

Predavanja 2a

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



prof.dr.sc. Armin Pavić

ELEKTRIČNA STRUJA I OTPOR, OHMOV I JOULEOV ZAKON

Električna struja
Električni otpor i otpornici
Ohmov i Jouleov zakon
Temperaturna ovisnost otpora
Pojam strujnog kruga

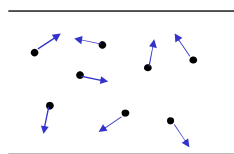
Električno polje u vodiču

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



U vodiču
nema polja

$$E=0$$

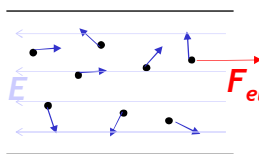


$$\Sigma \vec{v}_i = 0$$

slobodni elektroni se
gibaju nasumično:
zbroj njihovih brzina=0

U vodiču
je polje

$$E>0$$



$$\Sigma \vec{v}_i = \vec{v}_p \text{ (smjer } \rightarrow \text{)}$$

svaki elektron dobiva
komponentu brzine u
smjeru el. sile polja

Pomaćna brzina v_p
razmjerna je jakosti
el. polja u vodiču E

$$\vec{v}_p = p \vec{E} \quad (1)$$

faktor razmjernosti:

p - pokretljivost
nosioca naboja

Model vođenja el. naboja

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Objašnjenje osnovnih pojava vezanih uz gibanje naboja u vodičima daje jednostavni model koji pretpostavlja da se slobodni elektroni, kao čestice, pri svojem gibanju (pod djelovanjem vanjskog polja) elastično sudaraju s atomima (koji su vezani u kristalnoj rešetci) vodiča, pri čemu elektroni gube dio svoje brzine i energije.
- ♦ Stvarna brzina gibanja elektrona u smjeru djelovanja vanjskog polja stoga nije stalna, nego raste (pod djelovanjem stalne sile polja), pa se smanjuje (pri sudarima s preprekama - atomima vodiča), a *srednju vrijednost te brzine predstavlja pomaćna brzina v_p*
- ♦ Pod djelovanjem vanjskog polja u vodiču je pomaćna brzina $v_p > 0$, pa dolazi do **usmjerenog gibanja naboja**.

3

Električna struja

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ **Usmjerenog gibanje naboja** = električna struja
- ♦ **Jakost struje i** = količina naboja koja prođe kroz presjek vodiča u jedinici vremena
Uz jednoliko strujanje naboja, jakost struje je stalna:
 $i = \text{konst.} = I$ $I = Q/t$ $[i] = A \text{ (amper)}$
Općenito: $i = \Delta Q / \Delta t$ $(i = dQ/dt)$
- ♦ **Gustoća struje J** = jakost struje po jed. presjeka vodiča
Uz jednoliko raspodjelu struje I po presjeku vodiča S :
 $J = \text{konst.}$ $J = I/S$ $[J] = A/m^2$
Općenito: $J = \Delta I / \Delta S$ $(J = dI/dS)$

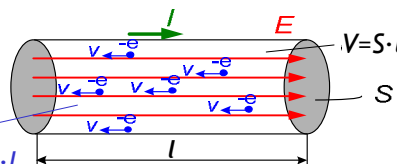
4

Veza struje i pomaćne brzine - jednađba kontinuiteta

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- Neka kroz vodić presjeka S teče struja stalne jakosti I . Uz jednoliku prostornu gustoću slobodnih naboja γ , količina slobodnog naboja u odsječku vodića duljine l (obujma $V=S \cdot l$) na slici jednaka je $Q = \gamma \cdot V = \gamma \cdot S \cdot l$
 - Ako je q_0 naboj pojedinog slobodnog nosioca, a n broj slobodnih nosioca naboja u jedinici obujma tvari, tada je prostorna gustoća naboja $\gamma = n \cdot q_0$
 - Označimo li s t vrijeme potrebno da slobodni naboj (elektron), krećući se pomaćnom brzinom v_p prijeđe cijelu duljinu vodića l , tada je $l = v_p \cdot t$
 - t je stoga i vrijeme tijekom kojega će sav naboj $Q = \gamma \cdot S \cdot l = n \cdot q_0 \cdot S \cdot v_p \cdot t$, kao struja, proći kroz presjek vodića S , pa je jakost ove struje jednaka $I = Q/t = n \cdot q_0 \cdot S \cdot v_p$, iz čega se, dijeljenjem s površinom presjeka vodića S , dobiva
 - Gustoća struje:** $J = I/S = n \cdot q_0 \cdot v_p$, tj. $\vec{J} = \gamma \cdot \vec{v}_p$ (2)
- Gustoća struje je vektor (uvijek usmjeren tamo kamo bi se gibal + naboji!).
- Jakost struje I (umnožak gustoće J i presjeka S) ista je na svakom dijelu vodića!



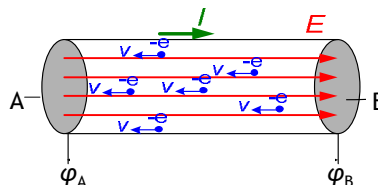
5

Veza struje i jakosti el. polja - el. provodnost

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- Uvrstimo li u jednađbi (2) umjesto brzine v_p izraz (1), koji povezuje brzinu naboja (kao posljedicu) i jakost polja E (kao uzrok), dobivamo izraz
- $$\vec{J} = \gamma \cdot \vec{v}_p = n \cdot q_0 \cdot \rho \cdot \vec{E}$$
- koji opisuje razmjernost gustoće struje J i jakosti el. polja E koje ju uzrokuje.
- Faktor razmjernosti $n \cdot q_0 \cdot \rho = \kappa$ (grč. *kapa*) svojstvo je tvari i zove se **provodnost** ili **specifična vodljivost** (mjera sposobnosti tvari da vodi el. struju) tako da je
- $$\vec{J} = \kappa \cdot \vec{E} \quad (3) \quad [\kappa] = A/Vm = S/m \text{ (simens po metru)}$$
- Ovakve struje u vodićima zovemo **provodne struje**, a nosioci su im elektroni, dok su u vodljivim tekućinama (*elektroliti*) i plinovima nosioci struje ioni i elektroni.
 - Provodnost tvari ovisi o broju pokretnih nosioca naboja n u jedinici obujma. Prema tome tvari dijelimo na **vodiće** (do $10^{22}/cm^3$), **poluvodiće** ($10^{11} \cdot 10^{15}/cm^3$) i **nevodiće** ili **izolatore** (praktično bez pokretnih nosioca naboja).



6

Električna provodnost i otpornost



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- Recipročna vrijednost provodnosti $1/\kappa = \rho$ (grč. *ro*) naziva se **otpornost**, ili **specifični otpor** tvari (i predstavlja mjeru opiranja tvari protoku struje)
Otpornost se često rabi umjesto provodnosti, a **jedinica otpornosti** je
 $[\rho] = \text{Vm}/\text{A} = \Omega\text{m}$ (om metar)
- Kod vodiča (žica!)** se provodnost i otpornost izražavaju još i u jedinicama
 $[\kappa] = \text{Sm}/\text{mm}^2$ i $[\rho] = \Omega\text{mm}^2/\text{m}$.
- Primjeri otpornosti i provodnosti nekih tvari:

Tvar	ρ (Ωm)	Tvar	κ (Sm/mm^2)	(S/m)
porcelan	10^{13}	srebro	62	$62 \cdot 10^6$
drvo	10^{10}	bakar	59	$59 \cdot 10^6$
kameno tlo	3000	zlato	44	$44 \cdot 10^6$
vlažni šljunak	500	aluminij	37	$37 \cdot 10^6$
zemlja	100	volfram	18	$18 \cdot 10^6$
destilirana voda	10^5	željezo	10	$10 \cdot 10^6$
morska voda	6	konstatan	2	$2 \cdot 10^6$
germanij (čisti)	600	silicij (čisti)	$4,4 \cdot 10^{-9}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$

7

Veza napona i struje vodiča - el. otpor i vodljivost



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- Osiguramo li između krajeva A i B vodiča na slici stalnu razliku potencijala (napon U) to će u vodiču održavati stalno el. polje, pa će kroz vodič teći stalna struja gustoće $J = \kappa \cdot E$
Uz homogeno polje u vodiču jakost polja E povezana je s naponom između krajeva vodiča preko duljine vodiča l tako da je $E = U/l$, što daje

$$J = \kappa \cdot E = \kappa \frac{U}{l} \cdot S \quad J \cdot S = I = \kappa \frac{S}{l} \cdot U = G \cdot U \quad \boxed{I = G \cdot U}$$

- Jakost struje kroz vodič razmjerna je naponu na vodiču.** Faktor razmjernosti svojstvo je vodiča (mjera njegove sposobnosti da vodi el. struju) koje ovisi o materijalu i dimenzijama vodiča, a naziva se el. **vodljivost** i označava s G

$$\frac{I}{U} = G = \kappa \frac{S}{l} \quad [G] = \text{A}/\text{V} = \text{S (simens)}$$

- Recipročna vrijednost vodljivosti određuje **omjer napona i struje vodiča**, naziva se el. **otpore** i označava s R

$$\frac{U}{I} = R = \rho \frac{l}{S} \quad [R] = \text{V}/\text{A} = \Omega \text{ (om)}$$

8

Ohmov zakon



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- ♦ Dovedemo li na vodič neki napon U kroz vodič će teći struja jakosti I koja je razmjerna naponu na vodiču

$$I = G \cdot U$$

To se može iskazati i ovako: kad kroz vodič teče struja jakosti I napon na vodiču U razmjernan je struji vodiča

$$U = R \cdot I$$

Opisani odnos može se iskazati i ovako: *omjer napona i struje vodiča je stalan i jednak je otporu vodiča R*

$$\frac{U}{I} = R = \text{konst.}$$

- ♦ Ovaj jednostavni odnos napona i struje vodiča, kojega opisuju sve tri prethodne jednačbe, poznat je pod nazivom **Ohmov* zakon**
- ♦ Otpori za koje, u području njihove uporabe, vrijedi Ohmov zakon (tj. koje možemo uzeti neovisnima o struji) nazivamo *omski otpori*
- ♦ Ne bude li drukčije napomenuto, *otpore u električnim krugovima razmatrati ćemo kao omske otpore*

9

El. energija i snaga



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- ♦ Atomi u kristalnoj rešetci vodiča titraju oko svojih ravnotežnih položaja (amplituda titranja razmjerna je temperaturi)
- ♦ Pri prolasku struje kroz vodič, elektroni se ubrzavaju i sudaraju s atomima gubeći pri tom brzinu, a time i kinetičku energiju

Ta kinetička energija pretvara se u toplinsku (pojačava se titranje atoma u materijalu vodiča) i vodič se zagrijava

- ♦ Uz stalnu jakost struje I , količina naboja koja u vremenu Δt prođe vodičem je:

$$\Delta Q = I \cdot \Delta t$$

- ♦ Uz razliku potencijala (napon) $U = \varphi_A - \varphi_B$ između krajeva vodiča, naboj pritom izgubi energiju:

$$\Delta W = \Delta Q(\varphi_A - \varphi_B) = I \cdot \Delta t \cdot U$$

10

El. energija i snaga - Jouleov zakon

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Snaga je definirana kao brzina promjene energije u vremenu, pa je *snaga kojom se pri protoku struje kroz vodič energija naboja pretvara u toplinu jednaka*:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = U \cdot I = I \cdot R \cdot I = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$



Pretvorba el. energije u toplinu

- ♦ Umnožak napona i struje naziva se *el. snaga* i označava s P
 $[P]=VA=W$ (vat)
- ♦ **Jouleov* zakon** kaže da se protokom struje vodič zagrijava, a količina tako nastale topline (*Jouleova toplota*) W određena je el. snagom P i vremenom t

$$W = P \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t$$

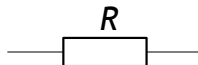
11

Otpornik i otpor

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Fizički elementi koji imaju izraženo i poznato svojstvo el. otpora (i namijenjeni su uporabi toga svojstva) nazivaju se el. otpornici. Otpornik se u shemi strujnog kruga prikazuje znakom



- ♦ Značajke otpornika:
 - Nazivni otpor
 - Tolerancija
 - Nazivna snaga (opteretivost)
- ♦ Otpor je značajka fizičkog elementa (otpornika) kojom se on predstavlja u električnim krugovima. Takav idealizirani element električnog kruga (koji ima samo jedno svojstvo) naziva se često samo *otpor* i u el. krugu označava istim znakom kao i otpornik.

12

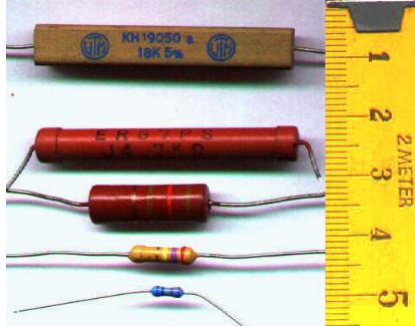
Otpornik i otpor

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

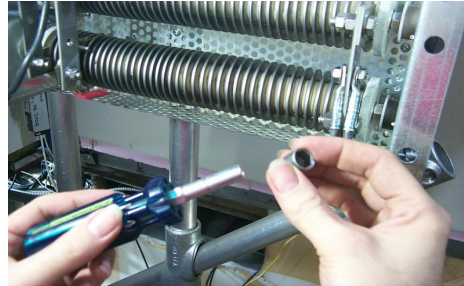


♦ Izgled otpornika

Tipovi i veličine otpornika



Otpornik 2kW, $1/8 \Omega$
za kočenje vjetrogeneratora



- ♦ Ne bude li drukčije napomenuto, *otpornike ćemo u električnim krugovima razmatrati kao omske otpore*

13

Primjeri

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



1. Koliki bi trebao biti presjek vodiča bakrenog voda kojim bismo zamijenili aluminijski vod s vodičima presjeka 4 mm^2 , a pritom zadržali istu duljinu i isti otpor voda?
2. Električna grijalica priključena na mrežni napon od 220 V grije s nazivnom snagom od 2 kW. Koliki je pritom otpor grijača?
3. Što će se dogoditi sa snagom grijanja grijalice iz prethodnog primjera ako se napon mreže smanji za 10%?
4. Na otporniku za kočenje vjetrogeneratora koji ima otpor $R=1/8 \Omega$ razvija se snaga od 2 kW. Kolika je struja kroz otpornik? Kolika se energija utroši na otporniku u jednom danu ako kroz njega teče struja u ukupnom vremenu od 2 sata?

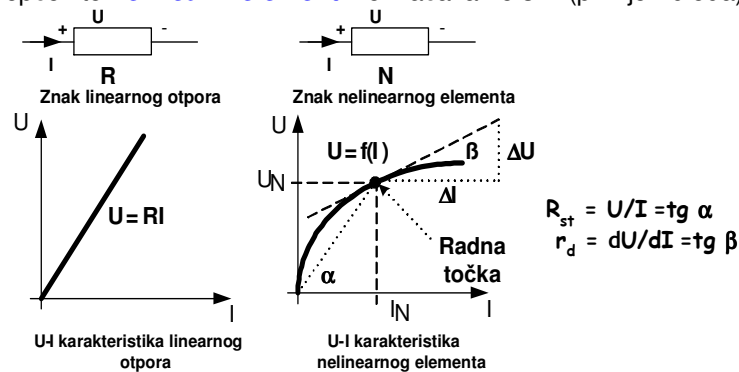
14

Linearni i nelinearni otpori

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- Omske otpore čija voltamperska (UI) karakteristika jest pravac kroz ishodište nazivamo i **linearni otpori**. Kod njih je omjer napona i struje (*statički otpor*) jednak u svakoj točki (radna točka) UI -karakteristike (primjer: otpornik R).
- Otpornike koji nemaju takvu UI -karakteristiku, tako da kod njih omjer napona i struje (*statički otpor*) nije isti u svakoj točki karakteristike nazivamo **nelinearni otpornici** ili općenito **nelinearni elementi** i označavamo s N (primjer: dioda).



15

Statički i dinamički otpor

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- Kod elemenata koji rade s naponima i strujama što se mijenjaju oko radne točke (el. signali), nije bitan samo *omjer napona i struje u radnoj točki* (**statički otpor** R_{st}), nego može biti važno i kakve promjene napona uzrokuju male promjene struje oko radne točke. To govori značajka koju nazivamo **dinamički otpor** (oznaka r_d). *Dinamički otpor jednak je derivaciji napona po struji (a određen je nagibom tangente na UI -karakteristiku) u radnoj točki:*

statički otpor: $R_{st} = \frac{U}{I} = \text{tg } \alpha$

dinamički otpor: $r_d = \frac{dU}{dI} = \text{tg } \beta$

- Dok je uvijek $R_{st} \geq 0$, dinamički otpor može biti i negativan (što bi u tom slučaju značilo da, u okolini radne točke, s povećanjem napona na nelinearnom elementu, struja kroz njega pada!).

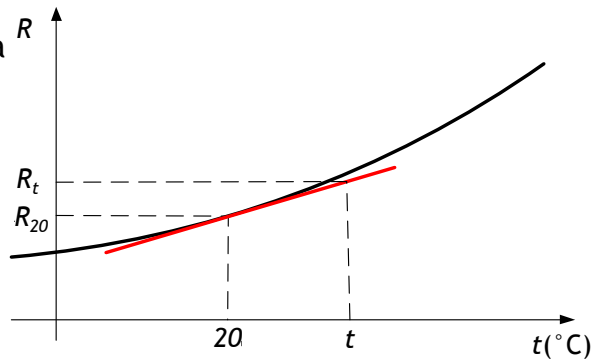
16

Temperaturna ovisnost otpora

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ S porastom temperature raste otpornost metala, a time i njihov otpor (nelinearna ovisnost)
- ♦ U uporabnom rasponu temperatura taj porast je približno linearan i može se izraziti u odnosu na ref. temperaturu (obično 20°C) ovako:



$$R_t = R_{20} + \Delta R = R_{20} + \alpha \cdot \Delta t \cdot R_{20} = R_{20}(1 + \alpha \cdot \Delta t)$$

gdje je α **temperaturni koeficijent otpora** $[\alpha] = 1/K = 1/^\circ\text{C}$
 R_{20} je otpor na 20°C, a $\Delta t = t - 20^\circ\text{C}$ je promjena temperature

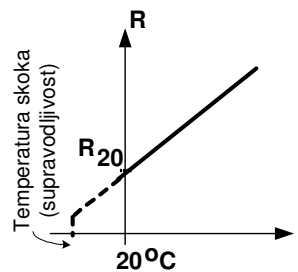
17

Temperaturna ovisnost otpora

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ α ovisi o referentnoj temperaturi (uobičajeno se uzima $\alpha = \alpha_{20}$)
- ♦ Za većinu čistih metala je $\alpha \approx 0,004 \text{ K}^{-1}$ (za Cu: $0,00394 \text{ K}^{-1}$)
 Konstantan: $\alpha \approx 0,00004 \text{ K}^{-1}$
- ♦ Ugljen: $\alpha = -0,0008 \text{ K}^{-1}$ (!)
 $\alpha > 0$: pozitivni temp. koef. (PTC)
 $\alpha < 0$: negativni temp. koef. (NTC)
- ♦ Neki (poluvodički) materijali imaju jako izraženu temperaturnu ovisnost, pa se rabe u izradi senzora temperature (*termistori*)
- ♦ **Supravodljivost:** na temperaturama bliskim apsolutnoj nuli otpornost nekih tvari naglo nestaje (supravodljivo stanje: $R=0$)
 - Temperatura skoka:
 - Hg: 4,2 K; Pb: 7,2 K; MgB_2 : 39 K; Metaloksidne keramike: do 138 K



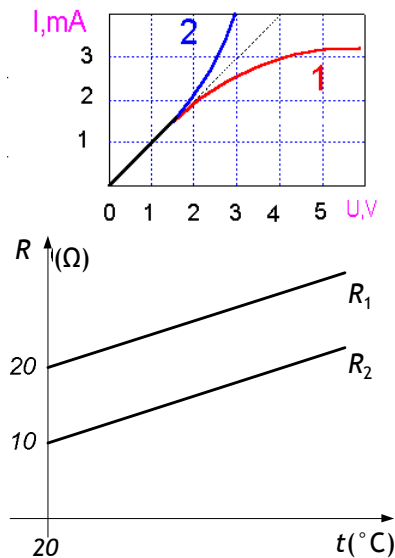
18

Primjeri



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

5. Koji od otpora, s karakteristikama 1 i 2 na slici desno, ima pozitivni, a koji ima negativni temperaturni koeficijent?
6. Koliki je omjer temp. koeficijenata otpora R_1 i R_2 čije su temperature ovisnosti prikazane na slici desno?
7. Otpor bakrenog namota električnog motora pri temperaturi 20°C iznosi $1,3\ \Omega$. U pogonu motora izmjeren je otpor namota od $1,603\ \Omega$. Kolika je temperatura namota u pogonu?



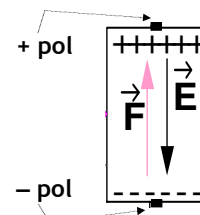
19

Pojmam električnog izvora



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- ♦ Da bi kroz vodič tekla struja, potrebno je u njemu održavati el. polje, što se postiže ako se između njegovih krajeva održava razlika potencijala, tj. električni napon.
- ♦ Naprave koje imaju sposobnost stvaranja i održavanja električnog napona između dviju priključnica (polova) su *električni izvori*.
- ♦ U el. izvoru neka neelektrična sila razdvaja el. naboje (stvarajući napon) između priključnica (polova) izvora. Djelujući pritom protiv sile el. polja, povećava energiju naboja na račun nekog drugog oblika energije (mehanička, kemijska i dr)
- ♦ U el. shemi strujnog kruga el. izvor stalnog napona označavamo ovako



gdje je, uz napon U (npr. 12 V), važna i oznaka polariteta (+)

20

Pojam strujnog kruga



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- ♦ Spojimo li između polova el. izvora vodič, na krajevima vodiča biti će stalna razlika potencijala što će u vodiču održavati el. polje, pa će kroz njega teći el. struja (u ovom slučaju gibanje elektrona)
- ♦ Vodič predstavlja vodljivi put za elektrone, koji se od negativnog pola izvora (gdje ih je višak) gibaju kroz vodič do pozitivnog pola izvora, gdje se spajaju s viškom pozitivnih jezgri atoma. Tu ih, međutim, zahvaća (neelektrična) sila koja ih unutar izvora odvaja od pozitivnog ostatka atoma i pomiče do negativnog pola izvora, da bi se izvan izvora ponovo kroz vodič vratili natrag na pozitivni pol i tako se elektroni vrte u krugu kojega nazivamo **strujni krug**.
- ♦ U strujnom krugu mora postojati el. izvor.
- ♦ Na izvor se obično, preko priključnih vodiča spaja *naprava koja koristi učinke el. struje* i koju nazivamo *el. trošilo* (npr. žarulja)
- ♦ Naboji u izvoru dobivaju energiju koju predaju trošilu

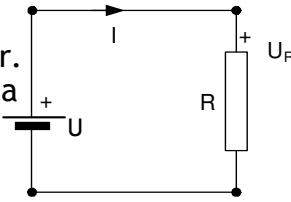


21

Električni krug i smjer struje



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- ♦ Strujni krug prikazuje se električnom shemom, u kojoj se elementi fizičkog strujnog kruga (npr. baterija, žarulja) prikazuju posebnim oznakama ili simbolima (npr. baterija kao izvor, žarulja kao otpor). Ova slika prikazuje *električni krug*
- 
- ♦ U ovom krugu struju čini gibanje elektrona, pa smjer gibanja negativnih naboja predstavlja tu stvarni ili *fizički smjer struje* (pritom su efekti isti kao da se pozitivni naboji gibaju u suprotnom smjeru!).
 - ♦ U elektrolitima (gdje postoje pozitivni i negativni ioni) gibaju se i negativni naboji (u jednom smjeru) i pozitivni naboji (u drugom smjeru) tako da imamo istodobno dva fizička smjera struje (!) (pritom je važno uočiti da oba na isti način pridonose ukupnoj gustoći struje!).
 - ♦ U električnim krugovima za (tzv. *tehnički*) smjer struje dogovorno uzimamo smjer kojim bi se gibalili pozitivni naboji.

22