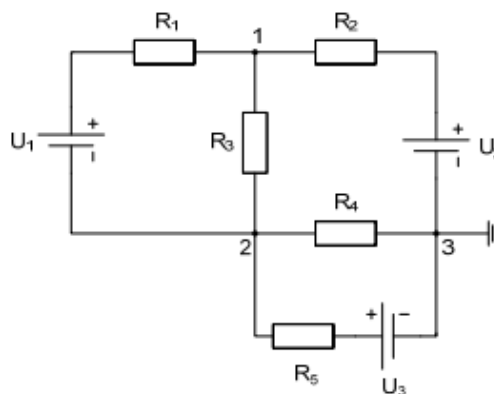


1. Odrediti potencijale čvorova 1 i 2 u mreži prema slici. Zadano je: $U_1 = 20 \text{ V}$, $U_2 = 4,1 \text{ V}$, $U_3 = 16 \text{ V}$, $R_1 = R_3 = R_4 = 5 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_5 = 4 \Omega$.

- A) $\varphi_1 = 8,5 \text{ V}$, $\varphi_2 = 2 \text{ V}$
 B) $\varphi_1 = 8,5 \text{ V}$, $\varphi_2 = 4 \text{ V}$
 C) $\varphi_1 = 4,25 \text{ V}$, $\varphi_2 = 2 \text{ V}$
 D) $\varphi_1 = 4,25 \text{ V}$, $\varphi_2 = 4 \text{ V}$
 E) $\varphi_1 = 10,5 \text{ V}$, $\varphi_2 = 2 \text{ V}$



Ovaj zadatak trebamo rjesiti metodom potencijala čvorova. također treba primjetiti da je čvor 3 direktno spojen na masu pa znamo da mu potencijal 0V.

Tu metodu koristimo tako da odaberemo jedan čvor te ga pomnožimo sa zbrojem vodljivosti svih grana koje se u njemu spajaju s umnoškom svakog susjednog čvora s vodljivošću koja je između ta dva čvora. To je jednako strujama u granama između tih čvorova zato na desnu stranu stavljamo struje. Ako je izvor okrenut tako da je + izvora prema čvoru za koji pisemo jednadžbu predznak je +, ako je prema čvoru okrenut – predznak je -.

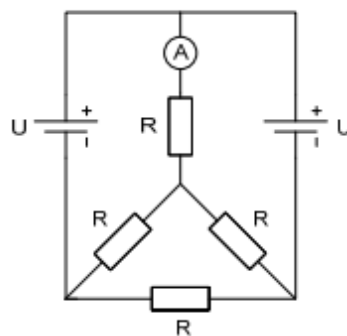
$$\text{ČVOR 1: } \varphi_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - \varphi_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) - \varphi_3 \frac{1}{R_2} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}$$

$$\text{ČVOR 2: } \varphi_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - \varphi_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) - \varphi_3 \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) = \frac{U_3}{R_5} - \frac{U_1}{R_1}$$

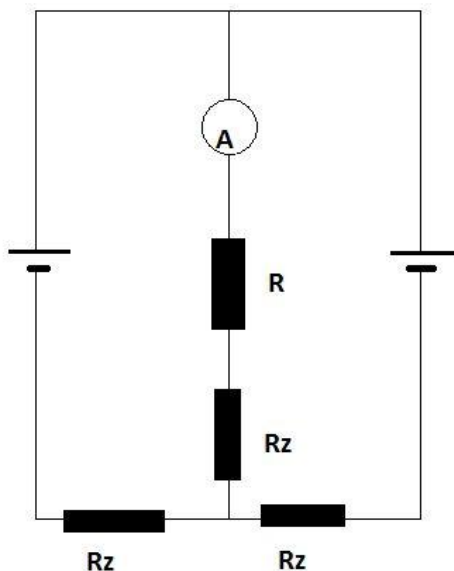
$$\text{ČVOR 3: } \varphi_3 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - \varphi_2 \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - \varphi_1 \frac{1}{R_2} = -\frac{U_3}{R_5} - \frac{U_2}{R_2}$$

2. Odrediti struju koju mjeri ampermetar u krugu prema slici. Zadano je: $R = 30 \Omega$, $U = 18 \text{ V}$.

- A) 1 A
- B) 0,4 A
- C) 2,5 A
- D) 0,8 A
- E) 2 A



U donjem dijelu ovog zadatka vidimo da je spoj otpornika u trokut i njega ćemo pretvoriti u zvijezdu. za uzracunavanje vrijednosti tih otpora imamo formulu koja se može naći u podsjetniku za prvi ciklus milim da je u trećem stupcu ☺. sada kada smo to napravili možemo vidjeti da imamo dva čvora. za situacije kada imamo samo dva čvora možemo koristiti Millmana koji kaže da je napon između dvije točke jednak omjeru sume svih struja (ako ulaze u čvor iz kojeg gledamo imaju predznak + ako izlaze imaju predznak -) i sume svih vodljivosti između ta dva čvora. u ovom zadatku ćemo između dva čvora izračunati napon pomoću kojeg ćemo odrediti struju kroz ampermetar.



pretvaranjem trokuta u zvijezdu smo dobili da nam je vrijednost svakog od ovih otpora po 10 oma Milman

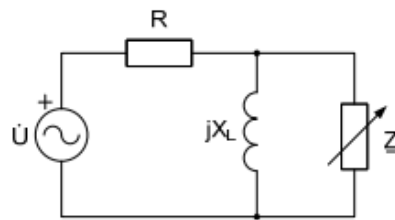
$$U_{ab} = \frac{\frac{U}{R_z} + \frac{U}{R_z}}{\frac{1}{R_z} + \frac{1}{R_z} + \frac{1}{R_z + R}} = \frac{1,6A + 1,6A}{\frac{9}{40} S} = 3,6A * \frac{40}{9} \Omega = 16V$$

U_{ab} nam je znaci napon na grani u kojoj je spojen ampermetar i da bi dobili struju u toj grani sve što trebamo sada napraviti je podijeliti taj napon s ukupnim otporom te grane (ohmov zakon)

$$I_A = \frac{U_{ab}}{R_z + R} = \frac{16V}{40\Omega} = 0,4A$$

3. Odrediti maksimalnu snagu koja se može razvijati na promjenjivoj impedanciji \underline{Z} u krugu prema slici. Zadano je: $\underline{\dot{U}} = 20\angle 0^\circ \text{ V}$, $R = 10 \Omega$, $X_L = 10 \Omega$.

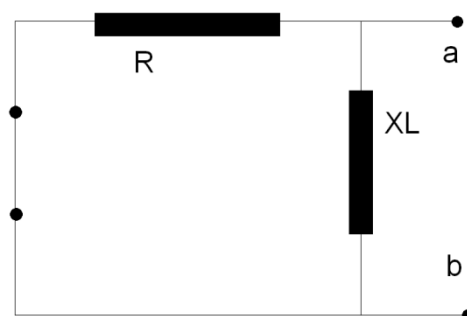
- A) 2,5 W
B) 5 W
C) 10 W
D) 14,1 W
E) 7,1 W



Ovaj zadatak cu rjestiti uporabom thevenina i ono sto ovdje trebamo znati je da otpor na kojem ce se razviti maksimalna snaga jednak je ili kompleksno konjugiranoj vrijednosti theveninovog otpora ili apsolutnoj vrijednosti theveninovog otpora.

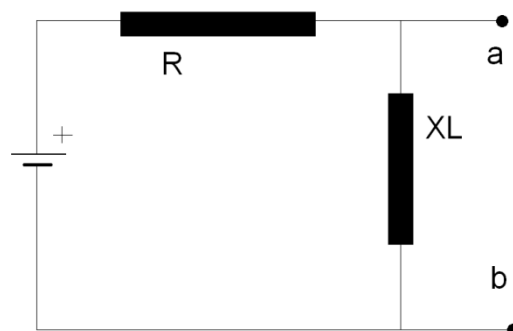
1 korak theveninov otpor

iz slike se vidi da je theveninov otpor R_t jednak paralelnom spoju ova dva zadana otpora



$$R_t = \frac{10 * j10}{10 + j10} * \frac{10 - j10}{10 - j10} = \frac{100j(10 - j10)}{200} = \frac{10 + j10}{2} = 5 + j5 = 5\sqrt{2} \angle 45^\circ$$

2 korak. ono sto trebamo sada izracunati je theveninov napon U_t . iz glavne sheme mozemo vidjeti da nam je otpor na kojem trazimo snagu paralelno spojen sa zavojnicom stoga kada vratimo naponski izvor U_t ce nam biti jednak naponu na zavojnici

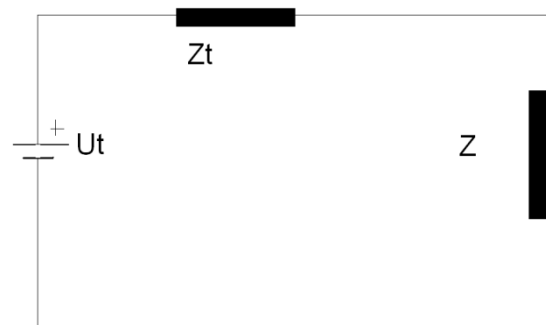


prvo cemo izracunati struju kroz krug jer obzirom da je serijski spoj struja je svugdje ista a napon se mijenja

$$I = \frac{20\angle 0^\circ}{10\sqrt{2}\angle 45^\circ} = \frac{2}{\sqrt{2}} \angle -45^\circ$$

$$U_T = I * X_L = \frac{2}{\sqrt{2}} \angle -45^\circ * 10\angle 90^\circ = \frac{20}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ$$

3 korak sada se vracamo na pocetnu shemu i uzmimo da nam je trazeni otpor od vec spomenute dvije opcije prva, znaci kompleksno konjugirana vrijednost theveninovog otpora i crtamo nadomjesnu shemu za theveninov spoj
 $z=5-j5$

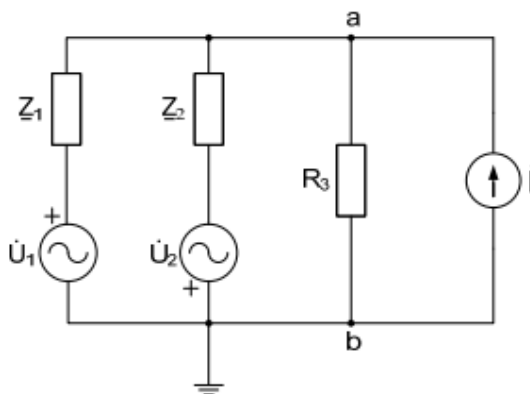


gledajuci nadomjesnu shemu vidimo da su obe impedancije spojene u seriju , a gledajuci njihove vrijednosti vidimo da se imaginarni dijelovi krate i da nam ostaje samo zbroj realnih vrijednosti koji je jednak 10. kada podjelimo U_t s tim otporom dobijamo vrijednost $\frac{2}{\sqrt{2}} \angle -45^\circ$.
 snagu cemo dobiti tako da pomnozimo kvadrat te struje s vrijednoscu otpora na kojem mjerimo.

$$P = I^2 * \text{Re}\{Z\} = \frac{4}{2} * 5 = 10W$$

4. Odrediti potencijal točke a u mreži prema slici. Zadano je: $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = 1\angle 0^\circ \text{ V}$, $\dot{I} = 3\angle 90^\circ \text{ A}$, $\underline{Z}_1 = 1+j (\Omega)$, $\underline{Z}_2 = 1-j (\Omega)$, $R_3 = 1 \Omega$.

- A) $2\angle 90^\circ \text{ V}$
- B) $1\angle 0^\circ \text{ V}$
- C) $2\angle 45^\circ \text{ V}$
- D) $2\angle 0^\circ \text{ V}$
- E) $1\angle 90^\circ \text{ V}$



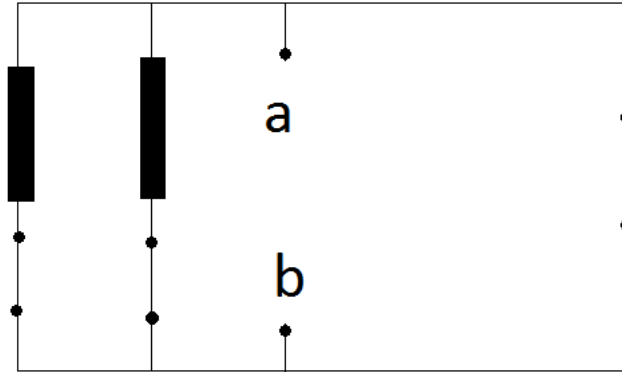
E ovaj je jako lagan. imamo dva cvora i treba nam napon između ta dva cvora što znači millman ☺

$$U_{ab} = \frac{\frac{U_1}{Z_1} - \frac{U_2}{Z_2} + I}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{R}} = \frac{\frac{1\angle 0}{1+j} - \frac{1\angle 0}{1-j} + 3\angle 90}{\frac{1}{1+j} + \frac{1}{1-j} + \frac{1}{1}} = \frac{\frac{1-j-1-j}{2} + 3j}{\frac{1+j+1-j}{2} + 1} = \frac{\frac{-2j+6j}{2}}{\frac{2+2}{2}} = \frac{4j}{4} = j = 1\angle 90^\circ$$

5. Odrediti parametre nadomjesnog Nortonovog izvora I_N i Z_N (između točaka a i b) za mrežu iz zadatka 4, ako uklonimo otpor R_3 .

- A) $2j\text{ A}, 1\ \Omega$ B) $1\text{ A}, 2\ \Omega$ C) $2\text{ A}, 1\ \Omega$ D) $2j\text{ A}, 2\ \Omega$ E) $1j\text{ A}, 2\ \Omega$

Uklanjam otpor R_3 jer trazimo struju kroz njega



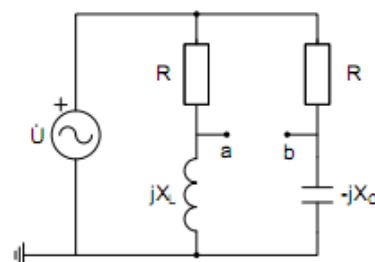
Prvo cemo iz ove nadomjesne sheme iscitati nortonov opor i vidimo kad smo uklonili sve izvore da je nortonov otpor R_n jednak paralelnom spoju ove dvije impedancije pa cemo i izracunati taj ukupan otpor

$$R_T = \frac{Z_1 * Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(1+j)(1-j)}{1+j+1-j} = \frac{2}{2} = 1$$

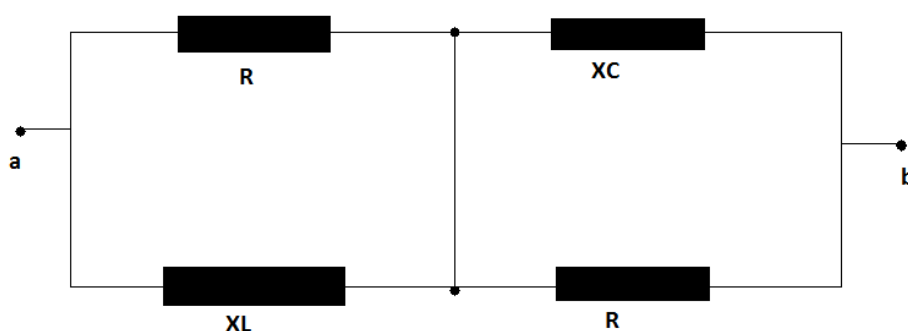
Eh sada cemo izracunati struju i to radimo tako da stezaljke a i b spojimo kratko i superpozicijom racunamo struju kroz taj kratkospojnik. Ta struja ispada $2j\text{ A}$ i tocan odg je pod $a\ 2j\text{ A } 1\ \Omega$

6. Odrediti parametre nadomjesnog Theveninovog izvora \underline{Z}_T , \underline{E}_T obzirom na stezaljke a i b za mrežu prema slici. Zadano je: $\underline{U} = 100\sqrt{2}\angle 0^\circ \text{ V}$, $R = X_L = X_C = 100 \Omega$.

- A) $100\angle 0^\circ \Omega$, $100\sqrt{2}\angle 0^\circ \text{ V}$
- B) $100\angle 0^\circ \Omega$, $100\sqrt{2}\angle 90^\circ \text{ V}$
- C) $100\angle 90^\circ \Omega$, $100\sqrt{2}\angle 0^\circ \text{ V}$
- D) $100\angle 90^\circ \Omega$, $100\sqrt{2}\angle 90^\circ \text{ V}$
- E) $100\angle 0^\circ \Omega$, $100\sqrt{2}\angle -90^\circ \text{ V}$



U ovom zadatku je najveći problem izračunati theveninov otpor. To nam postaje puno lakše ako nacrtamo drukcije shemu kao na slici ispod.



Ovdje vidimo da je ovo zapravo mostni spoj i u ovom slučaju most je u ravnoteži što znači da kroz ovu okomitu granu se prolazi struja pa zapravo imamo u seriju R i X_C spojeno paralelno sa serijom R i X_L .
 $R_t = (R + X_C) \parallel (R + X_L)$

$$R_t = \frac{(100 + j100)(100 - j100)}{100 + j100 + 100 - j100} = \frac{20000}{200} = 100\angle 0^\circ$$

Kako je ovo paralelan spoj napon u svakoj grani je isti, a obzirom da su otpori jednaki ali pod različitim kutovima iznosi struje su također jednaki ali pod različitim kutovima. Iznos obe struje je 1 pri čemu ona koja prolazi kroz RC seriju je pod kutem $+45^\circ$, dok je ona koja prolazi kroz RL seriju pod kutem od -45° .

$$I = \frac{U}{Z}$$

$$I_{RC} = \frac{U}{Z_{RC}} = 1\angle 45^\circ$$

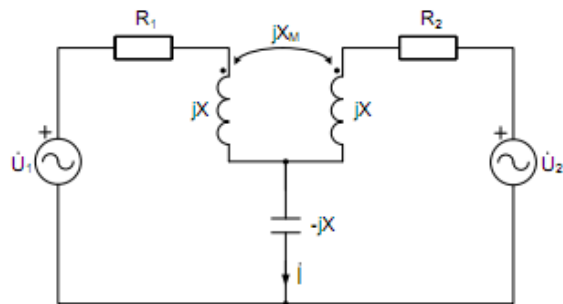
$$I_{LC} = \frac{U}{Z_{LC}} = 1\angle -45^\circ$$

Sada pomoću tih struja možemo konačno dobiti theveninov napon tako da izračunamo apsolutnu vrijednost razlike pada napona na R grane LC i X_C grane RC.

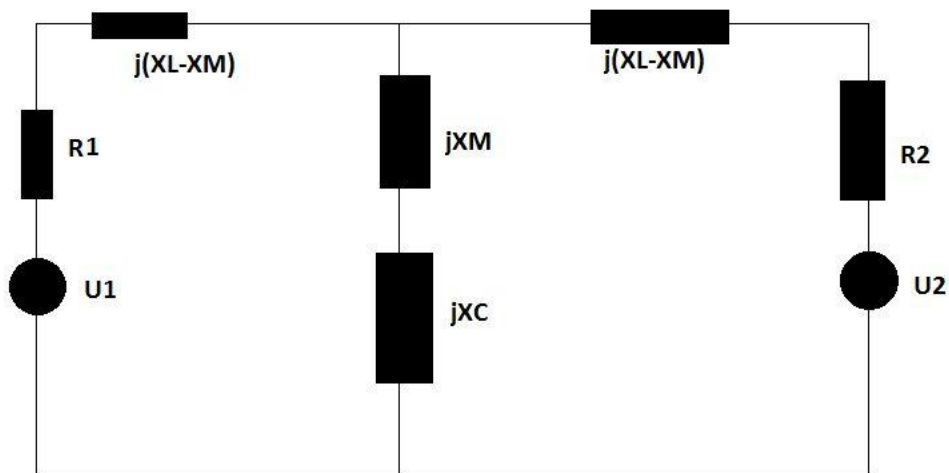
$$U_T = |I_{RC} * X_C - I_{RL} * R| = |1\angle -45^\circ * 100\angle 90^\circ - 1\angle 45^\circ * 100\angle -90^\circ| = 100\angle 90^\circ$$

7. Odrediti struju \vec{i} u krugu prema slici. Zadano je: $\vec{U}_1 = 10\angle 0^\circ \text{ V}$, $\vec{U}_2 = 5\angle 90^\circ \text{ V}$, $X = X_M = 10 \Omega$, $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$.

- A) $2\sqrt{2}\angle 90^\circ \text{ A}$
 B) $2\angle 45^\circ \text{ A}$
 C) $2\angle 90^\circ \text{ A}$
 D) $\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{ A}$
 E) $\sqrt{2}\angle 90^\circ \text{ A}$



U ovom zadatku trebamo pretvoriti ovaj spoj sa zavojnicama. Tu imamo meduinduktivitet i kako su tockice okrenute na istu stranu pa u dvije grane dobivamo $X_L - X_M$ a u granu gdje je kapacitet stavljamo $+X_M$ kao na slici.

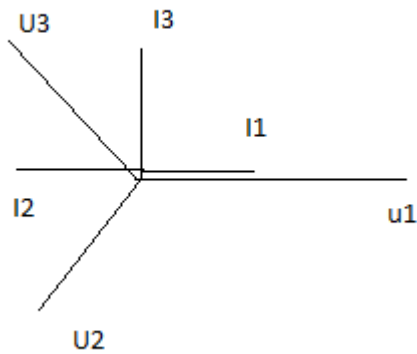


Oдавде se vidi kako je X_M iste vrijednosti kao i X_L i X_L . To znaci da se oni ponistavaju i sve sto nam u spoju ostaje su realni otpori. Dalje superpozicijom racunamo struju.

Da ne stavljam sada za svaku situaciju posebnu sliku mozemo vidjeti da u grani s kondenzatorom nema nikakvog otpora sto znaci da je napravljen kratki spoj i za situaciju kada ostavljamo U_1 upaljen imamo na njega vezan samo R_1 i prva struja je jednaka njihovom omjeru. Opet ista situacija kad ostavljamo U_2 upaljen na njega imamo na njega spojen samo R_2 i ta druga struja je jednaka njihovom omjeru. Orva struja nam je $1\angle 0$, a druga $1\angle 90$. Njihov zbroj je jednak $1+j$ sto je jednako $\sqrt{2}\angle 45$.

8. Impedancije nesimetričnog trošila u zvijezda spoju s nul-vodičem su: $\underline{Z}_1 = 10 \Omega$, $\underline{Z}_2 = 10 \angle 60^\circ \Omega$ i $\underline{Z}_3 = 10 \angle 30^\circ \Omega$. Trošilo je spojeno na simetrični trofazni izvor. Odrediti struju kroz nul-vodič ako je fazni napon izvora $\dot{U}_1 = 100 \angle 0^\circ \text{ V}$.

A) 10 A B) j10 A C) -10 A D) -j10 A E) 0



Ovo je zadatak koji se rješava u 2 min pomoću grafa. Prvo ćemo pogledati da je simetrični izvor što znači da su isti iznosi napona i svi su međusobno pomaknuti za 120 stupnjeva. Impedancije imaju iste apsolutne vrijednosti ali različite kuteve tako da su sve struje iznosa 10 ali pod različitim kutovima. Tako uspoređujući napon svake faze sa pripadnom joj impedancijom dobivamo kut struje svake faze i dobivamo da je i_1 pod 0 stupnjeva, i_2 pod 180 stupnjeva i i_3 pod 90 stupnjeva. Kako su i_1 i i_2 suprotnih smjerova možemo ih odmah oduzimati a kako su isti iznosi poništavaju se i ostaje nam samo i_3 koja iznosi $10 \angle 90^\circ$ što je jednako $j10$.

9. Simetrično trofazno trošilo spojeno je u trokut spoju na simetrični trofazni izvor linijskog napona $U_l = 380 \text{ V}$. Ako je impedancija jedne faze trošila $\underline{Z} = 19 \angle 30^\circ \Omega$, odrediti ukupnu radnu i jalovu snagu trošila.

- A) 11,40 kW, 6,59 kVAr
- B) 13,97 kW, 8,06 kVAr
- C) 6,59 kW, 3,80 kVAr
- D) 19,75 kW, 11,40 kVAr
- E) 16,12 kW, 9,31 kVAr

U ovom zadatku prvo što trebamo vidjeti je da su u svim fazama iste impedancije i najlakše nam je odmah razdvojiti realni od imaginarnog dijela jer znam apsolutnu vrijednost i kut pa dobijamo da je impedancija $16,45 + j9,5$

Iz impedancije i napona ćemo izračunati struju koja je jednaka $380/19 = 20$

Realna snaga jedne faze je umnožak kvadrata struje i omskog otpora i iznosi 6580W

Kako imamo 3 faze da bi dobili ukupnu snagu trebamo ovu prije pomnožiti s 3 i onda dobivamo 19,74Kw

Da bi dobili jalovu pomnožit ćemo kvadrat struje i imaginarni dio impedancije što iznosi 3,8kVAr, opet to trebamo pomnožiti s 3 da bi dobili ukupnu i dobivamo 11,40kVAr

10. Odrediti radnu snagu serijskog R, L, C spoja na kojeg je priključen izvor napona $u(t) = 2 + 4 \sin(\omega t) + 8 \sin(2\omega t)$ (V). Otpor je $R = 2 \Omega$, a reaktancije za kružnu frekvenciju ω iznose $X_L = 2 \Omega$ i $X_C = 4 \Omega$.

A) 18 W B) 12 W C) 10 W D) 32 W E) 25 W

U_0 nam je ovdje 2V i to je istosmjerna struja te cim nema frekvencije struja ne teec za tu vrijednost jer je sav pad napona na kondezatoru.

$R=2$ vrijedi za sve frekvencije

Za prvu osnovnu reaktanciju imamo da nam je $X_L=2$ a $X_C=4$

Znaci da nam je tada ukupna impedancija tog kruga $2-2j$ jer je serijski spoj

Efektivna vrijednost struje za taj slucaj je omjer efektivne vrijednosti napo za tu reaktanciju i impedancije za tu reaktanciju

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{Z} = \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}}{2-2j} = 1$$

Za drugi slucaj radimo isto ovo samo trebao pripaziti da je reaktancija 2 puta veca sto znaci da je otpor X_C pao 2 puta a X_L se povecao tako da je u ovom slucaju impedancija $2+2j$

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{Z} = \frac{\frac{8}{\sqrt{2}}}{2+2j} = 2$$

Sada uzimamo formulu za ukupnu struju koja kaze da je ukupna efektivna jednaka korjenu zbroja kvadrata svih efektivnih vrijednosti

$$I_{ef} = \sqrt{0^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

Jedna stvar na koju treba paziti u ovakvim zadacima je to da su napisali da se trazi RADNA SNAGA, a to je snaga samo na OTPORU R. Takoder nekada znaju samo napisati da se trazi snaga a rjesenja staviti u W sto je opet radna snaga.

Snagu racunamo umnoskom kvadrata struje i otpora i to iznosi 10W.