

## Predavanja 2a

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



prof.dr.sc. Armin Pavić

# ELEKTRIČNA STRUJA I OTPOR, OHMOV I JOULEOV ZAKON

Električna struja  
Električni otpor i otpornici  
Ohmov i Jouleov zakon  
Temperaturna ovisnost otpora  
Pojam strujnog kruga

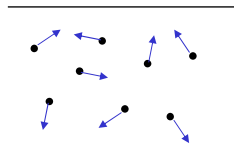
## Električno polje u vodiču

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



U vodiču  
nema polja

$$E=0$$

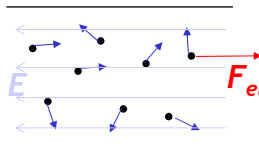


$$\sum \vec{v}_i = 0$$

slobodni elektroni se  
gibaju nasumično:  
zbroj njihovih brzina=0

U vodiču  
je polje

$$E>0$$



$$\sum \vec{v}_i = \vec{v}_p \text{ (smjer } \rightarrow \text{)}$$

svaki elektron dobiva  
komponentu brzine u  
smjeru el. sile polja

Pomaćna brzina  $v_p$   
razmjerna je jakosti  
el. polja u vodiču  $E$

$$\vec{v}_p = p \vec{E} \quad (1)$$

faktor razmjernosti:

$p$  - pokretljivost  
nosioca naboja

## Model vođenja el. naboja

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Objašnjenje osnovnih pojava vezanih uz gibanje naboja u vodičima daje jednostavni model koji pretpostavlja da se slobodni elektroni, kao čestice, pri svojem gibanju (pod djelovanjem vanjskog polja) elastično sudaraju s atomima (koji su vezani u kristalnoj rešetci) vodiča, pri čemu elektroni gube dio svoje brzine i energije.
- ♦ Stvarna brzina gibanja elektrona u smjeru djelovanja vanjskog polja stoga nije stalna, nego raste (pod djelovanjem stalne sile polja), pa se smanjuje (pri sudarima s preprekama - atomima vodiča), a *srednju vrijednost te brzine predstavlja pomačna brzina  $v_p$*
- ♦ Pod djelovanjem vanjskog polja u vodiču je pomačna brzina  $v_p > 0$ , pa dolazi do **usmjerenog gibanja naboja**.

3

## Električna struja

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ **Usmjerenog gibanje naboja** = električna struja
- ♦ **Jakost struje  $i$**  = količina naboja koja prođe kroz presjek vodiča u jedinici vremena  
Uz jednoliko strujanje naboja, jakost struje je stalna:  
 $i = \text{konst.} = I$        $I = Q/t$        $[i] = A$  (amper)  
Općenito:       $i = \Delta Q / \Delta t$       ( $i = dQ/dt$ )
- ♦ **Gustoća struje  $J$**  = jakost struje po jed. presjeka vodiča  
Uz jednoliku raspodjelu struje  $I$  po presjeku vodiča  $S$ :  
 $J = \text{konst.}$        $J = I/S$        $[J] = A/m^2$   
Općenito:       $J = \Delta I / \Delta S$       ( $J = dI/dS$ )

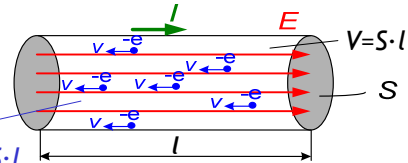
4

## Veza struje i pomaćne brzine - jednađba kontinuiteta



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- Neka kroz vodić presjeka  $S$  teče struja stalne jakosti  $I$ . Uz jednoliku prostornu gustoću slobodnih naboja  $\gamma$ , količina slobodnog naboja u odsječku vodića duljine  $l$  (obujma  $V=S \cdot l$ ) na slici jednaka je  $Q = \gamma \cdot V = \gamma \cdot S \cdot l$



- Ako je  $q_0$  naboj pojedinog slobodnog nosioca, a  $n$  broj slobodnih nosioca naboja u jedinici obujma tvari, tada je prostorna gustoća naboja  $\gamma = n \cdot q_0$
- Označimo li s  $t$  vrijeme potrebno da slobodni naboj (elektron), krećući se pomaćnom brzinom  $v_p$  prijeđe cijelu duljinu vodića  $l$ , tada je  $l = v_p \cdot t$
- $t$  je stoga i vrijeme tijekom kojega će sav naboj  $Q = \gamma \cdot S \cdot l = n \cdot q_0 \cdot S \cdot v_p \cdot t$ , kao struja, proći kroz presjek vodića  $S$ , pa je jakost ove struje jednaka  $I = Q/t = n \cdot q_0 \cdot S \cdot v_p$ , iz čega se, dijeljenjem s površinom presjeka vodića  $S$ , dobiva
- Gustoća struje:**  $J = I/S = n \cdot q_0 \cdot v_p$ , tj.  $\vec{J} = \gamma \cdot \vec{v}_p$  (2)

Gustoća struje je vektor (uvijek usmjeren tamo kamo bi se gibali + naboji!).

Jakost struje  $I$  (umnožak gustoće  $J$  i presjeka  $S$ ) ista je na svakom dijelu vodića!

5

## Veza struje i jakosti el. polja - el. provodnost



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

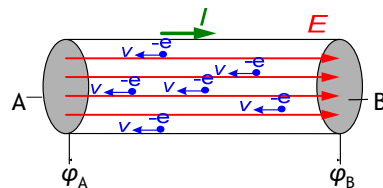
- Uvrstimo li u jednađbi (2) umjesto brzine  $v_p$  izraz (1), koji povezuje brzinu naboja (kao posljedicu) i jakost polja  $E$  (kao uzrok), dobivamo izraz

$$\vec{J} = \gamma \cdot \vec{v}_p = n \cdot q_0 \cdot \mu \cdot \vec{E}$$

koji opisuje razmjernost gustoće struje  $J$  i jakosti el. polja  $E$  koje ju uzrokuje.

- Faktor razmjernosti  $n \cdot q_0 \cdot \mu = \kappa$  (grč. *kapa*) svojstvo je tvari i zove se **provodnost** ili **specifična vodljivost** (mjera sposobnosti tvari da vodi el. struju) tako da je

$$\vec{J} = \kappa \cdot \vec{E} \quad (3) \quad [\kappa] = A/Vm = S/m \text{ (simens po metru)}$$



- Ovakve struje u vodićima zovemo **provodne struje**, a nosioci su im elektroni, dok su u vodljivim tekućinama (*elektroliti*) i plinovima nosioci struje ioni i elektroni.
- Provodnost tvari ovisi o broju pokretnih nosioca naboja  $n$  u jedinici obujma. Prema tome tvari dijelimo na **vodiće** (do  $10^{22}/cm^3$ ), **poluvodiće** ( $10^{11}-10^{15}/cm^3$ ) i **ne vodiće** ili **izolatore** (praktično bez pokretnih nosioca naboja).

6

## Električna provodnost i otpornost



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- Recipročna vrijednost provodnosti  $1/\kappa = \rho$  (grč. *ro*) naziva se **otpornost**, ili **specifični otpor** tvari (i predstavlja mjeru opiranja tvari protoku struje)  
Otpornost se često rabi umjesto provodnosti, a **jedinica otpornosti** je  
 $[\rho] = \text{Vm}/\text{A} = \Omega\text{m}$  (om metar)
- Kod vodiča (žica!)** se provodnost i otpornost izražavaju još i u jedinicama  
 $[\kappa] = \text{Sm}/\text{mm}^2$  i  $[\rho] = \Omega\text{mm}^2/\text{m}$ .
- Primjeri otpornosti i provodnosti nekih tvari:**

Tvar	$\rho$ ( $\Omega\text{m}$ )	Tvar	$\kappa$ ( $\text{Sm}/\text{mm}^2$ )	( $\text{S}/\text{m}$ )
porcelan	$10^{13}$	srebro	62	$62 \cdot 10^6$
drvo	$10^{10}$	bakar	59	$59 \cdot 10^6$
kameno tlo	3000	zlat	44	$44 \cdot 10^6$
vlažni šljunak	500	aluminij	37	$37 \cdot 10^6$
zemlja	100	volfram	18	$18 \cdot 10^6$
destilirana voda	$10^5$	željezo	10	$10 \cdot 10^6$
morska voda	6	konstantan	2	$2 \cdot 10^6$
germanij (čisti)	600	silicij (čisti)	$4,4 \cdot 10^{-9}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$

7

## Veza napona i struje vodiča - el. otpor i vodljivost



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- Osiguramo li između krajeva A i B vodiča na slici stalnu razliku potencijala (napon  $U$ ) to će u vodiču održavati stalno el. polje, pa će kroz vodič teći stalna struja gustoće  $J = \kappa \cdot E$ . Uz homogeno polje u vodiču jakost polja  $E$  povezana je s naponom između krajeva vodiča preko duljine vodiča  $l$  tako da je  $E = U/l$ , što daje

$$J = \kappa \cdot E = \kappa \frac{U}{l} \quad | \cdot S \quad J \cdot S = I = \kappa \frac{S}{l} \cdot U = G \cdot U \quad \boxed{I = G \cdot U}$$

- Jakost struje kroz vodič razmjerna je naponu na vodiču.** Faktor razmjernosti svojstvo je vodiča (mjera njegove sposobnosti da vodi el. struju) koje ovisi o materijalu i dimenzijama vodiča, a naziva se el. **vodljivost** i označava s  $G$

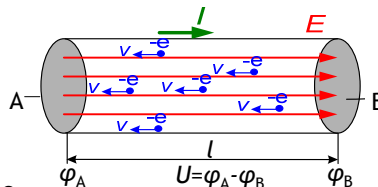
$$\boxed{\frac{I}{U} = G = \kappa \frac{S}{l}}$$

$$[G] = \text{A}/\text{V} = \text{S} \text{ (simens)}$$

- Recipročna vrijednost vodljivosti određuje **omjer napona i struje vodiča**, naziva se el. **otpornost** i označava s  $R$

$$\boxed{\frac{U}{I} = R = \rho \frac{l}{S}}$$

$$[R] = \text{V}/\text{A} = \Omega \text{ (om)}$$



8

## Ohmov zakon



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- ♦ Dovedemo li na vodič neki napon  $U$  kroz vodič će teći struja jakosti  $I$  koja je razmjerna naponu na vodiču

$$I = G \cdot U$$

To se može iskazati i ovako: kad kroz vodič teče struja jakosti  $I$  napon na vodiču  $U$  razmjeran je struji vodiča

$$U = R \cdot I$$

Opisani odnos može se iskazati i ovako: *omjer napona i struje vodiča je stalan i jednak je otporu vodiča  $R$*

$$\frac{U}{I} = R = \text{konst.}$$

- ♦ Ovaj jednostavni odnos napona i struje vodiča, kojega opisuju sve tri prethodne jednačbe, poznat je pod nazivom **Ohmov\* zakon**
- ♦ Otpornike za koje, u području njihove uporabe, vrijedi Ohmov zakon (tj. koje možemo uzeti neovisnima o struji) nazivamo *omski otpornici*
- ♦ Ne bude li drukčije napomenuto, *otpore u električnim krugovima razmatrati ćemo kao omske otpore*

\* Georg Simon Ohm (1787-1854)

9

## El. energija i snaga



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- ♦ Atomi u kristalnoj rešetci vodiča titraju oko svojih ravnotežnih položaja (amplituda titranja razmjerna je temperaturi)
- ♦ Pri prolasku struje kroz vodič, elektroni se ubrzavaju i sudaraju s atomima gubeći pri tom brzinu, a time i kinetičku energiju

Ta kinetička energija pretvara se u toplinsku (pojačava se titranje atoma u materijalu vodiča) i vodič se zagrijava

- ♦ Uz stalnu jakost struje  $I$ , količina naboja koja u vremenu  $\Delta t$  prođe vodičem je:

$$\Delta Q = I \cdot \Delta t$$

- ♦ Uz razliku potencijala (napon)  $U = \varphi_A - \varphi_B$  između krajeva vodiča, naboj pritom izgubi energiju:

$$\Delta W = \Delta Q(\varphi_A - \varphi_B) = I \cdot \Delta t \cdot U$$

10

## El. energija i snaga - Jouleov zakon

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Snaga je definirana kao brzina promjene energije u vremenu, pa je *snaga kojom se pri protoku struje kroz vodič energija naboja pretvara u toplinu jednaka*:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = U \cdot I = I \cdot R \cdot I = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$



Pretvorba el. energije u toplinu

- ♦ Umnožak napona i struje naziva se *el. snaga* i označava s  $P$   
 $[P]=VA=W$  (vat)
- ♦ **Jouleov\* zakon** kaže da se protokom struje vodič zagrijava, a količina tako nastale topline (*Jouleova toplina*)  $W$  određena je el. snagom  $P$  i vremenom  $t$

$$W = P \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t$$

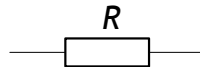
\* James Prescott Joule (1818-1889)

## Otpornik i otpor

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Fizički elementi koji imaju izraženo i poznato svojstvo el. otpora (i namijenjeni su uporabi toga svojstva) nazivaju se el. otpornici. Otpornik se u shemi strujnog kruga prikazuje znakom



- ♦ Značajke otpornika:
  - *Nazivni otpor*
  - *Tolerancija*
  - *Nazivna snaga (opteretivost)*
- ♦ *Otpor je značajka fizičkog elementa (otpornika) kojom se on predstavlja u električnim krugovima. Takav idealizirani element električnog kruga (koji ima samo jedno svojstvo) naziva se često samo otpor i u el. krugu označava istim znakom kao i otpornik.*

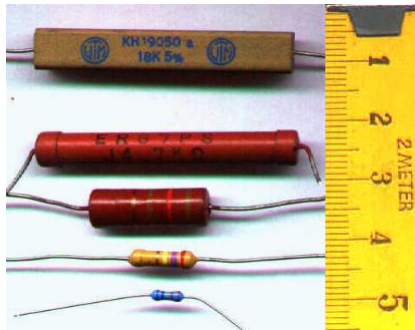
# Otpornik i otpor

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



## ♦ Izgled otpornika

Tipovi i veličine otpornika



Otpornik 2kW,  $1/8 \Omega$   
za kočenje vjetrogeneratora



- ♦ Ne bude li drukčije napomenuto, *otpornike ćemo u električnim krugovima razmatrati kao omske otpore*

13

## Primjeri

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



1. Koliki bi trebao biti presjek vodiča bakrenog voda kojim bismo zamijenili aluminijski vod s vodičima presjeka  $4 \text{ mm}^2$ , a pritom zadržali istu duljinu i isti otpor voda?
2. Električna grijalica priključena na mrežni napon od 220 V grije s nazivnom snagom od 2 kW. Koliki je pritom otpor grijača?
3. Što će se dogoditi sa snagom grijanja grijalice iz prethodnog primjera ako se napon mreže smanji za 10%?
4. Na otporniku za kočenje vjetrogeneratora koji ima otpor  $R=1/8 \Omega$  razvija se snaga od 2 kW. Kolika je struja kroz otpornik? Kolika se energija utroši na otporniku u jednom danu ako kroz njega teče struja u ukupnom vremenu od 2 sata?

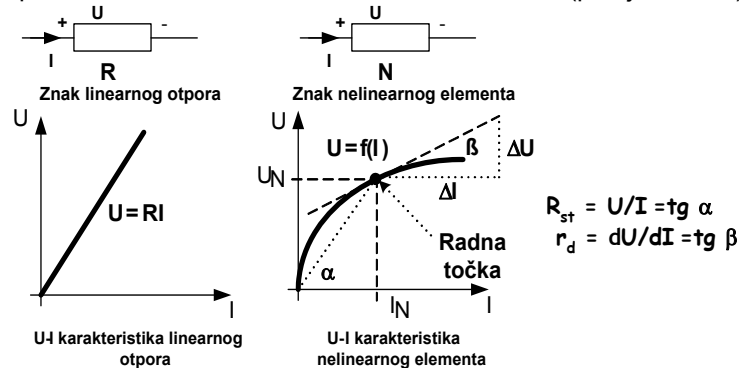
14

## Linearni i nelinearni otpori

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- Omske otpore čija voltamperska ( $UI$ ) karakteristika jest pravac kroz ishodište nazivamo i **linearni otpori**. Kod njih je omjer napona i struje (*statički otpor*) jednak u svakoj točki (radna točka)  $UI$ -karakteristike (primjer: otpornik  $R$ ).
- Otpornike koji nemaju takvu  $UI$ -karakteristiku, tako da kod njih omjer napona i struje (*statički otpor*) nije isti u svakoj točki karakteristike nazivamo **nelinearni otpornici** ili općenito **nelinearni elementi** i označavamo s  $N$  (primjer: dioda).



15

## Statički i dinamički otpor

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- Kod elemenata koji rade s naponima i strujama što se mijenjaju oko radne točke (el. signali), nije bitan samo *omjer napona i struje u radnoj točki* (**statički otpor**  $R_{st}$ ), nego može biti važno i kakve promjene napona uzrokuju male promjene struje oko radne točke. To govori značajka koju nazivamo **dinamički otpor** (oznaka  $r_d$ ). *Dinamički otpor jednak je derivaciji napona po struji (a određen je nagibom tangente na  $UI$ -karakteristiku) u radnoj točki:*

**statički otpor:**  $R_{st} = \frac{U}{I} = \operatorname{tg} \alpha$

**dinamički otpor:**  $r_d = \frac{dU}{dI} = \operatorname{tg} \beta$

- Dok je uvijek  $R_{st} \geq 0$ , dinamički otpor može biti i negativan (što bi u tom slučaju značilo da, u okolini radne točke, s povećanjem napona na nelinearnom elementu, struja kroz njega pada!).

16

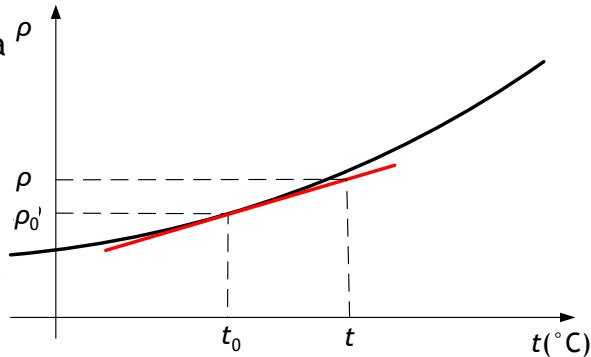


## Temperaturna ovisnost otpora

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ S porastom temperature raste otpornost metala, a time i njihov otpor (nelinearna ovisnost)
- ♦ U uporabnom rasponu temperatura taj porast je približno linearan i može se izraziti u odnosu na ref. temperaturu (obično 20 °C) ovako:



$$R_t = R_{20} + \Delta R = R_{20} + \alpha \cdot \Delta t \cdot R_{20} = R_{20}(1 + \alpha \cdot \Delta t)$$

gdje je  $\alpha$  **temperaturni koeficijent otpora** [ $\alpha$ ]=1/K= 1/°C  
 $R_{20}$  je otpor na 20 °C, a  $\Delta t = t - 20$  °C je promjena temperature

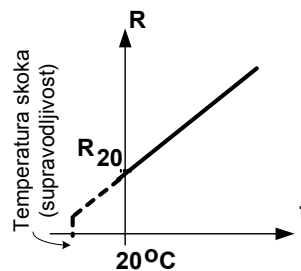
17

## Temperaturna ovisnost otpora

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦  $\alpha$  ovisi o referentnoj temperaturi (uobičajeno se uzima  $\alpha = \alpha_{20}$ )
- ♦ Za većinu čistih metala je  $\alpha \approx 0,004 \text{ K}^{-1}$  (za Cu:  $0,00394 \text{ K}^{-1}$ )  
 Konstantan:  $\alpha \approx 0,00004 \text{ K}^{-1}$
- ♦ Ugljen:  $\alpha = -0,0008 \text{ K}^{-1}$  (!)  
 $\alpha > 0$ : pozitivni temp. koef. (PTC)  
 $\alpha < 0$ : negativni temp. koef. (NTC)
- ♦ Neki (poluvodički) materijali imaju jako izraženu temperaturnu ovisnost, pa se rabe u izradi senzora temperature (*termistori*)
- ♦ **Supravodljivost:** na temperaturama bliskim apsolutnoj nuli otpornost nekih tvari naglo nestaje (supravodljivo stanje:  $R=0$ )
  - Temperatura skoka (supravodljivost):  
 Hg: 4,2 K; Pb: 7,2 K;  $\text{MgB}_2$ : 39 K; Metaloksidne keramike: do 138 K



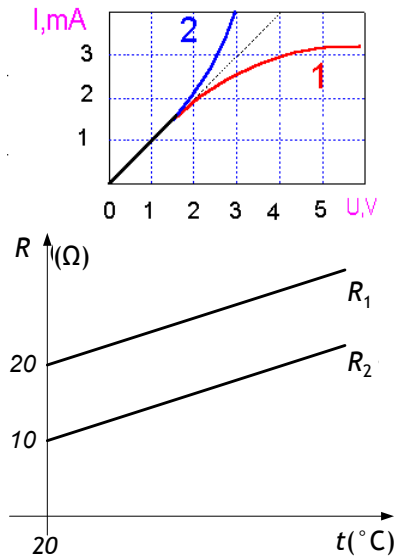
18

## Primjeri



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

5. Koji od otpora, s karakteristikama 1 i 2 na slici desno, ima pozitivni, a koji ima negativni temperaturni koeficijent?
6. Koliki je omjer temp. koeficijenata otpora  $R_1$  i  $R_2$  čije su temperaturne ovisnosti prikazane na slici desno?
7. Otpor bakrenog namota električnog motora pri temperaturi  $20^\circ\text{C}$  iznosi  $1,3\ \Omega$ . U pogonu motora izmjereno je otpor namota od  $1,603\ \Omega$ . Kolika je temperatura namota u pogonu?



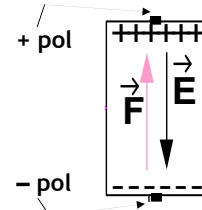
19

## Pojam električnog izvora



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- ♦ Da bi kroz vodič tekla struja, potrebno je u njemu održavati el. polje, što se postiže ako se između njegovih krajeva održava razlika potencijala, tj. električni napon.
- ♦ Naprave koje imaju sposobnost stvaranja i održavanja električnog napona između dviju priključnica (polova) su *električni izvori*.
- ♦ U el. izvoru neka neelektrična sila razdvaja el. naboje (stvarajući napon) između priključnica (polova) izvora. Djelujući pritom protiv sile el. polja, povećava energiju naboja na račun nekog drugog oblika energije (mehanička, kemijska i dr)
- ♦ U el. shemi strujnog kruga el. izvor stalnog napona označavamo ovako



gdje je, uz napon  $U$  (npr. 12 V), važna i oznaka polariteta (+)

## Pojam strujnog kruga



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- ♦ Spojimo li između polova el. izvora vodič, na krajevima vodiča biti će stalna razlika potencijala što će u vodiču održavati el. polje, pa će kroz njega teći el. struja (u ovom slučaju gibanje elektrona)
- ♦ Vodič predstavlja vodljivi put za elektrone, koji se od negativnog pola izvora (gdje ih je višak) gibaju kroz vodič do pozitivnog pola izvora, gdje se spajaju s viškom pozitivnih jezgri atoma. Tu ih, međutim, zahvaća (neelektrična) sila koja ih unutar izvora odvlači od pozitivnog ostatka atoma i pomiče do negativnog pola izvora, da bi se izvan izvora ponovo kroz vodič vratili natrag na pozitivni pol i tako se elektroni vrte u krugu kojega nazivamo **strujni krug**.
- ♦ U strujnom krugu mora postojati el. izvor.
- ♦ Na izvor se obično, preko priključnih vodiča spaja naprava koja koristi učinke el. struje i koju nazivamo el. trošilo (npr. žarulja)
- ♦ Naboji u izvoru dobivaju energiju koju predaju trošilu

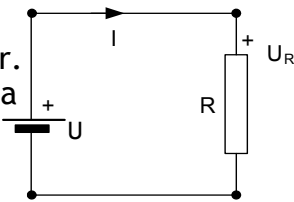


21

## Električni krug i smjer struje



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- ♦ Strujni krug prikazuje se električnom shemom, u kojoj se elementi fizičkog strujnog kruga (npr. baterija, žarulja) prikazuju posebnim oznakama ili simbolima (npr. baterija kao izvor, žarulja kao otpor). Ova slika prikazuje **električni krug**
- 
- ♦ U ovom krugu struju čini gibanje elektrona, pa smjer gibanja negativnih naboja predstavlja tu stvarni ili **fizički smjer struje** (pritom su efekti isti kao da se pozitivni naboji gibaju u suprotnom smjeru!).
  - ♦ U elektrolitima (gdje postoje pozitivni i negativni ioni) gibaju se i negativni naboji (u jednom smjeru) i pozitivni naboji (u drugom smjeru) tako da imamo istodobno dva fizička smjera struje (!) (pritom je važno uočiti da oba na isti način pridonose ukupnoj gustoći struje!).
  - ♦ U električnim krugovima za (tzv. **tehnički**) smjer struje dogovorno uzimamo smjer kojim bi se gibalili pozitivni naboji.

22