

prof.dr.sc. Armin Pavić

OSNOVNE ZNAČAJKE, ELEMENTI, ZAKONI I SPOJEVI ELEKTRIČNIH KRUGOVA

Strujni krug

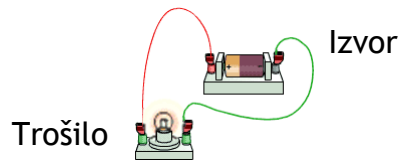
- ♦ Strujni krug = **zatvoreni** krug gibanja naboja - tok struje (u kojemu *mora postojati izvor el. struje*)
- ♦ Fizički strujni krug je spoj **stvarnih**, fizičkih elemenata (npr. baterija, spojni vodiči, otpornik, kondenzator i sl.)
- ♦ Električni krug je **model** fizičkog strujnog kruga sastavljen od **idealnih** elemenata (koji predstavljaju pojedina svojstva realnih elemenata) npr. otpor, kapacitet, ili napon (idealni izvor).
- ♦ Zamisao el. krugova: bezdimenzionalni prikaz realnih, fizičkih stanja, čiji je opis koncentriran u pojedinim elementima kruga (krugovi s koncentriranim parametrima).
- ♦ Jednostavni strujni krug sastoji se iz izvora, spojnih vodiča i trošila

Fizički i električni krug

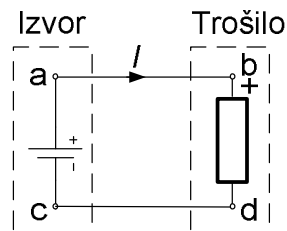
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ **Spojna shema**
(fizički krug)



- ♦ spojnu shemu prikazujemo električnom shemom: tu su izvor i trošilo prikazani kao koncentrirani elementi, a veze među njima su bezdimenzionalne: *otpor spojnih vodiča (linija)=0*
- ♦ **Električna shema**
(električni krug)



Točke a i b su na istom potencijalu (a tako i točke c i d)

3

Prijelazno i stacionarno stanje

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Fizički strujni krugovi, uz svojstvo otpora, imaju još i druga svojstva, npr. **kapacitet** koji pokazuje sposobnost da se s pojavom napona **akumulira energija** (u obliku električnog polja).
 - Zbog nemogućnosti trenutačne promjene energije, kod zatvaranja (ili prekidanja) takvog strujnog kruga konačni (ustaljeni) oblici struje i napona (**stacionarno stanje**) *ne uspostavljaju se trenutačno*, nego je za to potrebno određeno (praktički vrlo kratko) vrijeme, kada je krug u **prijelaznom stanju**
 - Dok se ne napomene drukčije, podrazumijevamo da je u strujnom krugu završeno prijelazno stanje, tj. **razmatramo strujne krugove u stacionarnom stanju**.

4

Varijable i parametri el. krugova

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Varijable:

- ♦ *struja, naboj, napon, potencijal, snaga, energija*

Parametri (značajke):

- ♦ *otpor, kapacitet (i dr.)*

Zakoni električnih krugova

- ♦ *definiraju veze između varijabli i parametara el. krugova - npr. Ohmov zakon: $u(t) = R \cdot i(t)$*

Rješavanje električnih krugova

- ♦ *Određivanje nepoznatih varijabli i parametara primjenom zakona el. krugova*

5

Opće značajke elemenata el. krugova

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Idealni elementi koje možemo klasificirati prema slijedećim značajkama:

- ♦ Linearni i nelinearni elementi
 - Razmatramo: *linearni elementi* (vrijedi načelo superpozicije)
- ♦ Koncentrirani i distribuirani parametri
 - Razmatramo: *koncentrirani*
- ♦ Aktivni i pasivni elementi:
 - Razmatramo: *oba tipa*

6

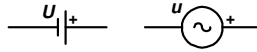
Osnovni elementi el. krugova

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

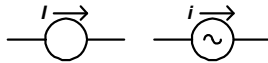


♦ Aktivni elementi (daju više el. energije nego što primaju)

- Naponski izvor

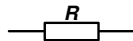


- Strujni izvor

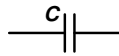


♦ Pasivni elementi (ne mogu dati više el. energije nego prime)

- Otpor



- Kapacitet



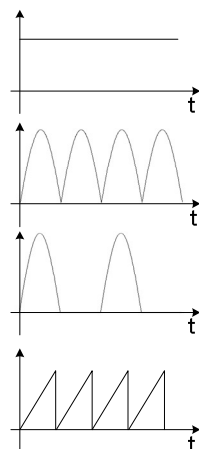
7

Oblici vremenske promjene struja i napona izvora

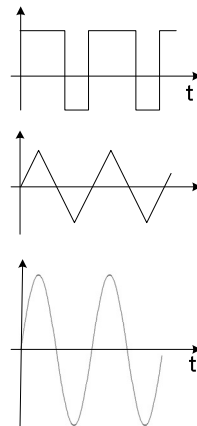
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Istosmjerni napon (struja)



Izmjenični napon (struja)



8

Referentni smjer struje i polaritet napona



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

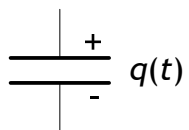
- ♦ Za struje i napone koje (u času razmatranja) imaju nepoznate smjerove ili polaritete, uvodimo **referentne** smjerove i polaritete
- ♦ *Referentni smjer (polaritet)* definiramo proizvoljno dogovorom (unaprijed ga pretpostavimo), a stvarni smjer (polaritet), u odnosu na referentni, određen je (pozitivnim ili negativnim) predznakom dobivenog rezultata.
 - ❖ Npr. izračunata jakost struje od -5 A, znači da je stvarni smjer struje suprotan od referentnog (pretpostavljenog).

9

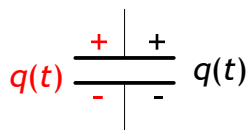
Primjer referentnog polariteta za naboj



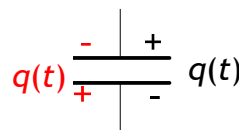
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Referentni
polaritet



$q(t) > 0$
Stvarni polaritet

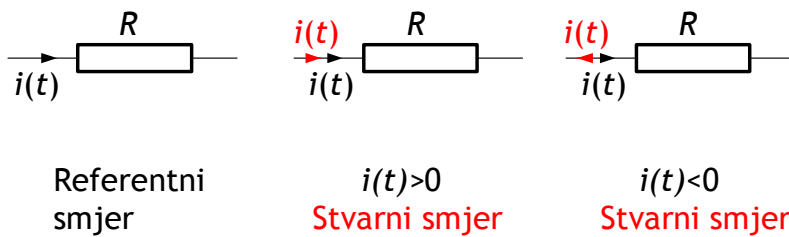


$q(t) < 0$
Stvarni polaritet

10

Referentni smjer struje

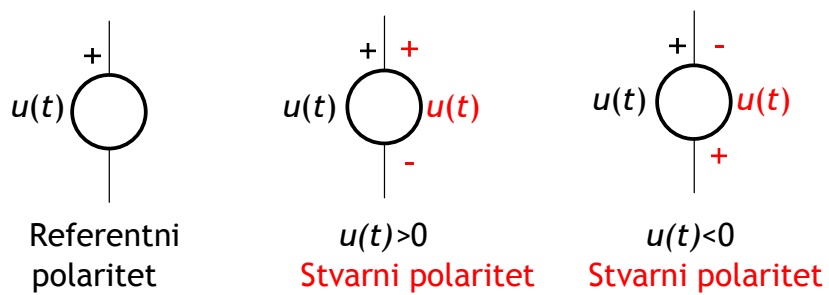
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



11

Referentni polaritet za napon

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



12

Referentni predznak snage i smjer toka energije

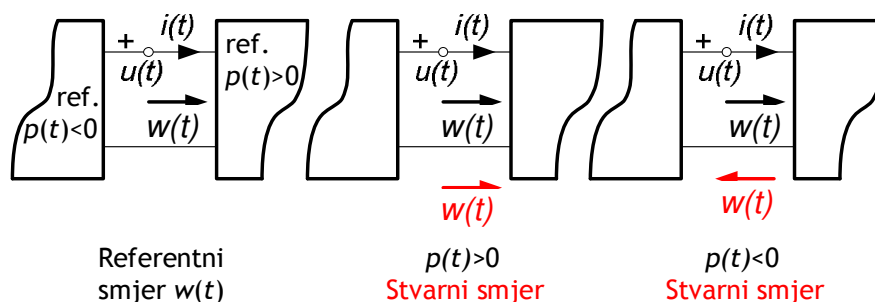
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Referentni (pozitivni) predznak snage određen je odnosom referentnog polariteta napona i referentnog smjera struje
- slika: desni element ima ref. $p(t) > 0$ (kao otpor) znači: *prima energiju*

Referentnim predznakom snage određen je referentni smjer toka energije (na donjoj slici je to **s lijeva na desno**), a

stvarni predznak snage $p(t)$ pokazuje stvarni smjer toka energije $w(t)$



13

Veza struje i napona na pojedinim elementima

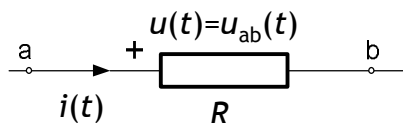
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Jednadžbama povezani referentni smjerovi struje i polariteti napona na pojedinim elementima

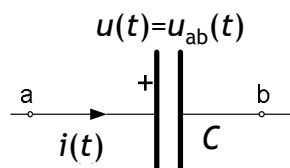
▪ Otpor

$$u(t) = i(t) \cdot R$$



▪ Kapacitet

$$i(t) = C \cdot du(t) / dt$$



14

Formalni opis elemenata el. kruga - otpor

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ **Otpor:** dvopolni element kod kojeg su struja i napon povezani prema Ohmovom zakonu:

$$u(t) = i(t) \cdot R \quad i(t) = u(t) \cdot G \quad R = \frac{u(t)}{i(t)} = \frac{1}{G}$$

- ♦ Snaga na otporu je:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = i^2(t) \cdot R \geq 0 \quad \text{troši (nepovratno pretvara) el. energiju (u toplinu)}$$

- ♦ Energija na otporu je:

$$w(t) = \int_{t'=-\infty}^t p(t') dt' \geq 0 \quad \text{pasivan}$$

15

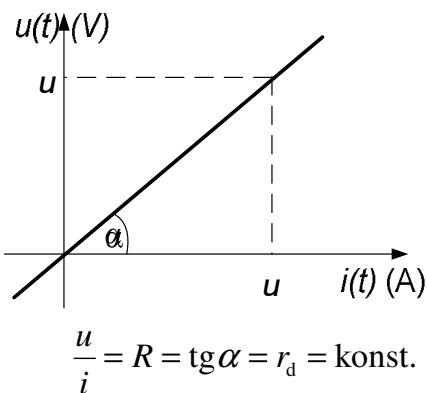
Formalni opis elemenata el. kruga - otpor

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

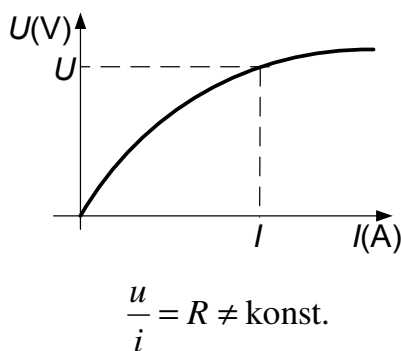


- ♦ Naponsko-strujna (voltamperska ili UI) karakteristika

a) linearna
omski otpor R



b) nelinearna
(nelinearni element N)
 $R \neq r_d$



16

Formalni opis elemenata el. kruga - kapacitet

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Kapacitet: dvopolni element koji povezuje naboj i napon:

$$q(t) = C \cdot u(t) \quad C = \frac{q(t)}{u(t)} = \text{konst.}$$

- ♦ Struja kroz kapacitet je:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du(t)}{dt}$$

- ♦ Napon na kapacitetu je:

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{t'=-\infty}^t i(t') dt' = u_0 + \frac{1}{C} \int_{t'=0}^t i(t') dt'; \quad u_0 = \frac{1}{C} \int_{t'=-\infty}^0 i(t') dt'$$

u_0 = početni napon u trenutku (početka razmatranja) $t' = 0$

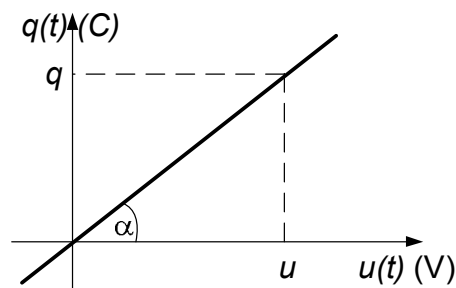
17

Formalni opis elemenata el. kruga - kapacitet

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Karakteristika kapaciteta naboj-napon



$$\tan \alpha = \frac{q(t)}{u(t)} = C = \text{konst.}$$

- Snaga na kapacitetu:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = u(t) \cdot C \frac{du(t)}{dt}$$

$p(t) > 0$ - prima energiju

$p(t) < 0$ - daje energiju

18

Formalni opis elemenata el. kruga - kapacitet

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

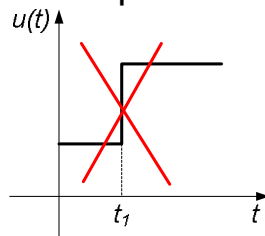


♦ Energija na kapacitetu

$$w(t) = \int_{t'=-\infty}^t p(t') dt' = \int_{t'=-\infty}^t C \cdot u(t') \frac{du(t')}{dt'} dt' = \int_{u(-\infty)}^{u(t)} C \cdot u(t') du$$

$$w(t) = C \frac{u^2(t)}{2} - C \frac{u^2(-\infty)}{2} = C \frac{u^2(t)}{2} \geq 0 \quad \text{pasivan}$$

♦ Napon na kapacitetu je kontinuirana funkcija



inače bi bilo:

$$i(t_1) = C \frac{du(t_1)}{dt} = \infty$$

19

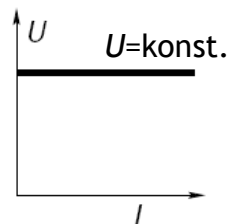
Formalni opis elemenata kruga - idealni izvor

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



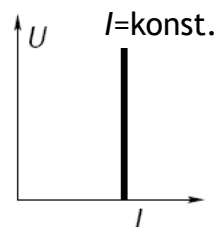
♦ Naponski izvor: dvopolni element koji daje napon neovisan o opterećenju (struji)

- Otpor idealnog naponskog izvora jednak je nuli ($R_i=0$)



♦ Strujni izvor: dvopolni element koji daje struju neovisnu o opterećenju (naponu)

- Otpor idealnog strujnog izvora je beskonačno velik ($R_i=\infty$)



20

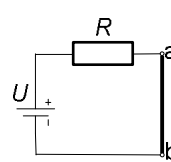
Pojmovi kratkog spoja i praznog hoda

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ **Kratki spoj** = stanje između dviju točaka el. kruga (na slici: točke a i b) između kojih su *otpor i napon jednaki nuli*

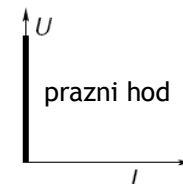
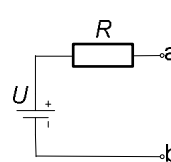
$$R=0, \quad U=0$$



- ♦ **Prazni hod (prekid kruga)** = stanje između dviju točaka električnog kruga između kojih je *otpor beskonačno velik a struja jednaka nuli*

$$R=\infty, \quad I=0$$

(otvoreni krug - ne teče struja)



21

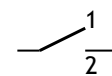
Još neki važni elementi električnog kruga

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ **Sklopka (idealna)**: dvopolni element koji otvara i zatvara strujni krug. Ima dva stanja: 1. otvoreno ($R=\infty$, prekid); i 2. zatvoreno ($R=0$, kratki spoj); koja *mijenja trenutačno*

Znak za sklopku



- ♦ **Ampermetar (idealni)**: dvopolni element koji pokazuje jakost struje što kroz njega prolazi. $R_A=0$ (kratki spoj)

Znak za ampermetar



- ♦ **Voltmetar (idealni)**: dvopolni element koji pokazuje napon između svojih priključnica. $R_V=\infty$ (prekid kruga)

Znak za voltmetar



22

Spojevi elemenata električnog kruga

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



Osnovni načini spajanja elemenata kruga

- ♦ **Serijski spoj**

Elementi su spojeni *serijski* ako kroz njih teče *ista struja*

- ♦ **Paralelni spoj**

Elementi su spojeni *paralelno* ako imaju *isti napon*

Pojam (električne) mreže

- ♦ Općenito: *skup na različite načine spojenih elemenata* (npr. otporničke, ili kondenzatorske mreže)
- ♦ Posebno: *električni krug u kojemu je spojeno više izvora*

23

Značajke strukture električnih mreža

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ **Topologija:** opisuje položaj i način povezanosti elemenata (konfiguraciju) električne mreže
- ♦ Osnovni pojmovi iz topologije el. mreža:
 - **Grana:** dio mreže kroz koji teče ista struja.
 - **Čvor:** mjesto (točka) gdje se sastaju tri ili više grana
 - **Petlja:** zatvoreni put po granama mreže
 - **Zatvoreni put** = put po granama mreže koji kreće iz jednog čvora te (ne prolazeći niti jedan čvor mreže više od jednom) završava u polaznom čvoru
 - **Skup nezavisnih petlji:** skup petlji koje se *međusobno razlikuju za barem jednu granu*
 - prikažemo li mrežu u jednoj ravnini, nezavisne petlje se ocrtavaju kao okna (konture) u tako plošno nacrtanoj mreži. Stoga se *nezavisne petlje* još nazivaju i **konture**.

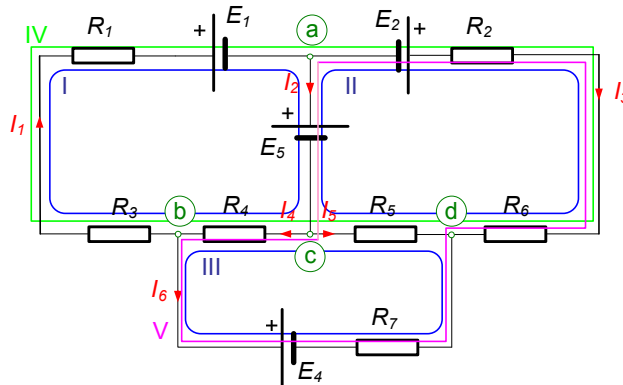
24

Značajke strukture električnih mreža

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Primjeri grana, čvorova, petlji i nezavisnih kontura el. mreže



25

Kirchhoffovi zakoni (osnovni zakoni el. krugova)

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Kirchhoffov zakon za struje - KZS (1. KZ):

- Za svaki čvor s n grana vrijedi:

$$\sum_{j=1}^n i_j(t) = 0$$

(algebarski zbroj struja svih grana u čvoru = 0)

Algebarski: struje koje ulaze u čvor (i_{ul}) dobivaju predznak "+", a struje koje izlaze iz čvora (i_{iz}) dobivaju predznak "-"

- KZS se može iskazati i ovako:

$$\sum_{j=1}^{n_{ul}} i_{ul}(t) = \sum_{k=1}^{n_{iz}} i_{iz}(t)$$

(zbroj ulaznih struja jednak je zbroju izlaznih)

26

Kirchhoffov zakon za napone - KZN (2. KZ)

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- Za svaku petlju (koja sadrži n elemenata) kruga vrijedi:

$$\sum_{j=1}^n u_j(t) = 0$$

(algebarski zbroj napona na svim elementima u petlji = 0)

- Algebarski: obilazeći petlju (proizvoljno odabranim smjerom) naponima koji u tom smjeru rastu dajemo predznak "+", a onima koji u tom smjeru padaju predznak "-"
- KZN se može iskazati i ovako: ako je u petlji n_{iz} izvora na kojima su naponi u_{iz} i n_{pas} pasivnih elemenata na kojima su naponi u_{pas} tada vrijedi sljedeće:

$$\sum_{j=1}^{n_{iz}} u_{iz}(t) = \sum_{k=1}^{n_{pas}} u_{pas}(t)$$

(algebarski zbroj napona na svim izvorima jednak je algebarskom zbroju napona na svim pasivnim elementima u petlji)

27

Primjeri: Značajke serijskog i paralelnog spoja otpora

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



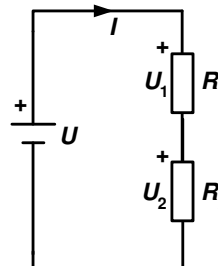
- **Serijski spoj otpora** ($I_1 = I_2 = I$)

KZN: $U = U_1 + U_2 \quad | : I$

$$U/I = U_1/I + U_2/I \quad R_{uk} = R_1 + R_2$$

Ukupni otpor serijskog spoja
jednak je zbroju pojedinih otpora

Djelilo napona: $U_1 : U_2 = R_1 : R_2$



- **Paralelni spoj otpora** ($U_1 = U_2 = U$)

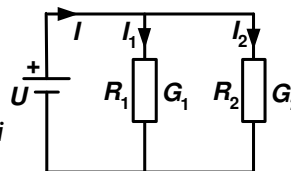
KZS: $I = I_1 + I_2 \quad | : U$

$$I/U = I_1/U + I_2/U \quad G_{uk} = G_1 + G_2$$

Ukupna vodljivost paralelnog spoja
jednaka je zbroju pojedinih vodljivosti

$$1/R_{uk} = 1/R_1 + 1/R_2 \quad R_{uk} = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$$

Djelilo struje: $I_1 : I_2 = G_1 : G_2 = R_2 : R_1$



28

Primjeri: Značajke serijskog i paralelnog spoja kapaciteta

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



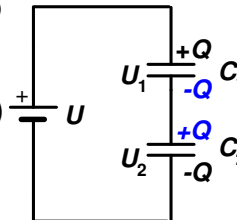
■ Serijski spoj kapaciteta ($Q_1=Q_2=Q$)

Naboj iz izvora ($+Q$ i $-Q$) može doći samo na vanjske ploče spoja, a pod njegovim se utjecajem na unutarnjim pločama influencira naboj ($+Q$ i $-Q$) istog iznosa, pa je stoga $Q_1=Q_2=Q$

KZN: $U=U_1+U_2 \mid :Q$

$U/Q=U_1/Q+U_2/Q \quad 1/C_{uk}=1/C_1+1/C_2$

Kapacitivno djelilo napona: $U_1:U_2=C_2:C_1$



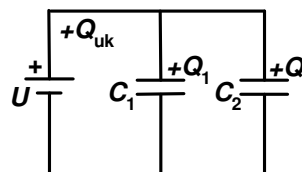
naboj $+Q$ i $-Q$
(vanjske ploče)
razdvoji izvor
naboj $+Q$ i $-Q$
(unutarnje ploče)
razdvojen
influencijom

■ Paralelni spoj kapaciteta ($U_1=U_2=U$)

$Q_{uk}=Q_1+Q_2 \mid :U$ (zakon o očuvanju naboja)

$Q_{uk}/U=Q_1/U+Q_2/U \quad C_{uk}=C_1+C_2$

Djelilo naboja: $Q_1:Q_2=C_1:C_2$



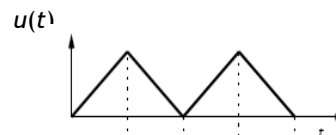
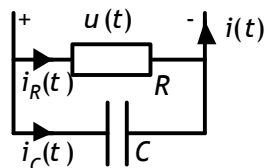
29

Primjeri: Struje kroz paralelni spoj R i C

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ❖ Na temelju zadanog oblika vremenske promjene napona $u(t)$ na paralelnom spoju otpora i kapaciteta (na slici), odrediti oblike vremenske promjene: struje kroz otpor $i_R(t)$, struje kroz kapacitet $i_C(t)$ te ukupne struje spoja $i(t)$



- ♦ Rješenje: Prema KZS, ukupna struja kroz paralelni spoj R i C, priključen na napon $u(t)$ je:

$$i(t)=i_R(t) + i_C(t)$$

$$i_R(t)= u(t)/R$$

$$i_C(t)= C(du(t)/dt) \quad i(t)= u(t)/R + C(du(t)/dt)$$

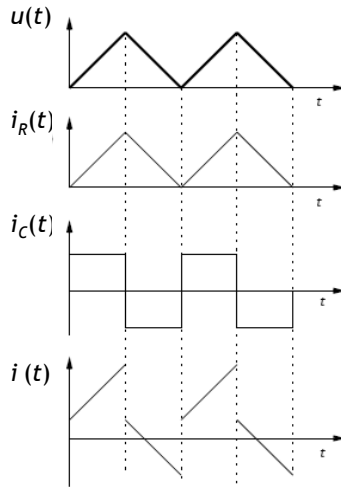
30

Primjeri: (Struje kroz paralelni spoj R i C)

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE



- ♦ Oblici vremenske promjene (valni oblici) napona i pojedinih struja:



Primjenom KZS (zbiranje struja)
za svaku pojedinu vremensku točku,
dobiva se oblik ukupne struje $i(t)$

$$i(t) = i_R(t) + i_C(t)$$