

POLIFAZNI SUSTAVI

(Pripremio prof.dr.sc. Armin Pavić)

Sadržaj:

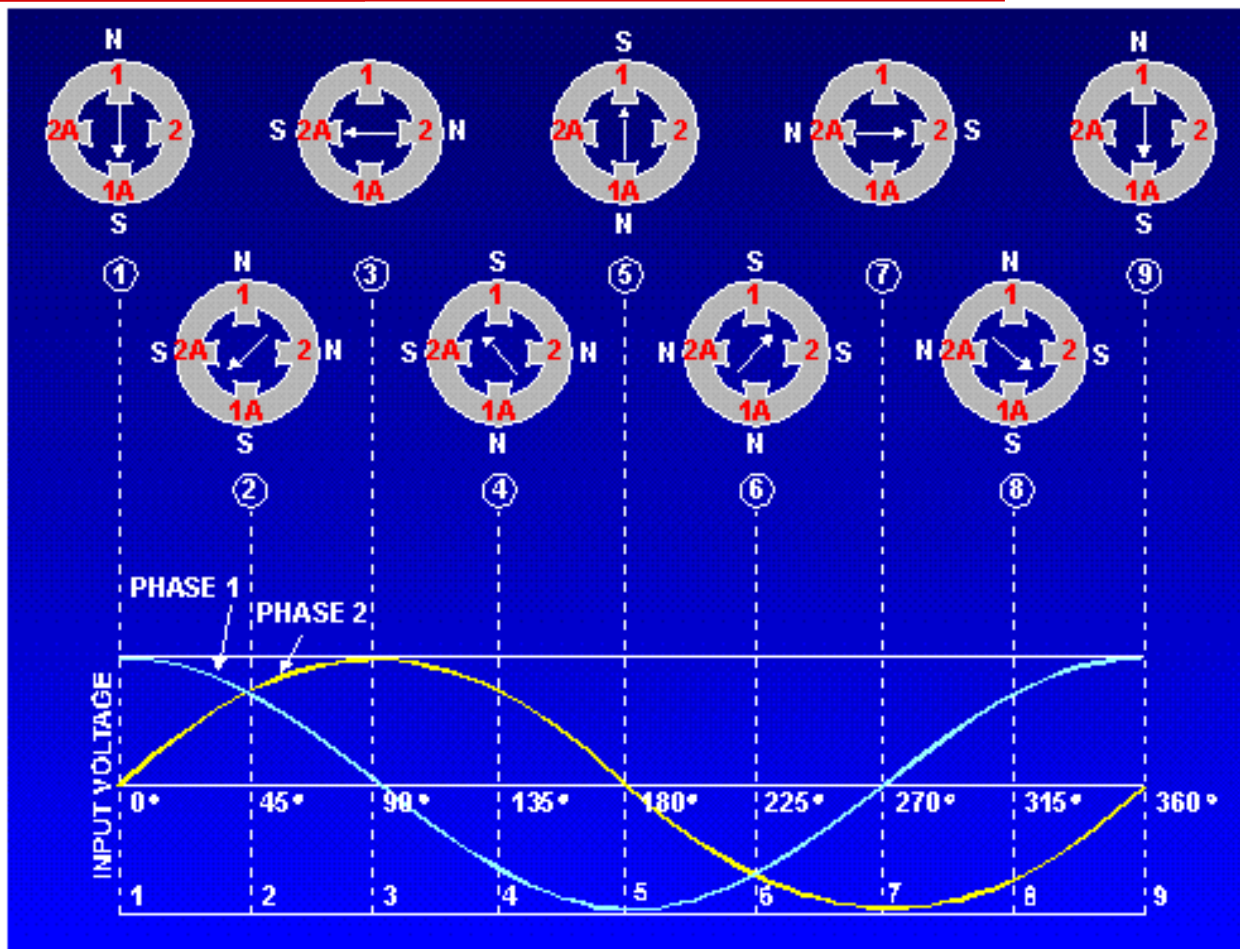
- Pojam polifaznog napona
- Trofazni napon
- Simetrični trofazni sustav
- Simetrično trošilo u spoju zvijezde i trokuta
- Nesimetrično trošilo s nulvodičem
- Snaga u simetričnom trofaznom sustavu,
- Kompenzacija jalove snage

Pojam polifaznog napona ili struje

- ◆ Polifazni napon (struja) = više izmjeničnih napona (struja) jednakih amplituda i frekvencija, međusobno pomaknutih u fazi.
- ◆ Dvofazni sustav (fazni pomak 90°) = najjednostavniji primjer
- ◆ Značajke: *konstantna snaga i rotirajuće magnetsko polje*
- ❖ **Primjer:** Ukupna snaga dvofaznog sustava struja i_1 i i_2 (na dva trošila jednakih otpora R)
$$i_1 = I_m \sin(\omega t); \quad i_2 = I_m \sin(\omega t + 90^\circ) = I_m \cos(\omega t);$$
$$p_{uk} = p_1 + p_2 = i_1^2 R + i_2^2 R = I_m^2 [\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)] R$$
$$p_{uk}(t) = I_m^2 R = \text{konst. (!)}$$

Ukupna snaga u ovakvom dvofaznom sustavu ista je u svakom času i ne mijenja se s vremenom!

Rotirajuće magnetsko polje



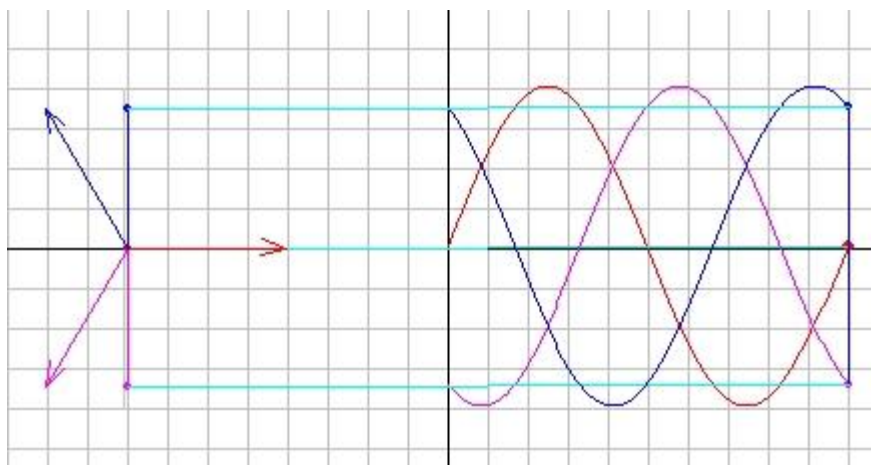
*Rezultatno magnetsko polje rotira
s kružnom frekvencijom ω dvofaznog napona*

- ♦ Trofazni napon = 3 napona međusobno pomaknuta u fazi za 120°

$$\dot{U}_1 = U_m \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_2 = U_m \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_3 = U_m \angle -240^\circ$$



$$u_1 = U_m \sin(\omega t)$$

$$u_2 = U_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_3 = U_m \sin(\omega t - 240^\circ)$$

- ♦ Svojstvo:

$$\dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) = 0$$

Ovakav napon nazivamo *simetrični* trofazni napon

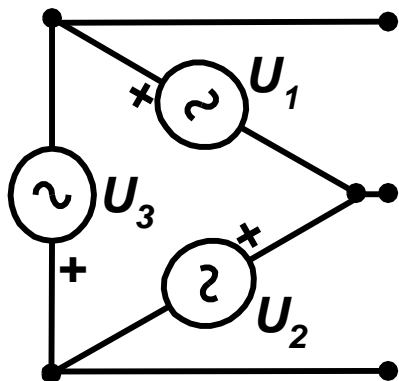
Generator trofaznog napona

♦ Načelo djelovanja

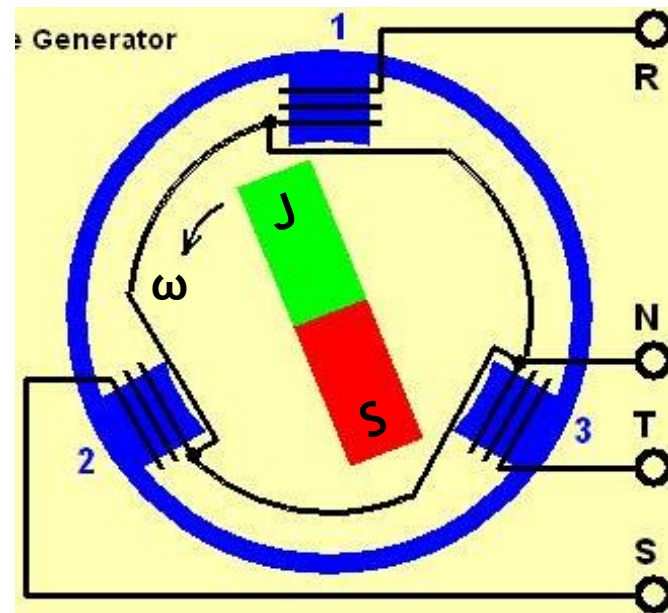
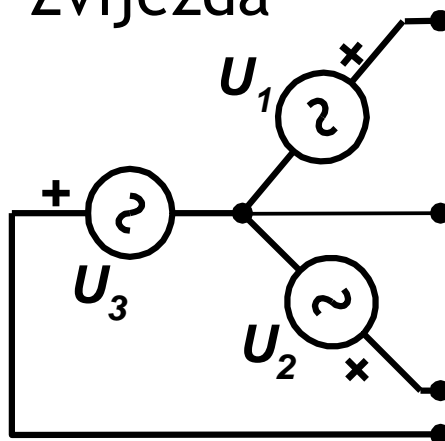
3 svitka (*faze generatora*) s osima prostorno zakrenutim za kut 120° , rotiraju u magnetskom polju (ili svici miruju, a polje rotira - slika desno)

♦ Spojevi faza generatora

Trokut



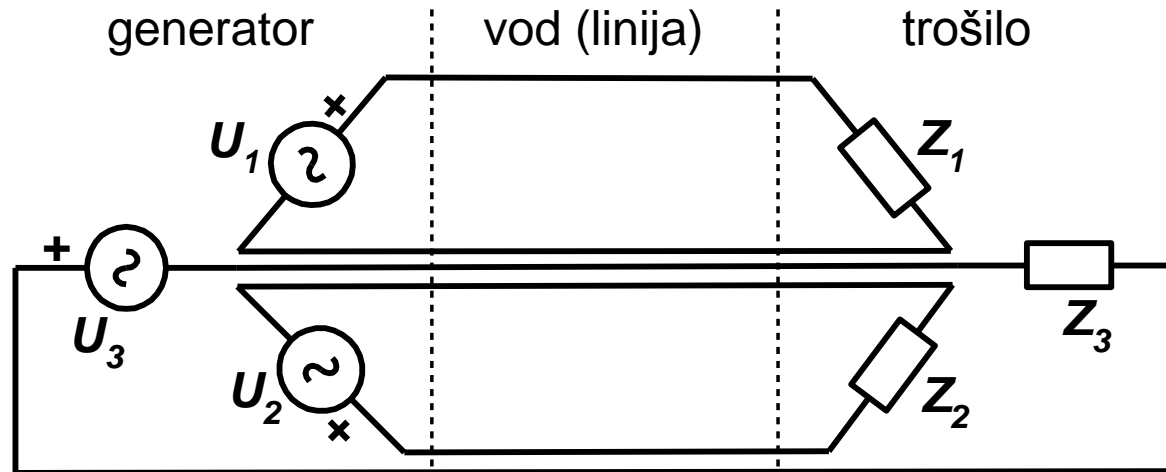
Zvijezda



- ❖ Kako su spojene faze ovoga generatora na slici?
- ❖ Što je s naponom ako magnet rotira u suprotnome smjeru?
- ❖ Što bi se dogodilo s rotorom da na priključnice generatora dovedemo trofazni napon?

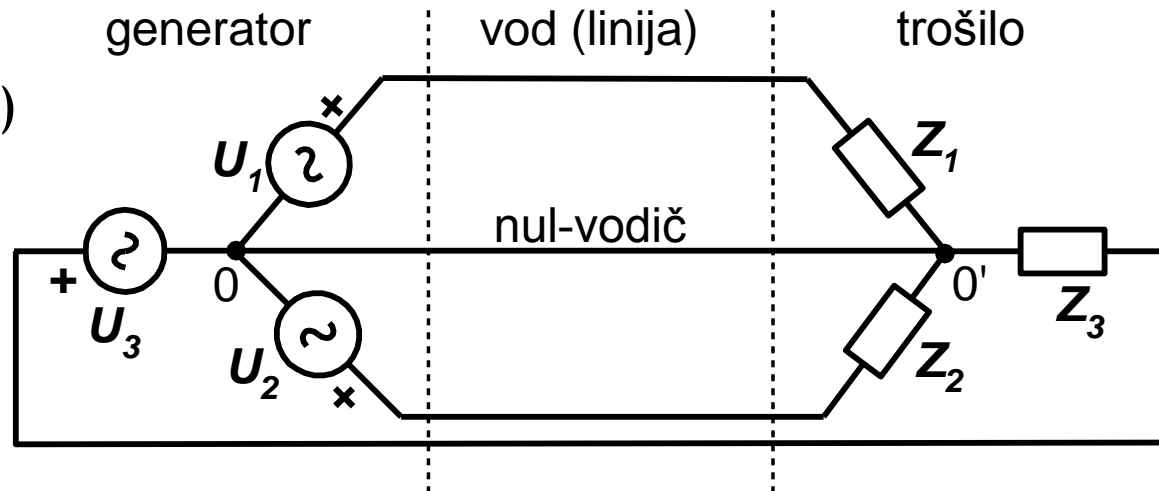
◆ Otvoreni sustav:

3 odvojena kruga



◆ Povezani sustav:

3 kruga su povezana u zvjezdishcima (nul-točke) generatora i trošila (0,0') pa koriste isti povratni vodič (nulvodič)



◆ Simetrično trošilo:

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z}$$

sim. trošilo + sim. generator = simetrični (uravnoteženi) sustav

- ◆ Fazni naponi (U_f) - U_1, U_2, U_3
naponi linijskih vodiča prema nulvodiču

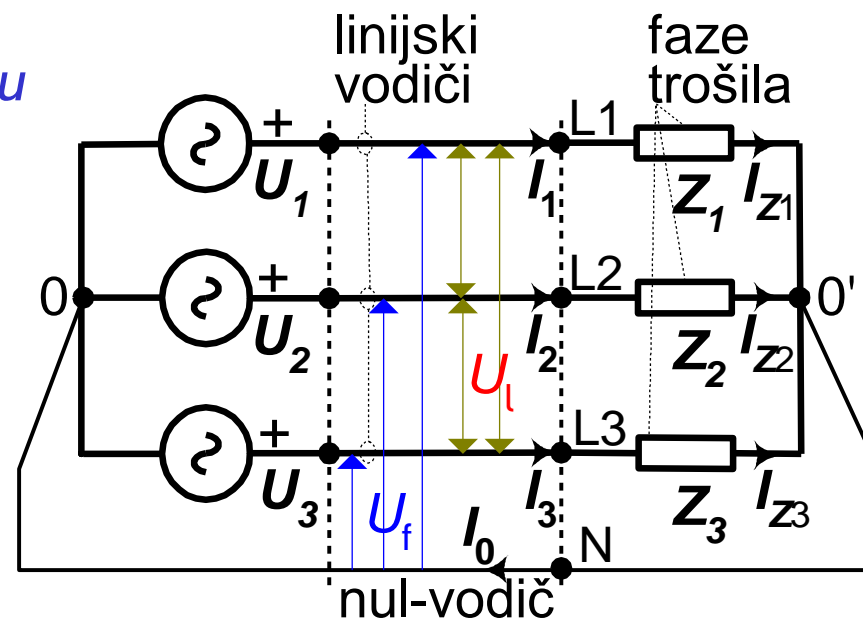
- ◆ L1, L2, L3 - oznake linijskih vodiča
(uz ove, normirane oznake, još se mogu naći oznake R, S, T i druge)
N - oznaka nulvodiča

- ◆ Linijske struje (I_l) - I_1, I_2, I_3
struje kroz linijske vodiče
struja nulvodiča $I_0 = I_1 + I_2 + I_3$ (KZS)

- ◆ Linijski naponi (U_l) - U_{12}, U_{23} i U_{31} - *naponi između linijskih vodiča*

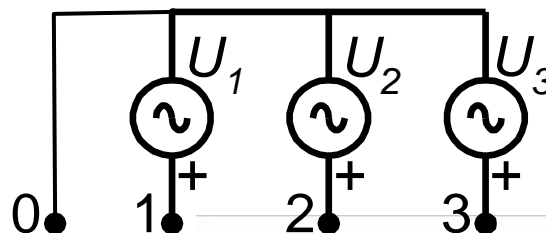
- ◆ Fazne struje (I_f) (trošila) - I_{Z1}, I_{Z2}, I_{Z3} - *struje kroz faze trošila*

- ❖ **Uočimo:** kod spoja u zvijezdu: $I_1 = I_{Z1}, I_2 = I_{Z2}, I_3 = I_{Z3}$, tj.
linijske struje jednake su faznima ($I_l = I_f$)



Odnos faznih i linijskih napona

- ◆ Trofazni generator u spoju zvijezde



- ◆ Topografski dijagram

Fazni naponi: U_1, U_2, U_3 ($\underline{U}_1 = U_1 \angle 90^\circ$)

Linijski naponi: U_{12}, U_{23}, U_{31}

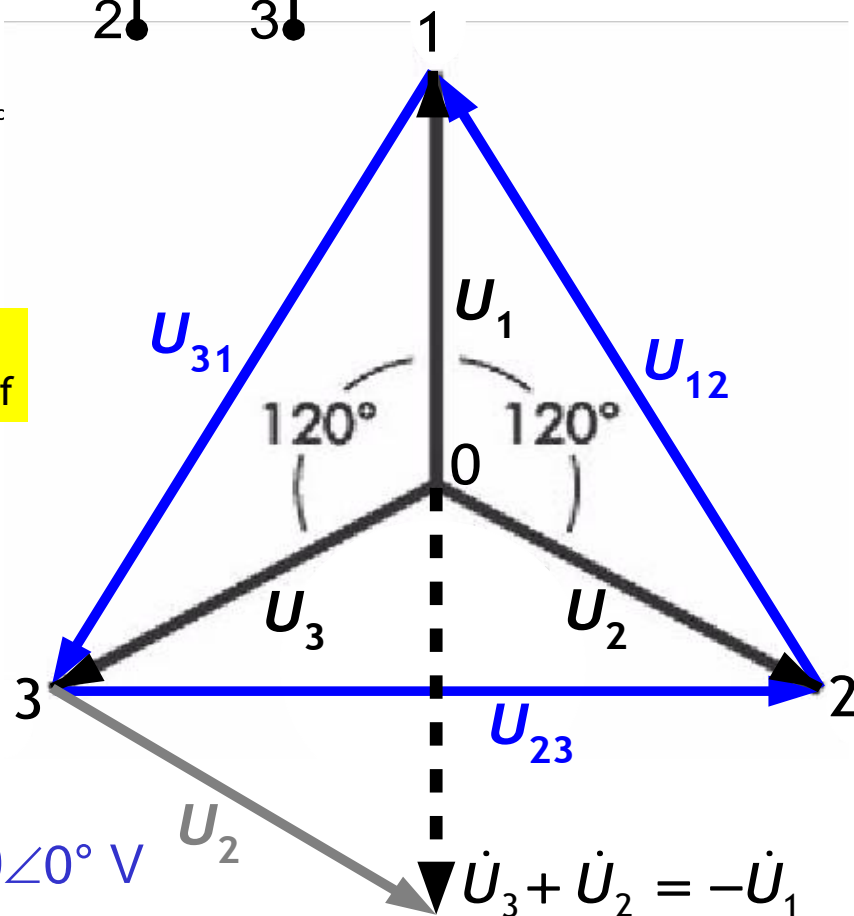
- ◆ Iz dijagrama se vidi: (istostranični trokut dolje)

$$U_l = \sqrt{3} U_f$$

- ◆ Također se vidi da je:

- $\sum U_f = 0$ (simetričan sustav), ali i
- $\sum U_l = 0$ (također simetričan sustav!)

- ❖ Odredite linijske napone ako je $\dot{U}_1 = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$



Simetrično trošilo u spoju zvijezde

- ◆ Spoj s nulvodičem: ($\varphi_0' = \varphi_0$), pa zbog toga na fazama trošila (\underline{Z}) su fazni naponi (U_1, U_2, U_3)
- ◆ Fazne struje trošila: (I_1, I_2, I_3)

$$\underline{i}_1 = \frac{\underline{\dot{U}}_1}{\underline{Z}} \quad \underline{i}_2 = \frac{\underline{\dot{U}}_2}{\underline{Z}} \quad \underline{i}_3 = \frac{\underline{\dot{U}}_3}{\underline{Z}}$$

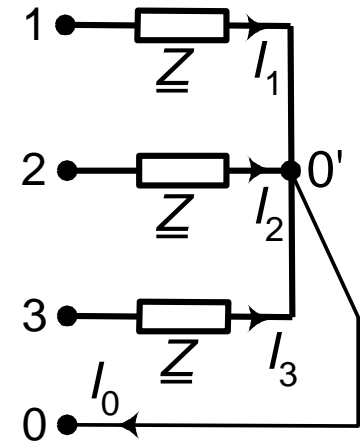
$$\underline{i}_1 + \underline{i}_2 + \underline{i}_3 = \frac{1}{\underline{Z}}(\underline{\dot{U}}_1 + \underline{\dot{U}}_2 + \underline{\dot{U}}_3) = 0 \Rightarrow \text{fazne struje čine simetričan sustav}$$

- ◆ Linijske struje: u spoju zvijezde *linijske struje jednake su faznima*

$$I_l = I_f$$

- ◆ Struja nulvodiča (prema KZS): $\underline{i}_0 = \underline{i}_1 + \underline{i}_2 + \underline{i}_3 = 0$

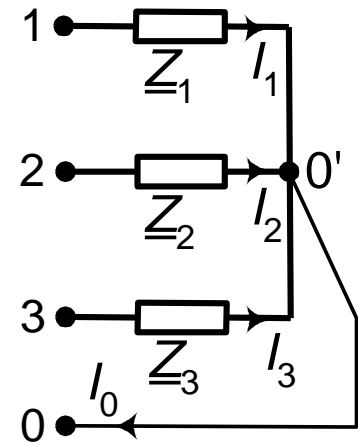
- ❖ Treba li nulvodič kod simetričnog trošila? (provjerite Millmanom)
- ❖ Zašto je u gradskoj elektrodistribucijskoj mreži nulvodič *obvezatan*?



- ◆ *Nulvodič osigurava da je na svakoj fazi trošila fazni napon, pa su*

- ◆ Struje trošila:
$$\underline{i}_1 = \frac{\underline{\dot{U}}_1}{\underline{Z}_1} \quad \underline{i}_2 = \frac{\underline{\dot{U}}_2}{\underline{Z}_2} \quad \underline{i}_3 = \frac{\underline{\dot{U}}_3}{\underline{Z}_3}$$

- ◆ Struja nulvodiča (prema KZS):
$$\underline{i}_0 = \underline{i}_1 + \underline{i}_2 + \underline{i}_3$$



❖ Zadatak

- Odredite struju nulvodiča u spoju na slici, ako je zadano:
 $U_f = 110 \text{ V}$, $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = 110 \angle 0^\circ \Omega$; $\underline{Z}_3 = 110 \angle -90^\circ \Omega$; (1,41 A)
- Bi li u slučaju prekida nulvodiča napon između nultocki trošila i generatora ($U_{0'0}$) ostao jednak nuli? (Provjera Millmanom).
- Bi li u slučaju prekida nulvodiča svaka faza trošila i dalje imala isti (fazni) napon? (Provjera Millmanom).

Simetrično trošilo u spoju trokuta

- ◆ Faze trošila (\underline{Z}) spojene su na linijske napone (U_{12} , U_{23} , U_{32}), koji stvaraju

- ◆ Fazne struje trošila: $i_{12} = \frac{\dot{U}_{12}}{\underline{Z}}$ $i_{23} = \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}}$ $i_{31} = \frac{\dot{U}_{31}}{\underline{Z}}$
od kojih su sastavljene

- ◆ Linijske struje: $i_1 = i_{12} - i_{31}$ $i_2 = i_{23} - i_{12}$ $i_3 = i_{31} - i_{23}$

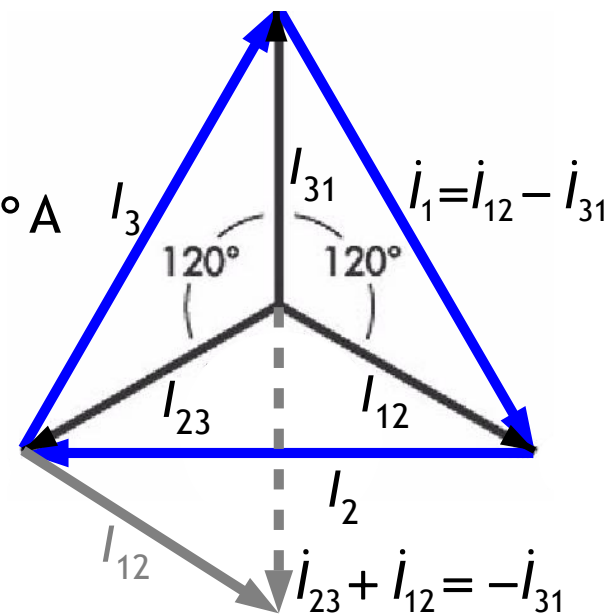
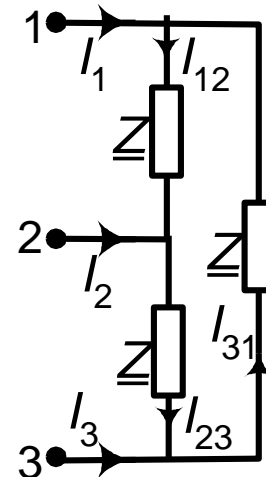
- ❖ **Primjer:** odrediti fazne i linijske struje ako je zadano: $\underline{Z} = 72 \angle 30^\circ \Omega$ i $U_{12} = 380 \angle 0^\circ \text{ V}$.

$$i_{12} = \frac{\dot{U}_{12}}{\underline{Z}} = 5 \angle -30^\circ \text{ A}; \quad i_{23} = \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}} = 5 \angle -150^\circ \text{ A}; \quad i_{31} = \frac{\dot{U}_{31}}{\underline{Z}} = 5 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$i_1 = i_{12} - i_{31} = 8,66 \angle -60^\circ \text{ A}; \quad i_2 = i_{23} - i_{12} = 8,66 \angle -180^\circ \text{ A}$$

$$i_3 = i_{31} - i_{23} = 8,66 \angle 60^\circ \text{ A} \quad (\text{vidi dijagram desno})$$

- ◆ Račun i dijagram pokazuju: $I_l = \sqrt{3} I_f$



Snaga simetričnog trofaznog trošila

♦ Trošilo u spoju zvijezde - *radna snaga*

Radna snaga jedne faze trošila: $P_1 = U_f I_f \cos \varphi$

Ukupna radna snaga (triju faza) trošila: $P_{uk} = 3P_1 = 3U_f I_f \cos \varphi$

Izraz pomoću linijskih veličina ($U_l = \sqrt{3}U_f$, $I_l = I_f$) daje: $P_{uk} = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi$

♦ Trošilo u spoju trokuta - *radna snaga*

Radna snaga jedne faze trošila: $P_1 = U_f I_f \cos \varphi$

Ukupna radna snaga (triju faza) trošila: $P_{uk} = 3P_1 = 3U_f I_f \cos \varphi$

Izraz pomoću linijskih veličina ($U_l = U_f$, $I_l = \sqrt{3}I_f$) daje: $P_{uk} = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi$

⇒ *bez obzira na spoj, ukupna radna snaga trošila računa se istom jednadžbom:*

$$P_{uk} = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi$$

♦ Na isti način dobiva se za *jalovu snagu*:

$$Q_{uk} = \sqrt{3} U_l I_l \sin \varphi$$

❖ Može li se ovdje istim načelom zbrajanja izračunati ukupna prividna snaga kao $S_{uk} = 3U_f I_f = \sqrt{3}U_l I_l$? Zašto?

Kod nesimetričnog trofaznog trošila (i kod spojeva više takvih trošila) ukupna snaga se računa kao u bilo kojoj mreži, tj.

- ◆ *Ukupna radna snaga = Σ svih radnih snaga ($P_{uk} = \Sigma P_i = P_1 + P_2 + P_3$).*
- ◆ *Ukupna jalova snaga jednaka je razlici ukupne induktivne i ukupne kapacitivne jalove snage ($Q_{uk} = \Sigma Q_L - \Sigma Q_C$).*
- ◆ *Ukupna prividna snaga dobiva se iz trokuta ukupne snage:*

$$S_{uk} = \sqrt{P_{uk}^2 + Q_{uk}^2}$$

❖ Zadatak:

Trošilo s impedancijama \underline{Z}_1 , \underline{Z}_2 i \underline{Z}_3 spojenim u zvijezdu priključeno je na trofaznu mrežu linijskog napona 381 V s nulvodičem. Odredite ukupnu radnu i ukupnu jalovu snagu trošila, struje trošila i nulvodiča te skicirajte vektore svih struja, ako je zadano: $\underline{Z}_1 = 44 \angle 60^\circ \Omega$, $\underline{Z}_2 = 44 \angle -60^\circ \Omega$, $\underline{Z}_3 = 44 \angle 0^\circ \Omega$.

(2200 W; 0 VAR; $I_1 = I_2 = I_3 = 5$ A; $I_0 = 5$ A)

- ◆ Kompenzacija jalove snage, radi popravljjanja faktora snage, obavlja se ovdje istim načelom kao i u jednofaznoj mreži, s tom razlikom da se ovdje (simetrično na sve tri faze) priključuju 3 kompenzacijska kapaciteta, od kojih svaki preuzima po 1/3 ukupne snage.

- ◆ Određivanje potrebne kapacitivne jalove snage

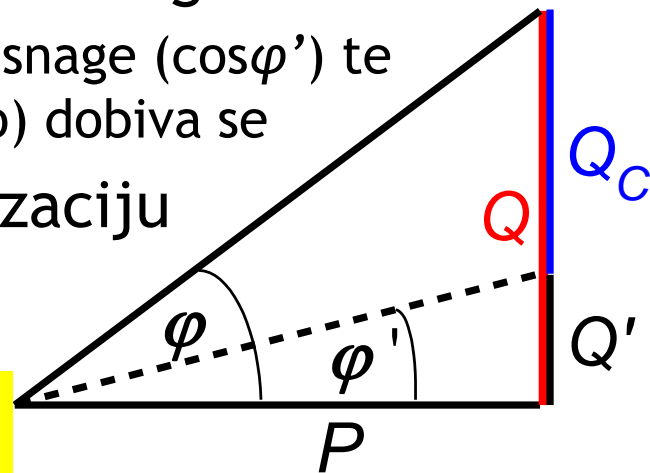
Na temelju poznatog ($\cos\varphi$) i željenog faktora snage ($\cos\varphi'$) te poznate radne snage P , iz trokuta snage (desno) dobiva se

- ◆ Kapacitivna snaga potrebna za kompenzaciju

$$Q_c = Q - Q' = P(\tan\varphi - \tan\varphi')$$

iz čega se računaju potrebni (fazni) kompenzacijski kapaciteti ovako:

$$C = \frac{Q_c}{3\omega U^2}$$



gdje je: $U=U_f$ za spoj kondenzatora u zvijezdu, a

$U=U_l$ za spoj kondenzatora u trokut.

- ❖ Za koji spoj trebamo manji kapacitet? Na što treba pritom paziti?

- ❖ Kondenzator kapaciteta $150 \mu\text{F}$ priključuje se prvo između linijskih vodiča (L1 i L2), a zatim između linijskog vodiča (L1) i nulvodiča (N) mreže trofaznog napona, frekvencije 50 Hz. Ako se pritom izmjerene struje kroz kondenzator razlikuju za 7,59 A, odredite:
 - a) u kojem spoju je izmjerena veća struja?
 - b) koliki je linijski napon mreže? (380 V)
- ❖ Kako se promijene linijske struje simetričnog trošila spojenog u trokut, ako faze trošila prespojimo u zvijezdu? ($\downarrow 3\times$)
- ❖ Na trofazni napon gradske mreže priključen je elektromotor snage $P=6 \text{ kW}$ i $\cos\varphi=0,77$. Odredite najmanji kapacitet i način spajanja kondenzatora kojima bismo ukupni faktor snage povećali na $\cos\varphi'=0,86$. Koliki bi trebao biti nazivni napon kondenzatora? (10,4 μF , Δ ; 400 V)
- ❖ *S pomoću izraza za trenutačnu snagu jedne faze trošila: $p_1(t)=U_f I_f \cos\varphi - U_f I_f \cos(2\omega t + 2\alpha_u - \varphi)$ dokažite da je ukupna trenutačna snaga simetričnog trofaznog trošila konstantna i da je jednaka ukupnoj radnoj snazi trošila. ($p_{\text{uk}}(t)=3U_f I_f \cos\varphi=\text{konst.}$)