

## OE 2.međuispit 28.11.2007. postupak rješavanja

1. (2 boda) Kolika je trenutna vrijednost napona gradske mreže ( $U_{ef} = 220 \text{ V}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ ) nakon  $t = \frac{1}{300} \text{ s}$  od trenutka u kojem je imao maksimalnu vrijednost?

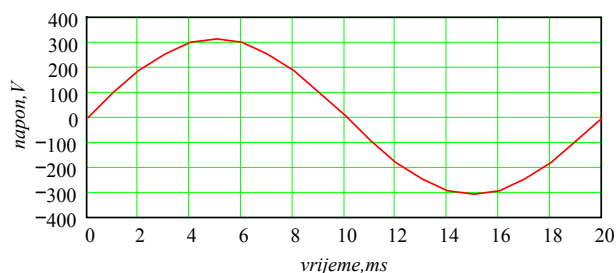
- A) 310 V    B) 220 V    **C) 155 V**    D) 110 V    E) 0 V

**Rješenje:** Funkcija zadanog napona je  $310\sin(314t)$ . Maksimalnu vrijednost ima u trenutku  $t=5 \text{ ms}$ . Ovom vremenu treba dodati  $1/300 \text{ s}$ . Ukupno vrijeme je:

$$t = 0.005 + \frac{1}{300} \quad t = 8.33 \times 10^{-3} \quad u = 310 \sin(314t) \quad u = 155.36$$

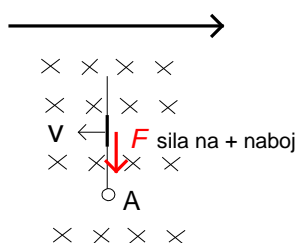
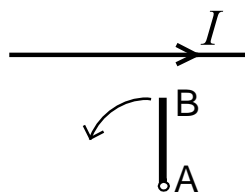
Pažnja: u gornjem izrazu kut je u radijanima. Možete ga pretvoriti u stupnjeve ovako:

$$314t \cdot \frac{180}{\pi} = 149.92 \text{ stupnjeva}$$



2. (2 boda) U istoj ravnini nalaze se vodič protječan konstantnom strujom  $I$  i vodljivi štap koji rotira oko svog kraja A. Napon  $U_{AB}$  je

- A) u svakom trenutku pozitivan ( $U_{AB} > 0$ )**  
 B) u svakom trenutku negativan ( $U_{AB} < 0$ )  
 C) u svakom trenutku nula ( $U_{AB} = 0$ )  
 D) promjenjivog polariteta  
 E) nije moguće odrediti

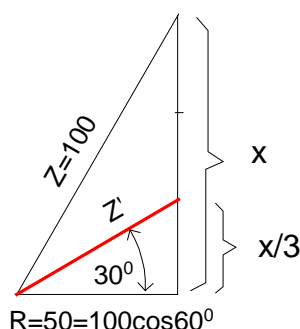


**Rješenje** Štap se nalazi u magnetskom polju. Smjer silnica odredimo pravilom desne ruke. Polje je nehomogeno. Jače je (gušće) što smo bliže štapu. Štap možemo podijeliti na segmente. Svaki segment se kreće u magnetskom polju nekom brzinom  $v$ . Na naboje u štapu djeluje magnetska sila. Pozitivne naboje bi sila «gurala» prema kraju A. U stvarnosti se gibaju negativni naboji prema kraju B. Zato je kraj B negativan u odnosu na A odnosno A je pozitivan u odnosu na kraj B. Kada bi polje bilo homogeno napon bi bio stalan. U ovom slučaju je promjenjivog iznosa.

3. (2 boda) Na serijskom spoju dvaju elemenata narinut je napon  $u(t) = 100 \cdot \cos(\omega t + \pi/2) \text{ V}$  i kroz njih protječe struja  $i(t) = 1 \cdot \sin(\omega t + 2\pi/3) \text{ A}$ . Ako imaginarnom dijelu impedancije smanjimo vrijednost na trećinu početnog iznosa, koliko nakon toga iznosi fazor struje?

A.  $\sqrt{6}/120^\circ$  B.  $\sqrt{6}/60^\circ$  C.  $\sqrt{2}/180^\circ$  **D.  $0,5\sqrt{6}/150^\circ$**  E.  $0,5\sqrt{6}/30^\circ$  A

**Rješenje** Efektivna vrijednost napona je  $100/\sqrt{2}$ . Funkciju napona «pretvorimo» u sinusni oblik tako da dodamo  $90$  stupnjeva). Dobivamo početni fazni kut napona  $180$  stupnjeva, a struje  $120$  stupnjeva. Fazni kut impedancije  $\varphi$  je  $+60$  stupnjeva (induktivan je, struja zaostaje iza napona). Impedancija iznosi  $U/I=100 \Omega$ . Crtamo «trokut otpora» i iz odnosa u tom trokutu odredimo novu impedanciju, a zatim struju.



$$X = 100 \frac{\sqrt{3}}{2} \quad Z' = \frac{50}{\cos(30)} = \frac{100}{\sqrt{3}} \quad I = \frac{U}{Z'} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Novi fazni kut impedancije je  $30$  stupnjeva. To znači da struja kasni iza napona za taj kut pa je novi početni fazni kut struje  $150$  stupnjeva. *Pažnja:* da biste uspješno( i brzo) rješavali zadatke iz izmjeničnih struja potrebno je dobro baratati sa trigonometrijom sin cos, tg itd. , ponoviti ( izapisati) važnije formule-podatke)!!!

*Napomena:* Pažljivi čitatelj će lako zaključiti da je nakon određivanja početnog faznog kuta struja ( $150$  stupnjeva) dalje računanje zapravo nepotrebno, jer samo jedan ponuđeni odgovor ima taj kut! Dakle, kod zadataka sa ponuđenim odgovorima treba uz računanje «baciti pogled» što je ponuđeno i time eventualno skratiti račun...Ponekada je korisno pogledati dimenzije (jedinice) tj. provjeriti da li su možda ponuđeni dimenziono nemogući odgovori koje naravno treba eliminirati (vidi sljedeći zadatak)

**4. (2 boda)** Svitak je prikazan kao serijski spoj induktiviteta  $L_s$  i otpora  $R_s$ . Odredite parametre ekvivalentnog paralelnog spoja.

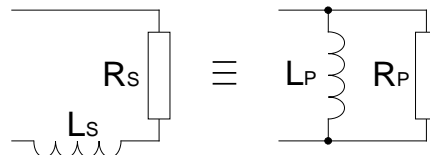
A)  $R_p = \frac{(\omega L_s)^2}{R_s}, L_p = \frac{R_s^2 + L_s^2}{\omega^2}$

B)  $R_p = R_s^2 + \omega^2 L_s^2, L_p = \frac{R_s^2}{\omega^2 L_s}$

C)  $R_p = \frac{1}{R_s}, L_p = \frac{1}{L_s}$

D)  $R_p = \frac{1}{R_s}, L_p = \frac{\omega^2}{L_s + R_s}$

**E)  $R_p = R_s + \frac{(\omega L_s)^2}{R_s}, L_p = \frac{R_s^2}{\omega^2 L_s} + L_s$**



**Rješenje:** Polazimo od impedancije  $\underline{Z}=R_s+j\omega L_s$ . Admitancija je  $Y=1/\underline{Z}$

$$Y = \frac{1}{R_s + j\omega L_s} \quad Y = \frac{1}{R_s + j\omega L_s} \frac{(R_s - j\omega L_s)}{(R_s - j\omega L_s)}$$

U nazivniku moramo dobiti realni broj. Zato množimo brojnik i nazivnik sa konjugirano kompleksnim brojem nazivnika:

$$Y = \frac{R_s}{R_s^2 + \omega^2 L_s^2} - \frac{j\omega L_s}{R_s^2 + \omega^2 L_s^2}$$

Realni dio je radna vodljivost, a imaginarni je induktivna (reaktivna) vodljivost. Paznja: predznak je sastavni dio imaginarnog dijela kompleksnog broja.

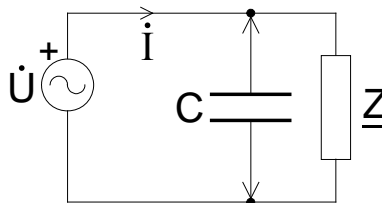
Recipročna vrijednost radne vodljivosti je traženi otpor  $R_p$ . Recipročna vrijednost imaginarnog dijela je.....itd. Najprije odredimo  $R_p$  i dobijemo:

$$R_p = R_s + \frac{\omega^2 L_s^2}{R_s}$$

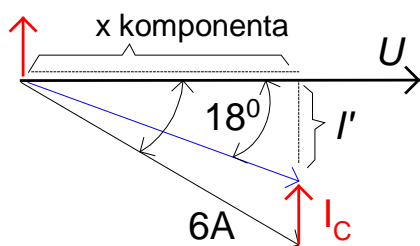
Odmah vidimo da samo odgovor pod E) ima ispravan  $R_p$ . Da li u ovom slučaju treba računati  $L_p$  ? (možda je bolje ići na sljedeći zadatak, jer vrijeme je zadatak...).

**5. (2 boda)** Izračunajte koju vrijednost kapaciteta  $C$  trebamo priključiti paralelno impedanciji  $\underline{Z} = 20 \angle 30^\circ \Omega$ , a da se kut između napona i struje izvora ( $\varphi = \alpha_u - \alpha_i$ ) promijeni na  $18^\circ$ . Zadano je:  $U = 120 \text{ V}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ .

- A) **34,8  $\mu\text{F}$**
- B) 64,3  $\mu\text{F}$
- C) 94,7  $\mu\text{F}$
- D) 124,4  $\mu\text{F}$
- E) 154,5  $\mu\text{F}$



**Rješenje:** Nacrtamo vektorski dijagram prije i poslije spajanja kondenzatora. Struja trošila  $120/20 = 6 \text{ A}$  se ne mijenja (paralelni spoj). Nakon spajanja kond. pojavi se kapacitivna struja (predhodi naponu za  $90$  stupnjeva).



Struje i napon prikažemo vektorima. Vektor ukupne struje je zbroj vektora kapacitivne struje i struje trošila. Najprije (trigonometrijom) odredimo x i y komponente vektora struje

$$X = 6 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad X = 5.2 \quad Y = 6 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad Y = 3$$

U konačnici se x-komponenta ne mijenja. Iz odnosa u prikazanim trokutima odredimo struju  $I_C$

$$X = 6 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad X = 5.2 \quad Y = 6 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad Y = 3$$

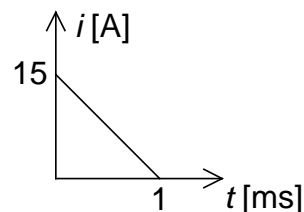
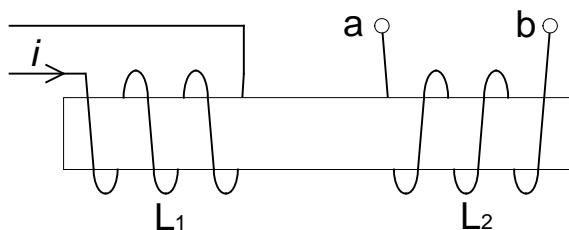
$$I' = Y - I_C \quad \frac{I'}{X} = \tan(18) \quad I' = \tan\left(18 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot X$$

$$I' = 1.69 \quad I_C = Y - I' \quad I_C = 1.31$$

$$X_C = \frac{U}{I_C} \quad X_C = 91.49 \quad C = \frac{1}{X_C \cdot \omega} \quad C = 3.48 \times 10^{-5}$$

**6. (2 boda)** Koliki će biti napon  $u_{ab}$  u vremenskom intervalu  $0 \leq t \leq 1 \text{ ms}$  ako se struja  $i$  mijenja kako je zadano na slici, a koeficijent magnetske veze je  $k = 0.5$  uz  $L_1 = 4 \text{ mH}$ ,  $L_2 = 1 \text{ mH}$ ?

- A) -30 V
- B) 30 V
- C) -15 V
- D) **15 V**
- E) 0 V



**Rješenje:** Struja koja prolazi kroz  $L_1$  stvara u okolnom prostoru magnetsko polje. Dio silnica tog polja zahvaća zavojnicu  $L_2$ . Budući da je struja promjenjiva, magnetsko polje (magnetski tok) koji zahvaća zavojnicu  $L_2$  je promjenjiv. Prema Faraday-ovom zakonu u zavojnici  $L_2$  se inducira napon a kada je strujni krug zatvoren pojavi se inducirana struja. Na taj način zavojnica  $L_2$  postaje izvor električne energije. Energiju taj izvor «dobavlja» putem magnetskog polja. Inducirani napon ima svoj iznos i predznak. Najprije odredimo iznos:

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad M = 1 \cdot 10^{-3} \quad \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{15}{1} \cdot 10^3 = 15 \frac{kA}{s}$$

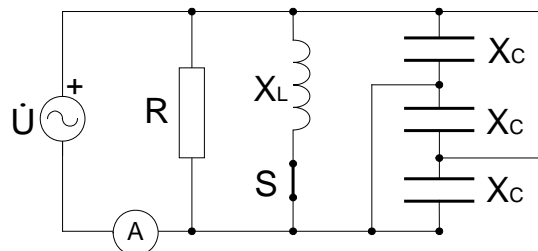
$$u_{ind} = M \cdot 15 \cdot 10^3 \quad u_{ind} = 15$$

Sada u obzir dolaze samo dva od ponuđenih odgovora C) i D).

Za određivanje predznaka ustanovimo pravilom desne ruke smjer mag. toka zavojnice  $L_1$ . Dobivamo da tok ide u desno i smanjuje se. Zamislamo, na čas, da je na krajeve zavojnice  $L_2$  spojen neki otpornik. Inducirana struja imala bi takav smjer kojim će podržavati tok (protivi se njegovom smanjivanju- Lenz-ov zakon!). Probamo tako da «pustimo» struju najprije u stezaljku **a** pa onda u **b**. Pravilom desne ruke svaki puta provjerimo da li mag. tok te struje ima odgovarajući smjer tj. da li podržava onaj od  $L_1$ . Ustanovimo da bi ta struja morala ulaziti u stezaljku **b** (izvor!) Zaključak: stezaljka **a** je pozitivna u odnosu na stezaljku **b** pa je napon  $u_{ab}=+15V$ . Pažnja : istovremeno je napon  $u_{ba} = -15 V$ .

**7. (2 boda)** Ako u spoju prema slici ( $R = X_L = 30 \Omega$ ,  $X_C = 90 \Omega$ ) otvorimo sklopku S (iz stanja „uključeno“ prebacimo je u stanje „isključeno“), iznos koji pokazuje ampermetar će se:

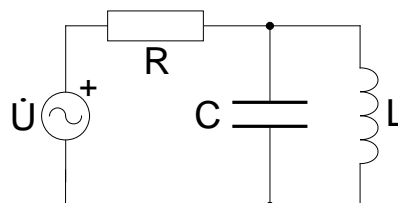
- A) povećati 2 puta
- B) smanjiti 2 puta
- C) povećati  $\sqrt{2}$  puta**
- D) smanjiti  $\sqrt{2}$  puta
- E) neće se promijeniti



**Rješenje:** Kondenzatori su spojeni paralelno pa je ukupan  $X_C$  zapravo  $30 \Omega$ . To znači da uz zatvorenu sklopku imamo paralelni rezonantni krug. Ukupna struja je struja otpornika. Pazite: struje kroz  $C$  i  $L$  postoje, ali su jednake i u protufazi su pa je njihova suma nula. Nakon otvaranja sklopke imamo paralelu  $R$   $X_C$ . Struje su jednake ali su pod  $90$  stupnjeva. Time je ukupna struja (zbroj)  $1,41$  puta veća od pojedinačnih (skicirajte vektore)

**8. (2 boda)** Kolika struja teče kroz zavojnicu u spoju prema slici uz kružnu frekvenciju  $\omega = 1000 \text{ rad/s}$ ? Zadano je:  $U = 10 \text{ V}$ ,  $R = 10 \Omega$ ,  $C = 0,5 \text{ mF}$ ,  $L = 2 \text{ mH}$ .

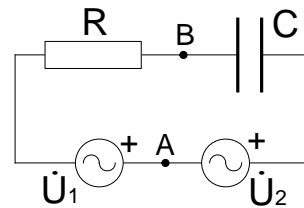
- A)  $10 \text{ A}$
- B)  $5 \text{ A}$**
- C)  $2 \text{ A}$
- D)  $1 \text{ A}$
- E)  $0 \text{ A}$



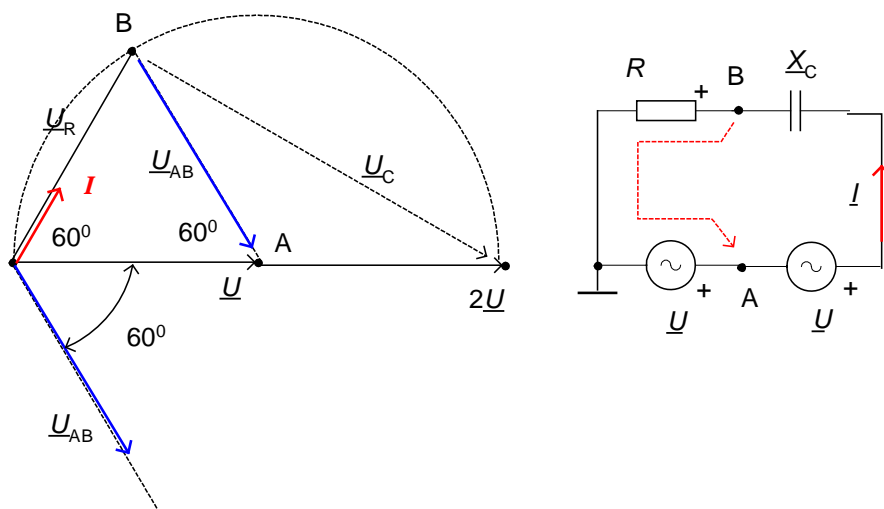
**Rješenje:** Odredimo  $X_C$  i  $X_L$ . Uz zadane podatke dobivamo da su jednaki ( $2 \Omega$ ). To znači da imamo paralelni rezonantni krug koji ima beskonačan otpor. Ukupna struja u krugu je nula pa nema pada napona na  $R$ . Napon izvora je na paraleli  $LC$ . Struje kroz  $C$  i  $L$  su jednake po  $5 \text{ A}$  (u protufazi su pa je ukupna struja nula!)

9. (2 boda) Koliki mora biti kapacitet  $C$  da bi fazni kut između napona  $U_1$  i  $U_{AB}$  bio  $60^\circ$  pri kružnoj frekvenciji  $\omega = 1000 \text{ rad/s}$ ? Zadano je:  $U_1 = U_2 = U \angle 0^\circ \text{ V}$ ,  $R = 100\sqrt{3} \ \Omega$ .

- A)  $1 \ \mu\text{F}$
- B)  $3,33 \ \mu\text{F}$**
- C)  $5 \ \mu\text{F}$
- D)  $6,66 \ \mu\text{F}$
- E)  $10 \ \mu\text{F}$



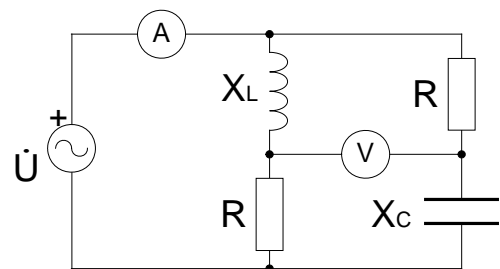
**Rješenje:** Prije bilo kakvog računanja treba napraviti skicu vektora-fazora (topografskog dijagrama)



Struja je kapacitivna. Točka B se mora nalaziti na polukružnici, ali ne bilo gdje, nego tamo gdje će biti zadovoljen uvjet iz zadatka o faznom pomaku između  $U$  i  $U_{AB}$ . Očito je da struja mora prethoditi naponu (naponima) za  $60$  stupnjeva. Taj pomak određuje impedancija serijskog  $RC$  spoja. Nacrtamo trokut impedancije sa kutem od  $60$  stupnjeva pa je onda  $X_C/R = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ , iz čega slijedi da je  $X_C = 300 \ \Omega$ , a  $C = 3,33 \ \mu\text{F}$ .

10. (2 boda) Odredite struju kroz ampermetar te napon na voltmetru u spoju prema slici ako je  $R = X_L = X_C = 2 \ \Omega$  i  $U = 100 \angle 0^\circ \text{ V}$ .

- A)  $8,33 \text{ A}, 50 \text{ V}$
- B)  $25 \text{ A}, 100 \text{ V}$
- C)  $50 \text{ A}, 100 \text{ V}$
- D)  $25 \text{ A}, 0 \text{ V}$
- E)  $50 \text{ A}, 0 \text{ V}$**



**Rješenje:** Najprije odredimo struje grana (induktivne kapacitivne), zatim ukupnu struju pa napon voltmetra ovako:

$$\begin{aligned}
I_1 &= \frac{U}{R + X_L} & I_1 &= 25 - 25j & I_2 &= \frac{U}{R + X_C} & I_2 &= 25 + 25j \\
I &= I_1 + I_2 & I &= 50 \\
U_V &= -I_2 \cdot X_C + I_1 \cdot R & U_V &= 0
\end{aligned}$$

*Pitanje:* Da li je to električni most u ravnoteži? Koji je uvjet ravnoteže mosta kod izmjenične struje, a koji kod “istosmjernog” mosta?

Pažljivi čitatelj će lako ustanoviti da struje ne ovise o redoslijedu elemenata u granama dok napon voltmetra ovisi. Npr. ako  $R$  i  $X_C$  u desnoj grani zamijene mjesta napon će biti 100V. Preporuča se za sve kombinacije rasporeda elemenata izračunati napon i nacrtati odgovarajuće topografske dijagrame. Osim iznosa napona koji pokazuje voltmeter iz topografskog dijagrama dobijete i fazne odnose!.

*I.Felja 2007*