

Osnove Elektrotehnike

Električna struja i pripadne pojave

Sadržaj:

Elementi strujnog kruga

Električna struja

Gustoća struje

Električna vodljivost i otpor

Ohmov zakon

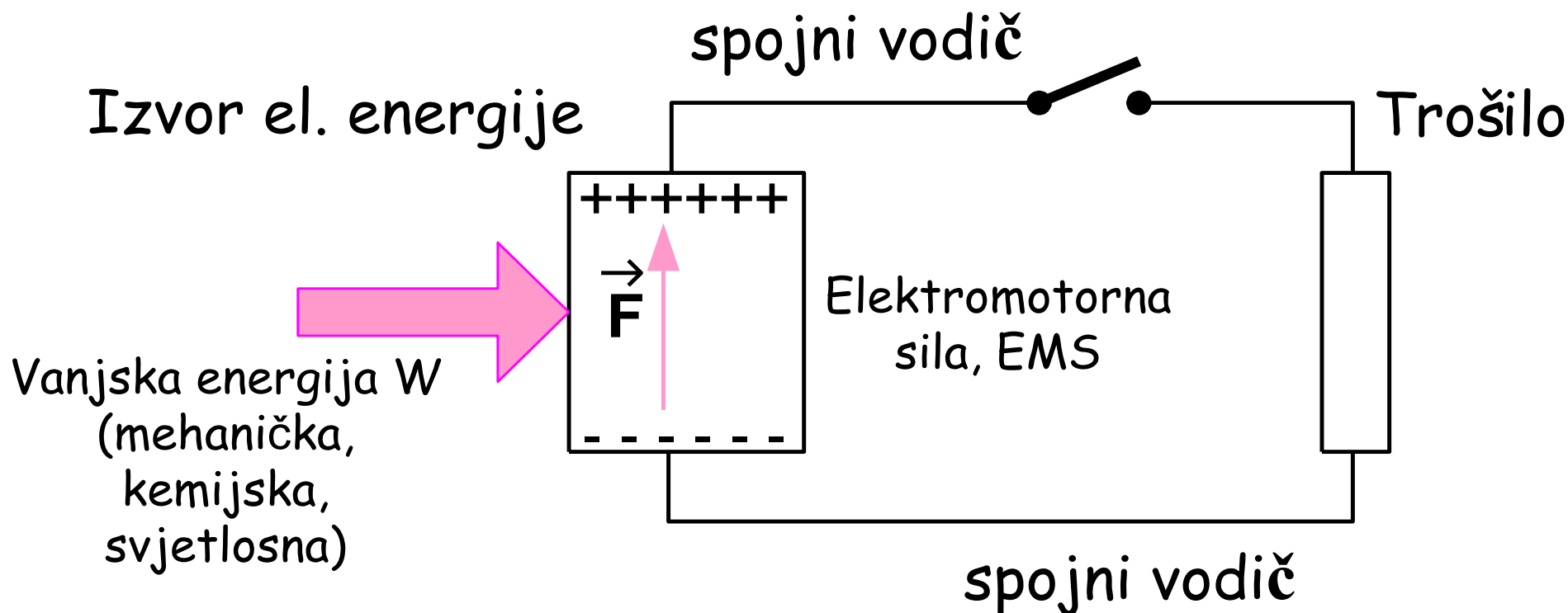
Zavisnost otpora o temperaturi

Linearni i nelinearni otpornici

Jouleov zakon

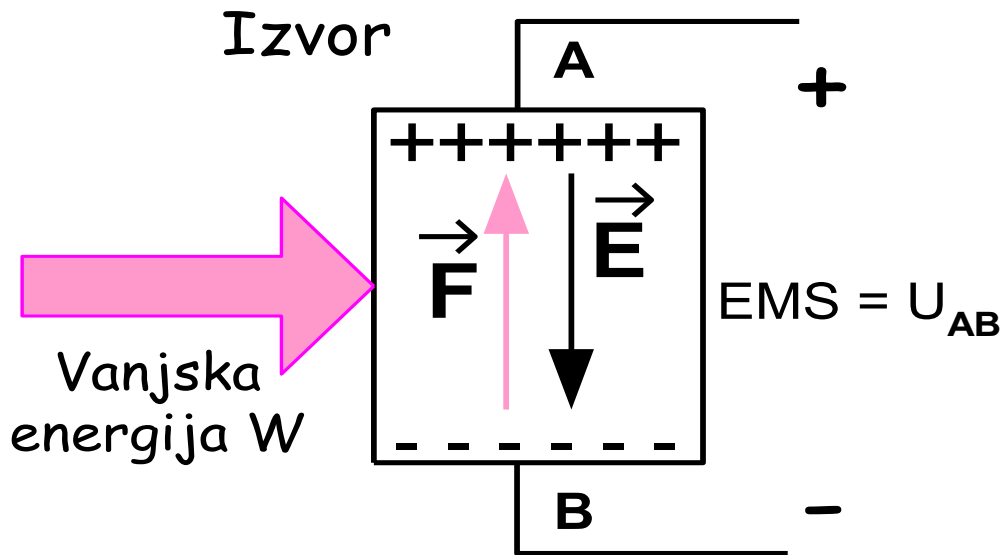
Elementi strujnog kruga

- ♦ Strujni krug je sastavljen od: **izvora** u kojem se neki oblik energije pretvara u električnu energiju, **spojnih vodiča** i **trošila**.



- Da bi se u tijelu izvora razdvojili pozitivni i negativni naboji potrebno je na njih djelovati odgovarajućom vanjskom silom F . Razdvojeni naboji stvaraju električno polje E u tijelu izvora. Povećanjem količine razdvojenih naboja jača polje (tj. privlačna Coulomb-ova sila F_{el}), a proces razdvajanja zaustavlja se u trenutku kad nastupa ravnoteža:

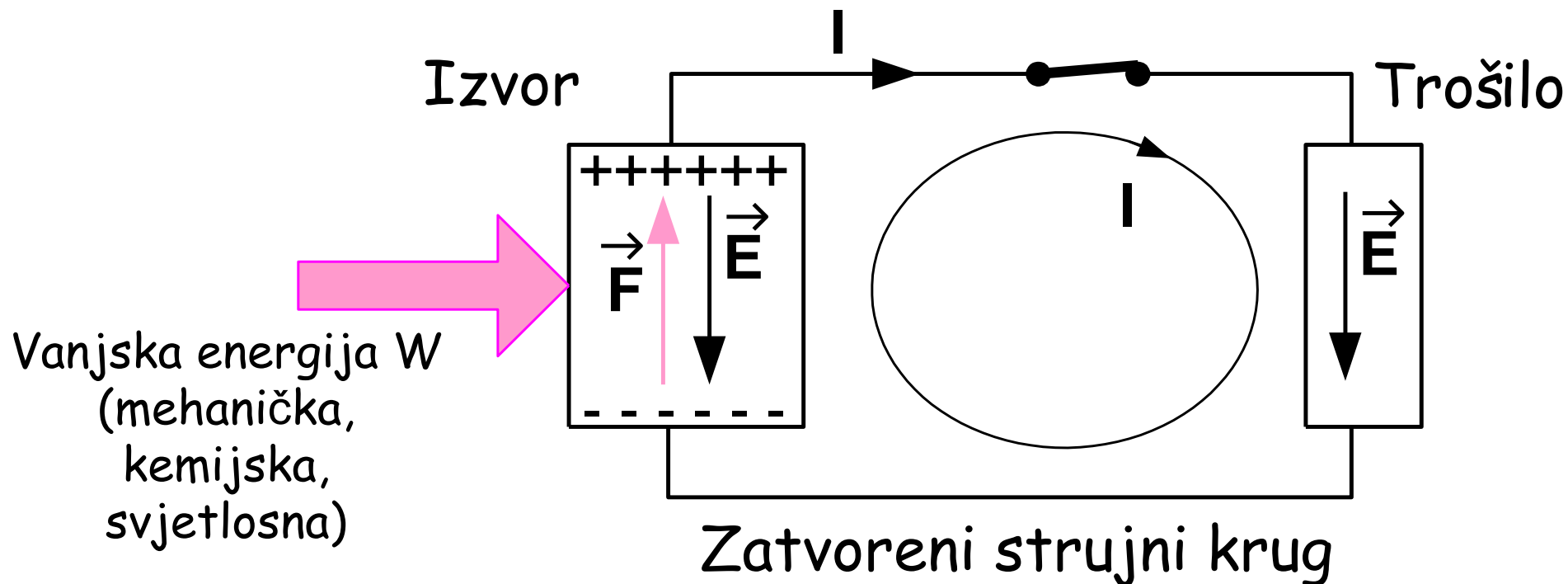
$$\vec{F}_{el} = -\vec{F}$$



- Sva vanjska energija utrošena na razdvajanje naboja ostaje očuvana u obliku potencijalne energije razdvojenih naboja i predstavlja **elektromotornu silu** (kraće **EMS**) izvora, a izražava se u voltima.
- Opisano stanje izvora naziva se **stanje praznog hoda izvora**.

Zatvoreni strujni krug

- Istoimeni naboji nagomilani na krajevima izvora nastoje se rasporediti po što većoj površini (odbojna Coulomb-ova sila). Zato, u trenutku kad se na izvor priključi trošilo (zatvaranje sklopke) dolazi do premještanja naboja prema trošilu, odnosno do **pojave električne struje I** .



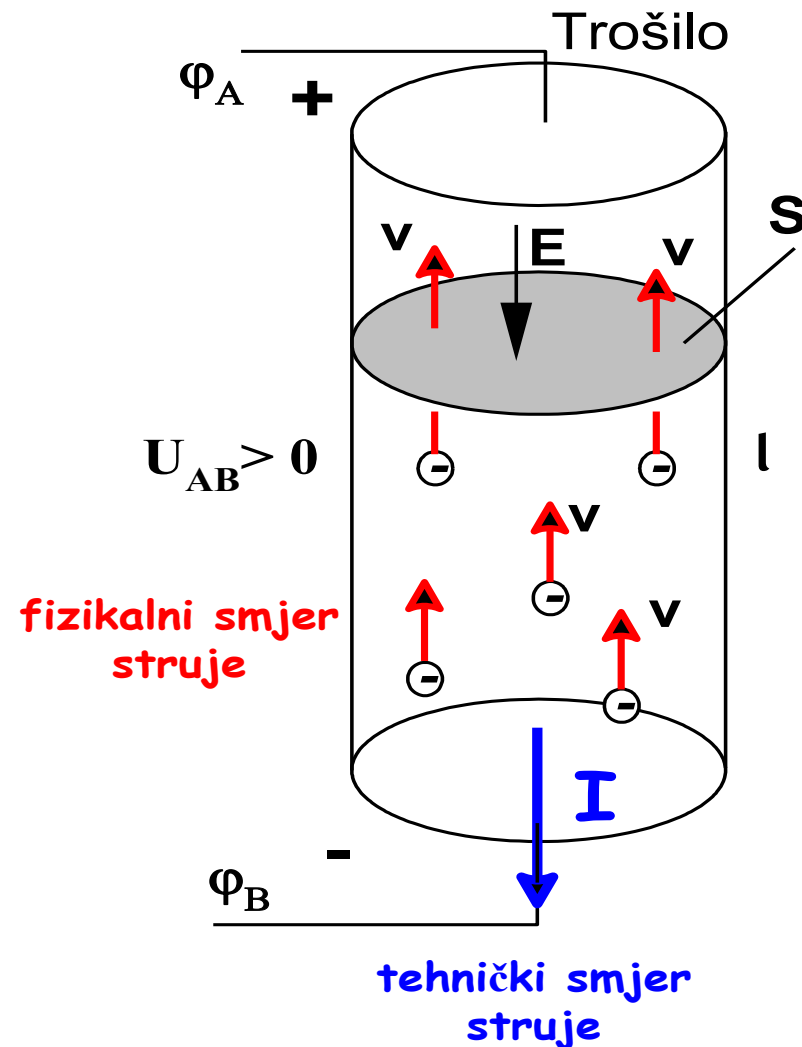
- ♦ Električna struja je usmjereno gibanje naboja pod djelovanjem stalno prisutnog električnog polja. Stalno električno polje koje uzrokuje struju daje vanjski izvor.
 - Struju u vodičima (metalima) čini gibanje slobodnih elektrona.
 - Struju u elektrolitima i plinovima čini gibanje elektrona i iona.
- ♦ Električne struje koje nastaju pod djelovanjem električnog polja u vodičima nazivamo **provodne struje**.

Model vođenja električne struje

- Na krajeve cilindričnog vodiča duljine l površine presjeka S doveden je napon $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B > 0$
- Jakost električnog polja E u vodiču (homogeno polje) može se odrediti kao:

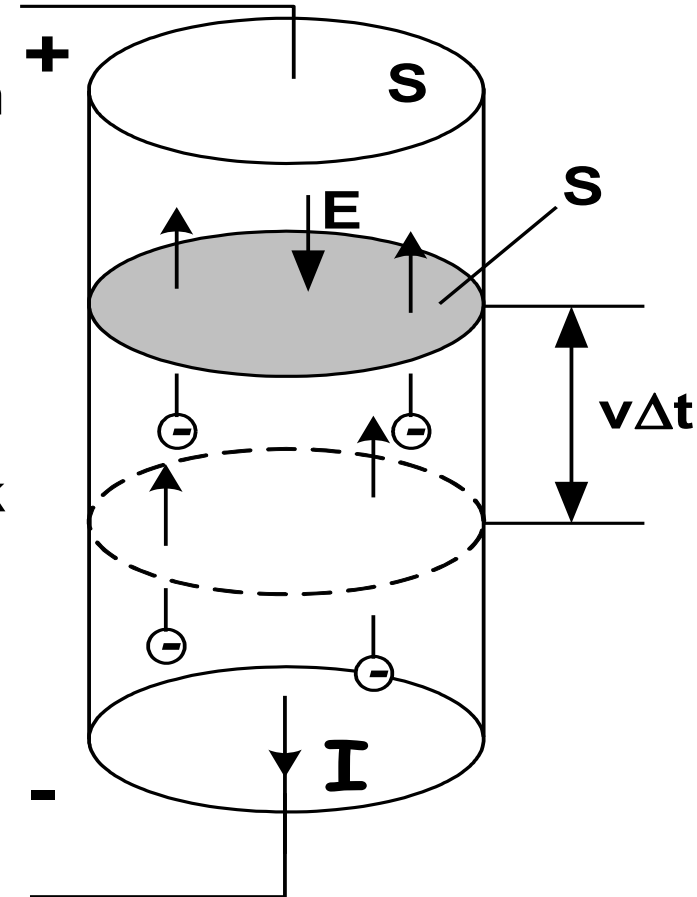
$$E = \frac{U_{AB}}{l} = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{l}$$

- Smjer struje:
 - Fizikalni smjer struje:** smjer gibanja slobodnih elektrona (smjer suprotan smjeru el. polja)
 - Tehnički (konvencionalni) smjer struje** suprotan smjeru gibanja slobodnih elektrona: (u smjeru el. polja)
- Protok naboja, odnosno električna struja ista je na svim presjecima (princip kontinuiteta).
- U vodičima zbog termičkog gibanja jezgri postoji otpor prolasku elektrona - **električni otpor**.



- ♦ Gibanje elektrona odvija se pod djelovanjem električnog polja, ali u nizu uzastopnih ubrzavanja i usporavanja (udaranje elektrona u čestice koje im se nalaze na putu). Zbog takve, promjenjive brzine uvodi se pojam **srednje brzine gibanja naboja v** . Naravno, v je proporcionalna polju E , tj. naponu.
- ♦ Na temelju poznatog broja slobodnih elektrona N u m^3 metala i njihove srednje brzine može se izračunati kolika količina naboja prođe kroz presjek S vodiča u vremenskom intervalu Δt :
$$\Delta Q = N \cdot q_e \cdot S \cdot v \cdot \Delta t$$
 ,gdje je q_e naboj elektrona.
- ♦ **Jakost električne struje I** je količina naboja koja u jedinici vremena prođe kroz presjek vodiča:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = N \cdot q_e \cdot S \cdot v \quad \frac{As}{s} = A$$



- ♦ Struja čija je jakost konstantna jest **vremenski nepromjenjiva struja**:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} = \textit{konst.}$$

- ♦ Ukoliko je dotok vanjske energije izvora vremenski promjenjiv, takva energija stvarati će vremenski promjenjivu EMS koja će kroz vodič tjerati **vremenski promjenjivu struju**:

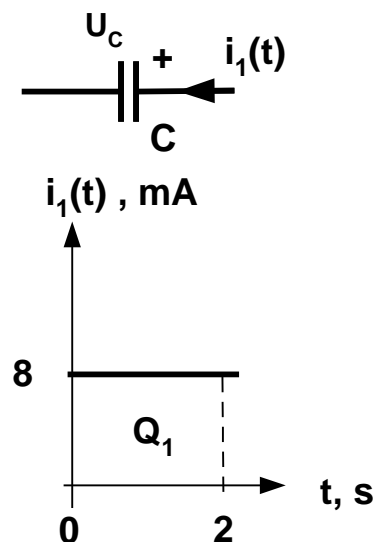
$$i(t) = \frac{dQ}{dt}$$

- ♦ **Istosmjerna struja**: može mijenjati svoju jakost ali ne i smjer u vremenu (uvijek isti smjer električnog polja).
- ♦ **Izmjenična struja**: mijenja svoj smjer u vremenu (mijenja se smjer električnog polja).

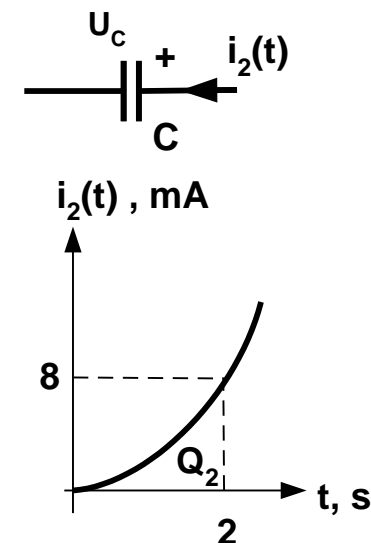
Određivanje količine naboja

- ♦ Ako je poznata vremenska promjena struje $i(t)$, tada se može odrediti **naboj** Q koji je kroz vodič prostrujao u intervalu vremena $[0, t]$ kao:
- ♦ Ako je struja vremenski nepromjenjiva (konstantna) tada u periodu vremena t prostruji naboj :
- ♦ Primjer: Odredite napon u_c na kondenzatoru $C = 100 \mu\text{F}$ u trenutku $t = 2 \text{ s}$ ako se kondenzator nabija:
 - a) konstantnom strujom $i_1(t) = 8 \text{ mA}$,
 - b) strujom $i_2(t) = 2t^2 \text{ mA}$.Napomena: $u_c(t=0) = 0$, tj. prije početka nabijanja, kondenzator je bio prazan.

$$Q = \int_0^t i(t) dt$$
$$Q = I \cdot t$$



$$i_1(t) = 8 \text{ (mA)}$$
$$Q_1 = 8t = 16 \text{ mAs}$$
$$u_c(t=2\text{s}) = Q_1/C = 160\text{V}$$



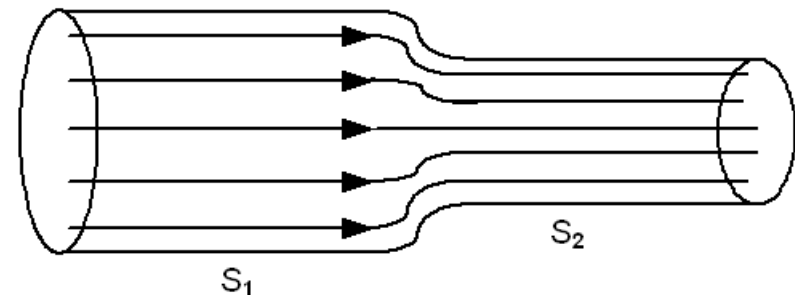
$$i_2(t) = 2t^2 \text{ (mA)}$$
$$Q_2 = 0,667t^3 = 5,3 \text{ mAs}$$
$$u_c(t=2\text{s}) = Q_2/C = 53\text{V}$$

- ♦ Prema **principu kontinuiteta električne struje** jakost struje unutar vodiča jednaka je na svim presjecima (npr. S_1 ili S_2) u svakom trenutku.
- ♦ Struju možemo prikazati strujnicama. Gustoća strujnica je veća tamo gdje je presjek manji. Kao mjeru te gustoće korisno je uvesti pojam **gustoća struje** J koju definiramo kao omjer jakosti struje i površine presjeka kroz koji struja prolazi:

$$J = \frac{\Delta I}{\Delta S} = \frac{dI}{dS} \quad \frac{\text{A}}{\text{m}^2}, \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

- ♦ U najjednostavnijem slučaju strujnice su po presjeku jednoliko raspoređene. To je slučaj **jednolike gustoće struje** i tada vrijedi:

$$J = \frac{dI}{dS} = \textit{konst.}$$



Prikaz struje pomocu strujnica

1. Vodič presjeka 1 mm^2 , duljine 2 m priključen je na napon 5 V . Ako kroz vodič prostruji $6,25 \cdot 10^{18}$ elektrona u 250 ms , odrediti:
- a) Struju kroz vodič
 - b) Gustoću struje
 - c) Jakost električnog polja
 - d) Gustoću struje ako se presjek vodiča smanji na $0,1 \text{ mm}^2$.

- ♦ Gustoća električne struje koju u različitim materijalima pokrene isto električno polje je različita:

$$\kappa = \frac{J}{E} \quad \frac{\text{S}}{\text{m}}$$

- κ je značajka materijala.
- Mjeri se u simensima/m: (1S=1A/1V)
- κ zovemo **električna provodnost**.



Werner von Siemens (1816-1892)

- Češće se koristi njezina recipročna vrijednost: $\rho = 1 / \kappa$ koju zovemo **električna otpornost**.
- Mjeri se u Ωm ($1\Omega = 1/\text{S} = 1\text{V}/1\text{A}$)
- Često se otpornost iskazuje u $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$. Podaci za otpornost nekih metala su:
 - srebro: $0,0165 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$; $0,0165 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$
 - bakar: $0,0169 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$; $0,0169 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$
 - zlato: $0,0227 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$; $0,0227 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$
 - aluminij: $0,0265 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$; $0,0265 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$
 - volfram: $0,055 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$; $0,055 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$

- ♦ Na temelju prethodnih izraza struja u vodiču može se izraziti kao:

$$I = J \cdot S = \kappa \cdot E \cdot S = \kappa \cdot \frac{U_{AB}}{l} \cdot S$$

- ♦ Veličina: $G = \frac{I}{U_{AB}} = \kappa \frac{S}{l}$

zove se **električna vodljivost** i mjeri u S (simensima).

- ♦ Njezina recipročna vrijednost je **električni otpor** R i mjeri se u omima (Ω):

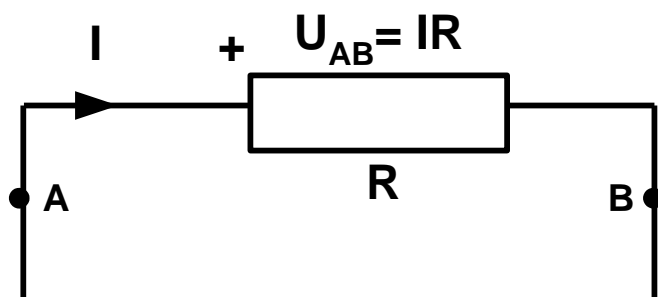
$$R = \frac{1}{G} = \frac{1}{\kappa} \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{S}$$

- ♦ Ohmov zakon (1826) - jakost struje u vodiču proporcionalna je naponu na njegovim krajevima:

$$I = \frac{U_{AB}}{R}$$



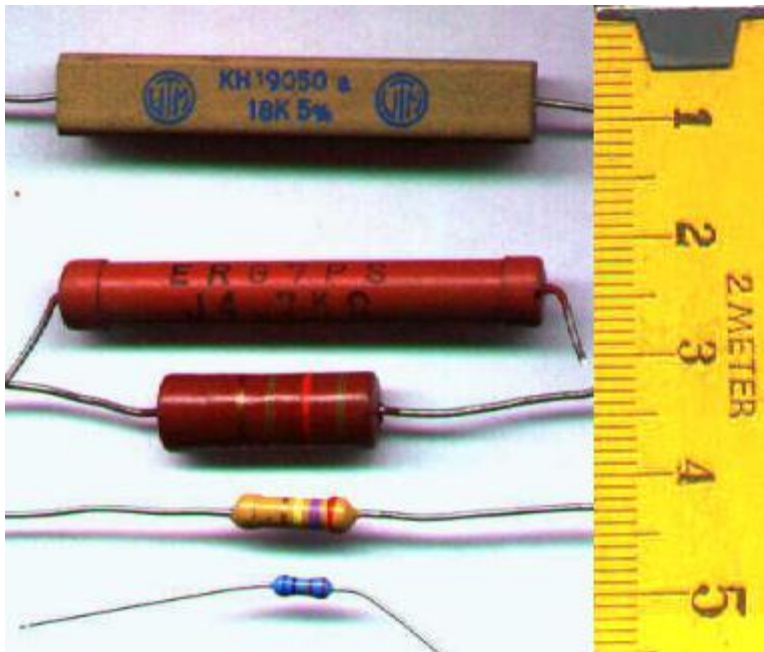
Georg Simon Ohm (1789-1854)



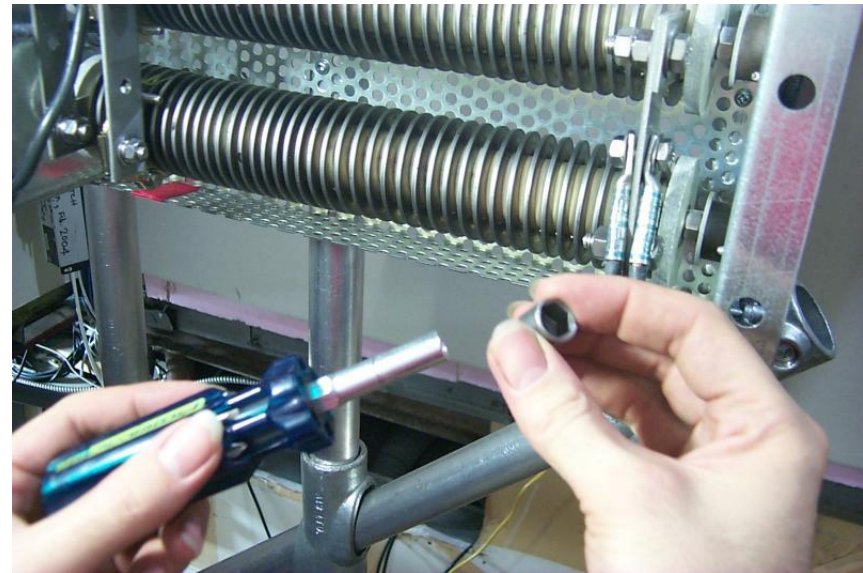
- ♦ Struja ulazi u vodič otpora R na njegov kraj koji je na višem potencijalu a izlazi na kraju koji je na nižem potencijalu - pad napona na otporu.

- ♦ Vodič ili skup vodiča kojem je otpor puno veći od otpora spojnih vodiča spojenih na izvor zovemo **otpornik**.

Tipovi otpornika



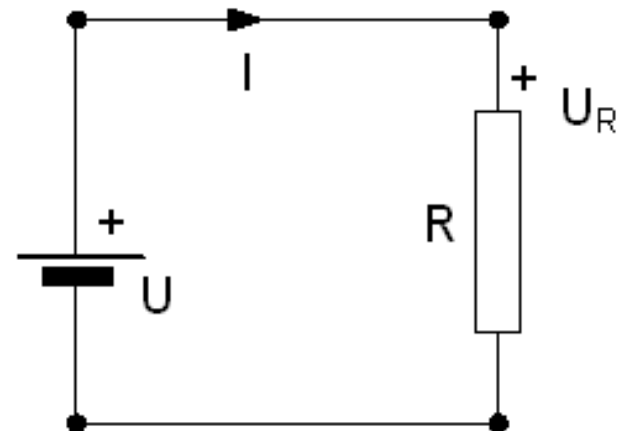
Otpornik 2kW, $1/8 \Omega$
za kočenje vjetrogeneratora



- ♦ U električkoj shemi se izvor i trošilo zamjenjuju idealiziranim elementima: **idealnim naponskim izvorom** elektromotorne sile $E_{MS}=U$ i **otpornikom** otpora R , dok se otpor spojnih vodova zanemaruje. Na slici su prikazani simboli izvora i otpornika, a označeni su i **smjerovi napona** na elementima i **smjer struje** u krugu.
- ♦ Primijetite da za razliku od otpornika, struja kroz izvor teče od nižeg k višem potencijalu.

- ♦ Vrijedi:

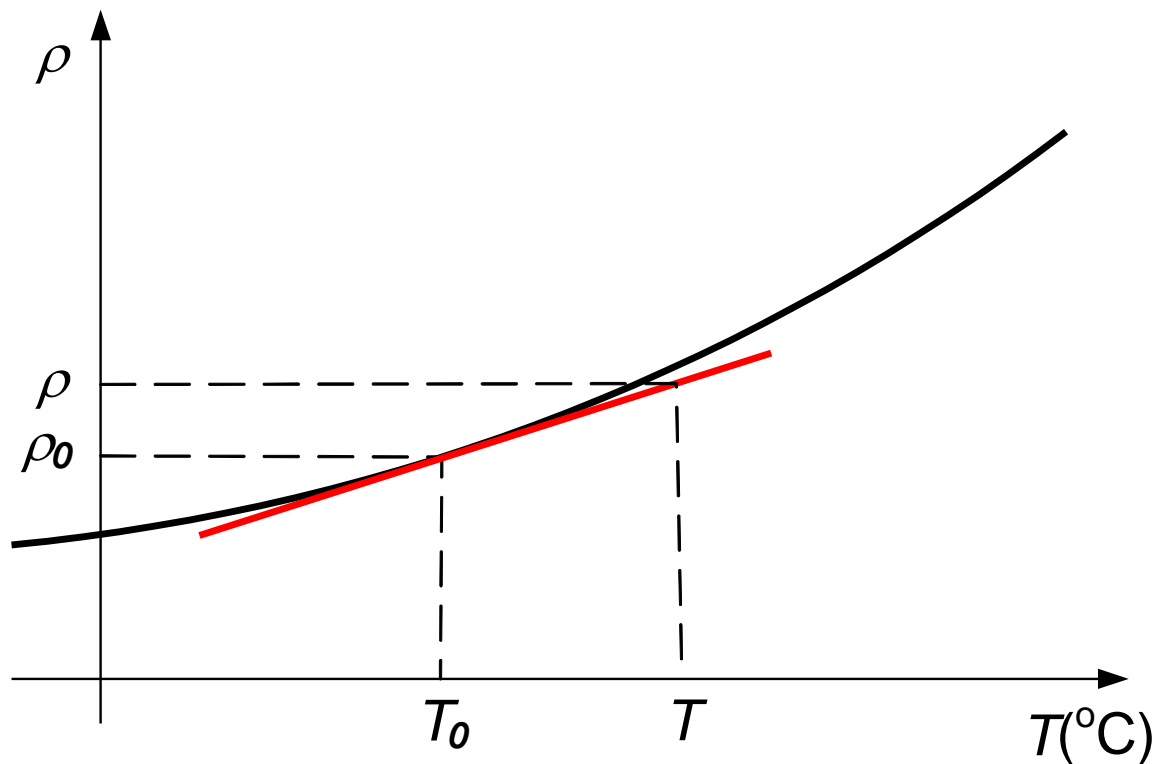
$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_R}{R}$$



2. Električna peć priključena je preko bakrenih vodiča duljine 10 m, presjeka $1,5 \text{ mm}^2$ na električnu mrežu napona 220 V. Ako je struja u krugu 10 A, odrediti koliki je pad napona na spojnim vodičima.
3. Ako se želi postići da dva vodiča iste duljine, načinjena od bakra i aluminijsa imaju isti otpor, koliki je omjer njihovih presjeka?

Zavisnost otpora o temperaturi

- ♦ Kod metala, termička gibanja **s porastom temperature** postaju jača te **raste otpor** gibanju slobodnih elektrona. Otpornost metala povećava se s povećanjem temperature - polinomna ovisnost.



Zavisnost otpora o temperaturi (nastavak)

- ♦ Tu ovisnost lineariziramo za male promjene temperature:

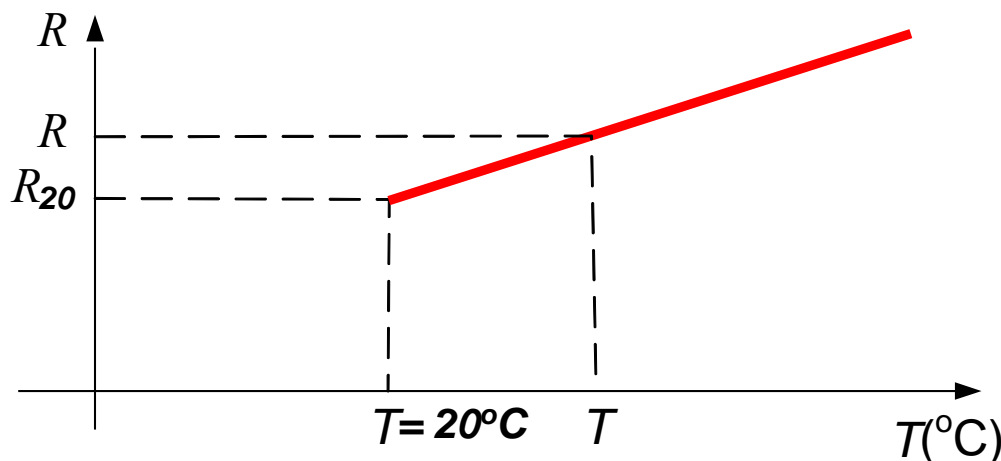
$$\rho(t) = \rho_0 (1 + \alpha(T - T_0))$$

- ♦ Na isti način se ovisnost otpora o temperaturi može izraziti kao:

$$R = R_{20} (1 + \alpha(T - 20))$$

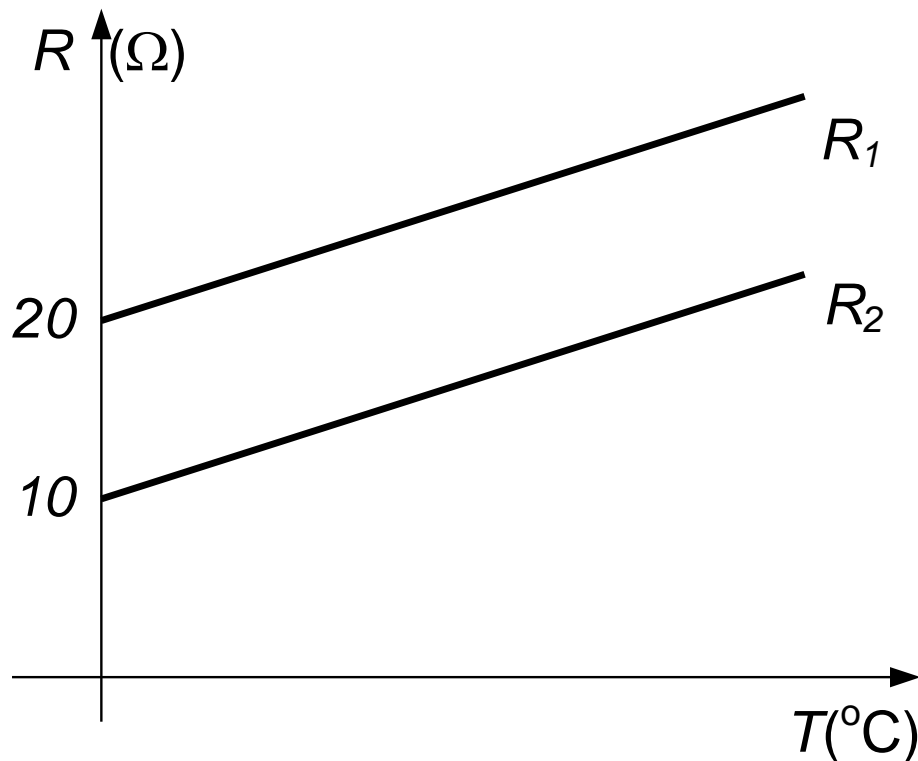
gdje je α temperaturni koeficijent ($1/^{\circ}\text{K}$) - npr. za bakar $\alpha = 0,00393$ ($1/^{\circ}\text{K}$), a $R_{20} = \rho l/S$ je iznos otpora materijala na 20°C .

- ♦ Na temperaturama bliskim apsolutnoj nuli vodiči prelaze u supravodljivo stanje.



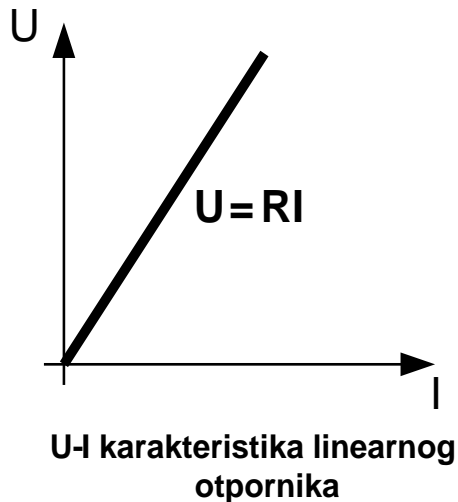
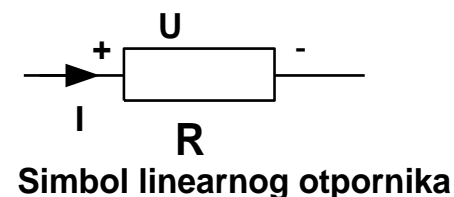
4. Otpor namota električnog motora koji se nalazi u prostoriji u kojoj je temperatura 30°C iznosi $1,3\ \Omega$. U trajnom pogonu motora izmjeren mu je otpor namota od $1,606\ \Omega$. Kolika je temperatura namota motora u trajnom pogonu ako je on izrađen od bakra?
5. S porastom temperature otpori dva otpornika rastu linearno od iste početne vrijednosti R (pri temperaturi 20°C) do vrijednosti $3R$ za prvi odnosno $2R$ za drugi otpornik na nekoj temperaturi t . Koliki je omjer α_1/α_2 ?

6. Promjena otpora otpornika R_1 i R_2 s temperaturom prikazana je na slici. Koliki je omjer njihovih temperaturnih koeficijenata?

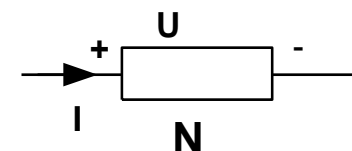


Linearni i nelinearni otpornik

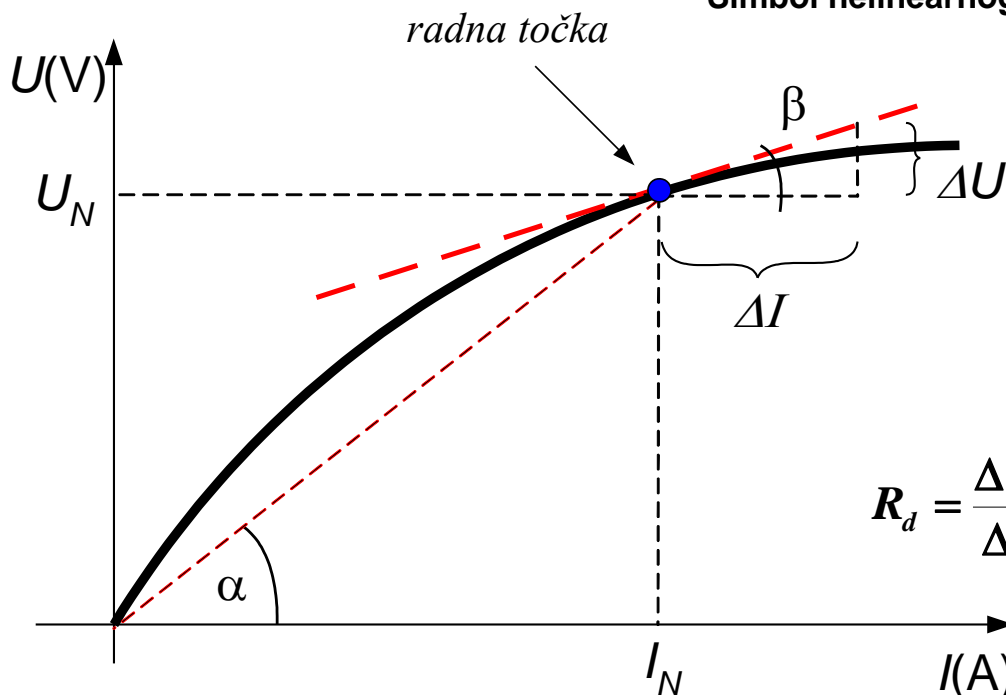
- Otpornik čija vrijednost otpora R ne ovisi o struji koja teče kroz njega (o **radnoj točki**) je **linearni otpornik**. U - I karakteristika takvog otpornika je pravac. Otpornik čiji se otpor **mijenja s promjenom radne točke** nazivamo **nelinearni otpornik**.



U-I karakteristika nelinearnog otpornika



Simbol nelinearnog otpornika



$$R_s = \frac{U}{I} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$R_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{dU}{dI} = \operatorname{tg} \beta$$

- ◆ Nelinearni otpornici se karakteriziraju s dva parametra koji opisuju njihova svojstva u određenoj radnoj točki:

- **statički otpor:** $R_s = \frac{U}{I} = \operatorname{tg} \alpha$ i

- **dinamički otpor:** $R_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{dU}{dI} = \operatorname{tg} \beta$.

- ◆ Za statički otpor vrijedi: $R_s \geq 0$, dok dinamički otpor može biti i negativan što znači da u okolini te radne točke, s povećanjem napona na krajevima nelinearnog otpornika, struja pada. Dinamički otpor je parametar koji opisuje u kojoj se mjeri, pri promjeni napona na elementu, mijenja jakost struje koja teče kroz njega.

7. Karakteristika napon - struja (U-I karakteristika) nelinearnog otpornika aproksimirana je parabolom $U = 0,5 \cdot I^2$.
Odrediti statički i dinamički otpor otpornika kod napona 2 V.

- ◆ Pri prolasku struje kroz vodič otpora R elektroni se ubrzavaju i sudaraju s jezgrama i drugim elektronima gubeći pri tom kinetičku energiju.
- ◆ Ta kinetička energija pretvara se u toplinsku.
- ◆ Količina naboja koja u vremenu Δt prođe vodičem je: $\Delta Q = I \cdot \Delta t$
- ◆ Naboj pri tome izgubi energiju:

$$\Delta W = \Delta Q(\varphi_A - \varphi_B) = I \cdot \Delta t \cdot U_{AB} = I \cdot \Delta t \cdot I \cdot R$$

- ◆ Snaga je:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} = U \cdot I = I \cdot R \cdot I = I^2 R$$

- ◆ To je Jouleov zakon (1841)

James Prescott Joule (1818-1889)



8. Na otporniku za kočenje vjetrogeneratora koji ima otpor $R=1/8 \Omega$ razvija se snaga od 2 kW. Kolika je struja kroz otpornik? Kolika se energija utroši na otporniku ako u jednom danu kroz njega teče struja u ukupnom vremenu od 2 sata?
9. Električna peć priključena je preko bakrenih vodiča duljine 10 m, presjeka $1,5 \text{ mm}^2$ na električnu mrežu napona 220 V. Ako je struja u krugu 10 A, odrediti snagu trošila te snagu na spojnim vodičima. Kolika je snaga na spojnim vodičima ako im se presjek poveća na 3 mm^2 ?

Rješenja primjera (tema 2a)

- 1) $I = 4 \text{ A}$, $J = 4 \text{ A/mm}^2$, $E = 2,5 \text{ V/m}$, $J' = 4 \text{ A/mm}^2$
- 2) $U_v = 1,13 \text{ V}$ (napomena: ukupna duljina spojnih vodiča = 10 m)
- 3) $S_{\text{Al}}/S_{\text{Cu}} = \rho_{\text{Al}}/\rho_{\text{Cu}} = 1,57$
- 4) $T_{\text{RADNA}} = 92,3 \text{ }^\circ\text{C}$
- 5) $\alpha_1/\alpha_2 = 2$
- 6) $\alpha_1/\alpha_2 = 1/2$
- 7) $R_{\text{st}} = 1 \text{ } \Omega$, $R_{\text{din}} = 2 \text{ } \Omega$
- 8) $I = 126,5 \text{ A}$, $W = 4 \text{ kWh}$
- 9) $P_T = 2188,7 \text{ W}$, $P_v = 11,3 \text{ W}$, $P_{v'} = 5,66 \text{ W}$
(napomena: ukupna duljina spojnih vodiča = 10 m)