

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

1. MI - 2009/10 - review

Tywin

Listopad, 2009.

1. zadatak Na silnici elektrostatskog polja točkastog naboja odabrane su točke A, B i C tako da je točka B na sredini dužine AC. Ako su poznati iznosi polja u točkama A i C odredite iznos polja u točki B. Zadano $E_A = 256 \frac{V}{m}$ i $E_C = 16 \frac{V}{m}$.

Rješenje: ovaj zadatak se nalazi u zbirci Pavić-Felja I.1-5. i u pravilu je samo matematički zahtjevan no i to se može riješiti s par trikova... prvo je potrebno postaviti iznose polja u pojedinim točkama. Pretpostavit ćemo da je točka A bliže pozitivnom naboju Q i da su udaljeni na razmaku d a da je točka C dalje od naboja i udaljena za $d + x$. Prema tome, izrazi za polje u sve tri točke su:

$$E_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon d^2} \quad ; \quad E_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon(d + \frac{x}{2})^2} \quad ; \quad E_C = \frac{Q}{4\pi\epsilon(d + x)^2}$$

I sad bi nam ovdje ostalo matematičko petljanje, pa ko voli nek izvoli ;) druga nam je opcija izabrati neki proizvoljan Q i prema njemu odrediti duljine d i x . Pa zatim i iznos polja u točki B. No možemo to gledati i ovako (treća opcija):

$$E \sim \frac{1}{r^2}$$

Pa ako se polje smanjilo 16 puta znači da se udaljenost povećala 4 puta, odnosno:

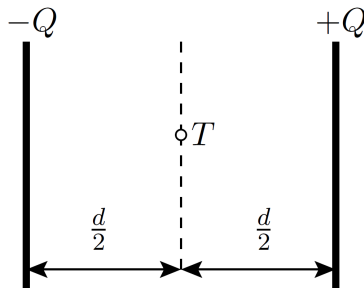
$$r_C = 4 \cdot r_A$$

a znamo da vrijedi:

$$r_B = \frac{r_A + r_C}{2} = 2,5 r_A$$

$$E_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon(2,5 r_A)^2} = \frac{E_A}{2,5^2} = 40,96 \frac{V}{m}$$

- 2. zadatak** Zadan je pločasti kondenzator površine ploča $S = 40\text{cm}^2$ međusobnog razmaka $d = 5\text{cm}$ nabijen nabojem $Q = 13\text{nAs}$ ($\varepsilon_r = 1$). Odredite rad pri pomicanju naboja $Q_0 = +10^{-9}\text{As}$ iz točke T do ploče nabijene pozitivnim nabojem (rad sila električnog polja smatramo pozitivnim).



Rješenje: ovo je svakako jedan netipičan zadatak. Ali ako odredimo napon na kondenzatoru možemo odrediti i rad pri pomicanju naboja pa:

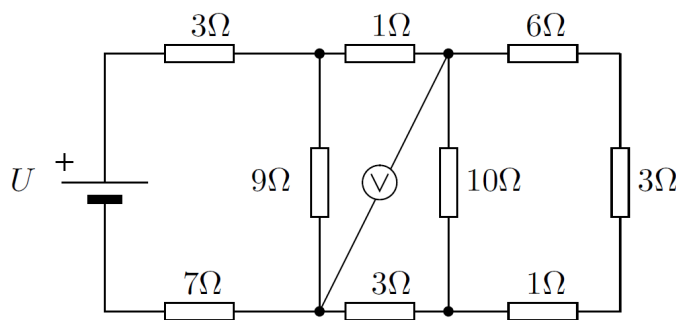
$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} = 0,708 \text{ pF}$$

$$U = \frac{Q}{C} = 18,35 \text{ kV}$$

Naboj pomičemo za pola i to od nižeg prema višem potencijalu pa je za to potreban napon $U_{T+} = -9,175 \text{ kV}$ pa je onda rad:

$$W = Q_0 U_{T+} = -9,175 \text{ } \mu\text{J}$$

- 3. zadatak** Koliki je napon izvora ako idealni voltmetar pokazuje $U_V = 24\text{V}$?

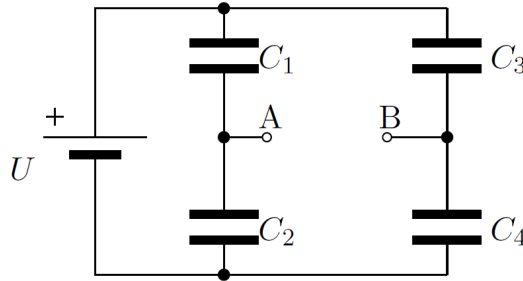


Rješenje: ovaj zadatak se nalazi u Pavić-Felji III.1-14. i čak je riješen na forumu a mislim da su i na massu dane upute za rješavanje. Uglavnom odredi se otpor na kojeg je spojen voltmetar i on iznosi:

$$R_V = 3 + 10 || (6 + 3 + 1) = 3 + 10 || 10 = 3 + 5 = 8\Omega$$

Pa onda kroz njega teče struja od $I = \frac{U_V}{R_V} = 3\text{A}$ pa toliko teče i kroz gornjih 1Ω odnosno teče kroz ukupno 9Ω i na njima tvori pad napona od 27V . Tih su 9Ω u paraleli sa još 9Ω a to znači da je na tom paralelnom spoju od $4,5\Omega$ vlada 27V pa kroz njega teče struja od 6A . Ta struja zapravo teče kroz serijski spoj $3, 4, 5$ i 7Ω odnosno ukupno $14,5\Omega$ i na njemu stvara pad napona 87V što daje izvor. I to je naravno rješenje $U = 87\text{V}$.

- 4. zadatak** Kombinacija nenabijenih kondenzatora prema slici priključuje se na izvor napona $U = 120V$. Ako je $U_{AB} = +60V$, te $C_1 = 15nF$ i $C_2 = C_3 = 5nF$, odredite energiju na kondenzatoru C_4 .



Rješenje: iako nema takvog identičnoga primjera, ovo je svakako jedan tipski zadatak koji ste mogli očekivati...

$$C_{12} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 3,75nF$$

$$Q_{12} = U \cdot C_{12} = 450nC \quad ; \quad U_{C1} = \frac{Q_{12}}{C_1} = 30V$$

$$U_{AB} = U_{C3} - U_{C1} \quad \rightarrow \quad U_{C3} = 90V$$

$$Q_{34} = U_{C3} \cdot C_3 = 450nC \quad ; \quad U_{C4} = U - U_{C3} = 30V$$

$$C_4 = \frac{Q_{34}}{U_{C4}} = 15nF$$

$$W_4 = \frac{U_{C4} \cdot Q_{34}}{2} = 6,75 \mu J$$

- 5. zadatak** Napon praznog hoda realnog naponskog izvora iznosi $E = 36V$. Kada se na izvor priključi trošilo otpora R struja u krugu je $I = 3A$ a napon na stezaljkama izvora je $U = 24V$. Odredite unutarnji otpor izvora R_i te najveću snagu P_{max} koja se može dobiti na promjenjivom otporu trošila.

Rješenje: ovo nije jedan od tipskih zadataka i namijenjen je onima koji idu po 100% ispita. Možda ga zato nitko nije nit previše spominjao nit išta slično. Uglavnom, postupak je:

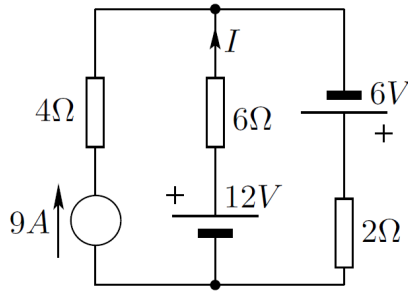
$$R_i = \frac{E - U}{I} = 4 \Omega$$

Za najveću snagu vrijedi $R = R_i = 4 \Omega$ pa prema tome struja u krugu i tražena najveća snaga iznose:

$$I = \frac{E}{R_i + R} = 4,5 A$$

$$P_{max} = I^2 R = 81 W$$

6. zadatak Odredite struju I u mreži prema slici.



Rješenje: ovo je tipski zadatak i sličan se takav pojavio prošle godine u prvom međuispitu. Zadatak se da riješiti na više načina, pa evo rješenja superpozicijom:

Za strujni izvor vidimo da je spoj otpornika od 2 i 6 Ω u paraleli što je u seriji sa ovim od 4 Ω . Kako se radi o strujnom izvoru onda možemo izravno izračunati doprinos strujnog izvora (struja ide prema dolje):

$$I' = 9 \cdot \frac{2}{6 + 2} = 2,25 \text{ A}$$

Za naponski izvor u srednjoj grani spoj je otpornika od 2 i 6 Ω u seriji pa prema tome doprinos njegove struje (prema gore) iznosi:

$$I'' = \frac{12}{2 + 6} = 1,5 \text{ A}$$

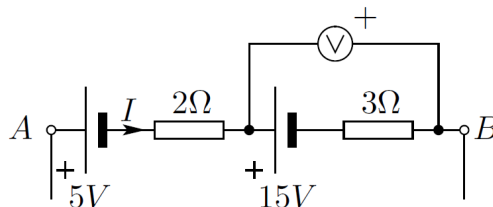
Za naponski izvor u desnoj grani spoj je isti kao i prethodni pa je njegov doprinos struje (prema gore):

$$I''' = \frac{6}{2 + 6} = 0,75 \text{ A}$$

Ukupno struja prema gore iznosi:

$$I = -I' + I'' + I''' = 0 \text{ A}$$

7. zadatak Odredite napon U_{AB} i struju I u dijelu mreže prema slici ako idealni voltmetar pokazuje $U_V = 45V$ naznačenog polariteta.



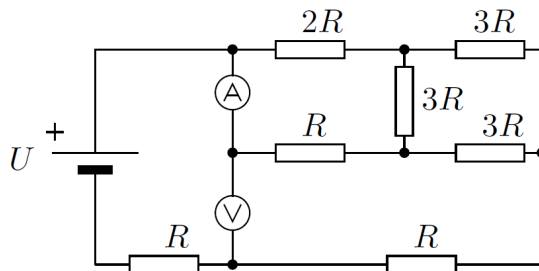
Rješenje: opet, niti ovo nije tipski zadatak ali ste ga svojim znanjem i kombinacijom sa zadatkom II.2-12. trebali znati riješiti. Evo mojeg postupka, zavrtime prvo II.K.Z. petljom sa voltmetrom da dobijemo struju:

$$U_V + 3 \cdot I + 15 = 0 \quad \rightarrow \quad I = -20 \text{ A}$$

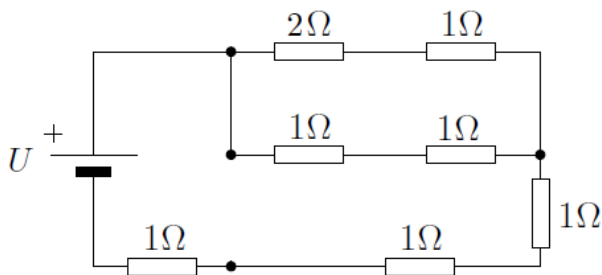
Pa je prema tome traženi napon:

$$U_{AB} = 3 \cdot I + 15 + 2 \cdot I + 5 = -80 \text{ V}$$

8. zadatak Koliku struju pokazuje idealni ampermetar ako idealni voltmetar pokazuje $U_V = 16 \text{ V}$ uz $R = 1$.



Rješenje: e pa ovo je zasigurno tipski zadatak, došao je prošle godine u MI a ima ga i u zbirci IV.1-11. Prvo provjerimo jeli most u ravnoteži - nije. Prema tome iskoristimo pretvorbu zvijezda - trokut ili obratno. Prema savjetu da je najbolje iz trokuta u zvijezdu i to kad su sva tri otpornika u trokutu simetrični i djeljivi s tri mrežu ćemo promijeniti:



Pa sad vidimo da je voltmetar spojen na otpor:

$$R_V = (2 + 1) || (1 + 1) + 1 + 1 = \frac{3 \cdot 2}{3 + 2} + 2 = 3,2 \Omega$$

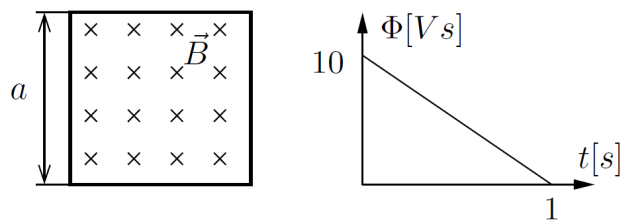
Ukupna struja u krugu iznosi:

$$I = \frac{U_V}{R_V} = 5 \text{ A}$$

a prema strujnom djelilu struja koju mjeri ampermetar (donja grana paralelnog spoja) iznosi:

$$I_A = I \cdot \frac{3}{3 + 2} = 3 \text{ A}$$

9. zadatak Kroz petlju prema slici koja se sastoji od jednog zavoja prolazi homogeni magnetski tok. Tijekom jedne sekunde $\Delta t = 1 \text{ s}$ tok se linearno smanji od 10 Vs na nulu. Koliki naboj prođe kroz presjek žice S od koga je sačinjen zavoj ako je zavoj kvadratnog oblika stranice duljine $a = 25 \text{ cm}$, presjeka $S = 16 \text{ mm}^2$ i specifičnog otpora $\rho = 0.0169 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}$.



Rješenje: iako nije tipičan zadatak lako se dao riješiti kombinacijom par zadataka iz Pavić-Felje. Dakle,

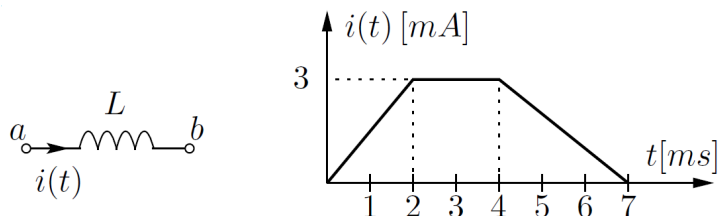
$$u_i = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = 10 \text{ V}$$

$$R = \rho \frac{4a}{S} = 1,056 \text{ m}\Omega$$

$$I = \frac{u_i}{R} = 9467,46 \text{ A}$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta Q = I \cdot \Delta t = 9467,46 \text{ C}$$

10. zadatak Struja kroz zavojnicu induktiviteta $L = 100 \text{ mH}$ mijenja se prema slici. Odredite napon u_{ab} u trenutku $t_1 = 1 \text{ ms}$, $t_2 = 3 \text{ ms}$ i $t_3 = 5 \text{ ms}$.



Rješenje: i ovaj je zadatak tipski i dosta nalikuje zadatku V.1-14. dok je objašnjenje polariteta u primjeru V.1-P10. No, riješimo to ;)

Za trenutak t_1 vrijedi da će se zavojnica pokušati suprotstaviti porastu struje tako da + napona inducira prema točki a što znači da je ona višeg potencijala pa prema tome:

$$u_{ab} = L \frac{\Delta i}{\Delta t} = 0,1 \cdot \frac{1,5}{1} = 0,15 \text{ V}$$

U trenutku t_2 nema promjene struje pa nema ni indukcije napona odnosno $u_{ab} = 0 \text{ V}$

U trenutku t_3 zavojnica se opet suprotstavlja smanjivanju struje, odnosno pomaže joj tako da inducira napon prema točki b pa je točka a na nižem potencijalu i vrijedi:

$$u_{ab} = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} = -0,1 \cdot \frac{1}{1} = -0,1 \text{ V}$$