

Metode rješavanja električnih mreža

Uvod

U ovoj skripti ću objasniti detaljan postupak svake metode i uz svaku metodu riješiti po jedan jednostavan primjer. Riješeni i ogledni primjeri su DC mreže. Za AC mreže vrijede ista pravila uz primjenu kompleksnog računa i topografskih dijagrama ako je potrebno.

Sheme su crtane u programu EWB s američkim simbolima.

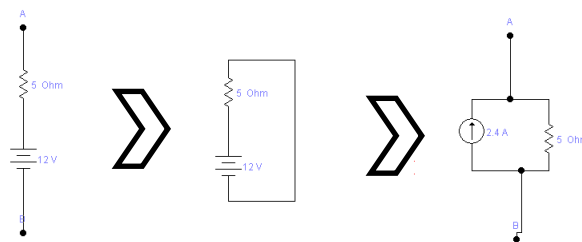
Napomena: KZS/KZN = Kirchhoffov zakon za struje/napone

Osnovni pojmovi

- **ČVOR** – dio mreže gdje se sijeku 3 ili više grana (č)
- **GRANA** – dio mreže kroz koji teče ista struja (g)
- **PETLJA** (prozor, okno) – dio mreže, zatvoreni put po granama mreže, obilazak preko grana nas ponovno vraća u početni čvor

Pretvaranje naponskog u strujni izvor

Napomena: ovo se radi u slučajevima kada treba pojednostavniti mrežu ili kada ju nije moguće riješiti s naponskim izvorom (VRLO rijetko). U većini slučajeva se računa s naponskim izvorima!

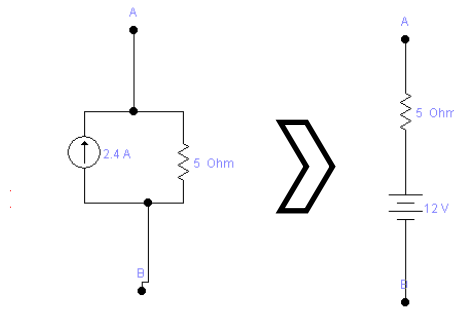


POSTUPAK: Kratko spojimo stezaljke naponskog izvora i izračunamo struju kratkog spoja $I_{ks} = \frac{U_{iz}}{R_{iz}}$.

Dobivena struja je struja strujnog izvora. Konačan rezultat je shema strujnog izvora s paralelnim otpornikom R_{iz} . Ostatak mreže se spaja na stezaljke A i B.

$$I_{ks} = \frac{12V}{5\Omega} = 2,4 A$$

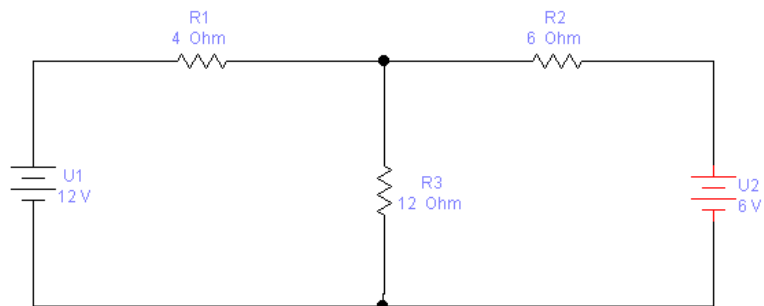
Pretvaranje naponskog u strujni izvor



POSTUPAK: Pomnožimo struju strujnog izvora i paralelni otpor $U_{iz} = I_{iz} \cdot R_{iz}$. Dobiveni napon je napon izvora, a otpornik se spoji serijski s njim.

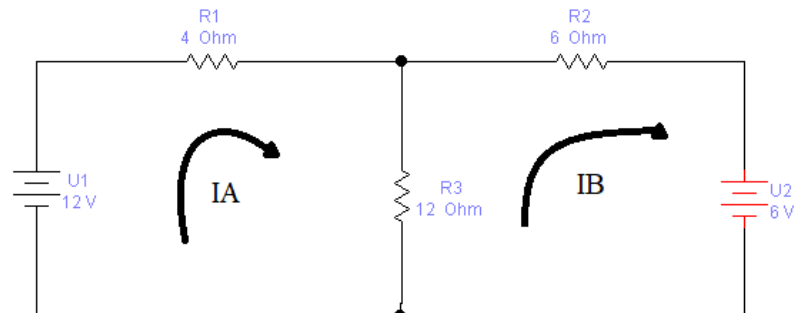
$$U_{iz} = 2,4 \text{ A} \cdot 5 \Omega = 12 \text{ V}$$

Metoda konturnih struja

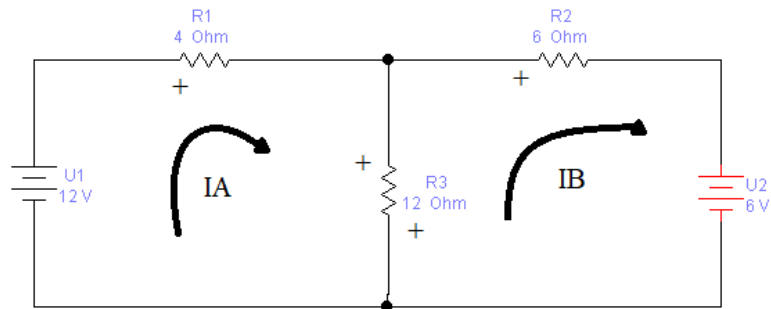


POSTUPAK:

- Odrediti broj nezavisnih petlji: $g - \check{c} + 1 = 3 \text{ grane} - 2 \text{ čvora} + 1 = 2$
- Odrediti i pretpostaviti smjerove struja petlji I_A i I_B . Obilazak mora biti u istom smjeru!



- Označiti polaritete padova napona što ih stvaraju struje petlji

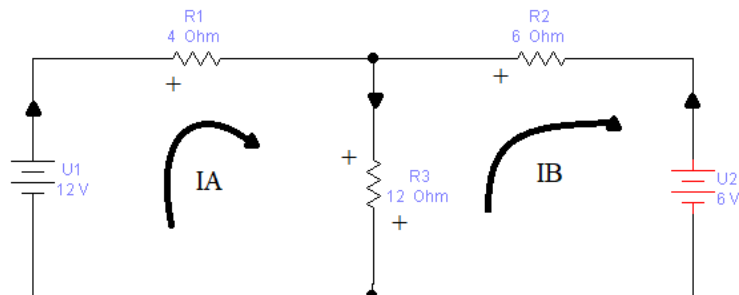


- Postaviti jednadžbe KZN

$$U_1 = I_A(R_1 + R_3) - I_B R_3$$

$$U_2 = I_A R_3 - I_B(R_2 + R_3)$$

Riješimo sustav i dobijemo $I_A = 1\text{ A}$, $I_B = \frac{1}{3}\text{ A}$



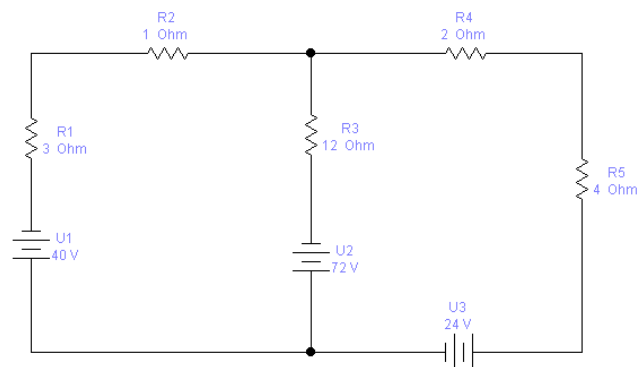
- Pretpostavimo „prave“ smjerove struja i dobijemo

$$I_1 = I_A = 1\text{ A}$$

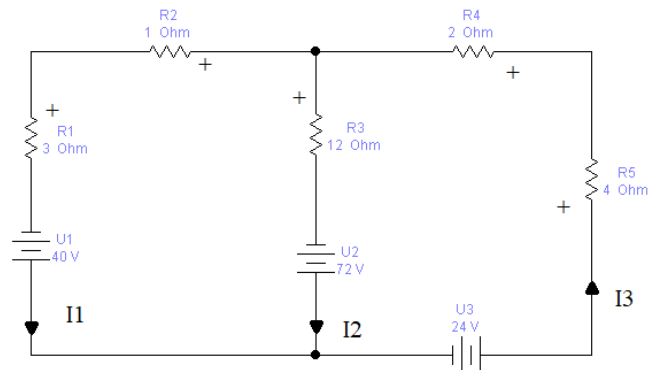
$$I_2 = -I_B = -\frac{1}{3} \rightarrow \text{stvarni smjer je obrnut od pretpostavljenog}$$

$$I_3 = I_A - I_B = \frac{2}{3}\text{ A}$$

Metoda Kirchhoffovim pravilima



- Označiti struje u svim granama (pretpostaviti smjerove)
- Prema tim smjerovima označiti polaritete napona na svakom od elemenata mreže



- Napisati jednadžbe KZS za sve čvorove osim jednog kojeg biramo proizvoljno
- Napisati jednadžbe KZN za sve nezavisne petlje. Pisanje ovakvih jednadžbi je objašnjeno u skripti *Predavanja prof. Trkulje 1. ciklus* koja se nalazi na f2n materijalima.

$$I_3 = I_1 + I_2$$

$$U_1 - U_2 = I_1(R_1 + R_2) - I_2 R_3$$

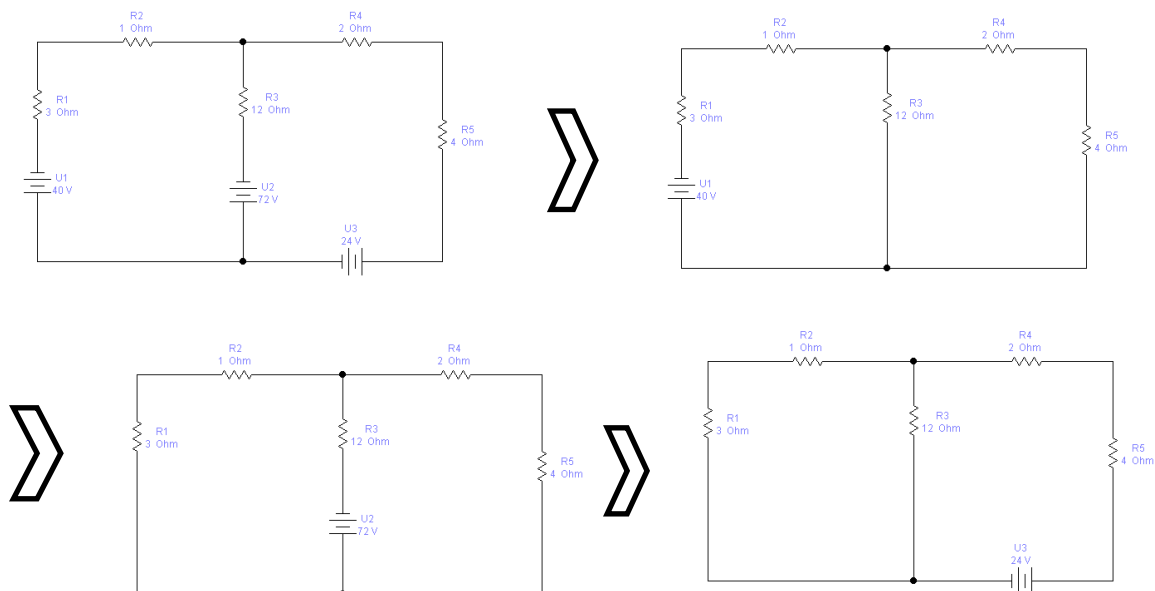
$$U_2 + U_3 = I_2 R_3 + I_3(R_4 + R_5)$$

- Sustav 3 jednadžbe s 3 nepoznanice. Rješenje jednadžbi:

$$I_1 = 4 \text{ A}; I_2 = 4 \text{ A}; I_3 = I_1 + I_2 = 8 \text{ A}$$

Superpozicija

- Superpozicija ili slaganje sastoji se od djelovanja pojedinih izvora na mrežu i algebarskog zbrajanja struja. Prilikom računanja, ostali naponski izvori se kratko spoje, a strujni odspoje



$$U_1 \text{ radi: } R_{uk} = R_1 + R_2 + (R_3 || (R_4 + R_5))$$

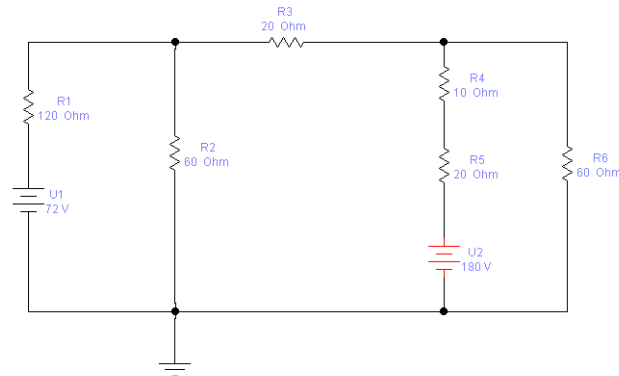
$$U_2 \text{ radi: } R_{uk} = R_3 + ((R_1 + R_2) || (R_4 + R_5))$$

$$U_3 \text{ radi: } R_{uk} = R_5 + R_4 + (R_3 || (R_1 + R_2))$$

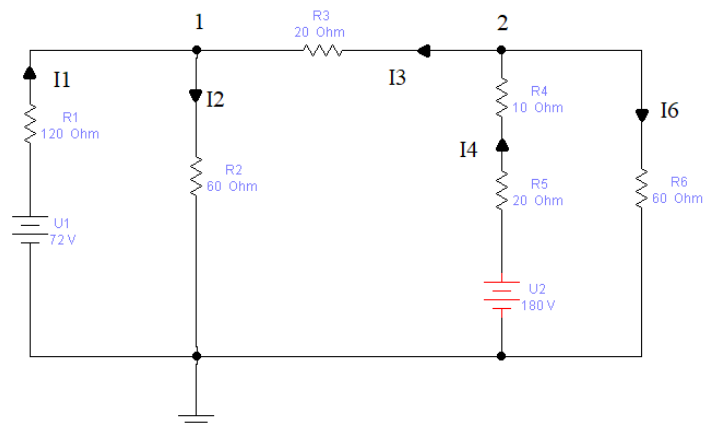
- Budući da mnoge buni kod ove metode kako je što spojeno, naveo sam izraze za R_{uk}

- Zasebne mreže se rešavaju na uobičajen način pazeći pri tome na smjerove struja jer ih u konačnici moramo zbrojiti.

Metoda potencijala (napona) čvorova – MNČ



- Odrediti jedan referentni čvor i dati mu potencijal 0 V ako nijedan čvor nije uzemljen. Označiti ostale čvorove
- Označiti struje po granama. Pretpostaviti smjerove



- Napisati jednačbe KZS za nepoznate čvorove

$$I_2 = I_1 + I_3$$

$$I_4 = I_3 + I_6$$

- Izraziti struje grana pomoću potencijala (struja jednaka omjeru razlike potencijala na otporu grane i iznosa otpora grane)

$$I_1 = \frac{U_1 - \varphi_1}{R_1}; \quad I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{R_2}; \quad I_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{R_3}; \quad I_4 = \frac{U_2 - \varphi_2}{R_{45}}; \quad I_6 = \frac{\varphi_2 - \varphi_0}{R_6}$$

- Kombiniramo jednačbe

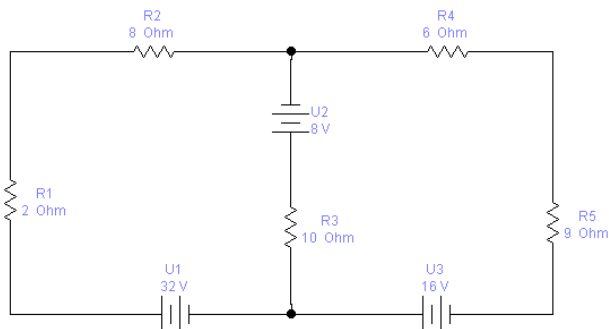
$$\frac{\varphi_1 - \varphi_0}{R_2} = \frac{U_1 - \varphi_1}{R_1} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{R_3}$$

$$\frac{U_2 - \varphi_2}{R_{45}} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{R_3} + \frac{\varphi_2 - \varphi_0}{R_6}$$

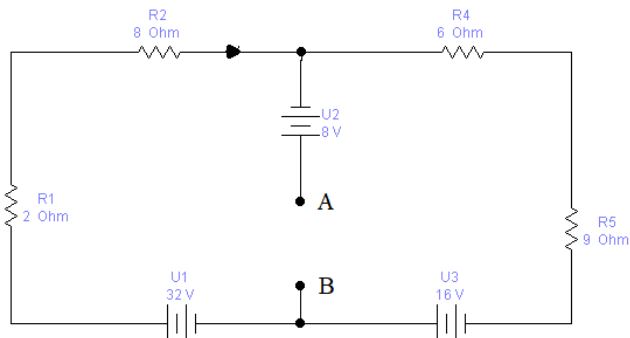
$$\varphi_1 = 72V; \quad \varphi_2 = 96V$$

Theveninov teorem

- Svaka mreža koja sadrži otpore i naponske ili strujne izvore može se, gledano s dviju točaka, nadomjestiti serijskim spojem jednog naponskog izvora i jednog otpora

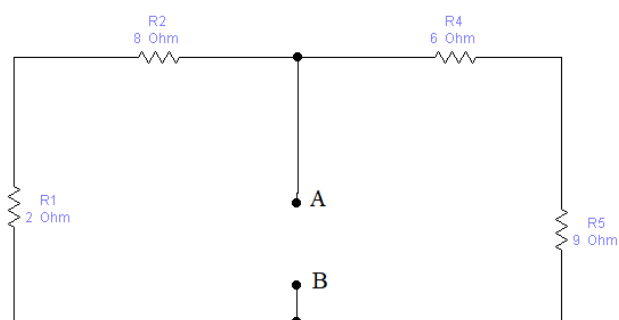


- Odsplji se element (dio mreže) koji nas zanima. Točke između kojih je priključen se označe radi određivanja polariteta napona
- Odredi se Theveninov napon kao napon praznog hoda između tih točaka. Zamislmo da smo spojili voltmetar između te dvije točke



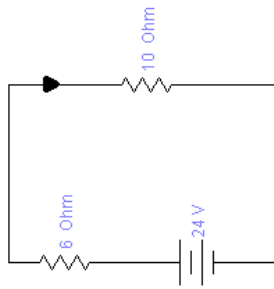
$$U_{AB} = U_{Th} = U_2 - IR_{12} + U_1$$

- Odredi se Theveninov otpor gledan s točaka A i B. (naponski se izvori kratko spoje, strujni odspoje)



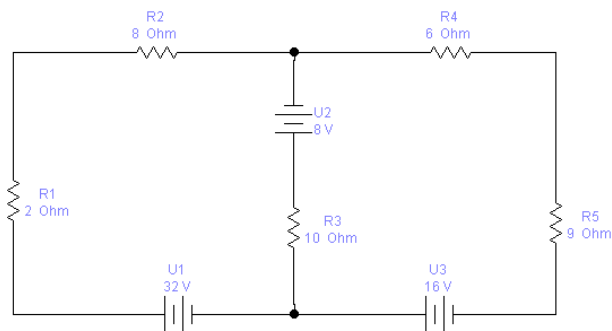
$$R_{AB} = R_{Th} = (R_1 + R_2) || (R_4 + R_5)$$

- Odspojeni se element spoji na nadomjesni izvor U_{Th}, R_{Th}

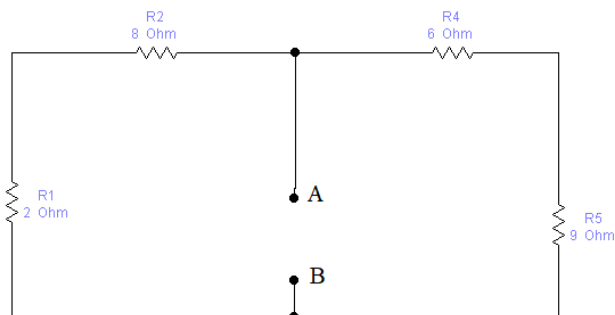


$$I = \frac{U_{Th}}{R_3 + R_{Th}}, \text{ Theveninov napon je } \mathbf{20,8 \text{ V, NE } 24\text{V!!!}}$$

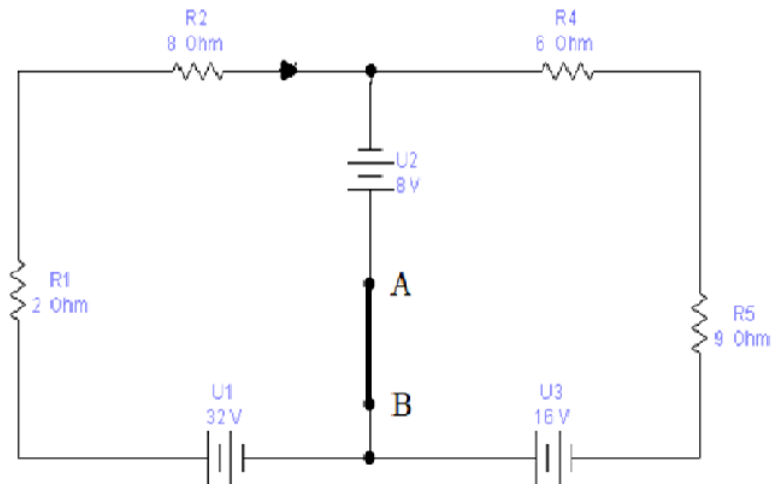
Nortonov teorem



- *postupak sličan kao i Theveninov teorem
- Odspojiti otpornik kroz kojeg tražimo struju (označimo točke A i B)
- Odredimo Nortonov otpor isto kao i Theveninov
- Kratko spojimo točke A i B i odredimo struju kratkog spoja između tih točaka. To je Nortonova struja I_N
- Nadomjesna shema je strujni izvor na koji je spojen odspojeni element



$$R_{AB} = R_N = (R_1 + R_2) || (R_4 + R_5)$$

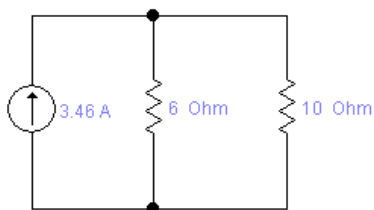


Primijetimo da se cijela mreža nalazi između čvora (- pol) izvora U_2 i točke B . Dakle taj napon je fiksni jer ga određuje U_2 .

$$U_2 = U_3 - I_B R_{45}$$

$$U_2 = -U_1 + I_A R_{12}$$

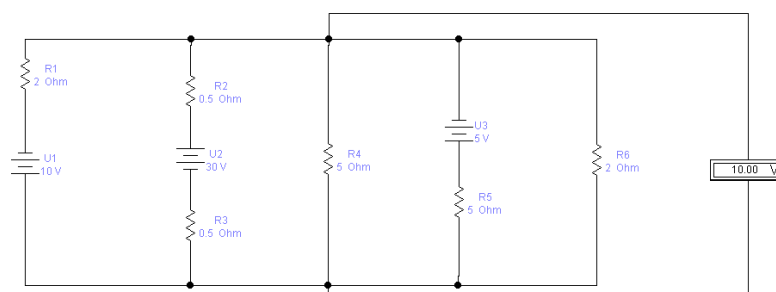
$$I_N = I_A - I_B$$



$$I_{R_3} = I_N \frac{R_N}{R_N + R_3}$$

Millmanov teorem

- Ova metoda se koristi **SAMO** kod mreža s dva čvora. Pomoću nje izračunavamo napon između te dvije točke



$$U_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{U_i}{R_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}, \text{ gdje je } i \text{ oznaka grane}$$
$$U_{AB} = \frac{-\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2 + R_3} + \frac{0}{R_4} - \frac{U_3}{R_5} + \frac{0}{R_6}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}}$$

Uvrstite vrijednosti u ovu formulu i zaista se dobije 10 V

NAPOMENA: Ako netko pronade bilo kakvu grešku u ovoj skripti neka mi javi da mogu ispraviti