

Složeni krugovi izmjenične struje

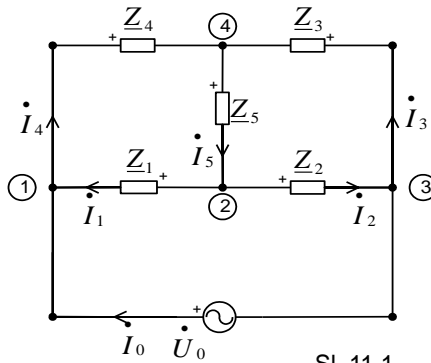
(uredio prof.dr.sc. Armin Pavić)

Sadržaj:

Mosni spoj
Pretvorbe spojeva trokuta i zvijezde
Rješavanje mreže jednačbama KZ
Pretvorba međuinaktivne veze
Metoda superpozicije

Mosni spoj

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



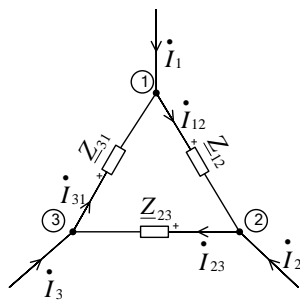
Sl. 11.1

Uvjet ravnoteže mosta:

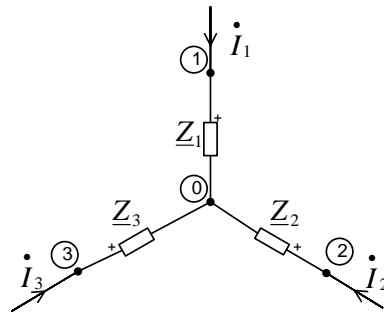
$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3 - \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_4 = 0; \quad \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_3} \quad (11.1)$$

Pretvorbe trokut-zvijezda

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Sl. 11.2a: Trokut



Sl. 11.2b: Zvijezda

Pretvorba trokuta u zvijezdu

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_\Delta}; \quad \underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_\Delta}; \quad \underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{23} \cdot \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_\Delta} \quad (11.2)$$

Gdje je:

$$\underline{Z}_\Delta = \underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31} \quad (11.2a)$$

5

Pretvorba zvijezde u trokut

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3} \quad (11.3a)$$

$$\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1} \quad (11.3b)$$

$$\underline{Z}_{31} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \quad (11.3c)$$

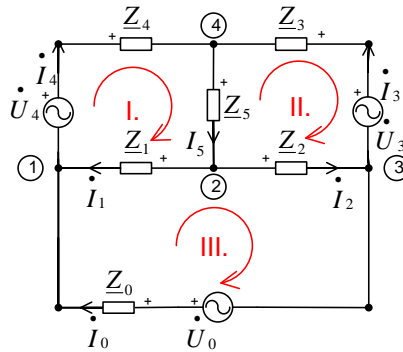
6

Mreže izmjenične struje

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Izravna primjena jednačbi Kirchhoffovih zakona:



Sl. 11.3

Izravna primjena jednačbi Kirchhoffovih zakona

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Jednačbe Kirchhoffovih zakona:

$$\left. \begin{aligned} +\dot{I}_0 &+ \dot{I}_1 && -\dot{I}_4 && & = 0 \\ &- \dot{I}_1 &- \dot{I}_2 && & + \dot{I}_5 & = 0 \\ &&& + \dot{I}_3 &+ \dot{I}_4 &- \dot{I}_5 & = 0 \end{aligned} \right\} \text{strujne}$$

$$\left. \begin{aligned} +\underline{Z}_1 \cdot \dot{I}_1 &&& +\underline{Z}_4 \cdot \dot{I}_4 + \underline{Z}_5 \cdot \dot{I}_5 &= \dot{U}_4 \\ &- \underline{Z}_2 \cdot \dot{I}_2 - \underline{Z}_3 \cdot \dot{I}_3 && - \underline{Z}_5 \cdot \dot{I}_5 &= -\dot{U}_3 \\ +\underline{Z}_0 \cdot \dot{I}_0 - \underline{Z}_1 \cdot \dot{I}_1 + \underline{Z}_2 \cdot \dot{I}_2 &&& &= \dot{U}_0 \end{aligned} \right\} \text{naponske}$$

Jednadžbe Kirchhoffovih zakona u matričnom obliku

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



One se u matričnom obliku pišu:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & \underline{Z}_1 & 0 & 0 & \underline{Z}_4 & \underline{Z}_5 \\ 0 & 0 & -\underline{Z}_2 & -\underline{Z}_3 & 0 & -\underline{Z}_5 \\ \underline{Z}_0 & -\underline{Z}_1 & \underline{Z}_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{U}_4 \\ -\dot{U}_3 \\ \dot{U}_0 \end{bmatrix} \quad (11.4a)$$

$$\text{ili} \quad \underline{Z} \cdot \dot{\underline{I}} = \dot{\underline{U}} \quad (11.4b)$$

Rješenje sustava jednadžbi je:

$$\dot{\underline{I}} = \underline{Z}^{-1} \cdot \dot{\underline{U}} \quad (11.5)$$

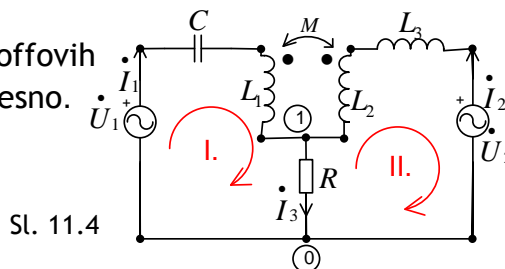
9

Mreža s međuinaktivnom vezom - jednadžbe KZ

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Napisati jednadžbe Kirchhoffovih zakona za mrežu na slici desno.



KZS (čvor 1):

KZN (petlja I):

KZN (petlja II):

10

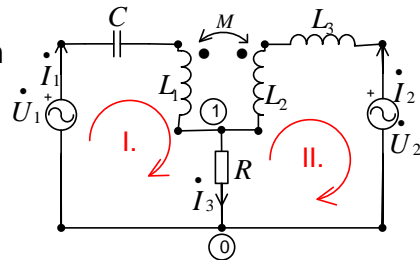
Mreža s međuinduktivnom vezom - jednađbe KZ (2)

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Napisati jednađbe Kirchhoffovih zakona za mrežu na slici desno.

Sl. 11.4



$$\text{KZS (čvor 1):} \quad \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \quad (11.6)$$

$$\text{KZN (petlja I):} \quad \dot{I}_1 \cdot \frac{1}{j\omega C} + \dot{I}_1 \cdot j\omega L_1 + \dot{I}_2 \cdot j\omega M + \dot{I}_3 R = \dot{U}_1 \quad (11.7)$$

$$\text{KZN (petlja II):} \quad -\dot{I}_1 \cdot j\omega M - \dot{I}_2 \cdot j\omega(L_2 + L_3) - \dot{I}_3 R = -\dot{U}_2 \quad (11.8)$$

Transformacija međuinduktivne veze

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

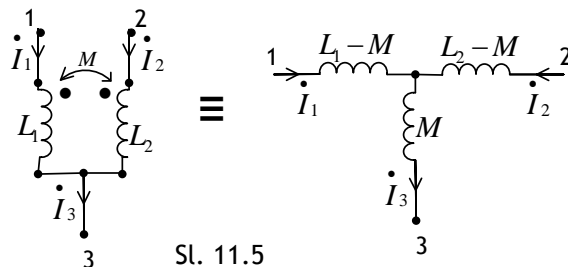


$$\begin{aligned} \dot{U}_{13} &= \dot{I}_1 \cdot j\omega L_1 + \dot{I}_2 \cdot j\omega M & \dot{I}_2 &= \dot{I}_3 - \dot{I}_1 \\ \dot{U}_{23} &= \dot{I}_2 \cdot j\omega L_2 + \dot{I}_1 \cdot j\omega M & \dot{I}_1 &= \dot{I}_3 - \dot{I}_2 \end{aligned} \quad (\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}_3)$$

$$\dot{U}_{13} = \dot{I}_1 j\omega L_1 + (\dot{I}_3 - \dot{I}_1) j\omega M = \dot{I}_1 j\omega(L_1 - M) + \dot{I}_3 j\omega M$$

$$\dot{U}_{23} = \dot{I}_2 j\omega L_2 + (\dot{I}_3 - \dot{I}_2) j\omega M = \dot{I}_2 j\omega(L_2 - M) + \dot{I}_3 j\omega M$$

Transformacija
međuinduktiviteta
(spoj u 3 točke)



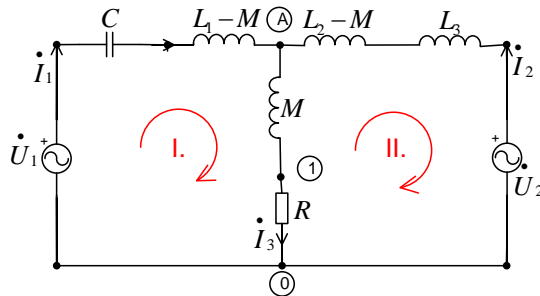
Sl. 11.5

Mreža s transformiranom međuinduktivnom vezom

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Napisati jednađžbe KZN za petlje I. i II. te jednađžbu KZS za čvor A, u transformiranoj mreži (iz primjera 1) na slici.



Sl. 11.6

❖ Vrijede li ovdje jednađžbe napisane za izvornu mrežu?

13

Metoda superpozicije

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Kao i u mrežama istosmjerne struje,
uz slijedeće RAZLIKE:

- ✓ UMJESTO OTPORA, RABE SE IMPEDANCIJE
- ✓ UMJESTO IZNOSA NAPONA I STRUJA, RABE SE NJIHOVI KOMPLEKSNI IZRAZI (FAZORI)

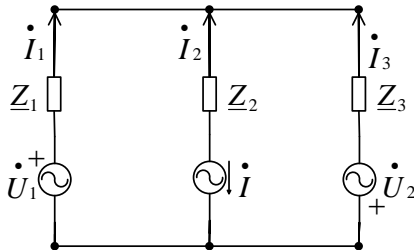
14

Superpozicija: Primjer

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Odredi struje \dot{I}_1 , \dot{I}_2 , i \dot{I}_3 u mreži prema slici.



Sl. 11.7

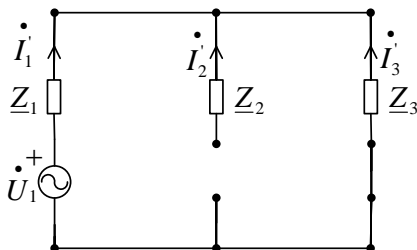
15

Superpozicija: Primjer (a)

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



a) Prvi korak



Sl. 11.7a

$$\dot{I}_1' = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

$$\dot{I}_2' = 0$$

$$\dot{I}_3' = -\frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

❖ Pitanje: Što se događa ako je $\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 = 0$ ($\underline{Z}_1 = -\underline{Z}_3$) ?

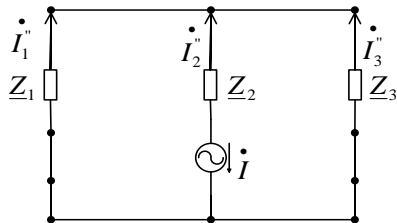
16

Superpozicija: Primjer (b)

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



b) Drugi korak



Sl. 11.7b

$$\dot{I}_1'' = \dot{I} \cdot \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

$$\dot{I}_2'' = -\dot{I}$$

$$\dot{I}_3'' = \dot{I} \cdot \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

❖ Pitanje: Što se događa ako je $\underline{Z}_1 = -\underline{Z}_3$?

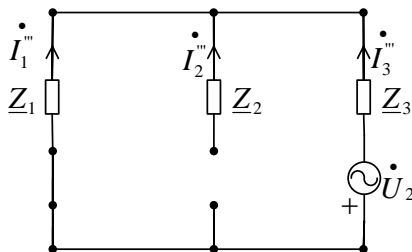
17

Superpozicija: Primjer (c)

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



c) Treći korak



Sl. 11.7c

$$\dot{I}_1''' = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

$$\dot{I}_2''' = 0$$

$$\dot{I}_3''' = -\frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

❖ Pitanje: Što se događa ako je $\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 = 0$?

18

Superpozicija: Primjer (d)

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



♦ Završetak superpozicije

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_1' + \dot{I}_1'' + \dot{I}_1''' = \frac{\dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{I} \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_2' + \dot{I}_2'' + \dot{I}_2''' = -\dot{I}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_3' + \dot{I}_3'' + \dot{I}_3''' = \frac{\dot{I} \cdot \underline{Z}_1 - \dot{U}_1 - \dot{U}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

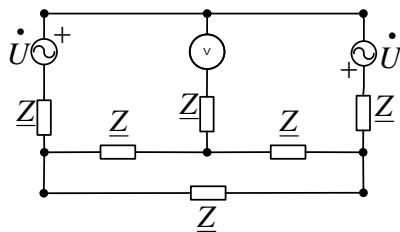
Napomena uz rješenje:

Metoda ovdje nije primjenjiva u slučaju kada je $\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 = 0$!

19

Primjer 1 - Odredite napon voltmetra u spoju na slici

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



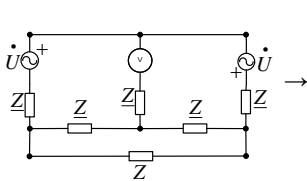
Sl. 11.8

Naputak: Koristite pretvorbu trokut-zvijezda

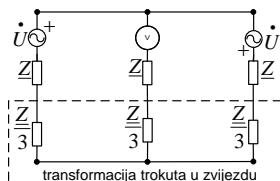
20

Primjer 1 - Rješenje

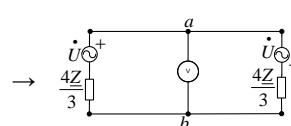
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Sl. 11.8a



Sl. 11.8b



Sl. 11.8c

Kroz impedanciju spojenu serijski s voltmetrom ne teče struja, pa se dobiva serijski krug na slici 11.8c. Ovdje se ukupni napon $2\dot{U}$ dijeli na dvije jednake impedancije (od $4/3Z$) tako da je na svakoj od njih $1/2$ ukupnog napona od $2\dot{U}$ (tj. napon \dot{U}) pa je

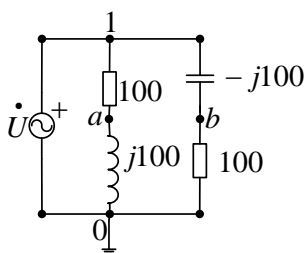
$$\dot{U}_{ab} = \dot{U} - \dot{U} = 0$$

$$U_V = \left| \dot{U}_{ab} \right| = 0$$

21

Primjer 2 - Odredite napon U_{ab} u spoju na slici

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



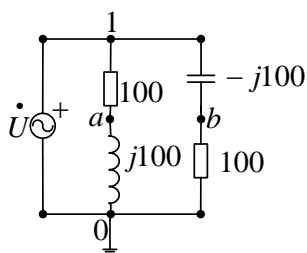
Sl. 11.9

Naputak: Koristite topografski dijagram

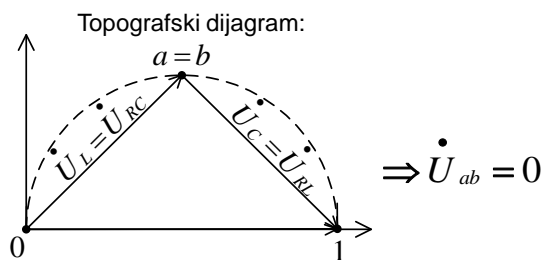
22

Primjer 2 - Rješenje

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Sl. 11.9



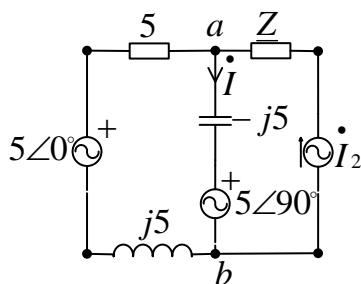
Sl. 11.9a

❖ Što se dogodi ako u jednoj grani omski i reaktivni element zamijene mjesta?

23

Primjer 3 - Ako je u spoju na slici $\dot{I} = 2\angle 0^\circ$ A, kolika je \dot{I}_2

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



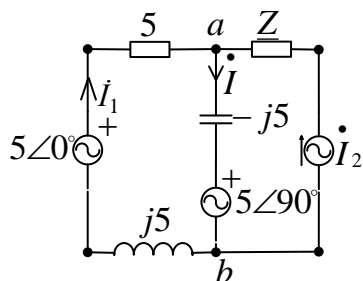
Sl. 11.10

Naputak: Koristite KZS za čvor a

24

Primjer 3 - Rješenje

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Sl. 11.11

Pomoću zadane struje $\dot{I} = 2\angle 0^\circ \text{ A}$ određuje se napon U_{ab} kako slijedi:

$$\dot{U}_{ab} = 5\angle 90^\circ + \dot{I} \cdot (-j5) = -j5 \text{ V}$$

iz kojega se može odrediti struja I_1

$$\dot{I}_1 = \frac{5\angle 0^\circ \text{ V} - \dot{U}_{ab}}{5\Omega - j5\Omega} = \frac{5 + j5}{5 + j5} \text{ A} = 1\angle 0^\circ \text{ A}$$

Iz KZS za čvor a dobiva se konačno: $\dot{I}_2 = \dot{I} - \dot{I}_1 = 1\angle 0^\circ \text{ A}$

❖ Utječe li Z na rješenje? Zašto?