

**Studij:** Preddiplomski stručni studij elektrotehnike

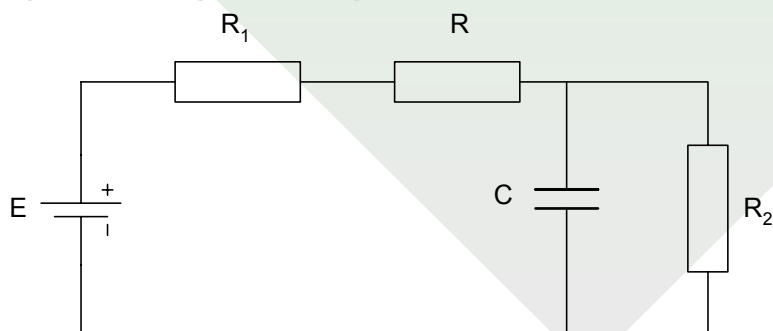
**Kolegij:** Osnove elektrotehnike II

**Nositelj kolegija:** v. pred. mr.sc. Branka Dobraš, dipl. ing. el.

# Prijelazne pojave

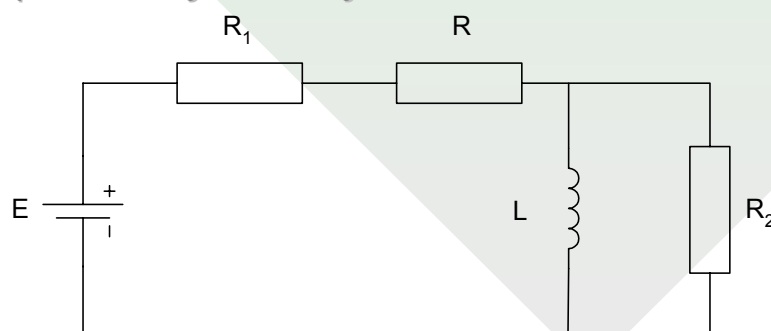
## Kondenzator u istosmjernoj mreži

- U istosmjernoj mreži koja se sastoji od izvora napajanja, otpora i kondenzatora vrijedi:
  - U grani gdje se nalazi kondenzator ne teče struja (kondenzator predstavlja beskonačni otpor)
  - Napon na kondenzatoru je određen ostalim elementima u mreži (otporima i izvorima)
  - Napone i struje određujemo Kirchhoffovim zakonima



## Zavojnica u istosmjernoj mreži

- U istosmjernoj mreži koja se sastoji od izvora napajanja, otpora i zavojnice vrijedi:
  - Pad napona na stezaljkama zavojnice jednak je nuli (zavojnica predstavlja kratki spoj)
  - Struja kroz zavojnicu određena ostalim elementima u mreži (otporima i izvorima)
  - Napone i struje određujemo Kirchhoffovim zakonima



## Priključenje na izvor

- Prilikom priključenja određene mreže na izvor napajanja vrijede drugačije prilike nego što je prethodno navedeno.
- Pri tome načelno razlikujemo četiri vrste mreža:
  - Mreža se sastoji samo od otpora,
  - Mreža se sastoji od otpora i kondenzatora,
  - Mreža se sastoji od otpora i zavojnica,
  - Mreža se sastoji od otpora, zavojnica i kondenzatora.
- Mreža sastavljena samo od otpora:
  - Prilikom priključenja na izvor napajanja - trenutna promjena struja i napona (oblik isti kao i izvor napajanja)
  - Isti je slučaj i prilikom odspajanja od izvora – trenutni pad struja i napona na nulu.

## Priključenje na izvor (nast.)

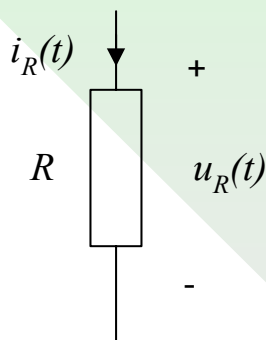
- Mreža sastavljena od otpora i kondenzatora:
  - Nema trenutne promjene napona i struja kroz sve elemente u mreži,
  - To proizlazi iz činjenice da nije moguće trenutno promijeniti energiju nakupljenu u kondenzatoru,
  - Iz toga proizlazi da nema skokovite promjene NAPONA na kondenzatoru.
- Mreža sastavljena od otpora i zavojnice:
  - Nema trenutne promjene napona i struja kroz sve elemente u mreži,
  - To proizlazi iz činjenice da nije moguće trenutno promijeniti energiju zavojnice,
  - Iz toga proizlazi da nema skokovite promjene STRUJE kroz zavojnicu.

## Priključenje na izvor (nast.)

- Mreža sastavljena od otpora, kondenzatora i zavojnice:
  - Nema trenutne promjene napona i struja kroz sve elemente u mreži,
  - Rješavanjem diferencijalnih jednadžbi određuju se naponi i struje u mreži.
- Ovaj zadnji slučaj nećemo obrađivati na predmetu.
- Iste pojave vrijede i pri:
  - Zatvaranju ili otvaranju sklopke u mreži (promjena topologije mreže),
  - Skokovitoj promjeni napona izvora ili struje izvora, itd.
- Mi ćemo razmatrati samo slučajeve RC i RL spoja, odnosno mreže koje se mogu pojednostaviti na ovakve slučajeve.

## Napon i struja na elementima mreže

- Napon i struja na otporu (vremenski promjenjive veličine):

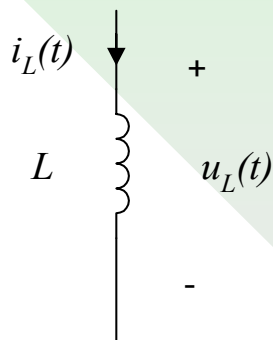


$$u_R(t) = i_R(t) \cdot R$$

$$i_R(t) = \frac{u_R(t)}{R}$$

## Napon i struja na elementima mreže (nast.)

- Napon i struja na zavojnici (vremenski promjenjive veličine):

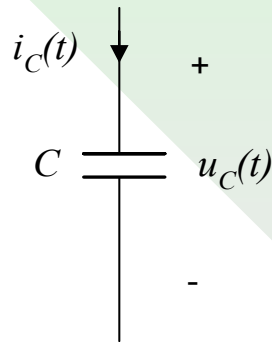


$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t du_L(t)$$

## Napon i struja na elementima mreže (nast.)

- Napon i struja na kondenzatoru (vremenski promjenjive veličine):

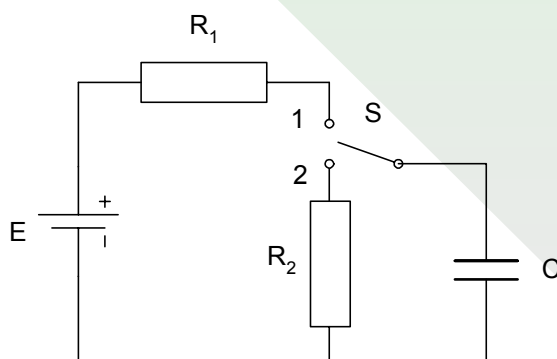


$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t di_C(t)$$

## Prijelazne pojave – RC spoj

- Definiramo dva osnovna slučaja:
  - Punjenje kondenzatora - priključenje kondenzatora preko otpora  $R_1$  na izvor napajanja (sklopka u položaju 1),
  - Pražnjenje kondenzatora – priključenje kondenzatora na otpor  $R_2$  (sklopka u položaju 2)

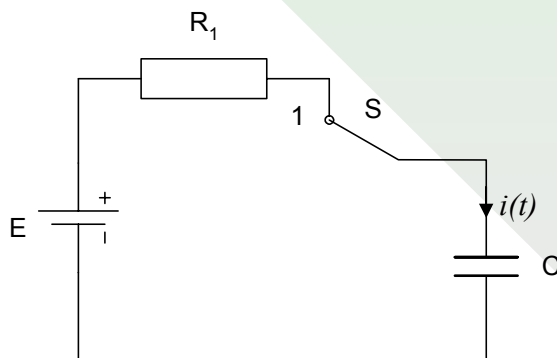


## Prijelazne pojave – RC spoj (nast.)

- Punjenje kondenzatora:**

- Nakon prebacivanja sklopke u položaj 1 strujni krug izgleda kao na slici,
- Kondenzator je prethodno nenabijen.

- Za ovaj strujni krug vrijedi:**



$$u_{R1}(t) = i \cdot R_1; u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

$$E = u_{R1} + u_C$$

$$E = i \cdot R_1 + u_C$$

$$E = \frac{du_C}{dt} \cdot R_1 \cdot C + u_C$$

## Prijelazne pojave – RC spoj (nast.)

- Kao rješenje ove diferencijalne jednačbe dobijemo sljedeći izraz za napon kondenzatoru:

$$u_C(t) = E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

- Iz jednačbe 2. KZ dobijemo napon na otporu:

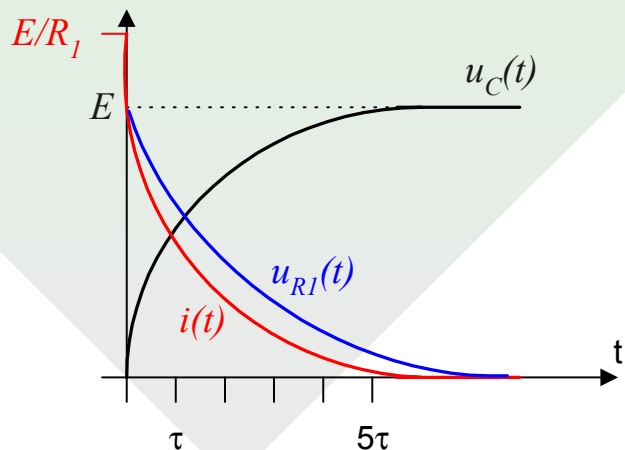
$$u_{R1}(t) = E - u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- Struja u strujnom krugu:

$$i(t) = \frac{u_{R1}(t)}{R_1} = \frac{E}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

## Prijelazne pojave – RC spoj (nast.)

- Pri tome konstantu  $\tau$  definiramo kao vremensku konstantu
- Ona iznosi:  $\tau = R_1 \cdot C$
- Napon na kondenzatoru, struja kondenzatora te napon na otporu prikazani grafički:



## Prijelazne pojave – RC spoj (nast.)

- **Stacionarnim stanjem** nazivamo vrijeme kada se uspostave uvjeti kao u istosmjernim mrežama:
  - Struja kroz kondenzator ne teče,
  - Napon na kondenzatoru je onda jednak naponu izvora, odnosno određen je ostalim elementima u mreži.
- Iz grafa se vidi da je vrijeme potrebno da se uspostavi stacionarno stanje, odnosno vrijeme trajanja prijelazne pojave približno jednako  $5\tau$ .
- Također, možemo zaključiti sljedeće:
  - U početnom trenutku struja ima maksimalnu vrijednost,
  - U početnom trenutku ( $t=0$ ) nema promjene napona na kondenzatoru.

$$u_C(t = 0-) = u_C(t = 0+)$$

## Prijelazne pojave – RC spoj (nast.)

- Radi jednostavnijeg računanja kraj prijelazne pojave definiramo u trenutku  $t = \infty$ :
  - Struja kroz kondenzator ne teče,
  - Kondenzator se nabio na napon izvora.
- Za naš slučaj vrijedi:

$$u_C(t = 0-) = 0$$

$$u_C(t = 0+) = 0$$

$$u_C(t = \infty) = E$$

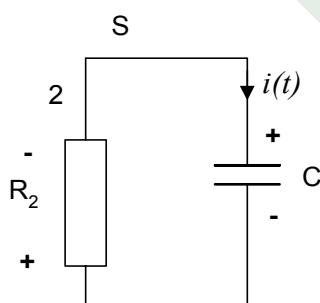
$$i_C(t = 0-) = 0$$

$$i_C(t = 0+) = \frac{E}{R_1}$$

$$i_C(t = \infty) = 0$$

## Prijelazne pojave – RC spoj (nast.)

- **Pražnjenje kondenzatora:**
  - Nakon prebacivanja sklopke u položaj 2 strujni krug izgleda kao na slici,
  - Kondenzator je prethodno nabijen na napon  $U_{C0}$ , polariteta prikazanog na slici.
- Za ovaj strujni krug vrijedi:



$$u_{R2} + u_C = 0$$

$$R_2 \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$



## Prijelazne pojave – RC spoj (nast.)

- Kao rješenje ove diferencijalne jednačbe dobijemo sljedeći izraz za napon kondenzatoru:

$$u_C(t) = U_{C0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- Iz jednačbe 2. KZ dobijemo napon na otporu:

$$u_{R2}(t) = -U_{C0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- Struja u strujnom krugu:

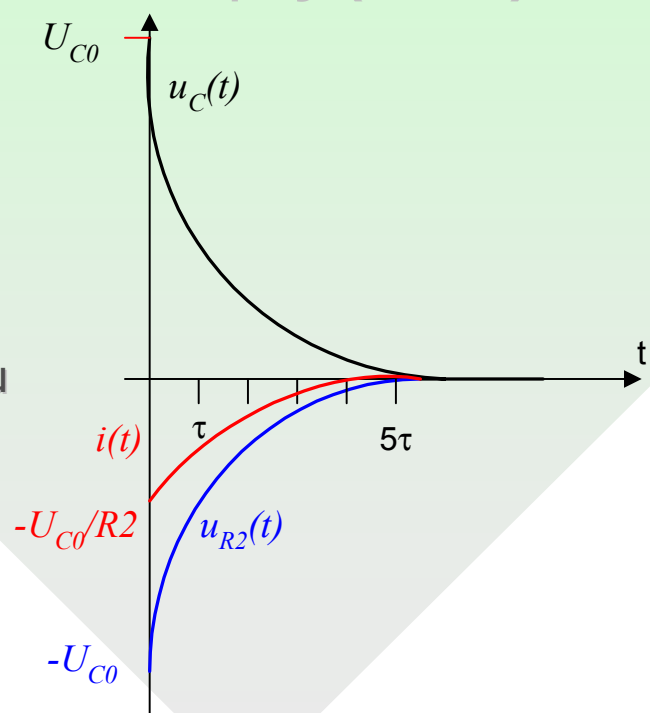
$$i(t) = \frac{u_{R2}(t)}{R_2} = -\frac{U_{C0}}{R_2} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

## Prijelazne pojave – RC spoj (nast.)

- Pri tome vremenska konstanta  $\tau$  iznosi:

$$\tau = R_2 \cdot C$$

- Napon na kondenzatoru i otporu te struja prikazani grafički:



## Prijelazne pojave – RC spoj (nast.)

- Za ovaj slučaj opet definiramo početak,  $t=0$  i kraj,  $t = \infty$  prijelazne pojave.
- Za ovaj slučaj vrijedi:

$$u_C(t = 0-) = U_{C0}$$

$$u_C(t = 0+) = U_{C0}$$

$$u_C(t = \infty) = 0$$

$$i_C(t = 0-) = 0$$

$$i_C(t = 0+) = \frac{-U_{C0}}{R_2}$$

$$i_C(t = \infty) = 0$$

## Rješavanje zadatka – RC spoj

- Pri rješavanju nećemo rješavati diferencijalne jednadžbe nego ćemo koristiti sljedeće:
  - Definirat ćemo početak i kraj prijelazne pojave,
  - U početnom trenutku NAPON na kondenzatoru ostaje isti,
  - Na kraju prijelazne pojave kroz kondenzator ne teče struja,
  - Napone i struje ćemo odrediti znajući da se sve veličine mijenjaju po eksponencijalnoj krivulji

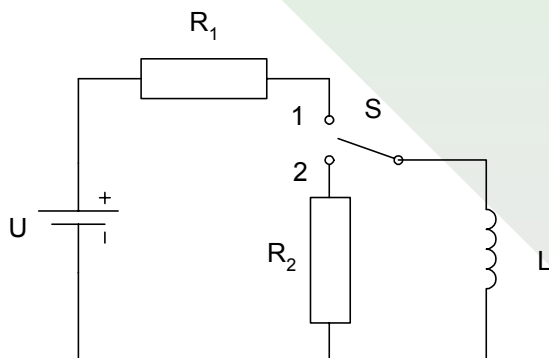
$$A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + K$$

- Iz početnih i krajnjih uvjeta odredit ćemo konstante A i K,
- **Najjednostavnije, prvo odrediti napon na kondenzatoru pa koristiti 1. i 2. KZ te izraziti:**

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} \quad u_R(t) = i_R(t) \cdot R$$

## Prijelazne pojave – RL spoj

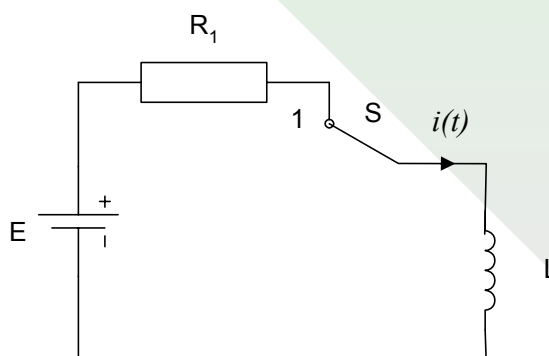
- Definiramo dva osnovna slučaja:
  - Priključenje zavojnice preko otpora  $R_1$  na izvor napajanja (sklopka u položaju 1),
  - Kratki spoj zavojnice – priključenje zavojnice na otpor  $R_2$  (sklopka u položaju 2)



Str: 21

## Prijelazne pojave – RL spoj (nast.)

- Priključenje zavojnice na izvor:**
  - Nakon prebacivanja sklopke u položaj 1 strujni krug izgleda kao na slici,
  - Kroz zavojnicu prethodno nije tekla struja.
- Za ovaj strujni krug vrijedi:



$$u_{R1}(t) = i \cdot R_1; u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$E = u_{R1} + u_L$$

$$E = i \cdot R_1 + L \cdot \frac{di}{dt}$$

Str: 22

## Prijelazne pojave – RL spoj (nast.)

- Kao rješenje ove diferencijalne jednačbe dobijemo sljedeći izraz za struju zavojnice:

$$i(t) = \frac{E}{R_1} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

- Napon na otporu:

$$u_{R1}(t) = E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

- Napon na zavojnici:

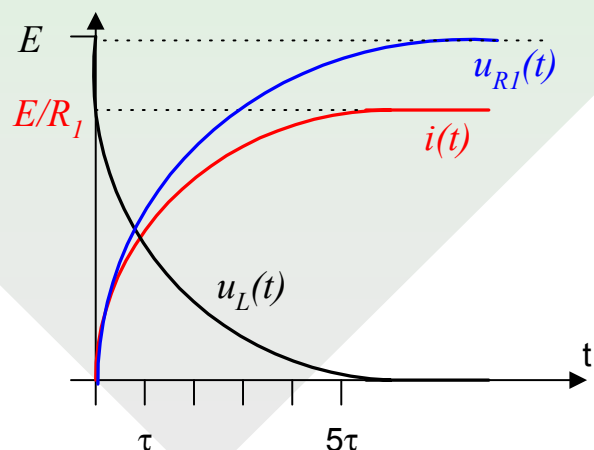
$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

## Prijelazne pojave – RL spoj (nast.)

- Pri tome konstantu  $\tau$  definiramo kao vremensku konstantu i ona iznosi:

$$\tau = \frac{L}{R_1}$$

- Napon na zavojnici i struja kroz zavojnicu prikazani grafički:



## Prijelazne pojave – RL spoj (nast.)

- U stacionarnom stanju uspostave se uvjeti kao u istosmjernim mrežama:
  - Napon na zavojnici je jednak nuli,
  - Kroz zavojnicu teče struja, određena ostalim elementima.
- Iz grafa se vidi da je vrijeme potrebno da se uspostavi stacionarno stanje, odnosno vrijeme trajanja prijelazne pojave približno jednako  $5\tau$ .
- Također, možemo zaključiti sljedeće:
  - U početnom trenutku struja ostaje kao što je i prethodno bila,
  - U početnom trenutku dolazi do skokovite promjene napona na zavojnici.

$$i_L(t = 0-) = i_L(t = 0+)$$

## Prijelazne pojave – RL spoj (nast.)

- Radi jednostavnijeg računanja kraj prijelazne pojave definiramo u trenutku  $t = \infty$ :
  - Napon na zavojnici je jednak 0,
  - Struja kroz zavojnicu teče.
- Za naš slučaj vrijedi:

$$u_L(t = 0-) = 0$$

$$u_L(t = 0+) = E$$

$$u_L(t = \infty) = 0$$

$$i_L(t = 0-) = 0$$

$$i_L(t = 0+) = 0$$

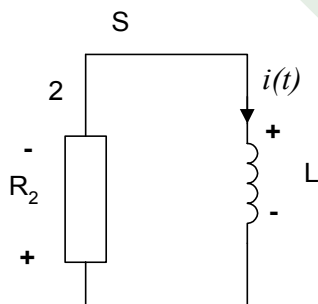
$$i_L(t = \infty) = \frac{E}{R_1}$$

## Prijelazne pojave – RL spoj (nast.)

- **Kratki spoj zavojnice:**

- Nakon prebacivanja sklopke u položaj 2 strujni krug izgleda kao na slici,
- Kroz zavojnicu je prethodno tekla struja  $I_0$  smjera prikazanog na slici.

- Za ovaj strujni krug vrijedi:



$$u_{R2} + u_L = 0$$

$$R_2 \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = 0$$

## Prijelazne pojave – RL spoj (nast.)

- Kao rješenje ove diferencijalne jednačbe dobijemo sljedeći izraz za struju kroz zavojnicu:

$$i_L(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- Napon na otporu:

$$u_{R2}(t) = I_0 \cdot R_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- Napon na zavojnici:

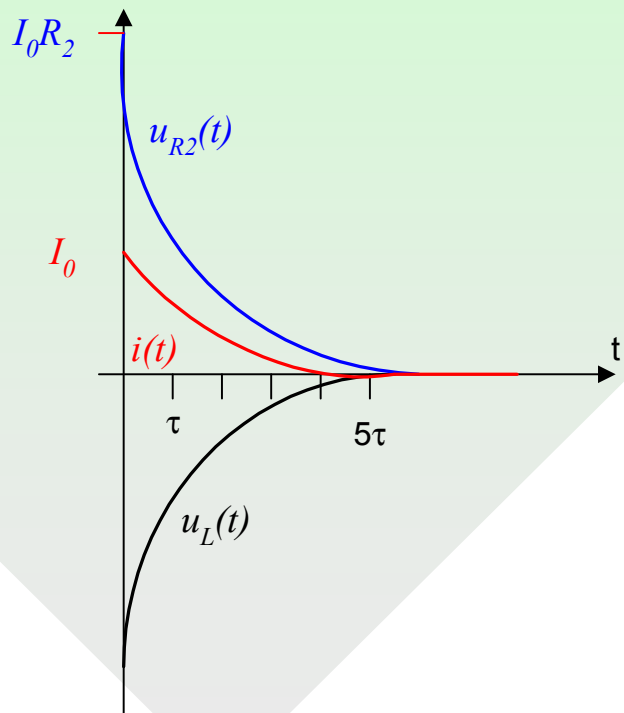
$$u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt} = -I_0 \cdot R_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

## Prijelazne pojave – RL spoj (nast.)

- Pri tome vremenska konstanta  $\tau$  iznosi:

$$\tau = \frac{L}{R_2}$$

- Napon na zavojnici i otporu te struja prikazani grafički:



## Rješavanje zadataka – RL spoj

- Pri rješavanju nećemo rješavati diferencijalne jednadžbe nego ćemo koristiti sljedeće:
  - Definirat ćemo početak i kraj prijelazne pojave,
  - U početnom trenutku STRUJA kroz zavojnicu se ne mijenja,
  - Na kraju prijelazne pojave napon na zavojnici je jednak 0,
  - Napone i struje ćemo odrediti znajući da se sve veličine mijenjaju po eksponencijalnoj krivulji

$$A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + K$$

- Iz početnih i krajnjih uvjeta odredit ćemo konstante A i K, za svaku veličinu posebno
- Najjednostavnije, prvo odrediti struju kroz zavojnicu pa koristiti 1. i 2. KZ te izrazе:**

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt} \quad u_R(t) = i_R(t) \cdot R$$