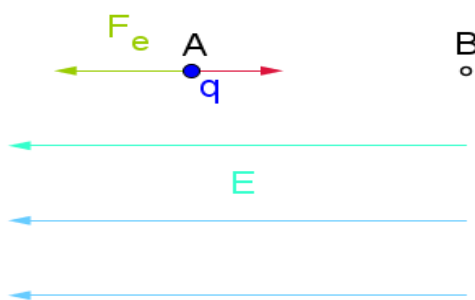


LJETNI ISPITNI ROK (INAČICA A)

1.ZADATAK

1. Da bi se naboj $q=+5\mu\text{As}$ premjestio iz točke A u točku B električnog polja, potrebno je utrošiti energiju $20\text{ }\mu\text{J}$. Koliki je napon U_{AB} između tih točaka?
2. *boda* A) -80 V B) -4 V C) 0 V D) 4 V E) 40 V



U zadatku je zadano kako je potrebno utrošiti energiju, što znači da ćemo obaviti rad (odnosno djelovat ćemo vanjskom silom i to u smjeru koji je suprotan smjeru polja).

Činjenicu koju treba znati je da potencijal pada u smjeru polja. Što znači da je potencijal točke

A manji od potencijala točke B. Iz čega direktno dobijamo da je napon kojeg tražimo negativan.

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$$

Ako je u A potencijalna energija naboja 0 tada je i potencijal točke A također 0.

Računamo potencijal točke B:

$$\varphi_B = \frac{W}{q} = 4V$$

Traženi napon:

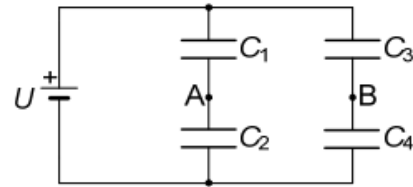
$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = 0 - \varphi_B = -4V$$

2. ZADATAK

2. Prethodno nenabijeni kondenzatori spojeni su na izvor napona $U=48\text{ V}$ prema slici, pri čemu je napon između točaka A i B jednak nuli. Ako je $C_1=60\text{ nF}$, a $C_2=C_3=30\text{ nF}$, odredite koliki bi bio napon U_{AB} da su kondenzatorima C_1 i C_2 prije spajanja na izvor bila zamijenjena mjesta.

3
boda

- A) -32 V
B) -16 V
C) 0 V
D) 16 V
E) 32 V

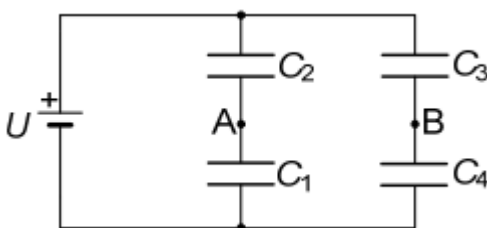


Iz zadanih podataka i koristeći kapacitivno djelilo možemo izračunati napon na svakom kondenzatoru.

$$\begin{aligned}U &= U_1 + U_2 \\ \frac{C_1}{C_2} &= \frac{U_2}{U_1} = 2 \rightarrow U_2 = 2U_1 = 2(U - U_2) \\ &\rightarrow U_2 = 32\text{ V} \rightarrow U_1 = 16\text{ V}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U_{AB} &= 0\text{ V} = -U_1 + U_3 = U_2 - U_4 \\ &\rightarrow U_3 = 16\text{ V} \rightarrow U_4 = 32\text{ V}\end{aligned}$$

Nakon što kondenzatori zamjene mjesta:



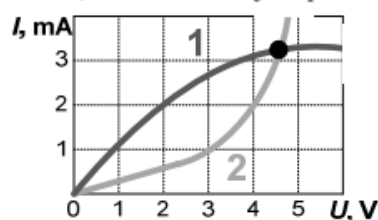
$$U_{AB} = -U_2 + U_3 = U_1 - U_4 = -16\text{ V}$$

3. ZADATAK

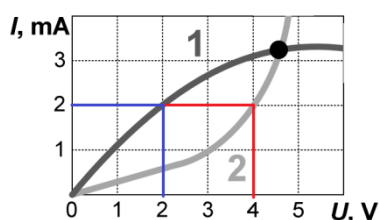
3. Dva nelinearna elementa s UI -karakteristikama prema slici, spojena su serijski i priključena su na izvor napona U . Ako pritom struja izvora ima jakost 2 mA, odredite koliki je napon izvora U ?

2
boda

- A) 2 V
B) 4 V
C) 6 V
D) 4,5 V
E) 9 V



Jedino bitno u zadatku je očitati vrijednosti napona elemenata kada je struja 2 mA i zbrojiti ih jer su u seriji.



Prvi nelinearni element ima napon od 2V, dok drugi ima 4V. Zbrojeni daju 6V.

4. ZADATAK

4. Magnetski tok Φ obuhvaćen prstenom od vodljive žice linearno se promijeni tijekom vremena $\Delta t=1$ s za $\Delta\Phi=1$ Vs. Koliki naboj Q pritom prođe kroz presjek žice, ako je otpor žičanog prstena $0,5 \Omega$?

2
boda

Napomena: zanemariti induktivitet prstena.

- A) 0 As B) 0,5 As C) 1 As D) 2 As E) 5 As

Prilikom promjene magnetskog toka inducira se napon koji ovisi o brzini promjene toka.

$$u_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 1V$$

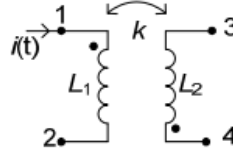
$$Q = I \cdot \Delta t = \frac{u_i}{R} \cdot \Delta t = 2As$$

5. ZADATAK

5. Dvije zavojnice induktiviteta $L_1=4 \text{ mH}$ i $L_2=1 \text{ mH}$ magnetski su vezane s faktorom magnetske veze $k=0,8$ prema slici. Ako se jakost struje $i(t)$ linearno smanji za $\Delta I=2 \text{ A}$ tijekom vremena $\Delta t=0,1 \text{ ms}$, odredite koliki je pritom napon međuidukcije u_{34} .

3
boda

- A) -32 V
B) -16 V
C) 16 V
D) 32 V
E) 40 V



Međuiduktivitet: $M = k\sqrt{L_1 L_2} = 1.6 \text{ mH}$ Napon međuidukcije: $e_{M_{ind}} = -M \cdot \frac{di}{dt}$

Treba paziti je li $\frac{di}{dt}$ pozitivan ili negativan. Pošto struju smanjujemo linearno, uzimamo predznak - jer je struja padajuća funkcija, stoga je njena derivacija negativna.

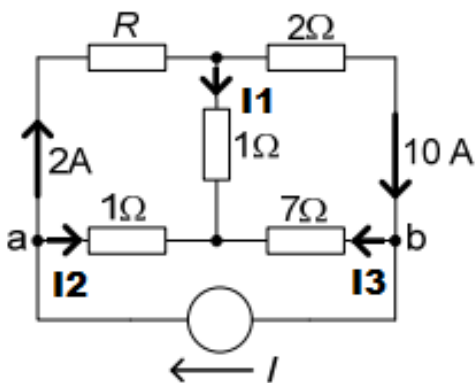
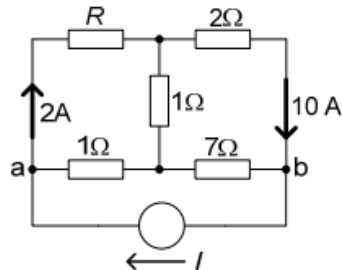
$$u_{34} = -M \cdot \left(-\frac{di}{dt}\right) = 1.6 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{2}{0.1 \cdot 10^{-3}} = 32 \text{ V}$$

6. ZADATAK

6. Uz poznate otpore i struje označene na slici, odredite napon U_{ab} .

3
boda

- A) -40 V
B) -20 V
C) 10 V
D) 20 V
E) 40 V



Pretpostavimo smjerove ostalih struja.

Prvu koju možemo izračunati je I_1 ,

$$I_1 = 2 \text{ A} - 10 \text{ A} = -8 \text{ A (KZS)} \text{ zatim } I_2 \text{ i } I_3.$$

$$I_3 \cdot 7\Omega + 10 \text{ A} \cdot 2\Omega + 8 \text{ A} \cdot 1\Omega = 0 \text{ KZN}$$

$$\rightarrow I_3 = -4 \text{ A} \rightarrow I_2 = -(-8) - (-4) = 12 \text{ A}$$

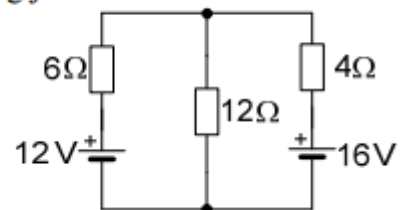
$$U_{ab} = 12 \text{ A} \cdot 1\Omega - (-4 \text{ A}) \cdot 7\Omega =$$

$$= 12 \text{ A} \cdot 1\Omega - (-8 \text{ A}) \cdot 1\Omega + 10 \text{ A} \cdot 2\Omega = 40 \text{ V}$$

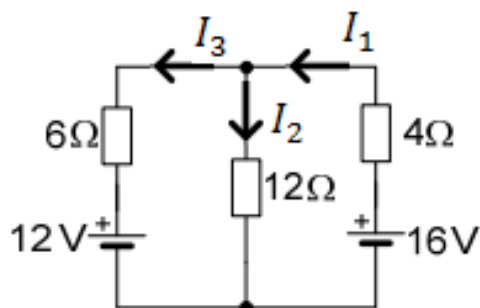
7. ZADATAK

7. Odredite koji od elemenata kruga na slici primaju energiju.

- 3
boda
- A) samo otpornik 6Ω
 - B) samo otpornik 12Ω
 - C) samo otpornici 4Ω i 12Ω
 - D) sva tri otpornika
 - E) sva tri otpornika i izvor $12V$



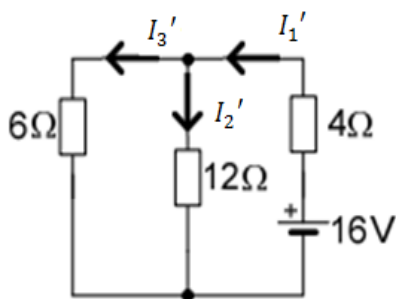
Pretpostavimo smjerove struja i primijenimo superpoziciju.



$$\rightarrow I_1 = 1A \rightarrow I_2 = 1A \rightarrow I_3 = 0A$$

Struja I_3 je $0A$, što znači da ne teče, pa taj dio mreže možemo odspojiti i ništa se neće promijeniti u krugu. Kako je taj dio mreže "u zraku" otpornik od 6Ω ne dobija nikakvu energiju.

1. isključimo lijevi izvor

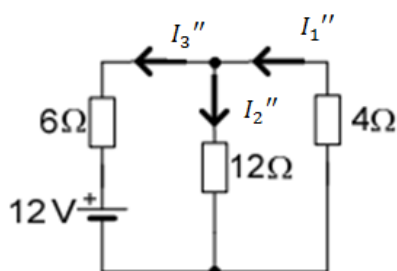


$$I'_1 = \frac{16V}{4\Omega + (12\Omega || 6\Omega)} = 2A \uparrow$$

$$I'_2 = I'_1 \cdot \frac{6\Omega}{6\Omega + 12\Omega} = \frac{2}{3}A \uparrow$$

$$I'_3 = I'_1 - I'_2 = \frac{4}{3}A \uparrow$$

2. isključimo desni izvor



$$I''_1 = I''_3 - I''_2 = 1A \downarrow$$

$$I''_2 = I''_1 \cdot \frac{4\Omega}{4\Omega + 12\Omega} = \frac{1}{3}A \uparrow$$

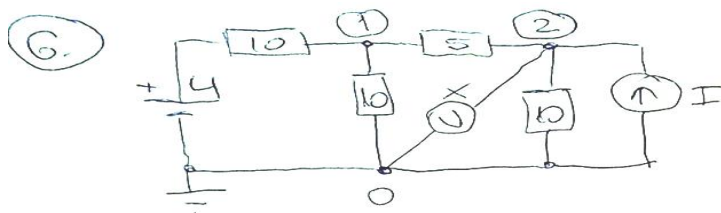
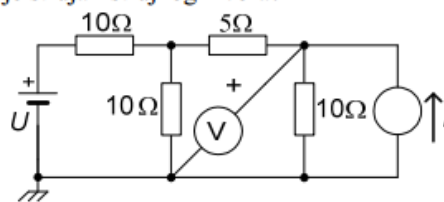
$$I''_3 = \frac{12V}{6\Omega + (12\Omega || 4\Omega)} = \frac{4}{3}A \downarrow$$

8. ZADATAK

8. U krugu na slici voltmetar pokazuje $U_V=15$ V. Ako se napon U naponskog izvora smanji na polovinu, voltmetar pokazuje $U_V=10$ V. Kolika je struja I strujnog izvora?

boda

- A) 0,5 A
B) 1 A
C) 2 A
D) 4 A
E) 5 A



i) $U_V = 10V = \varphi_2' (I)$

ii) $U_V = 15V = \varphi_2'' (I \cdot 2)$

i) a) $\varphi_1' \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} \right) - \varphi_2' \cdot \frac{1}{5} = \frac{U}{10}$

$\frac{3}{5} \varphi_1' - 2 = \frac{U}{10}$

2) $-\varphi_1' \left(\frac{1}{5} \right) + \varphi_2' \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{5} \right) = I$

$-\frac{1}{5} \varphi_1' + 3 = I$

$I = -\frac{1}{20} U + 2$

ii) $\varphi_1'' \cdot \frac{2}{5} - 3 = \frac{U}{10} \Rightarrow U = 4\varphi_1'' - 30$

$-\varphi_1'' \cdot \frac{1}{5} + \frac{3}{2} = 2I \Rightarrow I = -\frac{\varphi_1''}{10} + \frac{3}{4}$

$-\frac{1}{20} U + 2 = -\frac{\varphi_1''}{10} + \frac{3}{4} \Rightarrow \varphi_1'' = \frac{1}{2} U + \frac{5}{2}$

$\varphi_1'' = \frac{1}{2} U + \frac{5}{2}$

$U = 4 \cdot \left(\frac{1}{2} U + \frac{5}{2} \right) - 30$

$U = 2U + 10 - 30$

$U = 20V$

Isti zadatak samo što se tražio U , I se dobije uvrštavanjem u formulu iz postupka.

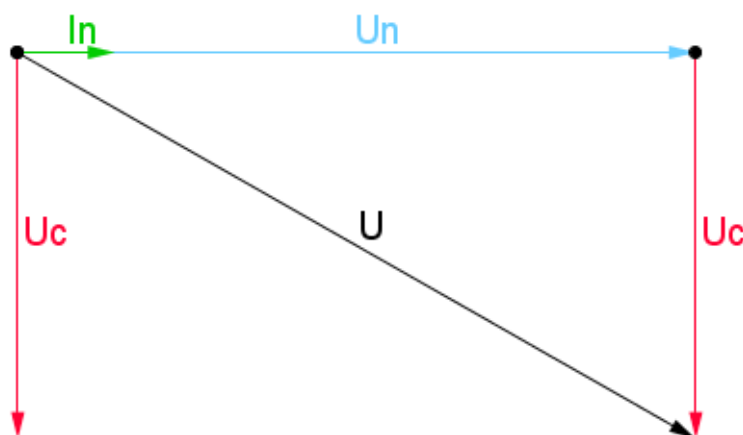
$I = (-U/20 + 2) = 1A$

9. ZADATAK

9. Da bi se žarulja nazivnog napona $U_n=160\text{ V}$ i snage $P_n=40\text{ W}$ mogla priključiti na izvor napona $U=220\text{ V}$ frekvencije $f=50\text{ Hz}$, njoj se serijski spoji kondenzator. Koliki treba biti kapacitet kondenzatora da bi žarulja normalno svijetlila (dobila nazivni napon)?
- boda A) $1,32\text{ }\mu\text{F}$ B) $2,64\text{ }\mu\text{F}$ C) $5,27\text{ }\mu\text{F}$ D) $10,54\text{ }\mu\text{F}$ E) $15,8\text{ }\mu\text{F}$

Kod nazivne snage odnosno kod nazivnog napona/struje žarulja će "normalno svijetliti" odnosno imat će najveću korisnost.

$I_N = \frac{P_N}{U_N} = 0,25\text{ A}$ Tolika struja bi trebala teći krugom. Pretpostavimo da je fazor nazivne struje (struja u krugu) pod kutem od 0° . Tada je napon na žarulji u fazi sa strujom, a napon na kapacitetu kasni 90° .



Iz dijagrama (nije nužan) slijedi da je napon na kondenzatoru:

$$U_c = \sqrt{U^2 - U_N^2} = 20\sqrt{57}\text{ V}$$

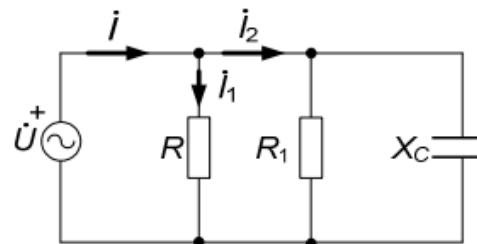
$$X_c = \frac{U_c}{I_N} = 80\sqrt{57}\text{ }\Omega$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_c} = 5,27\text{ }\mu\text{F}$$

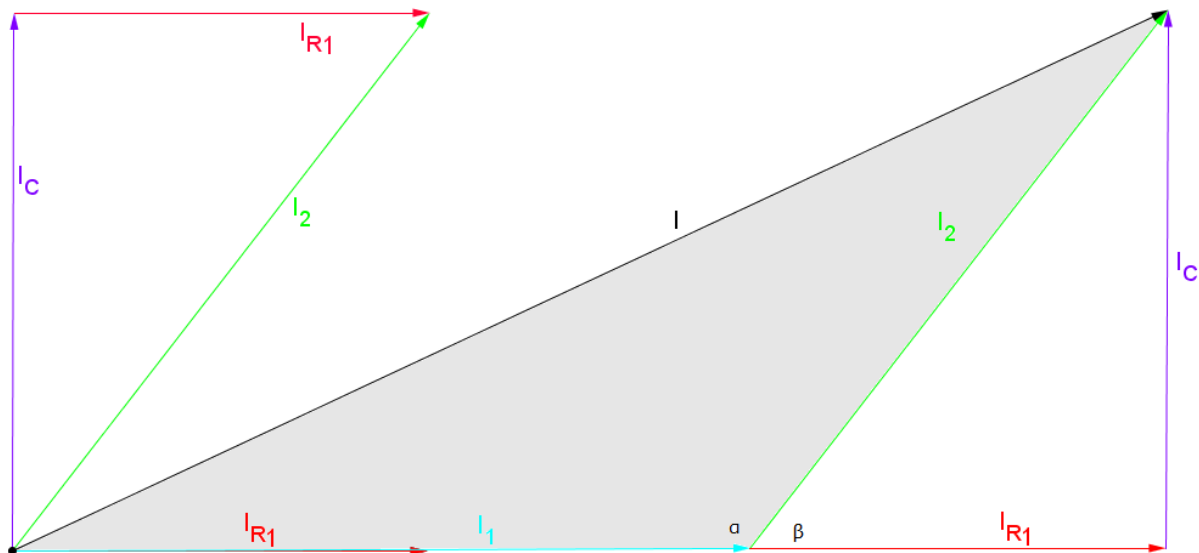
10. ZADATAK

10. Odredite prividnu snagu izvora u spoju prema slici ako su izmjerene struje $I=3\text{ A}$, $I_1=2\text{ A}$, $I_2=2\text{ A}$.
3
boda

- A) 1 VA
B) 3 VA
C) 5 VA
D) 7 VA
E) 9 VA



Pretpostavimo da je fazni kut izvora 0° .



Izračunajmo kut α u označenom trokutu kako bismo dobili β , pa zatim struju I_{R1} kako bi smo izračunali napon izvora.

$$\alpha = \arccos\left(\frac{I^2 - I_1^2 - I_2^2}{-2 \cdot I_1 I_2}\right) = 97.18^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha = 82.82^\circ$$

$$I_{R1} = \cos(\beta) \cdot I_2 = 250\text{mA}$$

$$S = U \cdot I = R_1 \cdot I_{R1} \cdot I = 3\text{VA}$$

11. ZADATAK

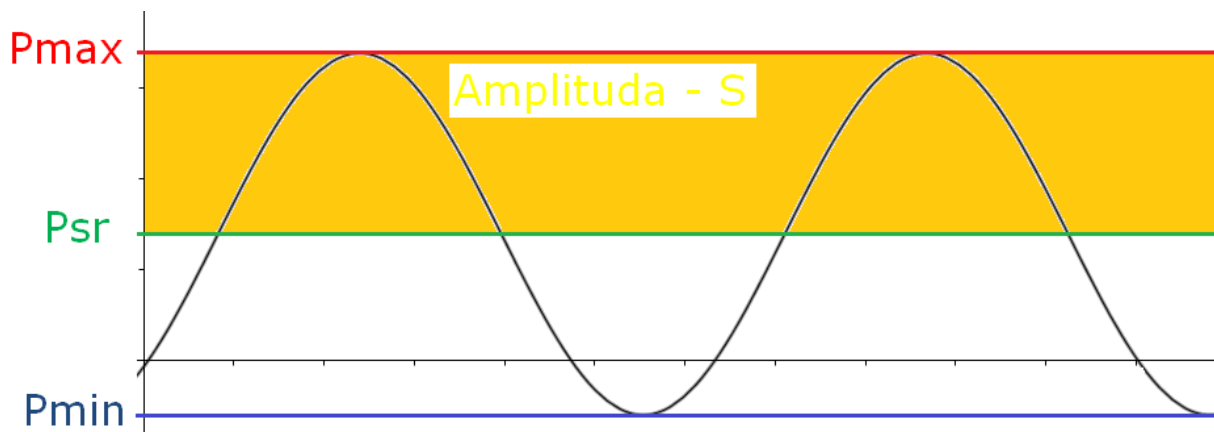
11. Odredite pozitivan maksimum trenutne snage $p(t)$ za trošilo nazivnog napona 230 V, nazivne snage 1185 W i nazivnog faktora snage 0,79.
- 2
boda A) 315 VA B) 1185 VA C) 1500 VA D) 2105 VA E) 2685 VA

$$P_N = 1185 \text{ W}$$

$$S_N = \frac{P_N}{\cos \varphi_N} = 1500 \text{ VA}$$

Trenutna snaga $p(t)$ u općem slučaju je podignuta sinusna funkcija dvostruke frekvencije. Amplitudu te sinusoide predstavlja prividna snaga, a srednju vrijednost radna snaga. Logično je zaključiti da će maksimalna vrijednost biti jednaka srednjoj vrijednosti + amplituda.

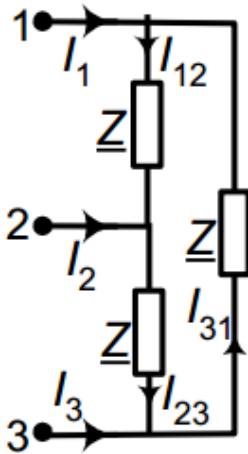
Iz toga slijedi $\rightarrow P_{max} = P_N + S_N = 2685 \text{ VA}$



12. ZADATAK

12. Odredite snagu simetričnog trošila spojenog u trokut ($\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = 80 \angle 30^\circ \Omega$) priključenog na 2 simetričan trofazni izvor $U_L = 400 \text{ V}$.

boda A) 577 W B) 1000 W C) 1732 W D) 3000 W E) 5196 W



Trošilo je simetrično i stoga je snaga na pojedinim fazama jednaka i ukupna snaga trošila iznosi: (trokut $\rightarrow U_L = U_f$)

$$P_{uk} = 3P_f = 3 \cdot \frac{U_f^2}{|Z|} \cdot \cos\varphi = 3 \cdot \frac{400^2}{80} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5196 \text{ W}$$

13. ZADATAK

13. Napon izvora je složenog valnog oblika i može se opisati izrazom $u(t) = 6 + 9\sin(400t) + 7\sin(800t) \text{ V}$.
2 Odredite efektivnu vrijednost tog napona.

boda A) 6,1 V B) 7,4 V C) 8,9 V D) 10,0 V E) 12,9 V

Tri serijska spojena izvora (jedan istosmjerni - dva sinusna)

$$U_0 = 6 \text{ V (istosmjerna komponenta)}$$

$$U_{1eff} = \frac{U_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{9}{\sqrt{2}} \text{ V}$$

$$U_{2eff} = \frac{U_{2m}}{\sqrt{2}} = \frac{7}{\sqrt{2}} \text{ V}$$

$$U_{eff} = \sqrt{U_0^2 + U_{1eff}^2 + U_{2eff}^2} = \sqrt{101} \text{ V} \approx 10 \text{ V}$$

14. ZADATAK

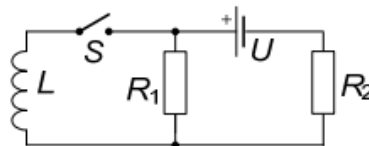
14. Serijski RLC spoj ($R = 50 \Omega$, $L = 40 \text{ mH}$, $C = 1 \mu\text{F}$) priključen je na funkcijski generator promjenjive frekvencije [1 Hz – 1 MHz] unutarnjeg otpora 50Ω . Ako je napon funkcijskog generatora namješten na efektivni iznos od 20 V čistog sinusoidnog oblika, odredite maksimalnu snagu koja se može razviti na trošilu te iznos frekvencije pri kojoj se razvije spomenuta maksimalna snaga.
- 2
boda
- A) $P = 4 \text{ W}$, $f = 1592 \text{ Hz}$ B) $P = 4 \text{ W}$, $f = 796 \text{ Hz}$ C) $P = 2 \text{ W}$, $f = 796 \text{ Hz}$
D) $P = 2 \text{ W}$, $f = 398 \text{ Hz}$ E) $P = 1 \text{ W}$, $f = 398 \text{ Hz}$

Pošto je unutarnji otpor funkcijskog generatora jednak radnog otporu R znači da moramo imaginarni dio impedancije (induktivni i kapacitivni otpor) poništiti i to rezonantnom frekvencijom:

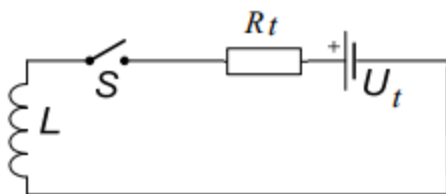
$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 796 \text{ Hz} \quad I_f = \frac{U_f}{R_u + R_t} = 0.2 \text{ A} \quad P_{tmax} = I_f^2 \cdot R_t = 2 \text{ W}$$

15. ZADATAK

15. Induktivitet L se u trenutku $t_0 = 0$ priključuje u krug prema slici (sklopka S se zatvara). Koliki će biti iznos struje kroz induktivitet L nakon $t = 8 \text{ ms}$? Zadano je: $R_1 = 24 \Omega$, $R_2 = 8 \Omega$, $L = 30 \text{ mH}$, $U = 16 \text{ V}$.
- 3
boda
- A) 0,21 A
B) 0,43 A
C) 0,81 A
D) 1,60 A
E) 2,42 A



S obzirom na mjesto gdje je sklopka, nadomjestit ćemo spoj Theveninom kao da se zavojnica spaja na taj izvor.



Odspojimo izvor i gledamo ukupan otpor s obzirom na sklopku.

$$R_T = R_1 || R_2 = 6 \Omega$$

Napon odgovara padu napona na otporu R_1 .

$$U_T = \frac{U}{R_1 + R_2} \cdot R_1 = 12 \text{ V} \quad \tau = \frac{L}{R_T} = 5 \text{ ms}$$

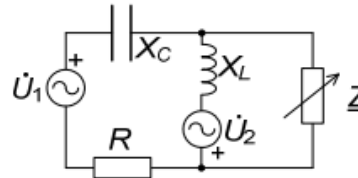
$$i(t = 8 \text{ ms}) = \frac{U_T}{R_T} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 1.6 \text{ A}$$

16. ZADATAK

16. Kolika se maksimalna snaga može razviti na promjenjivoj impedanciji \underline{Z} u krugu prema slici? Zadano je: $R = 2 \Omega$, $X_L = 2 \Omega$, $X_C = 2 \Omega$, $\dot{U}_1 = 10\angle 0^\circ \text{ V}$, $\dot{U}_2 = 10\angle 90^\circ \text{ V}$.

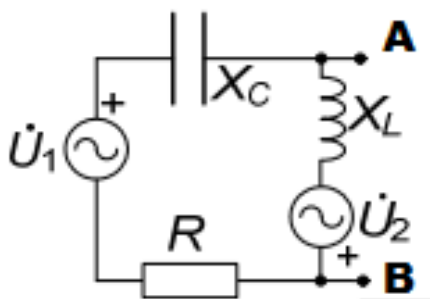
boda

- A) 3,5 W
- B) 8,0 W
- C) 12,5 W
- D) 17,0 W
- E) 22,5 W



Nadomještavamo spoj Theveninom s obzirom na priključnice promjenjive impedancije \underline{Z} .

Odspojimo izvore gledamo otpor s priključnica A i B.



$$\dot{Z}_T = (R - jX_C) || jX_L = 2\sqrt{2}\angle 45^\circ.$$

$$\dot{I}_T = \frac{\dot{U}_1 + \dot{U}_2}{R - jX_C + jX_L} = 5\sqrt{2}\angle 45^\circ$$

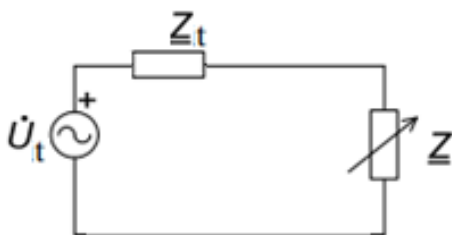
$$\dot{U}_T = \dot{U}_{AB} = -\dot{U}_2 + \dot{I}_T \cdot jX_L = -10\text{ V}$$

Dobijemo:

Prilagođenje:

$$\dot{Z} = \dot{Z}_T^* (\text{kompl. konjugirani}) = 2\sqrt{2}\angle -45^\circ$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_t}{\dot{Z}_t + \dot{Z}} = -2.5\text{ A} \quad P_{\max} = I^2 \cdot \text{Re}\{\dot{Z}\} = 12.5\text{ W}$$



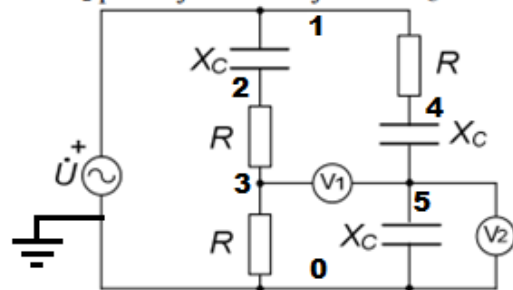
Predznak (-) napona i struje govore da je izvor suprotnog smjera nego što sam ga nacrtao.

17. ZADATAK

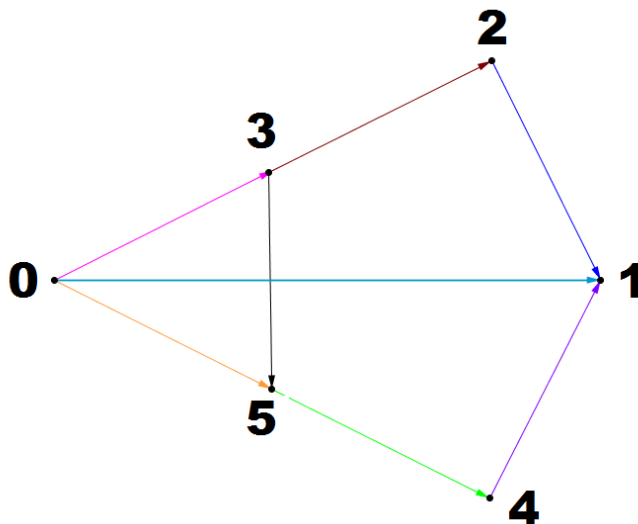
17. Odredite pokazivanje voltmetra V_1 , ako voltmetar V_2 pokazuje 10 V i vrijedi $R = X_C$.

3
boda

- A) 4,4 V
- B) 8,9 V
- C) 13,4 V
- D) 17,9 V
- E) 22,4 V



Pretpostavili smo da je fazni kut izvora 0° . U prvoj grani struja prethodi naponu za $\arctg(0.5)$, a u drugoj grani za $\arctg(2)$.



Napon na otporu (između točke 3 i mase) je isti kao i napon na kondenzatoru čiji je podatak poznat.

Imamo pravokutan trokut, čija je nasuprotna kateta kutu kod točke 0 pola napona U_{V1} .

$$U_{V1} = 2 \cdot \sin(\arctg 0.5) \cdot U_{V2} = 8.9V$$

Ima još drugih načina za izračunati taj napon.

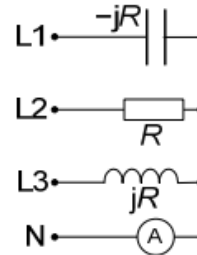
$$\text{npr. } U_{V1} = \text{iznos}(U_{V2} \angle \arctg(0.5) - U_{V2} \angle \arctg(-0.5)) = 8.9V$$

18. ZADATAK

18. Trošilo prikazano na slici priključeno je na trofazni simetrični izvor linijskog napona $U_L=400$ V. Odredite pokazivanje ampermetra u nulvodiču ako je $R = 40 \Omega$.

3
boda

- A) 4,23 A
B) 5,77 A
C) 13,45 A
D) 15,77 A
E) 27,32 A



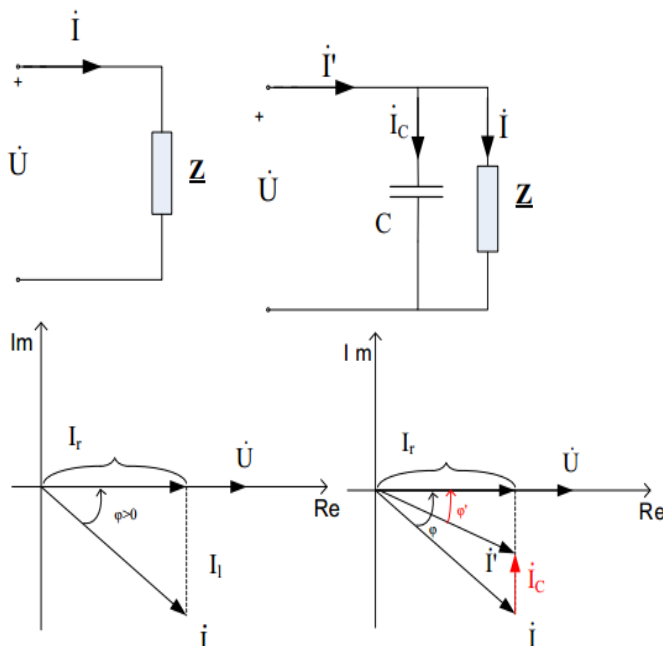
Ampermetar računa zbroj faznih struja. Označit ću ga s fazorom. $U_f = \frac{400}{\sqrt{3}} V$

$$\dot{I}_a = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \frac{U_f \angle 0^\circ}{-jR} + \frac{U_f \angle -120^\circ}{R} + \frac{U_f \angle -240^\circ}{jR} = 4.23 \angle 60^\circ A, \quad I_A = 4.23 A$$

19. ZADATAK

19. Induktivnom trošilu, koje je priključeno na gradsku mrežu efektivne vrijednosti napona 230 V i frekvencije 50 Hz i koje razvija snagu od 1000 W paralelno je spojen kondenzator kapaciteta 20 μF . Ukupan faktor snage za cijelu kombinaciju iznosi 0,9 (induktivno). Koliki je bio faktor snage trošila prije spajanja kondenzatora?

- A) 0,550 B) 0,625 C) 0,700 D) 0,775 E) 0,850



$$P = UI \cos \varphi = UI' \cos \varphi' = 1000 W$$

$$I \cos \varphi = \frac{100}{23}$$

$$I' = \frac{1000}{207} A$$

$$I_c = 2\pi f C U = \frac{23}{50} \pi A$$

$$I \angle -\varphi = (I' \angle -\varphi') - (I_c \angle 90^\circ) = 5.614 \angle -39.23860244 A$$

$$\cos \varphi = \cos(39.23860244) = 0.775$$

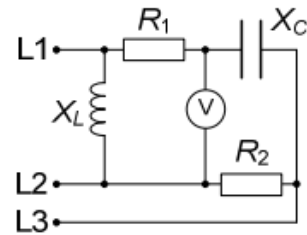
(Slika govori tisuću riječi)

20. ZADATAK

20. Trošilo prikazano na slici priključeno je na trofazni simetrični izvor linijskog napona $U_L=400\text{ V}$.
3 Odredite napon koji mjeri voltmetar ako je zadano: $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 300\ \Omega$, $X_L = 200\ \Omega$, $X_C = 100\ \Omega$.

boda

- A) 146 V
- B) 231 V
- C) 330 V
- D) 462 V
- E) 546 V



Ovo je spoj u trokut, iako izgleda ružno.

$$\underline{Z}_{12} = jX_L \quad \underline{Z}_{23} = R_1 - jX_C \quad \underline{Z}_{31} = R_2$$

Izračunamo struju I_{31} jer ostale nisu potrebne:

$$\dot{I}_{31} = \frac{U_L \angle 120^\circ}{R_1 - jX_C} = 2\sqrt{2} \angle 165$$

i sada računamo napon kojeg mjeri voltmetar kako god hoćemo.

$$U_v = \text{iznos}(I_{31}R_1 + U_{12}) = 146V = \text{iznos}(-I_{31}jX_C - U_{23}) \dots$$