PITANJA I ODGOVORI ZA USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE 2010./2011.

U ovom dokumentu možete pronaći odgovore sastavljane od strane studenata na pitanja za usmeni ispit iz osnova elektrotehnike. Odgovore treba koristit više kao smjernice i pomoć u učenju a ne kao osnovnu i jedinu literaturu za učenje. Svakako preporučam da svako od pitanja detaljno proučite iz službene literature predmeta radi što boljeg shvaćanja i mogućeg izostavljanja nekih detalja u odgovorima. Neki od odgovora su dovoljno opširno napisani da se mogu koristiti kao kompletan odgovor na pitanje na usmenom, dok su neki dosta kratko odgovoreni. Do ovog je došlo iz razloga što je došlo zbog različitih sastavljača odgovora. Za odgovore i trud na radu možete zahvaliti slijedećim kolegicama i kolegama:

frontman 1 – 4
firered5 5 – 8
headhunt 9 – 12, 57 – 58
oiramcr 13 – 16
mirko 17 – 20, 59 - 60
Marinx 21 – 24, 65
darxsys 25 – 28, 61 - 62
s_man 29 – 32, 67 - 68
cyb3r 33 – 36
doamagoj 37 – 40
aradia 41 – 44
mariossa 45 – 48, 62-64, 66, 71, 72
Ipsilon 49 – 52
drago 53 – 54
inferno 55 – 56
gh0c 69 – 70
kanco 73 – 74

Želim vam svima puno sreće na usmenom ispitu u nadi da će vam ovo pomoći u uspješnom polaganju istog. ☺

1. Coulombov zakon

Dva se mirna električna naboja odbijaju ili privlače silom koja je razmjerna umnošku njihovih naboja, a obrnuto je razmjerna kvadratu udaljenosti između njih.

NAPOMENA: Uzrok sile nije naboj nego energija iz prostora.

$$\boxed{F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}}$$

Q1, Q2 – naboji na tijelima koja su mala u odnosu na udaljenost r
k – konstanta koja ovisi o izboru mjernog sustava i sredine u kojoj se određuje Coulombova sila
F[N], Q[C], r[m]

$k_0 = 9 \cdot 10^9 Nm^2 / C^2$ => vakuum
$\varepsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} C^2 / Nm^2$ => **dielektrična konstant**a ili dielektrična permitivnost (propustljivost) vakuuma

$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$ => permitivnost ostalih sredina

$$\frac{C^2}{Nm^2} = \frac{F}{N}$$

$1F = 1As / V$

Sila kojom dva električna naboja međusobno djeluju ne mijenja se zbog prisutnosti trećeg naboja. To je osnova za primjenu principa superpozicije (pridodavanja).

<u>PRIMJER</u>
Između točkastih naboja $Q_1 = 8 \cdot 10^{-7} C$ i $Q_2 = 2 \cdot 10^{-7} C$ djeluje odbojna sila F=0.1N. Koliki je razmak između naboja ako je mjerenje provedeno u vakuumu?

$$r = \sqrt{\frac{k \cdot Q_1 \cdot Q_2}{F}} = 0.12m = 12cm$$

2. Jakost električnog polja

Električno polje je posebno fizičko stanje u okolici naelektriziranog tijela, odnosno električnog naboja, koje se očituje u mehaničkoj sili $\vec{F}$ koja djeluje na pokusni naboj Q_0 unesen u električno polje.
Jakost polja E u nekoj točki (prije stavljanja naboja Q) jednaka je omjeru veličine naboja Q, a smjer polja jednak je smjeru koji bi imala električna sila na pozitivni naboj postavljen u tu točku.
Istoimeni naboji se odbijaju, a raznoimeni se privlače.

$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$ [N/As] => $[E] = \frac{N}{As} = \frac{\frac{VAs}{m}}{As} = \left[\frac{V}{m}\right]$

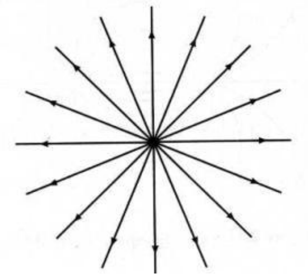
$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{U}{d}, \sigma = \frac{Q}{S}\left[As/m^2\right]$ => homogeno polje

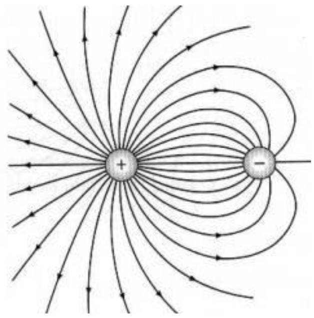
$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}, \lambda = \frac{Q}{2\pi\varepsilon r}\left[As/m^2\right]$ => iznos polja kad su naboji linijski raspoređeni

$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$ => iznos polja oko točkastog naboja

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$$
$$\varepsilon_r = 1(zrak, vakuum)$$
$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$$

Radijalno polje





Smjer vektora jakosti polja je tangencijalan na silnice.

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\vec{r}_0$$

3. Električni potencijal i napon

Potencijal je definiran kao potencijalna energija jediničnog naboja.

Omjer energije i veličine naboja u nekoj točki je stalan i predstavlja svojstvo pojedine točke električnog polja, koje nazivamo **električni potencijal**.
Energija naboja u električnom polju ovisi o potencijalu točke u kojoj se nalazi naboj.

$\varphi_A = \frac{W_P}{Q}, [\varphi] = \left[\frac{VAs}{As} = V\right]$ => veza potencijala točke A u električnom polju i potencijalne energije W_P koju ima naboj Q kada se dovede u tu točku

Električni napon je razlika potencijala.

$U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A$ => napon točke B prema točki A, U_{BA} je pozitivan ako je točka B na višem potencijalu od točke A, a negativan kad je obrnuto.

$U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A = \frac{W_B}{Q} - \frac{W_A}{Q} = \frac{\Delta W}{Q}$ => Napon između dviju točaka predstavlja omjer rada (potrebnog za pomak nekog naboja između tih točaka) i veličine tog naboja.

Za uspostavu električnog napona treba razdvojiti raznoimene naboje, za što je potrebno uložiti rad, tj. utrošiti energiju.

Osnovni oblici napona: istosmjerni, izmjenični

$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ => potencijal točkastog naboja Q u bilo kojoj točki izvan točke naboja

4. Proboj u izolatoru

U električnom polju sila na elektrone vezane u strukturi izolatora može biti toliko velika da pojedine elektrone istrgne iz njihovih veza koji tad postanu slobodni => struja.

Karakteristike: permitivnost, vodljivost, električna čvrstoća

Izolatori u određenoj mjeri vode struju, ali puno slabije od vodiča. Najbolji izolator je vakuum, koji nije dielektrik. Svi ostali izolatori su dielektrici.

Električna čvrstoća dielektrika je najveća jakost električnog polja koja smije biti u izolatoru, a da dielektrik ne gubi svoja izolatorska svojstva. Ako se prekorači ta vrijednost, dolazi do električnog proboja i oštećenja dielektrika.

Dielektrici nakon proboja: KRUTI – neupotrebljivi, TEKUĆI – lošije električne karakteristike, PLINOVITI – ne dolazi do trajnih oštećenja

U homogenom polju do proboja dielektrika dolazi čim jakost polja prekorači dopuštene vrijednosti polja. U nehomogenom polju može se dogoditi da jakost polja samo na nekom dijelu prekorači dopuštenu vrijednost.

Nakon proboja dielektrik se ne ponaša kao izolator nego kao vodič-

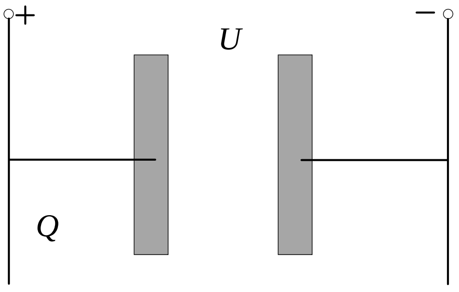
$U_P = E_P \cdot d$ => u homogenom polju

U_P - probojni napon

E_P - dielektrična čvrstoća

d – razmak ploča (elektroda)

5. Električni kapacitet i kondenzator, energija kapaciteta



Slika 5.1.

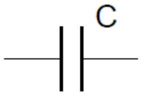
Priključimo li pločaste elektrode sa slike 5.1. na izvor, na njma će se pod utjecajem napona izvora razdvojiti jednake količine naboja suprotnog predznaka, koji će u dielektriku među pločama stvoriti električno polje.
Odspojimo li potom elektrode od izvora, razdvojeni naboj ostat će i dalje na pločama vezani međusobno električnom silom, a odvojeni dielektrikom u kojem stvaraju električno polje.
Na taj način, u ovom sustavu vodljivih elektroda razdvojenih dielektrikom, može se pohraniti el. naboj. Količina pohranjenog naboja *Q* pritom je razmjerna naponu *U* između elektroda.

$$Q \sim U$$

To znači da je za određeni sustav elektroda (i vrstu dielektrika) stalan omjer između pohranjenog nabija *Q* i napona *U* među elektrodama. Taj omjer naziva se električni kapacitet sustava. Oznaka kapaciteta je *C,* a jedinica je farad (F).

$$C = \frac{Q}{U} \; \left[\frac{As}{V} = F\right]$$

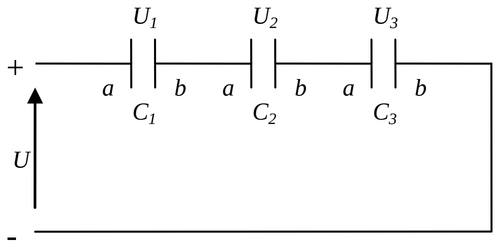
Kapacitet pokazuje sposobnost tijela da se pod utjecajem napona pohranjuje naboj.



U električnim krugovima kapacitet ima oznaku kao na slici, te ima važnu ulogu. Stoga se izrađuju i u strujnim krugovima rabe posebni elementi izraženog kapaciteta koje nazivamo električni kondenzatori.

5.1. Spojevi kondenzatora

5.1.1. Serijski spoj kondenzatora



Na slici su tri kondenzatora spojena serijski. Prvi i treći kondenzator nabijaju se neposredno iz izvora. Unutarnji kondenzator nabija se prilikom preraspodjele električnih naboja. Na ploči b prvog kondenzatora uslijed električne influencije u dielektriku se nagomilava negativan naboj što uzrokuje nagomilavanje pozitivnog naboja na ploči *a* drugog kondenzatora. Na svakom od kondenzatora dolazi do jednake raspodjele naboja, a taj naboj je jenak ukupnom naboju

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$$

Prema Kirchhoffovom zakonu za napone, u serijskom spoju ukupni napon na spoju *U* jednak je zbroju napona pojedinih kondenzatora.

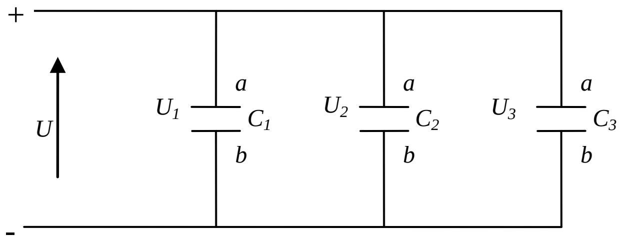
$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} \quad /: Q$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Ovaj zadnji izraz predstavlja ukupan kapacitet *C* serijskog spoja kondenzatora.

5.1.2. Paralelni spoj kondenzatora



Svi paralelno spojeni kondezatori nalaze se na istom naponu koji je jednak naponu izvora.

$$U = U_1 = U_2 = U_3$$

Naboj je ovdje razdjeljen na pojedine kondenzatore (pozitivni na gornjim, a negativni na donjim pločama), tako da je ukupni naboj spoja jednak zbroju naboja pojedinih kondenzatora.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad /: U$$

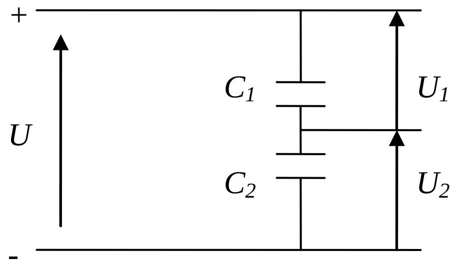
Djeljenjem jednadžbe s *U* dobivamo:

$$\frac{Q}{U} = \frac{Q_1}{U} + \frac{Q_2}{U} + \frac{Q_3}{U}$$

Pa dobivamo izraz za ukupni kapacitet:

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

5.2. Kapacitivno djelilo napona

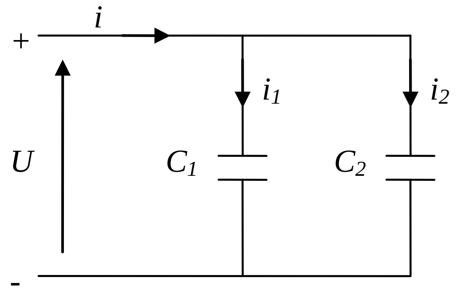


$$U = U_1 + U_2 = \frac{1}{C_1}\int_0^t idt + \frac{1}{C_2}\int_0^t idt = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)\int_0^t idt$$

$$\frac{U_1}{U} = \frac{\frac{1}{C_1}\int_0^t idt}{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)\int_0^t idt} \Rightarrow U_1 = U \cdot \frac{\frac{1}{C_1}}{\frac{C_2 + C_1}{C_1 \cdot C_2}} = U\,\frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

$$U_2 = U\,\frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

5.3. Kapacitivno djelilo struje



$$i = i_1 + i_2 = C_1\frac{du}{dt} + C_2\frac{du}{dt} = (C_1 + C_2)\frac{du}{dt}$$

$$\frac{i_1}{i} = \frac{C_1\frac{du}{dt}}{(C_1 + C_2)\frac{du}{dt}} \Rightarrow i_1 = i\,\frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

$$i_2 = i\,\frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

5.4. Energija kondenzatora

Tijekom nabijanja, na elektrodama kondenzatora razdvaja se naboj uz neki napon u_C . Naboj razdvajanjem dobiva energiju koja na kraju nabijanja čini energiju nabijenog kondenzatora.

Energija kondenzatora, kao sposobnost izvršenja rada, nastaje kao posljedica električnih sila, tj. polja među razdvojenim nabojima, pa kažemo da kondenzatoru energiju daje električno polje. Napon na kondenzatoru u_C raste razmjerno porastu naboja kondenzatora q (pri čemu je razmjernost određena kapacitetom C) prema jedndžbi:

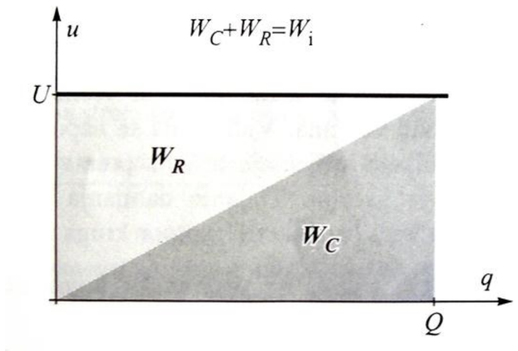
$$u_c = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \cdot q$$

Ova jednadžba određuje nabojno-naponsku karakteristiku kondenzatora koja predstavlja pravac kroz ishodiste (slika 5.2.). Na temelju površine ispod tog pravca/krivulje dobiva se izraz za energiju nabijenog kondenzatora kao (koristeći se da je $Q = C \cdot U$) :

$$W_c = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

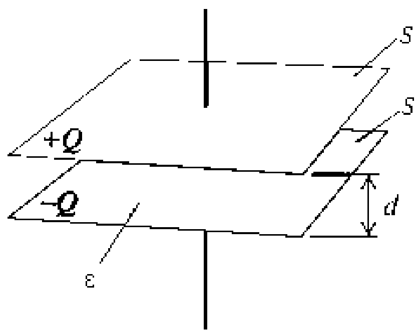
Nabijeni kondenzator pražnjenjem vraća energiju. Električni kondenzator je spremnik energije.
Vidimo da kod nabijanja kondenzator dobije samo polovicu energije izvora. Druga polovica se potroši na otporu kruga R, tj.

$$W_R = W_i - W_C = QU - \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}QU = W_C$$



Slika 5.2.

6. Kapacitet pločastog kondenzatora



Slika 6.1.

Općenito, kondenzator se sastoji od dviju elektroda međusobno izoliranih dielektrikom. Za razmatranje kapaciteta kondenzatora pogodan je pločasti kondenzator.
Naboj ploča se može izraziti pomoću gustoće električnog toka σ i površine ploča S kao:

$$Q = \sigma \cdot S = \varepsilon \cdot E \cdot S = \varepsilon_0 \varepsilon_r E S$$

$$\varepsilon_r = 8.854 \cdot 10^{-12} \left[\frac{As}{Vm}\right]$$

gdje je ε_r relativna dielektrična konstanta.
Napon između ploča se može izraziti pomoću jakosti polja *E* i razmaka *d*:

$$U = E \cdot d$$

Na temelju ovoga se dobiva:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r E S}{E d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}$$

Što daje izraz za kapacitet pločastog kondenzatora koji ne ovisi o priključenom naponu nego predstavlja svojstvo samog kondenzatora.

7. Jakost električne struje i gustoća struje

7.1. Jakost struje

Glavna značajka električne struje je njena jakost. Jakost struje je to veća što više naboja prođe poprečnim presjekom vodiča u što kraćem vremenu.
Jakost struje jednaka je količini naboja koja prođe presjekom vodiča u 1 sekundi. Oznaka je *I* , a jedinica je amper (A). Na temelju poznatog broja slobodnih elektrona *N* i njihove srednje brzine može se izračunati kolika količina naboja prođe kroz presjek *S* vodiča u vremenskom intervalu Δt (gdje je q_e naboj elektrona i *v* srednja brzina gibanja naboja):

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{N S v q_e \Delta t}{\Delta t} = N S v q_e \quad \left[\frac{As}{s} = A\right]$$

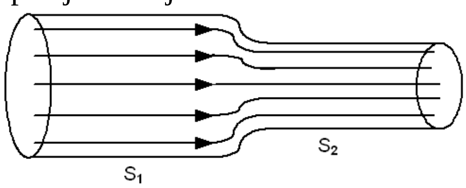
Struja čija je jakost konstantna je vremenski nepromjenjiva struja, a struja je vremenski promjenjuva ukoliko je dotok vanjske energije izvora promjenjiv.
Istosmjerna struja može mijenjati svoju jakost ali ne i smjer u vremenu (uvijek isti smjer električnog polja), dok izmjenična struja mijenja svoj smjer u vremenu (mijenja se smjer električnog polja).

7.2. Gustoća struje

Gustoća struje određena je omjerom jakosti struje (*I*) i površine presjeka (*S*) vodiča. Oznaka je *J*, a jedinica su amperi po m^2.

$$J = \frac{I}{S} \quad \left[\frac{A}{m^2} = 10^6 \frac{A}{mm^2}\right]$$

Prema principu kontinuiteta električne struje jakost struje unutar vodiča jednaka je na svim presjecima (npr. S1 ili S2) u svakom trenutku. Struju možemo prikazati strujnicama. Gustoća strujnica je veća tamo gdje je presjek manji.



Prikaz struje pomocu strujnica

8. Električna otpornost i provodnost

Otpor vodiča proporcionalan je duljini vodiča *l* , a obrnuto proporcionalan njegovu presjeku *S*. Faktor proporcionalnosti različit je za pojedini materijal te predstavlja svojstvo tvari koja se naziva otpornost i označava s ρ (ro). Na temelju toga otpor vodiča računa se kao

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Dva vodiča jednakih dimenzija a raznih materijala imat će različit otpor zbog el. Otpornosti materijala koja proizlazi iz razlika u atomskom i molekularnom ustroju tvari. Zbog toga je otpornost svojstvena pojedinoj tvari, pa se naziva još i specifični otpor. Otpornost i njena jedinica se može izraziti iz prethodne jednadžbe

$$\rho = \frac{RS}{l} \quad \left[\frac{\Omega m^2}{m} = \Omega m\right]$$

Provodnost je recipročna vrijednost otpornosti, te je kao i otpornost svosjtvo materijala koje pokazuje njegovu sposobnost vođenja el. struje (stoga se naziva i specifična vodljivost). Provodnost krutih tvari ovisi o broju slobodnih elektrona u 1 cm^3 po čemu ih dijelimo na vodiče, poluvodiče i izolatore. Oznaka za provodnost je κ (kapa), a jedinica je simens po metru. Možemo reći da je provodnost i gustoća električne struje koju u različitim materijalima pokrene isto električno polje.

$$\kappa = \frac{J}{E} = \frac{1}{\rho} \quad \left[\frac{S}{m}\right]$$

9. Električna vodljivost/otpor i Ohmov zakon

Ohmov zakon

Jakost struje je direktno proporcionalna naponu, a obrnuto proporcionalna otporu. Matematički zapis toga glasi:

$$I = k * \frac{U}{R}$$

Zbog pojednostavljenja računa , uzimamo da je k=1.

Dakle: $I = \dfrac{U}{R}$, $1A = \dfrac{1V}{1\Omega}$

$I = \dfrac{U}{R}$ (I) $\qquad R = \dfrac{U}{I}$ (II) $\qquad U = I * R$ (III)

Alternativna definicija oma: to je otpor što ga električnoj struji pruža stupac žive dug 106,25 cm, poprečnog presjeka 1mm^2, na temperaturi od 0°C.

Električni otpor

Ukoliko se temperatura i ostale vanjske prilike u kojima se vodič nalazi ne mijenjaju, prema Ohmu možemo napisati:

$R = \frac{U}{I} = const.$ iz čega slijedi -> $I = const. * U$

Otpor vodiča ovisi o:

1. materiji od koje je vodič napravljen
2. duljini vodiča l
3. poprečnom presjeku S
4. temperaturi ϑ

$$\rho = R_{20} * \frac{S}{l}$$

Električna vodljivost

U paralelnom spajanju otpornika račun se može pojednostavniti ako uvedemo recipročnu vrijednost otpora kao vodljivost trošila:

$$G = \frac{1}{R}$$

U tom slučaju je ukupni otpor paralelno vezanih otpora jednak:

$$G = \sum_{i=1}^{n} G_i$$

Iz $R = \rho * \frac{l}{S}$ slijedi $G = \frac{1}{\rho} * \frac{S}{l}$, pri čemu je $\chi = \frac{1}{\rho}$

Tada možemo zapisati:

$R = \frac{1}{\chi} * \frac{l}{S}$ iz čega slijedi $G = \chi * \frac{S}{l}$

Posebno je zanimljiv slučaj kad su svi otpori jednaki:

$$R_1 = R_2 = R_3 = ... = R_n$$

Za serijski spoj vrijedi: $R = n * R_1$

Za paralelan spoj vrijedi: $R = \frac{1}{n} * R_1$

Jednadžbe Ohmovog zakona izražene preko vodljivosti glase:

$I = U * G \qquad G = \frac{I}{U} \qquad U = \frac{I}{G}$

10. Zavisnost otpora o temperaturi

S povećanjem temperature otpor metalnog vodiča raste, a sa smanjivanjem se i otpor smanjuje.
Kao početnu temperaturu uzimamo 20°C pa pišemo:

$R=R_{20}+\Delta R \qquad \Delta R=R_{20}*\Delta\vartheta*\alpha_{20}$

Iz čega slijedi:

$R=R_{20}+R_{20}*\alpha_{20}*\Delta\vartheta=R_{20}*(1+\alpha_{20}*\Delta\vartheta)=\frac{\rho*l}{S}\left[1+\alpha_{20}(\vartheta-20)\right]$

$$\alpha_{20} = \frac{\Delta R}{R_{20}\Delta\vartheta}$$

Legure kao što su manganin i konstantan imaju koeficijent α_{20} tako malen da se njihov otpor može smatrati konstantnim.

Kao pripadni gradijent ili koeficijent smjera uzimamo:

$$tg\beta = \frac{dR}{d\vartheta} = R_{20} * \alpha_{20}$$

Da bi dobili koeficijent pri kojem je otpor vodiča jednak nuli:

$R_{20}\left[1+\alpha_{20}(\tau-20)\right]=0$ slijedi: $\tau = -(\frac{1}{\alpha_{20}} - 20)°C$

Potpuno nestajanje otpora prisutno je kod nekih metala i slitina, a zbiva se pri temperaturama malo višim od apsolutne nule naglim prijelazom iz vodljivog u supravodljivo stanje.

11. Linearni i nelinearni otpori

Ako je te za vodič $R = \frac{U}{I} = const.$ vrijedi Ohmov zakon, karakteristika U=f(I) će biti pravac -> linearan otpor.

Zbog zagrijavanja vodiča pri prolazu struje linearni otpor u praksi ne postoje.Umjesto toga, dobivamo različite krivulje kao karakteristike, i za takve vodiče kažemo da su nelinearni.

(pogledati sliku 3.3., str. 44 u Pinteru)

Linearni otpornici kojima otpor ne ovisi o jakosti struje imaju voltampersku karakteristiku predočenu pravcem koji izlazi iz ishodišta. (budući da je tg α pravca konstantan, i otpor je konstantan).

Nelinearni otpornici pak u svakoj točki imaju različitu vrijednost otpora R (zbog varijabilnosti tangensa pravca).

Definiramo dva pojma: statički i dinamički otpor

Rstat= $\frac{U}{I} = kr * tg\alpha$ Rdif= $\frac{dU}{dI} = kr * tg\beta$, gdje je kr= $\frac{kU}{kI}$
kr -> faktor proporcionalnosti, jednak omjeru faktora za napon i struju

Statički otpor je uvijek pozitivan dok dinamički može biti i negativan.

12. Snaga na otporu. Jouleova toplina

Prolaskom struje I kroz otpor R stvara se toplina Q, koja tekućinu u boci ili posudi zagrijati za $\Delta\vartheta°C$

$Q = m * c * \Delta\vartheta$

Pokusi pokazuju da proizvedena toplina ovisi o;
1. naponu
2. struji
3. vremenu

Ta se ovisnost matematički može prikazati na sljedeći način:

$Q = k * U * I * t$

$Q_{cal} = 0{,}239 * U * I * t$

Ukoliko toplinu izražavamo u džulima:

$Q = U * I * t$ iz čega slijedi $Q = I^2 * R * t = \frac{U^2}{R} * t$

Snaga se definira kao brzina vršenja rada: $P = \frac{W}{t}$ $W = P * t$ $dW = p * dt$

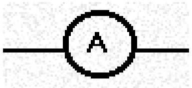
$W = \int_0^t p * dt$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{U * I * t}{t} = U * I$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{I * U * t}{t} = U * I = \frac{U^2}{R} = I^2 * R$$

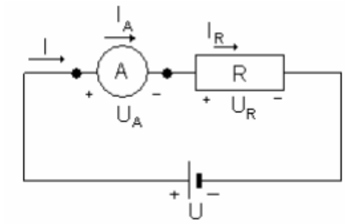
13. Ampermetar, voltmetar i vatmetar u krugu istosmjerne struje

a) **Ampermetar :**



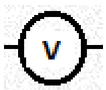
simbol ampermetra

Za **mjerenje jakosti električne struje** koristi se instrument ampermetar. Rad ampermetra temelji se na **magnetskom učinku električne struje**. Ampermetar se **u strujni krug priključuje serijski**, jer kroz serijski spojene elemente prolazi jednaka struja (nema grananja struje). Kao svaki realni instrument i ampermetar ima unutarnji otpor, koji potječe od otpora njegovih namotaja (otpora njegovog svitka). Taj otpor povećava ukupni otpor strujnog kruga (serijskim spajanjem ukupni se otpor povećava), a samim tim smanjuje se jakost električne struje u krugu (prema Ohmovom zakonu jakost električne struje i električni otpor su obrnuto razmjerni). Tako **ampermetar svojim unutarnjim otporom utječe na rezultate mjerenja**. **Za idealni ampermetar pretpostavlja se da je $R_i = 0\ \Omega$, te zbog toga ne utječe na rezultate mjerenja**. Za idealni ampermetar često se kaže da je to, posebice u zadacima, ampermetar zanemarivog unutarnjeg otpora.



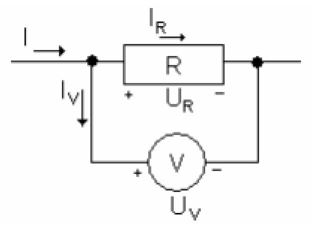
$I_A = I_R = I$
$U = U_A + U_R$

b) **Voltmetar :**



simbol voltmetra

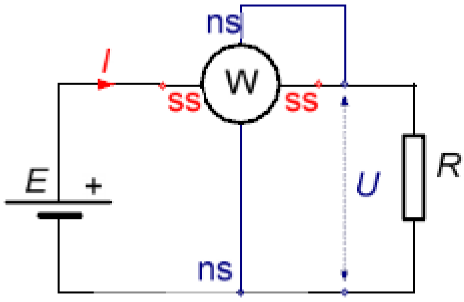
Voltmetar je uređaj koji se koristi za **mjerenje napona potencijala između dviju točaka** u električnom krugu.Voltmetar se u **strujni krug priključuje paralelno.Idealni voltmetar** ima **beskonačni otpor**. Većina voltmetara u stvari mjeri električnu struju koja ovisi o mjerenom naponu i unutarnjem otporu instrumenta. Kako bi se smanjio utjecaj na mjereni krug nastoji se da taj otpor bude što veći i navodi se bilo kao stalna vrijednost, npr 1 MΩ, bilo kao vrijednost koja ovisi o mjernom području, npr. 20 kΩ/V.



$U_V = U_R$
$I = I_R + I_V$

c) **Vatmetar :**

Vatmetar je instrument koji **mjeri snagu u krugu**. **Sastoji se od ampermetra i voltmetra** .

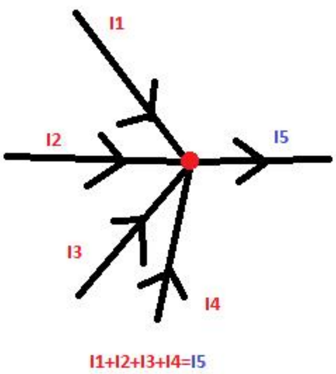


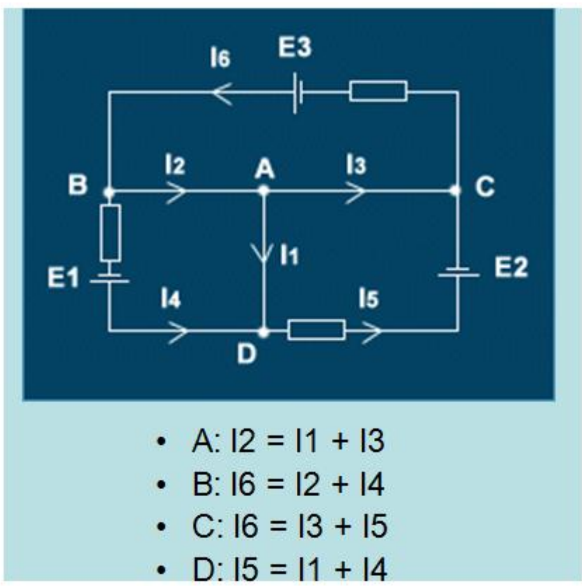
14. Kirchhoffov zakon za struje (1. Kirchhoffov zakon) :

Definicija : U svakom **čvoru električne mreže zbroj električnih struja koje ulaze** u čvor **jednak je zbroju struja koje izlaze** iz čvora.
Prvi Kirchhoffov zakon vrijedi i za **izmjenične električne struje i mreže**.
Matematicki zapis :

$$\sum_{j=1}^{n} I_j = 0$$

Primjeri :



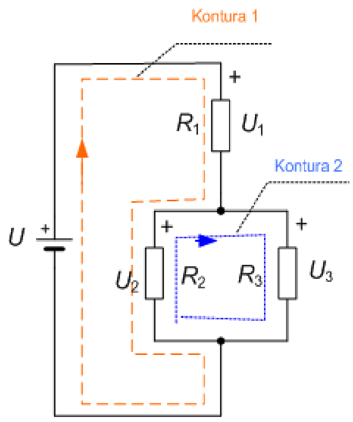


15. Kirchhoffov zakon za napone (2. Kirchhoffov zakon) :

Definicija : **Suma napona u svakoj (zatvorenoj) konturi strujnog kruga jednaka je nuli**.
Primjenjuje se uz **proizvoljan smjer obilaska** konture.
Matematicki zapis :

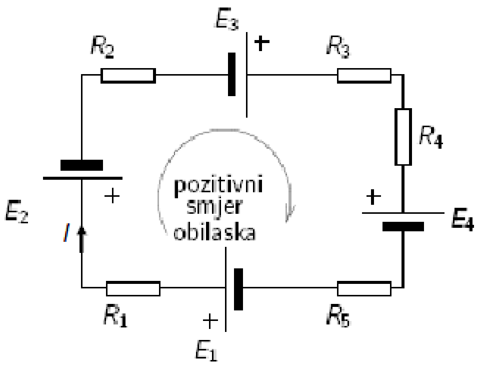
$$\sum_{j=1}^{n_{iz}} U_{iz} = \sum_{k=1}^{n_R} U_R = \sum_{k=1}^{n_R} I_k \cdot R_k$$

Primjeri :



***U* - *U*$_1$ - *U*$_2$**=0 (1)

***U*$_2$-*U*$_3$=0** (2)



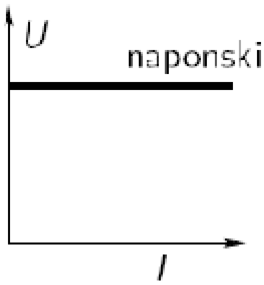
$$E_1 - E_2 + E_3 - E_4 = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 + I \cdot R_4 + I \cdot R_5$$

$$I = \frac{E_1 - E_2 + E_3 - E_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}$$

16. Naponski model realnog izvora :

a) Idealni naponski izvor :
Struja idealnog istosmjernog naponskog izvora uvjetovana je prilikama u ostatku mreže dok **je napon konstantnog iznosa**.

Za idealan izvor vrijedi: napon kod naponskog izvora je konstantnog iznosa i ne ovise o otporu trošila Rt priključenog na izvore.

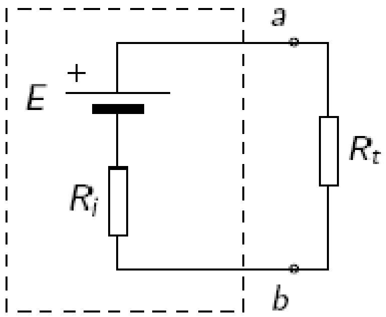


Karakteristika idealnog naponskog izvora

b) Realni naponski izvor :

Realni izvori su ovisni o prilikama u ostatku mreže (ostatak mreže predstavljen je sa otporom trošila Rt).

Realni naponski izvor dobijemo serijskim spajanjem otpora Ri (Unutarnji otpor) sa idealnim naponskim izvorom.



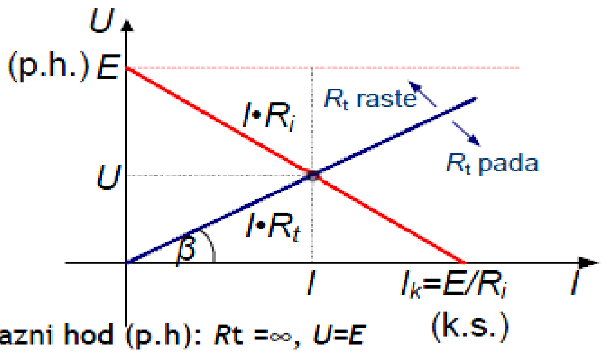
Model realnog naponskog izvora

KARAKTERISTIKA REALNOG NAPONSKOG IZVORA :

ovisnost napona realnog izvora o struji izvora predstavlja vanjsku karakteristiku izvora (označeno crveno, plavo otpor Rt)

povećanjem iznosa struje realnog naponskog izvora *smanjuje* se napon U na njegovim stezaljkama

napon realnog naponskog izvora ovisi o iznosu otpora trošila Rt



Prazni hod (p.h): *R*t =∞, *U*=*E*

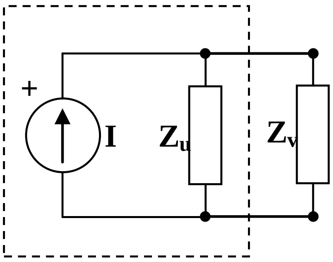
Kratki spoj (k.s.): *R*t =0, *U*=0, *I*=*I*k

Presjecište karakteristike izvora i karakteristike trošila (otpora) određuje radnu točku

17. Strujni model realnog izvora

Idealni strujni izvor je izvor koji pruža stalnu struju, dok se između njegovih izvoda pojavljuje neki napon. Taj napon je određen impedancijom trošila, jednadžbom Ohmova zakona $U = I \cdot Z$, a kroz idealan strujni izvor uvijek teče njegova nazivna struja. Iz ovoga logično slijedi da idealni strujni izvor možemo kratkospojiti (spojiti na impedanciju od 0 Ω) i u tom slučaju napon između njegovih izvoda je 0 V. Primijetimo da to također znači da bi idealni strujni izvor s beskonačnom impedancijom između izvoda trebao između svojih izvoda stvarati beskonačan napon. To je, naravno, nemoguće pa kažemo da je **strujni izvor nedefiniran u otvorenom krugu** (praznom hodu).

Idealni strujni izvor u stvarnosti ne postoji, ali postoje **realni strujni izvori**, koji se definiciji idealnoga izvora mogu više ili manje približiti. Takve izvore prikazujemo **strujnim modelom realnog** izvora (sl. 17.1), odnosno kao paralelni spoj idealnog strujnog izvora i **unutarnje impedancije**, koja se najčešće sastoji samo od radnog otpora. U praksi je cilj da kroz trošilo (vanjska impedancija, Z_v) teče što je moguće veći dio nazivne struje izvora. Budući da su unutarnja i vanjska impedancija spojene paralelno na izvor, napon između njihovih izvoda je jednak. Iz Ohmovog zakona tada slijedi da će veća struje teći kroz onu granu paralele u kojoj je iznos impedancije manji. Utjecaj unutarnje impedancije se ne može izbjeći, ali se pri izradi realnog strujnog izvora pokušava njen iznos učiniti dovoljno velikim da ne utječe previše na iznos struje u vanjskoj grani. Drugim riječima, strujni izvor je bolji ako ima veći unutarnji otpor. U praksi se za unutarnji otpor biraju vrijednosti barem deset puta veće od otpora trošila.



Slika 17.1 - Strujni model realnog izvora – izvor je prikazan područjem unutar iscrtkanog pravokutnika

Primijetimo da je realni strujni izvor (za razliku od idealnog) definiran i u praznom hodu, jer „prazni hod“ sada znači samo beskonačnu impedanciju u vanjskoj grani strujnog kruga – u tom slučaju idealni strujni izvor kao dio realnog strujnog izvora **nije** u otvorenom krugu (na njega je i dalje priključena unutarnja impedancija), pa možemo izračunati i **napon praznog hoda** realnog strujnog izvora. Izraz za računanje te veličine slijedi iz Ohmovog zakona: $U = I \cdot Z_u$ i bit će nam koristan prilikom pretvaranja strujnih izvora u naponske.

18. Pretvorbe između strujnog i naponskog modela realnog izvora

Realni naponski izvor uvijek možemo prikazati realnim strujnim izvorom (i obrnuto) u dva jednostavna koraka:

1. Shemu realnog izvora preinačimo tako na mjesto znaka idealnog strujnog/naponskog izvora postavimo znak idealnog naponskog/strujnog izvora, a unutarnji otpor umjesto paralelno spojimo serijski na izvor ili obrnuto. **Iznos unutarnjeg otpora ostaje isti.**
2. Napon, odnosno struju ekvivalentnog izvora računamo izrazom $U = I \cdot Z_u$, odnosno $I = \frac{U}{Z_u}$. Primijetimo da su to izrazi kojima računamo **napon praznog hoda** realnog strujnog izvora te **struju kratkog spoja** realnog naponskog izvora.

Dakle, ako pretvaramo strujni izvor u naponski, napon će mu biti jednak naponu praznog hoda početnog (strujnog) izvora, a ako pretvaramo naponski izvor u strujni, struja će mu biti jednaka struji kratkog spoja početnog (naponskog) izvora. U oba slučaja, **ne mijenjamo iznos unutarnjeg otpora**, već samo način njegova spajanja na izvor – na naponski izvor unutarnji otpor se spaja serijski, a na strujni paralelno. Primijetimo da to znači da rezultat neće biti kvalitetan naponski/strujni izvor, jer ćemo unutarnji otpor prenijeti iz početnog izvora druge vrste, za koji vrijedi obrnuti kriterij za izbor unutarnjeg otpora.

Naravno, isti postupak vrijedi i ako se unutarnja impedancija sastoji i od reaktivnog otpora, kao i za izmjenične izvore.

19. Mjerenje U – I karakteristike realnog izvora

Realni izvor ne može biti idealni strujni ni idealni naponski izvor. Njegovo ponašanje ovisi i o unutarnjoj i o vanjskoj impedanciji. Kako se izvor ponaša kad je na njega spojen neki otpor saznajemo iz naponsko–strujne karakteristike (krivulje). To je **graf ovisnosti napona o struji** (ili obrnuto). Možemo, primjerice, struju postaviti na apscisu a napon na ordinatu. Tada bi krivulja za idealni strujni izvor bila okomiti pravac ($x = I$), a za idealni naponski izvor vodoravni pravac ($y = U$). Realni izvor neće imati takvu karakteristiku, ali se u ona nekim područjima može više ili manje približiti okomitom ili vodoravnom pravcu (što znači da se u tim područjima i izvor ponaša kao strujni, odnosno naponski). Koordinate točka u kojoj krivulja naponsko–strujne karakteristike elementa spojenog na izvor (vanjskog otpora) siječe krivulju naponsko–strujne karakteristike izvora upravo su vrijednosti struje koja teče kroz taj element i napona između njegovih izvoda (za linearni otpornik krivulja karakteristike je pravac čiji je nagib prema apscisi proporcionalan vrijednosti otpora).

Karakteristiku realnog izvora možemo mjeriti **spajanjem promjenjivog otpora na izvor u seriju s ampermetrom i paralelno s voltmetrom**. Zatim mijenjajući vrijednost otpora (u željenim granicama ili na cijelom području) očitavamo vrijednosti koje pokazuju instrumenti i pretvaramo ih u graf.

20. Snaga trošila spojenog na realni izvor

Prilikom računanja snage koja se troši na trošilu spojenom na realni izvor, moramo uzeti u obzir da se dio snage troši i na unutarnjem otporu. Objasnit ćemo izvod izraza za snagu trošila na primjeru realnog naponskog izvora.

Primjer 20.1: Snaga trošila spojenog na realni naponski izvor

Zamislimo strujni krug koji se sastoji od realnog naponskog izvora i trošila. Takav je krug zapravo serijski spoj idealnog naponskog izvora (njegov napon označimo s E), unutarnjeg otpora izvora (njegov otpor označimo s R_u) i vanjskog otpora – trošila (njegov otpor označimo s R_v). Za izračun snage vrijedi izraz $P = \frac{U^2}{R}$. Zanima nas snaga koja se troši na trošilu (vanjskom dijelu strujnog kruga) pa nakon uvrštavanja formula postaje $P_v = \frac{{U_v}^2}{R_v}$. R_v nam je već poznat, trebamo saznati samo vrijednost U_v, odnosno napon na trošilu. Ohmov zakon kaže $U = I \cdot R$, nakon uvrštavanja $U_v = I \cdot R_v$. R_v nam je već poznat, trebamo saznati samo vrijednost I, odnosno struju kroz strujni krug. Ohmov zakon kaže $I = \frac{U}{R}$, nakon uvrštavanja $I = \frac{E}{R_u + R_v}$. Uvrštavanjem u prethodni izraz dobivamo $U_v = \frac{E \cdot R_v}{R_u + R_v}$, što uvrštavamo u početni izraz i dobivamo $P_v = \frac{\left(\frac{E \cdot R_v}{R_u + R_v}\right)^2}{R_v}$. Sređivanjem dolazimo do konačne formule za **snagu koja se troši na trošilu spojenom na realni naponski izvor**:

$$\boxed{P_v = \frac{E^2 \cdot R_v}{(R_u + R_v)^2}},$$

gdje je E napon naponskog izvora, R_u unutarnji otpor izvora, a R_v otpor trošila. **Maksimalna snaga** na trošilu postiže se prilagođenjem otpora trošila, tako da je on jednak unutarnjem otporu izvora.

Sličnim postupkom može se izvesti i izraz za **snagu trošila spojenog na realni strujni izvor** (ovdje treba uzeti u obzir da su svi elementi spojeni paralelno, a ne serijski kao kod naponskog izvora, i da računamo po formuli $P_v = I^2 \cdot R$) koji glasi:

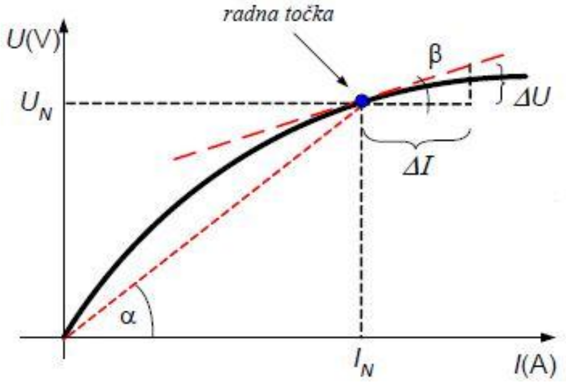
$$\boxed{P_v = \frac{I^2 \cdot {R_u}^2 \cdot R_v}{(R_u + R_v)^2}},$$

gdje je I struja strujnog izvora, R_u unutarnji otpor izvora, a R_v otpor trošila. Maksimalna snaga na trošilu postiže se jednako kao i u prethodnom slučaju, izjednačavanjem otpora trošila s unutarnjim otporom izvora, odnosno ako vrijedi $R_v = R_u$.

Valja spomenuti i **korisnost**, koja je u oba slučaja određena omjerom snage koja se troši na trošilu (vanjskom dijelu strujnog kruga) i ukupne snage koja se troši na unutarnjem otporu izvora i trošilu, odnosno $\eta = \frac{P_v}{P_{uk}}$. Uvrštavanjem i sređivanjem dobivamo za realni naponski izvor izraz $\eta = \frac{R_v}{R_u + R_v}$, a za realni strujni izvor $\eta = \frac{R_{uk}}{R_{uk} + R_v}$, gdje je R_v otpor trošila, R_u unutarnji otpor izvora, a R_{uk} ukupni otpor strujnog kruga.

21. Spoj nelinearnog otpora na realni izvor.

Nelinearni otpornik je otpornik čiji se otpor mijenja s promjenom radne točke. Drugim riječima otpor nelinearnog otpornika ovisi o struji koja teče kroz njega.
U-I karakteristika „običnog“ (linearnog) otpornika je pravac, a U-I karakteristika nelinearnog otpornika je prikazana na slici dolje:



Nelinearni otpornici se karakteriziraju s dva parametra koji opisuju njihova svojstva u određenoj radnoj točki:

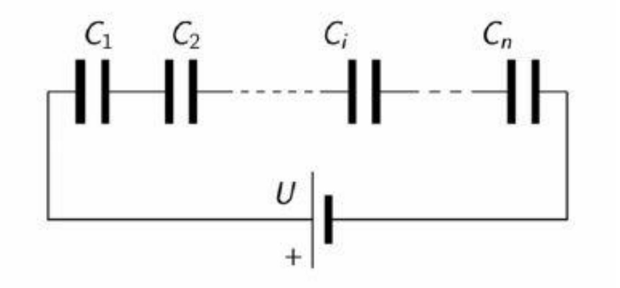
Statički otpor: $R_s = \frac{U}{I} = tg\alpha$

Dinamički otpor: $R_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{dU}{dI} = tg\beta$

Za statički otpor vrijedi da je $R_s \geq 0$, dok dinamički otpor može biti i negativan što znači da u okolini te radne točke, s povećanjem napona na krajevima nelinearnog otpornika struja pada. Dinamički otpor je parametar koji opisuje u kojoj se mjeri, pri promjeni napona na elementu, mijenja jakost struje koja teče kroz njega.

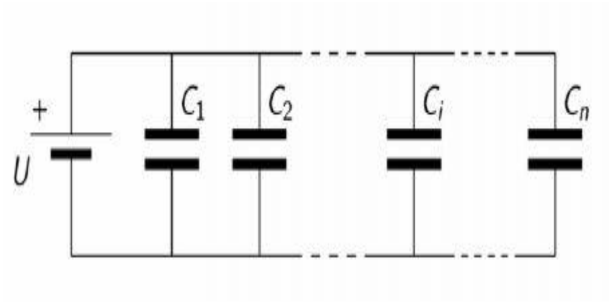
22. Serijski i paralelni spoj kondenzatora.

Ukupan kapacitet kondenzatora se dobiva na suprotan način od dobivanja ukupnog otpora otpornika, odnosno:



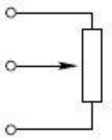
Serijski spoj kondenzatora:
-ukupan napon jednak je sumi napona na svim kondenzatorima:
$U=U_1+U_2+...+U_i+...U_n$
- ukupan naboj isti je kao i naboj na svakom pojedinom kondenzatoru:
$Q=Q_1=Q_2=...=Q_i=...=Q_n$
-ukupan kapacitet dobiva se sumom recipročnih vrijednosti kapaciteta svakog kondenzatora, odnosno: $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$

Paralelni spoj kondenzatora:

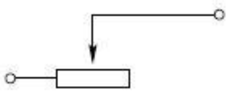


-ukupan napon isti je kao i napon na svakom pojedinom kondenzatoru:
$U=U_1=U_2=...=U_i=...=U_n$
-ukupan naboj jednak je sumi naboja na svim kondenzatorima:
$Q=Q_1+Q_2+...+Q_i+...+Q_n$
-ukupan kapacitet dobiva se sumom vrijednosti kapaciteta svakog kondenzatora, odnosno: $C = \sum_{i=1}^{n} C_i$

23. Potenciometarski i reostatski spoj promjenjivog otpora.

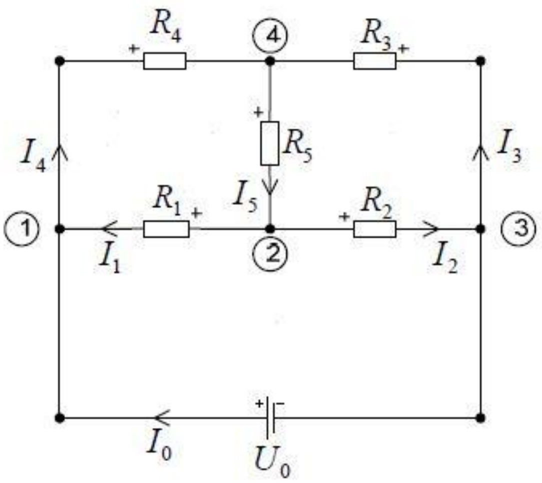


- potenciometar je naponsko dijelilo
- položaj klizača određuje odnos napona
- potenciometar služi npr. kao regulator glasnoće u audio pojačalima



- reostat koristimo kao regulator struje

24. *Mosni spoj.*

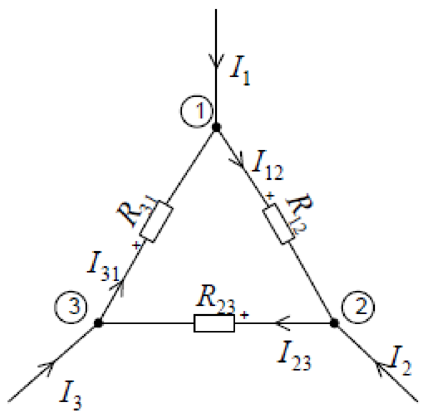


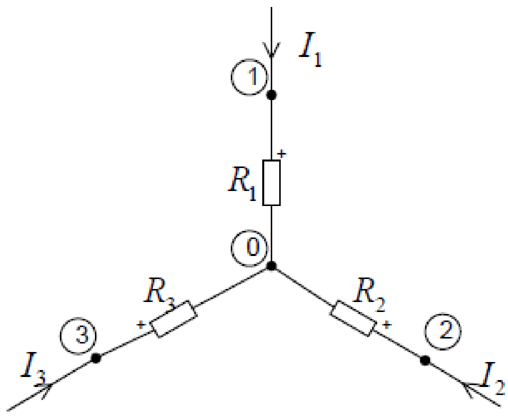
Mosni spoj je spoj pet pasivnih elemenata i jednog aktivnog, kakav je prikazan na slici lijevo. Ako su svi pasivni elementi otpori, mosni se spoj pobliže određuje kao Wheatstoneov most.
Uvjet ravnoteže mosta:

$$R_1 \cdot R_3 - R_2 \cdot R_4 = 0\,; \ \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}$$

Kada je taj uvjet zadovoljen struja I_5=0, odnosno dopušteno je mosnu granu (grana s *R5*) kratko spojiti ili odspojiti, jer to neće utjecati na strujno-naponske prilike u krugu, te se mreža pojednostavljuje na serijsko-paralelni spoj otpornika R1, R2, R3 i R4.

25. Spojevi između tri točke: trokut i zvijezda





- ovi spojevi su isti s gledišta ostatka strujnog kruga ako su između 3 točke naponi isti i u njih ulaze iste struje:
    - zadovoljenje sljedećih naponskih jednadžbi vodi nas do formula pretvorbe trokuta u zvijezdu i zvijezde u trokut:

$$U_{12} = I_{12} \cdot R_{12} = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2$$
$$U_{23} = I_{23} \cdot R_{23} = I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3$$
$$U_{31} = I_{31} \cdot R_{31} = I_3 \cdot R_3 - I_1 \cdot R_1$$

- je sustav tri jednadzbe s tri nepoznanice iz kojeg slijedi:

$$I_{12} \cdot R_{12} + I_{23} \cdot R_{23} + I_{31} \cdot R_{31} = 0$$

- a iz jednakosti struja koje ulaze i izlaze iz čvorova

$$\begin{aligned} &\text{čvor } 1: \quad +I_1 \quad -I_{12} + I_{31} = 0 \\ &\text{čvor } 2: \quad +I_2 + I_{12} - I_{23} = 0 \\ &\text{čvor } 3: \quad +I_3 + I_{23} - I_{31} = 0 \end{aligned}$$

- slijedi da je zbroj triju struja jednak nula:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

- iz prethodnog dobijamo jednadžbe za pretvorbu iz trokuta u zvijezdu:

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_\Delta}; \quad R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_\Delta}; \quad R_3 = \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{R_\Delta}$$

- gdje je

$$R_\Delta = R_{12} + R_{23} + R_{31}$$

- i jednadžbe za pretvorbu spoja zvijezde u spoj trokuta:

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 \cdot R_1}{R_2}$$

- ove pretvorbe su vrlo važne kod rješavanja tzv. mosnog spoja, ali i mnogih drugih u kojima olakšavaju rješavanje

-za detaljan izvod formula za pretvorbu pogledati Pinter, prvi dio, str. 143. ili slajdovi s predavanja, prvi ciklus, tjedan 4.

26. Rješavanje električne mreže kirchhoffovim zakonima

- Električne mreže su spojne sheme s više od jednog izvora.
- Za analizu električkih mreža uvedeni su osnovni pojmovi
  - **grana** mreže je dio mreže kroz koji teče ista struja, tj. dio mreže sastavljen od serijski spojenih izvora i otpora
  - **čvor** je točka u kojem se sastaju ili iz kojeg izlaze bar tri ili više grana
  - **petlja** (kontura) je zatvoreni put po granama mreže ili bilo koji zatvoreni strujni krug koji dobivamo obilaskom grana mreže
    - za rješavanje mreža važne su nezavisne petlje, tj. one koje se od drugih razlikuju za barem jednu granu

  - rješavanje mreža se svodi na ispisivanje jednadžbi I i II Kirchhoffovog zakona te rješavanje tako dobijenog sustava jednadžbi

        - ako mreža ima g grana, n petlji i č čvorova, sustav će imati g nezavisnih jednadžbi i to:
            - bit će č-1 nezavisnih strujnih jednadžbi
            - n nezavisnih naponskih jednadžbi

$$g = n + č - 1$$

    - strujnonaponske jednadžbe mogu se također prikazati i matrično (vidi I. ciklus, predavanje 4)

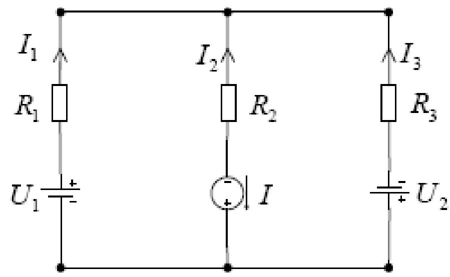
-detaljan izvod – Pinter, prvi dio, str. 119. - 122.

27. Rješavanje mreža metodom superpozicije

- metoda superpozicije zasnovana je na tome da je struja u svakoj grani mreže ustvari zbroj djelovanja svih izvora te mreže na tu pojedinu granu
- zbog toga se mreža može riješiti tako da se gleda utjecaj svakog pojedinog izvora spojenog u mreži na pojedine grane i onda se izračunate struje u granama koje proizvodi svaki izvor zbroje
- to se postiže tako da se u svakom koraku "umrtve" svi izvori osim jednog čiji se utjecaj izračunava
- "umrtvljivanje" izvora se vrši tako da se naponski izvor zamijeni kratkim spojem, a strujni praznim hodom, tj. prekidom kruga

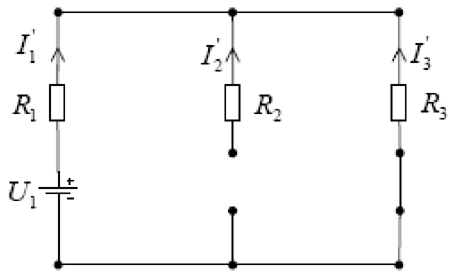
Primjer (slajdovi, 4. tjedan)

Odredi struje I_1, I_2 i I_3 u mreži prema slici.



- u ovom primjeru treba odrediti struje I_1, I_2, I_3
- umrtvljuje se jedan po jedan izvor i računaju se pojedine struje kroz pojedine grane

1.a. Djeluje samo naponski izvor U_1

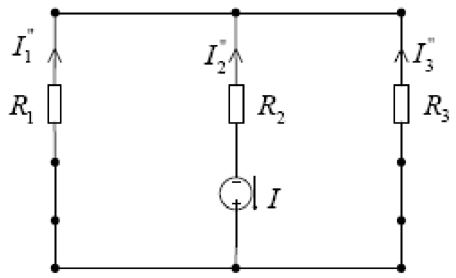


$$I_1' = \frac{U_1}{R_1 + R_3}$$

$$I_2' = 0$$

$$I_3' = -\frac{U_1}{R_1 + R_3}$$

1.b. Djeluje samo strujni izvor *I*

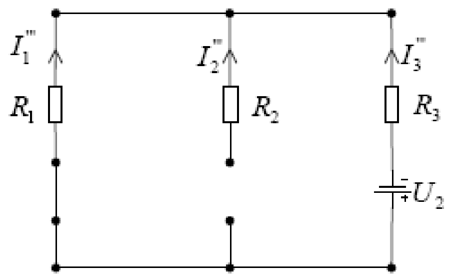


$$I_1'' = I \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_3}$$

$$I_2'' = -I$$

$$I_3'' = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3}$$

1.c. Djeluje samo naponski izvor U_2



$$I_1''' = \frac{U_2}{R_1 + R_3}$$

$$I_2''' = 0$$

$$I_3''' = -\frac{U_2}{R_1 + R_3}$$

2. Završni korak (zbroj pojedinačnih djelovanja)

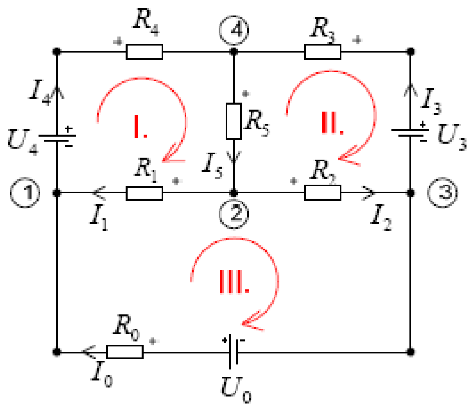
$$I_1 = I_1' + I_1'' + I_1''' = \frac{U_1 + U_2 + I \cdot R_3}{R_1 + R_3}$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' + I_2''' = -I$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' + I_3''' = \frac{I \cdot R_1 - U_1 - U_2}{R_1 + R_3}$$

Izvod:

- pravilo proizlazi direktno iz Kirchhoffovih zakona u matričnom obliku, npr. za mrežu



- matrica struja i napona izgleda ovako:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & R_1 & 0 & 0 & R_4 & R_5 \\ 0 & 0 & -R_2 & -R_3 & 0 & -R_5 \\ R_0 & -R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ U_4 \\ -U_3 \\ U_0 \end{bmatrix}$$

- vektor napona iz ove jednadžbe može se napisati i kao:

$$\underline{U_0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ U_0 \end{bmatrix}, \quad \underline{U_3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -U_3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{U_4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ U_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- uvrštavanjem ovog oblika u jednadžbu: $\underline{I} = \underline{R}^{-1} \cdot \underline{U}$

  dobijamo:

$$\underline{I} = \underline{R}^{-1} \cdot \left(\underline{U}_0 + \underline{U}_3 + \underline{U}_4\right) = \underline{R}^{-1} \cdot \underline{U}_0 + \underline{R}^{-1} \cdot \underline{U}_3 + \underline{R}^{-1} \cdot \underline{U}_4$$

- iz gornje jednadžbe vidimo da je struja I zbroj pojedinih struja izvora

$$\underline{I}' = \underline{R}^{-1} \cdot \underline{U}_0; \quad \underline{I}'' = \underline{R}^{-1} \cdot \underline{U}_3; \quad \underline{I}''' = \underline{R}^{-1} \cdot \underline{U}_4$$

28. Magnetska sila na naboj koji se giba u magnetskom polju

- ako se naboji gibaju u polju, ono na njih djeluje magnetskom silom
- smjer te sile je okomit na vektor brzine gibanja naboja i vektor magnetske indukcije tog polja
- iznos te sile je

$$\left|\bar{F}\right| = q \cdot v_{\perp} \cdot B$$

- smjer sile određuje se pravilom lijeve ruke i to tako da:
  - postavimo dlan tako da silnice polja „ulaze“ u njega
  - prste postavimo u smjeru struje
  - tada palac pokazuje smjer sile na naboj
- ukoliko kut između vektora brzine naboja i indukcije polja B nije jednak 90°, iznos sile računa se po sljedećoj formuli:
  - $$\left|\bar{F}\right| = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$$

29. Magnetska sila na vodič protjecan strujom u magnetskom polju

Promatramo vodič presjeka S, duljine l, kroz koji teče struja I u magnetskom polju indukcije $\vec{B}$. Na taj vodič u magnetskom polju djeluje sila. Sada ćemo izvesti izraz za tu silu.

-Ukupna količina naboja koja je prošla kroz presjek S u vremenu t iznosi:
$\Delta Q = Ne_0 vS\Delta t$, gdje je N poznati broj slobodnih elektrona, v njihova brzina, a e_0 elementarni naboj.

-Jakost struje definira se omjerom količine naboja koji prođe u intervalu dt kroz promatrani presjeki iznosa tog vremenskog intervala: $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, dakle $dQ = Idt$

-Sila na naboj u gibanju u magnetskom polju je: $\overrightarrow{F_m}$=Q($\vec{v}$X$\vec{B}$), pri čemu je Q naboj koji se giba brzinom v u magnetskom polju indukcije B.

-Sada na temelju toga možemo pisat: $\overrightarrow{dF} = Idt(\frac{d\vec{l}}{dt} X \vec{B})$, jer je brzina jednaka omjeru puta i vremena.

Budući da se radi o vektorskom produktu, dt se pokrati, te imamo: $\overrightarrow{dF} = I(\overrightarrow{d\vec{l}} X \vec{B})$. Sada se izraz za silu jednostavno dobije integriranjem: $\vec{F} = I \int (\overrightarrow{d\vec{l}} X \vec{B})$
Ako je polje homogeno, a vodič ravan, znači da su dl i B konstante, te izraz za silu glasi: $\vec{F} = I(\vec{l} X \vec{B})$
Vektorski produkt vektora $\vec{l}$ i $\vec{B}$ iznosi: lBsin$\sphericalangle l, B$, a ako kut između l i B nazovemo α, tada dobivamo konačan izraz za iznos sile na vodič protjecan strujom u magnetskom polju: $F = BIlsin\alpha$. Smjer sile dobivamo pravilom desne ruke (http://hr.wikipedia.org/wiki/Pravilo_desne_ruke).
(*)

30.Magnetska sila između dvaju ravnih vodiča

Pokazalo se da između dva strujna elementa protjecana strujama djeluju magnetske sile. Magnetske sile također djeluju između dva duga, ravna i paralelna vodiča protjecana strujama I_1 i I_2. Razmak između vodiča je d. Struja I_1 stvara na mjestu drugog vodiča magnetsko polje indukcije: $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$

Tada je magnetska sila na drugi vodič: $F_{12} = I_2 B_1 l$, odnosno: $F_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l$

Na isti način, struja drugog vodiča I_2 stvara magnetsku indukciju B_2. Sila koja djeluje na prvi vodič je jednakog iznosa kao sila koja djeluje na drugi vodič ($F_{12} = F_{21}$), a suprotnog smijera. Očigledno je da su sile privlačne ako su struje istog, a odbojne ako su struje različitog smjera.

Ako su struje u oba vodiča jednake ($I_1 = I_2 = I$), tada sile između vodiča iznose:
$F_{12} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} l$

Kada bi uvrstili $I = 1A$, d=1m i l=1m, dobili bi silu F=2*10^{-7}N

Iz toga slijedi i definicija ampera: ***Struja od jednog ampera je ona istosmjerna struja koja pri protjecanju kroz svaki od dva paralelna, vrlo tanka, beskonačno duga vodiča na razmaku od jednog metra, u vakuumu, stvara silu na svaki vodič od 2*10^{-7}N/m.*** Definicija ampera je važna jer se sve ostale električne jedinice izvode pomoću ampera (kulon--> 1C=1As, volt-- >1V=1J/C, om-- >jedan om je otpor koji pri struji od 1A ima pad napona 1).

31. Načelo generatora napona (vodič koji siječe silnice polja)

Zamislimo da se tanki metalni štap giba konstantnom brzinom $\vec{v}$ kroz prostor u kojem vlada homogeno i vremenski konstantno manetsko polje indukcije $\vec{B}$. Metalni štap sadrži slobodne elektrone na koje, zbog gibanja, djeluje magnetska sila: $\overrightarrow{F_m} = q(\vec{v}X\vec{B})$. Budući da su magnetsko polje i brzina konstantni, i vektorski produkt je konstantan, te je sila na gibajuće elektrone ista duž cijelog štapa.

Djelovanjem te sile, određena količina slobodnih elektrona pomakne se na donji dio štapa, a time se na gornjem kraju pojavi višak pozitivnog naboja. Na naboje u štapu djeluju dvije sile. To su elektrostatska ($\overrightarrow{F_e} = q\vec{E}$) i magnetska sila ($\overrightarrow{F_m} = q(\vec{v}X\vec{B})$). Skupljanje naboja na krajevima vodiča odvijat će se sve dok rezultantna sila na naboje ne bude 0.

Dakle, mora vrijediti: $\overrightarrow{F_e} + \overrightarrow{F_m} = 0$.

Iz toga slijedi (ako uvrstimo izraze za magnetsku i elektrostatsku silu) da je u štapu nastalo elektrostatsko polje iznosa:

$$\vec{E} = -\vec{v}X\vec{B}$$

Definirajmo vektor induciranog električnog polja: $\overrightarrow{E_i} = \vec{v}X\vec{B}$.

Rad sile tog polja definiramo pomoću pozitivnog naboja. Rad potreban da se taj naboj pomakne iz jedne točke u drugu iznosi: $A = e_0(\vec{v}X\vec{B})\vec{l}$. (zato što je rad (A) jednak umnošku sile ($\overrightarrow{F_m}$, $Q = e_0$) i puta ($\vec{l}$) na kojem sila djeluje)

Elektromotorna sila definira se kao omjer utrošenog rada A pri protjecanju električnog naboja q.

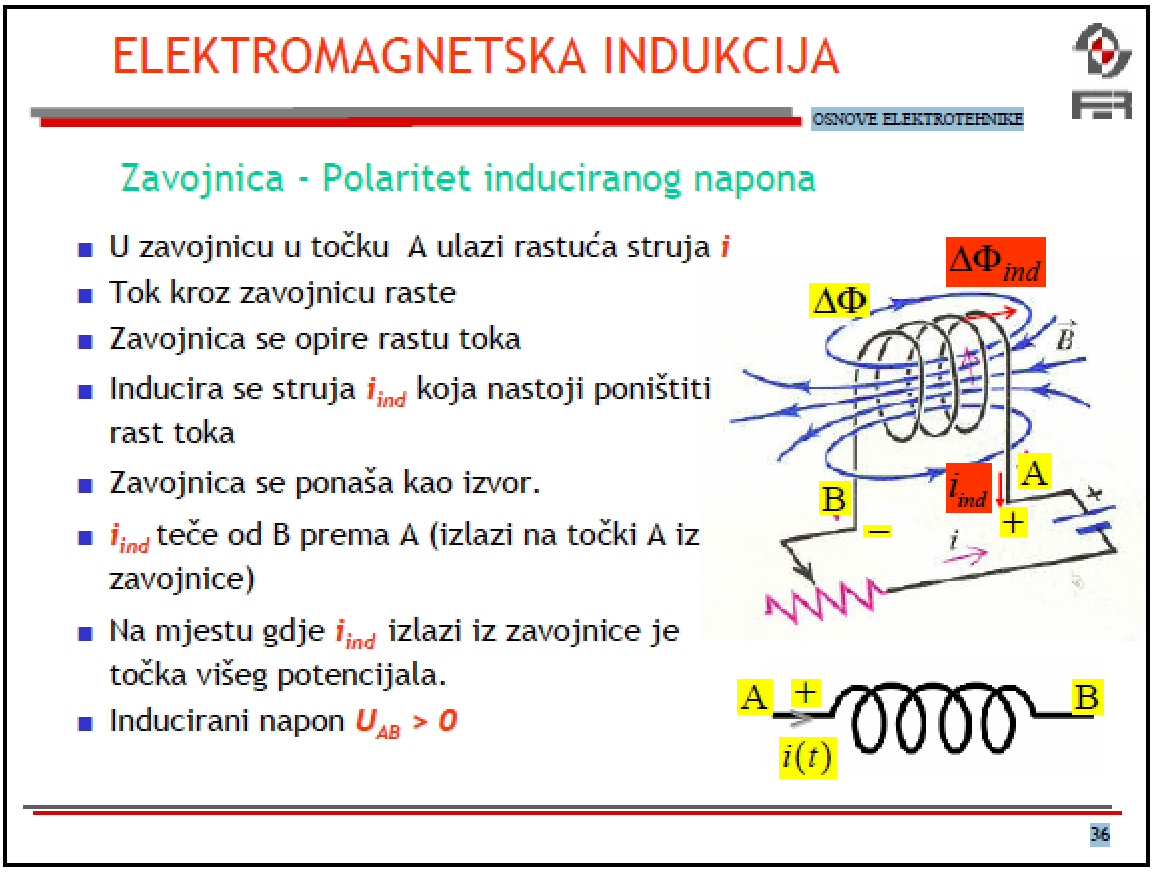
Dakle, lako dobijemo da je: $\varepsilon = \frac{A}{e_0} = (\vec{v}X\vec{B})\vec{l} = \frac{vlBsin\alpha\Delta t}{\Delta t}$, gdje je α kut između brzine štapa i silnica magnetskog polja. Ako je $\alpha = 90^o$, dobivamo da je $\varepsilon = \frac{B\Delta S}{\Delta t} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$. To je inducirana elektromotorna sila (EMS).

Napon koji vlada između točaka 1 i 2 (između kojih smo pomicali naboj) jednak je upravo toj elektromotornoj sili.

Kada bi se metalni vodič gibao po metalnim tračnicama koje s njim čine zatvoreni strujni krug, tada bi kroz taj krug tekla struja $I = \frac{\varepsilon}{R}$, gdje je R ukupan otpor kruga.

32.Faradayev zakon elektromagnetne indukcije, Lentzovo pravilo

Faraday je došao do spoznaje da se u vodljivoj konturi inducira elektromotorna sila (EMS), odnosno struja ako se u toj konturi vremenski mijenja magnetski tok na bilo koji način (Faradayev zakon). Lenz je tome još dodao da je smjer inducirane struje takav da se želi suprotstaviti svome uzroku (na ovom slideu je to dobro objašnjeno, taj smjer).



Na vremenskoj promjeni magnetskog toka u mirnoj konturi zasniva se rad transformatora, pa se inducirana EMS zove inducirana EMS transformacije. Inducirana EMS u vodljivoj konturi je: $\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} + \oint (\vec{v} X \vec{B}) d\vec{l}$ (sastoji se od EMS transformacije i EMS gibanja). Dakle, inducirani napon u zatvorenoj konturi jednak je negativnoj promjeni magnetskog toka koji je obuhvaćen tom konturom. Referentni smjer inducirane EMS određen je pravilom desnog vijka.

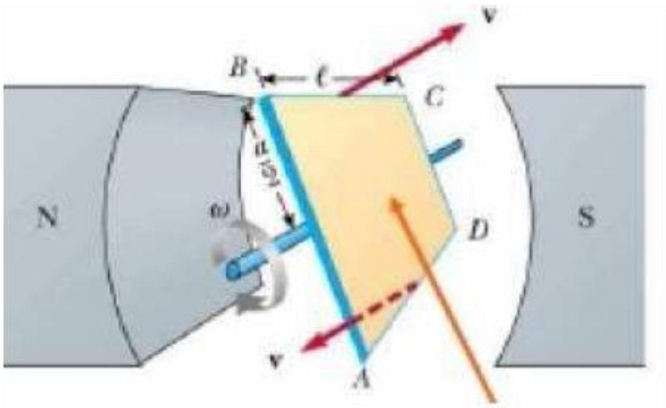
(*) Postoji i izvod za nehomogeno polje, međutim tu se koriste krivuljni integrali koje ja ne razumijem, a pretpostavljam da ni vi ne razumijete, pa mislim da nema potrebe da pišem bezveze jer ne vjerujem da će to od nas tražiti

(***)Koristio sam knjigu : Branislav Kuzmanović: Osnove elektrotehnike 1. Ako nešto ne bude jasno možete pogledati u njoj(29.pitanje-251.str, 30.pitanje-256.str, 31.pitanje-309.str, 32.pitanje-319.str)

(****)Napisao sam te izvode dosta detaljno, ali nadam se da nas neće puno gnjavit s tim. U svakom slučaju dobro ih je proći, jer pomažu u razumijevanju. Sretno☺

33. Načelo generatora izmjeničnog napona (petlja koja rotira u magnetskom polju)

(Ovo pitanje je dosta opširno i stoga preporučam da ga svakako detaljno proučite iz Pinterove knjige ili nekog drugog priručnika za osnove el. Tehnike. U Pinteru ovu temu mozete pronaci u drugom dijelu knjige, na stranicama 34. do 39. Slijedeći tekst je samo smjernica i skraćeni opis onog sto se dešava pri nastajanju izmjeničnog napona u generatoru.)



Rotaciono gibanje svitka u magnetskom polju je od velikog praktičkog značaja za proizvodnju el. energije. Prilikom okretanja svitka promjenjivi magnetski tok koji prolazi kroz svitak se mjenja po sinusnom zakonu. Derivacijom promjenjivog sinusnog toka dobiva se vremenski
promjenjivi sinusoidni napon koji popularno nazivamo: **izmjenični napon** (eng. kratica: AC od alternatig current). Taj napon vremenski gledano mijenja svoj iznos i polaritet pa uvodimo pojam trenutne vrijednosti. Grafički prikaz momentalnih vrijednosti naziva se valni oblik. Dakle, naš napon ima **sinusni valni oblik**.
Ovisno o broju okretaja koje svitak učini u jedinici vremena mijenjaju se dvije značajke induciranog napona: **frekvencija i amplituda**. Kod kružnog gibanja pri jednom okretaju učini se kut od 2pi radijana odnosno 360o i opisuje se jedna sinusoida.

34. Induktivitet i zavojnica, energija induktiviteta

Električna zavojnica je elektronički element koji ima određen električni induktivitet (L). Induktivitet se izražava u henrijima (H), nazvanim po američkom fizičaru Josephu Henryu, a najčešće se upotrebljava jedinica milihenri (mH). Zavojnica se redovito sastoji od žice koja je namotana jednostavno ili unakrsno u jednom ili više slojeva. Nosač ili tijelo zavojnice izrađuje se od impregniranog papira, drveta, sintetičkog ili sličnog materijala. Najčešće ima oblik šupljeg valjka. Vodič od kojega je napravljena zavojnica najčešće je bakreni, izoliran lakom, rjeđe pamukom ili svilom. Kod zavojnica, predviđenih za vrlo visoke frekvencije upotrebljava se posrebrena bakrena žica ili cijev. Samo specijalne zavojnice za ultrakratke valove su bez tijela. Vodič tada mora biti mehanički dovoljno krut da zadrži svoj oblik.

Induktivitet je mjera suprotstavljanja zavojnice protjecanju promjenjive struje. Induktivitet znači izvjesnu tromost promjenama struje.
Induktivitet zavojnice, također je proporcionalan kvadratu broja zavoja, poprečnom presjeku zavojnice i permeabilnosti jezgre, a obrnuto proporcionalna duljini zavojnice.

Formula glasi: $L = \frac{\mu * S * N^2}{l}$

L, induktivitet zavojnice [H]
μ=μ(0)*μ(r), μ(r) je permeabilnost jezgre zavojnice, a μ(0) permeabilnost vakuuma [H/m]
S, površina presjeka zavojnice [m^2]
l, duljina magnetskog kruga [m]
N, broj zavoja zavojnice

Induktivitet zavojnice u vakuumu ovisi o njezinoj geometriji (obliku, broju zavoja i duljini) jer je permeabilnost vakuuma konstanta. To znači da ne ovisi o jakosti struje. Ako zavojnica nije u vakuumu, tada ovisi i o sredstvu.
Zavojnice imaju široku primjenu u elektrotehnici. U energetici se npr. Koriste za izradu elektromagneta, transformatora, motora i generatora, a u telekomunikacijama pak, za izradu releja i prigušnica.

Energija induktiviteta:

Energija iz izvora se troši na stvaranje magnetskog polja i to samo dok struja raste, tj. Dok raste magnetski tok. Pri porastu struje, odnosno pri izgradnji magnetskog polja, u zavojnici se akumulira magnetska energija i ona se ponaša kao trošilo. Zavojnica uzima energiju iz izvora, odnosno nastaje pretvorba električne energije u magnetsku.

Računa se prema izrazu: $W = \frac{L * I^2}{2}$ gdje je:

W, energija magnetskog polja [J]
L, induktivitet [H]
I, jakost struje [A]

Magnetska energija zavojnice ovisi o induktivitetu i jakosti struje.

35. Pojava i koeficijent međusobne indukcije

Jedna zavojnica može djelovati na drugu ako su međusobno magnetski vezane, a to znači da im je magnetski tok (ili bar jedan njegov dio) zajednički. Dakle, između dvije zavojnice može postojati veza i kad one nisu metalno (fizički) spojene. Ta veza postoji preko zajedničkog magnetskog toka, a dolazi do izražaja kada se mijenja jakost struje u jednoj od zajedničkih zavojnica.

Ta pojava se naziva međuindukcija. Jednostavnije (možda) rečeno, to je pojava pri kojoj se u nekoj zavojnici inducira elektromagnetska sila kada kroz nju prolazi promjenjiv magnetski tok stvoren u drugoj zavojnici.

Formule za induciranu elektromotornu silu međuindukcije:

$$e_{M1} = -\frac{\mu * N_1 * N_2 * S}{l} * \frac{\Delta i_2}{\Delta t}$$

$$e_{M2} = -\frac{\mu * N_1 * N_2 * S}{l} * \frac{\Delta i_1}{\Delta t}$$

e (M1 i M2), elektromotorna sila međuindukcije prve/druge zavojnice zbog promjene struje druge/prve zavojnice [V]
l, duljina silnice magnetskog toka [m]
N, broj zavoja zavojnice, Δi promjena struje kroz zavojnice (1 za prvu, 2 za drugu), Δt interval vremena

Ako se razlomak $\frac{\mu * N_1 * N_2 * S}{l}$ zamjeni slovom M, prethodni izrazi dobivaju oblik:

$$e_{M1} = -M * \frac{\Delta i_2}{\Delta t} \qquad e_{M2} = -M * \frac{\Delta i_1}{\Delta t}$$

M se naziva KOEFICIJENT MEĐUINDUKCIJE ili MEĐUINDUKTIVITET. Jedinica za to je, također, H [henri].

Ako su dvije zavojnice povezane, tada vrijedi:

$$L_1 = \frac{\mu * N_1^2 * S}{l} \text{ i } L_2 = \frac{\mu * N_2^2 * S}{l}$$

Množenjem i korjenovanjem se dobije izraz:

$$\sqrt{L_1 * L_2} = \frac{\mu_0 * \mu_r * N_1 * N_2 * S}{l} \qquad \rightarrow \text{ iz čega proizlazi } M = \sqrt{L_1 * L_2}$$

Gdje je:
M, međuinduktivitet [H]
L (1 i 2), induktiviteti zavojnica [H]

36. Značajke sinusidno promjenjive izmjenične struje

Mnoge periodički promjenjive struje mijenjaju se u vremenu jedne periode i smjera strujanja, a od tih se kako za praksu tako i za teoriju naročito interesantne one, čije su pozitivne i negativne površine u vremenskom dijagramu međusobno jednake.

Vrijeme trajanja jedne periode T mjeri su u sekundama. Promjenjivost takvih periodički promjenjivih struja možemo, osim vremenom trajanja jedne periode, označiti još i tako da kažemo koliko je punih promjena tj., perioda izvršila ta struja u jednoj sekundi. (npr. T=1/50 s). Dakle, u jednoj sekundi imamo 50 punih perioda. Taj iznos broja perioda u jednoj sekundi nazivamo frekvencijom izmjenične struje i označavamo slovom f.

$f = \frac{1}{T}$ $\qquad$ $T = \frac{1}{f}$

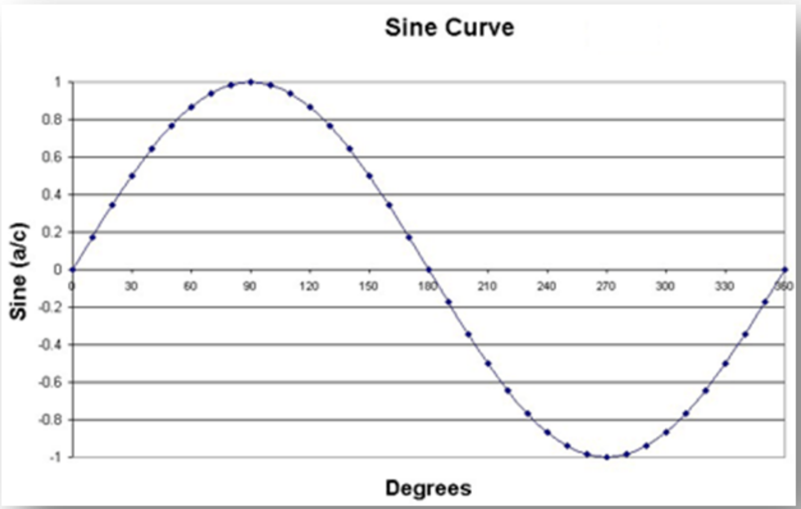
Umjesto da govorimo: frekvencija izmjenične struje gradske mreže je 50 perioda u jednoj sekundi, kažemo kraće: frekvencija je 50 herca (f=50 Hz). Jedinica za mjerenje frekvencije je Hz (Herc).

Osobito veliku važnost imaju sinusoidno promjenjive izmjenične struje (i naponi). Takve se promjene nazivaju harmoničkim promjenama.
Bitna „stavka“ sinusoidnih izmjeničnih struja je i frekvencija. Neke pojave se jače ističu na višim frekvencijama, dok neke pojave možemo „vidjeti“ tek na nižim.

Eksplicitni izraz je: i=f(t)
Pojam koji trebamo znati, vezan uz ovo je: kružna frekvencija w (w=2*π*f).
Jednadžba izmjenične struje je: i(t)=I(max) * sin (wt).; I(max) = I * $\sqrt{2}$
Analogno tome napon je jednak: u(t)=U(max) * sin (wt).; U(max) = U * $\sqrt{2}$

Također, treba znati da izmjenična struja mjenja jakost i smjer tijekom promatranog vremena. Njezina vrijednost se neprekidno povećava od nule do neke vrijednosti i zatim se smanjuje do nule (to je taj jedan period).

Primjetite da se piše malo i(t) što znači da struja ovisi o vremenu.



37. Prikaz izmjeničnih struja i napona fazorima

Sinusoidu možemo predstaviti kompleksnim brojem tj. **fazorom**. Modul fazora jednak je maksimalnoj vrijednosti sinusoide. **Argument** (kut) fazora jednak je faznom kutu sinusoide (kutu za *t*=0). Označavamo ga s $\underline{A}$. Fazor je kompleksni broj ali nije funkcija vremena i ne rotira.

$$y(t) = \mathrm{Im}\left\{Ae^{j(\omega t+\alpha)}\right\} = \mathrm{Im}\left\{Ae^{j\alpha}e^{j\omega t}\right\} = \mathrm{Im}\left\{\dot{A}e^{j\omega t}\right\} = A\sin(\omega t+\alpha)$$

Modul fazora struja i napona je jednak efektivnoj vrijednosti struje ili napona. Trenutna vrijednost struje (napona) je:

$$i(t) = \mathrm{Im}\left\{\sqrt{2}I_{ef}e^{j(\omega t+\alpha)}\right\} = \mathrm{Im}\left\{\sqrt{2}I_{ef}e^{j\alpha}e^{j\omega t}\right\} = \mathrm{Im}\left\{\sqrt{2}\dot{I}e^{j\omega t}\right\} = \sqrt{2}I_{ef}\sin(\omega t+\alpha)$$

38. Impedancija i admitancija

Omjer kompleksnih izraza napona i struje nekog elementa daje kompleksni broj koji predstavlja značajku toga elementa koju nazivamo **impedancija** i označavamo sa $\underline{Z}$.

$$\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}} = \frac{\underline{U}_m}{\underline{I}_m} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U\angle\alpha_u}{I\angle\alpha_i} = \frac{U}{I}\angle(\alpha_u-\alpha_i) = Z\angle\varphi$$

$$\underline{Z} = Z\angle\varphi = Z\cos\varphi + jZ\sin\varphi = R + jX$$

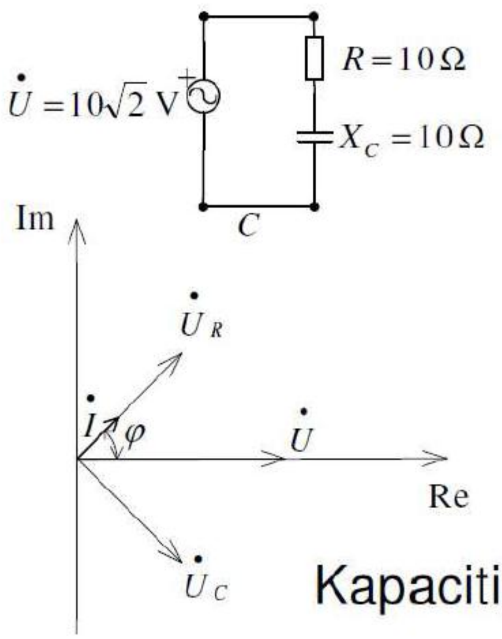
Recipročna vrijednost impedancije, ili omjer kompleksnih izraza struje i napona nekog elementa daje kompleksni broj koji predstavlja značajku toga elementa što ju nazivamo **admitancija** i označavamo s $\underline{Y}$.

$$\underline{Y} = \frac{\underline{i}}{\underline{u}} = \frac{\underline{I}_m}{\underline{U}_m} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{I\angle\alpha_i}{U\angle\alpha_u} = \frac{I}{U}\angle(\alpha_i-\alpha_u) = Y\angle\varphi_Y$$

$$\underline{Y} = Y\angle\varphi = Y\cos\varphi_Y + jY\sin\varphi_Y = G + jB$$

39. Serijski i paralelni RC spojevi

Serijski RC spoj:



$$\underline{Z}_{RL} = R - jX_C = 10 - j10 = 10\sqrt{2}\angle -45°\ \Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{RC}} = \frac{10\sqrt{2}}{10\sqrt{2}\angle -45°} = 1\angle 45°\ \text{A}$$

$$\dot{U}_R = \dot{I}\cdot R = 10\angle 45°\ \text{V}$$

$$\dot{U}_C = \dot{I}\cdot \underline{X}_C = 10\angle -45°\ \text{V}$$

Kapacitivno ponašanje kruga

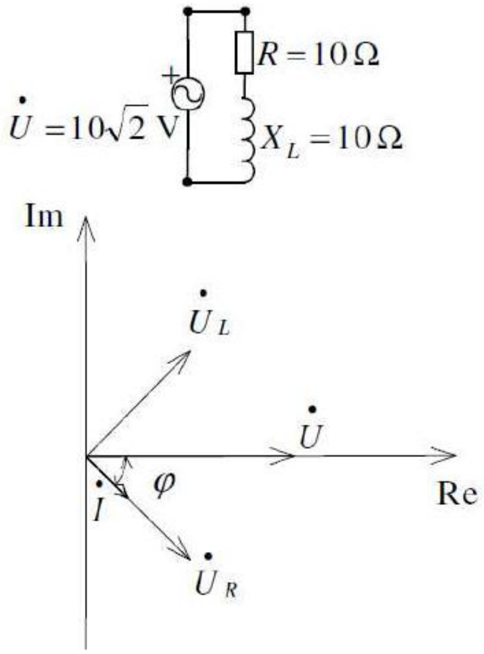
U ovom spoju promatramo odnose napona na elementima kruga. Kut stuje će ovisiti o vrijednostima otpora realnog i imaginarnog dijela impedancije, u ovom slučaju oni su jednaki pa je struja u krugu pod +45°.
Promotrimo sada napone elemenata. Na otporu je napon uvijek u fazi sa strujom, pa ga crtamo pod +45°, dok je na kondenzatoru napon iza struje za 90° pa ga crtamo pod -45°. Ukupan napon dobijamo kao vektorski zbroj pojedinačnih padova napona. Računice ovog spoja opisane su formulama na gornjoj slici.

Paralelni RC spoj:

Kod paralelnog spoja promatrat ćemo odnose struja u granama kruga. Na realnu os postavljamo ukupnu struju kruga kao zajednički element. Ovisno o vrijednosti otpora R i Xc crtamo na dijagramu napon u granama, čiji će se vektor nalaziti negdje u prvom kvadrantu. Kada imamo napon u granama crtamo struje kroz grane. Struja kroz R granu će biti u fazi sa naponom, dok će struja kroz C granu prednjačit za 90° u odnosu na napon.

40. Serijski i paralelni RL spojevi

Serijski RL spoj:



$$\underline{Z}_{RL} = R + jX_L = 10 + j10 = 10\sqrt{2}\angle 45^\circ\ \Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{RL}} = \frac{10\sqrt{2}}{10\sqrt{2}\angle 45^\circ} = 1\angle -45^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{U}_R = \dot{I} \cdot R = 10\angle -45^\circ\ \text{V}$$

$$\dot{U}_L = \dot{I} \cdot \underline{X}_L = 10\angle 45^\circ\ \text{V}$$

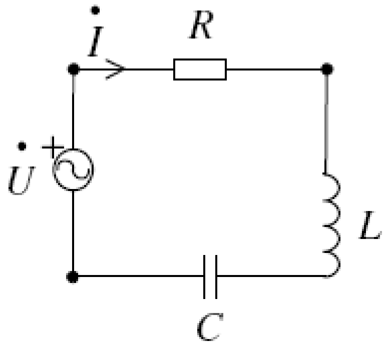
Induktivno ponašanje kruga

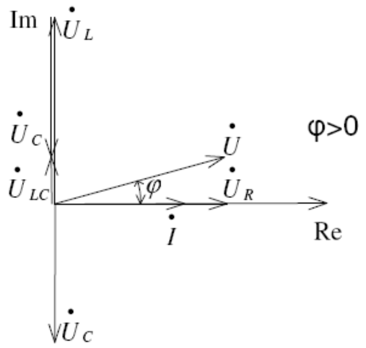
U ovom spoju promatramo odnose napona na elementima kruga. Kut stuje će ovisiti o vrijednostima otpora realnog i imaginarnog dijela impedancije, u ovom slučaju oni su jednaki pa je struja u krugu pod -45°.
Promotrimo sada napone elemenata. Na otporu je napon uvijek u fazi sa strujom, pa ga crtamo pod +45°, dok je na zavojnici napon prednjači ispred struje za 90° pa ga crtamo pod +45°. Ukupan napon dobijamo kao vektorski zbroj pojedinačnih padova napona. Računice ovog spoja opisane su formulama na gornjoj slici.

Paralelni RL spoj:

Kod paralelnog spoja promatrat ćemo odnose struja u granama kruga. Na realnu os postavljamo ukupnu struju kruga kao zajednički element. Ovisno o vrijednosti otpora R i X_L crtamo na dijagramu napon u granama, čiji će se vektor nalaziti negdje u četvrtom kvadrantu. Kada imamo napon u granama crtamo struje kroz grane. Struja kroz R granu će biti u fazi sa naponom, dok će struja kroz L granu kasnit za 90° u odnosu na napon.

41. Serijski RLC krug





Vektorski dijagram napona-struja je zajednička veličina za ovaj krug pa je obično postavljamo na realnu os.

U serijskom RLC krugu uz radni otpor R postoje induktivni X_L i kapacitivni otpor X_C.
Vrijedi da je $i = i_R = i_L = i_C$

$$u = u_R + u_L + u_C$$

$U_R = I \cdot R$ u smjeru vektora struje
$U_L = I \cdot X_L$ za +90° pomaknuto prema vektoru struje
$U_C = I \cdot X_C$ za -90° pomaknuto prema vektoru struje

Impedancija je jednaka

$$\underline{Z} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

Pomoću impedancije određuje se struja te napon na pojedinim elementima kruga.

Fazni kut

$$\varphi = arctg\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Kada je $\varphi > 0$ impedancija ima induktivni karakter (struja zaostaje za naponom)
$\varphi < 0$ impedancija ima kapacitivni karakter (struja prethodi naponu)

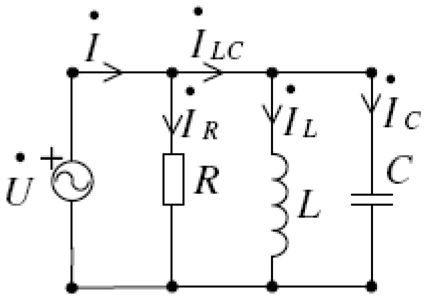
Uvjet rezonancije

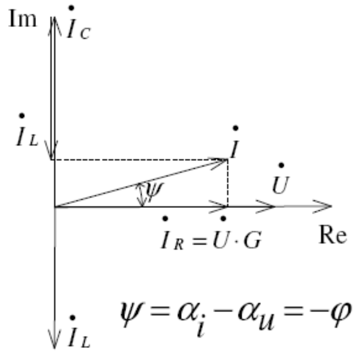
$$Im\{Z\} = 0$$

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \;\rightarrow\; \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

U rezonanciji napon na zavojnici jednak je naponu na kondenzatoru pa serijsku rezonanciju nazovamo i naponska rezonancija.

42.Paralelni RLC krug





Vektorski dijagram paralelnog spoja

Sva tri karakteristična otpora paralelno su vezana na napon U.
Naponi na svim otporima jednaki su naponu izvora, a struja je prema prvom Kirchhoffovu zakonu jednaka sumi svih struja pojedinih otpora

$$u = u_R = u_L = u_C$$
$$i = i_R + i_L + i_C$$

Radi jednostavnijeg računa koristimo recipročnu vrijednost otpora tj vodljivost

$G = \frac{1}{R}$ omska vodljivost

$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}$ induktivna vodljivost

$B_C = \frac{1}{X_C} = \omega C$ kapacitivna vodljivost

Iz toga slijedi

$$I_R = U \cdot G$$
$$I_L = U \cdot B_L$$
$$I_C = U \cdot B_C$$

Ukupna admitancija jednaka je

$\underline{Y} = G + j(B_C - B_L)$

Fazni pomak dobije se jednadžbom

$$\varphi = \frac{I_L - I_C}{I_R} = \frac{B_L - B_C}{G}$$

Ovdje također vrijedi da ovisno o faznom kutu, krug može biti induktivnog ili kapacitivnog karaktera.

Uvjet rezonancije

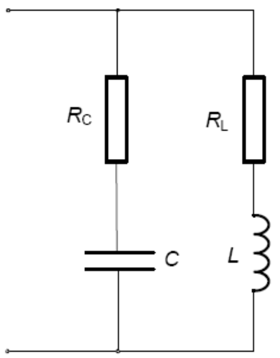
$$I_m\{Y\} = O$$

$\omega C = \frac{1}{\omega L} \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ Paralelnu rezonanciju nazivamo i strujna rezonancija.

43. Kombinirani spoj elemenata R,L i C

Kod ovakvih spojeva izdvojeno se promatraju čisti serijski i čisti paralelni spojevi. Njihovom analizom postupno se smanjuje složenost zadane mreže.

Primjer izračuna ukupne admitancije;



$$\underline{Y} = \frac{1}{R_L + j\omega L} + \frac{1}{R_C - j\dfrac{1}{\omega C}}$$

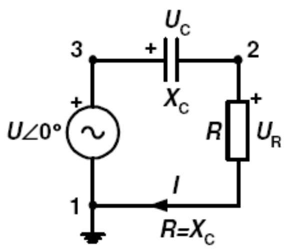
$$\underline{Y} = \left(\frac{R_L}{R_L^2 + X_L^2} + \frac{R_C}{R_C^2 + X_C^2} \right) + j\left(\frac{X_C}{R_C^2 + X_C^2} - \frac{X_L}{R_L^2 + X_L^2} \right)$$

44. Topografski dijagram

Topografski dijagram prikazuje potencijale svih točaka u strujnom krugu u kompleksnoj ravnini. Topografski dijagram je vektorski dijagram napona električne mreže u kojem su vektori napona svih elemenata mreže nanizani jedan na drugog onako kako su u spojnoj shemi ti elementi spojeni jedan do drugoga.
Topografski se dijagram dobije tako da se jedan element odabere kao početni i njegov se vektor napona nacrta iz ishodišta 0, a vektorski napon slijedećeg elementa spojne sheme nadovezuje se na prethodni. To se nastavlja sve dok se po istom principu ne prijeđe cijela mreža. Na spojištima vektora nalaze se pojedine točke topografskog dijagrama.

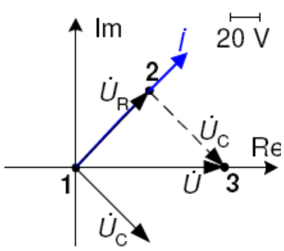
<u>Primjer:</u>

Nacrtati topografski dijagram za krug na slici u mjerilu 20 V/jed primjenom grafičkog postupka, ako je zadano: U=100 V, X_C=R=71 Ω.



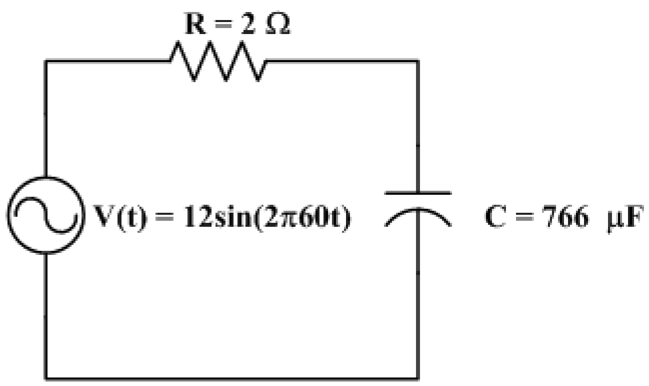
Iznos impedancije kruga dobiva se iz zadanih otpora (Z^2= R^2+X_C^2): Z=100 Ω, a kut impedancije φ=arctan(-X_C/R)=−45°, tako da je $\underline{Z}$=100∠−45° Ω, pa je struja $\dot{I} = \dot{U}/\underline{Z}$=(100∠0° V)/(100∠−45° Ω)= 1∠45° A

Potencijale dobivamo slaganjem vektora napona:
$\dot{U}_R = \dot{I}R$=71∠45° V= 50+j50 V = $\dot{U}_{21}$ i
$\dot{U}_C = \dot{I}\underline{X}_C$=(1∠45° A)(71∠−90° Ω)= 50−j50 V = $\dot{U}_{32}$
$\dot{V}_1$=0 ; $\dot{V}_2 = \dot{U}_R$; $\dot{V}_3 = \dot{U}_R + \dot{U}_C$; Provjera: $\dot{U}_R + \dot{U}_C = \dot{U}$



45. Frekvencijske ovisnosti serijskog i paralelnog RC spoja

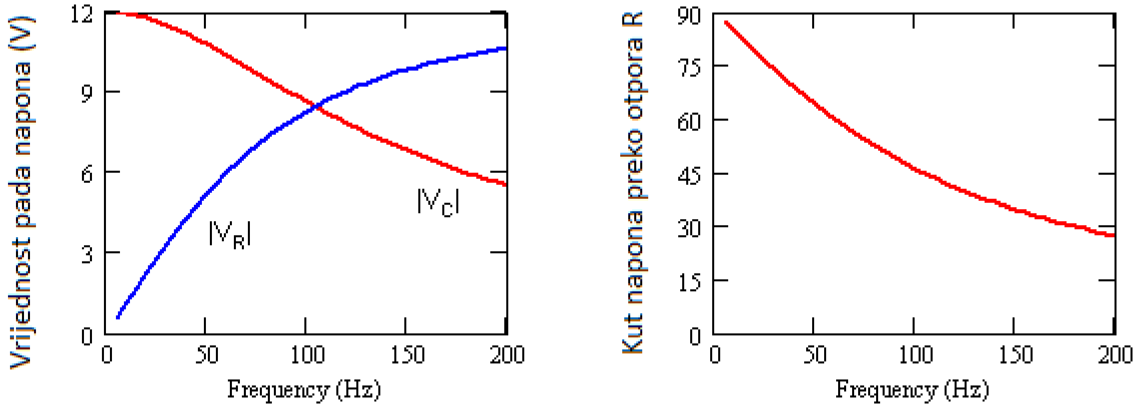
Serijski RC spoj



Znamo da je formula za vrijednost otpora kondenzatora:

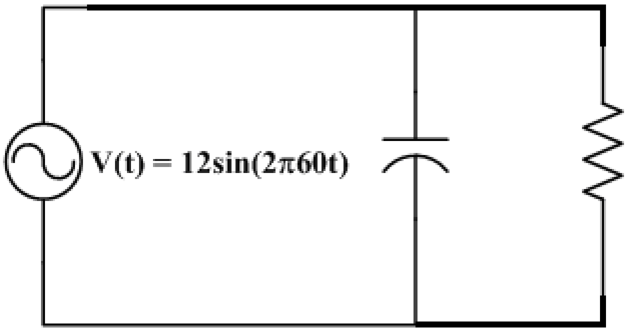
$$Xc = \frac{1}{2\pi fC}$$

Iz nje vidimo da je otpor kondenzatora funkcija ovisna o frekvenciji pa će tako i pad napona na njemu biti ovisan o frekvenciji. Povećanjem frekvencije vrijednost otpora kondenzatora se smanjuje, a smanjenjem frekvencije raste. Dakle pri frekvenciji od 0 Hz vrijednost otpora kondenzatora bi bila beskonačna, a pri beskonačnoj vrijednosti frekvencije vrijednost otpora bi bila približno jednaka nuli.
Iz donjeg grafa ćemo to malo pobliže promotrit.

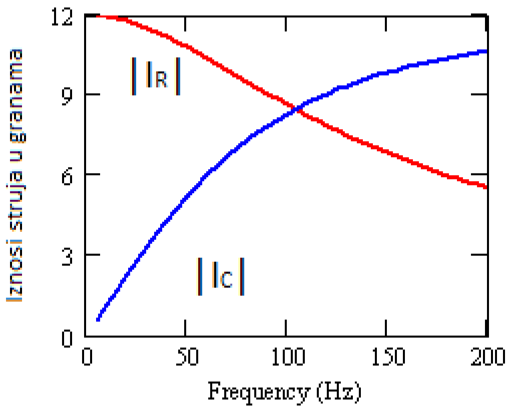


Vidimo da će pri frekvenciji 0 Hz sav pad napona biti na kondenzatoru jer je tad vrijednost njegova otpora beskonačna, a porastom frekvencije pojavljuje se pad napona i na otporniku. Iz drugog grafa vidimo kut napona preko otpornika R. U početku je kut 90° jer je krug čisto induktivni, no povećanjem frekvencije kut postepeno pada, te bi pri beskonačnoj vrijednosti frekvencije se našao u fazi sa strujom.

Paralelni RC spoj

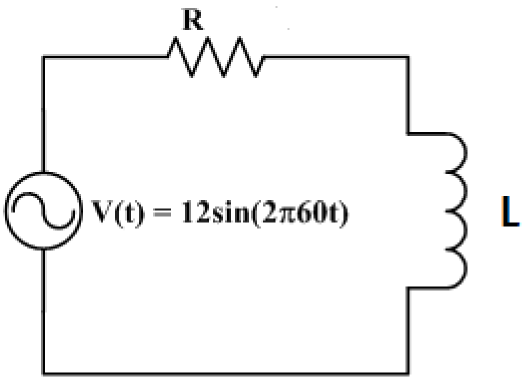


U paralelnom spoju se radi sa strujama jer su naponi u obje grane uvijek jednaki. Pri frekvenciji od 0Hz, otpor kondenzatora je beskonačan, pa nema protjecanja struje kroz njega. Sva struja u krugu će teći kroz otporničku granu. Porastom frekvencije izvora, postepeno pada vrijednost otpora Xc i struja počinje teći i kroz tu granu. Kada vrijednost frekvencije dostigne beskonačni iznos vrijednost otpora Xc je jednaka nuli pa se krug nalazi u kratkom spoju, i sva struja protječe kroz granu u kojoj se nalazi kondenzator. Donji graf nam to vidno prikazuje, s tim što na njemu frekvencija ide do 200 a ne do beskonačno pa još uvijek imamo struju u otporničkoj grani.



46. Frekvencijske ovisnosti serijskog i paralelnog RL spoja

Serijski spoj RL



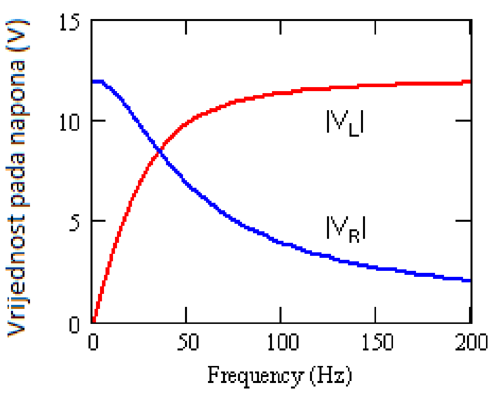
Kako su otpornik i zavojnica u seriji odmah možemo napisati formulu za ukupnu impedanciju

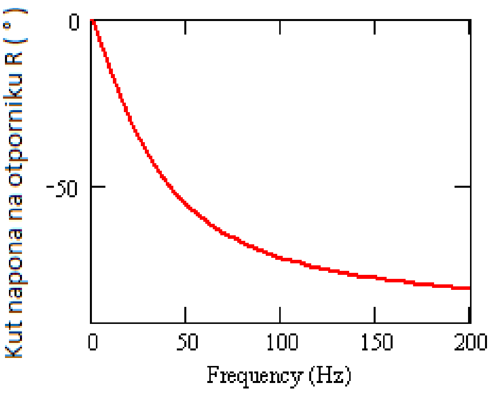
$$Z = R + X_L$$

Vrijednost otpora zavojnice L ovisi o vrijednosti frekvencije izvora dok je vrijednost otpornika uvijek jednaka.

$$X_L = 2\pi f L$$

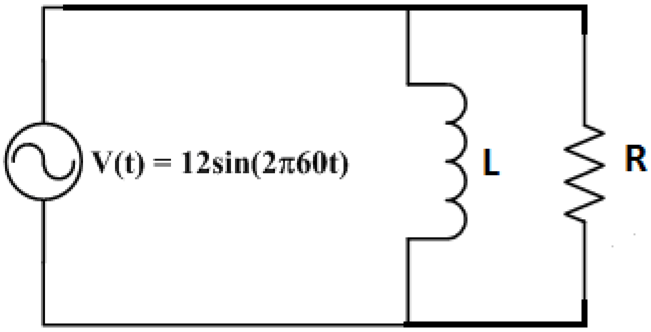
Vidimo da je otpor zavojnice funkcija frekvencije, što čini pad napona na zavojnici funkcijom frekvencije također. Donji lijevi graf prikazuje kako se mjenja napon na otporniku i zavojnici sa promjenom frekvencije izvora, a desni promjenu kuta napona na otporniku od 0° do -90°.



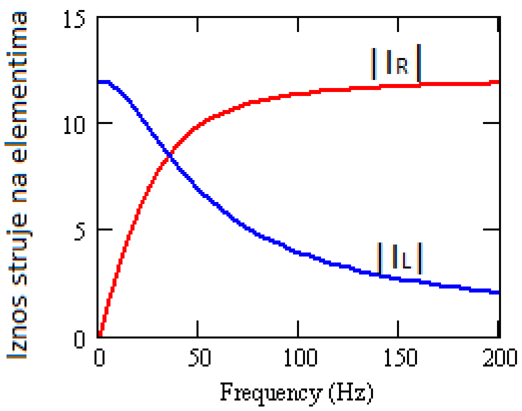


Kako se frekvencija izvora povećava pad napona na otporniku se smanjuje. Ovo se događa zbog rasta otpora zavojnice zbog porasta frekvencije.

Paralelni spoj RL



Kod paralelnog spoja imamo sličnu stvar samo što se sad radi o strujama jer je napon na obje grane jednak. Kad je frekvencija izvora nula otpor zavojnice je nula pa ce sva struja protjecati kroz tu granu kao da se radi o kratkom spoju. Kako frekvencija raste, raste i otpor zavojnice pa se struje u granama počinju mjenjati prema donjem grafu, sve dok frekvencija ne dostigne beskonačnu vrijednost, tako da je otpor zavojnice beskonačan pa sva struja prolazi kroz otporničku granu kruga.



47. Frekvencijske ovisnosti serijskog RLC spoja

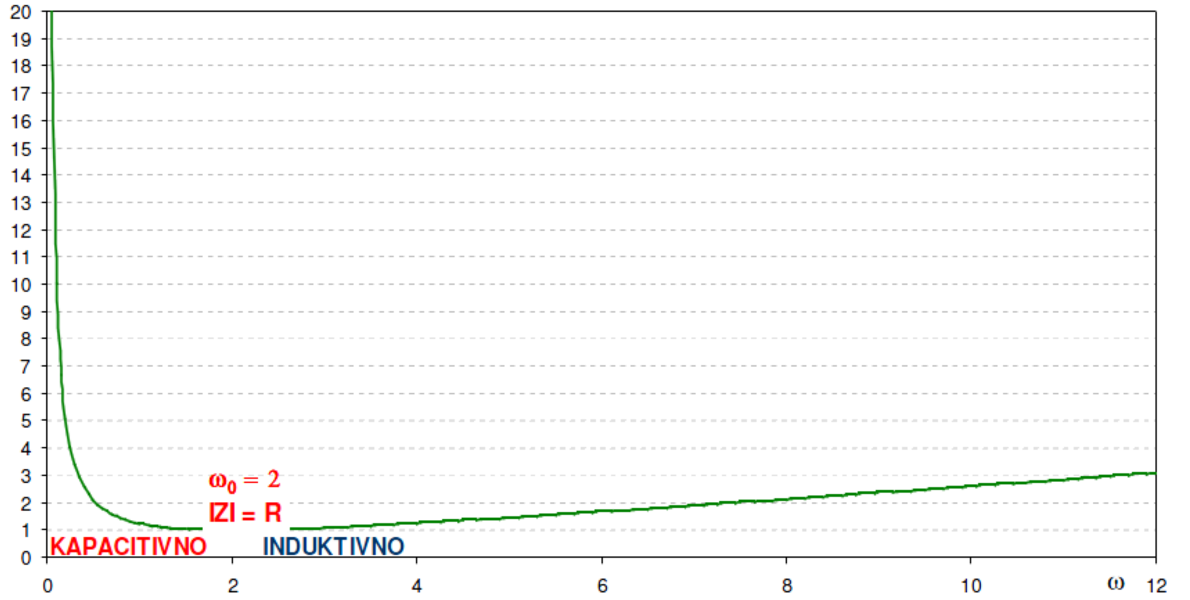
U ovom spoju ćemo analizirati frekvencije pri promjeni od 0 do beskonačno.
Ukupna impedancija kruga je :

$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

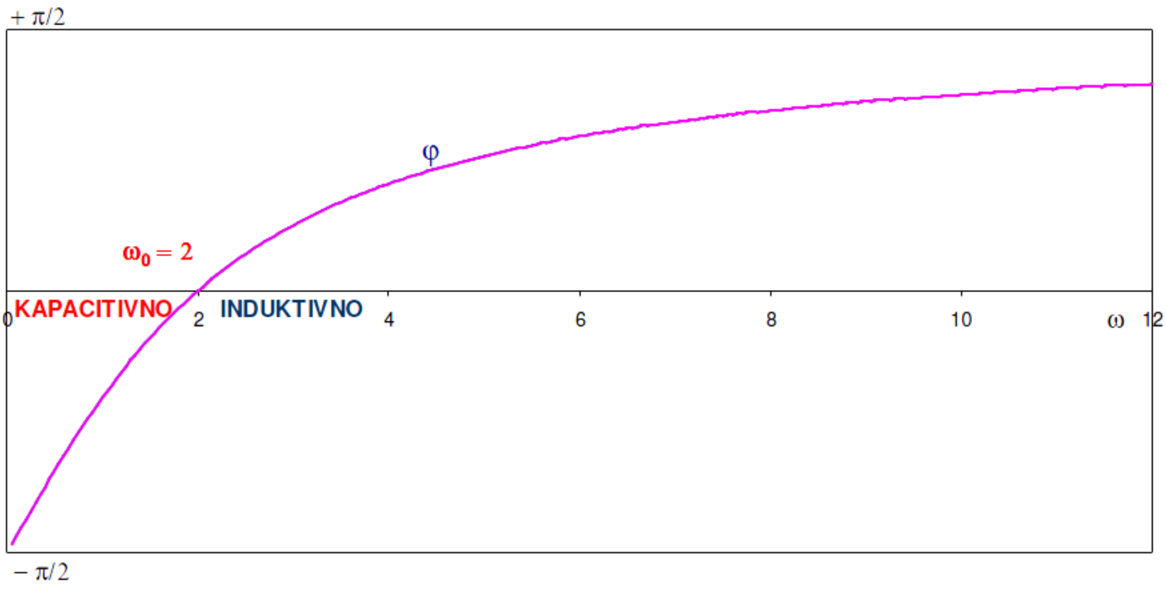
Vrijednost otpora R će uvijek biti konstantna, dok će se vrijednosti X_L i Xc mjenjati sa promjenom frekvencije. Pri kružnoj frekvenciji

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

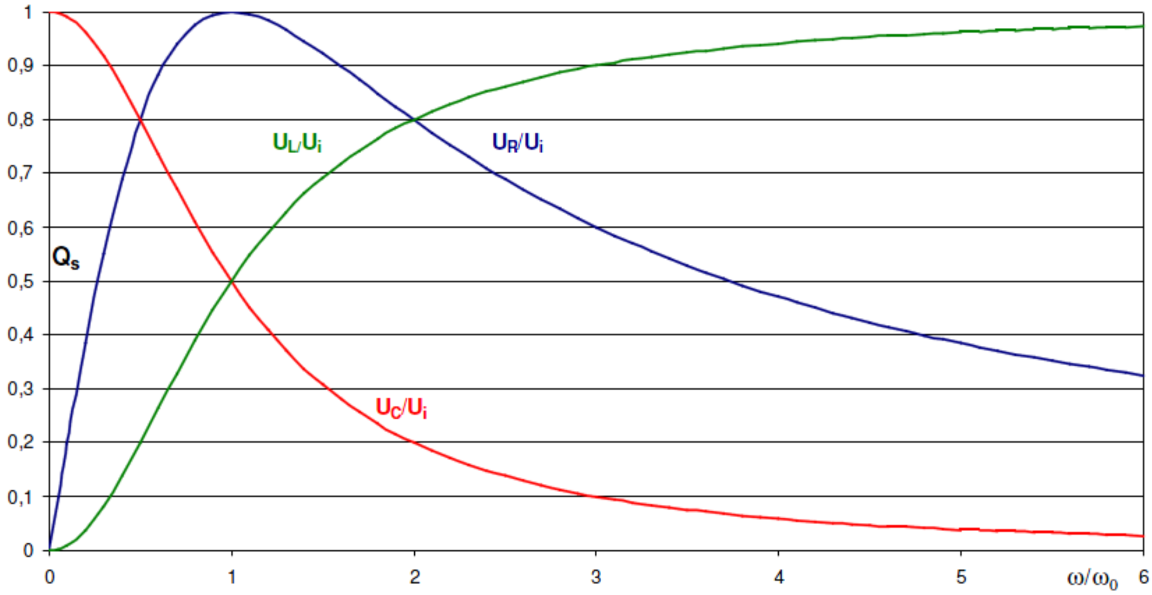
kažemo da je krug u rezonanciji, tj. imaginarni dio impedancije jednak je nuli. Ova frekvencija naziva se rezonantna frekvencija.



Na slici vidimo modul impedancije. Pri prekvenciji 0Hz kapacitivni otpor je maksimalan, dok induktivni ne postoji. Sve dok je frekvencija manja od rezonantne kažemo da je krug kapacitivan, tj. prevladava kapacitivna impedancija. Kada se dođe do rezonantne frekvencije ukupna impedancija je jednaka vrijednosti otpora R. Daljnjim porastom frekvencije induktivni otpor postaje dominantan i kažemo da je krug induktivan.



Na ovoj slici vidimo kut impedancije ovisno o frekvenciji. Dok prevladava kapacitivni otpor kut će biti negativan, na rezonantnoj frekvenciji ce biti nula a pri većoj frekvenciji od rezonantne kad prevladavan induktivan otpor kut ce biti pozitivan.



Na ovom grafu vidimo kako će se mjenjati naponi u krugu na elementima ovisno o promjeni kružne frekvencije. Pri frekvenciji 0Hz sav pad napona će biti na kondenzatoru, jer će njegov otpor biti beskonačan. Postepenim rastom frekvencije dolazi do raspodjele napona na ostale elemente, a pri rezonantnoj frekvenciji naponi na kondenzatoru i zavojnici su jednakog iznosa ali suprotnog smjera te se oni poništavaju. Ukupan pad napona u tom trenutku se nalazi na otporničkoj komponenti kruga. Daljnjim rastom frekvencije raste pad napona na zavojnici koji će doseći maksimum pri beskonačnoj frekvenciji, kada otpor zavojnice bude beskonačan.

48. Frekvencijske ovisnosti paralelnog RLC spoja

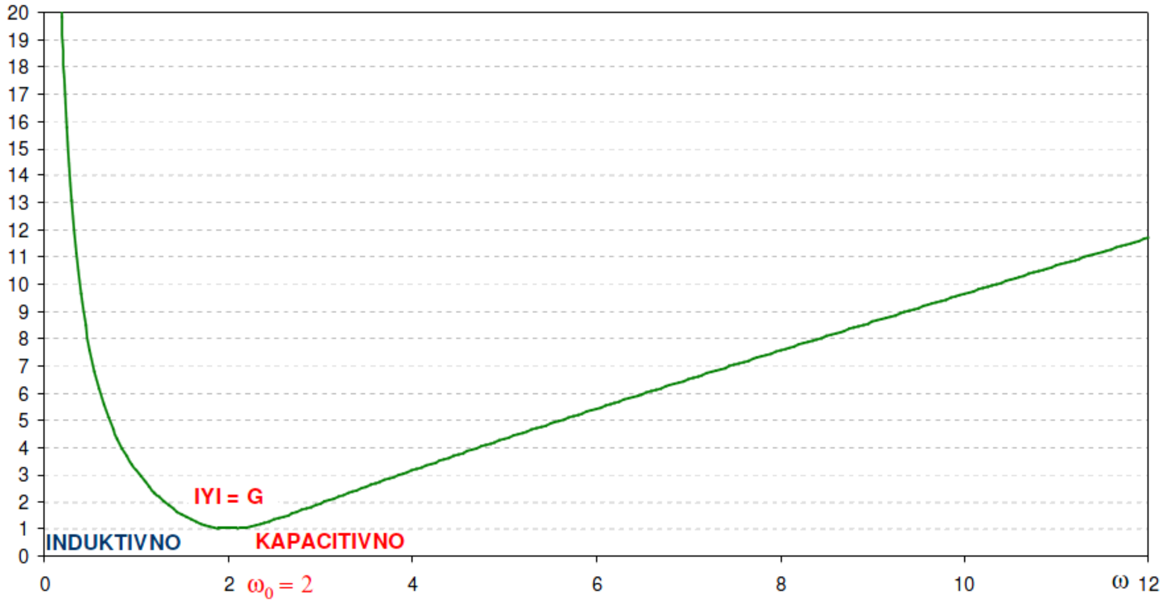
U ovom spoju ćemo analizirati frekvencije pri promjeni od 0 do beskonačno.
Ukupna admitancija kruga je :

$$Y = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})$$

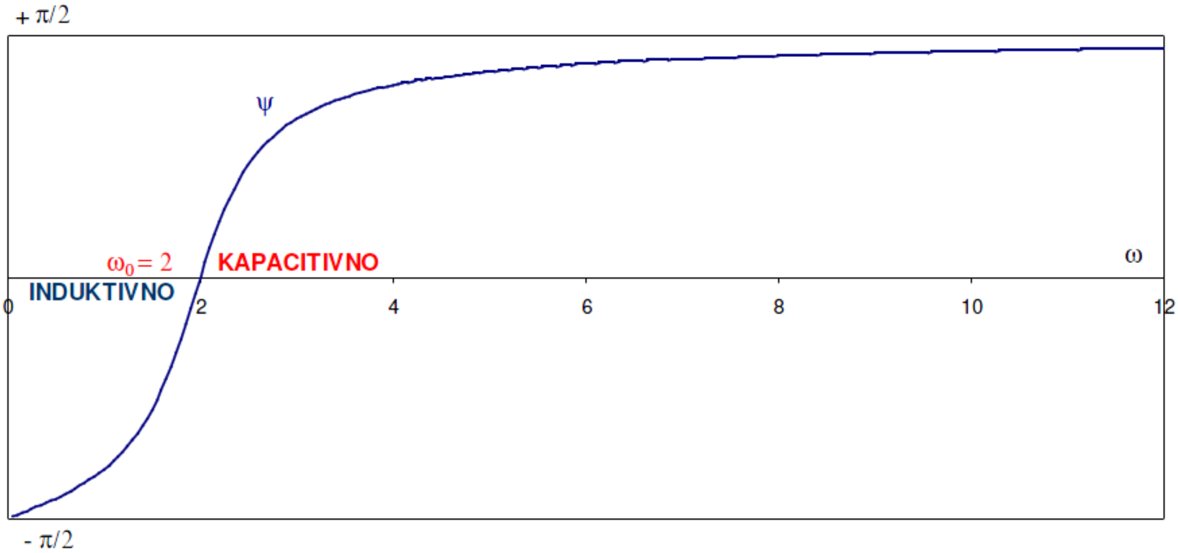
Vrijednost vodljivosti G će uvijek biti konstantna, dok će se vrijednosti B_L i Bc mjenjati sa promjenom frekvencije. Pri kružnoj frekvenciji

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

kažemo da je krug u rezonanciji, tj. imaginarni dio admitancije jednak je nuli. Ova frekvencija naziva se rezonantna frekvencija.



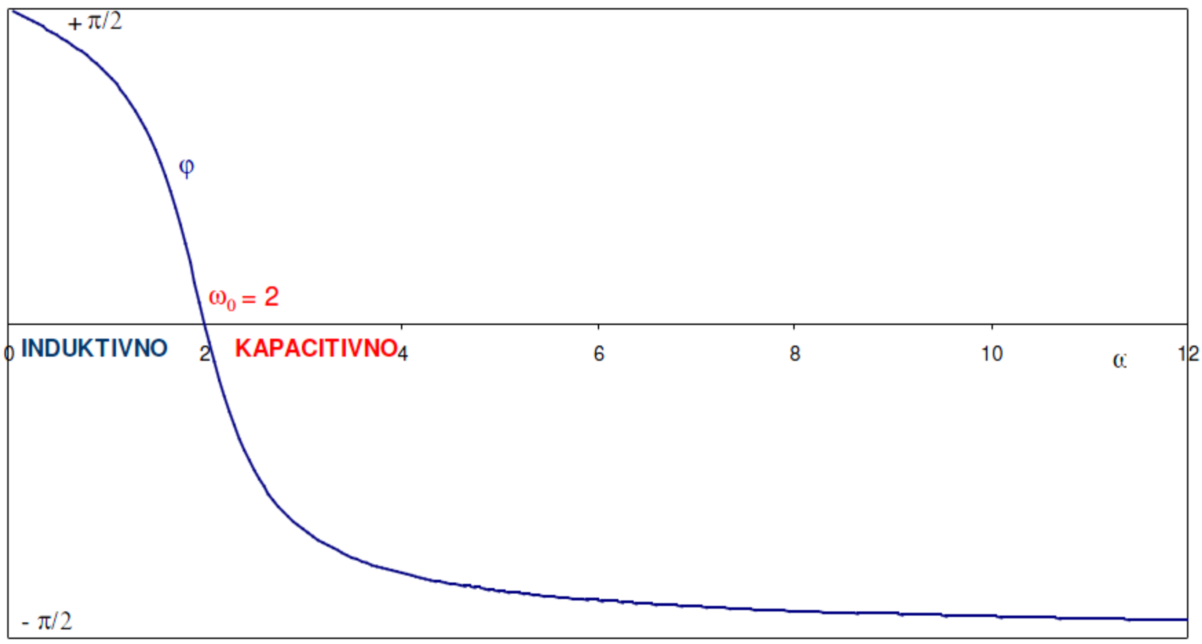
Na slici vidimo modul admitancije. Pri prekvenciji 0Hz induktivna vodljivost je maksimalna, dok kapacitivna ne postoji. Sve dok je frekvencija manja od rezonantne kažemo da je krug induktivan, tj. prevladava induktivna admitancija. Kada se dođe do rezonantne frekvencije ukupna admitancija je jednaka vrijednosti vodljivosti otpornika R. Daljnjim porastom frekvencije kapacitivna vodljivost postaje dominantna i kažemo da je krug kapacitivan.



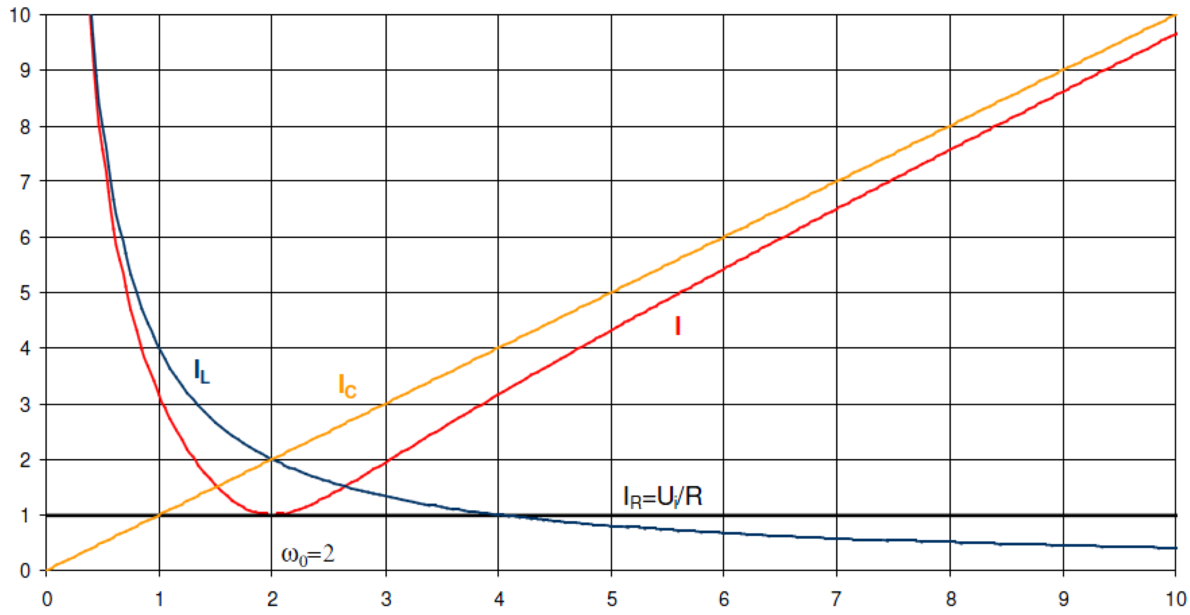
Na ovoj slici vidimo kut admitancije ovisno o frekvenciji. Dok prevladava induktivna admitancija kut će biti negativan, na rezonantnoj frekvenciji ce biti nula a pri većoj frekvenciji od rezonantne kad prevladava kapacitivna admitancija kut će biti pozitivan.

Impedancija u krugu se računa po formuli:

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{\sqrt{G^2 + (\omega C + \frac{1}{\omega L})^2}}$$



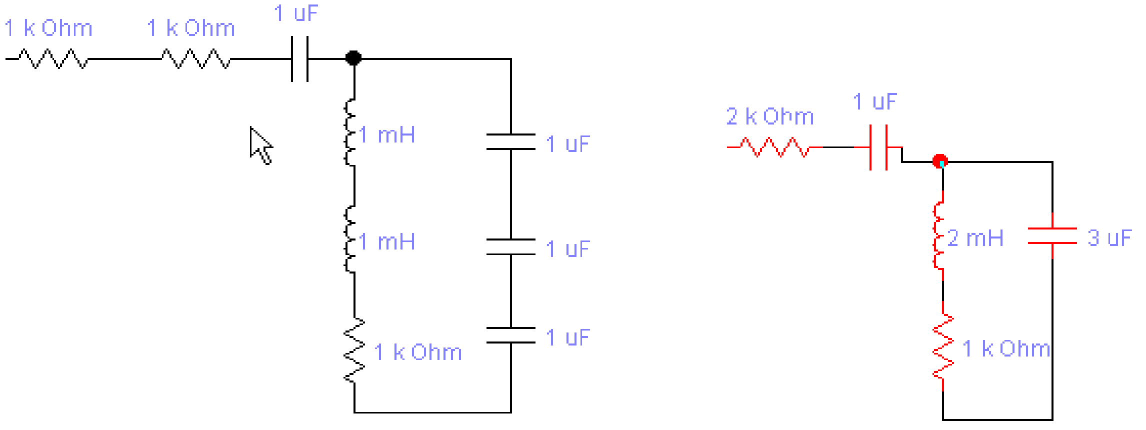
Ovdje imamo prikazan kut impedancije što je samoobjašnjavajuće ako malo proučimo formulu za impedanciju paralelnog RLC kruga.



Najvažniji dijagram ovog spoja je naravno ovaj na kojem su prikazane struje u krugu. Struja na otporniku R će uvijek biti jednaka. No struje na zavojnici i kondenzatoru će se mjenjati sa promjenom frekvencije. Pri frekvenciji od 0Hz struja na kondenzatoru je 0, a na zavojnici je maksimalna. Porastom frekvencije struja kondenzatora raste, a zavojnice opada. Pri rezonantnoj frekvenciji struje su jednakog iznosa ali suprotnog smijera, pa je ukupna struja u krugu jednaka struji kroz otpornik. Daljnjim rastom frekvencije struja na kondenzatoru raste, a na zavojnici se smanjuje, sve do beskonačne vrijednosti frekvencije, kad će struja kondenzatora biti maksimalna a struja kroz zavojnicu neće protjecati.

49. Frekvencijske ovisnosti kombiniranog spoja elemenata R, L i C

Bilo kakav spoji koji nije niti serijski, niti paralelni, već je u spoj ta dva. Ukoliko imamo više otpronika, kondenzatora ili zavojnica u istoj grani,moramo ih zbrojiti.(slika 1). Nadalje nam vrijedi formula $\omega 0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{Rl^2-\frac{L}{C}}{Rc^2-\frac{L}{C}}}$. Gdje su Rl i Rc otpornici u grani sa kondenzatorom ili zavojnicom. Ako ih nema tada umjesti njih pišemo nulu.



slika 1.

50. Snaga na otporu u krugu izmjenične struje

Snaga na otporu se mjeri isto kao u istosmjernim krugovima, tj. fomulom P=U*I[W]. To se naziva djelatna snaga. Puna formula je P=UIcosφ. Cosφ ili faktor snage je kut između napona i struje na trošilu,a pošto su oni kod otpora u fazi tada je φ=0 →cosφ=1.Na otporu *R* tok energije je od izvora prema otporu, trenutna snaga je uvijek pozitivna funkcija. Na slici. prikazane su vremenske funkcije struje, napona i snage na otporu R. Vidi se da je snaga *p* koja se dobije kao umnožak napona u_R i struje *i* također sinusoidnog oblika, ali dvostruke frekvencije. Također je vidljivo da je predznak snage *p* uvijek pozitivan (jer predstavlja umnožak struje i napona a oni su u fazi, tj u isto vrijeme su obje velicine ili pozitivne ili negativne). Stalni pozitivan predznak snage na otporu je i fizikalno opravdan,buduci da je snaga definirana kao brzina promijene energije u vremenu, gdje negativni predznak snage pokazuje da se energija smanjuje, tj element daje energiju (izvor je energije), a pozitivan predznak snage pokazuje da energija raste tj element dobiva energiju (trošilo je energije).
To znaci da **kod izmjenicne struje otpor troši (nepovratno pretvara u toplinu) elektricnu energiju.**Brzina tog razvijanja topline nije stalna, vec oscilira između nule (kad su struja i napon jednaki nuli) i maksimalne vrijednosti (kad su struja i napon najveci).
Srednja vrijednost kod sinusoidnih velicina racuna se kao(aritmeticka) sredina između najviše i najmanje vrijednosti.Najveca je $U_m I_m$ a najmanja nula, pa je srednja vrijednost

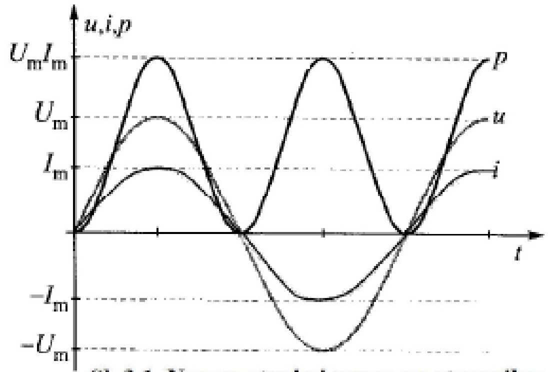
$$P_{sr} = \frac{U_m I_m + 0}{2} = \frac{U_m I_m}{2}$$

Umnožak efektivne vrijednosti struje i napona na otporu *R* daje radna snaga *P=UI.*

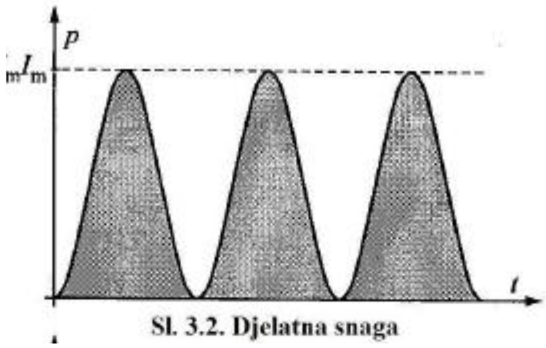
Radna snaga na otporu R jednaka je snazi koju bi na tom otporu razvijala istosmjerna struja jakosti jednake efektivnoj vrijednosti izmjenicne struje.Može se pokazati da je radna snaga P

$$P_{sr} = \frac{U_m I_m}{2} = \frac{U_m I_m}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = UI = P$$

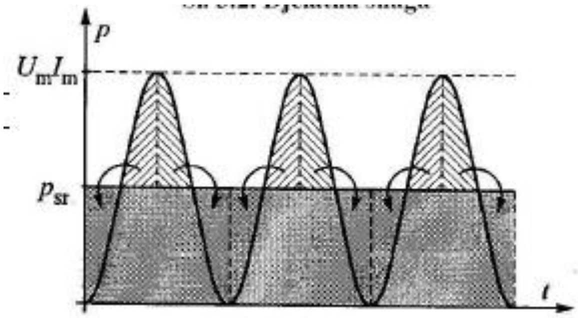
jednaka srednjoj snazi P_{sr}



Sl. 3.1. Napon, struja i snaga na otporniku



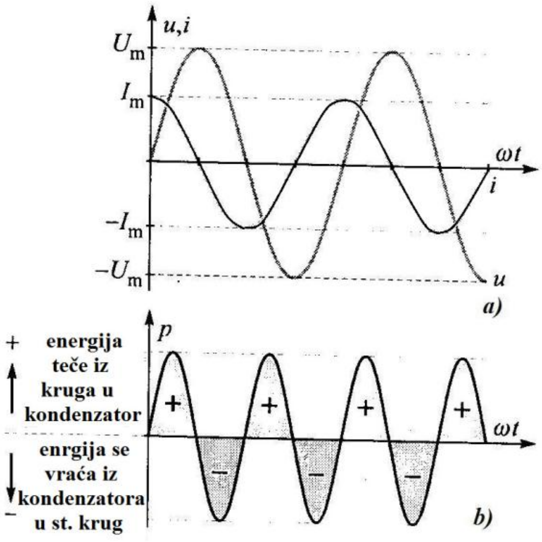
Sl. 3.2. Djelatna snaga



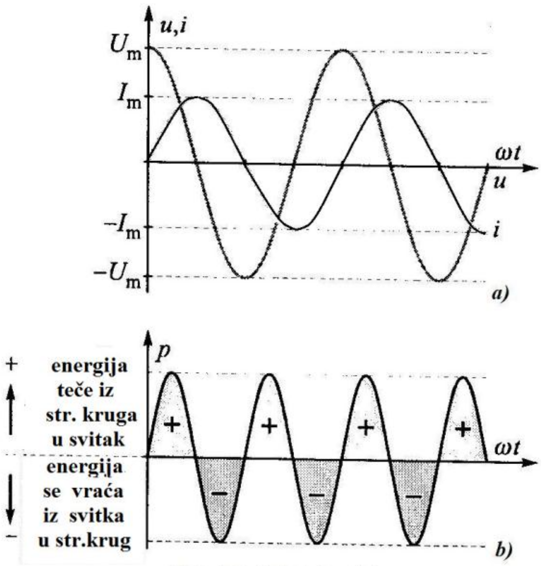
Sl. 3.3. Srednja snaga

51. Snaga na induktivitetu/kapacitetu

Energija ne obavlja nikakav koristan rad.Snaga na L/C se naziva jalova i izražava formulom $Q=UI\sin\varphi$[VAr], gdje je φ fazni kut između napona i struje na trošilu.Kada je $\varphi>0$ tada je induktivnog karaktera(trošilo jalove snage), a kad je $\varphi<0$ tada je kapacitivnog(izvor jalove snage).Trenutne snage na elementima L i C suprotnog supredznaka, a prosječna vrijednost snage jednaka je 0.Vraćanje energije u izvor iz elemenata L i C obavlja se na račun prethodno akumulirane energije u njima.



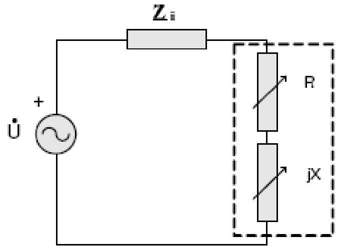
Sl.3.5. Kapacitivna jalova snaga



Sl. 3.4. Induktivina jalova snaga

52. Snaga na impedanciji

Analizirajuci paralelni i serijski RCL spoj dobili smo izraze:
za **radnu snagu**
$P = UI \cos\varphi$ [W]
za **jalovu snagu**
$Q = UI \sin\varphi$ [VAr]
za **prividnu snagu**
$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$ [VA]
koji vrijede za sve moguce RCL spojeve koji su prikljuceni na sinusni napon efektivne vrijednosti U, pri cemu na ulazu tece efektivna struja I, koja je fazno pomaknuta za kut φ .
$P = \mathrm{Re}\{ \mathring{U} \cdot \dot{I}^* \}$ $Q = \mathrm{Im}\{ \mathring{U} \cdot \dot{I}^* \}$ $S = | \mathring{U} \cdot \dot{I}^* |$
Radna snaga *P* jednaka je realnom dijelu produkta fazora napona i konjugirano kompleksne vrijednosti fazora struje.Jalova snaga *Q* jednaka je imaginarnom dijelu produkta fazora napona i konjugirano kompleksne vrijednosti fazora struje.Prividna snaga *S* jednaka je modulu kompleksnog broja koji se dobije produktom fazora napona i konjugirano kompleksne vrijednosti fazora struje.
Maksimalna snaga:



$$\underline{Z}_i = R_i + jX_i \quad ; \quad \underline{Z} = R + jX$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_i + \underline{Z}} = \frac{\dot{U}}{(R_i + R) + j(X_i + X)}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{(R_i + R)^2 + (X_i + X)^2}} \qquad (1)$$

Snaga *P* na impedanciji *Z* je funkcija dviju varijabli *(R, X)*.

$$P = \frac{U^2 \cdot R}{(Ri + R)^2 + (Xi + X)^2} = P(R, X)$$

Maksimalna snaga na impedanciji se dobije kad je impedancija trošila jednaka konjugirano kompleksnoj vrijednosti impedancije izvora. U tom slučaju je krug u rezonanciji (*X = - Xi*) i (*R = Ri*). U slučaju da možemo mijenjati samo *R*, maksimalna snaga razvit će se ako s vrijednošću *R* zadovoljimo izraz (1). To će biti postignuto u sljedećem slučaju

$R = \sqrt{(Xi + X)^2 + Ri^2}$

U slučaju da možemo mijenjati samo X, maksimalna snaga razvit će se ako krug dovedemo u rezonanciju. Dakle *X = - Xi.*

53. Određivanje ukupne snage u spoju više trošila (izmjenične struje)

U mreži s **n** impedancija radna snaga je prisutna na otporima, a jalova snaga na reaktivnim elementima. Ukoliko su nam poznati svi naponi, struje i vrijednosti realnih i imaginarnih dijelova impedancija, iz relacija (12), (13), (14) i (15) (ovo je pokriveno na prijašnjim pitanjima, ukoliko nije, pročitajte slajdove predavanja 9. tjedna, 2. dijela stranice od 31. do 33., vrlo je jednostavno) mogu se izračunati pojedinačni doprinosti P i Q na svakom elementu pojedine impedancije.

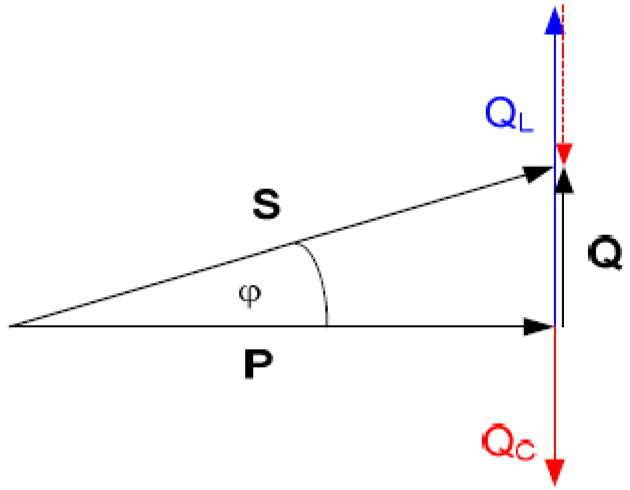
$$P = \sum_{i=1}^{n} P_i \quad (16) \qquad Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i \quad (17)$$

U izrazu (17) je iskazana algebarska suma jalovih snaga. Znamo da jalovoj snazi INDUKTIVNOG karaktera pridjeljujemo POIZITIVNU vrijednost, a jalovoj snazi KAPACITIVNOG karaktera NEGATIVNU vrijednost.

Ukupnu radnu snagu **P** dobijamo relacijom (16), jalovu snagu **Q** relacijom (17), a ukupnu prividnu snagu **S** relacijom (18) navedenom ispod.

$$S = \sqrt{(\sum_{i=1}^{n} P_i)^2 + (\sum_{i=1}^{n} Q_i)^2} \neq \sum_{i=1}^{n} S_i \qquad (18)$$

VRLO JE BITNO SHVATITI OVAJ TROKUT SNAGE ISPOD!!!!!!



Q_L-Jalova snaga na induktivitetu, pozitivna vrijednost
Q_C-Jalova snaga na kapacitetu, negativna vrijednost

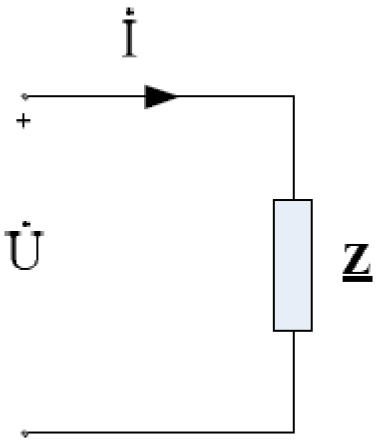
Zašto nam je to bitno?? Pa moramo shvatiti da je prividna snaga S zapravo hipotenuza u ovom trokutu snaga, te da ukupna prividna snaga NIJE JEDNAKA zbroju prividnih snaga na pojedinim elementima! OVO JE VRLO BITNO!!

54. Popravljanje faktora snage trošila

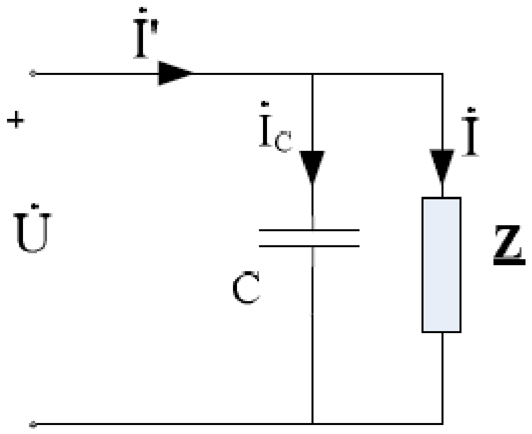
Trošila električne energije nisu čisti otpori već su to impedancije, najčešće induktivnog karaktera spojene na napon gradske mreže.
Radna snaga P ovisi, osim o produktu efektivnih vrijednosti napona i struje, i o faktoru snage **cos(ρ)** (čitaj- kosinus FI)
Sa stanovišta prijenosa električne energije potrebno je da **cos(ρ) bude što veći**, odnosno što bliže vrijednosti 1.

cos(ρ) se popravlja tako da se impedanciji **Z (induktivnog karaktera) paralelno priključi kondenzator kapaciteta C** koji će **smanjiti ukupnu jalovu snagu Q**, pa time povećati iznos cos(ρ).
Radna snaga pri tome ostaje ista.

Primjer: Imamo neku impedanciju Z



Imamo neku impedanciju Z i njoj ćemo sada priključiti kondenzator paralelno.



Sada imamo novu struju I' (zbog novog elementa u krugu)

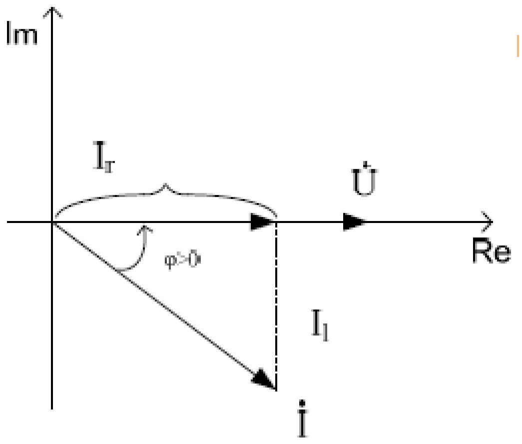
Tada vrijedi:

$$P = UI\cos\varphi = UI'\cos\varphi' = UI_r$$

$$I_r = I\cdot\cos\varphi = I'\cdot\cos\varphi'$$

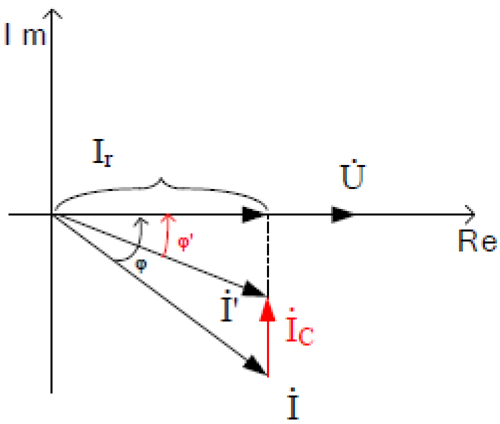
$$I' = \frac{I\cos\varphi}{\cos\varphi'} < I$$

Iz dijagrama možemo vidjeti kako se mijenja kut **ρ,** a s njim i kosinus kuta **ρ.**



Početni dijagram

Nakon što paralelno spojimo kondenzator dobijemo ovo:



Vidi se kako se kut smanjio, a faktor snage **cos(ρ)** se približava vrijednosti **1** (ne može postići točno 1 u praksi naravno).

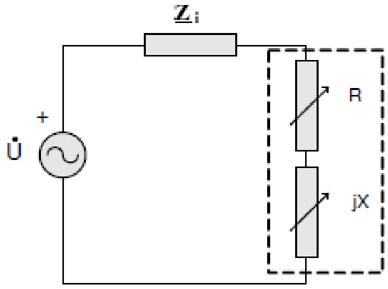
Kapacitet kondenzatora bi odredili ovako:

$$I_C = U * \omega C$$

$$C = I_C / \omega U$$

Kondenzator s manjim C je lakše realizirati tako da će u praksi biti $I_C < I_L$
(struja I' će biti i dalje induktivnog karaktera – postoji i rješenje s $I_C > I_L$, struja I' je tada kapacitivnog karaktera).

55. Prilagođenje impedancije trošila na najveću snagu



$$\underline{Z}_i = R_i + jX_i \quad ; \quad \underline{Z} = R + jX$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_i + \underline{Z}} = \frac{\dot{U}}{(R_i + R) + j(X_i + X)}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{(R_i + R)^2 + (X_i + X)^2}}$$

Maksimalna snaga na impedanciji se dobije kad je impedancija trošila jednaka konjugirano kompleksnoj vrijednosti impedancije izvora. U tom slučaju je krug u rezonanciji. Dakle:

$\underline{Z} = R + jX = R_i - jX_i = \underline{\overset{*}{Z}_i}$

$X = -X_i \quad i \quad R = R_i$

U slučaju da možemo mijenjat samo R maksimalna snaga će se postignut u sljedećem slučaju:

$R = \sqrt{(X_i + X)^2 + R_i^2}$

U slučaju da možemo mijenjati samo X, maksimalna snaga će se razviti ako krug dovedemo u rezonanciju: $X = -X_i$

56. Mjerenje snage vatmetrom kod izmjenične struje

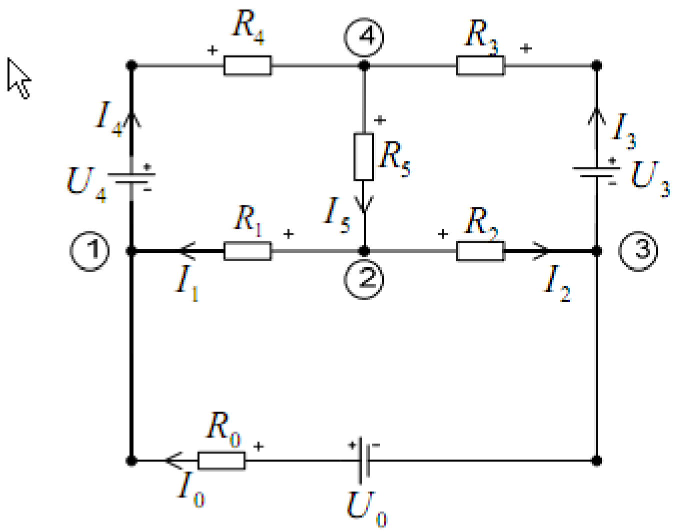
Vatmetar u izmjeničnoj mreži mjeri snagu koja je određena s:

$P_W = U_W * I_W * \cos\varphi \ , \quad \varphi = kut\ između\ \underline{U}_W\ i\ \underline{I}_W$

Pokazivanje vatmetra srazmjerno je iznosu napona na naponskim stezaljkama vatmetra *U*, struji kroz strujne stezaljke vatmetra *I* i kosinusa kuta između fazora napona na vatmetru i struje kroz vatmetar.

57. Metoda napona/potencijala čvorova u rješavanju električne mreže

Primjenom Kirchofovih zakona možemo odrediti struje neke mreže rješavanjem sustava od g linearnih jednadžbi (g je broj grana).



Broj jednadžbi može se smanjiti ako primijenimo metodu napona čvorova.
Pri ovoj metodi bitno je da se jedan po volji odabran čvor uzme kao referentni i njegov potencijal je jednak nuli.

$\varphi_4 = 0$

Jednadžbe 1. Kirchofovog zakona za zadanu mrežu:

$I_0 + I_1 = I_4$ (čvor 1)
$I_5 = I_1 + I_2$ (čvor 2)
$I_2 = I_0 + I_3$ (čvor 3)

$\varphi_1 = -U_4 + I_4 * R_4$
$\varphi_2 = I_5 * R_5$
$\varphi_3 = I_3 * R_3 - U_3$

$+\varphi_1\cdot(G_0+G_1+G_4)\ -\ \varphi_2\cdot G_1\ -\ \varphi_3\cdot G_0\ =\ +U_0\cdot G_0\ -\ U_4\cdot G_4$ (čvor 1)

$-\varphi_1\cdot G_1\ +\ \varphi_2\cdot(G_1+G_2+G_5)\ -\ \varphi_3\cdot G_2\ =\ 0$ (čvor 2)

$-\varphi_1\cdot G_0\ -\ \varphi_2\cdot G_2\ +\ \varphi_3\cdot(G_0+G_2+G_3) = -\ U_0\cdot G_0\ -\ U_3\cdot G_3$ (čvor 3)

Gdje je:

$G_i = 1/R_i,\ i = 0,1,\ldots,5$

vodljivost odgovarajuće grane.

Općenito, za bilo koji p-ti čvor električne mreže koja ima č čvorova možemo napisati:

$$\varphi_p * G_{pp} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq p}}^{č} \varphi_j * G_{jp} = a\lg \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq p}}^{č} E_{pj} * G_{pj}$$

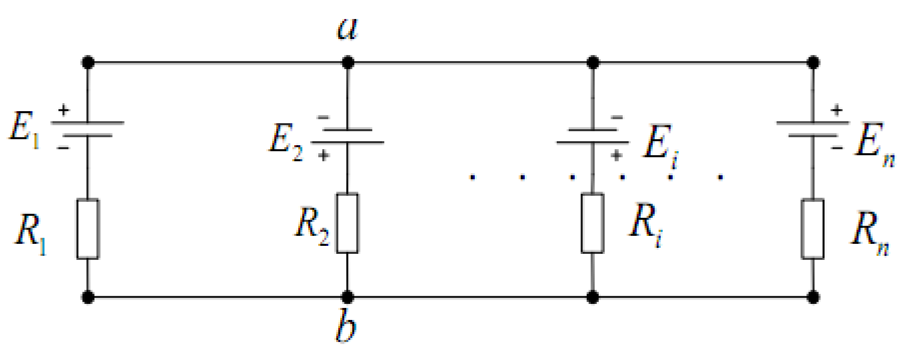
G_{pp} - suma vodljivosti svih grana priključenih na čvor *p*

G_{pj} - (označena s 2 različita indeksa) – suma vodljivosti svih grana koje se nalaze samo između čvorova *p* i *j*

Na desnoj strani umnožak uzimamo s pozitivnim predznakom ako je napon usmjeren ka čvoru, a u obrnutom slučaju s negativnim predznakom.

58. Millmanov teorem

Mnogi elektotehnički uređaji sastavljeni su tako da više paralelno spojenih trošila napajaju paralelno spojeni izvori. Takvi su uređaji mogu nadomjestiti linearnom mrežom koja ima samo dva čvora *a* i *b*.



Ovakva mreža može se riješiti tako da se svi izvori nadomjeste jednim izvorom a sva trošila rezultantnim otporom. Međutim, lakše je primjeniti Millmanov teorem.

Za bilo koju granu napon između točaka *a* i *b* možemo napisati:

$$U_{ab} = E_l - I_l * R_l$$

$$I_l = \frac{E_l - U_{ab}}{R_l} = (E_l - U_{ab}) * G_l$$

(važno: pretpostavljen smjer toka liijskih struja je od b do a, a napon E_2 uzimamo s negativnim predznakom, a E_1 recimo s pozitivnim).

Na zajedničke čvorove možemo primijeniti 1. Kirchofov zakon:

$\sum I_l = 0$ pa dobivamo: $\sum_{l=1}^{n} (E_l - U_{ab}) * G_l = \sum_{l=1}^{n} E_l * G_l - \sum_{l=1}^{n} U_{ab} * G_l = 0$

Čime dobivamo: $U_{ab} * \sum_{l=1}^{n} G_l = \sum_{l=1}^{n} E_l * G_l$

Konačno, traženi napon je: $U_{ab} = \dfrac{\sum_{l=1}^{n} E_l * G_l}{\sum_{l=1}^{n} G_l}$

Ako je u bilo kojoj grani prisutan samo otpor bez napona (E grane je nula!) onda u gornjoj (konačnoj) formuli taj otpor izostavljamo iz brojnika, ali u nazivniku svakako pri računanju vodljivosti uzimamo u obzir i taj otpor.

59. Théveninov teorem

Théveninov teorem kaže da je bilo koji linearni dvopol (element kruga s dva izvoda) električki jednak serijskom spoju samo jednog idealnog naponskog izvora i jedne impedancije. Ovo je prilično korisno: dvopol može između svojih izvoda sadržavati bilo kakvu linearnu mrežu (dakle, bilo kakav spoj naponskih i strujnih izvora i impedancija) pa to u praksi znači da bilo koji dio strujnog kruga sastavljen od linearnih elemenata možemo predočiti **Théveninovim ekvivalentnim krugom**. Primijetimo da se taj krug sastoji od serijskog spoja idealnog naponskog izvora i neke impedancije pa je to ustvari **naponski model realnog izvora** (vidi pitanje 16). Odmah na vidjelo izlazi i jedna od primjena ovog teorema: računanje maksimalne snage. Tipičan zadatak koji se rješava Théveninovim teoremom sastojao bi se od mreže linearnih elemenata čije su vrijednosti poznate za sve elemente osim jednog otpora/impedancije. U opisu zadatka stajalo bi da je otpor odabran tako da se na njemu troši maksimalna snaga, a zadatak bi bio odrediti tu snagu i/ili otpor. Maksimalna snaga na trošilu troši se kad mu je otpor jednak unutarnjem otporu izvora (vidi pitanje 20). U slučaju impedancije to znači impedanciju jednaku kompleksno konjugiranoj unutarnjoj impedanciji izvora. Zadaci ovakvog tipa rješavaju se stoga na sljedeći način (u sklopu algoritma za rješavanje zadatka naveden je i sam postupak pronalaženja Théveninovog ekvivalentnog kruga):

1. Otpor nepoznata iznosa izdvojimo iz mreže. Na njegovom mjestu su sada dva izvoda iz mreže, označimo ih slovima A i B. Mrežu sada gledamo kao dvopol čiji su izvodi A i B.
2. **Primjena Théveninovog teorema:**
   a. Računamo napon U_{ab}. Pritom treba voditi računa o tome da napon pada samo na elementima kroz koje teče struja (primjerice, ako se između točke A i nekog čvora mreže nalazi otpornik spojen samo na ta dva mjesta – odnosno kojim ne teče struja budući da točka A „lebdi“ – tada je potencijal točke A jednak potencijalu tog čvora).
   b. Sve naponske izvore mreže premostimo (zamijenimo kratkim spojem), a strujne izdvojimo iz mreže. Računamo otpor između izvoda A i B.
   c. Linearnu mrežu između izvoda A i B možemo zamijeniti naponskim izvorom napona U_{ab} i unutarnjeg otpora R_{ab}. Njegovi izvodi su upravo točke A i B. **Time je postupak traženja Théveninovog ekvivalentnog kruga završen.**
3. Otpor nepoznata iznosa vraćamo u mrežu. Sada znamo da je taj krug jednak serijskom spoju tog otpora i naponskog izvora čiji smo napon i unutarnji otpor upravo izračunali. Ako je otpor odabran tako da se na njemu troši maksimalna snaga, tada je njegov iznos jednak iznosu unutarnjeg otpora Théveninovog ekvivalentnog izvora, a snagu zatim računamo po formuli $P = \frac{U^2}{R}$.

Teorem,naravno, vrijedi i za impedancije, a ne samo za radne otpore. U slučaju da se računa s impedancijama, moramo uzeti u obzir da **rezultati vrijede samo za frekvenciju s kojom računamo**, budući da se impedancije reaktivnih elemenata mijenjaju s frekvencijom.
Théveninov teorem **ne može se primjenjivati** u slučaju da se u mreži nalaze elementi s nelinearnom U–I karakteristikom.
Naponski izvor dobiven primjenom teorema može se, naravno, pretvoriti u strujni izvor kao i svaki drugi (vidi pitanje 18).

60. Nortonov teorem

Nortonov teorem kaže da je bilo koji linearni dvopol (element kruga s dva izvoda) električki jednak paralelnom spoju samo jednog idealnog strujnog izvora i jedne impedancije. Nortonov teorem sličan je Théveninovom teoremu (vidi pitanje 59), u čijem su opisu navedene neke prednosti pojednostavljenog prikaza mreže. U nastavku slijedi postupak pronalaženja Nortonovog ekvivalentnog kruga (izvodi između kojih se nalazi mreža koju zamjenjujemo označeni su slovima A i B):

1. Kratkospojimo izvode A i B i izračunamo struju I koja teče kratkospojnikom.
2. Sve naponske izvore mreže premostimo (zamijenimo kratkim spojem), a strujne izdvojimo iz mreže. Računamo otpor između izvoda A i B.
3. Linearnu mrežu između izvoda A i B možemo zamijeniti strujnim izvorom struje I i unutarnjeg otpora R_{ab}. Njegovi izvodi su upravo točke A i B. To je Nortonov ekvivalentni krug.

Teorem,naravno, vrijedi i za impedancije, a ne samo za radne otpore. U slučaju da se računa s impedancijama, moramo uzeti u obzir da **rezultati vrijede samo za frekvenciju s kojom računamo**, budući da se impedancije reaktivnih elemenata mijenjaju s frekvencijom.
Nortonov teorem **ne može se primjenjivati** u slučaju da se u mreži nalaze elementi s nelinearnom U–I karakteristikom.
Strujni izvor dobiven primjenom teorema može se, naravno, pretvoriti u naponski izvor kao i svaki drugi (vidi pitanje 18).
Naponski izvor dobiven primjenom Théveninovog teorema te zatim pretvoren u strujni izvor jednak je strujnom izvoru dobivenom primjenom Nortonovog teorema. Vrijedi i obrnuto.

61. Međuinduktivitet u krugovima izmjenične struje

Otprije je poznato da se u zavojnicama inducira napon promjenom magnetskog toka(Faradayev zakon) i da taj napon nastoji zaustaviti promjenu toka sto se izrazava kao:

- $U = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ (1)

Poznato je također da tok jedne zavojnice može utjecati na tok druge zavojnice, tj. da tok jedne može uzrokovati induciranje napona u drugoj što ovisi o koeficijentu magnetske veze

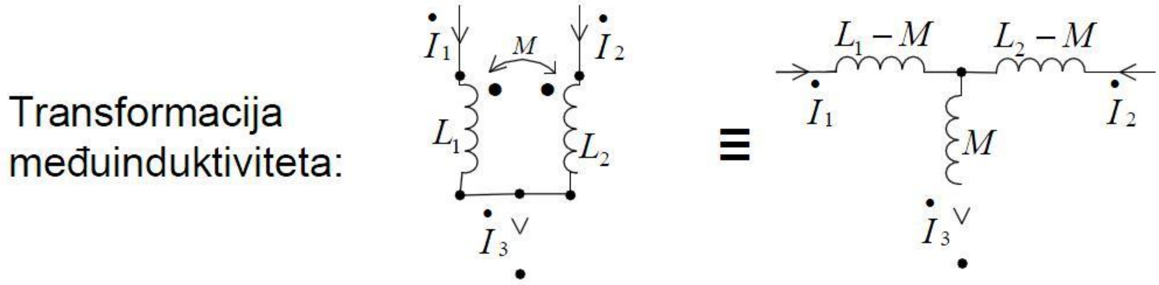
- $\varphi_{12} = k\varphi_1$, gdje je k koeficijent magnetske veze. (2)

Budući da je izmjenična struja vremenski promjenjiva(a inducirani napon zavojnice ovisi o vremenskoj promjeni struje: $U = -L\frac{dI}{dt}$), to u krugovima izmjenične struje osim napona samoindukcije nastaju i naponi međuindukcije ukoliko su zavojnice povezane tokovima

Kada postoje i međuinduktivne veze u mrežama, rješavamo ih metodom Kirchhoffovih zakona

Kako bi se rješavanje pojednostavnilo, izvedena je tzv. metoda pretvorbe induktivnog spoja u tri točke i to tako da se nađe M (koeficijent međuinduktivnosti) te se na osnovu položaja „točkica“ na svakoj od zavojnica prema zajedničkoj točki spoja zavojnica određuje transformacija spoja

- Konkretno, pretpostavimo da imamo zavojnice L_1 i L_2. Ako su „točkice“ položene na istoj strani od točke spoja, tj. ako su obje s „vanjske“ ili „unutarnje“ strane u odnosu na spoj, tada ekvivalentni spoj dobijamo tako da induktivitetima polaznih zavojnica oduzmemo M te dodamo novu zavojnicu induktiviteta M na spoj zavojnica L_1 i L_2.
  - Ilustracija:



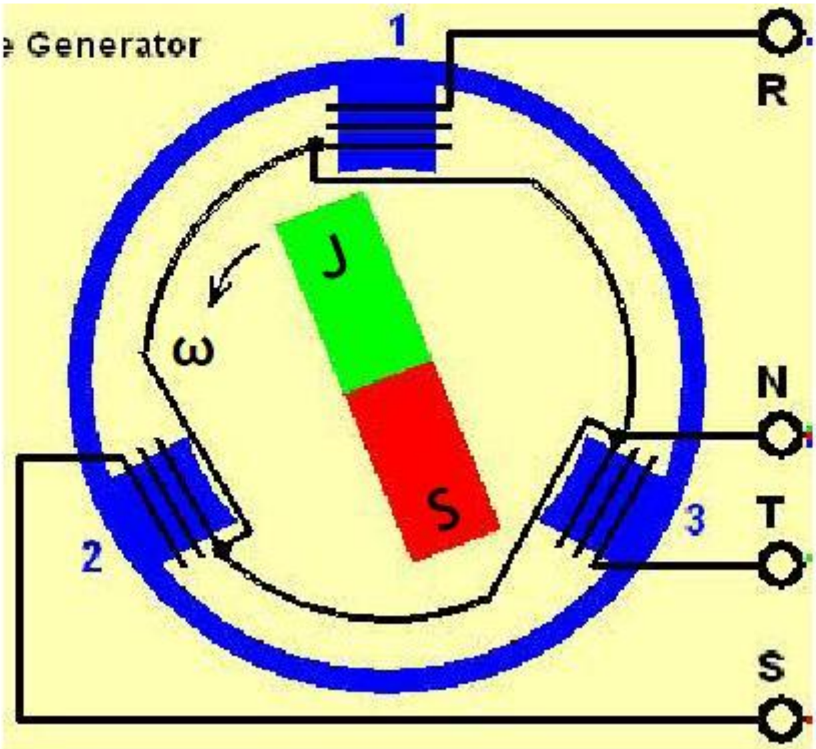
- Za slučaj kada su „točkice“ položene na suprotne položaje u odnosu na zajedničku točku spoja, M pribrajamo induktivitetima zavojnica, a dodajemo novu „zavojnicu“ induktiviteta –M na njihov spoj.

*za detalje i vrlo opširan izvod i objašnjenje referirati se na Pinter, knjiga druga, stranica 195 pa dalje. Savjetujem da se to prouči jer je izvod dosta razumljiv(ogroman je pa stoga nisam ovdje navodio), a korisno je za razumijevanje prilika u zavojnicama.

62. Načelo djelovanja trofaznog generatora/motora

By darxsys

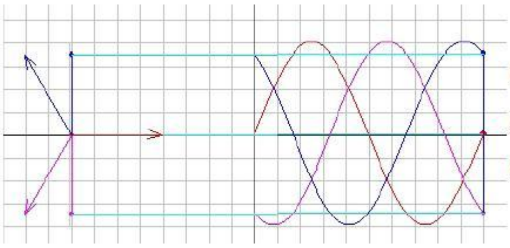
Što je generator? Generator je uređaj koji se sastoji od triju svitaka unutar magnetnog polja. Svitci su prostorno položeni pod kut od 120 stupnjeva što kao posljedicu daje da se naponi inducirani u svakoj od zavojnica fazno razlikuju za 120 stupnjeva.



Zavojnice (izvori napona) mogu biti spojene u zvijezdu ili trokut. Obično analiziramo spoj zvijezde.

Ideja trofaznog generatora je postizanje konstantne snage na trošilima (izvedeno na slajdovima za dvofazni sustav).
Faze generatora obično označavamo slovima R,S,T. Na slici dolje su vremenski i topografski dijagram

$$\dot{U}_1 = U_m \angle 0°$$
$$\dot{U}_2 = U_m \angle -120°$$
$$\dot{U}_3 = U_m \angle -240°$$

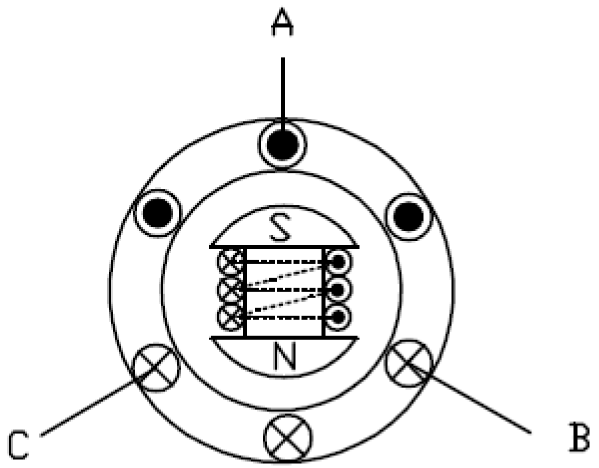


$$u_1 = U_m \sin(\omega t)$$
$$u_2 = U_m \sin(\omega t - 120°)$$
$$u_3 = U_m \sin(\omega t - 240°)$$

By mariossa

(Iako darxsysov odgovor nije netočan, mislim da je nedovoljno opširan za koristit kao odgovor na ispitu, možda više kao kratki podsjetnik da se potsjetite na najvažnije stvari o generatoru i njegovom principu rada. Ja ću zato pokušati objasnit princip rada trofaznog generatora/motora pomoću definicije sinkronog stroja)

Na slici 1.1 prikazano je kako je građen sinkroni stroj. Na statoru je uložen u utore trofazni namot. Na rotoru se nalazi namot napajan istosmjernom strujom preko kliznih prstenova, kako je prikazano na istoj slici.



Slika 1.1 Građa sinkronog stroja

Namot na rotoru zovemo uzbudni namot. Protječe li kroz njega istosmjerna struja stalne veličine, I_{UZ} = konst., proizvodit će stalnu magnetomotornu silu:

$$\Theta_{UZ} = N_{UZ} \cdot I_{UZ} = konst.,$$

gdje je:

Θ_{UZ} = magnetomotorna sila,

N_{UZ} = broj zavoja uzbudnog namota.

Ta magnetomotorna sila stvorit će kroz stroj i zračni raspor magnetski tok. Okreće li se rotor nekim stalnim brojem okretaja n_1 tako da je kutna brzina:

$$\omega = 2\pi n_1 = konst.,$$

inducirat će se u faznim namotima na statoru elektromotorne sile (EMS) čija će efektivna vrijednost biti:

$$E_f = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \Phi_p \cdot p \cdot n_1 \cdot N \cdot f_n$$

gdje je:

n_1 - broj okreta rotora u minuti,
p – broj pari polova,
N – ukupan broj u seriju povezanih zavoja namota,
f_n – faktor namatanja.

Između stezaljki A, B i C može se izmjeriti tu EMS čija će veličina još ovisiti i o spoju namota. Kod spoja u zvijezdu izmjerena će EMS između stezaljki A i B biti $\mathbf{E_{AB} = \phi\sqrt{3}\, E_f}$, ako se spoje u trokut, $\mathbf{E_{AB} = E_f}$.
Induciranu EMS u praznom hodu zovemo napon praznog hoda i označavamo sa E_0. Očito je da će zbog smještaja namota po obodu statora inducirane EMS predstavljati simetrični trofazni sustav. Priključimo li na stezaljke A, B, C jednake radne otpore R, kako je, proteći če kroz namote struje I_A, I_B, I_C jednake veličine, a međusobno pomaknute za 3/2π radijana , a isto tako i pripadne im EMS za 3/2π radijana. Takve će struje stvoriti, protječući kroz trofazni namot na statoru koji se zove *indukt (namot armature)*, okretno magnetsko polje. S obzirom na frekvencije induciranih EMS ($f = p \cdot n_1$), to će okretno magnetsko polje imati istu brzinu vrnje, a očito i smijer okretanja, kao i rotor s uzbudnim namotom. Upravo zbog toga što se i rotor s uzbudnim namotom i njegovim okretanjem stvoreno okretno magnetno polje indukta na statoru okreće istovremeno, sinkrono, što znači istom brzinom vrtnje ($n_1 = n_2$), ovako građeni strojevi zovu se **sinkroni strojevi**.
Sinkroni strojevi mogu raditi u dva režima rada:

a) motorskom
b) generatorskom

Kada rade u motorskom režimu prilično je jednostavno shvatit kako djeluju. Na namote statora se dovodi trofazni napon koji će stvoriti okretno magnetno polje koje će izazvati vrtnju rotora konstantnom brzinom. Taj stator je obično montiran na neku osovinu koja onda služi za prijenos mahaničke energije koju koristimo za obavljanje rada s motorom.

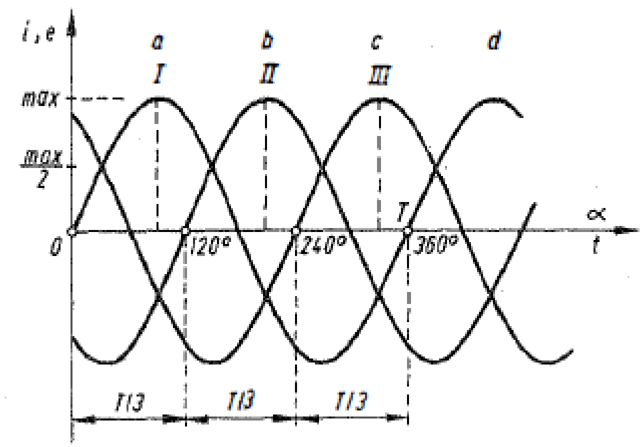
Kada govorimo od generatorskom režimu rada možemo zamisliti to na slijedeći način:

Zamislimo da je rotor stalni magnet (u praksi se rijetko koristi prirodni magnet, nego se namatanjem zavoja, kroz koji se onda propušta istosmjerni napon, oko feromagnetske jezgre dobije isti efekt). On se nalazi unutar statora montiran na neku osovinu. Ako počnemo tu osovinu okrećati (npr. u hidroelektranama snagom vodene turbine) počet će se okrećati i magnetsko polje koje proizvodi jezgra rotora. To magnetsko polje presjecat će svojim silnicama namote na statoru i doći će do nastajanja EMS u njima, čiji je iznos određen prethodno navedenim formulama. Izvodi tih namota se odvode iz statora generatora i kod npr. hidroelektrana odvode dalje na transformatore koji su dalje priključeni na sustav el. mreža. Naravno moguće je i da se na rotoru generatora nalaze tri jednaka svitka koja se vrtnjom osovine rotora konstantnom brzinom nalaze u homogenom mag. polju statora čiji su namoti protjecani istosmjernom strujom radi stvaranja polja. U tom slučaju izvodi svitaka se uzimaju sa rotora i preko klizno kolutnih prstenova se napon/struja sa njih preuzima. Na taj način je to objašnjeno u Pinteru, no oba principa se koriste.

(O ovome dosta toga možete naći u raznoj literaturi o električnim strojevima a i u literaturi koju smo dobili kao preporuku za učenje OE. Nadam se da ga nisam zakomplicirao sad samo. Ovo je približno način na koji bih ja odgovorio na ovo pitanje na usmenom, tako da mislim da nije potrebno detaljnije to obrađivati. Nadam se da vam je ovo jasno bilo, pisao sam ga većinom prema vlastitom znanju. Za formule ne morate brinuti, ispravne su, to sam provjerio u literaturi.)

63. Trofazni simetrični sustav

Kad govorimo o trofaznom sustavu u biti mislimo na sustav triju izmjeničnih struja/napona koje su međusobno fazno pomaknute za jednu trećinu periode, što odgovara faznom kutu od 120°.
Ako su, osim toga, amplitude svih triju sinusoidalnih veličina jednake, takav sustav je simetričan, pa se može u vremenskom dijagramu prikazati s tri potpuno jednake sinusoidalne krivulje koje su međusobno pomaknute za T/3.



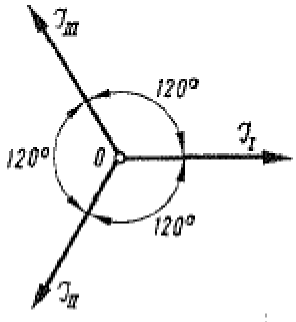
Analitički izrazi ovih triju struja simetričnog trofaznog sustava dani su jednadžbama:

$$i_1 = I_{MAX} \sin \omega t$$

$$i_2 = I_{MAX} \sin(\omega t - 120°)$$

$$i_3 = I_{MAX} \sin(\omega t - 240°)$$

U vektorskom dijagramu predočene su te struje u efektivnim vrijednostima sa tri jednaka vektora koji su geometrijski razmaknuti za 120°.
U prikazanom trofaznom sustavu pretpostavili smo da jakost prve (referentne) struje počinje rasti od vrijednosti nula u pozitivnom smjeru u trenutku : t = 0
pa zato vektor te struje polažemo u horizontalnu realnu os brojčane ravnine.



Budući da pri crtanju vektorskog dijagrama možemo vektor referente veličine kojom počinjemo crtati dijagram postaviti po volji u ma koji položaj, možemo posve općenito struji i_1 pripisati bilo koje početno fazno stanje, kojem odgovara fazni kut β_1, pa će sustav strujnih jednadžbi glasit:

$$i_{I} = I_{max} \sin(\omega t + \beta_{1})$$
$$i_{II} = I_{max} \sin(\omega t + \beta_{1} - 120°)$$
$$i_{III} = I_{max} \sin(\omega t + \beta_{1} - 240°)$$

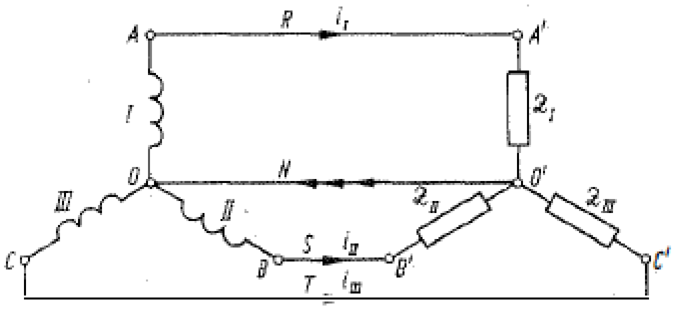
Simetričan sustav dobivamo pomoću trofaznih generatora koji su objašnjeni u prethodnom pitanju.

64. Simetrično trofazno trošilo u spoju trokuta i zvijezde

Trofazna trošila možemo spajati na sustav na dva načina:

a) zvijezda
b) troku

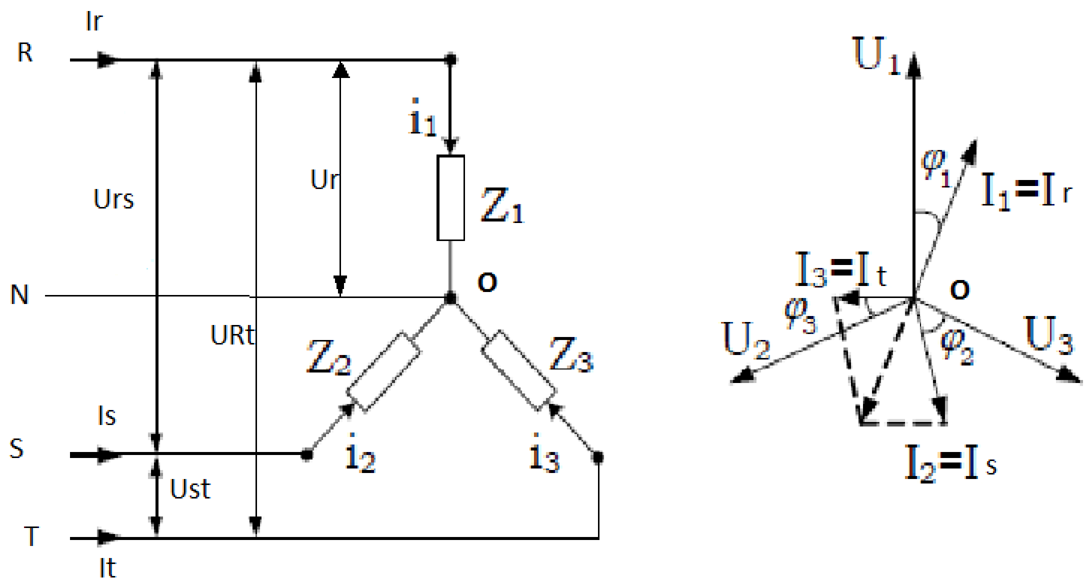
Spoj u zvijezdu



Spoj zvijezda nastaje tako da se sva tri povratna vodiča povežu električki vodljivo u jedan zajednički povratni vod, pa se tako dobiva spojna shema prikazanu na slici. Time su u samom namotu generatora sva tri svršetka svitaka, X, Y i Z, povezana u zajedničko zvjezdište generatora 0, a isto tako su i na strani trošila sva tri otpora svojim krajnjim priključcima povezana u zajedničko zvjezdište trošila O'. Da je ovim spajanjem pojedinih strujnih krugova u jednu mrežu postignuta doista neka prednost u odnosu na nevezani sustav, slijedi iz činjenice što pri simetričnomopterećenju kroz zajednički povratni vod uopće ne teče struja, jer za simetrični trofazni sustav vrijedi općenito pravilo da je suma svih struja u svakom trenutku jednaka nuli. To se može dokazati sumiranjem triju jednadžbi kojima su definirane te struje kao funkcije vremena :

$$i_1 + i_2 + i_3 = I_{MAX} \cdot \left[\sin \omega t + \sin(\omega t - 120°) + \sin(\omega t - 240°)\right] = 0$$

Kako su pri simetričnom opterećenju struje kroz sve grane jednake kroz vodič koji povezuje točke 0 i 0' nema struje, pa ga nazivamo nul-vod. Pri simetričnom opterećenju on nije potreban ali pri nesimetričnom opterećenju on je prijeko potreban radi nesimetrije opterećenja.



Primjetimo kako kod trofaznih sustava imamo dvije vrste napona i struja:

a) fazne

b) linijske

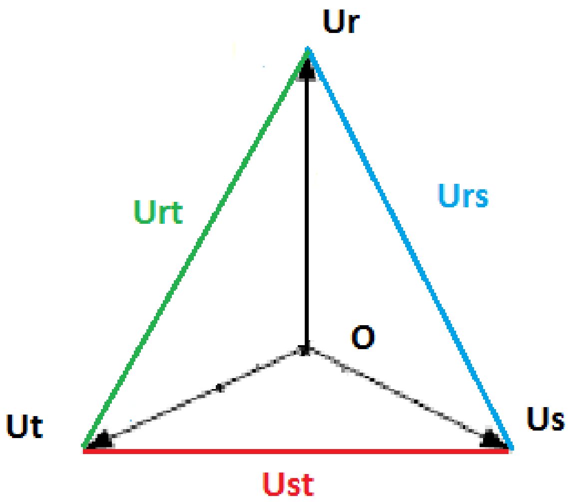
Fazni naponi/struje su oni između dvije faze (RS, RT ili ST), a linijski su oni između jedne od faza i nul-voda.

Pogledajmo sad odnose vrijednosti tih veličina.

Vrijednosti faznih i linijskih struja u spoju u zvijezu su jednake, jer protječu kroz istu granu pa je to prilično očito. Dakle vrijedi:

$$If = I_L$$

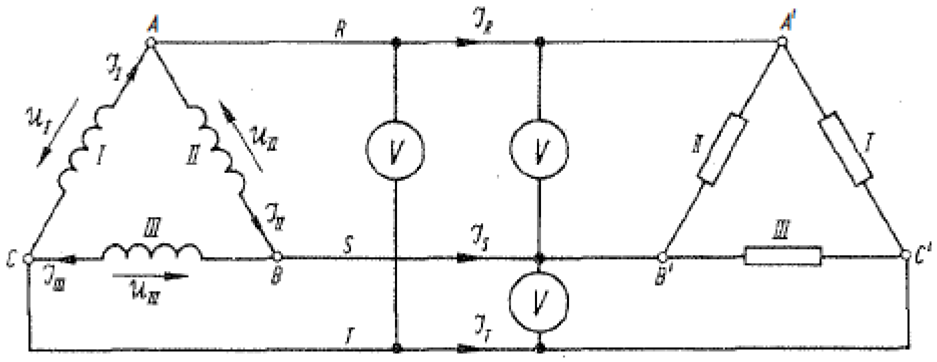
Na gornjoj slici linijske struje su označene s *i1, i2, i3* a fazne sa Ir, Is i It.
Osvrnimo se sad na odnose linijskih i faznih napona. To ćemo najbolje shvatit iz grafičkog prikaza vektora napona.



Iz dijagrama se vidi da je linijski napon (Urt, Urs ili Uts) za vrijednost korijena iz tri veći od faznog napona tj. vrijedi:

$$Ul = \sqrt{3}Uf$$

Spoj u trokut

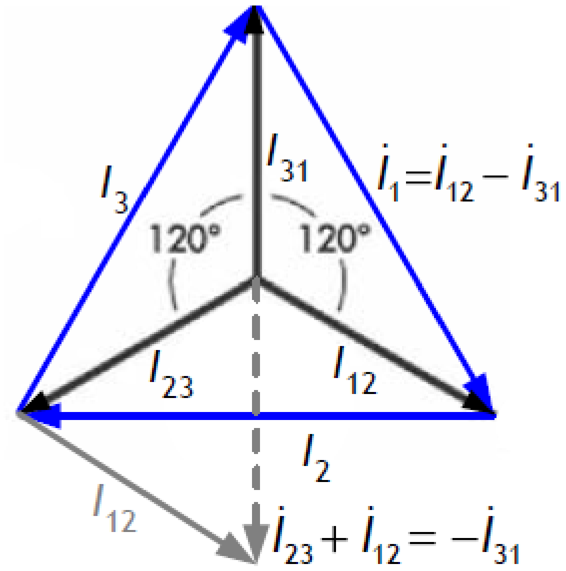


Spoj u trokut prikazan je na gornjoj slici. Kod njega za razliku od spoja u zvijezdu nemamo nul-vod. Odnosi između faznih i linijskih vrijednosti napona i struje su slijedeći:

$$Ul = Uf$$

$$I_L = \sqrt{3} If$$

To dog zaključka smo došli očitavanjem vrijednosti sa dijagrama napona i struja.



(Oznake na grafovima se ne podudaraju jer slike nisu uzete s istog mjesta)

Spoj trošila na isti naponski izvor u zvijezdu i trokut

Konačno dolazimo do onog važnog dijela, u čemu je zapravo razlika između zvijezde i trokuta? Razlika je u tome koliku će nam snagu dati trošilo ovisno u kojem se spoju nalazi. Radna snaga jedne faze trošila je:

$$P = Uf \cdot If \cdot \cos\varphi$$

Kako smo već rekli da je u zvijezdi:

$$Ul = \sqrt{3} Uf \quad \text{i} \quad If = I_L$$

Za prijelaz od faznih na linijske vrijednosti napona i struje u simetričnom trofaznom sustavu imamo:

$$P = \frac{Ul}{\sqrt{3}} \cdot Il \cdot \cos\varphi$$

Ukupna radna snaga sve tri faze je naravno trostruka snaga jedne faze:

$$Puk = 3P = 3\frac{Ul}{\sqrt{3}} \cdot Il \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} Ul \cdot Il \cdot \cos\varphi$$

No šta se dešava kada trošilo spojimo u trokut?

Kada sad to trošilo koje je na istom izvoru kao što je bilo u zvijezdi promatramo spojeno u trokut vidjet ćemo da nam se linijske vrijednosti napona i struje povećaju za √3, pa će nam snaga iznositi:

$$Puk_{\Delta} = \sqrt{3}Ul_{\Delta} \cdot Il_{\Delta} \cdot \cos\varphi$$

$$Puk_{\Delta} = \sqrt{3} \cdot (\sqrt{3}Ul_{Y}) \cdot (\sqrt{3}Il_{Y}) \cdot \cos\varphi)$$

$$Puk_{\Delta} = 3 \cdot \sqrt{3}Ul_{Y} \cdot Il_{Y} \cdot \cos\varphi$$

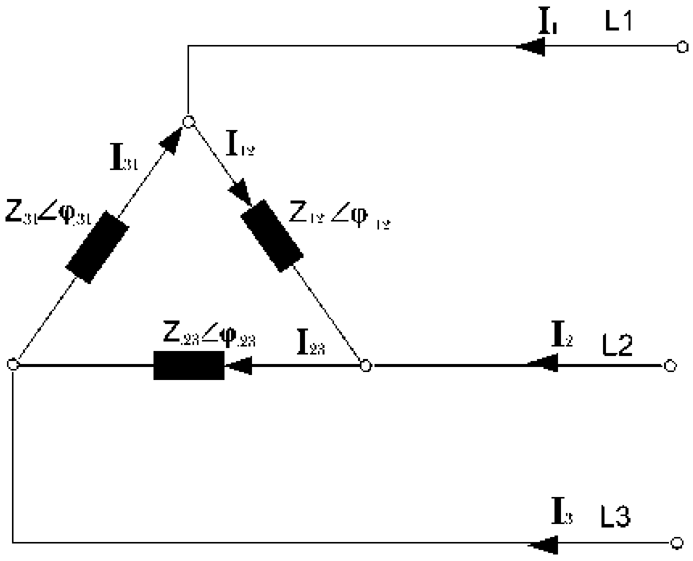
$$Puk_{\Delta} = 3Puk_{\Delta}$$

Ovime smo došli do zaključka koji je od velike važnosti u praktičnoj primjeni kombinacija spoja zvijezde i trokuta. Zaključili smo da je snaga koju trošilo može ostvariti u spoju u trokut **tri puta veća** od snage koju može ostvariti u spoju u zvijezdu. Primjer iz prakse gdje se ovo koristi je upuštanje elektro-motora u pogon, gdje se prvo spaja u zvijezdu radi menjeg trzajnog momenta te onda kad postigne odgovarajuću brzinu prebacuje se u trokut radi ostvarivanja veće snage.

65. Nesimetrično trofazno trošilo u spoju trokuta i zvijezde.

Nesimetrično trofazno trošilo je ono kojemu fazne impedancije nisu iste po iznosu ili po kutu. Posljedica je nesimetričnost sustava struja, što remeti ravnotežu trofaznog sustava. To je nepoželjno, ali u praksi se ipak događa kao posljedica priključka jednofaznih trošila ili kao posljedica smetnji u radu simetričnih trošila npr. pregaranje osigurača jedne faze.

Nesimetrično trošilo u spoju trokuta:



Fazne struje:

$$\dot{I}_{12} = \frac{\dot{U}_{12}}{\dot{Z}_{12}}$$

$$\dot{I}_{23} = \frac{\dot{U}_{23}}{\dot{Z}_{23}}$$

$$\dot{I}_{31} = \frac{\dot{U}_{31}}{\dot{Z}_{31}}$$

Linijske struje:

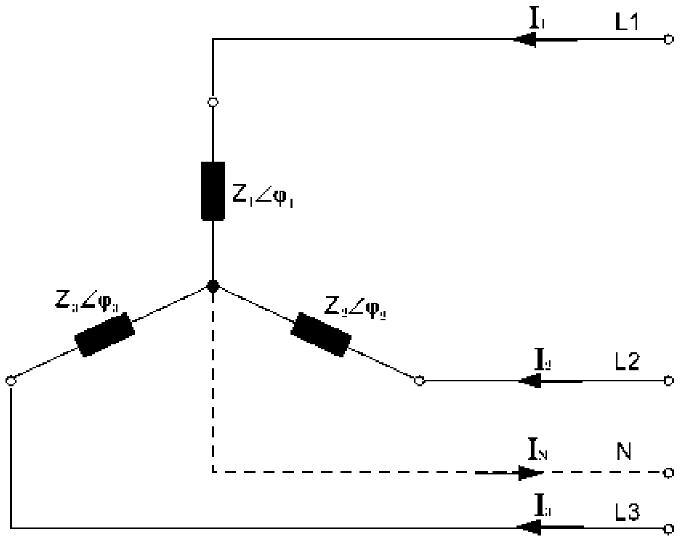
$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23}$$

Nesimetrično trošilo u spoju zvijezda s nulvodičem:

Nulvodič osigurava da je na svakoj fazi trošila fazni napon.



Fazne struje:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{Z}_1}$$

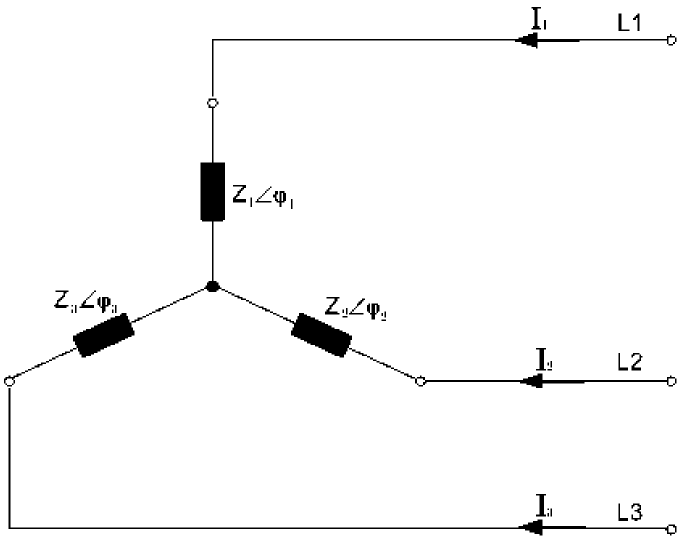
$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_2}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{\dot{Z}_3}$$

$$\dot{I}_L = \dot{I}_F$$

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \dot{I}_N$$

Nesimetrično trošilo u spoju zvijezda bez nulvodiča:



Fazne struje:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1'}{\dot{Z}_1}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2'}{\dot{Z}_2}$$

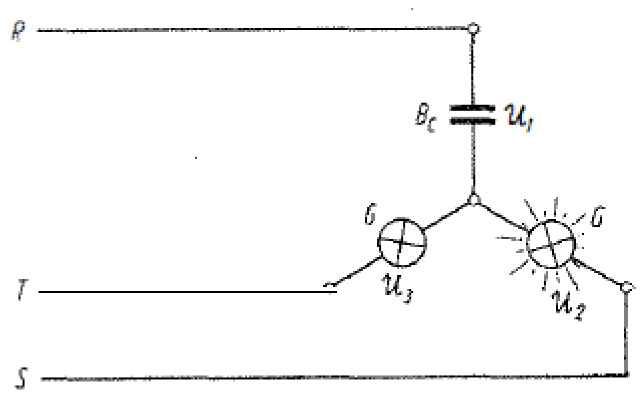
$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3'}{\dot{Z}_3}$$

$\dot{U}_1' = \dot{U}_1 - \dot{U}_{0'0}$ $\dot{U}_2' = \dot{U}_2 - \dot{U}_{0'0}$ $\dot{U}_3' = \dot{U}_3 - \dot{U}_{0'0}$

$$\dot{U}_{0'0} = \frac{\frac{\dot{U}_1}{Z_1} + \frac{\dot{U}_2}{Z_2} + \frac{\dot{U}_3}{Z_3}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}}$$

66. Određivanje redoslijeda faza simetričnog trofaznog generatora.

Nedajte se na ovom pitanju zbunit. Jedini pokus koji smo učili za određivanje redoslijeda faza koristi nesimetrično trošilo (kondenzator i dvije žarulje). No to ne znači da ono ne može biti priključeno na simetrični izvor, jer u praksi, vrlo je malo nesimetričnih izvora, no o tome ćemo vjerovatno učiti na slijedećim godinama. Za sad sve što trebamo znati za ovaj pokus je to da na neki simetrični generator čiji redoslijed faza još ne znamo ćemo priključiti nesimetrično trošilo sastavljeno od kondenzatora i dvije žarulje, kao što je prikazano na slici.



U svrhu pokusa recimo da je napon trofaznog generatora 220/380 V pri frekvenciji od 50*Hz*. Vrijednosti vodljivosti elemenata su podešene tako da je

$$Bc = G_R$$

Za ovaj napon se to može postići time da je npr. kapacitet kondenzatora C ≈ 2μF a snaga sijalice P ≈ 30W.
Naponi na pojedinim fazama trošila i struje određuju se izvedenim općenitim jednadžbama, a za to je potrebno poznavati napon Uoo’ između zvjezdišta uključenih otpora i zvjezdišta generatora:

$$Uoo' = \frac{BcUr + GUs + GUt}{Bc + G + G} = \frac{BcUr + G(Us + Ut)}{Bc + 2G}$$

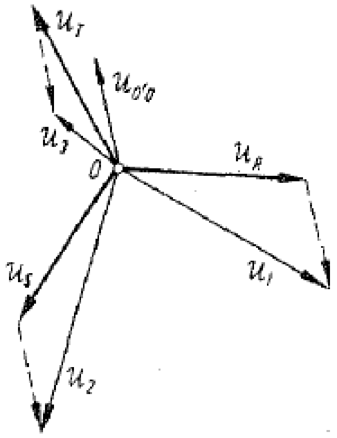
Budući da je za simetrični napon mreže Us+Ut = -Ur, izlazi da je:

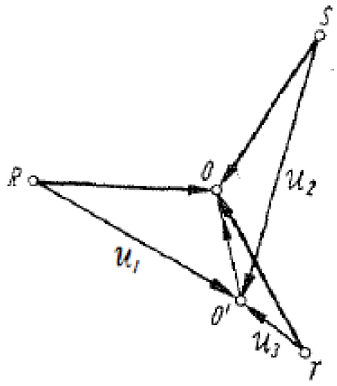
$$Uoo' = \frac{BcUr - GUr}{Bc + 2G} = Ur\frac{Bc - G}{Bc + 2G}$$

Ako se prema zadatku uvrsti Bc = jG, dobiva se da je:

$$Uoo' = Ur\,\frac{jG - G}{jG + 2G} = Ur\,\frac{j-1}{j+2} = Ur\,(-\frac{1}{5} + j\,\frac{3}{4})$$

U kompleksnoj ravnini možemo uz napone Ur, Us i Ut ucrtati i napon Uoo’ i grafičkim postupkom odrediti napone na pojedinim priključenim otporima: U1, U2, U3, što je prikazano i u topografskom dijagramu.





Površnim gledanjem ove sheme moglo bi se krivo pomisliti da će zbog simetrije napona oba jednaka otpora sijalica dobiti isti napon, no račun pokazuje da i ova nepotpuna, dakle bila kakva nesimetrija, prouzročuje nesimetričnu razdiobu napona na priključene otpore.
Vidi se da će ona sijalica u fazi S koja je na višem naponu svijetliti, dok se zbog premalog napona sijalica u fazi T neće uopće zažariti. To nam može poslužiti da na vodičima trofazne mreže, ako još ne znamo, odredimo redoslijed faza.
Polazeći dakle od faze gdje je priključen kondenzator, vremenski iza nje slijedi ona faza u kojoj je uključena sijalica koja jače svijetli.

67. Snaga trofaznog trošila

Snaga trofaznog sustava jednaka je zbroju snaga pojedinih faza, pa općenito vrijedi jednadžba:

$$P = P_1 + P_2 + P_3,$$

gdje su :
P - ukupna snaga trofaznog sustava,
P_1, P_2, P_3 – snage pojedinih faza.

Gornja jednadžba upotrebljava se za proračun snage pri nesimetričnom opterećenju, a za simetrično opterećenje može se pojednostavniti jer su u tom slučaju sve tri snage jednake:

$$P_1 = P_2 = P_3$$

pa je:

$$P = 3P_1$$

što znači da je ukupna snaga u tom slučaju jednaka trostrukoj vrijednosti snage jedne faze.
Snaga jedne faze računa se poznatom jednadžbom:
$P_1 = U_f I_f \cos\varphi$
pa je:

$$P = 3U_f I_f \cos\varphi$$

Ovom jednadžbom prikazana je snaga simetričnog trofaznog sustava pomoću faznih vrijednosti napona i struje, a ona se može preoblikovati tako da se snaga P izrazi linijskim vrijednostima: $U_l \; i \; I_l$

To je osobito važno kad je zbog simetrije opterećenja trofazno trošilo vezano na generator samo trofaznom linijom R S T bez nul voda. U spoju zvijezda ne postoji onda mogućnost priključka na nulvod (i na nultočku), pa su mjerenju pristupačne samo linijske vrijednosti napona i struje. To isto vrijedi i za simetrično opterećenje u trokutnom spoju, gdje je instalacija takoder izvedena samo trofaznom linijom RST.
Za prijelaz od faznih na linijske vrijednosti napona i struje u simetričnom trofaznom sustavu postoje jednadžbe, pa je za spoj u zvijezdu:

$$P = 3U_f I_f \cos\varphi = 3\frac{U_l}{\sqrt{3}} I_l \cos\varphi = \sqrt{3}\, U_l I_l \cos\varphi$$

a za spoj u trokut:

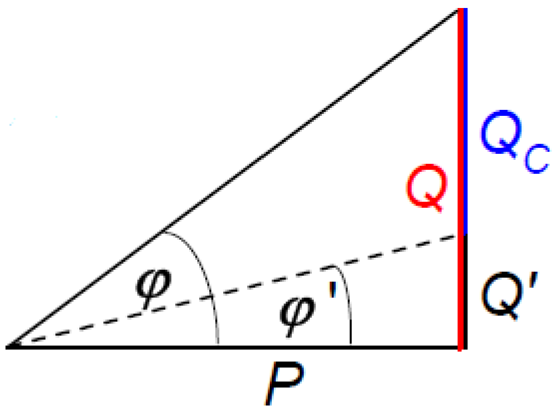
$$P = 3U_f I_f \cos\varphi = 3\frac{U_l}{\sqrt{3}} I_l \cos\varphi = \sqrt{3}\, U_l I_l \cos\varphi$$

Neovisno, dakle, o tome da li je trošilo vezano u zvijezdu ili trokut, snaga simetričnog opterećenja jednaka je :

$$P = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi$$

68. Kompenzacija jalove snage simetričnog tofaznog trošila

Kompenzacija jalove snage radi se zbog popravljanja faktora snage, i to dodavanjem triju kompenzacijskih kapaciteta simetrično na sve tri faze. Svaki kapacitet pritom preuzima jednu trećinu ukupne snage.
Postupak se obavlja istim načelom kao i u jednofaznoj mreži.Na temelju poznatog $(\cos\varphi)$ i željenog faktora snage $(\cos\varphi')$, te poznate radne snage P, pomoću trokuta snage računa se kapacitivna snaga potrebna za kompenzaciju.



Budući da je:

$$\tan\varphi = \frac{Q}{P}$$

$$\tan\varphi' = \frac{Q'}{P}$$

Slijedi:

$$Q_C = Q - Q' = \tan\varphi\, P - \tan\varphi'\, P = P(\tan\varphi - \tan\varphi')$$

Fazni kompenzacijski kapaciteti računaju se ovako:

$$C = \frac{Q_C}{2\omega U^2}$$

Pri cemu je $U = U_f$ za spoj kondenzatora u zvijezdu, a $U = U_l$ za spoj kondenzatora u trokut.

69. Parametri periodičkih električnih veličina

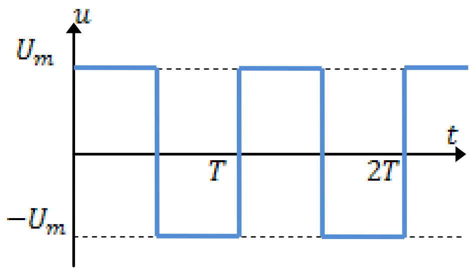
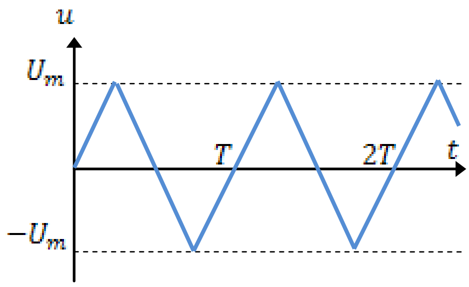
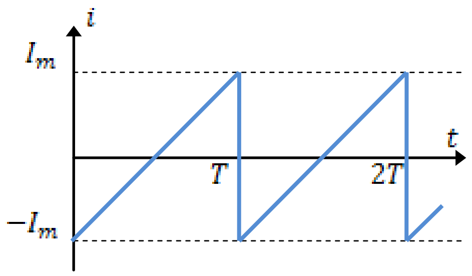
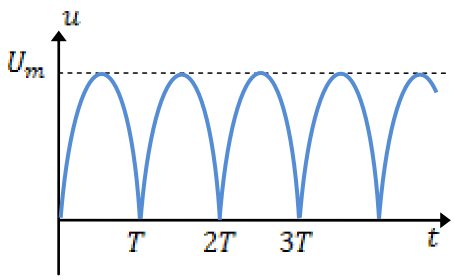
Periodički oblici su valni oblici koji se u vremenu periodički ponavljaju.
obilježja (na ovom primjeru za napone):

- perioda $\boldsymbol{T}$ – vremenski raspon nakon kojeg se trenutačne vrijednosti ponavljaju
- frekvencija $\boldsymbol{f}$ – broj perioda u jednoj sekundi, $f = \frac{1}{T}$
- najviša vrijednost $\boldsymbol{U_m}$ $(\hat{\boldsymbol{u}})$ – najveća (tjemena, maksimalna) i najniža vrijednost $\boldsymbol{U_{min}}$ $(\breve{\boldsymbol{u}})$ – najmanja, minimalna
- raspon vrijednosti $\boldsymbol{U_{pp}}$ – razlika između najviše i najniže vrijednosti
- srednja vrijednost $\boldsymbol{U_{sr}}$ $(\overline{\boldsymbol{U}})$ – stalna vrijednost koja u svakoj periodi dijeli površinu ispod krivulje napona na 2 jednaka dijela.

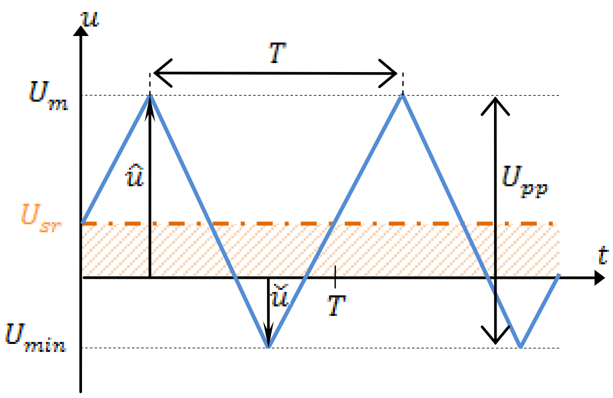
- efektivna vrijednost $\boldsymbol{U}$ $(\boldsymbol{U_{ef}})$ – jednaka vrijednosti istosmjernog (stalnog) napona koji bi na nekom otporu R stvarao snagu P.
- tjemeni faktor $\boldsymbol{\sigma}$ – omjer tjemene i efektivne vrijednosti, $\sigma = \frac{U_m}{U}$

Osciloskop je mjerni uređaj sa zaslonom koji se rabi za prikaz valnih oblika te određivanje njihovih značajki.
Postoje **sinuosidni** valni oblici i oni čija vremenska promjena nije oblika sinusoide (**nesinusoidni**).

primjeri:

pravokutni izmjenični napon 	trokutasti izmjenični napon 
pilasta izmjenična struja 	punovalno ispravljeni sinusni napon 

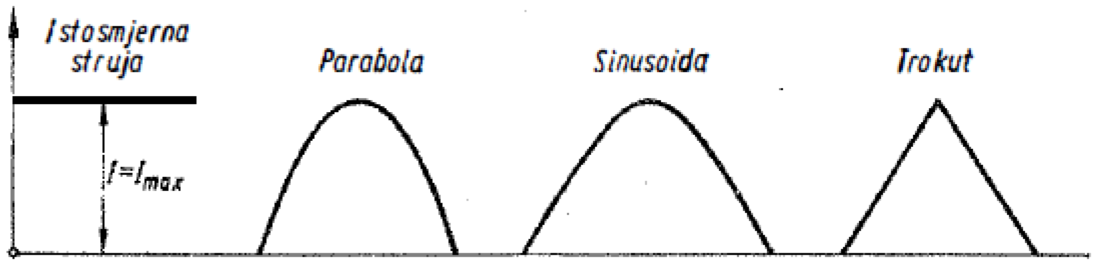
osnovni parametri na primjeru nesinusoidnog napona



Nesinusoidni naponi i struje <u>ne mogu</u> se prikazani vektorima i kompleksnim brojevima, a zakoni električnih krugova vrijede za trenutačne vrijednosti ovih veličina.

primjer:
promjenjive struje različitog oblika; efektivna struja, srednja struja, tjemeni faktor

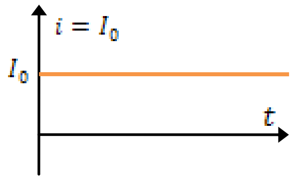
I_{ef}	I_{max}	$\sqrt{\frac{8}{15}} I_{max}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} I_{max}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} I_{max}$
I_{sr}	I_{max}	$\frac{2}{3} I_{max}$	$\frac{2}{\pi} I_{max}$	$\frac{1}{2} I_{max}$
σ	1	1.37	1.41	1.73



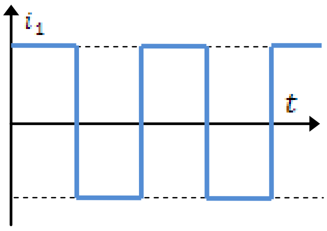
70. Kombinirani (složeni) valni oblici

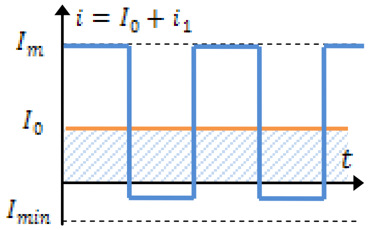
Valni oblik koji je sastavljen od istosmjerne i izmjenične komponente nazivamo **miješani (kombinirani)** valni oblik.

primjer – kombinirana struja sastavljena od istosmjerne struje i



izmjenične pravokutne struje





+ →

Izmjenična komponenta struje i_1 mijenja se tu oko istosmjerne komponente I_0 koja stoga predstavlja srednju vrijednost ukupne struje.
Srednja vrijednost kombiniranog valnog oblika je jednaka vrijednosti istosmjerne komponente.
I_{sr} ovdje je jednaka aritmetičkoj sredini između najviše i najniže vrijednosti.

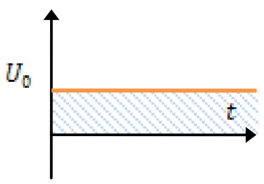
$$I_{sr} = I_0 = \frac{I_m + I_{min}}{2}$$

Efektivna vrijednost miješane struje dobiva se iz ovog pravila superpozicije snage:
ukupna snaga sastavljenog valnog oblika jednaka je zbroju snaga pojedninih komponenata

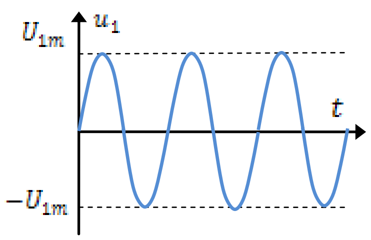
$$P = P_0 + P_1 \rightarrow I^2 R = I_0^2 R + I_1^2 R \rightarrow I^2 = I_0^2 + I_1^2$$

- efektivna vrijednost kombiniranog valnog oblika jednaka je drugom korijenu iz zbroja kvadrata istosmjerne komponente I_0 i efektivne vrijednosti izmjenične komponente I_1

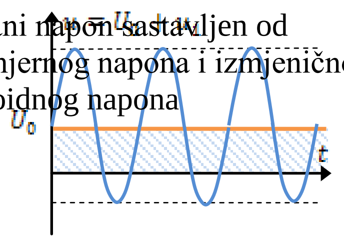
$$\boldsymbol{I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2}}$$



+



→



Mješani napon sastavljen od istosmjernog napona i izmjeničnog sinusoidnog napona

Srednja vrijednost miješanog napona i tu je jednaka istosmjernoj komponenti U_0 oko koje titra sinusoidna izmjenična komponenta u_1.
Efektivna vrijednost jednaka je korijenu iz zbroja kvadrata istosmjerne komponente U_0 i efektivne vrijednosti izmjenične komponente U_1 (koja je ovdje $\sqrt{2}$ puta manja od tjemene vrijednosti izmjenične komponente).

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2} = \sqrt{U_0^2 + \left(\frac{U_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

Serijskim spajanjem kondenzatora može se odstraniti istosmjerna komponenta jer za nju kapacitet (kondenzator) predstavlja beskonačni otpor. Tako se izdvaja samo izmjenična komponenta kombiniranog valnog oblika!

71. Harmonički složeni valni oblici

U elektrotehničkoj praksi se vrlo često susrećemo s periodički promjenjivim veličinama koje nisu harmoničke, a kako one grafički predočene u vremenskoj domeni nisu sinusoidalne, nazivamo ih nesinusoidalnim veličinama.
Očito je da se pri rjesavanju mreza nesinusoidalnih struja ne mozemo izravno sluziti simbolickim racunom i vektorskim dijagramima, jer su te metode izvedene bas uz uvijet da su mreze napajane sinusoidalnim naponima ili strujama.
Ipak moguce je navedene metode iskoristit i pri nesinusoidalnim strujama ako se prema Fourierovom pravilu periodicki promjenjive nesinusoidalne velicine rastave u niz sinusoidalnih clanova.
Poznato je da se svaka periodički promjenljiva nesinusoidalna funkcija u (t) može, uz izvjesne pretpostavke, rastaviti u beskonačan red koji se, osim konstantnog, nultog član Uo ' cc Uo, sastoji od samih sinusoidalnih članova, koje nazivamo harmoničkim komponentama Fourierova reda.
Osnovni harmonički član $u1 = Um \cdot \sin(\omega t + a_1)$ ima istu frekvenciju $\omega = 2\pi / T$ kao i zadana nesinusoidalna funkcija, čiji je period T, dok su frekvencije ostalih, viših harmoničkih članova, višekratnici osnovne frekvencij $\omega_k = k \cdot \omega$ pri čemu je k = cijeli broj.

Možemo, dakle, napisati da je :

$$u(t) = u_o + u_1(\omega t) + u_2(2\omega t) + ...$$

ili:

$$u(t) = Uo + U_1 \sin(\omega t + a_1) + U_2 \sin(2\omega t + a_2) + ... + U_{k\max} \sin(k\omega t + a_k) + ...$$

Amplitude pojedinih harmoničkih članova bivaju redovno s povećanom frekvencijom sve manje, pa se tako zadana nesinusoidalna funkcija koji puta može dovoljno točno aproksimirati već sa samo nekoliko prvih članova reda.
Sinus svakog harmoničkog člana može se rastaviti prema trigonometrijskom pravilu :

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

pa se gornji beskonačni red sinusoidalnih članova može prikazati kao suma sinusoidalnih i cosinusoidalnih članova. Imamo, dakle:

$$u(t) = Uo + \sum_{k=1}^{\infty}(A_{k\max} \cdot \sin k\omega t + B_{k\max} \cdot \cos k\omega t)$$

Pri čemu nam koeficijenti A i B znače:

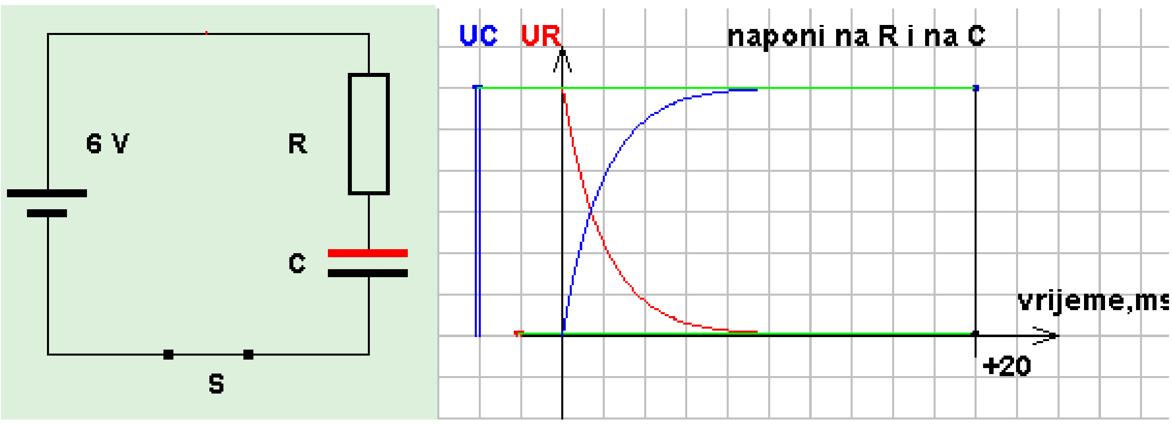
$$A_{k\max} = U_{k\max} \cdot \cos a_k \qquad \text{i} \qquad B_{k\max} = U_{k\max} \cdot \sin a_k$$

Da bi dobili efektivnu vrijednost napona ili struje iz elemenata Fourierovog niza moramo sve uzeti korijen kvadrata svake efektivne vrijednosti svakog pojedinačnog harmonika.

$$Uef = \sqrt{Uef_1^{\,2} + Uef_2^{\,2} + Uef_3^{\,2} ....}$$

Pri proračunu mreža koje posjeduju napone ili struje s više harmonika potrebno je paziti da se za svaki harmonik ponovno odrede vrijednosti impedancija kondenzatora i zavojnica. Kvantifikator kruzne frekvencije omega će biti kvantifikator za povećanje induktivne impedancije, a djelitelj za kapacitivnu. Dakle za kruznu frekvenciju 2ω iznos kap. otpora bi bio Xc/2 a za induktivni 2XL.

72. Prijelazne pojave u serijskom RC krugu



Prijelazna stanja najlakše je analizirati pomoću grafova u kojima je na x-osi vrijeme (mjeri se od trenutka nastale promjene), a na y-osi fizikalna veličina koju analiziramo npr. struja naponi snage.
Početni trenutak t=0 je ovdje trenutak uključenja serijskog RC spoja na istosmjerni napon. Bitno je uočiti da na trajanje prijelazne pojave utječe vremenska konstanta koja je jednaka RC.

$$\tau = RC$$

U početnom trenutku je kondenzator prazan (uC=0) pa je tada napon na otporniku jednak naponu izvora. Kako se kondenzator nabija, napon na njemu je sve veći, a napon na otporniku sve manji. Kada se kondenzator nabije njegov napon jednak je naponu izvora , a napon na otporniku je nula. Pokazuje se da su vremenske promjene napona eksponencijalne funkcije:

$$Uc = U(1 - e^{-kt})$$

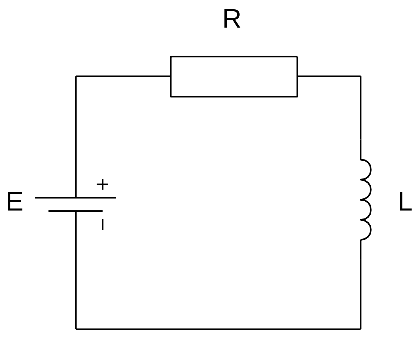
odnosno

$$Ur = Ue^{kt}$$

gdje je k=1/t recipročna vrijednost vremenske konstante t=R·C. Uzima se da je trajanje prijelazne pojave pet vremenskih konstanti.
Druga prijelazna pojava je pražnjenje kondenzatora. Ona se obavi u trajanju tri vremenske konstante tj. 3τ .

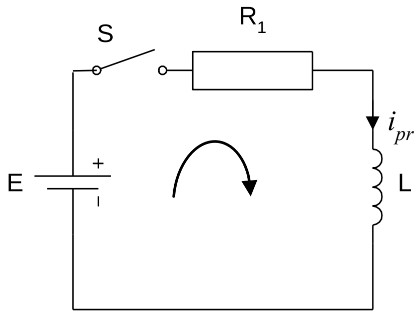
73. Prijelazne pojave u serijskom RL krugu

U istosmjernoj mreži zavojnica predstavlja kratki spoj (XL=0). Kroz nju teče struja koja je određena elementima u mreži ($I = \frac{U}{R_U}$). U mreži na slici vrijedi sljedeće:



$$U_R = U$$
$$U_L = 0$$
$$I = \frac{U}{R}$$

Napon na otporniku je napon izvora jer nema pada napona na zavojnici. Struja u krugu je U/R. Međutim, prilikom priključenja na izvor struja postupno raste do svoje stacionarne vrijednosti, što znači da joj treba određeno vrijeme da dostigne svoju vrijednost (nije odmah U/R nego kroz određeno vrijeme dostigne tu vrijednost). Razlog tomu je što zavojnica nastoji zadržati struju koja teče kroz nju, odnosno protivi se promjeni toka koji se zatvara kroz nju.

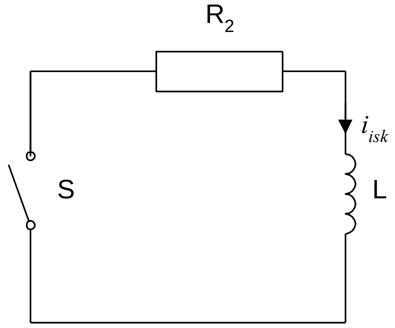


$$i_{pr}(t=0+)=i_{pr}(t=0-)=0$$

$$u_{R1}(t=0+)=0$$

$$u_L(t=0+)=E-u_{R1}(t=0+)=E$$

Zašto je u_{r1} u početnom trenutku 0+ jednak nuli? Zato jer je struja u trenutku 0+ jednaka nuli što znači da nema pada napona na otporniku, ali postoji napon nad zavojnicom, a prema KZN on je jednak E- $u_{r1}(t=0+)$ odnosno E. Osim prijelaznih pojava prilikom uključenja zavojnice u krug postoje i prijelazne pojave prilikom isključenja. Prilikom isključivanja zavojnice kroz koju je prethodno tekla struja I_0 smjera kao struja i_{isk}, struja postupno pada na nulu.



$i_{isk}(0\text{-}) = I_0$

$$i_{isk}(t=0+)=i_{isk}(t=0-)=I_0$$

$$u_{R2}(t=0+)=I_0\cdot R_2$$

$$u_L(t=0+)=-u_{R2}(t=0+)=-I_0\cdot R_2$$

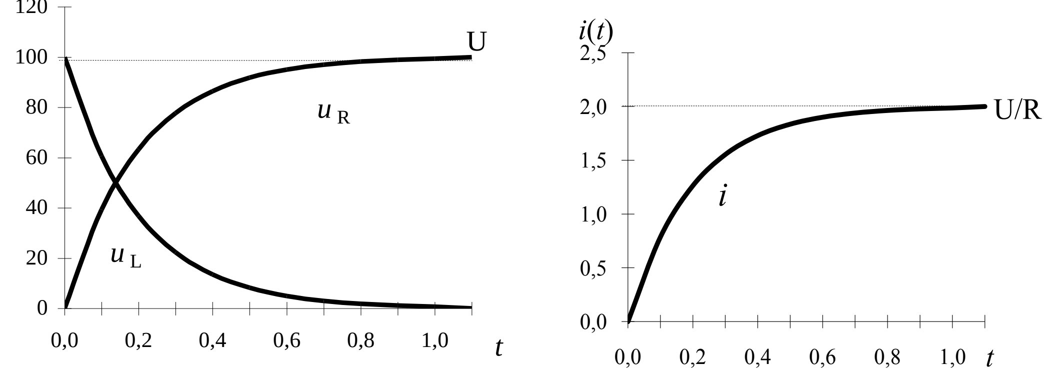
Struje i naponi pri uključenju i isključenju zavojnice mijenjaju se po eksponencijalnim funkcijama.

$$A_i\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}+K_i$$

A_i, K_i predstavljaju konstante (dobe se računski ili su zadane)

τ je vremenska konstanta kruga; $\tau = L / R_1$

Primjer:



$$u_R(t) = 100 \cdot (1 - e^{-5 \cdot t})$$

$$u_L(t) = 100 \cdot e^{-5 \cdot t}$$

$$i(t) = 2 \cdot (1 - e^{-5 \cdot t})$$

Početak prijelazne pojave:

$$u_R(0+) = i(0+) \cdot R = 0$$

$$u_L(0+) = U - u_R(0+) = U - 0 = U$$

Stacionarno stanje:

$$u_R(\infty) = i(\infty) \cdot R = U$$

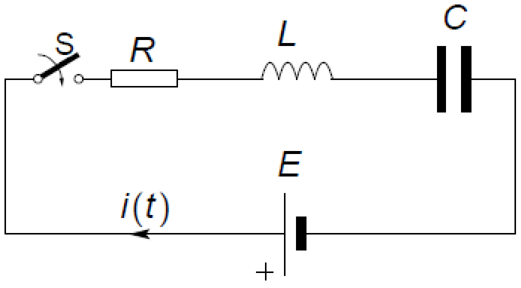
$$u_L(\infty) = 0$$

Iz priloženog se vidi da zavojnica na početku prijelazne pojave preuzima na sebe svu razliku napona, a na kraju prijelazne pojave predstavlja kratki spoj.

74. Prijelazne pojave u spoju kapaciteta i induktiviteta

Serija RLC spojena na istosmjerni izvor. Traži se valni oblik struje nakon zatvaranja sklopke uz početne uvjete:

1. kondenzator je nenabijen; $u_C(t = 0+) = 0$
2. kroz induktivitet ne teče struja; $i_L(t = 0+) = 0$



- u stacionarnom stanju kondenzator ne propušta istosmjernu struju

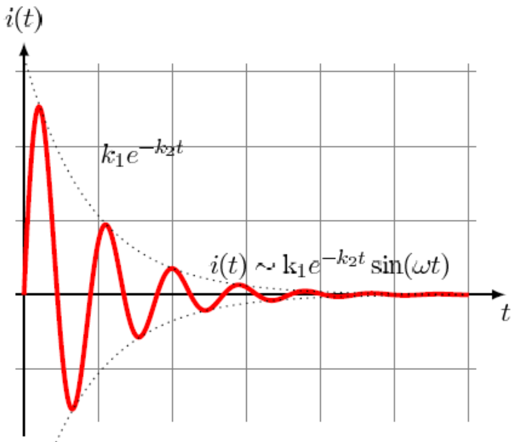
- tijekom prijelazne pojave energija akomulirana u poljukondenzatora odnosno zavojnice titra između C i L i usput disipira na otporniku R. Iznos struje $i(t)$ teži prema nuli.

Valni oblik struje ovisi o vrijednostima elemenata R,L,C. Tako da postoji više slučajeva odnosno valnih oblika:

Aperiodski i granični slučaj

Aperiodski: $R > \sqrt{2\frac{L}{C}}$

Granični: $R = \sqrt{2\frac{L}{C}}$



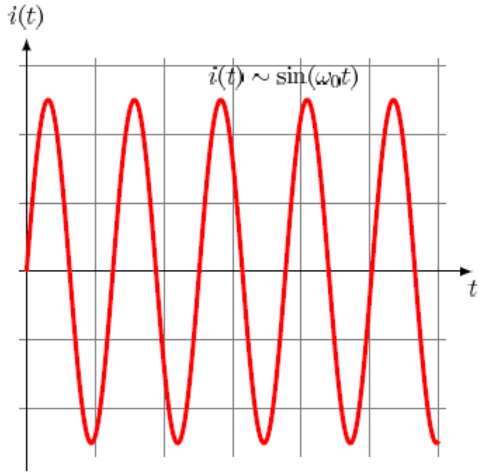
Za periodu T struje $i(t)$ kod graničnog i aperiodskog slučaj vrijedi $T \longrightarrow \infty$.

Prigušeno titranje

Uvjet: $R < \sqrt{2\frac{L}{C}}$

Neprigušeno titranje ili oscilacije

Uvjet: **R=0**



Idealni slučaj:

- Ne postoji omski otpor koji prigušuje amplitudu titranja
- frekvencija titranja $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (Thompsonova formula)
- oscilatori – proizvodnja elektromagnetskih valova