

# Osnove Elektrotehnike

Električna struja i pripadne pojave

## Sadržaj:

Elementi strujnog kruga

Električna struja

Gustoća struje

Električna vodljivost i otpor

Ohmov zakon

Zavisnost otpora o temperaturi

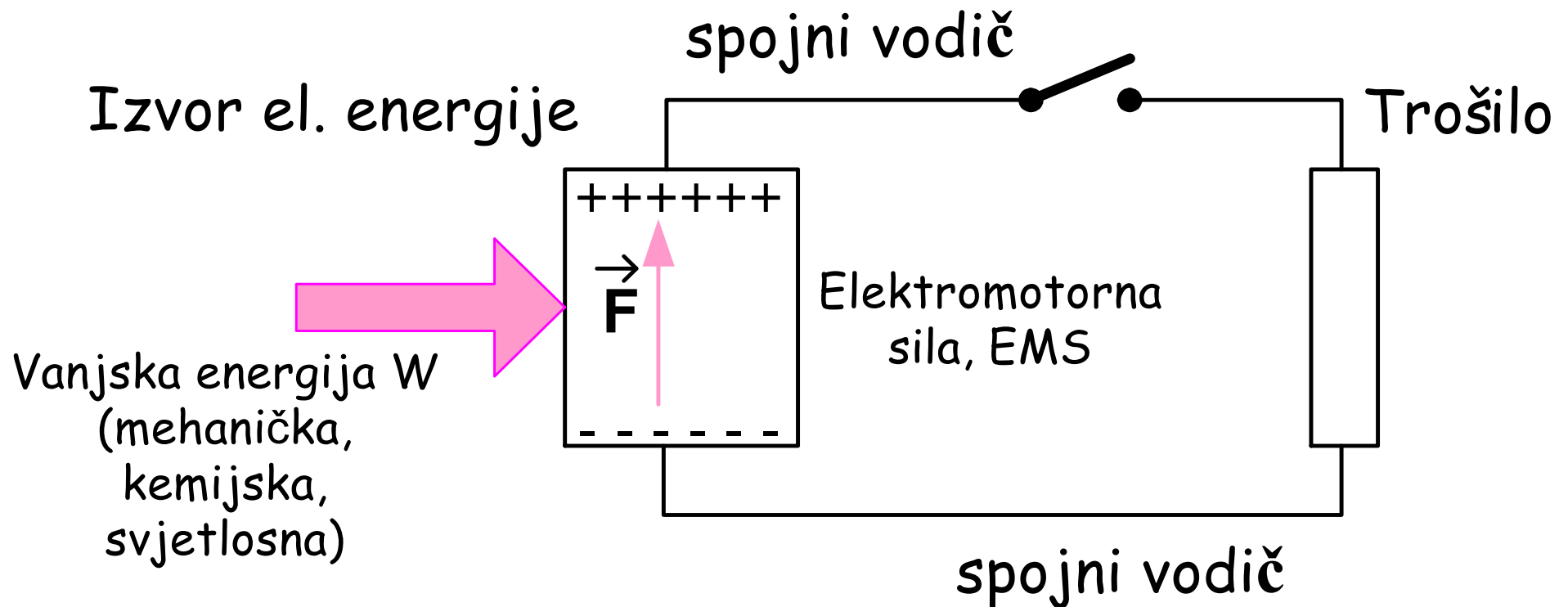
Linearni i nelinearni otpornici

Jouleov zakon

---

# Elementi strujnog kruga

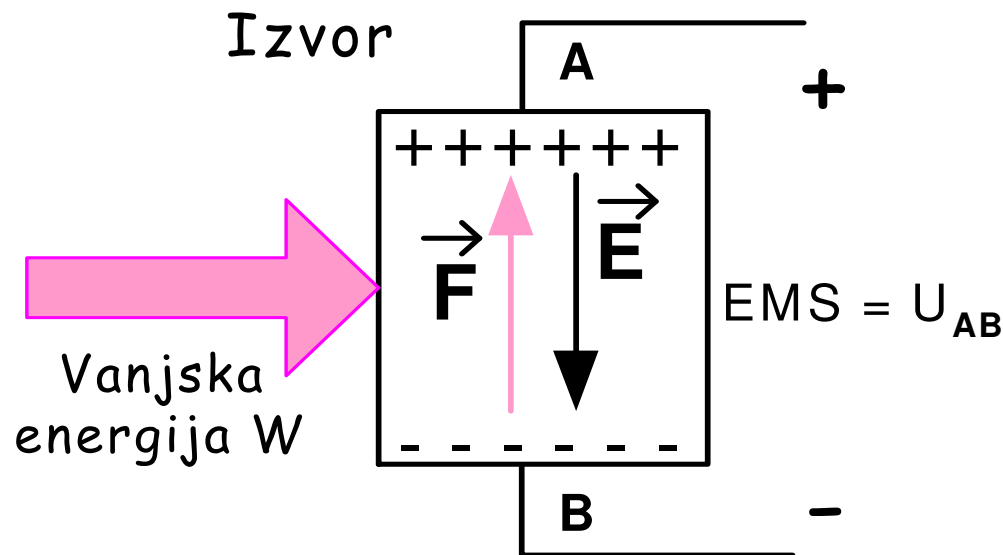
- ♦ Strujni krug je sastavljen od: **izvora** u kojem se neki oblik energije pretvara u električnu energiju, **spojnih vodiča** i **trošila**.



# Izvor električne energije

- Da bi se u tijelu izvora razdvojili pozitivni i negativni naboji potrebno je na njih djelovati odgovarajućom vanjskom silom  $F$ . Razdvojeni naboji stvaraju električno polje  $E$  u tijelu izvora. Povećanjem količine razdvojenih naboja jača polje (tj. privlačna Coulomb-ova sila  $F_{el}$ ), a proces razdvajanja zaustavlja se u trenutku kad nastupa ravnoteža:

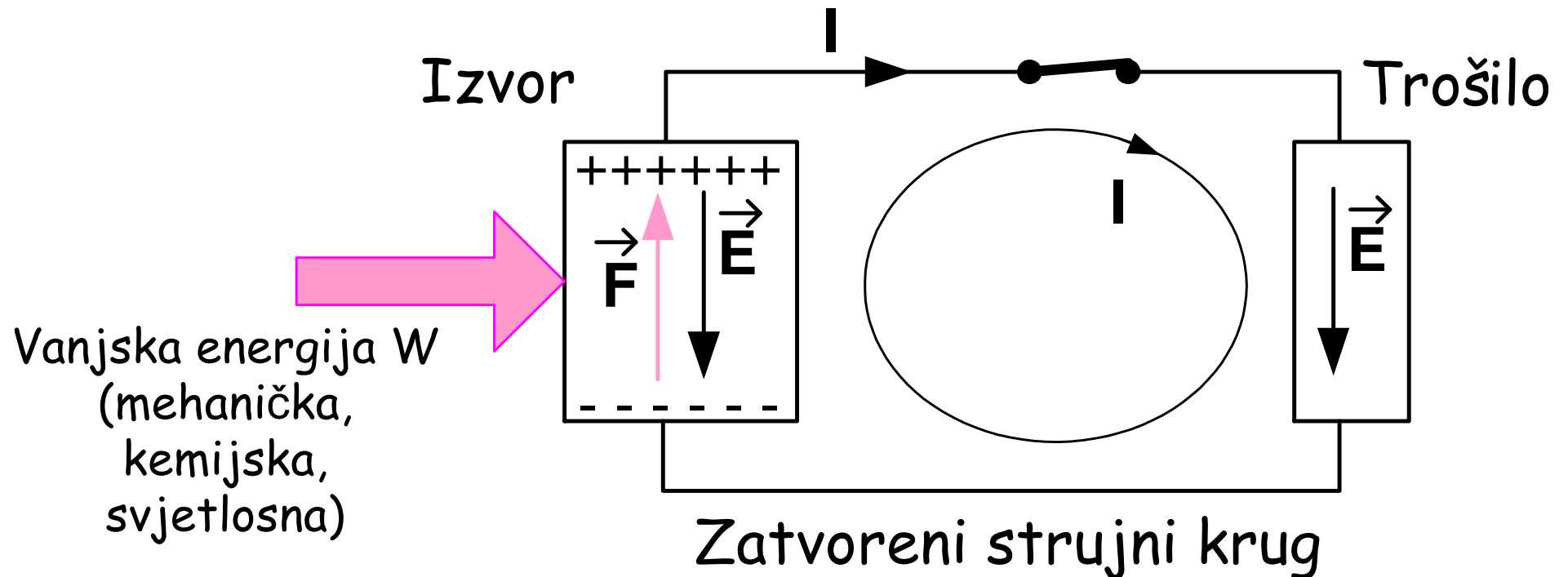
$$\vec{F}_{el} = -\vec{F}$$



- Sva vanjska energija utrošena na razdvajanje naboja ostaje očuvana u obliku potencijalne energije razdvojenih naboja i predstavlja **elektromotornu silu** (kraće **EMS**) izvora, a izražava se u voltima.
- Opisano stanje izvora naziva se **stanje praznog hoda izvora**.

# Zatvoreni strujni krug

- Istoimeni naboji nagomilani na krajevima izvora nastoje se rasporediti po što većoj površini (odbojna Coulomb-ova sila). Zato, u trenutku kad se na izvor priključi trošilo (zatvaranje sklopke) dolazi do premještanja naboja prema trošilu, odnosno do **pojave električne struje  $I$** .



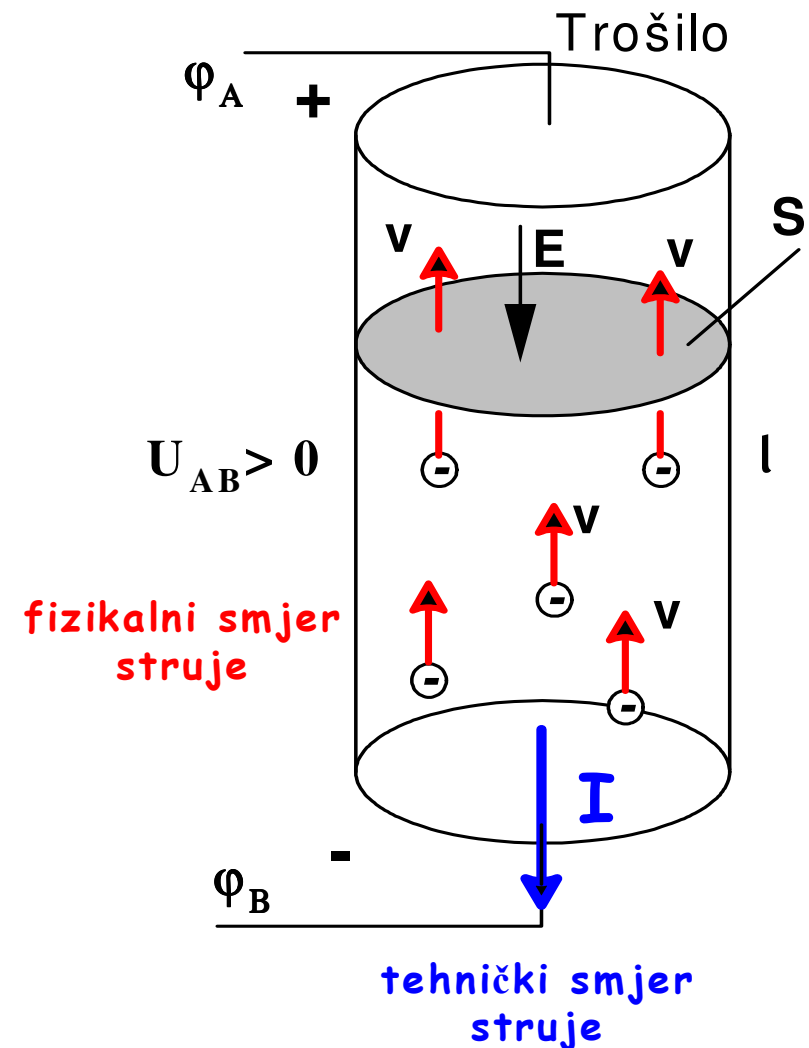
- ♦ Električna struja je usmjereno gibanje naboja pod djelovanjem stalno prisutnog električnog polja. Stalno električno polje koje uzrokuje struju daje vanjski izvor.
  - Struju u vodičima (metalima) čini gibanje slobodnih elektrona.
  - Struju u elektrolitima i plinovima čini gibanje elektrona i iona.
- ♦ Električne struje koje nastaju pod djelovanjem električnog polja u vodičima nazivamo **provodne struje**.

# Model vođenja električne struje

- ♦ Na krajeve cilindričnog vodiča duljine  $l$  površine presjeka  $S$  doveden je napon  $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B > 0$
- ♦ Jakost električnog polja  $E$  u vodiču (homogeno polje) može se odrediti kao:

$$E = \frac{U_{AB}}{l} = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{l}$$

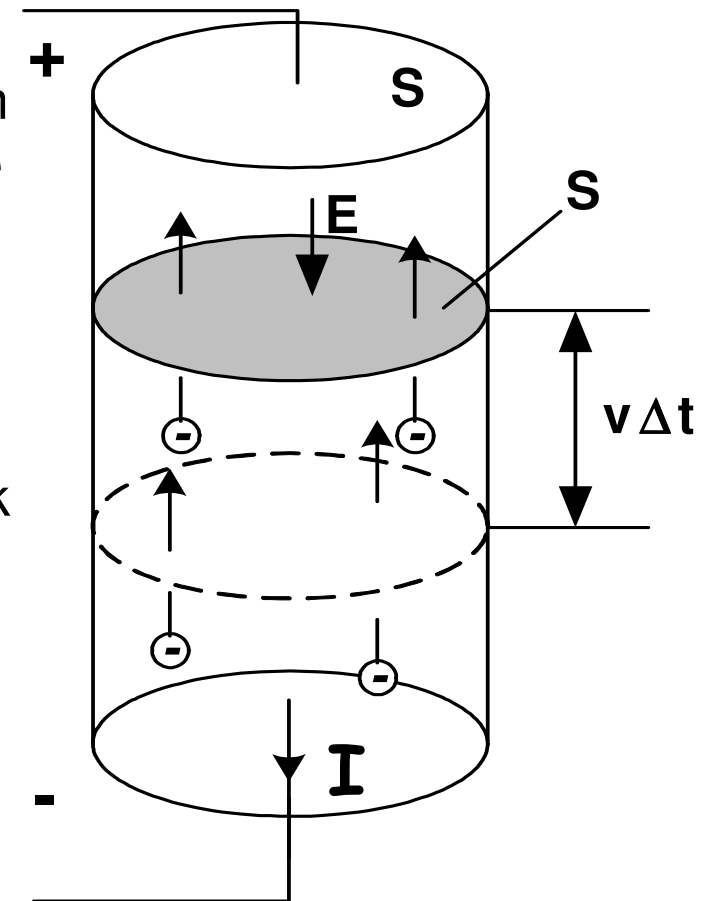
- ♦ Smjer struje:
  - **Fizikalni smjer struje**: smjer gibanja slobodnih elektrona (smjer suprotan smjeru el. polja)
  - **Tehnički (konvencionalni) smjer struje** suprotan smjeru gibanja slobodnih elektrona: (u smjeru el. polja)
- ♦ Protok naboja, odnosno električna struja ista je na svim presjecima (princip kontinuiteta).
- ♦ U vodičima zbog termičkog gibanja jezgri postoji otpor prolasku elektrona - **električni otpor**.



# Jakost električne struje

- ♦ Gibanje elektrona odvija se pod djelovanjem električnog polja, ali u nizu uzastopnih ubrzavanja i usporavanja (udaranje elektrona u čestice koje im se nalaze na putu). Zbog takve, promjenjive brzine uvodi se pojam **srednje brzine gibanja naboja  $v$** . Naravno,  $v$  je proporcionalna polju  $E$ , tj. naponu.
- ♦ Na temelju poznatog broja slobodnih elektrona  $N$  u  $m^3$  metala i njihove srednje brzine može se izračunati kolika količina naboja prođe kroz presjek  $S$  vodiča u vremenskom intervalu  $\Delta t$  :  
$$\Delta Q = N \cdot q_e \cdot S \cdot v \cdot \Delta t$$
 ,gdje je  $q_e$  naboj elektrona.
- ♦ **Jakost električne struje  $I$**  je količina naboja koja u jedinici vremena prođe kroz presjek vodiča:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = N \cdot q_e \cdot S \cdot v \quad \frac{As}{s} = A$$



# Jakost električne struje (nastavak)

- ♦ Struja čija je jakost konstantna jest **vremenski nepromjenjiva struja**:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} = \textit{konst.}$$

- ♦ Ukoliko je dotok vanjske energije izvora vremenski promjenjiv, takva energija stvarati će vremenski promjenjivu EMS koja će kroz vodič tjerati **vremenski promjenjivu struju**:

$$i(t) = \frac{dQ}{dt}$$

- ♦ **Istosmjerna struja**: može mijenjati svoju jakost ali ne i smjer u vremenu (uvijek isti smjer električnog polja).
- ♦ **Izmjenična struja**: mijenja svoj smjer u vremenu (mijenja se smjer električnog polja).

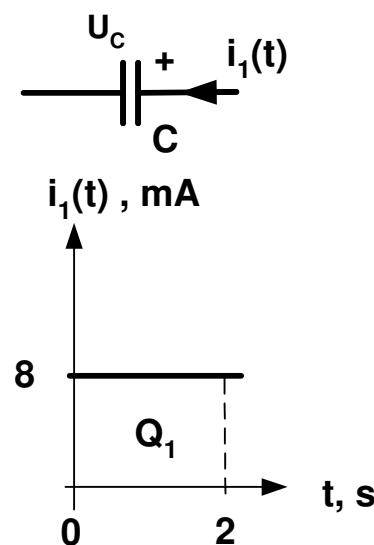


# Određivanje količine naboja

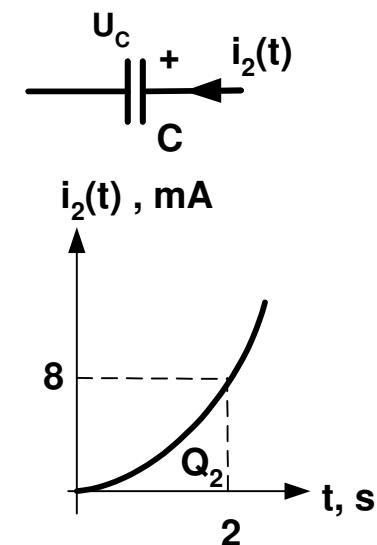
- ♦ Ako je poznata vremenska promjena struje  $i(t)$ , tada se može odrediti **naboj**  $Q$  koji je kroz vodič prostrujao u intervalu vremena  $[0, t]$  kao:
- ♦ Ako je struja vremenski nepromjenjiva (konstantna) tada u periodu vremena  $t$  prostruji naboj :

$$Q = \int_0^t i(t) dt$$
$$Q = I \cdot t$$

- ♦ Primjer: Odredite napon  $u_c$  na kondenzatoru  $C = 100 \mu F$  u trenutku  $t = 2$  s ako se kondenzator nabija:  
a) konstantnom strujom  $i_1(t) = 8$  mA,  
b) strujom  $i_2(t) = 2t^2$  mA.  
Napomena:  $u_c(t=0) = 0$ , tj. prije početka nabijanja, kondenzator je bio prazan.



$$i_1(t) = 8 \text{ (mA)}$$
$$Q_1 = 8 \cdot t = 16 \text{ mAs}$$
$$u_c(t=2s) = Q_1/C = 160V$$



$$i_2(t) = 2t^2 \text{ (mA)}$$
$$Q_2 = 0,667t^3 = 5,3 \text{ mAs}$$
$$u_c(t=2s) = Q_2/C = 53V$$

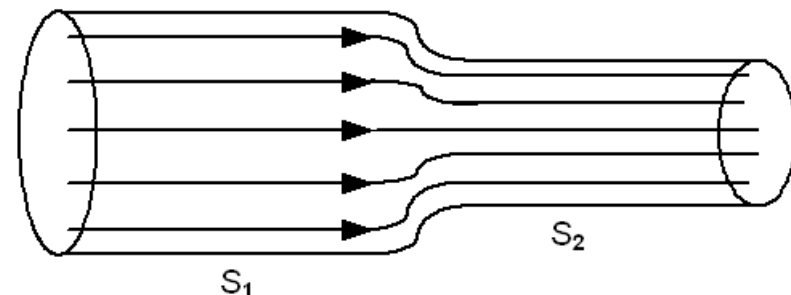
# Gustoća struje

- ♦ Prema **principu kontinuiteta električne struje** jakost struje unutar vodiča jednaka je na svim presjecima (npr.  $S_1$  ili  $S_2$ ) u svakom trenutku.
- ♦ Struju možemo prikazati strujnicama. Gustoća strujnica je veća tamo gdje je presjek manji. Kao mjeru te gustoće korisno je uvesti pojam **gustoća struje**  $J$  koju definiramo kao omjer jakosti struje i površine presjeka kroz koji struja prolazi:

$$J = \frac{\Delta I}{\Delta S} = \frac{dI}{dS} \quad \frac{\text{A}}{\text{m}^2}, \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

- ♦ U najjednostavnijem slučaju strujnice su po presjeku jednoliko raspoređene. To je slučaj **jednolike gustoće struje** i tada vrijedi:

$$J = \frac{dI}{dS} = \textit{konst.}$$



Prikaz struje pomocu strujnica

1. Vodič presjeka  $1 \text{ mm}^2$  , duljine  $2 \text{ m}$  priključen je na napon  $5 \text{ V}$ . Ako kroz vodič prostruji  $6,25 \cdot 10^{18}$  elektrona u  $250 \text{ ms}$ , odrediti:
- a) Struju kroz vodič
  - b) Gustoću struje
  - c) Jakost električnog polja
  - d) Gustoću struje ako se presjek vodiča smanji na  $0,1 \text{ mm}^2$  .

# Električna provodnost (specifična vodljivost)

- ♦ Gustoća električne struje koju u različitim materijalima pokrene isto električno polje je različita:

$$\kappa = \frac{J}{E} \quad \frac{\text{S}}{\text{m}}$$

- $\kappa$  je značajka materijala.
- Mjeri se u simensima/m: (1S=1A/1V)
- $\kappa$  zovemo **električna provodnost**.



Werner von Siemens (1816-1892)

# Električna otpornost (specifični otpor)



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- Češće se koristi njezina recipročna vrijednost:  $\rho = 1 / \kappa$  koju zovemo **električna otpornost**.
- Mjeri se u  $\Omega\text{m}$  ( $1\Omega = 1/S = 1\text{V}/1\text{A}$ )
- Često se otpornost iskazuje u  $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$ . Podaci za otpornost nekih metala su:
  - srebro:  $0,0165 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$  ;  $0,0165 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$
  - bakar:  $0,0169 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$  ;  $0,0169 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$
  - zlato:  $0,0227 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$  ;  $0,0227 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$
  - aluminij:  $0,0265 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$  ;  $0,0265 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$
  - volfram:  $0,055 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$  ;  $0,055 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$

# Električna vodljivost i električni otpor

- ♦ Na temelju prethodnih izraza struja u vodiču može se izraziti kao:

$$I = J \cdot S = \kappa \cdot E \cdot S = \kappa \cdot \frac{U_{AB}}{l} \cdot S$$

- ♦ Veličina:  $G = \frac{I}{U_{AB}} = \kappa \frac{S}{l}$

zove se **električna vodljivost** i mjeri u S (simensima).

- ♦ Njezina recipročna vrijednost je **električni otpor**  $R$  i mjeri se u omima ( $\Omega$ ):

$$R = \frac{1}{G} = \frac{1}{\kappa} \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{S}$$

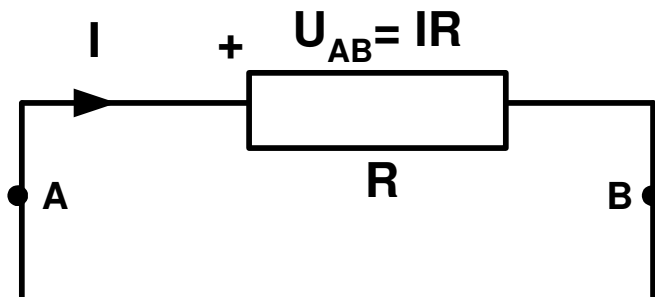
# Ohmov zakon

- ♦ Ohmov zakon (1826) - jakost struje u vodiču proporcionalna je naponu na njegovim krajevima:

$$I = \frac{U_{AB}}{R}$$



Georg Simon Ohm (1789-1854)

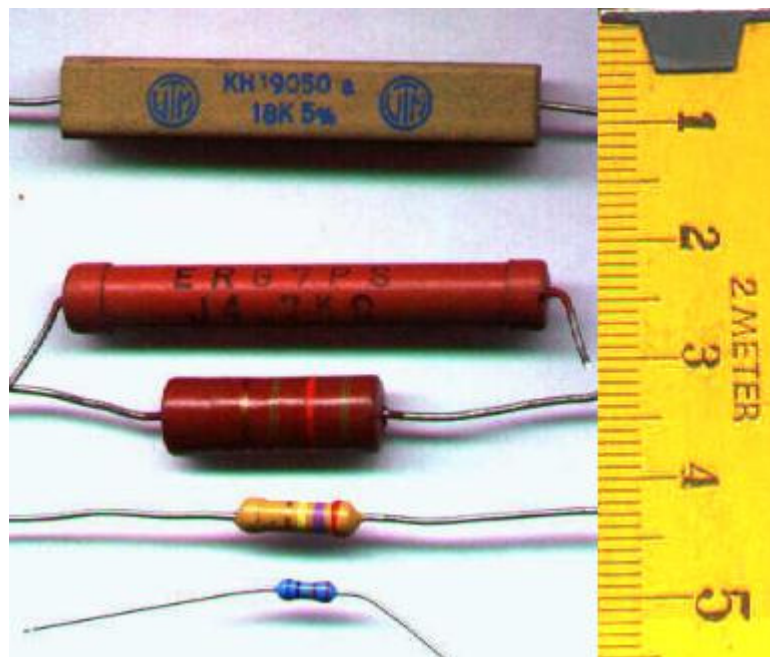


- ♦ Struja ulazi u vodič otpora  $R$  na njegov kraj koji je na višem potencijalu a izlazi na kraju koji je na nižem potencijalu - **pad napona na otporu**.

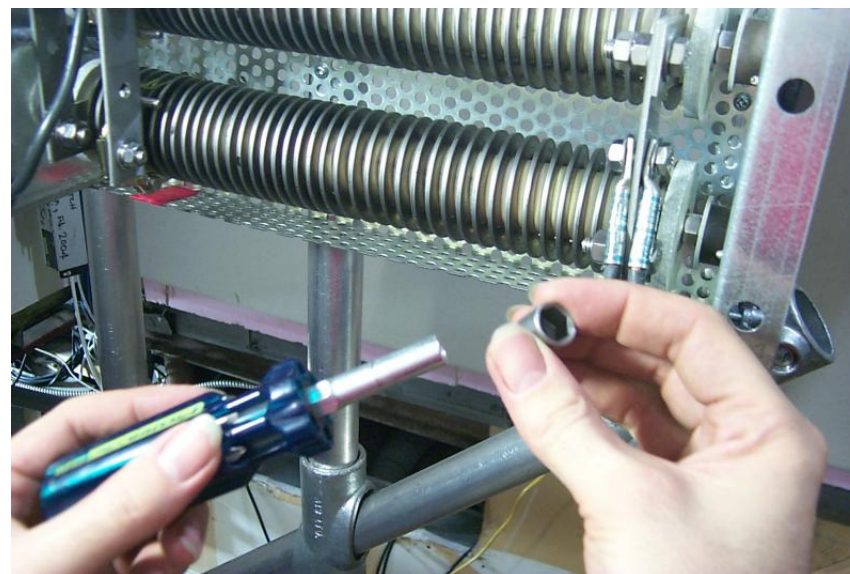
# Otpornici

- ♦ Vodič ili skup vodiča kojem je otpor puno veći od otpora spojnih vodiča spojenih na izvor zovemo **otpornik**.

Tipovi otpornika



Otpornik 2kW, 1/8  $\Omega$   
za kočenje vjetrogeneratora



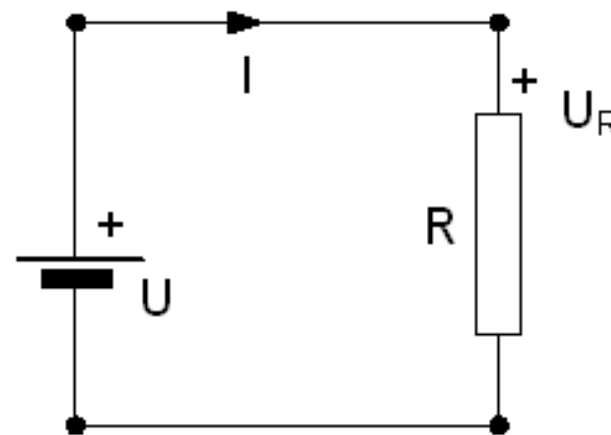


# Električka shema jednostavnog strujnog kruga

- ♦ U električkoj shemi se izvor i trošilo zamjenjuju idealiziranim elementima: **idealnim naponskim izvorom** elektromotorne sile  $E_{MS}=U$  i **otpornikom** otpora  $R$ , dok se otpor spojnih vodova zanemaruje. Na slici su prikazani simboli izvora i otpornika, a označeni su i **smjerovi napona** na elementima i **smjer struje** u krugu.
- ♦ Primijetite da za razliku od otpornika, struja kroz izvor teče od nižeg k višem potencijalu.

- ♦ Vrijedi:

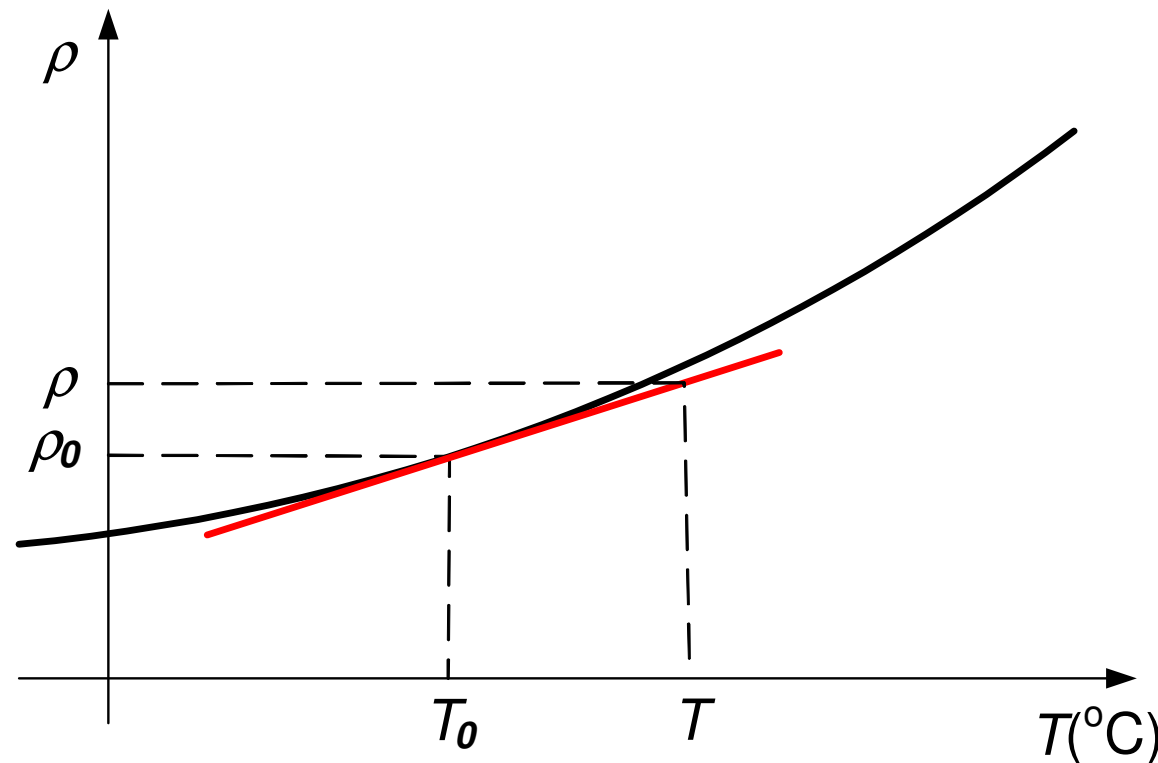
$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_R}{R}$$



2. Električna peć priključena je preko bakrenih vodiča duljine 10 m, presjeka  $1,5 \text{ mm}^2$  na električnu mrežu napona 220 V. Ako je struja u krugu 10 A, odrediti koliki je pad napona na spojnim vodičima.
3. Ako se želi postići da dva vodiča iste duljine, načinjena od bakra i aluminijske imaju isti otpor, koliki je omjer njihovih presjeka?

# Zavisnost otpora o temperaturi

- ♦ Kod metala, termička gibanja **s porastom temperature** postaju jača te **raste otpor** gibanju slobodnih elektrona. Otpornost metala povećava se s povećanjem temperature - polinomna ovisnost.



# Zavisnost otpora o temperaturi (nastavak)

- Tu ovisnost lineariziramo za male promjene temperature:

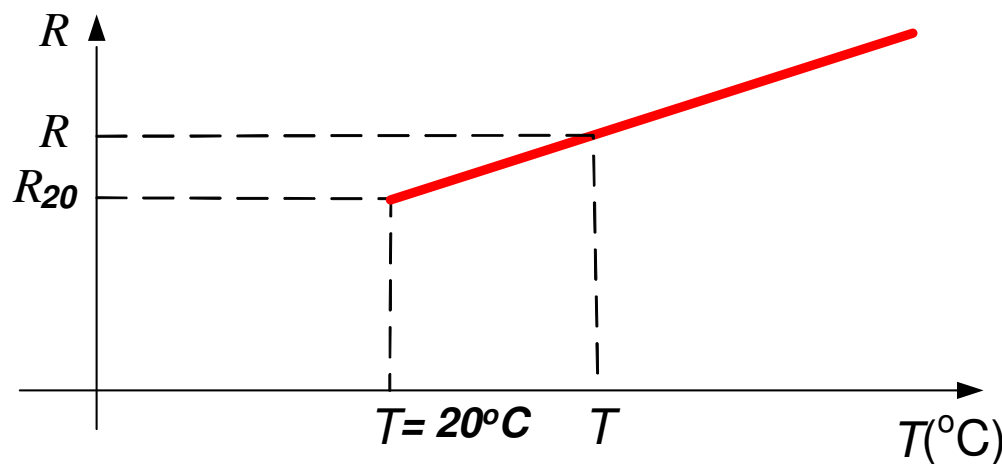
$$\rho(t) = \rho_0 (1 + \alpha(T - T_0))$$

- Na isti način se ovisnost otpora o temperaturi može izraziti kao:

$$R = R_{20} (1 + \alpha(T - 20))$$

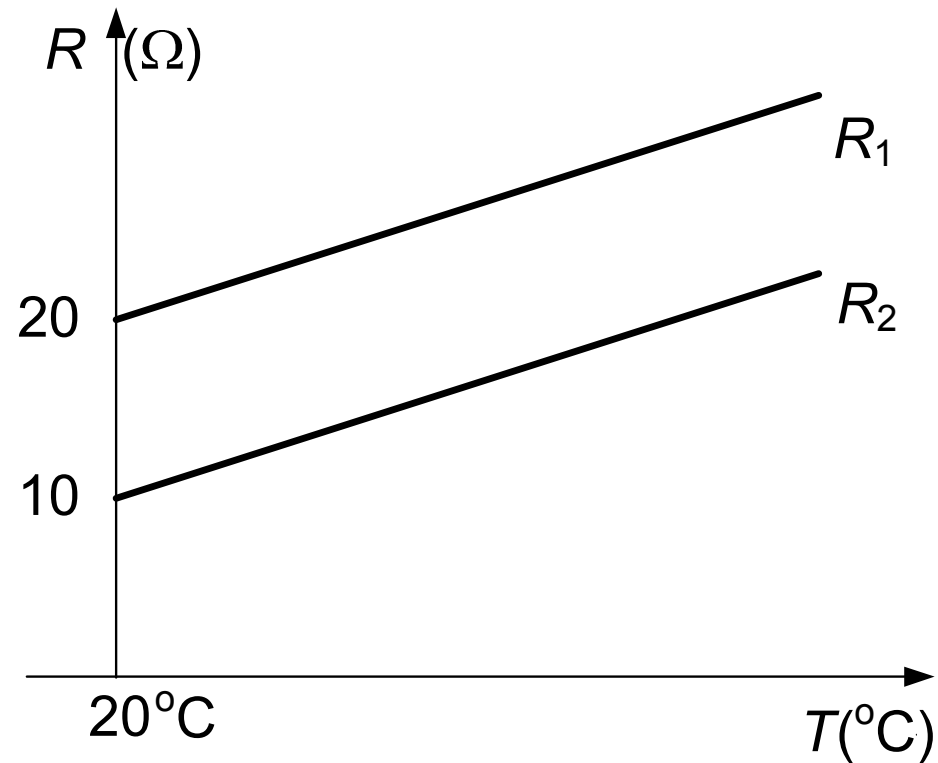
gdje je  $\alpha$  temperaturni koeficijent ( $1/^\circ\text{K}$ ) - npr. za bakar  $\alpha = 0,00393$  ( $1/^\circ\text{K}$ ), a  $R_{20} = \rho l/S$  je iznos otpora materijala na  $20^\circ\text{C}$ .

- Na temperaturama bliskim apsolutnoj nuli vodiči prelaze u supravodljivo stanje.



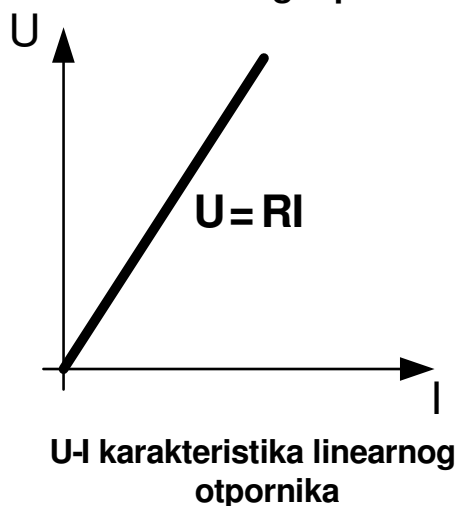
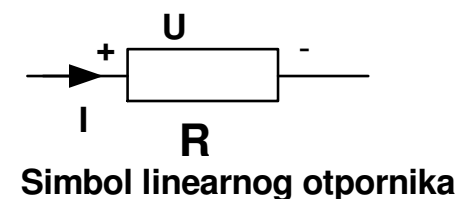
4. Otpor namota električnog motora koji se nalazi u prostoriji u kojoj je temperatura  $30^{\circ}\text{C}$  iznosi  $1,3\ \Omega$ . U trajnom pogonu motora izmjeren mu je otpor namota od  $1,606\ \Omega$ . Kolika je temperatura namota motora u trajnom pogonu ako je on izrađen od bakra?
5. S porastom temperature otpori dva otpornika rastu linearno od iste početne vrijednosti  $R$  (pri temperaturi  $20^{\circ}\text{C}$ ) do vrijednosti  $3R$  za prvi odnosno  $2R$  za drugi otpornik na nekoj temperaturi  $t$ . Koliki je omjer  $\alpha_1 / \alpha_2$ ?

6. Promjena otpora otpornika  $R_1$  i  $R_2$  s temperaturom prikazana je na slici. Koliki je omjer njihovih temperaturnih koeficijenata?

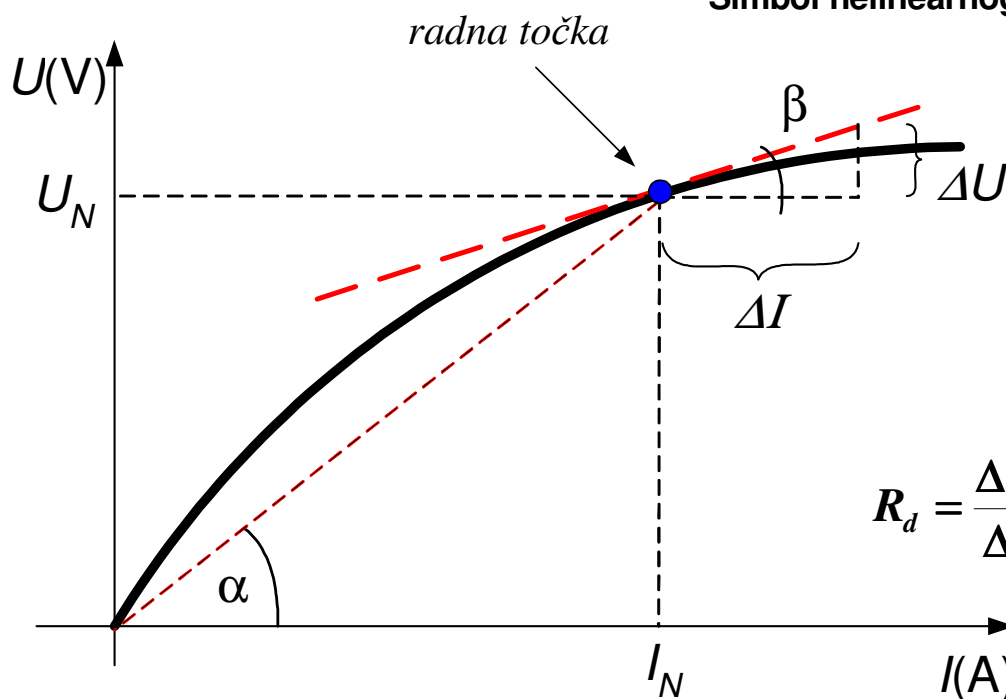
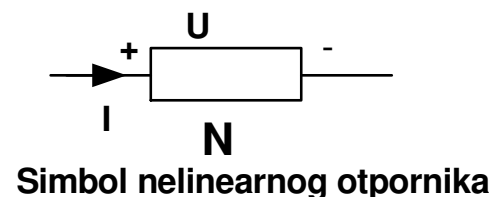


# Linearni i nelinearni otpornik

- Otpornik čija vrijednost otpora  $R$  ne ovisi o struji koja teče kroz njega (o **radnoj točki**) je **linearni otpornik**. U-I karakteristika takvog otpornika je pravac. Otpornik čiji se otpor **mijenja s promjenom radne točke** nazivamo **nelinearni otpornik**.



U-I karakteristika nelinearnog otpornika



$$R_s = \frac{U}{I} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$R_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{dU}{dI} = \operatorname{tg} \beta$$

- ◆ Nelinearni otpornici se karakteriziraju s dva parametra koji opisuju njihova svojstva u određenoj radnoj točki:

- **statički otpor:**  $R_s = \frac{U}{I} = \operatorname{tg} \alpha$  i

- **dinamički otpor:**  $R_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{dU}{dI} = \operatorname{tg} \beta$  .

- ◆ Za statički otpor vrijedi:  $R_s \geq 0$ , dok dinamički otpor može biti i negativan što znači da u okolini te radne točke, s povećanjem napona na krajevima nelinearnog otpornika, struja pada. Dinamički otpor je parametar koji opisuje u kojoj se mjeri, pri promjeni napona na elementu, mijenja jakost struje koja teče kroz njega.



7. Karakteristika napon - struja (U-I karakteristika) nelinearnog otpornika aproksimirana je parabolom  $U = 0,5 \cdot I^2$ .  
Odrediti statički i dinamički otpor otpornika kod napona 2 V.

- ◆ Pri prolasku struje kroz vodič otpora  $R$  elektroni se ubrzavaju i sudaraju s jezgrama i drugim elektronima gubeći pri tom kinetičku energiju.
- ◆ Ta kinetička energija pretvara se u toplinsku.
- ◆ Količina naboja koja u vremenu  $\Delta t$  prođe vodičem je:  $\Delta Q = I \cdot \Delta t$
- ◆ Naboj pri tome izgubi energiju:

$$\Delta W = \Delta Q(\varphi_A - \varphi_B) = I \cdot \Delta t \cdot U_{AB} = I \cdot \Delta t \cdot I \cdot R$$

# Jouleova toplina (nastavak)

- ◆ Snaga je:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} = U \cdot I = I \cdot R \cdot I = I^2 R$$

- ◆ To je Jouleov zakon (1841)

James Prescott Joule (1818-1889)



8. Na otporniku za kočenje vjetrogeneratora koji ima otpor  $R=1/8 \Omega$  razvija se snaga od 2 kW. Kolika je struja kroz otpornik? Kolika se energija utroši na otporniku ako u jednom danu kroz njega teče struja u ukupnom vremenu od 2 sata?
9. Električna peć priključena je preko bakrenih vodiča duljine 10 m, presjeka  $1,5 \text{ mm}^2$  na električnu mrežu napona 220 V. Ako je struja u krugu 10 A, odrediti snagu trošila te snagu na spojnim vodičima. Kolika je snaga na spojnim vodičima ako im se presjek poveća na  $3 \text{ mm}^2$  ?

# Rješenja primjera (tema 2a)



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- 1)  $I = 4 \text{ A}$ ,  $J = 4 \text{ A/mm}^2$ ,  $E = 2,5 \text{ V/m}$ ,  $J' = 4 \text{ A/mm}^2$
- 2)  $U_v = 1,13 \text{ V}$  (napomena: ukupna duljina spojnih vodiča = 10 m)
- 3)  $S_{Al}/S_{Cu} = \rho_{Al}/\rho_{Cu} = 1,57$
- 4)  $T_{RADNA} = 92,3 \text{ }^\circ\text{C}$
- 5)  $\alpha_1/\alpha_2 = 2$
- 6)  $\alpha_1/\alpha_2 = 1/2$
- 7)  $R_{st} = 1 \text{ } \Omega$ ,  $R_{din} = 2 \text{ } \Omega$
- 8)  $I = 126,5 \text{ A}$ ,  $W = 4 \text{ kWh}$
- 9)  $P_T = 2188,7 \text{ W}$ ,  $P_v = 11,3 \text{ W}$ ,  $P_{v'} = 5,66 \text{ W}$   
(napomena: ukupna duljina spojnih vodiča = 10 m)