

Zadatak 1.

- 1.1. (1 bod)** Odredite parametre filterske ćelije visokih učestanosti K tipa čija je granična učestanost $f_c = 2800$ (Hz), a karakteristična impedansa za beskonačno veliku učestanost je $R = 600$ (Ω). Propusni opseg je dat izrazom:

$$\frac{1}{2\sqrt{Z_1 Z_2 C_1^2}} \leq \omega < \infty.$$

Rješenje:

Za dati tip filtra važi: $Z_1 = -j \frac{1}{\omega C_1}, Z_2 = j\omega L_2$

Granična kružna učestanost je: $\omega_c = 2\pi f_c = \frac{1}{2\sqrt{L_2 C_1}}$

Za karakterističnu impedansu pri beskonačno velikoj učestanosti vrijedi: $Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = R^2$

Iz posljednje dvije relacije dobija se: $L_2 = 17$ (mH), $C_1 = 47,4$ (nF)

- 1.2. (1 bod)** Na vod bez izobličenja na ulaznom pristupu vezan je generator čija je unutrašnja impedansa određena iz uslova predaje najveće aktivne snage potrošaču koji je vezan na izlazni pristup ovog voda. Odredite aktivnu snagu koju preuzima ovaj potrošač. Poznati parametri su:
 $R' = 0,04$ (Ω/km), $G' = 1$ ($\mu S/km$), $L' = 1$ (mH/km), $E_g = 250$ (V), $Z_g = 100 + j100$ (Ω),
 $l = 100$ (km).

Rješenje:

Aktivna snaga koja se predaje na kraj voda bez izobličenja iznosi: $P_2 = P_1 e^{-2\alpha l} = \frac{E_g^2}{4R_g} e^{-2\alpha l}$

Podužna konstanta slabljenja je: $\alpha = \sqrt{R' G'} = 0,0002$ (Np/km)

Konačno se dobija: $P_2 = 150$ (W)

1.3. (1 bod) Strujni generator složenoperiodične struje:

$$i(t) = 0,5 + \sin\left(100t + \frac{\pi}{4}\right) + 0,5 \cdot \sin\left(300t + \frac{\pi}{6}\right) + 0,1 \cdot \sin\left(500t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (A)}$$

na kojem vlada napon:

$$u(t) = 2 \cdot \sin(100t) \text{ (V)},$$

napaja RLC kolo poznatih parametara. Odredite aktivnu i reaktivnu snagu koju ovaj generator ulaže u kolo.

Rješenje:

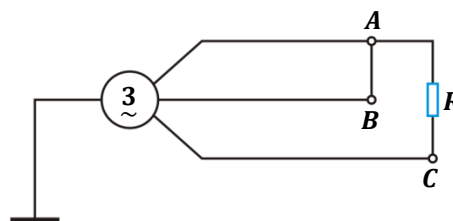
Aktivna i reaktivna snaga koju strujni generator ulaže u kolo određene su prema relacijama:

$$P = \sum_n U^{(n)} I^{(n)} \cos \varphi^{(n)} = U^{(1)} I^{(1)} \cos \varphi^{(1)} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707 \text{ (W)}$$

$$Q = \sum_n U^{(n)} I^{(n)} \sin \varphi^{(n)} = U^{(1)} I^{(1)} \sin \varphi^{(1)} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} = -0,707 \text{ (VAr)}$$

1.4. (2 boda) U trofaznom kolu prema slici došlo je do složenog kratkog spoja. Pri kojoj vrijednosti otpora R će efektivna vrijednost struje faze C iznositi 70 % od struje faze C pri direktnom trostrukom kratkom spoju? Poznati parametri su: $Z_d = Z_i = j1 \text{ (}\Omega\text{)}$. Direktna komponenta napona je data izrazom:

$$\underline{U}_d = \frac{Z_i R \underline{E}}{3Z_d Z_i + R(Z_d + Z_i)}.$$



Rješenje:

Jednačine simetričnog dijela su:

$$\underline{U}_0 + Z_0 \underline{I}_0 = 0, \quad \underline{U}_d + Z_d \underline{I}_d = \underline{E}, \quad \underline{U}_i + Z_i \underline{I}_i = 0$$

Jednačine nesimetričnog dijela su:

$$\underline{U}_A = \underline{U}_B, \quad \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0, \quad \underline{U}_A = \underline{U}_C - R \underline{I}_C$$

$$\text{Struja faze C je: } \underline{I}_C = a \underline{I}_d + a^2 \underline{I}_i = \frac{a \underline{E}}{Z_d} - \frac{a \underline{U}_d}{Z_d} - \frac{a^2 \underline{U}_i}{Z_i} = \frac{a \underline{E}}{Z_d} - \frac{a \underline{U}_d (Z_d + Z_i)}{Z_d Z_i}$$

$$\text{Korištenjem relacije date u zadatku, dobija se: } \underline{I}_C = \frac{3a Z_i \underline{E}}{3Z_d Z_i + R(Z_d + Z_i)}$$

$$\text{Pri direktnom trostrukom kratkom spoju (R = 0) je: } \underline{I}_{C1} = \frac{a \underline{E}}{Z_d}$$

$$\text{Iz traženog odnosa } I_c = 0,7 I_{c1} \text{ dobija se relacija: } \frac{3}{|-3 + j2R|} = 0,7$$

$$\text{Odakle je moguće izračunati traženu vrijednost otpora: } R = 1,53 \text{ (}\Omega\text{)}$$

Zadatak 2.

2. (10 bodova) Kolo dato na slici priključeno je na složenoperiodični generator napona:

$$u(t) = 24 + 12 \cdot \sin(\omega t) + 6 \cdot \sin(2\omega t) \text{ (V)}.$$

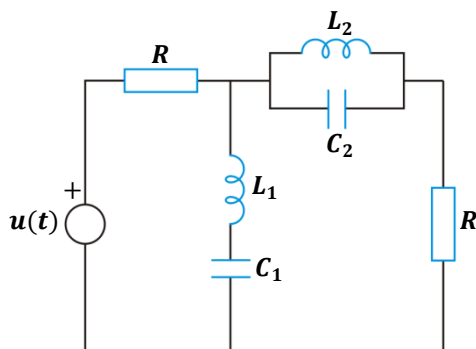
Poznate su reaktanse elemenata za osnovni harmonik:

$$\omega L_1 = 4 \text{ } (\Omega), \omega L_2 = 2 \text{ } (\Omega),$$

$$\frac{1}{\omega C_1} = 4 \text{ } (\Omega), \frac{1}{\omega C_2} = 8 \text{ } (\Omega),$$

dok je otpornost naznačenog otpornika $R = 4 \text{ } (\Omega)$.

Odredite vremenski izraz za struju na ulazu u kolo, te sve snage generatora.

**Rješenje:**

Ulazna impedansa nultog harmonika je: $Z^{(0)} = 2R$.

Imajući u vidu zadane reaktanse elemenata, ulazna impedansa za prvi i drugi harmonik će biti:

$$Z^{(1)} = R \quad \text{jer je} \quad X_{L1}^{(1)} = X_{C1}^{(1)}$$

$$Z^{(2)} = R + j(X_{L2}^{(2)} - X_{C2}^{(2)}) \quad \text{jer je} \quad X_{L2}^{(2)} = X_{C2}^{(2)}$$

Na taj način za ulaznu struju dobija se:

$$I^{(0)} = 3 \text{ (A)}, \quad I^{(1)} = 1,5\sqrt{2} \text{ (A)}, \quad \underline{I}^{(2)} = 0,588e^{-j56,3^\circ} \text{ (A)}$$

Vremenski izraz za struju na ulazu u kolo je:

$$i(t) = 3 + 3 \cdot \sin(\omega t) + 0,588\sqrt{2} \sin(2\omega t - 56,3^\circ) \text{ (A)}$$

Snage su:

$$P = \sum_n U^{(n)} I^{(n)} \cos \varphi^{(n)} = 91,38 \text{ (W)}$$

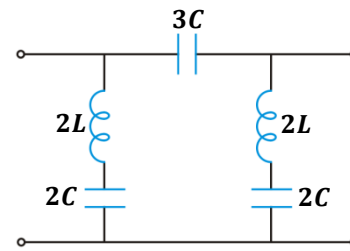
$$Q = \sum_n U^{(n)} I^{(n)} \sin \varphi^{(n)} = 2,08 \text{ (VAr)}$$

$$S = U_{ef} I_{ef} = 96,03 \text{ (VA)}$$

$$D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = 29,45 \text{ (VAd)}$$

Zadatak 3.

3.1. (1 bod) Za filter predstavljen na slici poznato je:
 $L = 400/3 \text{ (mH)}$, $C = 0,1 \text{ (}\mu\text{F)}$. Odredite granične
 kružne učestanosti propusnog opsega filtra. Kojem tipu
 pripada analizirani filter?



a) $5000 \text{ (s}^{-1}\text{)} \leq \omega < \infty$
 VF filter

b) $0 \leq \omega \leq 5000 \text{ (s}^{-1}\text{)}$
 NF filter

c) $5000 \text{ (s}^{-1}\text{)} \leq \omega \leq 7071 \text{ (s}^{-1}\text{)}$
 filter propusnik opsega

d) $5590 \text{ (s}^{-1}\text{)} \leq \omega < \infty$
 VF filter

Rješenje:

$$Z_1 = -j \frac{1}{3\omega C}, \quad 2Z_2 = j \left(2\omega L - \frac{1}{2\omega C} \right) = j \frac{4\omega^2 LC - 1}{2\omega C}$$

Propusni opseg filtra određen je iz uslova: $-1 \leq A \leq 1 \rightarrow -1 \leq \frac{Z_1}{4Z_2} \leq 0$

$$0 \leq \frac{1}{12\omega^2 LC - 3} \leq 1$$

Rješavanjem lijeve i desne strane nejednačine, za propusni opseg filtra dobija se:

$$\frac{1}{\sqrt{3LC}} \leq \omega < \infty \quad \text{odnosno} \quad 5000 \text{ (s}^{-1}\text{)} \leq \omega < \infty$$

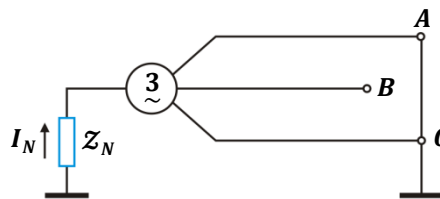
Analizirani filter pripada grupi VF filtera.

3.2. (1 bod) Na slici je prikazan dvostruki kratki spoj faza A i C sa zemljom. Poznati parametri su:

$$Z_0 = j5 (\Omega), Z_d = Z_i = j4 (\Omega), Z_N = 1 - j (\Omega).$$

Odredite efektivnu vrijednost fazne elektromotorne sile generatora, ako je poznata efektivna vrijednost struje zemljospoja $I_N = 120 (A)$. Nulta komponenta napona je data izrazom:

$$\underline{U}_0 = \frac{Z_i(Z_0 + 3Z_N)a^2 E}{(Z_0 + 3Z_N)(Z_d + Z_i) + Z_d Z_i}.$$



a) $E = 400 (V)$

b) $E = 1200 (V)$

c) $E = 120 (V)$

d) $E = 360 (V)$

Rješenje:

Jednačine simetričnog dijela su:

$$\underline{U}_0 + (Z_0 + 3Z_N)\underline{I}_0 = 0, \quad \underline{U}_d + Z_d \underline{I}_d = \underline{E}, \quad \underline{U}_i + Z_i \underline{I}_i = 0 \quad (1)$$

Jednačine nesimetričnog dijela su:

$$\underline{U}_A = \underline{U}_C, \quad \underline{I}_B = 0, \quad \underline{U}_A = 0 \quad (2)$$

$$\text{Vrijedi da je: } \underline{I}_N = 3\underline{I}_0 \quad (3)$$

Korištenjem relacije (3) i relacije date u zadatku, te prve jednačine sistema (1), dobija se:

$$\underline{I}_N = - \frac{3Z_i a^2 \underline{E}}{(Z_0 + 3Z_N)(Z_d + Z_i) + Z_d Z_i}$$

$$\text{Iz zadnje relacije je: } E = I_N \frac{|(Z_0 + 3Z_N)(Z_d + Z_i) + Z_d Z_i|}{3|Z_i|} = 400 (V)$$

3.3. (1 bod) Vod bez izobličenja ima sljedeće poznate parametre $R' = 0,4 (\Omega/km)$, $G' = 0,002 (S/km)$, $Z_c = 14,1 (\Omega)$, $L' = 0,14 (H/km)$, $l = 10 (km)$, $\alpha = 0,028 (Np/km)$. Odredite ukupni kapacitet voda bez izobličenja.

a) $7 (mF)$

b) $280 (F)$

c) $0,7 (mF/km)$

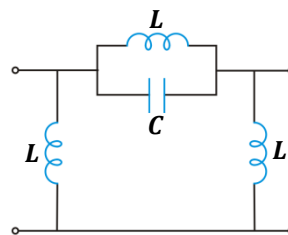
d) $28 (F/km)$

Rješenje:

$$\text{Podužna kapacitivnost za vod bez izobličenja je: } C' = \frac{G' \cdot L'}{R'} = 0,7 (mF/km)$$

$$\text{Traženi kapacitet je: } C = C' \cdot l = 7 (mF)$$

3.4. (2 boda) Za reaktivni filter na slici poznato je: $L = 10 \text{ (mH)}$, $C = 6 \text{ (}\mu\text{F)}$. Na koji način, sa kakvim elementima i kojih vrijednosti, se može od ovog filtra formirati K filter nepropusnik opsega učestanosti?



a) $12 \text{ (}\mu\text{F)}$

b) $6 \text{ (}\mu\text{F)}$

c) 5 (mH)

d) 20 (mH)

Rješenje:

Da bi filter postao K filter nepropusnik opsega učestanosti potrebno je da u paralelne grane serijski dodamo kondenzatore kapaciteta $C_n = 0,5C_2$. U skladu sa usvojenim oznakama za elemente K filtra nepropusnika opsega učestanosti, elementi filtra su $C_1 = C$, $L_1 = L$, $L_2 = 0,5L$, te kapacitet kondenzatora C_2 mora biti:

$$C_2 = \frac{L_1 C_1}{L_2} = 2C = 12 \text{ (}\mu\text{F)}$$

odnosno kapacitet kondenzatora koje treba dodati u paralelne grane iznosi: $C_n = C = 6 \text{ (}\mu\text{F)}$