

5. VALOVI. PROGRESIVNI VALOVI. REFLEKSIJA I SUPERPOZICIJA VALOVA

5.1. OPĆENITO O VALOVIMA. VALOVI NA VODI

Znamo da se energija može prenositi od jednog mjesta na drugo na dva načina:

- gibanjem čestica, odn. tijela
- valovitim gibanjem

Primjeri valnog gibanja:

- bacimo kamen u vodu – na površini vode nastaje poremećaj koji se širi i prenosi energiju od mjesta gdje je kamen pao
- ako zatitrano površinu vode u posudi pomoću šiljka koji titra u pravilnim razmacima gore-dolje, periodični poremećaji se šire po površini vode u obliku koncentričnih kružnica
- kad zatitrano žicu muzičkog instrumenta, kroz okolni prostor se šire ZVUČNI VALOVI
- iz izvora svjetlosti se šire SVJETLOSNI VALOVI
- iz usijane peći se šire infracrveni ELEKTROMAGNETSKI VALOVI

VAL je poremećaj sredstva koji se širi određenom brzinom kroz prostor.

Općenito valove možemo podijeliti na:

- 1) MEHANIČKE VALOVE – poremećene su koordinate pojedinih dijelova sredstva i šire se kroz elastična sredstva
- 2) ELEKTROMAGNETSKE VALOVE- električno i magnetsko polje se mijenja u vremenu i ne zahtijevaju sredstva za svoje širenje (mogu se širiti i u vakuumu)

Kod širenja vala čestice sredstva ostaju na svojim mjestima titraju oko položaja ravnoteže. Širi se samo stanje titranja, odn. prenosi se energija izvora vala.

VAL je titranje koje se širi prostorom i tako prenosi energija.

Valovi mogu biti:

- 1) TRANSVERZALNI – Čestice sredstva titraju okomito na smjer širenja vala
-npr. val na užetu – jedan kraj horizontalno napetog užeta zatitrano rukom – kroz užu se širi transverzalni poremećaj

SLIKA: TRANSVERZALNI VAL NA UŽETU – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 2.1.A) STR. 75

- 2) LONGITUDINALNI – čestice titraju u smjeru širenja vala

- npr. duža opruga – nekoliko zavoja na početku opruge stisnemo i onda pustimo
- zgušćenje valova se brzo širi prema drugom kraju opruge
- primjer: zvučni valovi

SLIKA: LONGITUDINALNI VAL NA OPRUZI – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 2.1.B) STR. 76

Valovi mogu biti i:

- 1) **PROGRESIVNI** – putujući – val se giba u određenom smjeru i pritom se energija prenosi s čestice na česticu
- 2) **STOJNI** – stacionarni – neke čestice titraju, a neke stalno miruju
 - valna slika se ne mijenja s vremenom već je stacionarna
 - energija se ne širi prostorom

Podjela valova:

- 1) **LINEARNI** – val na žici
- 2) **POVRŠINSKI** – val na vodi
- 3) **PROSTORNI** – zvučni val

VALOVI NA VODI

SLIKA: GIBANJE ČESTICA VODE KOD POVRŠINSKIH VALOVA NA VODI – HORVAT – SL. 3.1. STR. 3-2

Valovi na vodi su površinski valovi – kombinacija longitudinalnih i transverzalnih valova – čestice vode se gibaju po malim kružnicama i prema tome imaju i longitudinalnu i transverzalnu komponentu.

POJMOVI U VEZI MEHANIČKIH VALOVA

Ako jedan kraj napetog užeta pomaknemo gore – dolje (slika transverzalnog vala), kroz uže će se širiti transverzalni poremećaj – PULS.

Ako nastavimo titrati početak užeta kroz uže će se širiti **KONTINUIRANI TRANSVERZALNI VAL**.

PULS je valno gibanje ograničeno na određeni dio prostora Δx , a van tog intervala nema valnog gibanja.

PULS zovemo i **VALNIM PAKETOM**.

KONTINUIRANI VAL nije ograničen u prostoru kao puls.

SLIKA: HARMONIČKI I NEHARMONIČKI VAL – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 2.2. STR. 77

Valovi nastaju u izvoru vala, a titranje se određenom brzinom širi kroz sredstvo.

S obzirom da su u elastičnim sredstvima susjedne čestice međusobno povezane elastičnim silama, pomak jedne čestice iz ravnoteže uzrokuje pomak susjednih čestica iz ravnoteže uzrokuje pomak susjednih čestica.

Poremećaj ravnoteže zbog energije se ne prenosi trenutno nego nekom konačnom brzinom.

Kroz sredstvo ne putuju čestice već samo poremećaj → razlikujemo brzinu titranja čestice oko položaja ravnoteže od brzine širenja vala.

Dok čestica u izvoru vala napravi jedan puni titraj, val prevali određeni put – VALNU DULJINU λ – udaljenost najbližih točaka koje titraju istom fazom.

SLIKA: ŠIRENJE VALA IZ IZVORA KOJI TITRA. VALNA DULJINA – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 2.3. STR. 78

Brzina širenja valova kroz sredstva je kvocijent puta koji prođe određena faza vala (npr. brijeg) i za to potrebnog vremena – FAZNA BRZINA:

$$\lambda = vT$$

$$\text{uz } T = \frac{1}{f} \Rightarrow v = \lambda f$$

Brzina kojom se energija prenosi kroz sredstvo je GRUPNA BRZINA (razlikuje se od fazne brzine).

Ako je u $t = 0$ točka u izvoru vala ($x = 0$) počela titrati, taj poremećaj je došao do točke x za vrijeme $\Delta t = \frac{x}{v}$

Razlika u fazi titranja čestice na mjestu x i čestice u izvoru vala $x = 0$ je proporcionalna s x : $\Delta\varphi = kx$

$$\text{Razlika u fazi je isto: } \Delta\varphi = \omega\Delta t = kx = 2\pi f \frac{x}{v} = \frac{2\pi f x}{\lambda f} = \frac{2\pi}{\lambda} x$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ je VALNI BROJ}$$

Šireći se od izvora, titranje zahvaća nove čestice sredstva.

VALNA FRONTA je geometrijsko mjesto točaka do kojih dopire titranje u određenom trenutku. Sve točke valne fronte imaju istu fazu titranja.

VALNE ZRAKE su pravci po kojima se titraji šire od čestice do čestice. Valne zraka su okomite na valne fronte.

Primjeri:

a) širenje kuglastog vala iz točkastog izvora u izotropnom sredstvu (sredstvo koje u svim smjerovima ima iste osobine)

b) širenje ravnog vala iz beskonačno dalekog točkastog izvora

SLIKA: KUGLASTI I RAVNI VAL – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 2.4. STR. 79

5.2. BRZINA VALOVA

5.2.1. BRZINA ŠIRENJA TRANSVERZALNIH POREMEĆAJA

Promatrat ćemo transverzalne poremećaje na zategnutoj elastičnoj žici (ili užetu).

μ linearna gustoća žice (masa po jedinici duljine).

F je sila kojom je sila zategnuta.

U $t = 0$ lijevom kraju žice damo mali transverzalni pomak brzinom u . Taj se poremećaj širi kroz užu brzinom v . Nakon vremena t poremećaj prijeđe put vt i dođe do točke T, a lijevi kraj žice se pomakne za ut .

SLIKA: BRZINA ŠIRENJA TRANSVERZALNOG POREMEĆAJA NA ŽICI – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 2.5. STR. 80

S obzirom da je impuls sile jednak promjeni količine gibanja, slijedi da je:

$$F \frac{ut}{vt} = \mu vt u$$

$\mu vt u$ = promjena količine gibanja žice = količina gibanja u trenutku t = produkt mase i brzine

$F \frac{ut}{vt}$ – transverzalna sila koja je uzrokovala poremećaj

$F \frac{ut}{vt} t$ - impuls sile za vrijeme t

μvt - masa lijevog dijela žice do točke T

u - brzina kojom se čestice tog dijela žice transverzalno gibaju

$$F \frac{1}{v} = \mu v \qquad v^2 = F / \mu \qquad v = \sqrt{F / \mu}$$

5.2.2. BRZINA ŠIRENJA LONGITUDINALNIH POREMEĆAJA

Promatrat ćemo širenje longitudinalnih poremećaja na štapu duljine l i presjeka S , koji je načinjen od elastičnog materijala gustoće ρ .

SLIKA: BRZINA ŠIRENJA LONGITUDINALNOG POREMEĆAJA U ŠTAPU – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 2.6. STR. 81

U $t = 0$ udarimo lijevi kraj štapa. Nastala longitudinalna deformacija se opisuje Hookeovim zakonom:

$$F = ES \frac{\Delta l}{l}$$

F - tlačna sila koja je izazvala deformaciju

E - Youngov modul elastičnosti

Poremećaj se u obliku udarnog vala širi kroz štap brzinom v i za vrijeme t dođe do kraja štapa: $v = l/t$

Pri tome se štap pomakne za Δl brzinom u .

Impuls sile jednak je promjeni količine gibanja u longitudinalnom smjeru:

$$Ft = ES \frac{\Delta l}{l} t = ES \frac{u}{v} t = mu = \rho S l u = \rho S v t u$$

Ft - impuls sile

mu - promjena količine gibanja

$$ES \frac{u}{v} t = \rho S v t u \quad v^2 = E / \rho \quad v = \sqrt{E / \rho}$$

Određivanje brzine longitudinalnih poremećaja u fluidu (tekućini ili plinu):

Fluid gustoće ρ nalazi se u cijevi presjeka S pod tlakom p . Na početku cijevi je klip čijim pomicanjem izazivamo elastičnu deformaciju fluida. U $t = 0$ klip se naglo pomakne udesno brzinom u . Za vrijeme t klip prijeđe put ut . Pomak uzrokuje kompresiju fluida ispred klipa. Nastali poremećaj se širi fluidom brzinom v i za vrijeme t se proširi na udaljenost vt . Svi dijelovi fluida lijevo od točke T se gibaju brzinom u , a granična ploha TT' se pokreće udesno brzinom v .

SLIKA: LONGITUDINALNI POREMEĆAJ U FLUIDU – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 2.7. STR. 82

Ponovo izjednačavamo impuls sile i promjenu količine gibanja. Pomakom klipa početni volumen fluida $V = Sv t$ smanji za $\Delta V = Sut$. Pri tom tlak naraste za Δ . Prema Hookeovu zakonu:

$$\Delta p = -\frac{1}{K} \frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{K} \frac{Sut}{Sv t} = -\frac{1}{K} \frac{u}{v} \quad \text{ili} \quad \Delta p = -B \frac{\Delta V}{V} = B \frac{u}{v}$$

Jer je $B = \frac{1}{K}$.

B - volumni modul elastičnosti

K - koeficijent stlačivosti (kompresibilnosti) fluida

Longitudinalni impuls sile: $\Delta p St = mu = \rho(Svt)u$

$\Delta p St$ - sila

mu - promjena količine gibanja

$\rho(Svt)$ - masa

$$\frac{1}{K} \frac{u}{v} St = \rho Svtu$$

$$v^2 = 1 / K \rho$$

$$v = \sqrt{1 / K \rho} = \sqrt{B / \rho}$$

Pri širenju valova kroz plinove temperatura se povisi pri kompresiji, a smanji pri ekspanziji, i to se ne uspije izjednačiti jer je vođenje topline mnogo sporije od širenja poremećaja. Primjer su adijabatski procesi u plinovima: $pV^\kappa = konst.$

$\kappa = c_p / c_v$ je adijabatska konstanta: za 1-atomne plinove 1,67, za 2-atomne plinove 1,4 (zrak), za više-atomne plinove 1,33.

Adijabatski koeficijent stlačivosti K_a uveden umjesto izotermnog koeficijenta stlačivosti K :

$$K_a = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp} = \frac{1}{V} \frac{V}{\kappa p} = \frac{1}{\kappa p}$$

$$\frac{dV}{dp} = \frac{d}{dp} (konst. p^{1/\kappa}) = konst. \frac{1}{\kappa} p^{\frac{1}{\kappa}-1} = konst. \frac{1}{\kappa p} p^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{V}{\kappa p}$$

$$v = \sqrt{1 / K \rho} = \sqrt{\kappa p / \rho}$$

$$\text{Plinska jednažba: } pV = nRT = \frac{m}{M} RT \quad \frac{p}{\frac{m}{V}} = \frac{RT}{M}$$

$$v = \sqrt{\kappa RT / M}$$

$R = 8,314 \text{ J/molK}$

T – apsolutna temperatura

M – molna masa plina

5.3. JEDNADŽBA PROGRESIVNOG VALA

Promatramo val koji se širi kroz 1-D elastično sredstvo, npr. žicu. Val nastaje kad u izvoru vala čestice vala titraju i to se titranje zbog elastičnih svojstava sredstva širi dalje. Pomak ili elongacija s čestice sredstva, kroz koje se širi val, ovisi o:

- položaju čestice (udaljenost čestice od izvora vala)
- vremenu

$$\begin{array}{ll} s = s(x, y, z, t) & \text{općenito} \\ s = s(x, t) & \text{1D} \end{array}$$

Pretpostavimo da u izvoru vala (ishodište koord. sustava) čestica titra harmonički:

$$s(x=0, t) = A \sin \omega t = A \sin \frac{2\pi}{T} t$$

Titranje se širi iz ishodišta do točke P, koja je udaljena za x od ishodišta, do trenutka $t' = \frac{x}{v}$, v je brzina vala.

Kad val dođe do čestice na mjestu x , ona počinje harm. titrati istom frekvencijom ω , ali s razlikom u fazi u odnosu prema titranju čestice u ishodištu.

$$s(x, t) = A \sin \omega(t - t') = A \sin \omega\left(t - \frac{x}{v}\right) \quad (*)$$

A je pretpostavka – val pri širenju ne mijenja amplitudu.

Konstantna faza $\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = konst.$ se giba kroz prostor.

Možemo pisati: $t - \frac{x}{v} = konst. \Rightarrow x = vt + konst.$

Određena vrijednost faze se giba brzinom širenja v . Stoga je brzina v brzina širenja faze i zato se zove FAZNA BRZINA.

Uz $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ i $v = \lambda f$ možemo pisati:

$$s(x, t) = A \sin \omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad (*)$$

Uz $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}$ slijedi:

$$s(x, t) = A \sin(\omega t - kx) \quad (*)$$

Sve ove jednadžbe (*) opisuju ravni val koji se širi slijeva nadesno, tj. u pozitivnom smjeru osi x .

Ako val putuje zdesna nalijevo, u negativnom smjeru osi x , tada je:

$$x = -vt + konst \quad (x \text{ se s vremenom smanjuje})$$

$$s(x, t) = A \sin \omega \left(t + \frac{x}{v} \right) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) = A \sin(\omega t + kx)$$

Ako čestica u izvoru titra prema zakonu: $s(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$,

onda je val oblika: $s(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$.

Ako se val umjesto po osi x giba po nekom drugom pravcu, čiji je smjer određen jediničnim vektorom \vec{u}_0 , onda je:

$$s(\vec{r}, t) = A \sin(k\vec{u}_0 \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_0) = A \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_0)$$

$$\vec{k} = k\vec{u}_0 \text{ je valni vektor} \quad \vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}_0$$

Nekad je praktičnije valno gibanje prikazati eksponencijalnom fjom s kompleksnim eksponentom ($e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t$ primjer):

$$s(\vec{r}, t) = A e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_0)} \rightarrow \text{imaginarni dio fje je } A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$$

Jednadžba vala $s(x, t)$ je periodična fja u prostoru i vremenu:

- vremenski period je T
- prostorni period je λ

JEDNADŽBA SFERNOG VALA

Neka se iz izvora vala, koji je točkasti, valovi šire u izotropnom i homogenom sredstvu. Ti valovi su SFERNI VALOVI, a valne fronte su KUGLINE PLOHE.

Titranje izvora je opisano fjom: $s(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$

Točka na udaljenosti r od izvora će titrati harmonički s kašnjenjem od $\Delta t = \frac{r}{v}$.

Faza takvog titranja neće biti $(\omega t + \varphi_0)$ već: $\omega(t - \Delta t) + \varphi_0 = \omega \left(t - \frac{r}{v} \right) + \varphi_0 = \omega t - kr + \varphi_0$

Ako je na udaljenosti 1 m ($r = 1$ m) amplituda vala A , jednažba sfernog vala na udaljenosti r od izvora je:

$$s(r, t) = \frac{A}{r} \sin(\omega t - kr + \varphi_0)$$

AMPLITUDA SFERNOG VALA – smanjuje se s udaljenošću kao $\frac{1}{r}$.

Ako nema apsorpcije energije pri prolasku vala kroz sredstvo, onda je za ravni val:

$$s(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0), \text{ odn. za sferni val: } s(r, t) = \frac{A}{r} \sin(\omega t - kr + \varphi_0)$$

Ako postoji apsorpcija, onda se amplituda vala eksponencijalno smanjuje s udaljenošću:

$$s(x, t) = A_0 e^{-\alpha x} \sin(\omega t - kx + \varphi_0) \quad (\text{ravni val})$$

$$s(r, t) = \frac{A_0}{r} e^{-\alpha r} \sin(\omega t - kr + \varphi_0) \quad (\text{sferni val})$$

α koeficijent apsorpcije