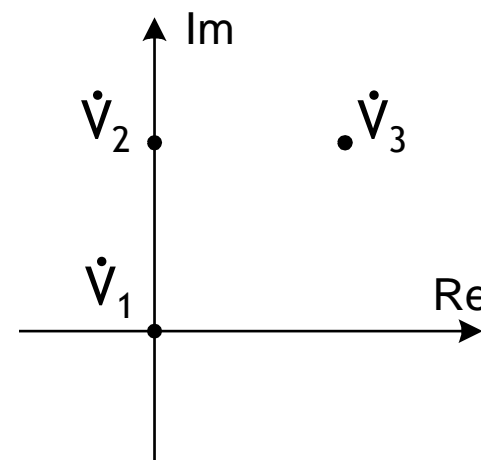


## TOPOGRAFSKI DIJAGRAM | MJESNI DIJAGRAM

(pripremio prof.dr.sc. Armin Pavić)

# Topografski dijagram - potencijal u kompleksnoj ravnini

- ♦ Potencijal  $V$  točke u el. krugu = napon te točke prema točki nultog potencijala ( $V=0$ ).
- ♦ Kao i napon na nekom elementu el. kruga, tako se i potencijal neke točke kruga može predstaviti kompleksnim brojem, koji određuje jednu točku u kompleksnoj ravnini (slika desno).
- ♦ Potencijali se, kao i naponi, mijenjaju sinusoidno u vremenu (pa ih možemo označavati točkom iznad kao fazore), a dijagram desno prikazuje potencijale točaka 1, 2 i 3 nekog kruga *u trenutku  $t=0$* .



Topografski dijagram je prikaz potencijala točaka el. kruga u kompleksnoj ravnini (u trenutku  $t=0$ )

## ◆ Referentna točka

= točka nultog potencijala ( $V=0$ ) prema kojoj se određuju potencijali ostalih točaka el. kruga. Točka uzemljenja. Potencijal ove točke dolazi u ishodište realne i imaginarne osi ( $\dot{V}=0$ ). Nije li ova točka zadana, određujemo ju sami!

(Mijenjaju li se odnosi napona u krugu ako jednu točku uzemljimo?)

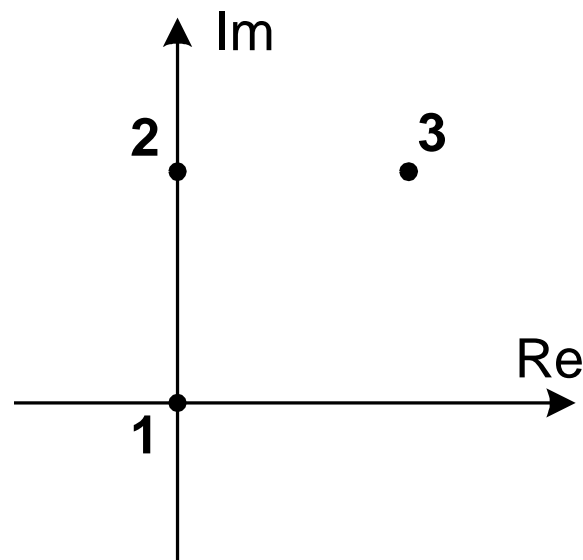
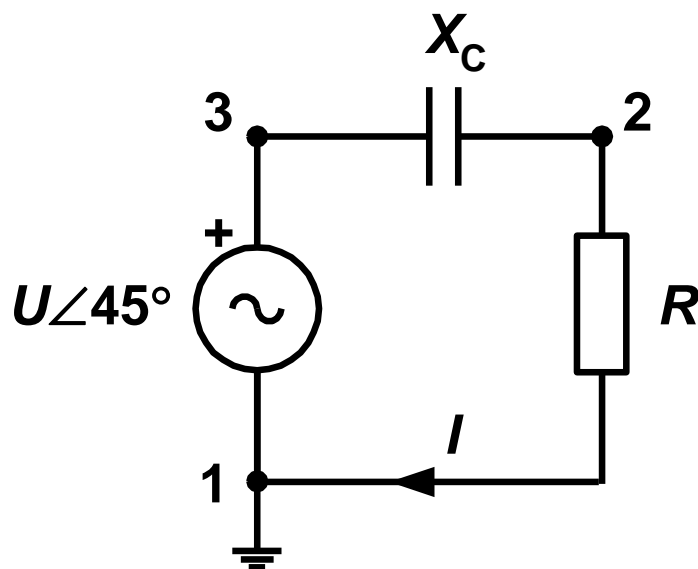
## ◆ Referentna veličina

= napon ili struja sa zadanim početnim kutem (obično:  $\alpha=0$ ). Nije li zadana, biramo ju sami. Definiranjem referentne veličine određuje se trenutak promatranja ( $t=0$ ).

## ◆ Oznake potencijala u dijagramu

U dijagramu se potencijali označavaju oznakama točaka iz el. kruga (npr. 1, 2, 3), a *položaj pojedine točke u dijagramu* (kompl. ravnini) *određuje njezin potencijal*.

# Primjer: Izgled topografskog dijagrama



Spojnicu bilo kojih dviju točaka topografskog dijagrama predstavlja vektor napona između tih točaka el. kruga

- ❖ Nacrtajte vektore napona izvora te napona na otporu i kapacitetu.
- ❖ Kakav je odnos veličina omskog i kapacitivnog otpora u ovome krugu?

Postupak određivanja topografskog dijagrama svodi se na *postupak određivanja potencijala pojedinih točaka kruga*, a pritom se mogu koristiti dva osnovna postupka i to:

- ◆ Analitički

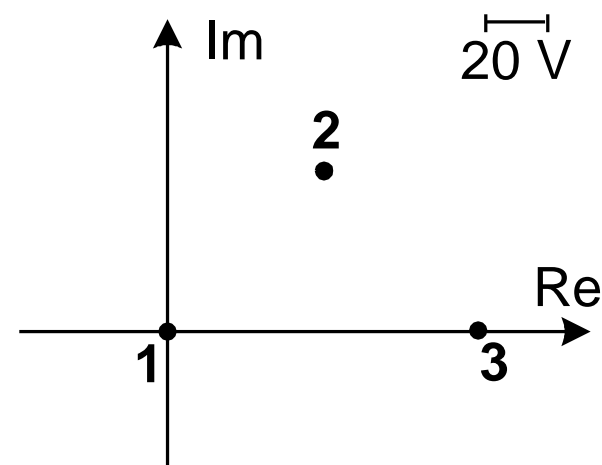
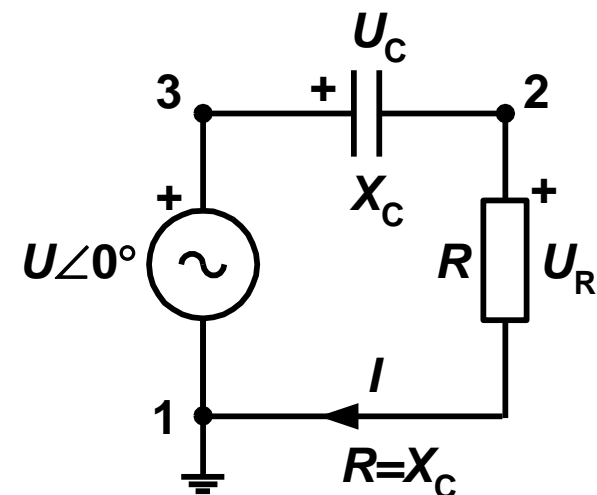
Potencijali pojedinih točaka kruga se izračunaju (polazeći od referentne točke, a s pomoću prethodno određenih struja te zadanih impedancija pojedinih elemenata kruga) i označe u kompleksnoj ravnini.

- ◆ Grafički

Nacrtaju se (u nekom mjerilu) prethodno određeni vektori napona na pojedinim elementima (vektorski dijagram) kruga, pa se (počevši od ishodišta) vektori slože (hvatište slijedećeg na vrh prethodnog) onim redom kako su spojeni elementi u krugu. Na spojištima vektora nalaze se pojedine točke topografskog dijagrama.

# Primjer: Topografski dijagram analičkim postupkom

- ❖ Nacrtajte topografski dijagram za krug na slici u mjerilu 20 V/jed primjenom analitičkog postupka, ako je zadano:  $U=100\text{ V}$ ,  $X_C=R=71\ \Omega$ .
- ❖ Iznos impedancije kruga dobiva se iz zadanih otpora ( $Z^2 = R^2 + X_C^2$ ):  $Z=100\ \Omega$ , a kut impedancije  $\varphi = \arctan(-X_C/R) = -45^\circ$ , tako da je  $\underline{Z} = 100\angle -45^\circ\ \Omega$ , pa je struja  $\underline{I} = \underline{U}/\underline{Z} = (100\angle 0^\circ\text{ V})/(100\angle -45^\circ\ \Omega) = 1\angle 45^\circ\text{ A}$



Točka 1 je uzemljena, pa je  $\dot{V}_1 = 0\text{ V}$

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + IR = 0 + 71\angle 45^\circ\text{ V} = 71\angle 45^\circ\text{ V} = 50 + j50\text{ V}$$

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + jX_C I = 50 + j50 + 50 - j50\text{ V} = 100\text{ V} = 100\angle 0^\circ\text{ V}$$

**Provjera:** na temelju KZN mora biti:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_1 + \underline{U} = 0 + 100\angle 0^\circ\text{ V} = 100\angle 0^\circ\text{ V} \text{ (OK)}$$

# Primjer: Topografski dijagram grafičkim postupkom

- Nacrtati topografski dijagram za krug na slici u mjerilu 20 V/jed primjenom grafičkog postupka, ako je zadano:  $U=100\text{ V}$ ,  $X_C=R=71\ \Omega$ .

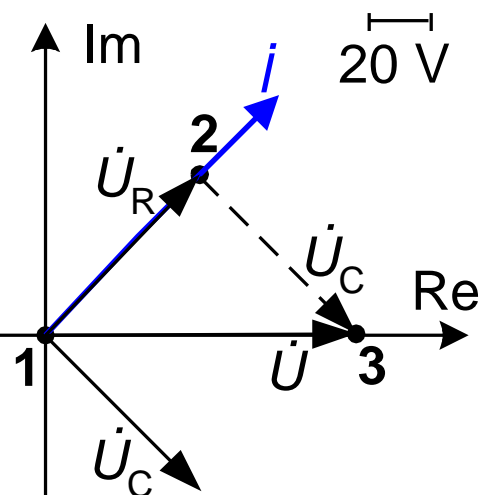
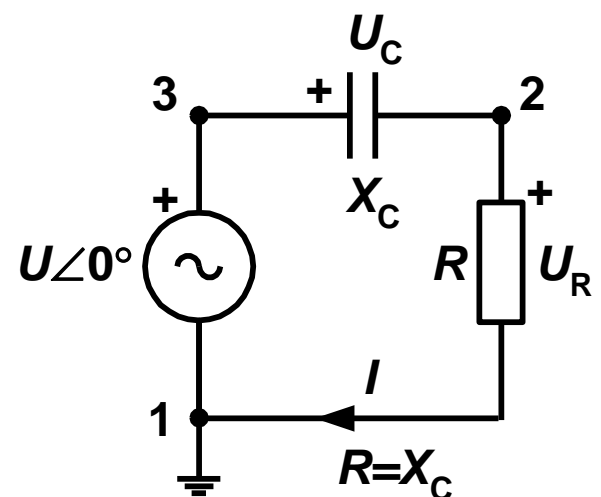
- Iznos impedancije kruga dobiva se iz zadanih otpora ( $Z^2 = R^2 + X_C^2$ ):  $Z=100\ \Omega$ , a kut impedancije  $\varphi = \arctan(-X_C/R) = -45^\circ$ , tako da je  $\underline{Z} = 100 \angle -45^\circ\ \Omega$ , pa je struja  $\underline{i} = \underline{\dot{U}} / \underline{Z} = (100 \angle 0^\circ\text{ V}) / (100 \angle -45^\circ\ \Omega) = 1 \angle 45^\circ\text{ A}$

- Potencijale dobivamo slaganjem vektora napona:

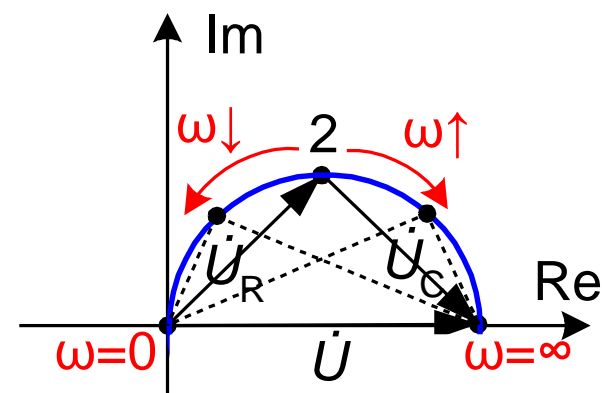
$$\dot{U}_R = iR = 71 \angle 45^\circ\text{ V} = 50 + j50\text{ V} = \dot{U}_{21} \quad \text{ i } \quad \dot{U}_C = iX_C = (1 \angle 45^\circ\text{ A})(71 \angle -90^\circ\ \Omega) = 50 - j50\text{ V} = \dot{U}_{32}$$

$$\dot{V}_1 = 0; \quad \dot{V}_2 = \dot{U}_R; \quad \dot{V}_3 = \dot{U}_R + \dot{U}_C; \quad \text{Provjera: } \dot{U}_R + \dot{U}_C = \dot{U}$$

- Koja mjesta u kompleksnoj ravnini zauzima točka 2 ako se frekvencija izvora mijenja od 0 prema  $\infty$ ?



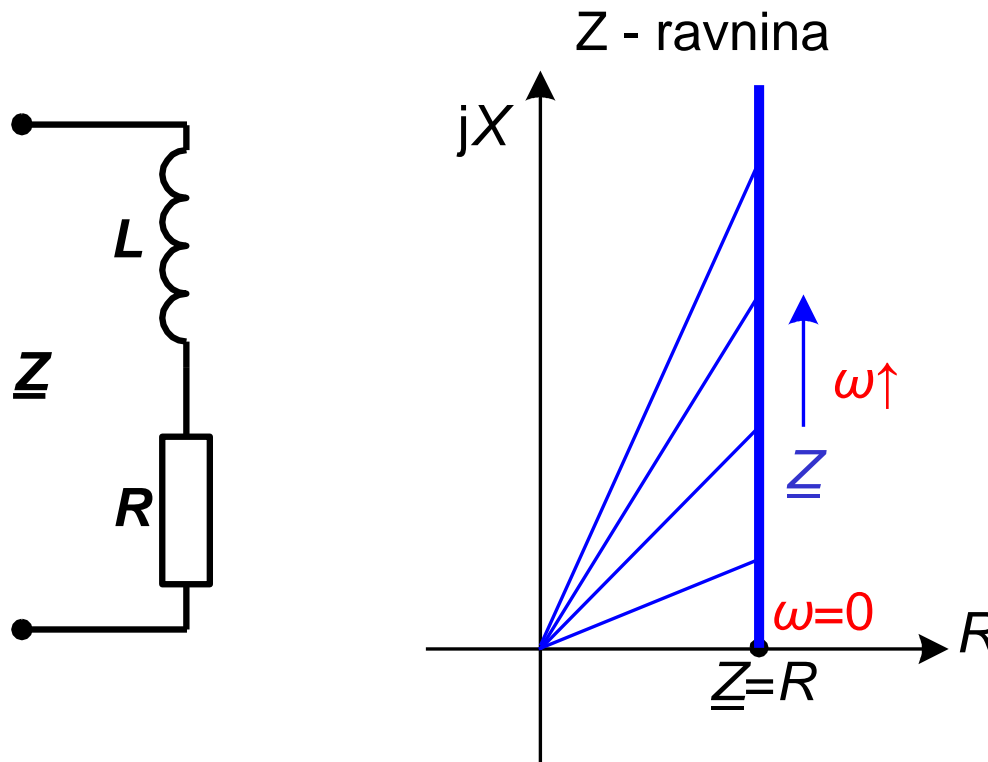
- ◆ Promjenom frekvencije od 0 prema  $\infty$  velikoj vrijednosti, u krugu iz prethodnog pitanja, kapacitivni otpor  $X_C = 1/(\omega C)$  od  $\infty$  velike vrijednosti (prekid kruga) pada prema nuli (kratki spoj), koju bi dosegao za  $\omega = \infty$ .
- ◆ Omjer napona na kapacitetu i otporu pritom se mijenja (frekvencijski ovisno djelilo napona) i to tako da je kut između fazora napona na kapacitetu i otporu uvijek  $90^\circ$ , pa vektori ova dva napona uvijek čine katete pravokutnog trokuta iznad vektora napona izvora kao hipotenuze
- ◆ Prema Thalesovom poučku, točka 2 (za bilo koji odnos napona  $U_R$  i  $U_C$  mora biti na polukružnici opisanoj iznad napona izvora  $U$  (kao promjera).
- ◆ Polukružnica na slici desno predstavlja dijagram mjesta svih mogućih vrijednosti potencijala  $V_2$  za  $0 < \omega < \infty$ , kojega zovemo *mjesni* (ili *lokus*) *dijagram*.



Mjesni dijagram je prikaz u kompl. ravnini mjesta svih vrijednosti koje neka veličina poprima pri promjeni pojedinog parametra

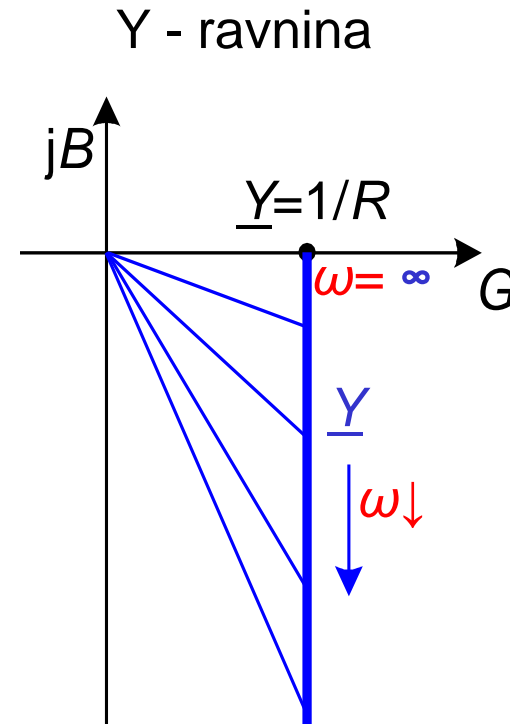
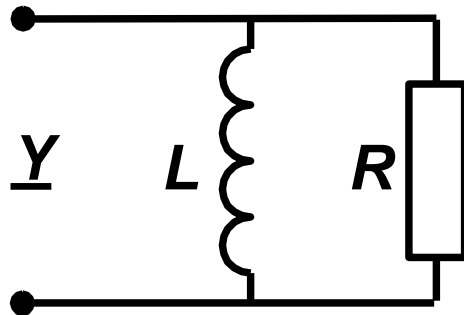


- ◆ Mjesni dijagram impedancije serijskog RL-spoja za frekvencije  $0 \leq \omega < \infty$ :



- ❖ Skicirajte (samostalno) mjesni dijagram admitancije  $\underline{Y}$  paralelnog RL-spoja za promjenu frekvencije od 0 do  $\infty$  ?

- ◆ Mjesni dijagram admitancije paralelnog RL-spoja za frekvencije  $0 \leq \omega < \infty$ :



- ❖ Poduzetni neka pokušaju skicirati mjesni dijagram impedancije  $\underline{Z}$  paralelnog RL-spoja za promjenu frekvencije od 0 do  $\infty$  !

# Primjer za vježbu

- ❖ Nacrtati topografski dijagram za krug na slici, ako je zadano:  $U=100\text{ V}$ ;  $\omega=312,5\text{ s}^{-1}$ ;  $R_1=R_2=R_3=R_4=50\Omega$ ;  $L=160\text{mH}$ ;  $C=64\mu\text{F}$ ;  $\alpha_u=0$ .
- ❖ Iz topografskog dijagrama odrediti fazore napona  $\hat{U}_{32}$ ,  $\hat{U}_{42}$  i  $\hat{U}_{43}$ .
- ❖ Koliki je iznos, a koliki kut ukupne struje  $\hat{I}_1$ ?
- ❖ Kako na dijagram utječe promjena točke uzemljenja?
- ❖ Odredite mjesni dijagram za potencijal točke 4, ako se frekvencija  $\omega$  mijenja od 0 prema  $\infty$ . Kako se pritom mijenja fazor napona  $\hat{U}_{42}$ ?
- ❖ Napišite vremenske funkcije struja  $i_3(t)$  i  $i_4(t)$ ? Koliki im je fazni pomak? Mogu li se izraziti kao sinusna i kosinusna funkcija istoga kuta? Čemu je jednak zbroj kvadrata struja  $i_3(t)$  i  $i_4(t)$ ? Ako su otpori  $R_3$  i  $R_4$  dvije jednake žarulje, kako se vremenski mijenja ukupna snaga njihova svjetla?
- ❖ Ovisi li kut između struje i napona ovoga kruga o frekvenciji? Zašto?

