28)$$

uvedemo supstituciju $x = e^{-\lambda t_1}$ kako bi imali kvadratnu jednadžbu:

$$2x^2 - 3x + 1 = 0, \quad (29)$$

rješenja ove kvadratne jednadžbe su:

$$x_1 = 1, \quad (30)$$

$$x_2 = \frac{1}{2}, \quad (31)$$

vratimo u izraz $x = e^{-\lambda t_1}$ (uz $t_1 = 2$ s) logaritmiramo te računamo λ . Za prvo rješenje $x_1 = 1$ dobivamo:

$$-2\lambda = 0, \quad (32)$$

dakle rješenje je nefizikalno. Drugo rješenje daje:

$$-2\lambda = -0.6931, \quad (33)$$

slijedi:

$$\lambda = \frac{1}{\tau} \implies \tau = 2.89 \text{ s.} \quad (34)$$