

Predavanja 3

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



prof.dr.sc. Armin Pavić

JEDNOSTAVNI KRUGOVI ISTOSMJERNE STRUJE

Krugovi s različitim spojevima otpora
Promjenjivi otpor u krugu, potencimetarski spoj
UI karakteristika i modeli realnog izvora
Prilagođenje trošila na izvor radi maksimalne snage
Grafički postupak rješavanja spoja trošila na realni izvor
Potencijalni dijagram

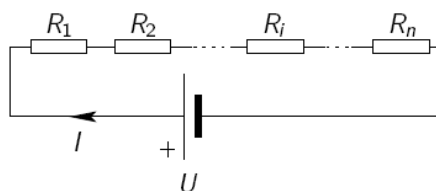
1

Krug sa serijskim spojem otpora

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- Na izvor stalnog napona U serijski je spojeno n otpora:



- Prema KZN (II KZ) vrijedi slijedeće:

$$U = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + \dots I \cdot R_i + \dots I \cdot R_n = I \cdot \sum_{i=1}^n R_i = R \cdot I$$

gdje je: $R = R_1 + R_2 + \dots R_i + \dots R_n = \sum_{i=1}^n R_i$

ukupni otpor kruga ($R=R_{uk}$) s pomoću kojega možemo odrediti struju ($I=U/R_{uk}$), a s pomoću struje i napone na pojedinim otporima.

- Kako bi odredili napone na pojedinim otporima i bez računanja struje?

2

Primjer: Proširenje mjernog područja voltmetra

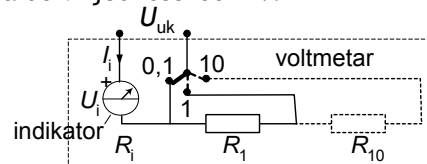
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- Indikator analognog mjernog instrumenta za puni otklon kazaljke treba struju od 0,1 mA, koju doseže pri naponu od 100 mV. Koliki je otpor indikatora pri punom otklonu?
- Koliki otpor R_1 treba spojiti u seriju s indikatorom da bi se instrument mogao koristiti za mjerenje napona do vrijednosti od 1 V?

$$U_i = 0,1 \text{ V}; I_i = 0,1 \text{ mA}; U_{uk} = 1 \text{ V (10 V)}$$

$$R_i = U_i / I_i = 0,1 \text{ V} / 0,1 \text{ mA} = 1 \text{ k}\Omega$$



Otpor indikatora 1 k Ω pri punom otklonu na sebe preuzima napon 0,1 V. Ostatak do $U_{uk} = 1 \text{ V}$, dakle 0,9 V, na sebe preuzima serijski spojeni R_1 (djelilo napona) koji stoga mora biti $R_1 = R_i (U_1 / U_i) = 1 \text{ k}\Omega \cdot (0,9 / 0,1) = 9 \text{ k}\Omega$

- Koliki otpor bi trebalo spojiti u seriju s otporom R_1 da bi proširili mjerno područje ovoga voltmetra na 10 V?

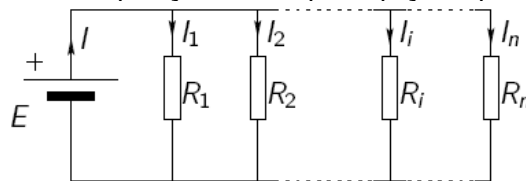
3

Krug s paralelnim spojem otpora

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- Neka je na izvor priključeno n otpora spojenih paralelno:



- tada prema KZS (I KZ) vrijedi:

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_i} + \dots + \frac{U}{R_n} = U \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} = \frac{U}{R}$$

gdje je: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_i} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$

ukupna vodljivost $G_{uk} (=1/R)$, a $R = R_{uk} (=1/G_{uk})$ je ukupni otpor spoja.

S pomoću G_{uk} (R_{uk}) možemo odrediti ukupnu struju kruga.

4

Primjer: Proširenje mjernog područja ampermetra

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ❖ Indikator mjernog instrumenta za puni otklon kazaljke treba struju od 0,1 mA, koju doseže pri naponu od 100 mV. Kako bi mogli indikator rabiti za mjerenje struje do 1 A?
- ♦ Koliki otpor bi trebalo spojiti paralelno s indikatorom da bi mu mjerno područje proširili do vrijednosti od 1 A?
- ♦ Koliki bi bio unutarnji otpor takvog ampermetra?

Rješenje:

Indikator bi mogli rabiti za mjerenje struje veće od 0,1 mA tako da se višak struje do 1 A ($1 - 0,0001 = 0,9999$ A) odvede kroz otpor spojen paralelno indikatoru (djelilo struje). Kako je otpor indikatora $R_i = 1$ k Ω , paralelno spojeni (pred)otpor (*šant* od engl. *shunt*) trebao bi iznositi

$$R_1 = R_i (0,0001 / 0,9999) = 0,1 \Omega$$

Rezultantni unutarnji otpor R_A ovako napravljenog ampermetra jednak je ukupnom otporu paralelnog spoja otpora R_i i R_1 , tj.

$$R_A = R_i R_1 / (R_i + R_1) = 100 / 1000,1 \approx 0,099 \Omega \text{ (ispod } 0,1 \Omega \text{!)}$$

5

Krug s mješovitim spojevima otpora

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



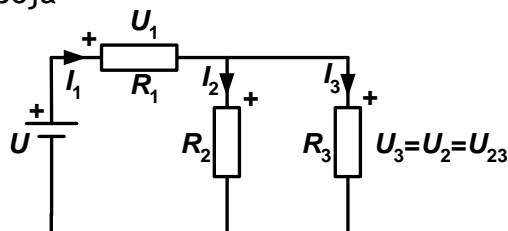
- ♦ Ukupni otpor mješovitih (serijskih i paralelnih) spojeva otpora određujemo kombinirajući pravila za izračun otpora serijskog i paralelnog spoja

- ♦ Primjer na slici:

$$R_{uk} = R_1 + (R_2 \parallel R_3)$$

$$(R_2 \parallel R_3) = R_{23} = R_2 \cdot R_3 / (R_2 + R_3)$$

$$R_{uk} = R_1 + R_{23}$$



$$I_{uk} = U / R_{uk} = I_1 \quad U_1 = I_1 \cdot R_1 \quad U_{23} = U - U_1 \quad I_2 = U_{23} / R_2 \quad I_3 = U_{23} / R_3 \quad I_1 = I_2 + I_3$$

- ♦ Kad bi na izvor, umjesto cijeloga spoja, priključili samo otpor R_{uk} izvor bi dao jednaku struju I , pa otpor R_{uk} nazivamo **nadomjesni otpor** spoja

- ❖ Što se dogodi sa strujom i naponom svakog od otpora ako se R_3 poveća?

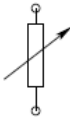
6

Promjenjivi otpor u električnom krugu

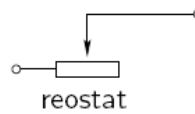
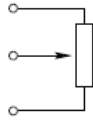
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



promjenjivi
otpor



potenciometar



reostat

- ♦ položaj klizača određuje veličinu (odnos) otpora, a time i odnos napona
- ♦ potenciometerski spoj se rabi za regulaciju napona trošila (opterećeno naponsko djelilo)
- ♦ potencimetri koji se rabe za regulaciju glasnoće u audio pojačalima su *logaritamski* potencimetri gdje je položaj klizača i iznos napona u logaritamskom odnosu
- ♦ reostatski spoj koristimo za regulaciju struje (kod dimenzioniranja treba paziti na nazivnu struju reostata)

7

Promjenjivi otpor u krugu - potenciometerski spoj

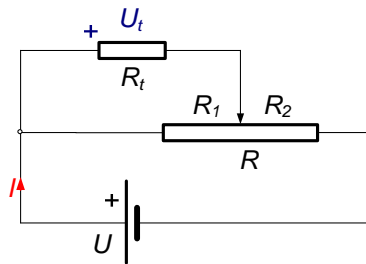
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Klizač potencimetra (u shemi na donjoj slici) dijeli ukupni otpor R na dva dijela i to: otpor R_1 (s lijeve strane klizača) i R_2 (s desne strane klizača).
- ♦ Odnos otpora R_1 i R_2 prema ukupnom otporu potencimetra R može se izraziti s pomoću faktora α , kako slijedi:

$$R_1 = \alpha \cdot R ; R_2 = (1 - \alpha)R \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

- ♦ Pomicanjem klizača mijenja se α , tj. odnos otpora R_1 i R_2 , a time i struja izvora I , pa se tako može regulirati napon trošila U_t , kako slijedi:



$$I = \frac{U}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_t}{R_1 + R_t}} ; U_t = I \frac{R_1 \cdot R_t}{R_1 + R_t}$$

8

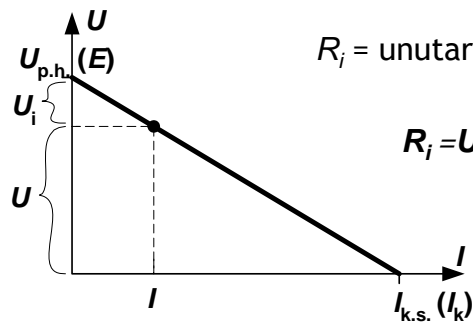
Voltamperska karakteristika realnog izvora

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Napon U realnog izvora smanjuje se s povećanjem struje I

$$U = E - U_i \quad U_i \sim I \quad \text{faktor razmjernosti: } R_i - \text{značajka izvora: } U_i = R_i I$$



$R_i = \text{unutarnji otpor izvora}$

$$R_i = U_{p.h.} / I_{k.s.}$$

- ♦ Jednadžba realnog izvora: $U = E - I \cdot R_i$

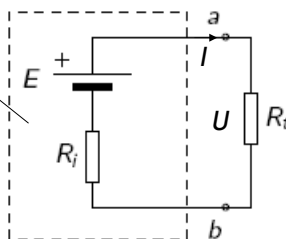
9

Naponski model realnog izvora

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Model izvora



Jednadžba izvora $E = U + I \cdot R_i$ opisuje dijeljenje napona E na vanjskom otporu trošila (U) i na unutarnjem otporu izvora ($I \cdot R_i$) što se može predstaviti gornjim modelom, koji sadrži idealni naponski izvor, pa ga zovemo **naponski model** realnog izvora

- ♦ Koje bi veličine dobili da podijelimo ovu jednadžbu s otporom R_i ?

10

Strujni model realnog izvora

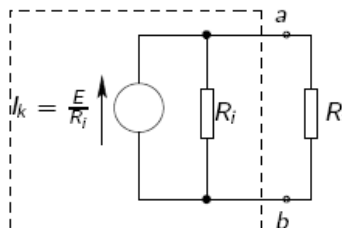
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- napon realnog naponskog izvora određuje jednačina: $U = E - I \cdot R_i$
- Dijeljenjem s otporom R_i dobivamo: $I = \frac{E}{R_i} - \frac{U}{R_i}$

što je jednačina (KZS) dijeljenja stalne struje E/R_i na vanjskom otporu trošila (I) i paralelno spojenom unutarnjem otporu izvora (U/R_i)

- ta jednačina opisuje spoj koji predstavlja isti realni izvor s pomoću idealnog strujnog izvora pa takav prikaz nazivamo **strujni model realnog izvora**



11

Transformacije modela realnog izvora

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ **Pravila za transformaciju jednog modela izvora u drugi:**
- ♦ R_i strujnog modela = R_i naponskog modela (isti izvor!)
- ♦ Naponski u strujni:
 - Struja strujnog izvora je $I_k = \frac{E}{R_i}$
- ♦ Strujni u naponski:
 - Napon naponskog izvora je $E = I_k \cdot R_i$
- ♦ Transformacije olakšavaju i pojednostavljaju rješavanje el. krugova!

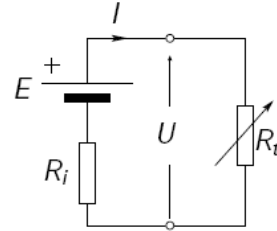
12

Prilagođenje trošila na izvor radi maksimalne snage

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Snaga na trošilu $P_t = I^2 R_t$ ovisi o otporu trošila: $P_t = 0$ za otpor trošila $R_t = 0$, a isto tako i za $R_t = \infty$ (jer je to prekid kruga, pa je tada $I = 0$). Između tih dvaju nultih vrijednosti snaga trošila očito raste pa opet pada, tako da za neku vrijednost otpora R_t doseže maksimum.



- ♦ Pokušajmo odrediti koji mora biti odnos otpora trošila R_t i otpora izvora R_i da bi snaga na trošilu P_t bila maksimalna. To se svodi na traženja maksimuma funkcije $P_t(R_t)$.
- ♦ Za **naponski model** izvora je

$$P_t = I^2 R_t = \frac{E^2}{(R_i + R_t)^2} R_t$$

13

Uvjet za maksimalnu snagu trošila

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Maksimum (ekstrem) funkcija $P_t(R_t)$ ima za onu vrijednosti R_t za koju je nagib tangente na funkciju (derivacija funkcije) jednak nuli (tangenta na funkciju u toj točki je paralelna s osi apscise). Tu vrijednost R_t dobijemo tako da izrazimo derivaciju funkcije $P_t(R_t)$ i izjednačimo je s nulom

$$\frac{dP_t}{dR_t} = \frac{(R_i + R_t)^2 \cdot E^2 - 2 \cdot (R_i + R_t) \cdot E^2 \cdot R_t}{(R_i + R_t)^4} = 0$$

iz čega se dobiva da će trošilo imati maksimalnu snagu kad je zadovoljen uvjet da je:

$$R_t = R_i$$

Kažemo da je u tom slučaju *trošilo prilagođeno na izvor*, to jest da je *prilagođeno na najveću snagu*.

14

Stupanj korisnog djelovanja za naponski model izvora

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



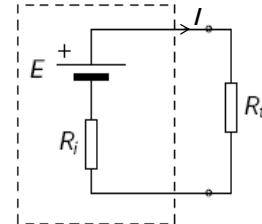
Stupanj korisnog djelovanja (ili korisnosti) izvora η je omjer (korisne) snage na trošilu P_t i ukupne snage izvora P_i

- ♦ Za naponski model izvora (slika desno) je snaga na trošilu:

$$P_t = I^2 R_t$$

- ♦ dok je ukupna snaga izvora (snaga na ukupnom otporu kruga):

$$P_i = I^2 (R_i + R_t)$$



- ♦ Stupanj korisnog djelovanja za naponski model izvora je, prema tome,

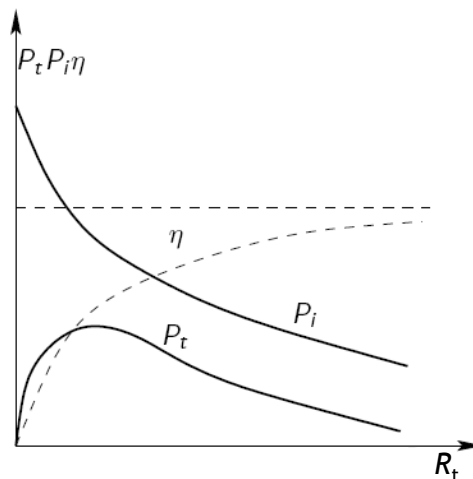
$$\eta = \frac{P_t}{P_i} = \frac{R_t}{R_i + R_t}$$

- ❖ Koliki je stupanj korisnosti za naponski model izvora u prilagođenju?
- ❖ Kako se mijenja P_t , kako P_i , a kako η ako otpor trošila od 0 raste prema ∞ ?

15

Ovisnost P_t , P_i i η o otporu trošila R_t za naponski model izvora

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



16

Stupanj korisnog djelovanja za strujni model izvora



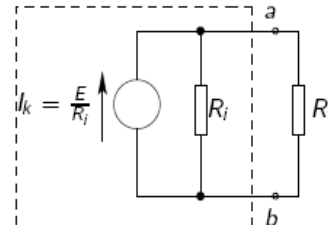
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- ♦ Stupanj korisnog djelovanja (ili korisnosti) izvora $\eta = P_t / P_i$
- ♦ Za strujni model izvora (slika desno) je snaga na trošilu:

$$P_t = U_{ab}^2 / R_t$$

- ♦ dok je ukupna snaga izvora (snaga na svim otporima kruga):

$$P_i = U_{ab}^2 / (R_i \parallel R_t)$$



- ♦ Stupanj korisnog djelovanja za strujni model izvora je, prema tome,

$$\eta = \frac{P_t}{P_i} = \frac{\frac{R_i \cdot R_t}{R_i + R_t}}{R_t} = \frac{R_i}{R_i + R_t}$$

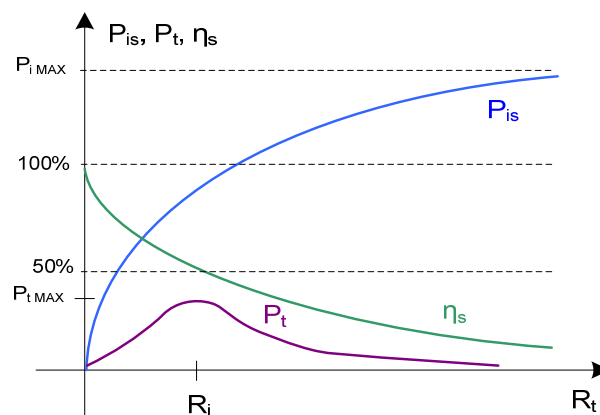
- ❖ Koliki je stupanj korisnosti za strujni model izvora u prilagođenju?
- ❖ Kako se mijenja η , kako P_i , a kako P_t ako otpor trošila od 0 raste prema ∞ ?

17

Ovisnost P_t , P_i i η o otporu trošila R_t za strujni model izvora



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



18

Grafički postupak rješavanja spoja trošila na realni izvor

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

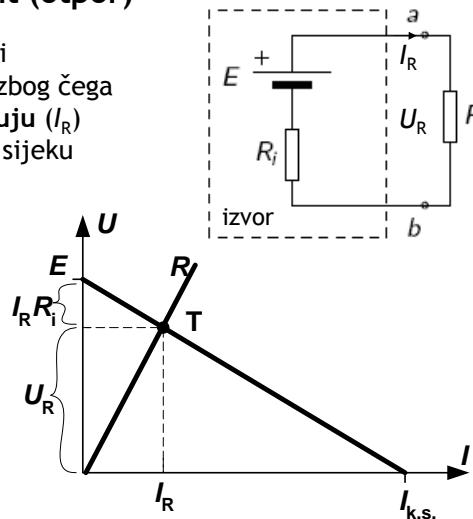


♦ Trošilo = linearni element (otpor)

Izvor i trošilo su dvopoli spojeni međusobno (u točkama a i b), zbog čega imaju isti napon (U_R) i istu struju (I_R) pa se njihove UI karakteristike sijeku u jednoj točki (*radna točka T*) kako pokazuje slika desno.

Presjecište UI karakteristika izvora i otpora R (radna točka T) određuje napon i struju trošila, kao i pad napona na unutaršnjem otporu izvora ($I_R \cdot R_i$)

❖ Kako bi analitički odredili struju i napon trošila?



19

Grafički postupak rješavanja spoja trošila na realni izvor

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

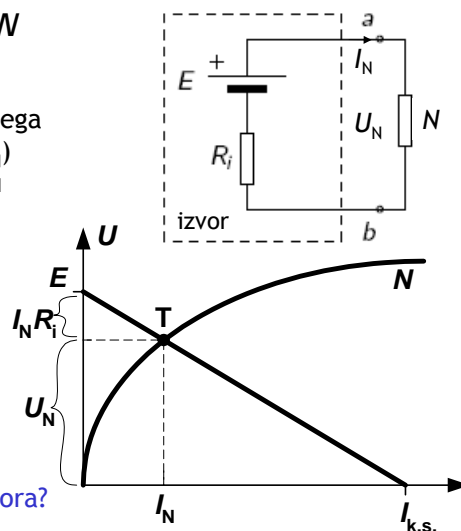


♦ Trošilo = nelinearni element N

Izvor i trošilo su dvopoli spojeni međusobno (u točkama a i b), zbog čega imaju isti napon (U_N) i istu struju (I_N) pa se njihove UI karakteristike sijeku u jednoj točki (*radna točka T*) kako pokazuje slika desno.

Presjecištem UI karakteristika izvora i nelinearnog elementa N određeni su napon (U_N) i struja (I_N) trošila.

❖ Bismo li ove veličine mogli odrediti analitički (jednadžbom) kao kod otpora?



20

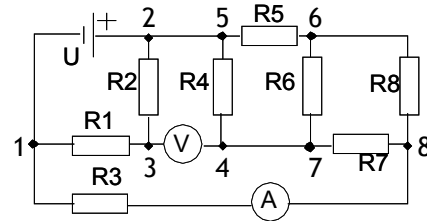
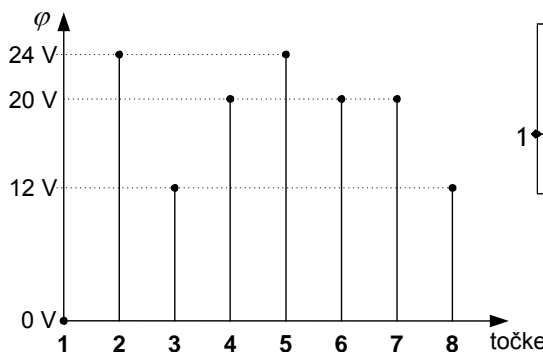
Potencijalni dijagram

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Potencijalni dijagram je prikaz (na osi y) potencijala φ pojedinih točaka kruga (navedenih na osi x) u odnosu na točku referentnog potencijala (0 V)

Primjer: Zadan je potencijalni dijagram za krug na slici



❖ **Zadatak:**

Ako je poznato: $R_1=R_5=5\ \Omega$ i $R_3=R_4=10\ \Omega$, treba odrediti: U , U_V , I_A , R_2 te struju I_{R_6}

21

Rješenje zadatka s primjerom potencijalnog dijagrama

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- Da bismo mogli nacrtati prikazani potencijalni dijagram, trebalo bi poznavati napon izvora i sve otpore razmatranog kruga, pa izračunati struje te pomoću njih izračunati potencijale pojedinih točaka, uzевši točku 1 kao referentnu (s potencijalom 0V).
- U ovom primjeru je slučaj obrnut. Potencijalni dijagram je zadan (izmjerен), a na temelju njega mogu se odreditи značajke kruga, kako slijedi:

$$U = \varphi_2 - \varphi_1 = 24\text{ V}; \quad U_V = \varphi_4 - \varphi_3 = 8\text{ V};$$

$$I_A = U_{R_3} / R_3 = (\varphi_8 - \varphi_1) / R_3 = (12\text{ V}) / (10\ \Omega) = 1,2\text{ A};$$

$$R_2 = R_1 = 5\ \Omega \text{ (dijele napon izvora na dva jednaka dijela);}$$

Na otporu R_6 je napon $U_{R_6} = \varphi_6 - \varphi_7 = 0\text{ V}$, što znači da je $I_{R_6} = U_{R_6} / R_6 = 0\text{ A}$, tj. kroz otpor R_6 ne teče struja! Otpor R_6 stoga ne utječe na prilike u krugu te bi ga mogli i odspojiti a da se struje i naponi u krugu ne promijene!

❖ Kako bismo odredili otpore R_7 i R_8 ?

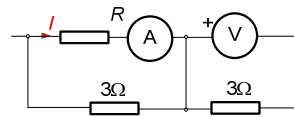
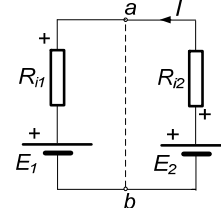
22

Primjeri

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



1. Spoj 4 otpornika: $R_1=1\ \Omega$, $R_2=2\ \Omega$, $R_3=3\ \Omega$ i $R_4=4\ \Omega$ priključen je na napon $U=5\text{ V}$, pri čemu je ukupna struja 2 A . Odredite kako su otpornici spojeni?
2. Napon praznog hoda izvora je $E=30\text{ V}$. Kad se na izvor priključi trošilo otpora R , struja u krugu je $I=3\text{ A}$, a napon na stezaljkama izvora $U=18\text{ V}$. Odrediti otpor R trošila i unutarnji otpor izvora R_i .
3. Akumulator napona praznog hoda $E_1=12\text{ V}$ i unutarnjeg otpora $R_{i1}=1\ \Omega$, priključen je na izvor napona praznog hoda $E_2=16\text{ V}$ i unutarnjeg otpora $R_{i2}=1\ \Omega$ (prema slici). Odrediti stvarni smjer struje te napon na priključnicama (a i b) akumulatora. Koji izvor daje, a koji prima energiju?
4. Čelija ima napon praznog hoda $E=1,25\text{ V}$ i unutarnji otpor $R_i=0,004\ \Omega$. Koliko je čelija potrebno spojiti serijski da bi se dobio napon $U=115\text{ V}$: a) kod neopterećenog spoja; b) kada spoj daje struju $I=25\text{ A}$.
5. Odrediti otpor R , ako (idealni) instrumenti u krugu na slici desno pokazuju $I_A=2\text{ A}$ i $U_V=18\text{ V}$.



23

Rješenja primjera

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



1. $R_{uk}=(5V)/(2A)=2,5\ \Omega$: $(1+4) \parallel (2+3)=5 \parallel 5=2,5$
2. $R=6\ \Omega$; $R_i=4\ \Omega$.
3. $I=+2\text{ A}$; $U_{qb}=14\text{ V}$; E_2 daje, a E_1 prima (punjenje akumulatora)
4. a) 92; b) 100.
5. $R=6\ \Omega$.

24