



Sveučilište u Zagrebu
Fakultet elektrotehnike i računarstva



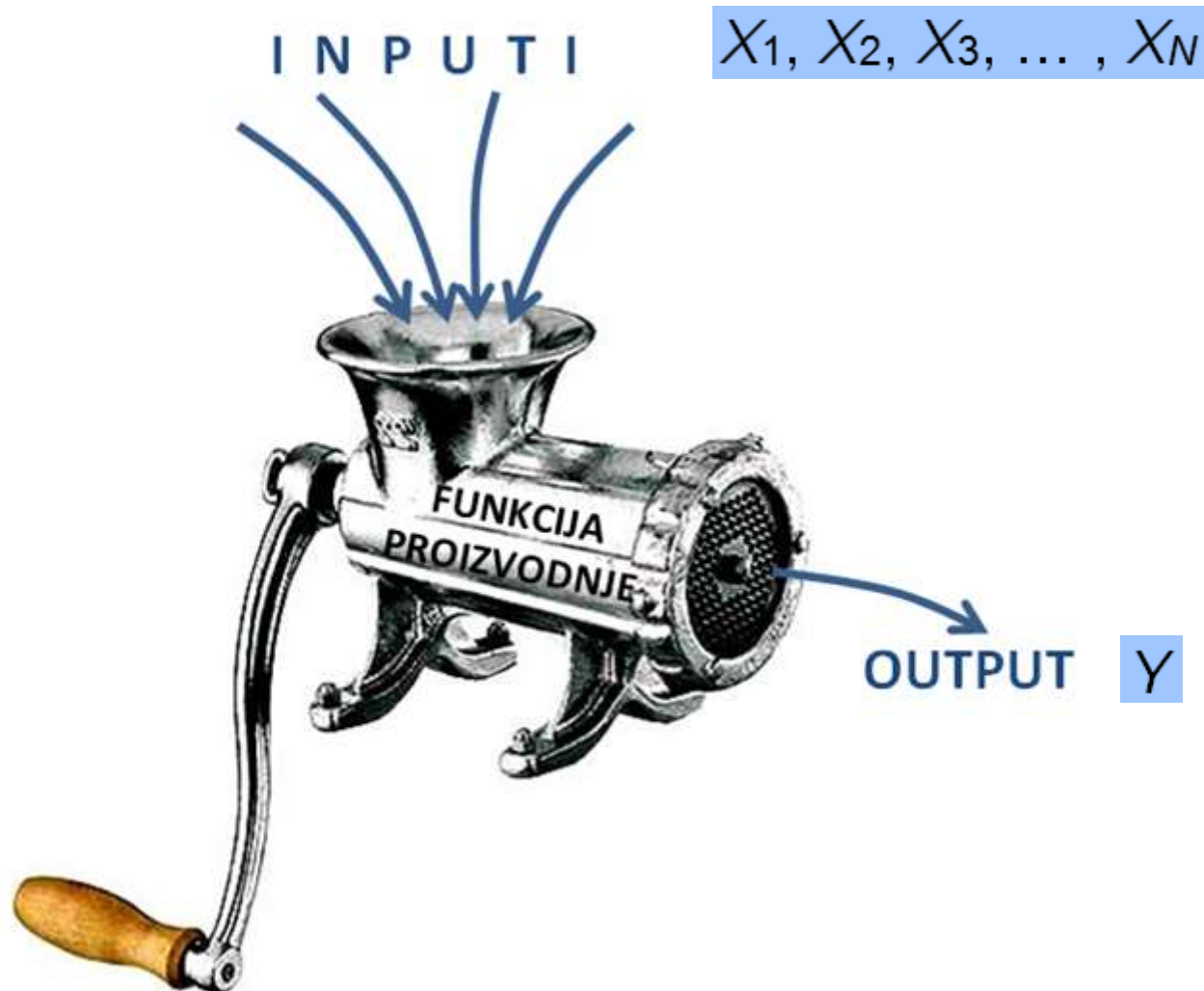
Uvod u teoriju proizvodnje i troškova proizvodnje

INŽENJERSKA EKONOMIKA 1

Ak. god. 2020/21.

2. studenog 2020.

Funkcija proizvodnje jednog proizvoda



Funkcija proizvodnje više proizvoda

„Tehnologija”

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_j \\ \vdots \\ Y_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \dots & F_{1i} & \dots & F_{1N} \\ F_{21} & F_{22} & \dots & F_{2i} & \dots & F_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{j1} & F_{j2} & \dots & F_{ji} & \dots & F_{jN} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{M1} & F_{M2} & \dots & F_{Mi} & \dots & F_{MN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_i \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix}, \quad \text{tj.} \quad Y = \mathbf{F} X.$$

Analiza proizvodnje je u cijelosti **tehnička**. Ona barata naturalnim pokazateljima (količinama) inputa, a **ne** njihovih novčanih vrijednosti.

Funkcija proizvodnje - primjer

Na primjer, ako kao *output* zamislimo iskopavanje tisuću metara rova kraj ceste u jednom radnom danu, za polaganje energetskog kabela, isti taj *output* možemo proizvesti koristeći se sljedećim kombinacijama *inputa*:

- $X^A = [0 \text{ kopača s lopatom, } 1 \text{ bagerist s bagerom}]$;
- $X^B = [50 \text{ kopača s lopatom, } 0 \text{ bagerista s bagerom}]$.

Tehnologija koja s ove dvije različite „košarice“ *inputa* proizvodi u jednom danu tisuću metara zemljanog rova očigledno je:

$F = [20 \text{ metara po kopaču s lopatom, } 1000 \text{ metara po bageristu s bagerom}]$.

$$Y = F^T \cdot X^A = F^T \cdot X^B = 1000 \text{ metara zemljanog rova.}$$

Proizvod

Ukupni proizvod

$$Q = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_N)$$

Prosječni proizvod i -tog inputa

$$Q_{Ai} = Q / x_i = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_N) / x_i$$

Granični proizvod i -tog inputa

$$Q_{Mi} = \frac{\partial Q}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_N)$$

Zakon prinosa na opseg (zakon padajućeg graničnog proizvoda)

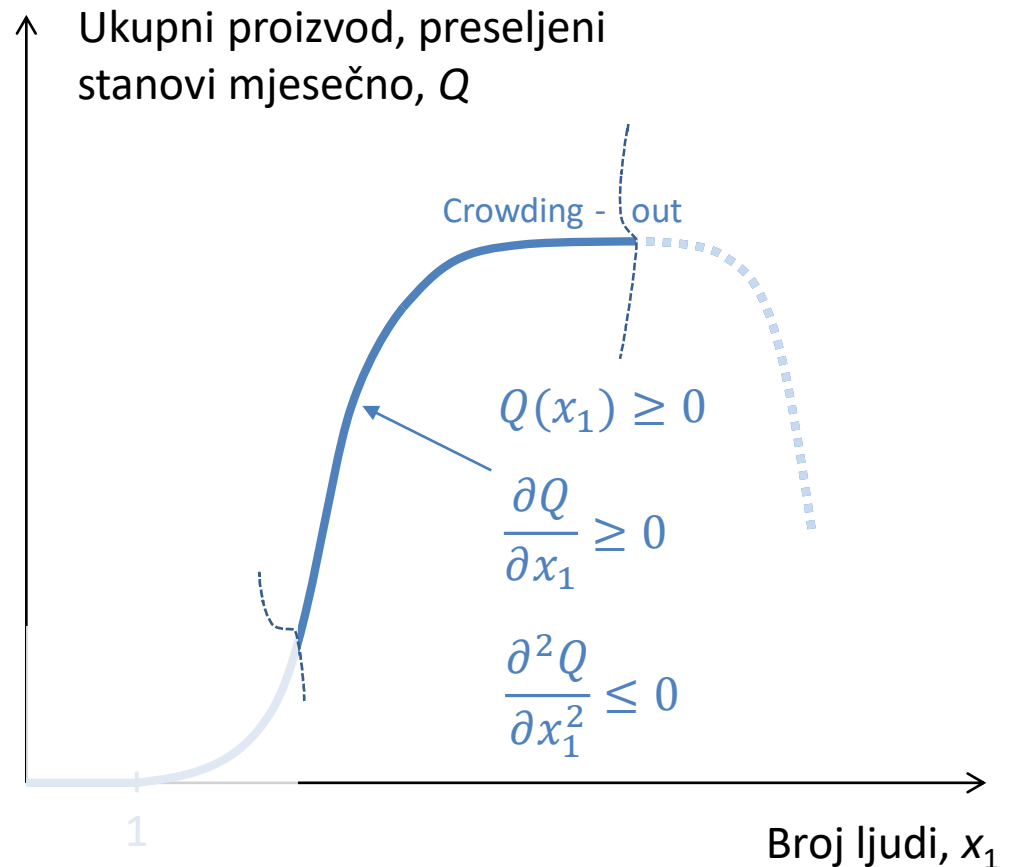
Primjer:

Recimo da se bavite selidbama stanova i da imate jedan kamion.

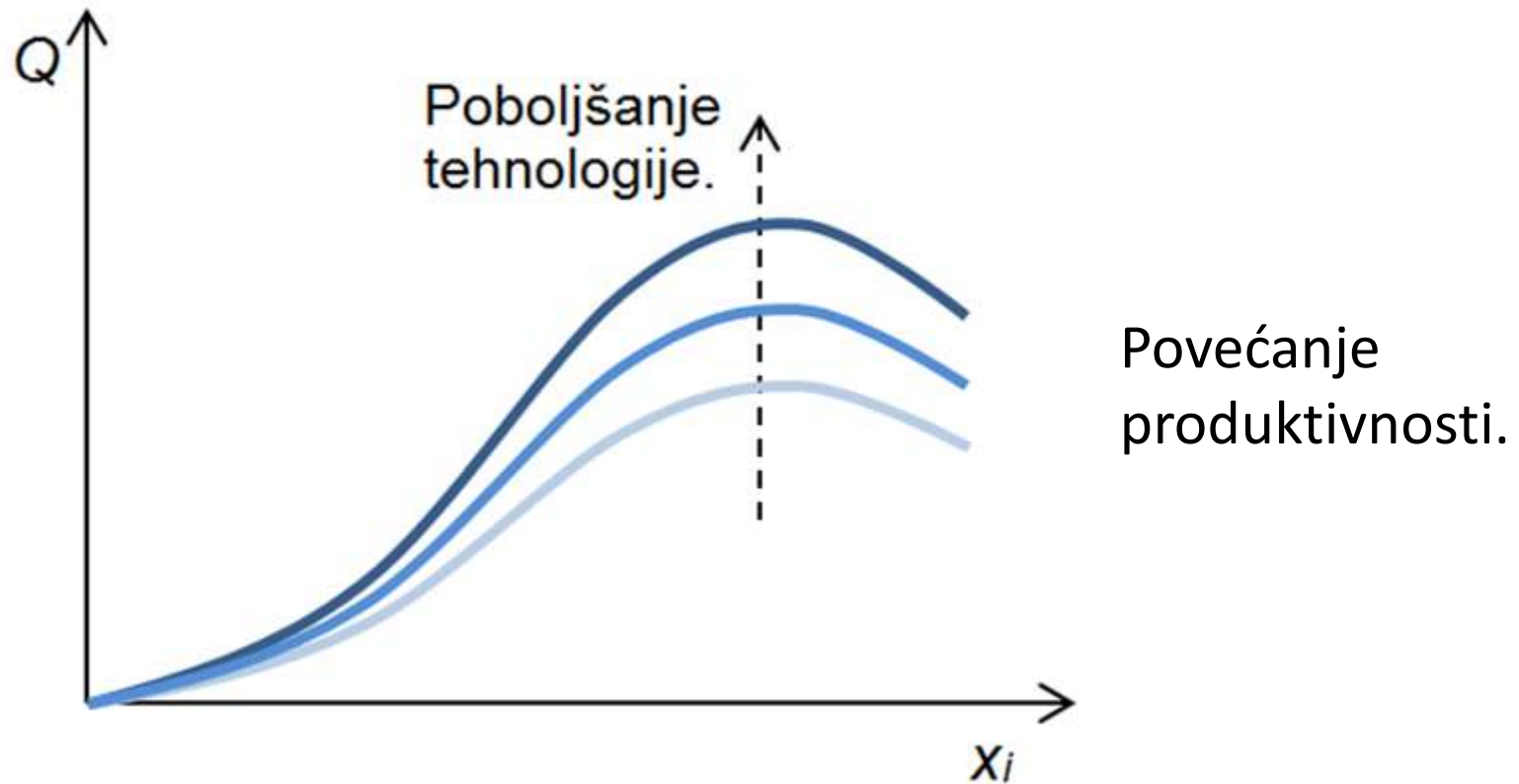
Taj faktor neka je fiksni.

Kako će broj preseljenja koje ste sposobni obaviti u mjesec dana ovisiti o broju ljudi?

Taj faktor neka je varijabilan.



Tehnološki napredak i funkcija proizvodnje



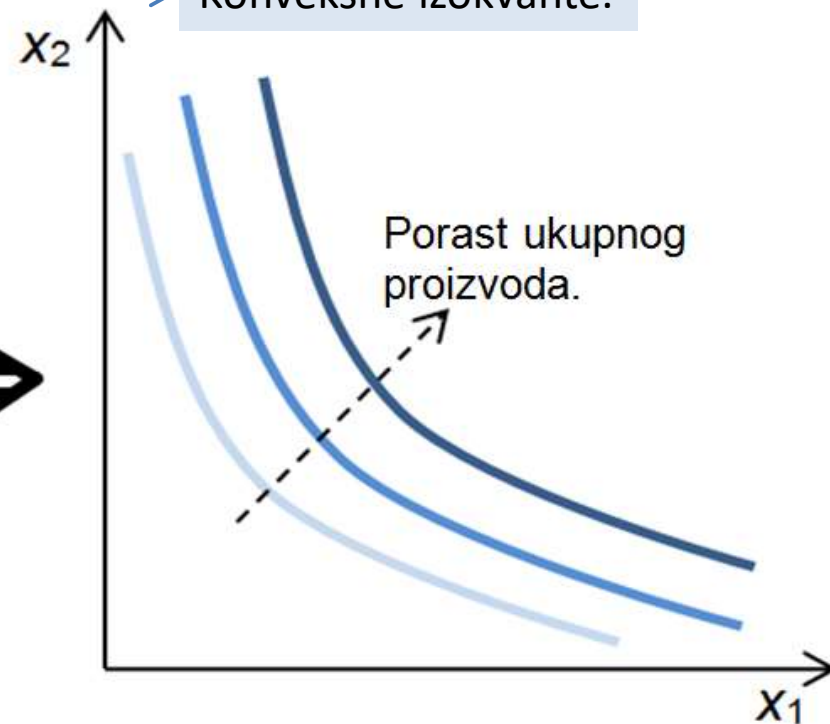
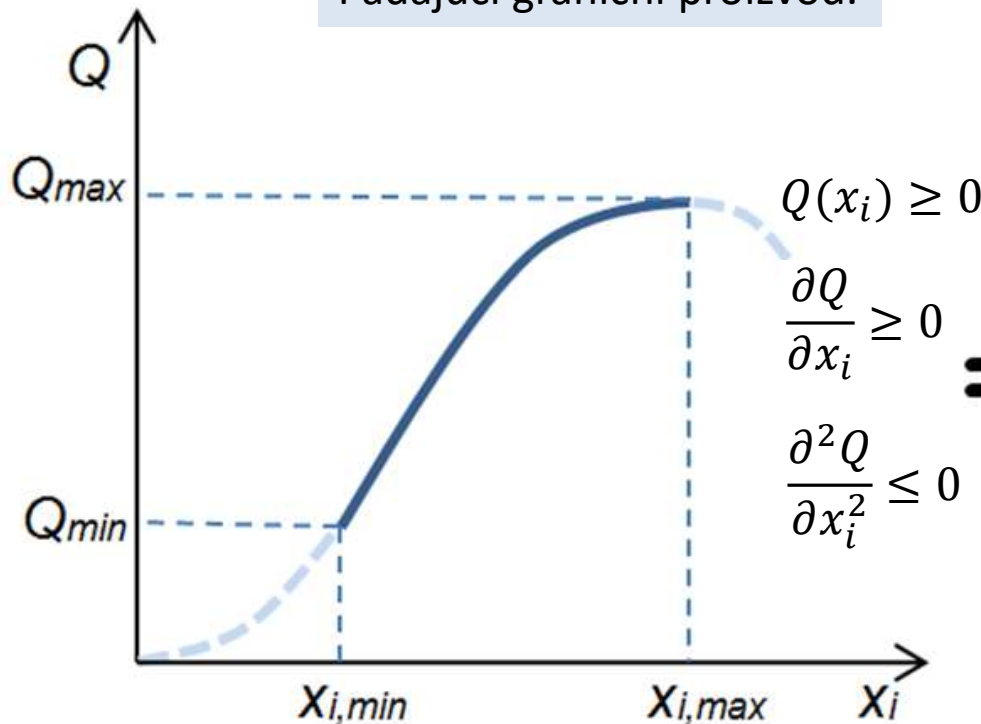
Međusobna zamjenjivost faktora proizvodnje – koncept izokvante

Različite količinske kombinacije inputa mogu proizvesti isti output.

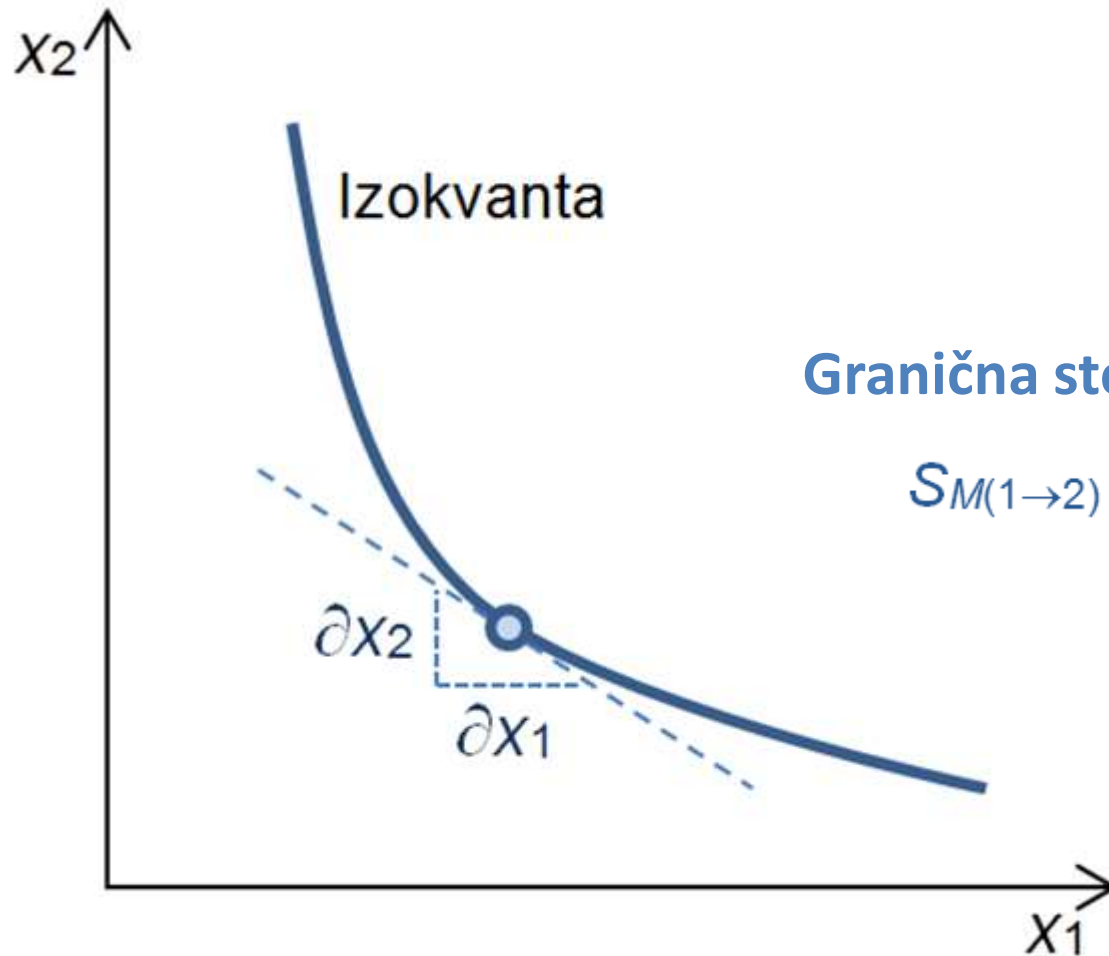
- Sjetite se zadovoljstva potrošača i koncepta indiferencijskih krivulja.
- Ukupni proizvod u slučaju proizvodnog poduzeća analogan je „razini zadovoljstva” kod potrošača.

Padajući granični proizvod.

Konveksne izokvante.



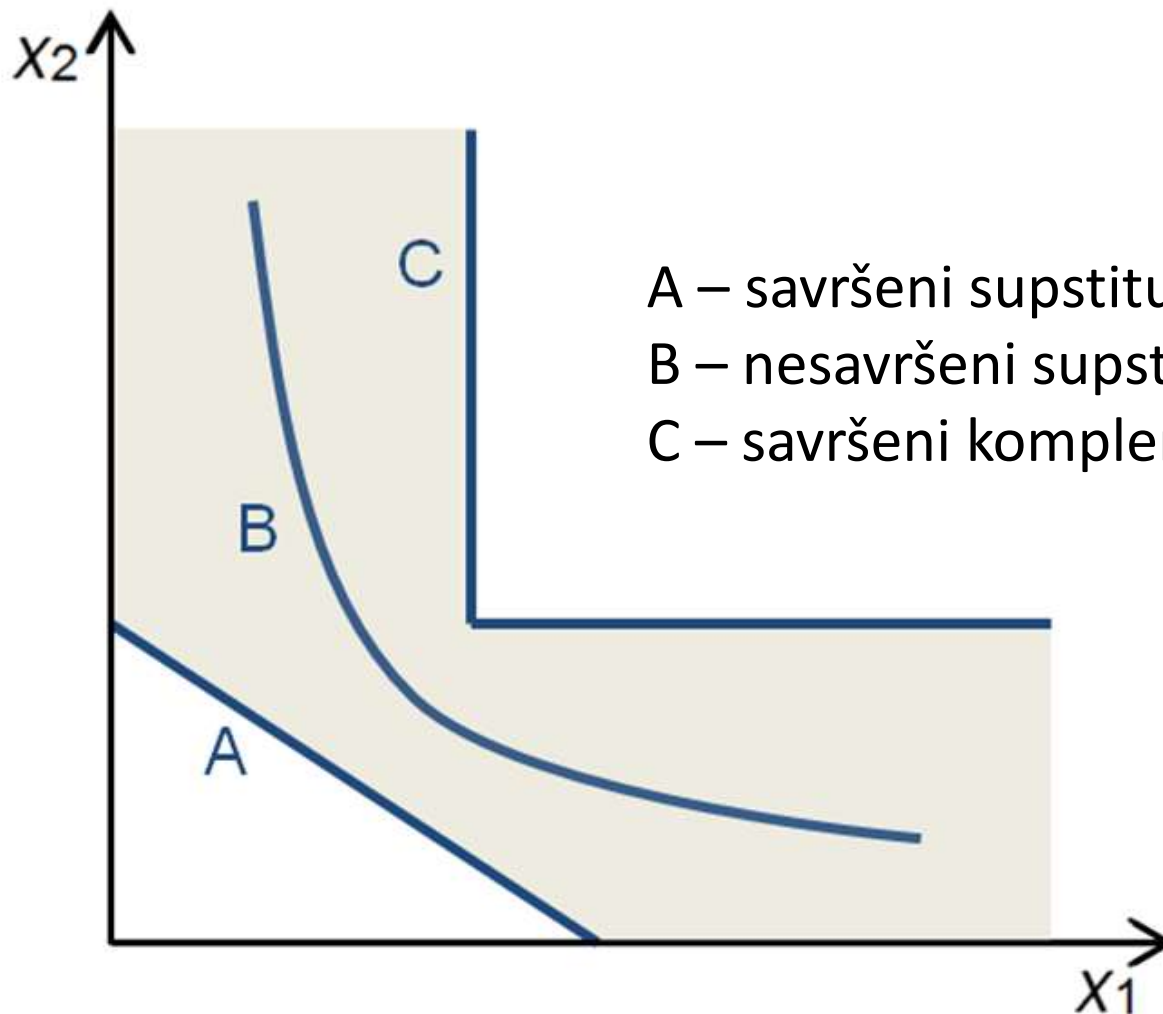
Međusobna zamjenjivost faktora proizvodnje – koncept izokvante



Granična stopa tehničke supstitucije:

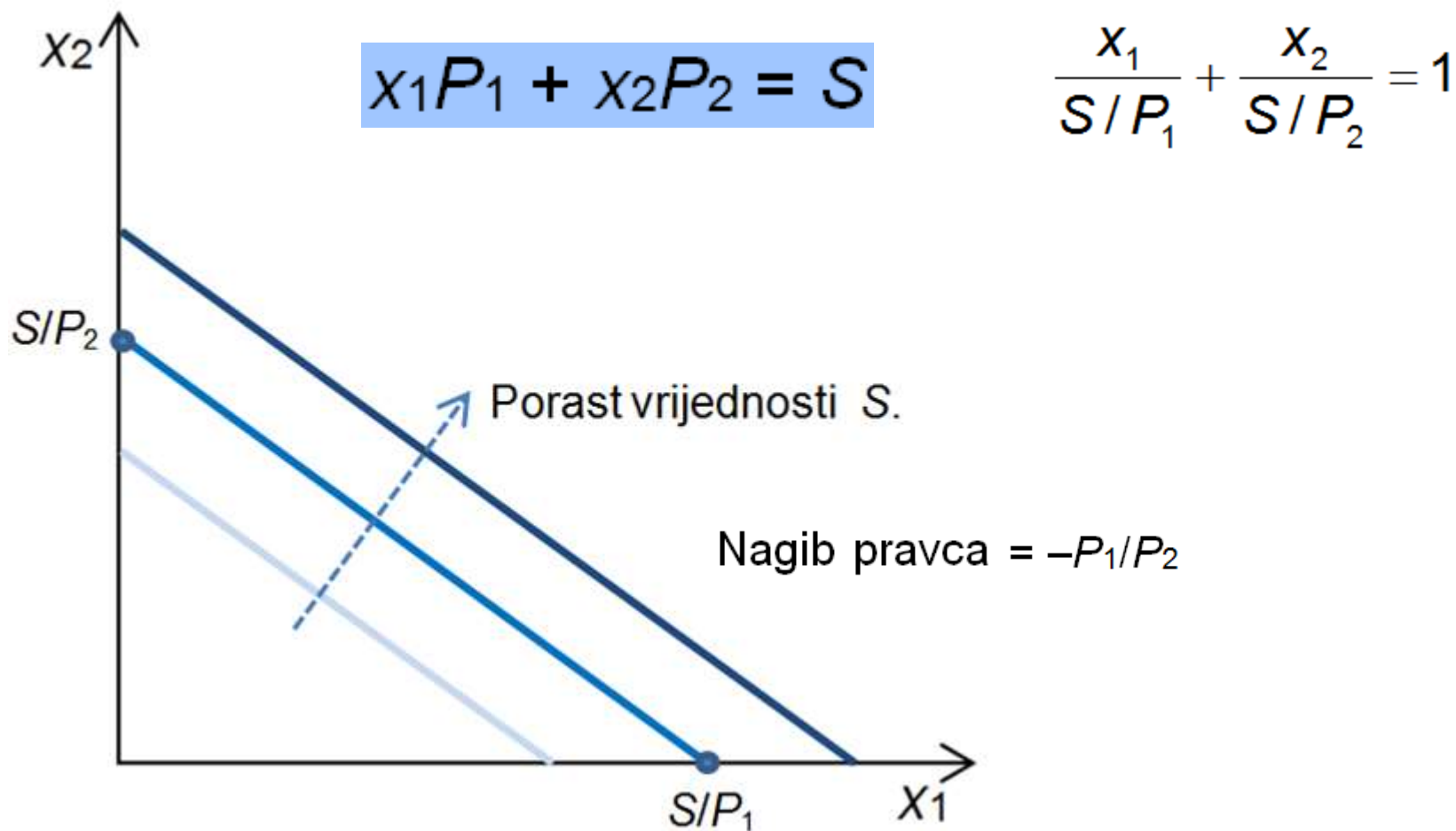
$$S_{M(1 \rightarrow 2)} = \partial X_2 / \partial X_1 = -Q_{M1} / Q_{M2}$$

Međusobna zamjenjivost faktora proizvodnje – tipovi izokvanti

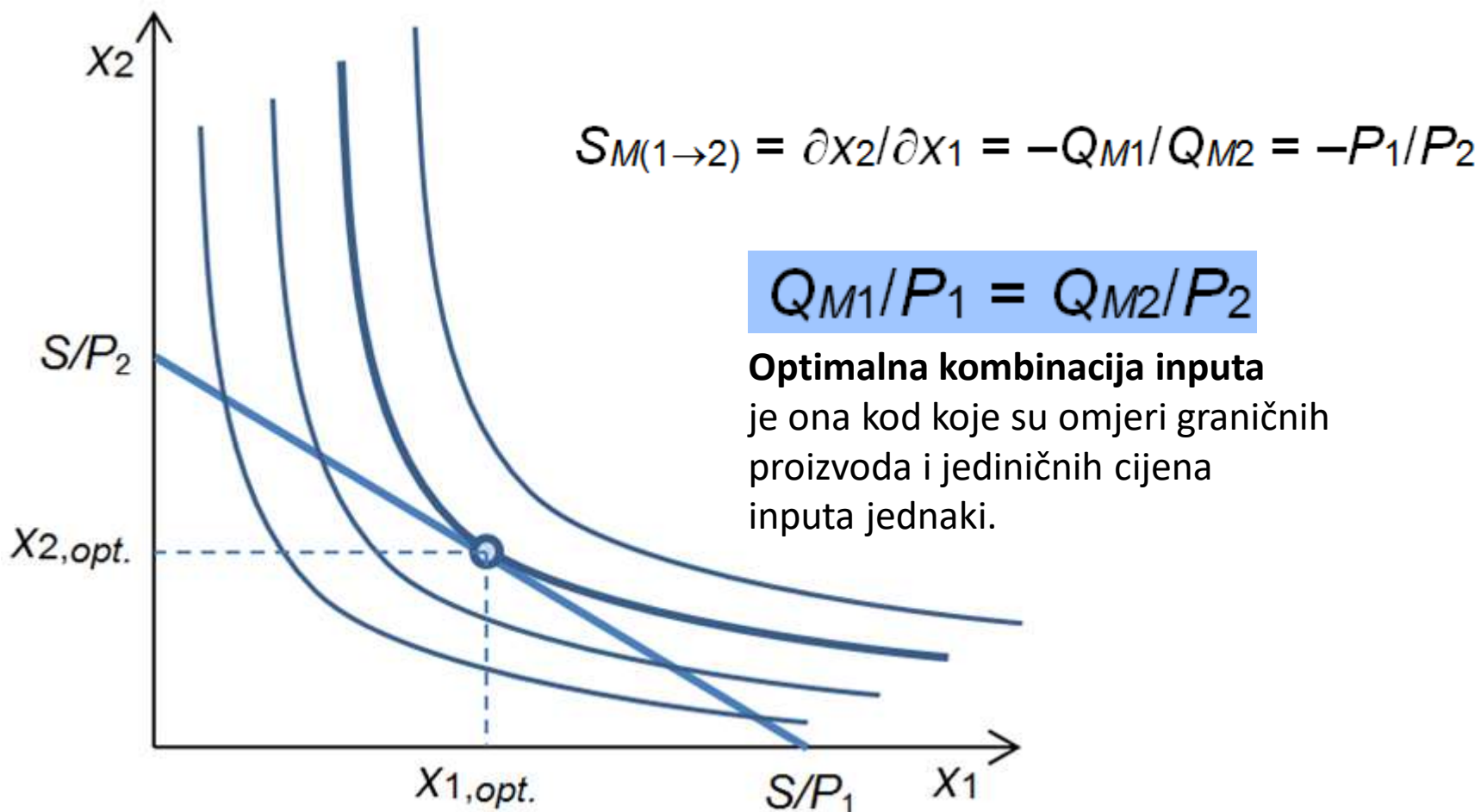


A – savršeni supstituti
B – nesavršeni supstituti/komplementi
C – savršeni komplementi

Budžetsko ograničenje poduzeća



Ravnoteža poduzeća



Ravnoteža poduzeća – pravilo najmanjeg troška

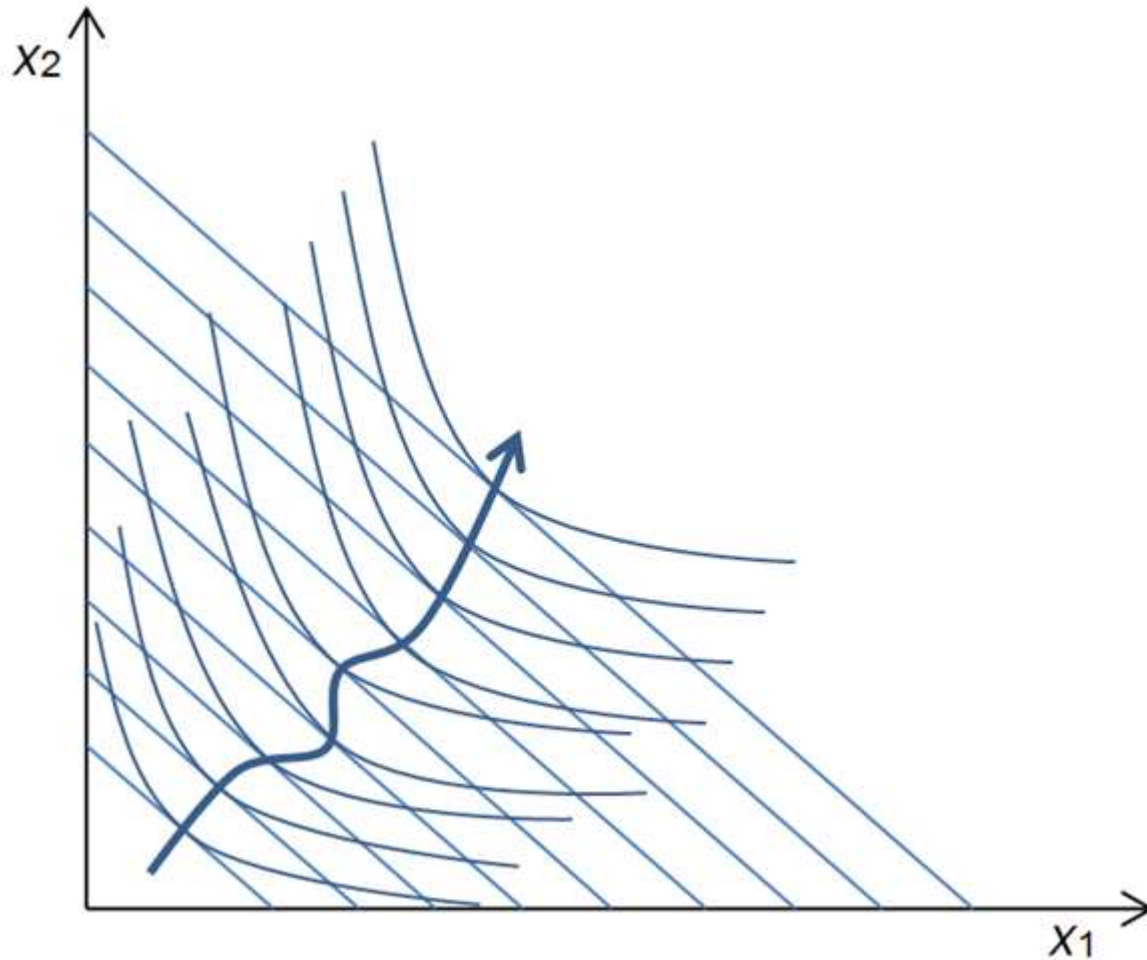
To vrijedi za **bilo koji par inputa**, *ceteris paribus*.
Zbog toga vrijedi opće **pravilo najmanjeg troška**:

*Ako poduzeće u proizvodnji koristi N različitih inputa, ono će optimizirati proizvodnju tako da izabere količinsku kombinaciju inputa kod koje granični proizvod **zadnje jedinice novca** jednak za sve inpute.*

$$\frac{Q_{M1}}{P_1} = \frac{Q_{M2}}{P_2} = \frac{Q_{M2}}{P_2} = \dots = \frac{Q_{Mi}}{P_i} = \dots = \frac{Q_{MN}}{P_N}$$

To znači da je “znak raspoznavanja” optimalno organizirane proizvodnje sljedeći: ako poduzeće pri danoj razini proizvodnje uloži neku određenu malu **sumu novca** u dodatni angažman bilo kojeg *inputa*, doprinos ukupnom proizvodu bit će jednak bez obzira o kojem se *inputu* radilo.

Ekspanzija poduzeća u kratkom roku



Kratak i dug rok

Zakovitosti koje smo upoznali do sada:

- zakon padajućeg graničnog proizvoda;
- pravilo najmanjeg troška;

tipične su zakovitosti *kratkog roka*.

Kratki rok – neki od inputa su varijabilni (npr. rad), dok su neki fiksni (npr. kapital)

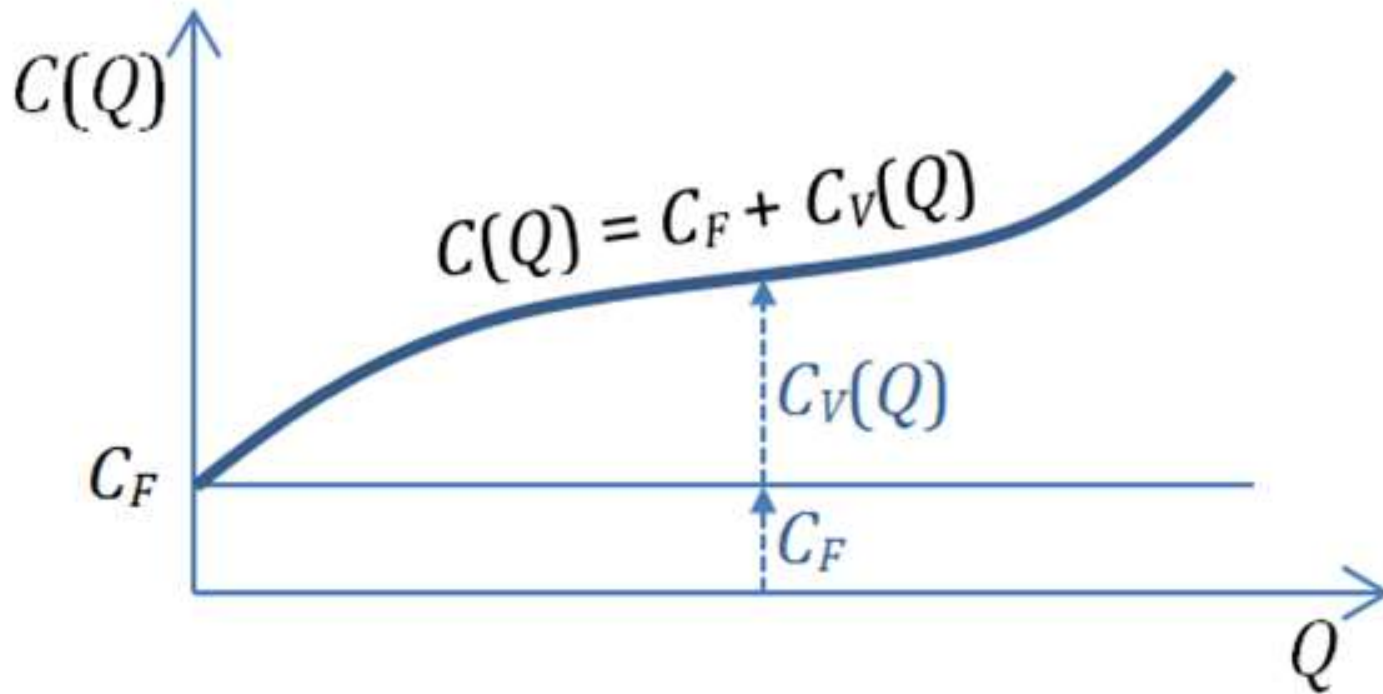
Dugi rok – svi inputi su varijabilni.

Dugoročni koncept ekonomije razmjera (veličine)

U dugom roku najčešće se promatra jedna posebna situacija, u kojoj se svi faktori proizvodnje (*inputi*) mijenjaju za isti faktor, k . Tada govorimo o *prinosima na opseg*, koje razvrstavamo u tri kategorije:

- *Padajući prinosi na opseg* (padajuće ekonomije razmjera) – povećanje svih faktora proizvodnje za isti faktor k dovodi do povećanja proizvodnje, ali za faktor manji od k .
- *Konstantni prinosi na opseg* (konstantne ekonomije razmjera) – povećanje svih faktora proizvodnje za isti faktor k dovodi do povećanja proizvodnje točno za faktor k .
- *Rastući prinosi na opseg* (rastuće ekonomije razmjera) – povećanje svih faktora proizvodnje za isti faktor k dovodi do povećanja proizvodnje točno za faktor veći od k .

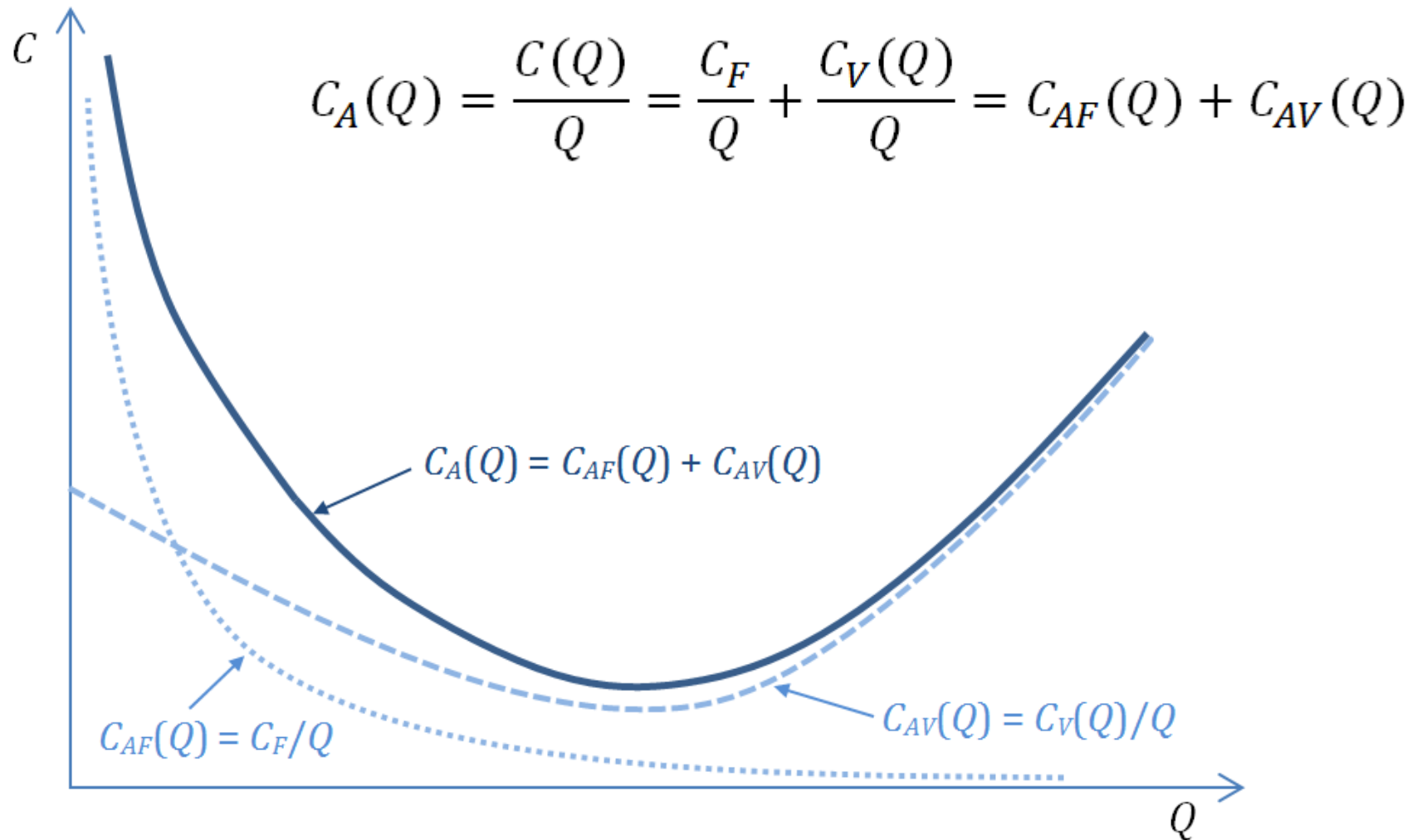
Troškovi proizvodnje poduzeća s jednim proizvodom u kratkom roku



Ukupni trošak u nekom razdoblju (npr., jednoj godini) jednak je zbroju fiksnog i varijabilnog troška:

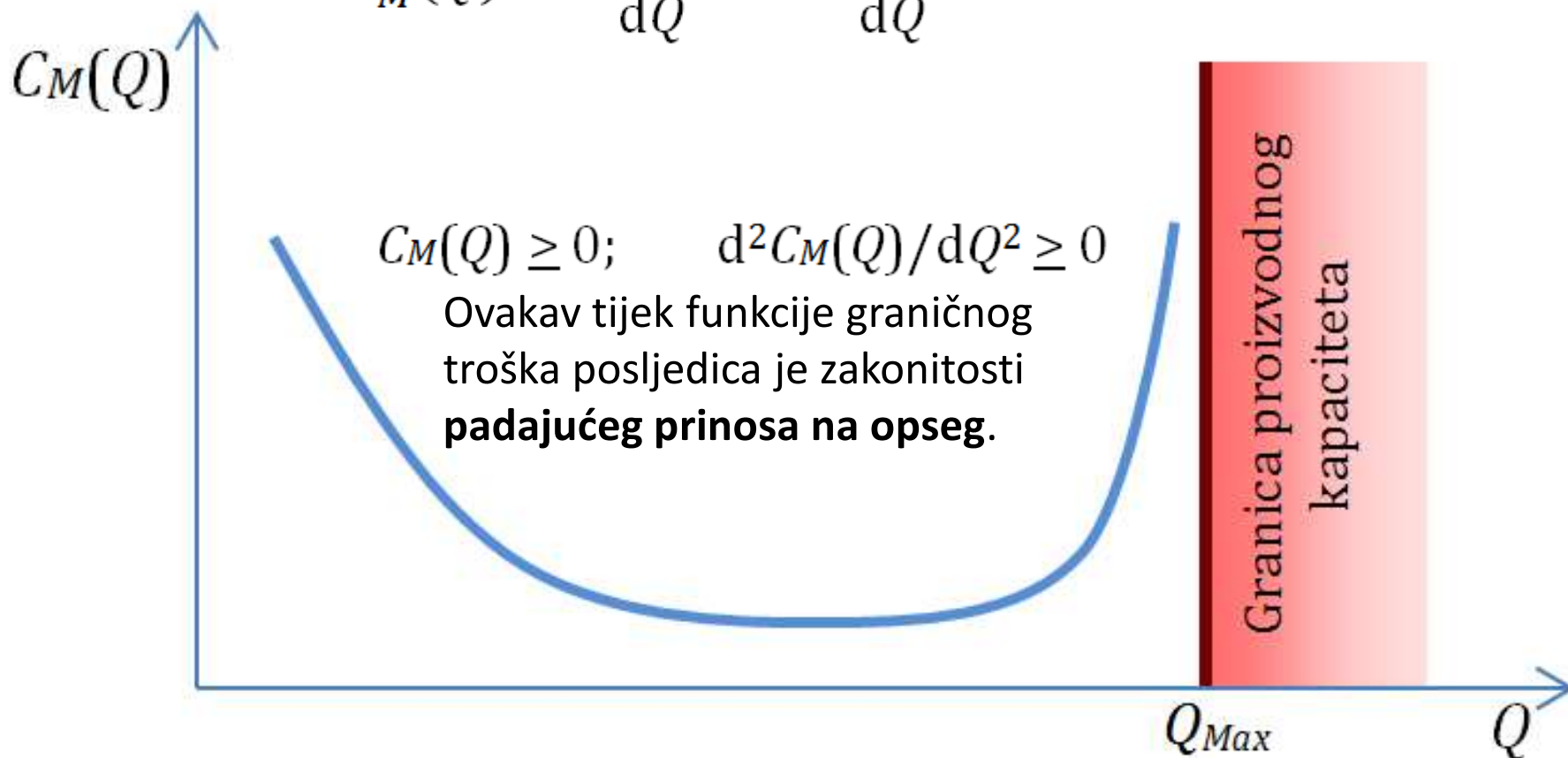
$$C(Q) = C_F + C_V(Q).$$

Prosječni trošak



Granični trošak

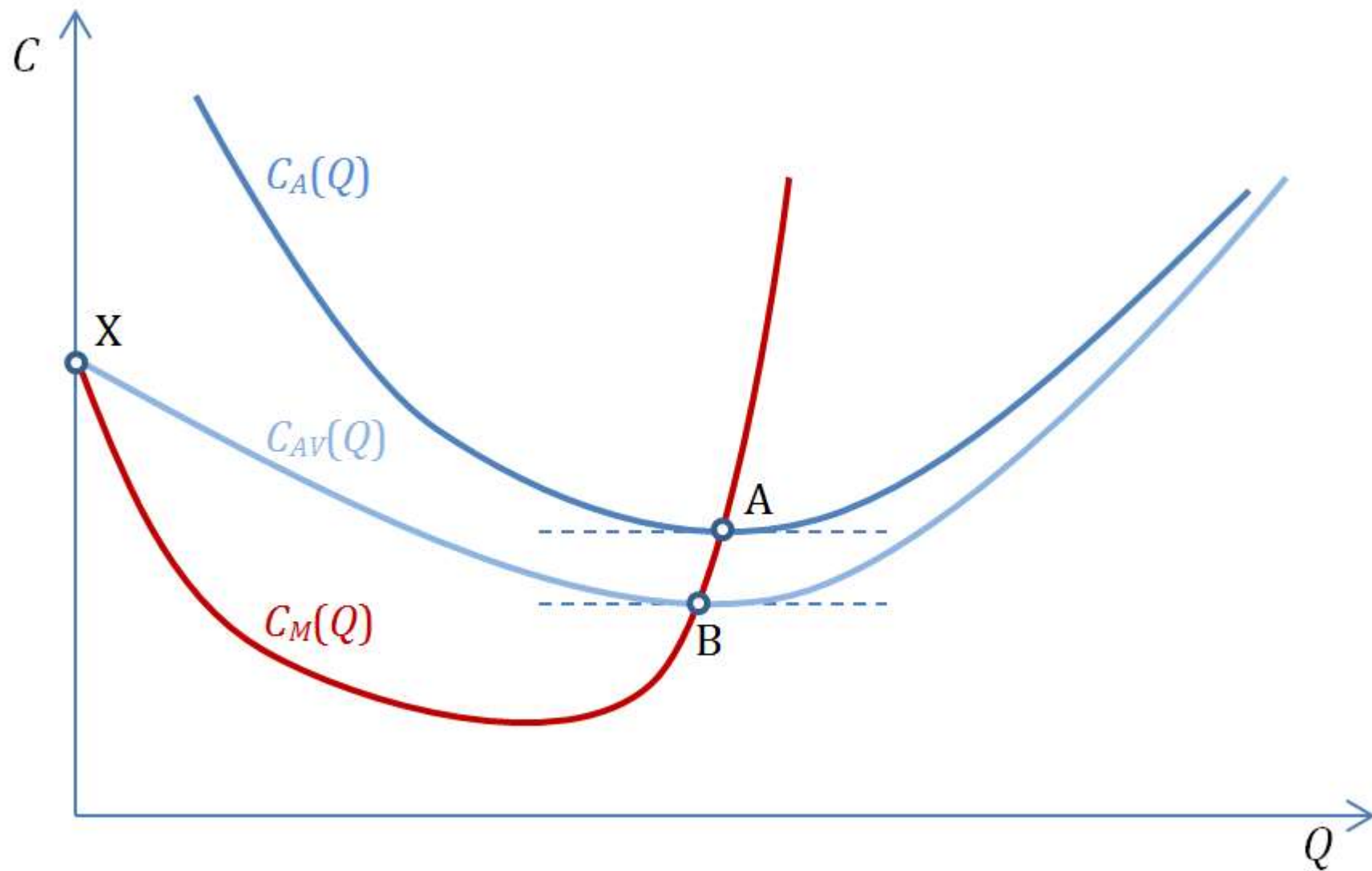
$$C_M(Q) = \frac{dC(Q)}{dQ} = \frac{dC_V(Q)}{dQ}$$



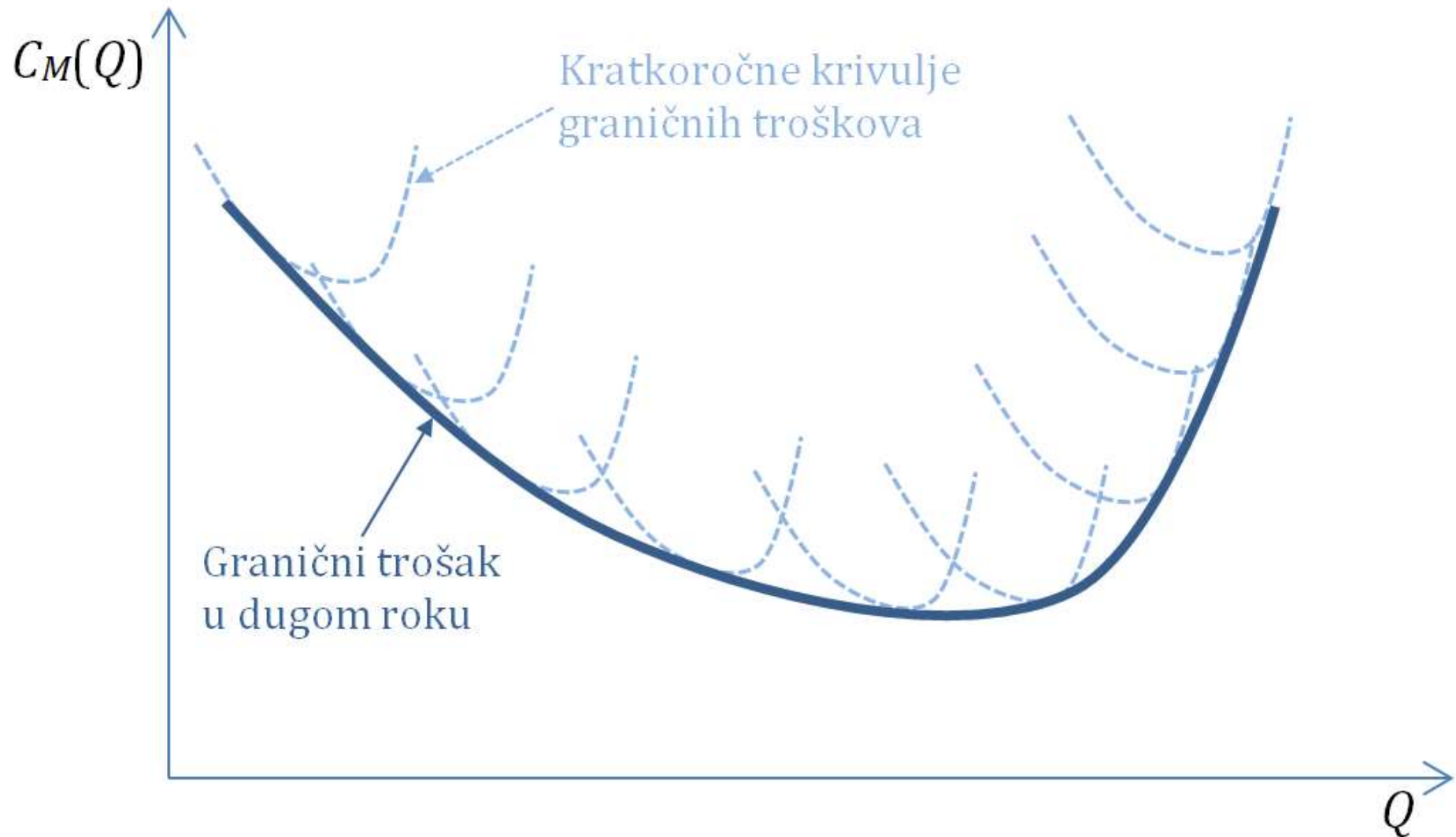
Veza prosječnih i graničnih troškova

$$\begin{aligned}\frac{dC_A(Q)}{dQ} &= \frac{d}{dQ} \left(\frac{C_F + C_V(Q)}{Q} \right) = -\frac{C_F}{Q^2} + \frac{Q \left(\frac{dC_V(Q)}{dQ} \right) - C_V(Q)}{Q^2} = \frac{Q C_M(Q) - C_F - C_V(Q)}{Q^2} = \\ &= \frac{C_M(Q) - \frac{C_F + C_V(Q)}{Q}}{Q} = \frac{C_M(Q) - C_A(Q)}{Q}.\end{aligned}$$

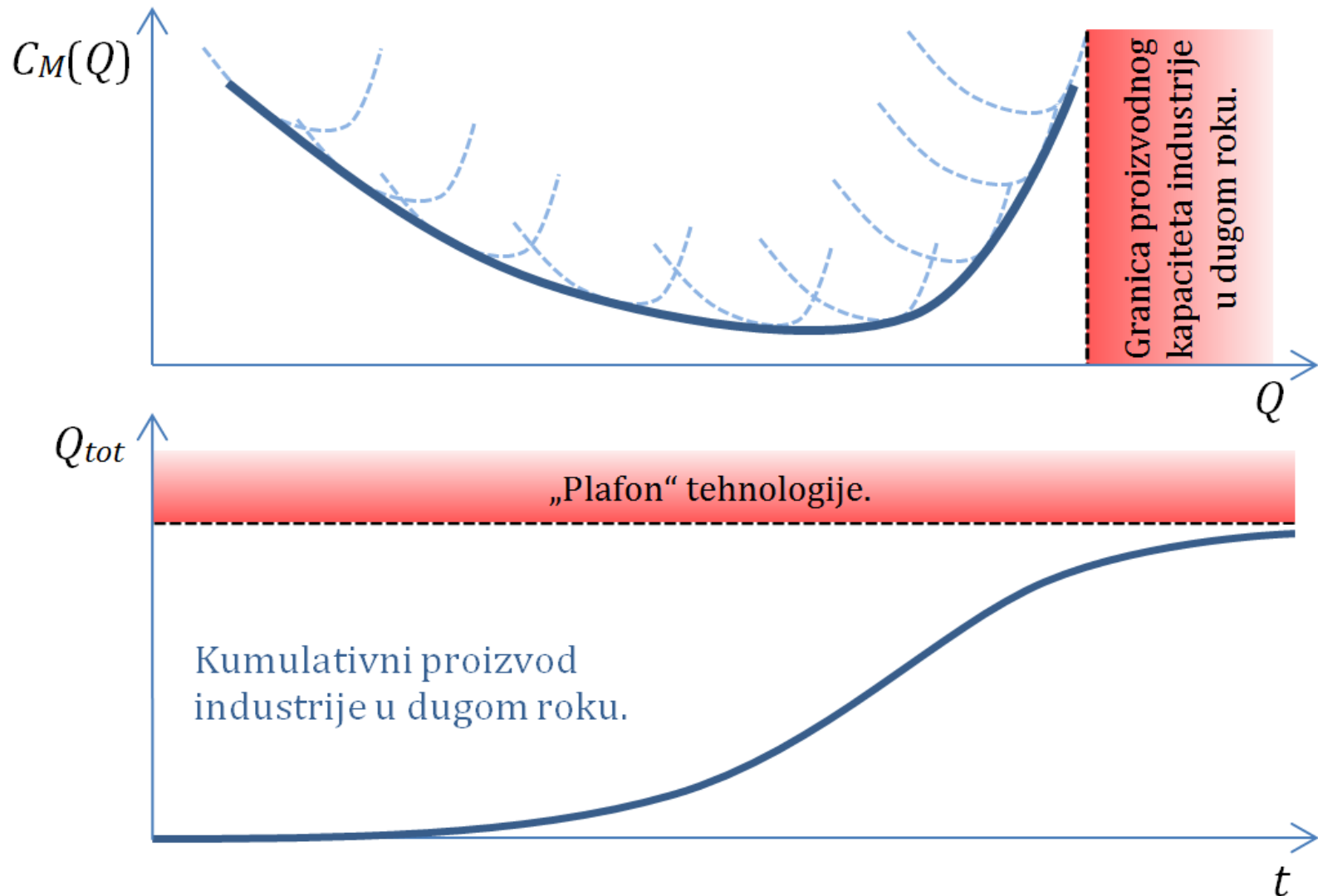
Veza prosječnih i graničnih troškova



Troškovi u dugom roku



Zašto granični trošak u dugom roku također ima udubljen oblik?



Toliko za danas. Hvala Vam na pažnji!

