

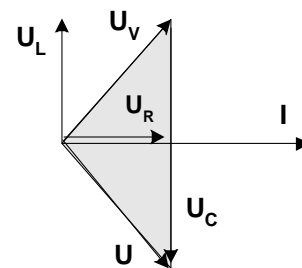
RJESENJA ZADATAKA 8.1-8.8.

Rješavanje mnogih problema (zadataka) iz tzv. izmjeničnih krugova postaje jednostavnije ako se najprije skicira vektorski prikaz kao i "trokut otpora". Problem se nakon toga uglavnom svodi na primjenu raznih formula vezani uz odnose u trokutima (tg, sin,cos, Pitagora, kosokutan trokut....) koje neka "rješavac" posebno istakne (obilježi) u svom "matematičkom" priručniku.... U nastavku pogledajte nekoliko karakterističnih primjena takvog pristupa.

Z8-1. $U = 100 \quad U_V = 100 \quad R = 20 \quad I_A = 4 \quad L = 0.048$

$$I_A \cdot \sqrt{R^2 + X_L^2} = U_V \quad X_L = \sqrt{\frac{U_V^2}{I_A^2} - R^2} \quad X_L = 15 \quad \omega = \frac{X_L}{L} \quad \omega = 312.5$$

potrebno je skicirati vektorski prikaz. Struju staviti pod nula stupnjeva. Suma vektora napona U_V (predhodi struji za kut φ_s) i U_C (zaostaje iza struje za $\pi/2$) mora dati vektor U . Duljine vektora U_V i U su jednake. To je moguće samo ako vektori U_C , U_V i U čine jednakokraki trokut (U_V i U su jednaki krakovi). Očito je da U_C mora biti $2U_V$.



$$U_C = 2 \cdot I_A \cdot \omega \cdot L \quad U_C = 120$$

$$C = \frac{I_A}{U_C \cdot \omega} \quad C = 1.067 \times 10^{-4}$$

Z8-2 Iz podataka razabiremo da prividni otpor mora biti jednak kada je kondenzator u krugu i kada je kratko spojen.

$$U = 120 \quad \omega = 3000 \quad C = 6.95 \cdot 10^{-6} \quad I = 4$$

$$\sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad \text{očito je da mora biti } X_C = 2X_L \quad Z = \frac{U}{I} \quad X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$X_L = \frac{X_C}{2} \quad L = \frac{X_L}{\omega} \quad Z = 30 \quad R = \sqrt{Z^2 - X_L^2} \quad X_C = 47.962$$

$$L = 7.994 \times 10^{-3}$$

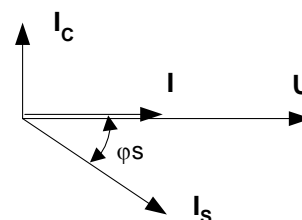
$$R = 18.026$$

Z8-3. potrebno je skicirati opisani spoj, a zatim vektorski dijagram Vektor napona postaviti pod nula stupnjeva. Ukupna struja je zbroj vektora struje I_S (koji zaostaje za naponom za neki kut φ_s) i vektora struje I_C koji je 90 stupnjeva ispred napona. Prema uvjetu zadatka vektor ukupne struje mora biti pod nula stupnjeva (u fazi s naponom)

Zadano: $U = 24 \quad X_C = 10 \quad I_S = 4$

$$I_C = \frac{U}{X_C} \quad I_C = 2.4 \quad I = \sqrt{I_s^2 - I_C^2}$$

$$\varphi_s = \operatorname{atan}\left(\frac{I_C}{I}\right) \quad \varphi_s = 0.644 \quad I = 3.2$$



iz "trokuta otpora" svitka odredimo R_s i X_L jer znamo φ_s i $Z_s = U/I_s$

$$Z_s = \frac{U}{I_s} \quad Z_s = 6 \quad R_s = Z_s \cdot \cos(\varphi_s) \quad X_L = Z_s \cdot \sin(\varphi_s)$$

$$R_s = 4.8 \quad X_L = 3.6$$

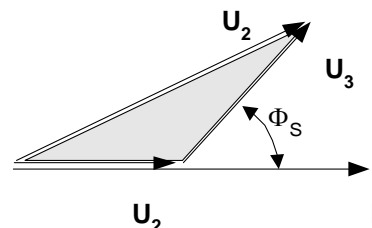
napomena: Kada bi bila poznata frekvencija mogli bi izračunati induktivitet : $L_s = X_L/\omega$.

Z8-4. . Na temelju rezultata mjerenja napona treba odrediti parametre svitka. Kao i u predhodnim zadacima potrebno je skicirati vektore napona U_1 U_2 i U_3 . Struju postaviti pod nula stupnjeva. U_2 je u fazi sa strujom dok U_3 predhodi struji za fazni kut svitka φ_s . Vektori U_2 i U_3 zbrojeni daju U_1 i čine kosokutan trokut u kojem preko kosinusovog poučka (formule) izračunamo φ_s .

$$U_1 = 36 \quad U_2 = 20 \quad U_3 = 22.4 \quad f = 60 \quad R = 10$$

$$\varphi_s = \pi - \arccos\left(\frac{U_1^2 - U_2^2 - U_3^2}{-2 \cdot U_2 \cdot U_3}\right)$$

$$\varphi_s = 1.115 \quad \text{radijana} \quad \varphi_s \cdot \frac{180}{\pi} = 63.896 \quad \text{stupnjeva}$$



Impedancija svitka je U_3/I . Struja je U_2/R . Iz trokuta otpora svitka odredimo R_L i L .

$$I = \frac{U_2}{R} \quad Z_s = \frac{U_3}{I} \quad R_L = Z_s \cdot \cos(\varphi_s) \quad X = Z_s \cdot \sin(\varphi_s)$$

$$I = 2 \quad Z_s = 11.2 \quad R_L = 4.928 \quad L = \frac{X}{2 \cdot \pi \cdot f} \quad L = 0.014$$

Z8-5. Fazni kut (impedancije) opisanog RLC spoja je kapacitivan tj $\varphi = -63,4$ (treba gledati fazni pomak napona u odnosu na struju)

$$L = 0.025 \quad C = 50 \cdot 10^{-6} \quad \omega = 400 \quad U = 12$$

$$\varphi = -63.4 \cdot \frac{\pi}{180} \quad \varphi = \operatorname{atan}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) \quad \tan(\varphi) = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$XL = \omega \cdot L \quad XC = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad R = \frac{XL - XC}{\tan(\varphi)} \quad R = 20.031$$

$$XL = 10 \quad XC = 50$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (XL - XC)^2}$$

$$I = \frac{U}{Z} \quad UR = I \cdot R \quad UC = I \cdot XC \quad UL = I \cdot XL$$

$$I = 0.268$$

$$UR = 5.373$$

$$UC = 13.412$$

$$UL = 2.682$$

Z8-6. problem se rješava na sličan način kao u zadatku Z8-4. Kosokutan trokut ovaj puta čine vektori struja I_2 , I_3 koji zbrojeni daju I_1 . Pretpostavimo da je napon na prikazanoj paraleli pod kutem nula. Tada je vektor I_3 također pod nula dok I_2 zaostaje iza napona za neki kut ϕ_2 koji odredimo preko kosinusovog poučka.

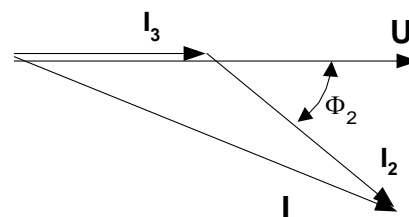
$$R = 4 \quad II = 30 \quad I2 = 18 \quad I3 = 15$$

$$U = I3 \cdot R$$

$$U = 60$$

$$\phi_2 = \pi - \arccos\left(\frac{II^2 - I2^2 - I3^2}{-2 \cdot I2 \cdot I3}\right)$$

$$\phi_2 \cdot \frac{180}{\pi} = 49.458 \quad \text{stupnjeva}$$



struja I_2 sastoji se iz dvije komponente:

$$I_{RL} = I2 \cdot \cos(\phi_2) \quad I_{RL} = 11.7 \quad I_{XL} = I2 \cdot \sin(\phi_2) \quad I_{XL} = 13.679$$

$$RL = \frac{U}{I_{RL}}$$

$$RL = 5.128$$

$$XL = \frac{U}{I_{XL}}$$

$$XL = 4.386$$

Z8-7. $U = 55 \quad Rs = 2.3 \quad Ls = 0.030 \quad I = 5$

najprije odredimo prividni otpor svitka: $Zs = \frac{U}{I} \quad Zs = 11$

preko "trokuta otpora" odredimo X_L :

$$XL = \sqrt{Zs^2 - Rs^2} \quad XL = 10.757$$

frekvencija je: $f = \frac{XL}{2 \cdot \pi \cdot Ls} \quad f = 57.067 \text{ Hz}$

Z8-8. svaki paralelni spoj radnog i reaktivnog otpora ima svoj ekvivalentni serijski spoj. To je tzv. *Y-Z transformacija*. (jasno je da vrijedi i obrnuto)

Lakše je izračunati elemente nadomjesnog spoja za poznatu frekvenciju. Tada u paraleli imamo R_p i X_p odnosno preko vodljivosti G i B . U kompleksnom području dobivamo:

$$R_p = 100 \quad \omega = 314 \quad L_p = 0.100 \quad X_p = \omega \cdot L_p \cdot j \quad X_p = 31.4j$$

$$G = \frac{1}{R_p} \quad B = \frac{1}{X_p} \quad G = 0.01 \quad B = -0.032j \quad \text{induktivno}$$

$$Z = \frac{1}{G + B} \quad Z = 8.975 + 28.582j \quad R_s = \operatorname{Re}(Z) \quad X_s = \operatorname{Im}(Z)$$

$$R_s = 8.975 \quad X_s = 28.582$$

ako su poznati parametri R_p i L_p postupamo ovako: najprije napišemo izraz za Y :

$$Y = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{j\omega L_p} \quad Y = \frac{j\omega L_p + R_p}{j\omega L_p R_p} \quad \text{a zatim :} \quad Z = \frac{j\omega L_p R_p}{R_p + j\omega L_p}$$

nakon množenja brojnika i nazivnika sa $(R_p - j\omega L_p)$ te odvajanja realnog i imaginarnog dijela u dobivenom izrazu slijedi da je :

$$R_s = \frac{\omega^2 \cdot R_p \cdot L_p^2}{\omega^2 \cdot L_p^2 + R_p^2} \quad L_s = \frac{R_p^2 \cdot L_p}{\omega^2 \cdot L_p^2 + R_p^2} \quad \text{parametri nadomjesnog serijskog spoja}$$

(R_s i L_s) različiti su na različitim frekvencijama. Na 50 Hz dobivamo:

$$R_s = 8.975 \quad L_s = 0.091$$

detaljnije o transformaciji Y-Z odnosno Z-Y pogledati PINTER II str.85.

napomena: U prikazanom postupku nisu korištene posebne oznake za kompleksne brojeve. Prije nego se upuštati u rješavanje strujnih krugova u "kompleksnom području" svakako ponovite znanje iz matematike vezano uz računske operacije s kompleksnim brojevima.

I.Felja 2005.