

POLIFAZNI SUSTAVI

(Pripremio prof.dr.sc. Armin Pavić)

Polifazni sustavi

Sadržaj:

- Pojam polifaznog napona
- Trofazni napon
- Simetrični trofazni sustav
- Simetrično trošilo u spoju zvijezde i trokuta
- Nesimetrično trošilo s nulvodičem
- Snaga u simetričnom trofaznom sustavu,
- Kompenzacija jalove snage

Pojam polifaznog napona ili struje

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Polifazni napon (struja) = više izmjeničnih napona (struja) jednakih amplituda i frekvencija, međusobno pomaknutih u fazi.
- ♦ Dvofazni sustav (fazni pomak 90°) = najjednostavniji primjer
- ♦ Značajke: konstantna snaga i rotirajuće magnetsko polje
- ❖ Primjer: Ukupna snaga dvofaznog sustava struja i_1 i i_2 (na dva trošila jednakih otpora R)

$$i_1 = I_m \sin(\omega t); \quad i_2 = I_m \sin(\omega t + 90^\circ) = I_m \cos(\omega t);$$

$$p_{uk} = p_1 + p_2 = i_1^2 R + i_2^2 R = I_m^2 [\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)] R$$

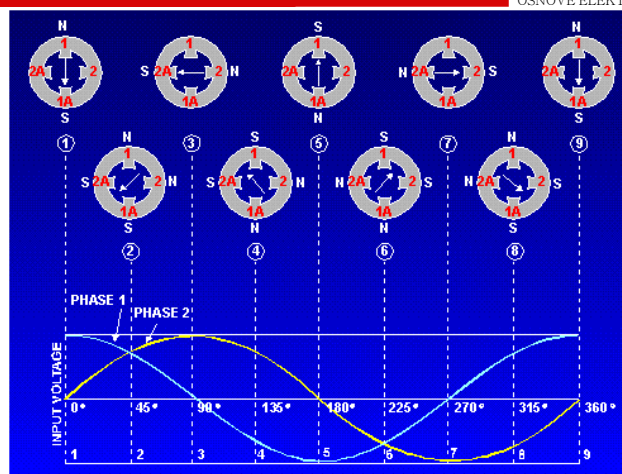
$$p_{uk}(t) = I_m^2 R = \text{konst. (!)}$$

Ukupna snaga u ovakvom dvofaznom sustavu ista je u svakom času i ne mijenja se s vremenom!

3

Rotirajuće magnetsko polje

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Rezultatno magnetsko polje rotira s kružnom frekvencijom ω dvofaznog napona

4

Trofazni napon

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

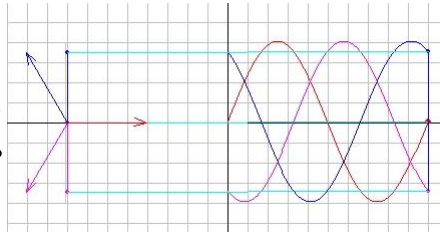


- ♦ **Trofazni napon** = 3 napona međusobno pomaknuta u fazi za 120°

$$\dot{U}_1 = U_m \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_2 = U_m \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_3 = U_m \angle -240^\circ$$



$$u_1 = U_m \sin(\omega t)$$

$$u_2 = U_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_3 = U_m \sin(\omega t - 240^\circ)$$

- ♦ Svojstvo:

$$\dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 = 0 \Rightarrow u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) = 0$$

Ovakav napon nazivamo *simetrični* trofazni napon

5

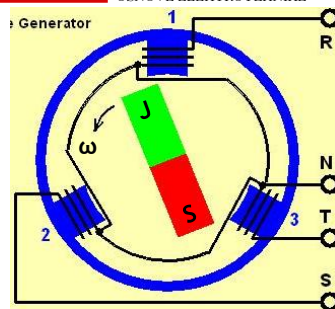
Generator trofaznog napona

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



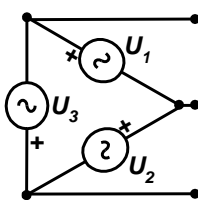
- ♦ **Načelo djelovanja**

3 svitka (faze generatora) s osima prostorno zakrenutim za kut 120° , rotiraju u magnetskom polju (ili svići miruju, a polje rotira - slika desno)

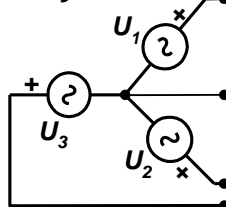


- ♦ **Spojevi faza generatora**

Trokut



Zvijezda



- ❖ Kako su spojene faze ovoga generatora na slici?
- ❖ Što je s naponom ako magnet rotira u suprotnome smjeru?
- ❖ Što bi se dogodilo s rotorom da na priključnice generatora dovedemo trofazni napon?

6

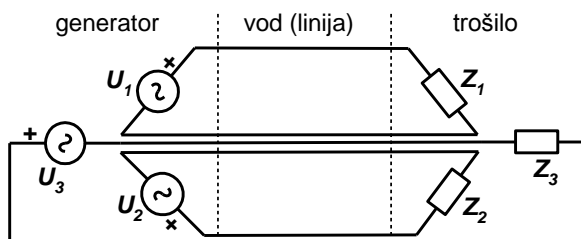
Trofazni sustav

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



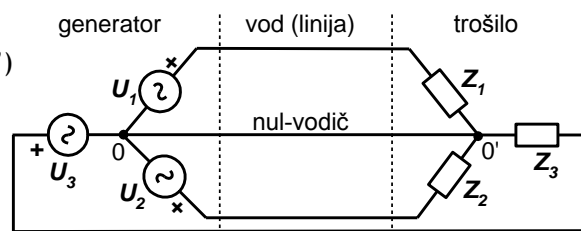
◆ Otvoreni sustav:

3 odvojena kruga



◆ Povezani sustav:

3 kruga su povezana u zvjezdishima (nul-točke) generatora i trošila (0,0') pa koriste isti povratni vodič (nulvodič)



◆ Simetrično trošilo:

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z$$

sim. trošilo + sim. generator = simetrični (uravnoteženi) sustav

7

Osnovni pojmovi i oznake u trofaznom sustavu

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



◆ Fazni naponi (U_f) - U_1, U_2, U_3 naponi linijskih vodiča prema nulvodiču

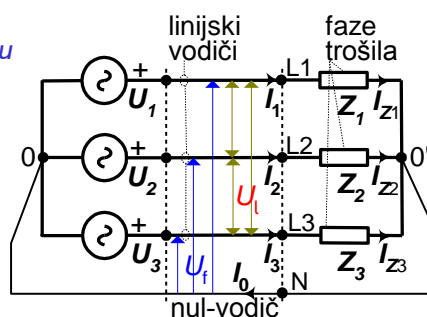
◆ L1, L2, L3 - oznake linijskih vodiča (uz ove, normirane oznake, još se mogu naći oznake R, S, T i druge) N - oznaka nulvodiča

◆ Linijske struje (I_l) - I_1, I_2, I_3 struje kroz linijske vodiče struja nulvodiča $I_0 = I_1 + I_2 + I_3$ (KZS)

◆ Linijski naponi (U_l) - U_{12}, U_{23} i U_{31} - naponi između linijskih vodiča

◆ Fazne struje (I_f) (trošila) - I_{Z1}, I_{Z2}, I_{Z3} - struje kroz faze trošila

❖ Uočimo: kod spoja u zvijezdu: $I_1 = I_{Z1}, I_2 = I_{Z2}, I_3 = I_{Z3}$, tj.
linijske struje jednake su faznim ($I_l = I_f$)



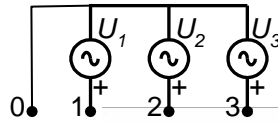
8

Odnos faznih i linijskih napona

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ◆ Trofazni generator u spoju zvijezde



- ◆ Topografski dijagram

Fazni naponi: U_1, U_2, U_3 ($\underline{U}_1 = U_1 \angle 90^\circ$)

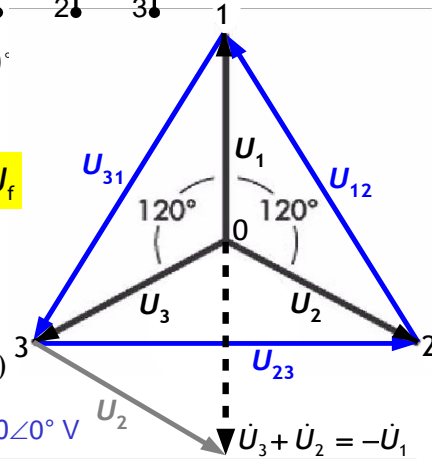
Linijski naponi: U_{12}, U_{23}, U_{31}

- ◆ Iz dijagrama se vidi: (istostranični trokut dolje)

$$U_l = \sqrt{3} U_f$$

- ◆ Također se vidi da je:

- $\sum U_f = 0$ (simetričan sustav), ali i
- $\sum U_l = 0$ (također simetričan sustav!)



- ❖ Odredite linijske napone ako je $\dot{U}_1 = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$

9

Simetrično trošilo u spoju zvijezde

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

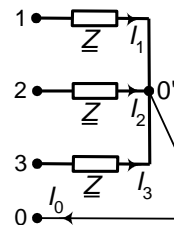


- ◆ Spoj s nulvodičem: ($\varphi_{0'} = \varphi_0$), pa zbog toga na fazama trošila (\underline{Z}) su fazni naponi (U_1, U_2, U_3)

- ◆ Fazne struje trošila: (I_1, I_2, I_3)

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}} \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}} \quad \dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{\underline{Z}}$$

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \frac{1}{\underline{Z}} (\dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3) = 0 \Rightarrow \text{fazne struje čine simetričan sustav}$$



- ◆ Linijske struje: u spoju zvijezde linijske struje jednake su faznima

$$I_l = I_f$$

- ◆ Struja nulvodiča (prema KZS): $\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$

- ❖ Treba li nulvodič kod simetričnog trošila? (provjerite Millmanom)
- ❖ Zašto je u gradskoj elektrodistribucijskoj mreži nulvodič obavezan?

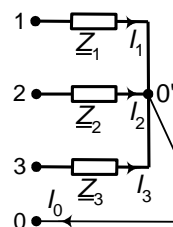
10

Nesimetrično trošilo u spoju zvijezde s nulvodičem

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Nulvodič osigurava da je na svakoj fazi trošila fazni napon, pa su
- ♦ Struje trošila: $\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1}$ $\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_2}$ $\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{\underline{Z}_3}$
- ♦ Struja nulvodiča (prema KZS): $\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$



❖ Zadatak

- Odredite struju nulvodiča u spoju na slici, ako je zadano: $U_f = 110 \text{ V}$, $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = 110 \angle 0^\circ \Omega$; $\underline{Z}_3 = 110 \angle -90^\circ \Omega$; (1,41 A)
- Bi li u slučaju prekida nulvodiča napon između nultočki trošila i generatora ($U_{0'0}$) ostao jednak nuli? (Provjera Millmanom).
- Bi li u slučaju prekida nulvodiča svaka faza trošila i dalje imala isti (fazni) napon? (Provjera Millmanom).

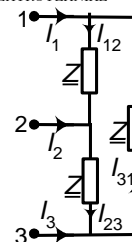
11

Simetrično trošilo u spoju trokuta

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Faze trošila (\underline{Z}) spojene su na linijske napone (U_{12} , U_{23} , U_{32}), koji stvaraju
- ♦ Fazne struje trošila: $\dot{I}_{12} = \frac{\dot{U}_{12}}{\underline{Z}}$ $\dot{I}_{23} = \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}}$ $\dot{I}_{31} = \frac{\dot{U}_{31}}{\underline{Z}}$ od kojih su sastavljene
- ♦ Linijske struje: $\dot{I}_1 = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31}$ $\dot{I}_2 = \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12}$ $\dot{I}_3 = \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23}$



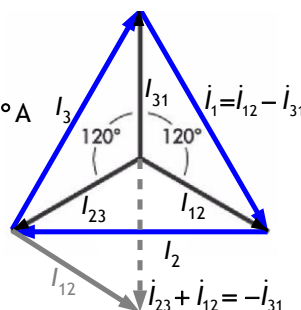
- ❖ Primjer: odrediti fazne i linijske struje ako je zadano: $\underline{Z} = 72 \angle 30^\circ \Omega$ i $U_{12} = 380 \angle 0^\circ \text{ V}$.

$$\dot{I}_{12} = \frac{\dot{U}_{12}}{\underline{Z}} = 5 \angle -30^\circ \text{ A}; \dot{I}_{23} = \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}} = 5 \angle -150^\circ \text{ A}; \dot{I}_{31} = \frac{\dot{U}_{31}}{\underline{Z}} = 5 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31} = 8,66 \angle -60^\circ \text{ A}; \dot{I}_2 = \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12} = 8,66 \angle -180^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23} = 8,66 \angle 60^\circ \text{ A} \quad (\text{vidi dijagram desno})$$

- ♦ Račun i dijagram pokazuju: $I_l = \sqrt{3} I_f$



12

Snaga simetričnog trofaznog trošila

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Trošilo u spoju zvijezde - *radna snaga*
 Radna snaga jedne faze trošila: $P_1 = U_f I_f \cos \varphi$
 Ukupna radna snaga (triju faza) trošila: $P_{uk} = 3P_1 = 3U_f I_f \cos \varphi$
 Izraz pomoću linijskih veličina ($U_l = \sqrt{3}U_f$, $I_l = I_f$) daje: $P_{uk} = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi$
- ♦ Trošilo u spoju trokuta - *radna snaga*
 Radna snaga jedne faze trošila: $P_1 = U_f I_f \cos \varphi$
 Ukupna radna snaga (triju faza) trošila: $P_{uk} = 3P_1 = 3U_f I_f \cos \varphi$
 Izraz pomoću linijskih veličina ($U_l = U_f$, $I_l = \sqrt{3}I_f$) daje: $P_{uk} = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi$
- ⇒ bez obzira na spoj, **ukupna radna snaga trošila računa se istom jednačom:** $P_{uk} = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi$
- ♦ Na isti način dobiva se za **jalovu snagu:** $Q_{uk} = \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi$
- ❖ Može li se ovdje istim načelom zbrajanja izračunati ukupna prividna snaga kao $S_{uk} = 3U_f I_f = \sqrt{3}U_l I_l$? Zašto?

13

Snaga nesimetričnog trofaznog trošila

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Kod nesimetričnog trofaznog trošila (i kod spojeva više takvih trošila) ukupna snaga se računa kao u bilo kojoj mreži, tj.

- ♦ Ukupna radna snaga = Σ svih radnih snaga ($P_{uk} = \Sigma P_i = P_1 + P_2 + P_3$).
- ♦ Ukupna jalova snaga jednaka je razlici ukupne induktivne i ukupne kapacitivne jalove snage ($Q_{uk} = \Sigma Q_L - \Sigma Q_C$).
- ♦ Ukupna prividna snaga dobiva se iz trokuta ukupne snage:

$$S_{uk} = \sqrt{P_{uk}^2 + Q_{uk}^2}$$

❖ Zadatak:

Trošilo s impedancijama Z_1 , Z_2 i Z_3 spojenim u zvijezdu priključeno je na trofaznu mrežu linijskog napona 381 V s nulvodičem. Odredite ukupnu radnu i ukupnu jalovu snagu trošila, struje trošila i nulvodiča te skicirajte vektore svih struja, ako je zadano: $Z_1 = 44 \angle 60^\circ \Omega$, $Z_2 = 44 \angle -60^\circ \Omega$, $Z_3 = 44 \angle 0^\circ \Omega$.

(2200 W; 0 VAR; $I_1 = I_2 = I_3 = 5$ A; $I_0 = 5$ A)

14

Kompensacija jalove snage simetričnog trošila



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- ◆ Kompensacija jalove snage, radi popravljivanja faktora snage, obavlja se ovdje istim načelom kao i u jednofaznoj mreži, s tom razlikom da se ovdje (simetrično na sve tri faze) priključuju 3 kompenzacijska kapaciteta, od kojih svaki preuzima po 1/3 ukupne snage.

- ◆ Određivanje potrebne kapacitivne jalove snage

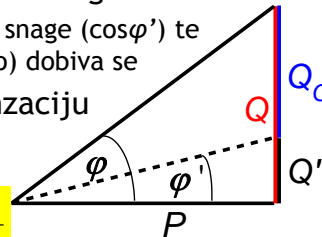
Na temelju poznatog ($\cos\varphi$) i željenog faktora snage ($\cos\varphi'$) te poznate radne snage P , iz trokuta snage (desno) dobiva se

- ◆ Kapacitivna snaga potrebna za kompenzaciju

$$Q_c = Q - Q' = P(\tan\varphi - \tan\varphi')$$

iz čega se računaju potrebni (fazni) kompenzacijski kapaciteti ovako:

$$C = \frac{Q_c}{3\omega U^2}$$



gdje je: $U=U_f$ za spoj kondenzatora u zvijezdu, a

$U=U_l$ za spoj kondenzatora u trokut.

- ❖ Za koji spoj trebamo manji kapacitet? Na što treba pritom paziti?

15

Zadaci



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

- ❖ Kondenzator kapaciteta 150 μF priključuje se prvo između linijskih vodiča (L1 i L2), a zatim između linijskog vodiča (L1) i nulvodiča (N) mreže trofaznog napona, frekvencije 50 Hz. Ako se pritom izmjerene struje kroz kondenzator razlikuju za 7,59 A, odredite:
 - a) u kojem spoju je izmjerena veća struja?
 - b) koliki je linijski napon mreže? (380 V)
- ❖ Kako se promijene linijske struje simetričnog trošila spojenog u trokut, ako faze trošila prespojimo u zvijezdu? ($\downarrow 3\times$)
- ❖ Na trofazni napon gradske mreže priključen je elektromotor snage $P=6\text{ kW}$ i $\cos\varphi=0,77$. Odredite najmanji kapacitet i način spajanja kondenzatora kojima bismo ukupni faktor snage povećali na $\cos\varphi'=0,86$. Koliki bi trebao biti nazivni napon kondenzatora? (10,4 μF , Δ ; 400 V)
- ❖ *S pomoću izraza za trenutnu snagu jedne faze trošila: $p_1(t)=U_l I_f \cos\varphi - U_l I_f \cos(2\omega t + 2\alpha_u - \varphi)$ dokažite da je ukupna trenutna snaga simetričnog trofaznog trošila konstantna i da je jednaka ukupnoj radnoj snazi trošila. ($p_{uk}(t)=3U_l I_f \cos\varphi=\text{konst.}$)

16