

Zadatak 1:

Amplitude brzine prisilnih oscilacija pri $f_1=200\text{Hz}$ i $f_2=300\text{Hz}$ su jednake. Ako je amplituda vanjske sile u oba slučaja ista, pronađite rezonantnu frekvenciju oscilatora.

Za prigušeno titranje vrijedi:

$$x = A \sin \omega t$$

$$v = \omega A \cos \omega t$$

Gdje je :

$$A = \frac{F/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \delta^2 \omega^2}}$$

$$\omega_1 \frac{F/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 + \delta^2 \omega_1^2}} = \omega_2 \frac{F/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_2^2)^2 + \delta^2 \omega_2^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega_0^2 - \omega_1^2}{\omega_1}\right)^2 + \delta^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega_0^2 - \omega_2^2}{\omega_2}\right)^2 + \delta^2}}$$

$$\left(\frac{\omega_0^2 - \omega_1^2}{\omega_1}\right) = -\left(\frac{\omega_0^2 - \omega_2^2}{\omega_2}\right)$$

Predznak minus dolazi zato što je jedna frekvencija veća a druga manja od rezonantne.

$$\omega_0^2 (\omega_2 + \omega_1) = \omega_1^2 \omega_2 + \omega_1 \omega_2^2$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = 245\text{Hz}$$

Zadatak 2:

Slušatelj i dva izvora zvučnih valova nalaze se na istom pravcu. Slušatelj miruje, a jedan zvučnik mu se približava, a drugi udaljava istom brzinom. Pri tome slušatelj čuje udare frekvencije 2 Hz. Kolika je brzina svakog zvučnika, ako emitiraju zvuk iste frekvencije koja iznosi 640 Hz i brzina zvuka u zraku je 340 ms^{-1} ?

$$f_1 = f_i \frac{v}{v - v_i}$$

$$f_2 = f_i \frac{v}{v + v_i}$$

$$f_u = f_1 - f_2 = f_i \left(\frac{v}{v - v_i} - \frac{v}{v + v_i} \right) = f_i \frac{2 v v_i}{v^2 - v_i^2}$$

$$v_i^2 + 2 \frac{f_i}{f_u} v v_i - v^2 = 0$$

$$(v_i)_{1/2} = \frac{-2 \frac{f_i}{f_u} v \pm \sqrt{4 \left(\frac{f_i}{f_u} \right)^2 v^2 + 4 v^2}}{2} = \left[-\frac{f_i}{f_u} \pm \sqrt{\left(\frac{f_i}{f_u} \right)^2 + 1} \right] v$$

$$(v_i)_{1/2} = \left(-320 \pm \sqrt{320^2 + 1} \right) 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} = (-320 \pm 320,0015625) \cdot 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Rješenje sa + :

$$v_i = 0,531 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadatak 3:

Metalni štap dužine $l=2\text{m}$ na temperaturi 0°C i temperaturnog koeficijenta linearnog rastezanja $\alpha=2\times 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ zagrije se prvo do temperature $t=20^\circ\text{C}$ a onda na dva puta višu temperaturu. Koliki je odnos osnovnih frekvencija štapa na ovim dvjema temperaturama ako je štap učvršćen u sredini?

Youngov modul elastičnosti štapa smatrajte neovisnim o temperaturi. Podsjetnik: ovisnost volumena o temperaturi dana je relacijom $V(t)=V(0)(1+3\alpha t)$.

R:

$$\lambda_0 = 2l$$

$$v_k = \frac{v}{\lambda_k} = 2k + \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$v_0 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$l = l_0(1 + \alpha t) \rightarrow V = V_0(1 + \gamma t), \gamma = 3\alpha$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{Sl_0(1 + \gamma t)}$$

$$v(t) = \frac{1}{2l_0(1 + \alpha t)} \sqrt{ESl_0 \frac{(1 + \gamma t)}{m}} = \sqrt{\frac{ESl_0 (1 + \gamma t)}{2ml_0^2 (1 + \alpha t)^2}}$$

$$\frac{v(t_2)}{v(t_1)} = \frac{(1 + \alpha t_1)}{(1 + \alpha t_2)} \sqrt{\frac{(1 + \gamma t_1)}{(1 + \gamma t_2)}} = \frac{(1 + 2 \times 10^{-5} \times 20)}{(1 + 2 \times 10^{-5} \times 40)} \sqrt{\frac{(1 + 6 \times 10^{-5} \times 20)}{(1 + 6 \times 10^{-5} \times 40)}} = 0.9996 \times 0.9994 = 0.999$$

pri čemu je

$$l = l_0(1 + \alpha \Delta t), \Delta t = t - t_0[^\circ\text{C}] = t - t_0[\text{K}], t_0 = 0$$

Zadatak 4:

4. Odredite najmanju moguću udaljenost između predmeta i realne slike predmeta koju stvara tanka konvergentna leća žarišne daljine 5 cm.

R:

Iz jednadžbe tanke leće:

$1/a + 1/(D-a) = 1/f$ i derivacijom po a dobije se uvjet:

$a = D/2$ iz čega se iz početne jednadžbe izvuče $D = 4 \cdot f$

D = 20 cm.

Zadatak 5:

5. Dva polarizatora postavljena su tako da su im ravnine polarizacije pod pravim kutom. Između dva polarizatora postavi se treći čija je ravnina polarizacije pod kutom od 10° u odnosu na prvi polarizator.

R:

Izraz koji opisuje promjenu intenziteta polarizirane svjetlosti pri prolazu kroz polarizator je

$$I = I_0 \cos^2(\varphi)$$

1 -> 2

$$I_1 = I_0/2 \text{ (nepolarizirana postaje polarizirana)}$$

$$I_2 = I_1 \cos^2(10^\circ)$$

2 -> 3

$$I_3 = I_2 \cos^2(80^\circ)$$

Dobije se

$$I_3 = \frac{1}{2} \cos^2(10^\circ) \cos^2(80^\circ) I_0$$

$$\mathbf{I_3 = 0.015 I_0}$$

Zadatak 6:

Valna duljina fotona raspršenog na slobodnom elektronu dvaput je veća pri raspršenju pod kutom od 90° nego pod kutom od 30° . Odredite početnu valnu duljinu fotona.

Pri Comptonovom raspršenju vrijedi:

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

$$\frac{h}{m_e c} (1 - \cos 90) + \lambda = 2 \left(\frac{h}{m_e c} (1 - \cos 30) + \lambda \right)$$

$$\lambda = \frac{h}{m_e c} (2 \cos 30 - 1)$$

$$\lambda = 1,779 \text{ pm}$$