Predavanje 3.1 - 2007./2008.



SNOVE ELEKTROTEHNIKE

Jednostavni krugovi istosmjerne struje

Jednostavni krugovi istosmjerne struje

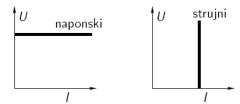


- (i) Idealni naponski i strujni izvor, realni naponski i strujni izvor; vanjska karakteristika izvora
- (ii) Transformacija realnog naponskog izvora u realni strujni izvor i obratno
- (iii) Snaga na izvoru (strujnom i naponskom), na trošilu, maksimalna snaga i stupanj korisnog djelovanja
- (iv) Serijski i paralelni spoj otpora
- (v) Potenciometarski i reostatski spoj
- (vi) Ampermetar, voltmetar, ommetar i vatmetar
- (vii) Potencijalni dijagram
- (viii) Priključak nelinearnog otpora na realni naponski izvor

Idealni naponski i strujni izvor



- struja idealnog istosmjernog naponskog izvora uvjetovana je prilikama u ostatku mreže dok je napon konstantnog iznosa
- napon idealnog istosmjernog strujnog izvora uvjetovan je prilikama u ostatku mreže dok je struja konstantnog iznosa
 - karakteristike idealnih istosmjernih izvora:

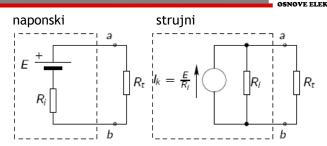


Za idealne izvore vrijedi: napon kod naponskog izvora odnosno struja kod strujnog izvora su konstantnog iznosa i ne ovise o otporu trošila Rt priključenog na izvore

3

Realni naponski i strujni izvor





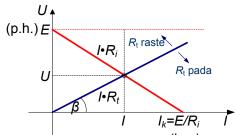
- · slike predstavljaju modele realnih izvora
- realni izvori su ovisni o prilikama u ostatku mreže (ostatak mreže predstavljen je sa otporom trošila $R_{\scriptscriptstyle t}$)
- realni naponski izvor dobijemo serijskim spajanjem otpora $\boldsymbol{R}_{i}\;$ sa idealnim $\;$ naponskim izvorom
- realni strujni izvor dobijemo paralelnim spajanjem otpora $\boldsymbol{R}_{i}\;$ sa idealnim strujnim izvorom
- R_i se naziva unutarnji otpor izvora

Karakteristika realnog naponskog izvora



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- ovisnost napona realnog izvora o struji izvora predstavlja vanjsku karakteristiku izvora
- povećanjem iznosa struje realnog naponskog izvora smanjuje se napon U na njegovim stezaljkama
- napon realnog naponskog izvora ovisi o iznosu otpora trošila Rt



Prazni hod (p.h): $Rt = \infty$, U=E (k.s.)

Kratki spoj (k.s.): Rt =0, U=0, I=Ik

Presjecište karakteristike izvora i karakteristike trošila (otpora)

određuje radnu točku

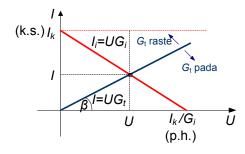
5

Karakteristika realnog strujnog izvora



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

struja realnog strujnog izvora ovisi o otporu trošila Rt



Prazni hod (p.h): $Rt = \infty$, I=0Kratki spoj (k.s.): Rt = 0, I=Ik

Transformacija realnog naponskog izvora u realni strujni izvor i obratno



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

• Struja realnog strujnog izvora je:

$$I = I_k - I_i = I_k - U \cdot G_i$$

• Iz napona realnog naponskog izvora slijedi struja:

$$U = E - I \cdot R_i \implies \frac{U}{R_i} = \frac{E}{R_i} - I \implies I = \frac{E}{R_i} - \frac{U}{R_i}$$

• Izjednačavanjem se dobije:

$$I_k = \frac{E}{R_i} \qquad G_i = \frac{1}{R_i}$$

 Transformacije olakšavaju i pojednostavljuju rješavanje mreža

7

Pravila za transformaciju





Ri strujnog i naponskog izvora su jednaki

- Ik strujnog izvora je: Ik = $\frac{E}{R_i}$
- E naponskog izvora je E = Ik · Ri

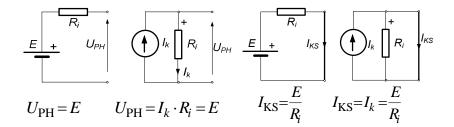




- transformacija vrijedi samo za vanjski dio kruga, a unutar izvora ne vrijedi
- prazni hod: unutar naponskog izvora (E) ne teče struja, unutar strujnog izvora teče struja

Prazni hod

Kratki spoj



9

Analiza snage na realnom naponskom izvoru



Snaga izvora:

$$P_i = E \cdot I = \frac{E^2}{R_i + R_t} = P_t + P_{R_i}$$
; $P_{i_{\text{max}}} = P_i (R_t = 0) = \frac{E^2}{R_i}$

Stupanj korisnog djelovanja:

$$\eta = \frac{P_t}{P_i} = \frac{R_t}{R_i + R_t} \le 1$$

Analiza snage trošila:

$$P_t = E^2 \frac{R_t}{(R_t + R_t)^2}$$
 $R_t = 0 \Rightarrow P_t = 0 ; R_t \to \infty \Rightarrow P_t \to 0$

Uvjet za maksimum snage (naponski izvor)



ROTEHNIKE

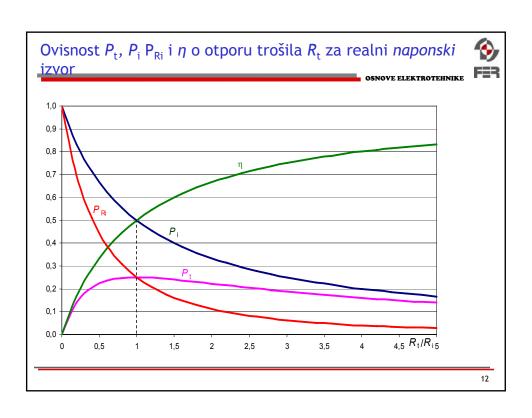
Maksimalnu snagu na potrošaču R_t dobijemo ako vrijedi:

$$R_i = R_t$$

Maksimalna snaga na potrošaču troši se samo ako je unutarnji otpor izvora jednak otporu potrošača.

Određivanje maksimalne snage svodi se na traženje ekstrema funkcije, a kao ilustraciju navodimo uvjet za maksimum:

$$\frac{dPtr}{dRt} = \frac{\left(Ri + Rt\right)^2 \cdot E^2 - 2 \cdot \left(Ri + Rt\right) \cdot E^2 \cdot Rt}{\left(Ri + Rt\right)^2} = 0$$



Primjeri



OVE ELEKTROTEHNIKE

Na izvor su priključena dva različita otpora i izmjerene su vrijednosti napona i struje kroz otpore: U_1 =40 V, I_1 =2 A, U_2 =21 V, I_2 =21 A. Odrediti unutarnji napon E i unutarnji otpor R_i naponskog modela toga izvora.

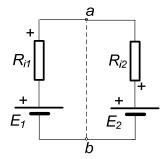
Unutarnji napon naponskog izvora je E=30 V. Kad se na izvor priključi trošilo otpora R, struja u krugu je I=3 A, a napon na stezaljkama izvora U=18 V. Odrediti otpor R trošila i unutarnji otpor izvora R_i .

13





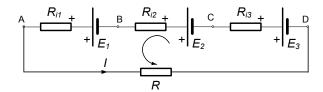
Zadana su dva realna naponski izvora: E_1 =12 V unutarnjeg otpora R_{i1} =1 Ω i E_2 =16 V unutarnjeg otpor R_{i2} =1 Ω . Odrediti napon Uab .





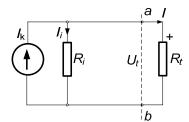
Baterija ima unutarnji napon E=1,25 V i unutarnji otpor $R_i=0,004 \Omega$. Koliko je baterija potrebno spojiti serijski da bi se dobio napon U=115 V: a) kod neopterećenog spoja; b) kad spoj daje struju *I*=25 A.

Na tri naponska izvora spojena serijski priključen je otpor R=1 Ω. Unutarnji naponi izvora su $E_1=2,2$ V, $E_2=1,1$ V i $E_3=0.9 \text{ V a unutarnji otpori su } R_{i1}=0.2 \Omega, R_{i2}=0.4 \Omega \text{ i}$ R_{i3} =0,5 Ω . Odrediti napon U_{AD} , struju I te snagu na otporu R.



Analiza snage na realnom strujnom izvoru





$$I_k = I + I_i$$
; $U_t = I \cdot R_t = I_i \cdot R_i$

$$I_{k} = I + I_{i} \quad ; \quad U_{t} = I \cdot R_{t} = I_{i} \cdot R_{i}$$

$$\Rightarrow I = I_{k} \frac{R_{i}}{R_{i} + R_{t}} \; ; \; I_{i} = I_{k} \frac{R_{t}}{R_{i} + R_{t}}$$

• Snaga na trošilu:

$$P_t = I^2 \cdot R_t = I_k^2 \frac{R_i^2 \cdot R_t}{(R_i + R_t)^2}$$

Snaga na unutarnjem otporu izvora:

$$P_{R_i} = I_i^2 \cdot R_i = I_k^2 \frac{R_t^2 R_i}{(R_i + R_t)^2}$$

Uvjet za maksimum snage (strujni izvor)



EKTROTEHNIKE

Uvjet maksimalne snage na trošilu $\mathbf{R}_{\mathbf{t}}$ je isti kao kod naponskog izvora:

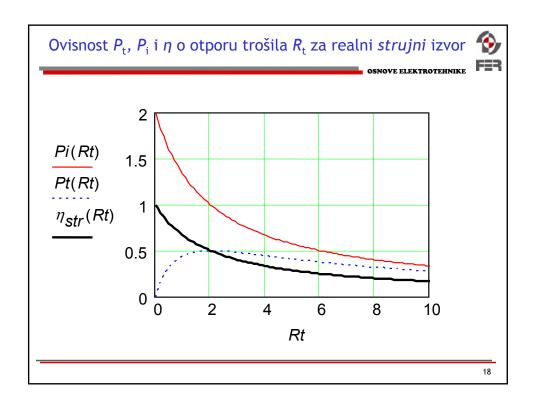
$$R_i = R_t$$

uvjet se dobije se traženjem ekstrema funkcije:

$$\frac{dPt}{dRt} = \frac{I^2 \cdot Ris^2 \cdot \left(Ris + Rt\right)^2 - 2 \cdot \left(Ris + Rt\right) \cdot Rt \cdot I^2 \cdot Ris^2}{\left(Ris + Rt\right)^2} = 0$$

Stupanj korisnog djelovanja realnog strujnog izvora: (nije isti izraz kao kod realnog naponskog izvora!)

$$\eta_s = \frac{Pt}{Pis} = \frac{Ris}{Ris + Rt}$$



Primjer



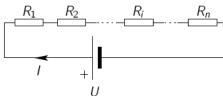
Naponski izvor unutarnjeg napona E=20 V i unutarnjeg otpora $R_i=4 \Omega$ predaje trošilu otpora R_1 snagu P uz stupanj iskorištenja $\eta_1=0,2$. Isti izvor trošilu otpora R_2 predaje istu snagu P uz stupanj iskorištenja η_2 . Odrediti otpore R_1 i R_2 te snagu P.

19

Serijski spoj otpora



- Serijski spoj otpora:
- neka je zadano n otpornika spojenih u seriju:



• tada prema KZN (II KZ) vrijedi za ukupni otpor serije:

$$U=I\cdot R_1+I\cdot R_2+\ldots I\cdot R_i+\ldots I\cdot R_n=I\cdot \sum_{i=1}^n R_i=R\cdot I$$
 odnosno:

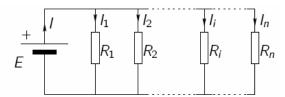
$$R = R_1 + R_2 + \dots R_i + \dots R_n = \sum_{i=1}^n R_i$$

Paralelni spoj otpora



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

• neka je zadano n otpornika spojenih u paralelu:



• tada prema KZS (IKZ) vrijedi za ukupni otpor paralele:

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_i} + \dots + \frac{U}{R_n} = U \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} = \frac{U}{R}$$
 odnosno:

 $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_i} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$

21



- OSNOVE ELEKTROTEHNIKE
- nadomjesni otpor složenijih mreža izračunavamo primjenjujući formule za serijski ili paralelni spoj otpornika
- postoje slučajevi kada nije moguće izračunati nadomjesni otpor samo primjenom formula za serijski ili paralelni spoj otpora
- za takve slučajeve mogu se npr. koristiti transformacije (trokutzvijezda i sl. što će se kasnije analizirati)
- Osim preko otpora, mreže se mogu analizirati i preko vodljivosti:

$$G = \frac{1}{R}[S]$$

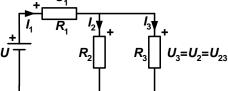
Riješeni primjer:



Za primjer na slici izračunati Ruk te struju i napon svakog od otpora: u_1

$$R_{\text{uk}} = R_1 + (R_2 || R_3)$$

 $(R_2 || R_3) = R_{23} = R_2 \cdot R_3 / (R_2 + R_3)$
 $R_{\text{uk}} = R_1 + R_{23}$



$$I_{\mathsf{uk}} = U/R_{\mathsf{uk}} = I_1 \quad U_1 = I_1 \cdot R_1 \quad U_{23} = U - U_1 \quad I_2 = U_{23}/R_2 \quad I_3 = U_{23}/R_3 \quad I_1 = I_2 + I_3$$

Kad bi na izvor, umjesto cijeloga spoja, priključili samo otpor $R_{\rm uk}$ izvor bi dao jednaku struju I, pa otpor $R_{\rm uk}$ nazivamo **nadomjesni otpor** spoja

❖ Što se dogodi sa strujom i naponom svakog od otpora ako se R₃ poveća?

23

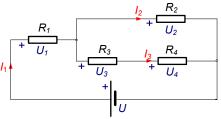
Primjeri



Zadana su 4 otpora: R_1 =1 Ω , R_2 =2 Ω , R_3 =3 Ω i R_4 =4 Ω . Kako ih treba povezati da bi se dobio ukupni otpor od: a) 2,5 Ω b) 1 Ω ?

U krugu prema slici odrediti ukupni otpor, struje i napone na otporima. Zadano je:

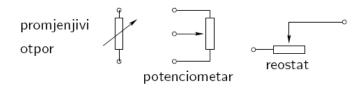
$$U$$
=12 V, R_1 =15 Ω ,
 R_2 =36 Ω , R_3 =10 Ω ,
 R_4 =2 Ω .



Potenciometarski i reostatski spoj



OSNOVE ELEKTROTEHNIK



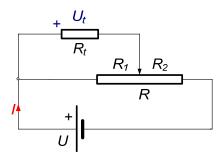
- položaj klizača određuje odnos napona
- potenciometar je naponsko dijelilo
- potenciometar služi kao npr. kao regulator glasnoće u audio pojačalima (to su tzv. logaritamski potenciometri jer je položaj klizača i iznos otpora u logaritamskom odnosu)
- reostat koristimo kao regulator struje (kod dimenzioniranja treba paziti na nazivnu struju reostata)

25

Potenciometarski spoj



• Analiza utjecaja otpora trošila $R_{\rm t}$ na napon trošila $U_{\rm t}$ u ovisnosti o položaju klizača potenciometra ${m k}$



$$R_1 = k \cdot R \; ; \; R_2 = (1 - k)R$$

$$0 \le k \le 1$$

$$I = \frac{U}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_t}{R_1 + R_t}} \; \; ; \; \; U_t = I \, \frac{R_1 \cdot R_t}{R_1 + R_t}$$

Primjer



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

Na potenciometar otpora $R=100~\Omega$ priključeno je trošilo otpora $R_{\rm t}$. Na kojem dijelu potenciometra treba postaviti klizač da bi na trošilu imali polovicu napona izvora, ako je otpor $R_{\rm t}$ iznosa:

- a) 10Ω
- b) 50 Ω ?

27

Ampermetar, voltmetar, vatmetar i ommetar



- iznos nepoznatih električnih veličina mjerimo odgovarajućim instrumentima koje spajamo na sljedeći način:
 - napon voltmetrom spojenim u paralelu s dvopolom na kome mjerimo nepoznati napon
 - struju ampermetrom spojenim u seriju s dvopolom kroz koji mjerimo nepoznatu struju
 - snagu vatmetrom tako da su naponske stezaljke spojene u paralelu a strujne u seriju
 - otpor mjerimo ommetrom (mjerenje nepoznatog otpora je u stvari mjerenje iznosa struje koju daje izvor napona u samom instrumentu)



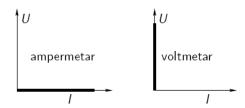
–⊘— voltmetar

—₩ vatmetar

Idealni instrumenti



- kao što se idealiziraju elementi mreže idealiziraju se i mjerni instrumenti:
 - idealni voltmetar ima beskonačan otpor $R_v = \infty$
 - idealni ampermetar ima otpor jednak nuli R_A = 0
 - idealni vatmetar ima otpor naponske grane beskonačan a strujne nula
- Kod rješavanja mreža:
 - idealni ampermetar u električnoj shemi predstavlja kratki spoj
 - idealni voltmetar u električnoj shemi predstavlja prazni hod



29

Realni instrumenti



- realni instrumenti imaju (vlastiti) unutarnji otpor na kojem se tijekom mjerenja troši energija i time smanjuje točnost mjerenja Realni instrumenti se dijele na analogne i digitalne. Kroz tipični analogni instrument kod punog otklona teče struja od 100µA dok je na njegovim stezaljkama napon od 100mV što daje vlastiti otpor od 1KΩ. Takav instrument "postaje" ampermetar ili voltmetar tek kada mu se dodaju odgovarajući predotpori koje nazivamo shunt ili šant.
 Glavni zadatak takvih predotpora (shuntova) je da preuzmu na sebe "višak" napona ili struje tako da za mjerenje napona dodajemo otpore u seriju a za mjerenje struje otpore u paralelu
- Svojstvo realnog ampermetra je relativno mali vlastiti otpor koji varira ovisno o mjernom području instrumenta
- Svojstvo realnog voltmetra je relativno veliki otpor koji također varira ovisno o mjernom području instrumenta
- sa načinom upotrebe mjernih instrumenata upoznati ćete se detaljnije tijekom rada u laboratoriju

Ampermetar



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- · Mjeri struju u krugu.
- Uključuje se serijski
- Idealni ampermetar: $R_A=0$
 - nema pada napona na njemu



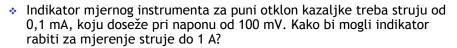
- stvara se na njemu pad napona I-RA
- Realni ampermetri trebaju imati što manji vlastiti otpor

31

Primjer: proširenje mjernog područja ampermetra







- Koliki otpor bi trebalo spojiti paralelno s indikatorom da bi mu mjerno područje proširili do vrijednosti od 1 A?
- Koliki bi bio unutarnji otpor takvog ampermetra?

Rješenje:

Indikator bi mogli rabiti za mjerenje struje veće od 0,1 mA tako da se višak struje do 1 A (1–0,0001=0,9999 A) odvede kroz otpor spojen paralelno indikatoru (djelilo struje). Kako je otpor indikatora R_i =1 k Ω , paralelno spojeni otpor (*šant* od engl. *shunt*) trebao bi iznositi

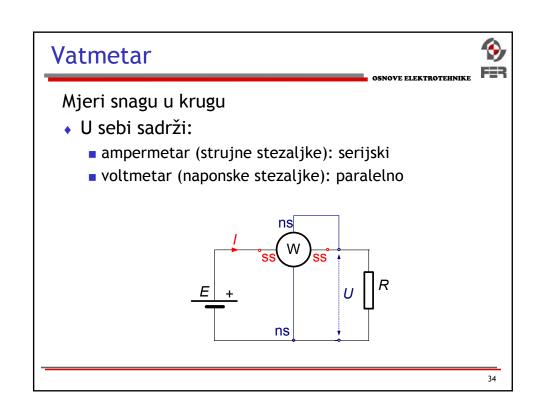
$$R_1 = R_i(0.0001/0.9999) = 0.1 \Omega$$

Rezultantni unutarnji otpor $R_{\rm A}$ ovako napravljenog ampermetra jednak je ukupnom otporu paralelnog spoja otpora $R_{\rm i}$ i $R_{\rm 1}$, tj.

$$R_{\Lambda} = R_{1} R_{1} / (R_{1} + R_{1}) = 100 / 1000, 1 \approx 0,099 \Omega \text{ (ispod } 0,1 \Omega!)$$

Voltmetar Mjeri napon u krugu Uključuje se paralelno Idealni voltmetar: R_V=∞ ne teče struja kroz njega Realni voltmetar: R_V≠∞ teče struja kroz njega I_V

Realni voltmetri trebaju imati što veći vlastiti otpor

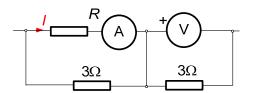


Primjer



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

Idealni instrumenti u krugu prema slici pokazuju $I_A=2$ A i $U_V=18$ V. Odrediti iznos otpora R.



35

Potencijalni dijagram





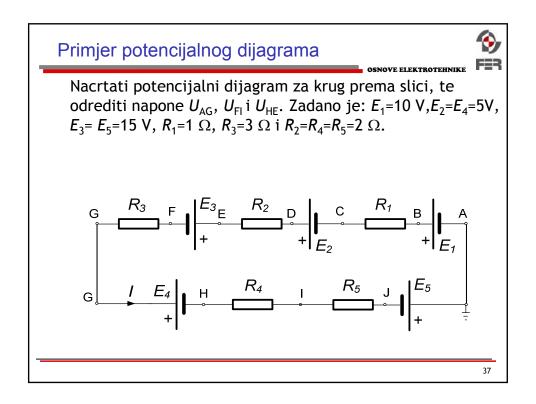
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

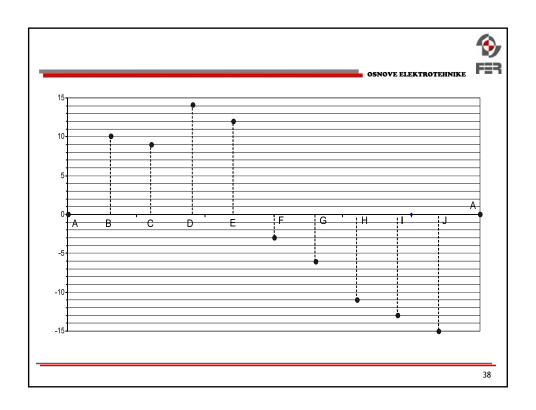
Potencijalni dijagram definira potencijale točaka u mreži u odnosu na zadanu točku referentnog potencijala.

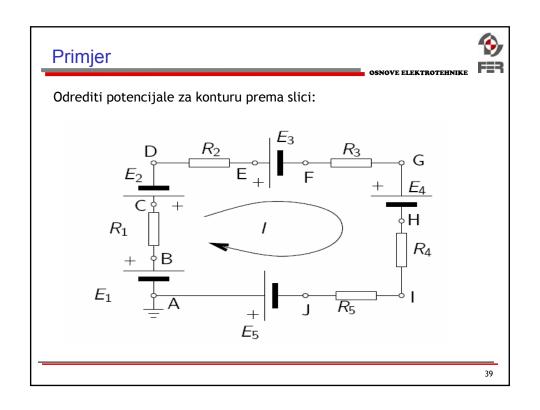
Potencijalni dijagram je graf funkcije potencijala koji na x-osi ima točke iz mreže a na y osi potencijale '.

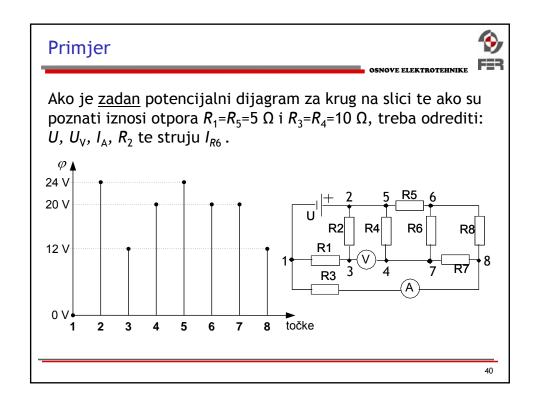
Za zadanu shemu potencijalni dijagram dobivamo slijedećim postupkom:

- (i) u zadanoj shemi mreže moraju biti označene točke za koje se određuje potencijalni dijagram
- (ii) definira se točka nultog potencijala (njezin potencijal je $\phi=0$)
- (iii) odrede se sve struje koja teču kroz grane
- (iv) polazeći od točke nultog potencijala određuju se potencijali svake od točaka (npr. $\varphi_{i+i} = \varphi_i \pm I_j \cdot R_k$ ako se između točaka x_{i+1} i x_i nalazi otpornik R_k)
- (v) potencijali točke se ucrtaju u potencijalni dijagram









Rješenje prethodnog primjera:



- Da bismo mogli nacrtati prikazani potencijalni dijagram, trebalo bi poznavati napon izvora i sve otpore razmatranog kruga, pa izračunati struje te pomoću njih izračunati potencijale pojedinih točaka, uzevši točku 1 kao referentnu (s potencijalom 0V).
- U ovom primjeru je slučaj obrnut. Potencijalni dijagram je zadan (izmjeren), a na temelju njega mogu se odrediti značajke kruga, kako slijedi:

$$U=\varphi_2-\varphi_1=$$
 24 V; $U_V=\varphi_4-\varphi_3=$ **8 V**; $I_A=U_{R3}/R_3=(\varphi_8-\varphi_1)/R_3=(12 \text{ V})/(10 \Omega)=$ **1.2 A**;

 $R_2 = R_1 = 5 \Omega$ (dijele napon izvora na dva jednaka dijela);

Na otporu R_6 je napon $U_{R6}=\varphi_6-\varphi_7=0$ V, što znači da je $I_{R6}=U_{R6}/R_6=0$ A, tj.

 $kroz\ otpor\ R_6$ ne teče struja! Otpor R_6 stoga ne utječe na prilike u krugu te bi ga mogli i odspojiti a da se struje i naponi u krugu ne promijene!

❖ S pomoću ovoga saznanja pokušajte za vježbu odrediti otpore R₇ i R₈!

4

Priključak linearnog otpora na realni naponski izvor Izvor i trošilo su dvopoli spojeni međusobno (u točkama a i b), zbog čega imaju isti napon $(U_{\rm p})$ i istu struju $(I_{\rm p})$ I_{R} pa se njihove UI karakteristike sijeku U_{R} u jednoj točki (radna točka T) kako pokazuje slika desno. Sjecište UI karakteristika izvor izvora i otpora R (radna točka T) određuje napon i struju trošila, kao i pad napona na unutarnjem otporu izvora $(I_p \cdot R_i)$ * Kako bi analitički odredili struju i napon trošila?

