

5. predavanje iz OE

OSNOVE MAGNETIZMA

(Uredio prof.dr.sc. Armin Pavić)

29.9.2009

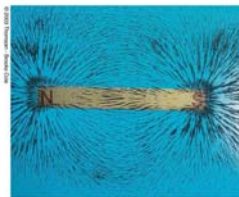
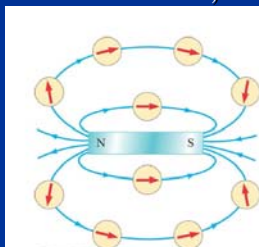
Osnove elektrotehnike

1

Magnetizam

- Magnetsko polje uzrokuju permanentni magneti

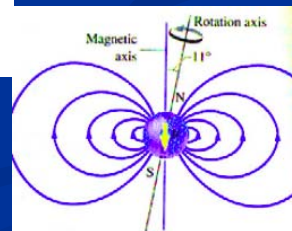
- Vizualizacija – željezni prah u polju



N - sjeverni pol
(izulaz silnica)
S - južni pol
(ulaz silnica)

- Zemlja → magnetsko polje

- kompas (magnetska igla)
pokazuje linije (silnice) polja



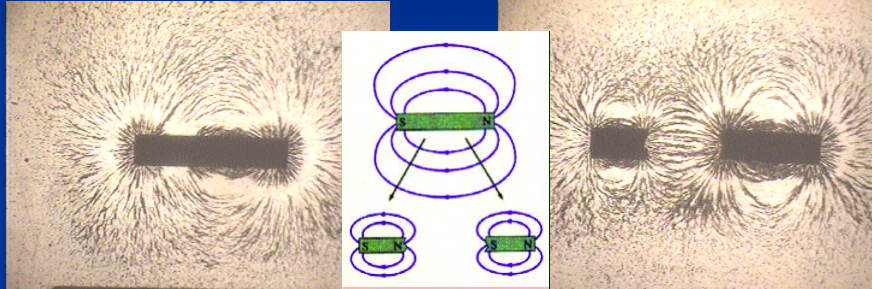
29.9.2009

Osnove elektrotehnike

2

Temeljna svojstva magn. polja

- Nema magnetskih naboja



- Linije magnetskog polja su zatvorene krivulje

29.9.2009

Osnove elektrotehnike

3

Sile između magneta

- Istoimeni polovi se odbijaju a raznoimeni privlače



- Magnetska sila nastoji postaviti oba polja u isti smjer

29.9.2009

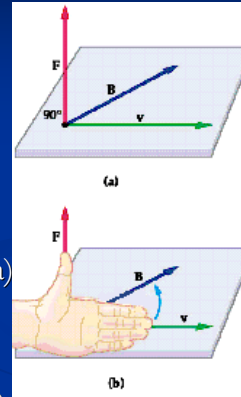
Osnove elektrotehnike

4

Sila na naboj koji se giba u magnetskom polju

■ Magnetsko polje djeluje silom na naboje

- Ako se gibaju!
- Djeluje samo na okomitu komponentu v
- Smjer sile: pravilo lijeve ruke
- Iznos sile je $|\vec{F}| = q \cdot v_{\perp} \cdot B$



■ Kvantifikacija magnetskog polja

- Vektor magn. indukcije \mathbf{B} $[B] = \text{Vs}/\text{m}^2 = \text{T}$ (tesla)
 - Smjer: (tangencijalan na) linije polja
 - $B = \text{gustoća magnetskog toka}$
- Magnetski tok Φ $[\Phi] = \text{Vs} = \text{Wb}$ (veber)
 - količina linija polja koja prolazi kroz neku površinu S
 - za $B = \text{konst.}$ (homogeno polje) i $S \perp$ na $\mathbf{B} \rightarrow \Phi = B \cdot S$

29.9.2009

Osnove elektrotehnike

5

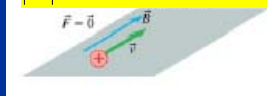
■ Veličina sile ako brzina nije okomita na polje:

$$|\vec{F}| = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$$

- α je kut između vektora brzine \mathbf{v} i vektora \mathbf{B}

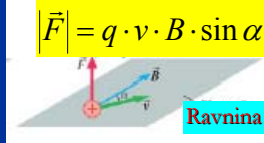
$$\alpha = 0 \quad ; \quad \sin \alpha = 0$$

$$|\vec{F}| = 0$$



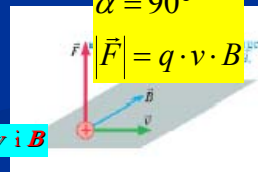
$$\alpha \neq 0$$

$$|\vec{F}| = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$$



$$\alpha = 90^\circ$$

$$|\vec{F}| = q \cdot v \cdot B$$

Ravnina \mathbf{v} i \mathbf{B}

- Primjena: Oblikovanje slike na zaslonu televizora ili računalnog monitora (katodna cijev)

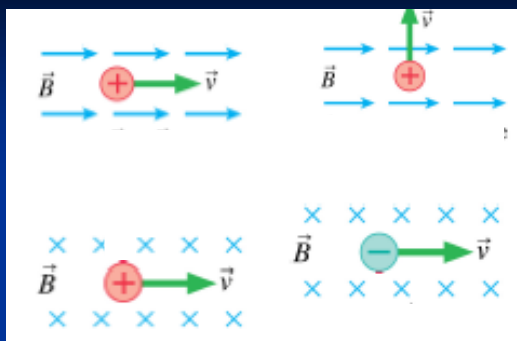
29.9.2009

Osnove elektrotehnike

6

Primjeri

- Odredite smjer magnetske sile na naboj koji se giba brzinom v za svaki od četiri slučaja na slici desno.



- Čestice različitih masa m i naboja Q ubacuju se raznim brzinama v u homogeno magnetsko polje gustoće B , okomito na silnice polja. Koji oblik ima i o kojim parametrima ovisi putanja čestica u polju?

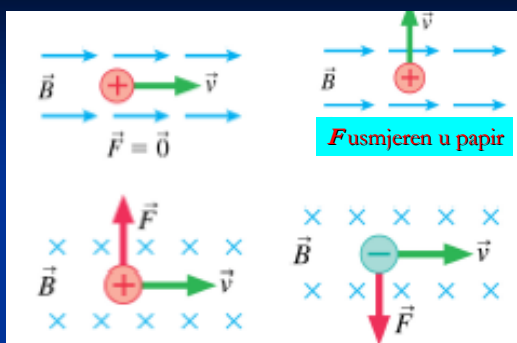
29.9.2009

Osnove elektrotehnike

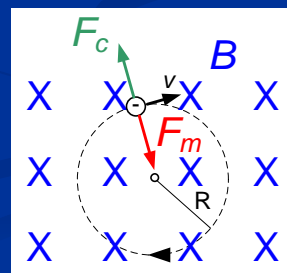
7

Primjeri

- Odredite smjer magnetske sile na naboj koji se giba brzinom v za svaki od četiri slučaja na slici desno.



- Čestice različitih masa m i naboja Q ubacuju se raznim brzinama v u homogeno magnetsko polje gustoće B , okomito na silnice polja. Koji oblik ima i o kojim parametrima ovisi putanja čestica u polju? (kružnica, $r = mv/qB$)



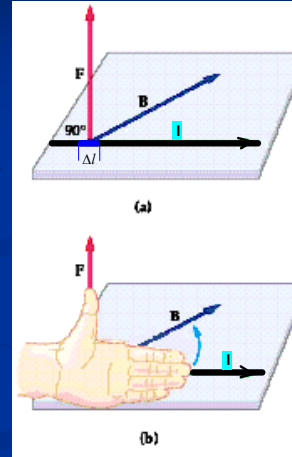
29.9.2009

Osnove elektrotehnike

Sila na vodič protjecan strujom u magn. polju

- El. struja = naboji u gibanju – Sila na naboje prenosi se na vodič → sila na vodič
 - Jakost struje $I = \Delta Q / \Delta t$ $\Delta Q = I \Delta t$
 - Δl = dio vodiča u kojem je naboj ΔQ
 - brzina naboja u smjeru struje $v = \Delta l / \Delta t$
- Sila na odsječak vodiča duljine Δl protjecan strujom I , postavljen \perp na silnice polja gustoće B

$$F = B \Delta Q v = B I \Delta t \Delta l / \Delta t = B I \Delta l$$
- Za ravni vodič duljine l $|\vec{F}| = B I l$
 - Ako vodič sa smjerom polja čini kut α : $F = B I l \sin \alpha$

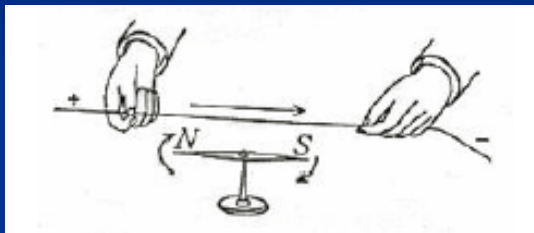


29.9.2009

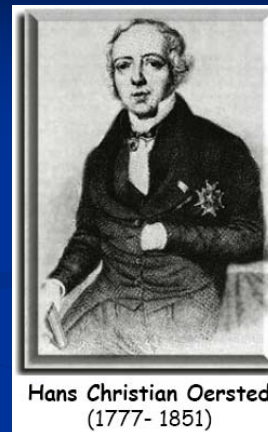
Osnove elektrotehnike

9

- Struja (naboji u gibanju) uzrokuju magnetsko polje



U blizini vodiča protjecanog strujom
otklanja se magnetska igla!



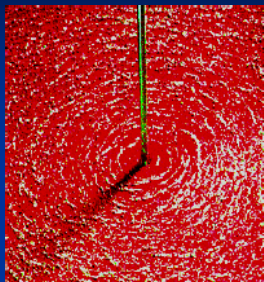
Hans Christian Oersted
(1777- 1851)

29.9.2009

Osnove elektrotehnike

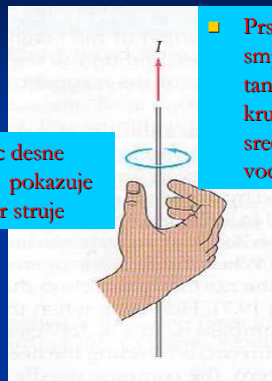
10

■ Magnetsko polje ravnog vodiča

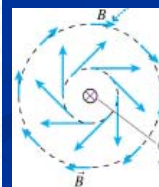


- Silnice polja ravnog vodiča koncentrične su kružnice

■ Palac desne ruke pokazuje smjer struje



■ Prsti pokazuju smjer polja tangencijalan na kružnicu sa središtem u osi vodiča



- Smjer polja i smjer struje povezuje pravilo desne ruke (desni vijak)

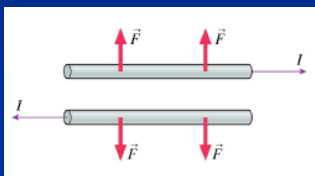
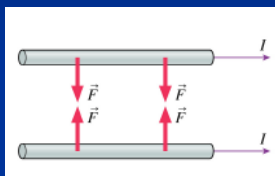
29.9.2009

Osnove elektrotehnike

11

■ Eksperiment: sila između dva paralelna vodiča

- Jedan vodič uzrokuje magnetsko polje
- Ono silom djeluje na drugi vodič



André Marie Ampère
(1775 - 1836)

$$F = k \frac{I_1 I_2 l}{d} = 2\pi \cdot 10^{-7} \frac{I_1 I_2 l}{d} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{I_1}{2\pi d} I_2 l = B_1 I_2 l$$

29.9.2009

Osnove elektrotehnike

12

■ **Primjer:** gustoća magnetskog toka B ravnog vodiča

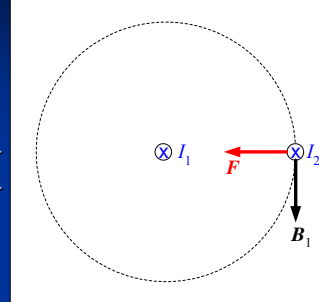
$$F = B_l I_2 l = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{I_1}{2\pi d} I_2 l \quad \text{pa je}$$

$$B_l = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{I_1}{2\pi d}$$

gustoća toka koju struja I_1 stvara na mjestu struje I_2 , a

$$4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} = \mu_0$$

je *prirodna* konstanta koju nazivamo *permeabilnost vakuumu*



- Općenito, na udaljenosti d od ravnog vodiča struje I u bilo kojemu sredstvu, gustoća magnetskog toka je

$$|\vec{B}| = \mu_r \mu_0 \frac{I}{2\pi d}$$

gdje je μ_r *relativna permeabilnost* značajka sredstva (tvari) u kojemu se polje širi.

- Za zrak i većinu tvari (osim feromagnetika) je $\mu_r \approx 1$

29.9.2009

Osnove elektrotehnike

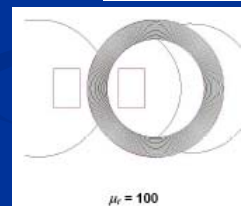
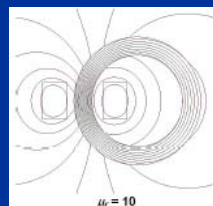
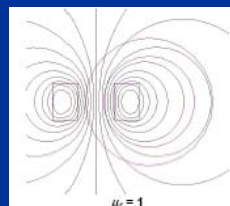
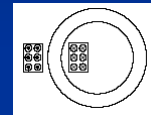
13

Materijali u magnetskom polju

■ Feromagnetici

- Uz istu pobudu (struju) magnetska indukcija B je veća μ_r puta nego u vakuumu (zraku)

- Kanaliziraju magnetski tok



- Nelinearnost zavisnosti $B(I)$ - μ_r ovisi o struji!

29.9.2009

Osnove elektrotehnike

14

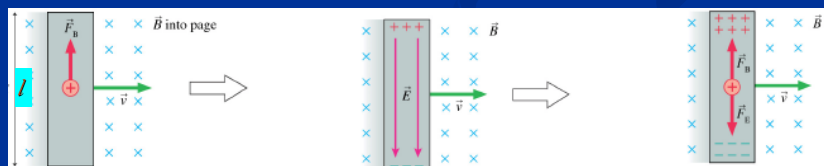
Elektromagnetska indukcija

■ Gibanje vodiča u magnetskom polju

- Polje djeluje na naboje silom $F = q \cdot v \cdot B$
- Naboji se razdvajaju uz el. silu $F_{el} = q \cdot E$
- Iz ravnoteže sila: $q \cdot E = q \cdot v \cdot B \quad E = v \cdot B$
- Inducirani napon iznosi $U_i = E \cdot l = B \cdot l \cdot v$



Michael Faraday
(1791-1867)



29.9.2009

Osnove elektrotehnike

15

■ Inducirani napon može se odrediti i na temelju rada kojega obavi sila na elektrone

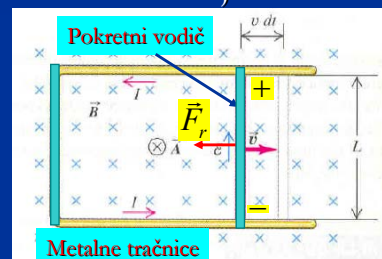
$$W = q \cdot v \cdot B \cdot l$$

■ Između krajeva štapa javlja se napon

$$U_{AB} = \frac{W}{q} = B \cdot l \cdot v$$

■ Razmotrimo sada gibanje vodiča duž vodljiva okvira

- Vodič je izvor napona
- Zatvara se strujni krug
- U Δt put vodiča je $\Delta x = v \cdot \Delta t$
- Površina je: $\Delta S = l \cdot \Delta x = l \cdot v \cdot \Delta t$
- Promjena toka $\Delta \Phi = \Delta S \cdot B$



■ Tako dobivamo izraz za inducirani napon

$$|U_i| = B \cdot l \cdot v = \frac{B \cdot l \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t} = \frac{B \Delta S}{\Delta t} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

29.9.2009

Osnove elektrotehnike

16

- **Promjena** toka uzrokuje inducirani napon
- Polaritet induciranog napona: Lenzovo pravilo
 - Inducirani napon se svojim djelovanjem protivi uzroku svojega nastanka (promjeni magn. toka)
 - To se označava dodavanjem predznaka "–" u
 - Faradayev zakon:

$$U_i = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - \frac{d\Phi}{dt}$$



- Potvrda - prethodni primjer:
Smjer sile F_r na vodič je suprotan v (i koči vodič)

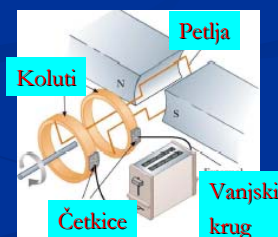
29.9.2009

Osnove elektrotehnike

17

Primjer: Generator

- Štap koji siječe silnice polja (iz prethodnog razmatranja)
= generator istosmjernog napona
- Petlja koju okrećemo u vanjskom polju
= generator izmjeničnog napona
 - Inducira se napon u petlji
 - Krajevi petlje su spojeni na kolute koji rotiraju s petljom
 - Vanjski krug je spojen preko fiksnih četkica koje su u kontaktu s kolutima



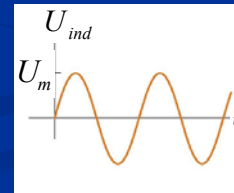
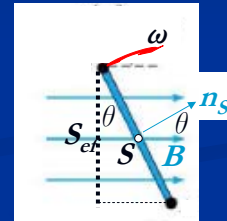
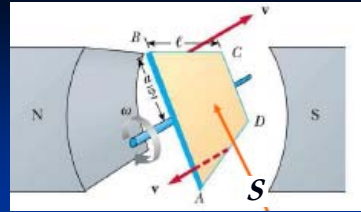
29.9.2009

Osnove elektrotehnike

18

- Napon se inducira jer se tok obuhvaćen petljom mijenja
 - Tok Φ kroz petlju ovisi o kutu θ koji okomica na petlju n_s čini sa smjerom polja B tako da je $\Phi = BS \cos \theta = B S_{ef}$ ($S_{ef} = S \cos \theta$)
 - Kut θ se mijenja s vremenom t stalnom *kutnom brzinom* ω tako da je $\theta = \omega t$ pa se i obuhvaćeni tok mijenja s vremenom tako da je $\Phi = BS \cos(\omega t)$
 - Inducirani napon jednak je

$$U_i = -d\Phi/dt = BS\omega \sin(\omega t) = U_m \sin(\omega t)$$

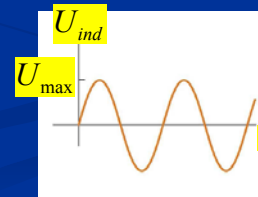
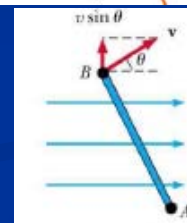
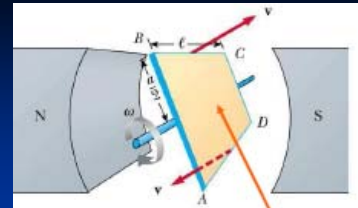


29.9.2009

Osnove elektrotehnike

19

- Drugi način: napon se inducira u dijelovima zavoja BC i DA
 - Komponenta brzine okomita na B je $v_{\perp} = v \sin \theta$
 - U dijelu BC se inducira napon $U_{BC} = Blv_{\perp} = Blv \sin \theta$
 - U dijelu DA se inducira isti napon, pa je ukupni napon $U_{AB} = 2Blv \sin \theta$
 - Vrijedi: $v = r\omega = \frac{a}{2}\omega$; $\theta = \omega t \Rightarrow U_{ind} = Bla\omega \sin \omega t$



29.9.2009

Osnove elektrotehnike

20

- Površina petlje $S = l \cdot a$ pa je napon induciran u petlji

$$u_i = f(t) = BS\omega \sin(\omega t) = U_m \sin(\omega t)$$

gdje je $BS = \Phi_m$ – maksimalni tok obuhvaćen petljom, a

$\omega BS = \omega \Phi_m = U_m$ – maksimalna vrijednost induciranog napona

- Pitanja: Zašto se napon ne inducira u dijelovima petlje AB i CD ?

Kako bismo vrtnjom u istom polju i istom brzinom dobili veći inducirani napon U_m ?

29.9.2009

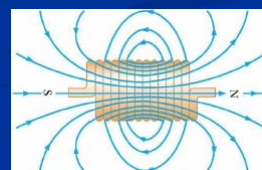
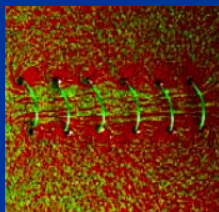
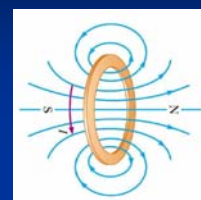
Osnove elektrotehnike

21

- Povećanje induciranog napona – N zavoja

- Zavojnice

- Povećanje toka
- N zavoja



29.9.2009

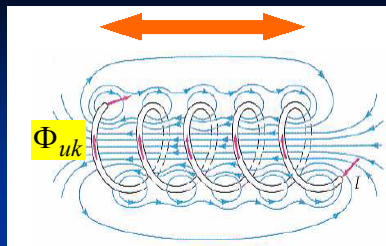
Osnove elektrotehnike

22

■ Zavojnica s N zavoja

- Φ_{uk} prolazi kroz sve zavoje
- U svakom zavoju se inducira:

$$U_{ind,l} = -\frac{d\Phi_{uk}}{dt}$$



- Ukupni inducirani napon je $U_{ind} = N \cdot U_{ind,l} = -N \frac{d\Phi_{uk}}{dt}$
- Uvodimo pojam ulančanog (obuhvaćenog) toka:

$$\psi = N \cdot \Phi_{uk}$$

- Pa je ukupni inducirani napon

$$U_{ind} = -\frac{d\psi}{dt}$$

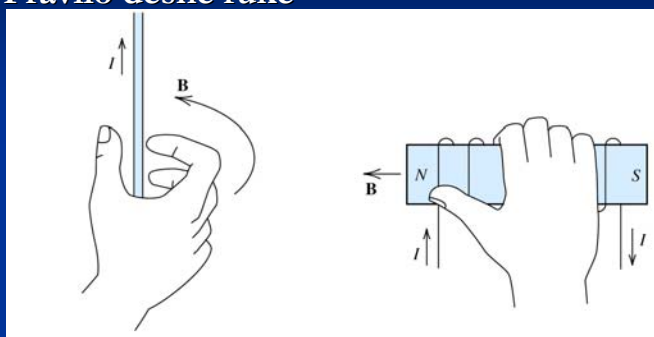
29.9.2009

Osnove elektrotehnike

23

■ Smjer magnetskog polja i smjer struje

■ Pravilo desne ruke



- Ako palac desne ruke pokazuje smjer struje prsti pokazuju smjer polja

- Ako prsti desne ruke obuhvate zavojnicu u smjeru struje palac pokazuje smjer polja

29.9.2009

Osnove elektrotehnike

24

Induktivitet

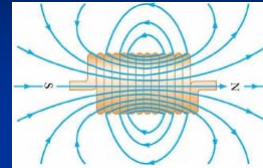
- Obuhvaćeni (ulančani) magnetski tok Ψ razmjeran je struji I , koja ga stvara, tako da je

$$\Psi = L \cdot I$$

- L je koeficijent samoindukcije, samoinduktivitet, ili kraće induktivitet

$$L = \frac{\Psi}{I}$$

$$[L] = \text{Vs/A} = \text{H} \quad (\text{henri})$$



Mjera sposobnosti da se strujom obuhvati vlastiti tok

- Faradayev zakon

$$u_{ind} = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Li) = -L\frac{di}{dt}$$

ovako, preko induktiviteta L , povezuje inducirani napon s vremenskom promjenom struje i

29.9.2009

Osnove elektrotehnike

25

Još o induktivitetu

- Induktivnost = svojstvo tijela da strujom obuhvaća vlastiti magnetski tok
- Induktivitet, koeficijent vlastite indukcije, ili koeficijent samoindukcije = mjera induktivnosti
- Induktivitet = također element električnog kruga (kao što su kapacitet i otpor)

- Znak za induktivitet



29.9.2009

Osnove elektrotehnike

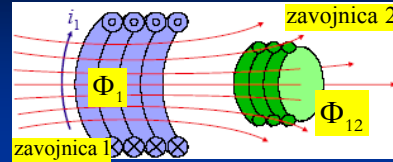
26

Međuiduktivitet

- Dvije bliske zavojnice:

- Zavojnica 1 stvara tok Φ_1
- Zavojnica 2 s N_2 zavoja obuhvaća dio tog toka

$\Phi_{12} = k \Phi_1$ (gdje je k faktor magnetske veze $0 < k < 1$) tako da je njome ulančani tok $\Psi_{12} = N_2 \Phi_{12}$ razmjeran struji I_1 , tj. $\Psi_{12} = M I_1$
Faktor razmjernosti M naziva se



- Međuiduktivitet

(koeficijent međuidukcije)

$$M = \frac{\Psi_{12}}{I_1} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1} = \frac{\Psi_{21}}{I_2} = \frac{N_1 \Phi_{21}}{I_2}$$

- Ako se tok mijenja u vremenu u zavojnici 2 inducira se napon međuidukcije:

$$U_{ind,2} = - \frac{d\Psi_{12}}{dt} = - \frac{d}{dt}(M I_1) = -M \frac{dI_1}{dt}$$

29.9.2009

Osnove elektrotehnike

27

Veza induktiviteta i međuiduktiviteta

- Na osnovi prethodnih jednadžbi, međuiduktivitet možemo izraziti s pomoću induktiviteta jedne zavojnice ovako:

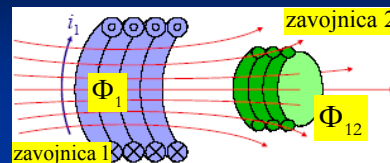
$$M = \frac{\Psi_{12}}{I_1} = \frac{N_2 k \Phi_1}{I_1} = k \frac{N_2}{N_1} \frac{N_1 \Phi_1}{I_1} = k \frac{N_2}{N_1} L_1$$

ili s pomoću induktiviteta druge zavojnice, ovako

$$M = \frac{\Psi_{21}}{I_2} = \frac{N_1 k \Phi_2}{I_2} = k \frac{N_1}{N_2} \frac{N_2 \Phi_2}{I_2} = k \frac{N_1}{N_2} L_2$$

- Pomnožene, ove dvije jednadžbe daju:

$$M = k \sqrt{L_1 L_2}$$



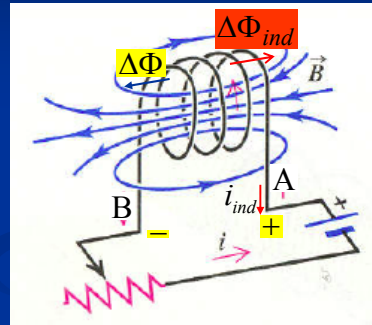
29.9.2009

Osnove elektrotehnike

28

Polaritet induciranog napona

- Napon samoindukcije (Lenzovo pravilo)
 - U zavojnicu ulazi rastuća struja
 - Tok kroz zavojnicu raste
 - Zavojnica se opire rastu toka
 - Inducira se struja koja nastoji poništiti rast toka
 - Inducirani napon je:
 - na A ulazi struja



$$u_{AB} = L \frac{di}{dt}$$

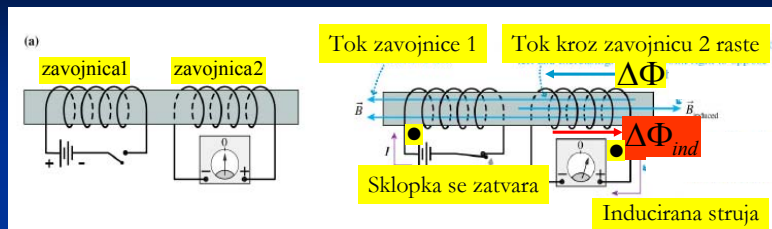


29.9.2009

Osnove elektrotehnike

29

- Napon međuindukcije (Lenzovo pravilo)



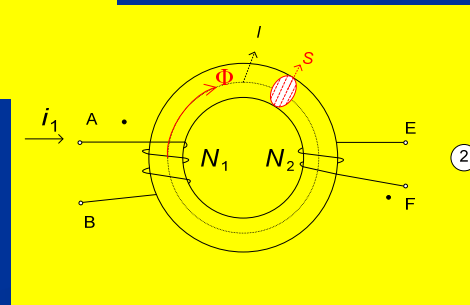
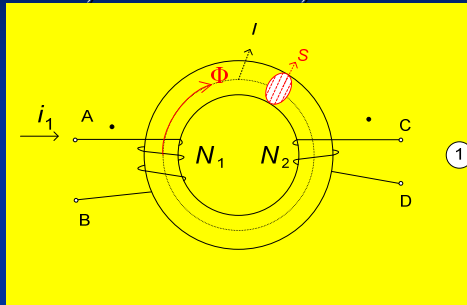
- Označavanje zavojnica točkama
 - Postavimo točku na jedan kraj zavojnice 1 i pretpostavimo da tu struja ulazi i raste, tad na zavojnici 2 točka dolazi tamo gdje bi izlazila inducirana struja (tu je + napona međuindukcije!), ili
 - Na zavojnice stavimo točke tamo gdje bi morale ulaziti struje da se njihovi magnetski tokovi podržavali (bili istoga smjera).
- Točke služe da se odredi polaritet napona međuindukcije ne razmatrajući smjerove namatanja zavojnica.

29.9.2009

Osnove elektrotehnike

30

- Ovisnost polariteta napona međuiudukcije o smjeru namatanja

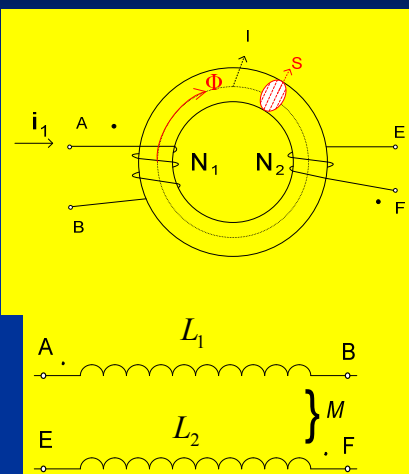
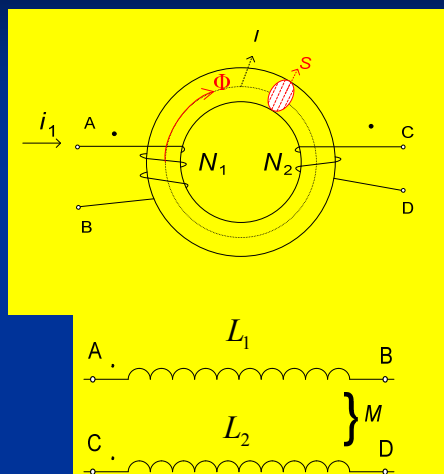


29.9.2009

Osnove elektrotehnike

31

Shematski prikaz međuiuduktiviteta (oznake u električnim krugovima)



29.9.2009

Osnove elektrotehnike

32

Energija pohranjena u induktivitetu

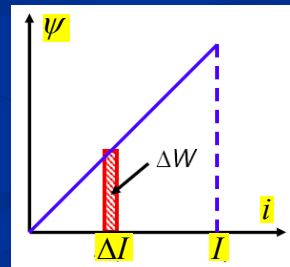
- Promjena energije:

$$\Delta W = p(t)\Delta t = u(t) \cdot i(t) \cdot \Delta t = i \cdot L \frac{\Delta i}{\Delta t} \cdot \Delta t = i \cdot L \cdot \Delta i = \psi \cdot \Delta i$$

- Ukupna energija

$$W = \sum \Delta W = \int_0^I i \cdot L di = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{\psi \cdot I}{2}$$

= ukupna površina ispod
krivulje $\Psi(I)$



29.9.2009

Osnove elektrotehnike

33

Sposobnost pohrane energije

- Induktivitet označava sposobnost pohrane energije (magnetskog polja), slično kao što kapacitet označava sposobnost pohrane energije (električnog polja).
- Elektromagnetska indukcija javlja se kao opiranje promjeni energije (magnetskog polja), pa stoga možemo reći da induktivitet predstavlja svojstvo elektromagnetske tromosti u električnom krugu.

29.9.2009

Osnove elektrotehnike

34