dipl. ing. Sanja Maravić

ZBIRKA ZADATAKA IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
Subotica, septembar 2001.

Sadržaj:

Elektrostatika

1. Odrediti fluks vektora jačine električnog polja usamljenog tačkastog naelektrisanja kroz element površine *dS*.

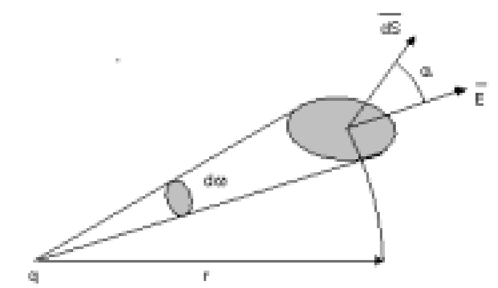
1. $d\psi_E = \pm\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{q}{4\pi\cdot r^2}\cdot d\omega$

2. $d\psi_E = \pm\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{q}{4\pi\cdot r^2}\cdot \cos\alpha d\omega$

3. $d\psi_E = \pm\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{q}{2\pi\cdot r^2}\cdot d\omega$

4. $d\psi_E = \pm\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{q}{4\pi}\cdot d\omega$

5. $d\psi_E = \pm\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{q}{4\pi\cdot r}\cdot d\omega$



Rešenje:

Elementarni fluks kroz površinu *dS* može se napisati kao:

$$d\psi_E = \frac{q}{4\pi\cdot\varepsilon_O}\cdot\frac{dS}{r^2}\cos\alpha = \frac{q}{4\pi\cdot\varepsilon_O}\cdot\frac{dS_n}{r^2}$$

gde je $dS_n = dS\cdot\cos\alpha$; $dS_n = d\omega\cdot r^2$, ω - prostorni ugao

$$d\psi_E = \frac{q}{4\pi\cdot\varepsilon_O}\cdot\frac{d\omega\cdot r^2}{r^2} \Rightarrow d\psi_E = \frac{q}{4\pi\cdot\varepsilon_O}\cdot d\omega$$

ε_0 - ako je u pitanju vazduh ili vakuum
ε - bilo koja sredina

$d\psi_E = \frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{q}{4\pi}\cdot d\omega$ što odgovara ponuđenom rešenju broj 4.

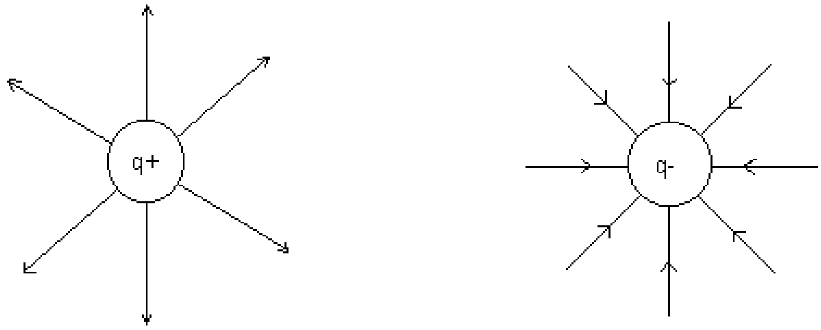
2. U nekoj zatvorenoj zapremini proizvoljnim načinom raspoređena su tri naelektrisanja:

$q_1 = 2\cdot 10^{-4}C$; $q_2 = -3\cdot 10^{-4}C$; $q_3 = 0.5\cdot 10^{-4}C$.

Deo silnica elektrostatičkog polja ulazi unutar ove zapremine a deo izlazi iz nje. Kojih linija ima više - ulazećih ili izlazećih?

1. Na pitanje je nemoguće odgovoriti.
2. Broj ulazećih i izlazećih linija je podjednak.
3. Ulazećih linija ima više.
4. Izlazećih linija ima više.

Rešenje:

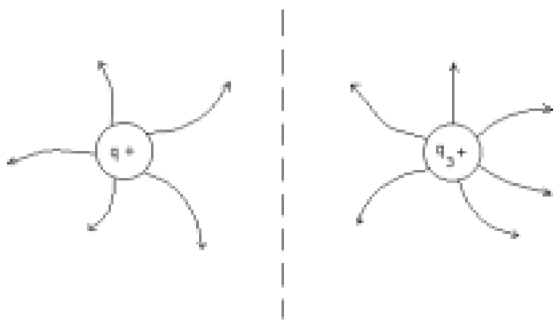


Pošto je u zatvorenoj proizvoljnoj zapremini veća koncentracija negativnog naelektrisanja (što se vidi iz podataka: $q_1 + q_3 = (2 + 0.5) \cdot 10^{-4} C = 2.5 \cdot 10^{-4} C$; $q_3 = -3 \cdot 10^{-4} C$) znači da je veći broj ulazećih linija, pa prema tome odgovara ponuđeno rešenje broj 3.

3. U nekoj zatvorenoj zapremini proizvoljnim načinom raspoređena su dva naelektrisanja: $q_1 = 5 \cdot 10^{-2} C$; $q_2 = +8 \cdot 10^{-2} C$. Treće naelektrisanje $q_3 = +6 \cdot 10^{-2} C$ nalazi se u blizini posmatrane zapremine. Deo silnica elektrostatičkog polja ulazi unutar zapremine, deo izlazi iz nje. Kojih linija ima više - ulazećih ili izlazećih?

1. Ulazećih linija ima više.
2. Izlazećih linija ima više.
3. Broj ulazećih i izlazećih linija je podjednak.
4. Na pitanje je nemoguće odgovoriti.

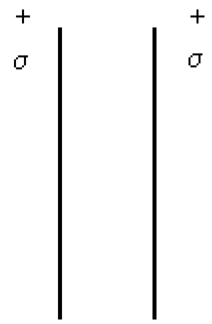
Rešenje:



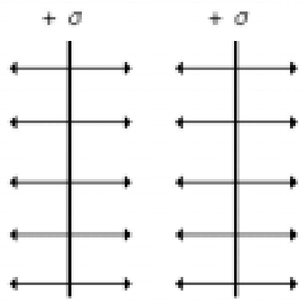
Ukupno naelektrisanje zapremine $q = q_1 + q_2 = 13 \cdot 10^{-2} C$ a $q_3 = 6 \cdot 10^{-2} C$ pa se može zaključiti da je izlazećih linija (silnica elektrostatičkog polja) više, što odgovara ponuđenom rešenju broj 2.

4. Odrediti jačinu električnog polja između dve ravnomerno naelektrisane paralelne ploče s površinskom gustinom naelektrisanja σ (deformacije polja na ivicama zanemariti). Dielektrična permitivnost sredine je ε.

1. $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon}$
2. $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon}$
3. $E = 0$
4. $E = 2\dfrac{\sigma}{\varepsilon}$
5. *Drugi odgovor*



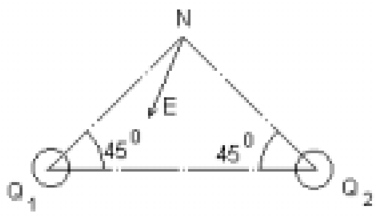
Rešenje:



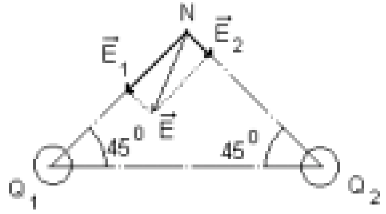
Pošto su obe ploče pozitivno naelektrisane polje između ravni se poništava (što je očigledno sa slike) pa je jačina električnog polja između ploča jednaka nuli ($E = 0$).

5. Kakav odnos imaju veličine i predznaci naelektrisanja Q_1 i Q_2, ako jačina elektrostatičkog polja, prouzrokovana njima u tački N, ima smer prikazan na crtežu.

1. $Q_1 = Q_2$, *oba pozitivna*
2. $Q_1 < Q_2$, Q_1 *- pozitivno,* Q_2 *- negativno*
3. $Q_1 > Q_2$, Q_1 *- negativno,* Q_2 *- pozitivno*
4. $Q_1 = Q_2$, Q_1 *- negativno,* Q_2 *- pozitivno*
5. $Q_1 > Q_2$, *oba negativna*



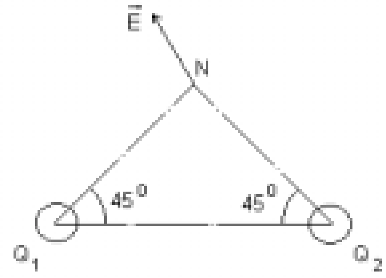
Rešenje:



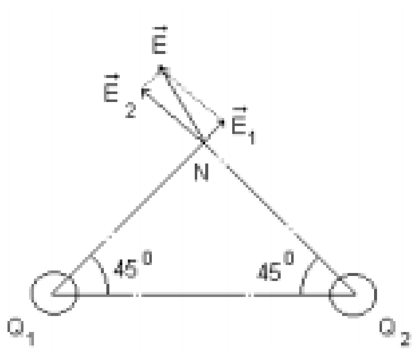
Oba naelektrisanja su negativna (jer ulaze linije-silnice), i $Q_1 > Q_2$, što se vidi sa slike kada vektor E razložimo na komponente E_1 i E_2 tako da je tačno ponuđeno rešenje broj 5.

6. Kakav odnos imaju veličine i predznaci naelektrisanja Q_1 i Q_2, ako jačina elektrostatičkog polja, prouzrokovana njima u tački N, ima smer prikazan na crtežu.

1. $Q_1 > Q_2$, *oba pozitivna*
2. $Q_1 < Q_2$, Q_1 *- pozitivno,* Q_2 *- negativno*
3. $Q_1 > Q_2$, Q_1 *- negativno,* Q_2 *- pozitivno*
4. $Q_1 = Q_2$, Q_1 *- negativno,* Q_2 *- pozitivno*
5. $Q_1 = Q_2$, *oba negativna*



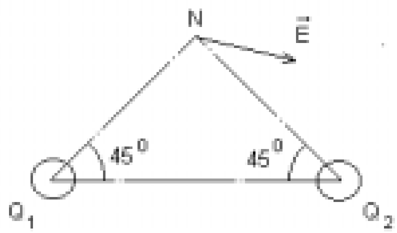
Rešenje:



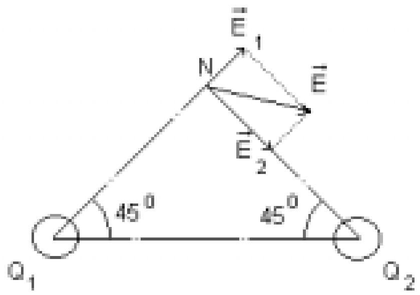
Oba naelektrisanja su pozitivna (jer silnice izlaze) i $Q_1 > Q_2$, što se vidi sa slike $(E_1 > E_2 \Rightarrow Q_1 > Q_2)$, kada vektor E razložimo na komponente E_1 i E_2, tako da je u ovom slučaju tačno rešenje 1.

7. Kakav odnos imaju veličine i predznaci naelektrisanja Q_1 i Q_2, ako jačina elektrostatičkog polja, prouzrokovana njima u tački N, ima smer prikazan na crtežu.

1. $Q_1 = Q_2$, *oba pozitivna*
2. $Q_1 < Q_2$, Q_1 *- pozitivno,* Q_2 *- negativno*
3. $Q_1 > Q_2$, Q_1 *- negativno,* Q_2 *- pozitivno*
4. $Q_1 = Q_2$, Q_1 *- negativno,* Q_2 *- pozitivno*
5. $Q_1 > Q_2$, *oba negativna*



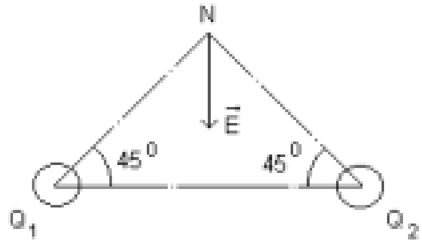
Rešenje:



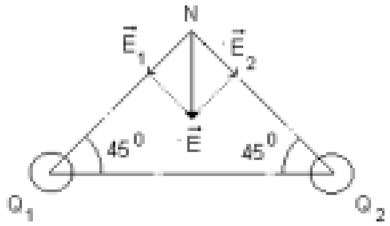
Naelektrisanje Q_1 je pozitivno a Q_2 negativno, što se vidi sa slike kada se vektor E razloži na komponente E_1 i E_2, i pošto je $E_2 > E_1 \Rightarrow Q_2 > Q_1$ što zadovoljava ponuđeno rešenje 2.

8. Kakav odnos imaju veličine i predznaci naelektrisanja Q_1 i Q_2, ako jačina elektrostatičkog polja, prouzrokovana njima u tački N, ima smer prikazan na crtežu.

1. $Q_1 = Q_2$, *oba negativna*
2. $Q_1 < Q_2$, Q_1 *- pozitivno,* Q_2 *- negativno*
3. $Q_1 > Q_2$, Q_1 *- negativno,* Q_2 *- pozitivno*
4. $Q_1 = Q_2$, Q_1 *- negativno,* Q_2 *- pozitivno*
5. $Q_1 > Q_2$, *oba negativna.*



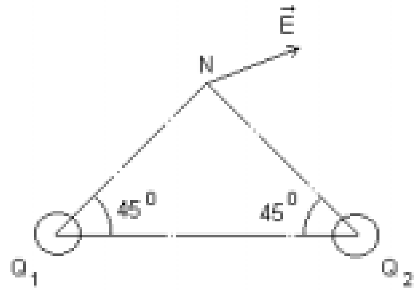
Rešenje:



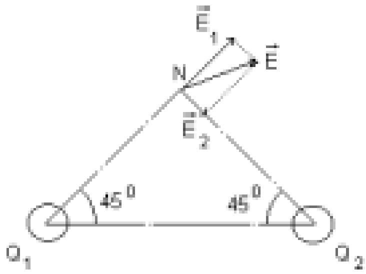
Očigledno da je $E_1 = E_2$ a samim tim je i $Q_1 = Q_2$. Sa slike je uočljivo da silnice ulaze te su oba naelektrisanja negativna što zadovoljava ponuđeno rešenje broj 1.

9. Kakav odnos imaju veličine i predznaci naelektrisanja Q_1 i Q_2, ako jačina elektrostatičkog polja, prouzrokovana njima u tački N, ima smer prikazan na crtežu.

1. $Q_1 = Q_2$, *oba pozitivna*
2. $Q_1 > Q_2$, Q_1 *- pozitivno,* Q_2 *- negativno*
3. $Q_1 > Q_2$, Q_1 *- negativno,* Q_2 *- pozitivno*
4. $Q_1 = Q_2$, Q_1 *- negativno,* Q_2 *- pozitivno*
5. $Q_1 > Q_2$, *oba negativna.*



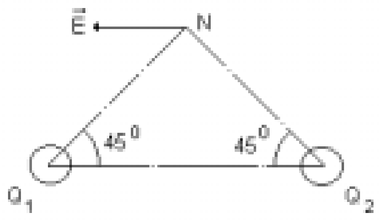
Rešenje:



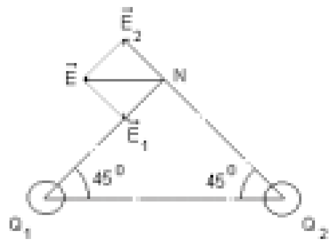
Naelektrisanje Q_1 je pozitivno dok je Q_2 negativno što se vidi sa slike kada se vektor E razloži na komponente E_1 i E_2, a to nam daje i traženi odnos naelektrisanja: $E_1 > E_2 \Rightarrow Q_1 > Q_2$ što zadovoljava ponuđeno rešenje broj 2.

10. Kakav odnos imaju veličine i predznaci naelektrisanja Q_1 i Q_2, ako jačina elektrostatičkog polja, prouzrokovana njima u tački N, ima smer prikazan na crtežu.

1. $Q_1 = Q_2$, *oba pozitivna*
2. $Q_1 < Q_2$, Q_1 *- pozitivno,* Q_2 *- negativno*
3. $Q_1 > Q_2$, Q_1 *- negativno,* Q_2 *- pozitivno*
4. $Q_1 = Q_2$, Q_1 *- negativno,* Q_2 *- pozitivno*
5. $Q_1 > Q_2$, *oba negativna*



Rešenje:

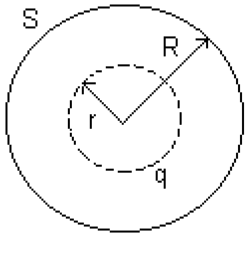


Očigledno da je E_1=E_2 a samim tim i Q_1=Q_2. Sa slike je uočljivo da je naelektrisanje Q_1 negativno dok je Q_2 pozitivno (silnice izlaze) te je ponuđeno rešenje broj 4 odgovarajuće za ovaj slučaj.

11. Odrediti jačinu elektrostatičkog polja unutar usamljene lopte radijusa *R* sa naelektrisanjem *q*, ravnomerno raspoređenim po zapremini lopte. Dielektrična permitivnost lopte je *ε*.

1. $E = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{q}{4\pi R^3} \cdot r$
2. $E = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{q}{2\pi R^3} \cdot r$
3. $E = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{q}{4\pi R^4} \cdot r^2$
4. $E = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{q}{4\pi R} \cdot \frac{1}{r}$
5. $E = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{q}{2\pi R^2}$

Rešenje:



Primenjujemo Gausov zakon na zamišljenu sferu poluprečnika *r* < *R*. Pošto je intezitet vektora jačine polja *E* u svim tačkama na površini sfere isti, te kako je zbir površina svih površinica *dS* koje sačinjavaju posmatranu sferu *S* jednak njenoj površini $4r^2\pi$, možemo pisati: $\oint_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = E\oint_S dS = E4r^2\pi$

Zapremina lopte izračunava se izrazom $dv = 4r^3\frac{\pi}{3}$.

Zamišljena sfera poluprečnika *r*<*R* obuhvata opterećenje :

$$q = \int_v \rho dv = \rho \int_v dv = \rho 4r^3 \frac{\pi}{3}$$ gde je ρ - zapreminska gustina naelektrisanja.

Gausov zakon primenjen na zamišljenu sferu poluprečnika $r<R$ daje : $E4r^2\pi = q/\varepsilon$, odavde je $E = \dfrac{q}{4r^2\pi\varepsilon}\left(r < R\right)$

Dalje sledi $E = \dfrac{\rho \cdot 4 \cdot r^3 \frac{\pi}{3}}{4r^2\pi\varepsilon} = \dfrac{\rho \cdot r}{3 \cdot \varepsilon}$

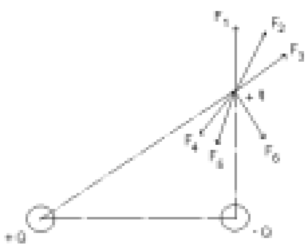
Opterećenje na površini lopte je $q = \rho \cdot 4R^3 \dfrac{\pi}{3}$ pa je : $\rho = \dfrac{q}{4R^3 \frac{\pi}{3}}$

Konačno, uvrštavanjem u gornji izraz dobija se:

$$E = \frac{\rho r}{3\varepsilon} = \frac{q}{4R^3 \frac{\pi}{3}} \cdot \frac{r}{3\varepsilon}$$

$$E = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{q}{4\pi R^3} \cdot r$$

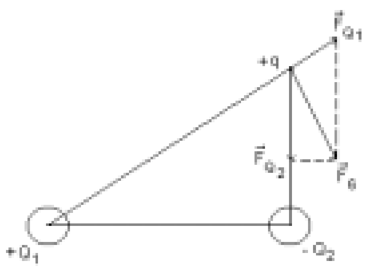
12. Tačkasto naelektrisanje *q* nalazi se u električnom polju dva sferna naelektrisanja +*Q* i -*Q* (pogledaj crtež). Naznačiti smer sile koja deluje na naelektrisanje *q* najsličniji stvarnom.



0. F_1
1. F_2
2. F_3
3. F_4
4. F_5
5. F_6

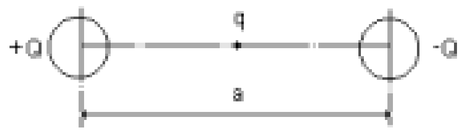
Rešenje:

Odgovara ponuđeno rešenje 5, jer se jedino razlaganjem vektora sile $\overrightarrow{F_6}$ mogu dobiti vektori $\overrightarrow{F_{Q1}}$ i $\overrightarrow{F_{Q2}}$ (prikazani na slici) u smeru polja datih naelektrisanja.

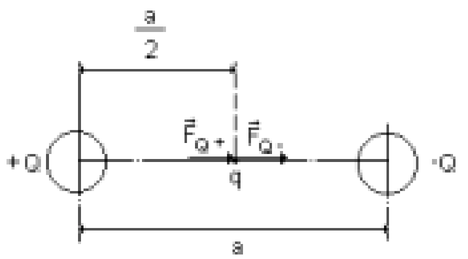


13. Rastojanje među sfernim naelektrisanjima +*Q* i -*Q* jednako je *a*. Na sredini ovog rastojanja postavljeno je probno tačkasto naelektrisanje *q*. Čemu je jednaka sila koja deluje na probno naelektrisanje ako je dielektrična konstanta sredine jednaka ε ?

1. $F = \dfrac{qQ}{\pi\varepsilon a^2}$
2. $F=0$
3. $F = \dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon a^2}$
4. $F = \dfrac{2qQ}{\pi\varepsilon a^2}$
5. $F = \dfrac{qQ}{2\pi\varepsilon a^2}$



Rešenje:

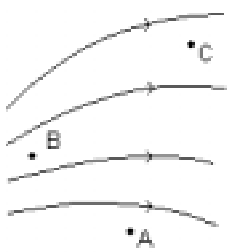


Za rešavanje zadatka koristimo Kulonov zakon, koji glasi:
$\vec{F} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \dfrac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \cdot \overrightarrow{r_{12}}$, gde je $\overrightarrow{r_{12}}$ jedinični vektor usmeren od opterećenja $+Q$ ka opterećenju $-Q$.

$F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \dfrac{Q \cdot q}{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \dfrac{Q \cdot q}{\dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{Qq}{\pi\varepsilon a^2}$ a iz gore navedenih smerova sila $\vec{F}_{Q+}$ i $\vec{F}_{Q-}$ vidimo da je sila između $Q+$ i $Q-$ istog intenziteta i smera pa je rezultantna sila $F = \dfrac{2q \cdot Q}{\pi\varepsilon a^2}$ što odgovara ponuđenom rešenju broj 4.

14. Zadata je ilustracija silnica elektrostatičkog polja. Naelektrisanje q se redom premešta u tačke *A, B* i *C*. U kojoj je tački sila koja deluje na naelektrisanje najveća?

1. *U tački A.*
2. *U tački B.*
3. *U tački C.*
4. *Na pitanje je nemoguće odgovoriti.*
5. *Sila će biti jednaka u sve tri tačke.*

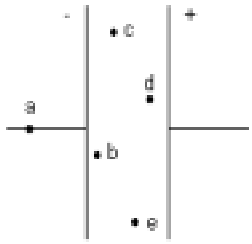


Rešenje:

Sila će biti najveća u tački *B* zbog toga što su tu linije polja (silnice) najgušće a što je polje jače to je i sila veća, tako da je odgovarajuće rešenje broj 2.

15. Od tačaka prikazanih na crtežu pločastog kondenzatora, najvišim potencijalom raspolaže tačka:

1. a
2. b
3. c
4. d
5. e

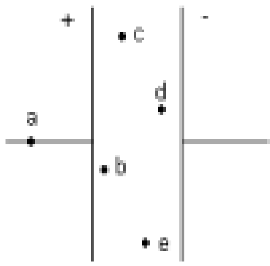


Rešenje:

Na najvišem potencijalu je tačka *d* pošto je najbliža *"+"* ploči kondenzatora, što odgovara ponuđenom rešenju broj 4.

16. Od tačaka prikazanih na crtežu pločastog kondenzatora, najvišim potencijalom raspolaže tačka:

1. a
2. b
3. c
4. d
5. e

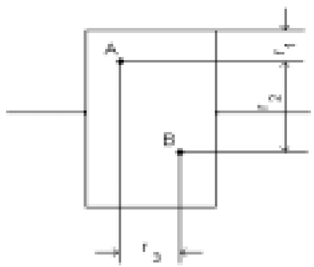


Rešenje:

Na najvišem potencijalu je tačka *a* pošto se nalazi na *"+"* polu pločastog kondenzatora, što odgovara ponuđenom rešenju broj 1.

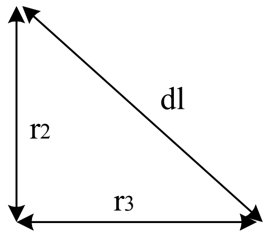
17. Izraziti napon između tačka *A* i *B* preko jačine električnog polja *E* pločastog kondenzatora i geometrijskih razmera, prikazanih na crtežu.

1. $U_{AB} = E \cdot r_1$
2. $U_{AB} = E \cdot (r_1 + r_2)$
3. $U_{AB} = E \cdot r_3$
4. $U_{AB} = E \cdot r_2$
5. $U_{AB} = E \cdot \sqrt{r_2^2 + r_3^2}$



Rešenje:

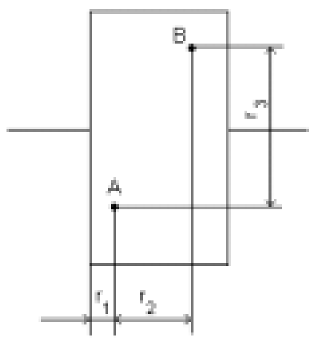
$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}$ (definicija potencijala u tački A u odnosu na tačku B). Uvrštavanjem se dobija: $U_{AB} = E \cdot \sqrt{r_2^2 + r_3^2}$, što odgovara ponuđenom rešenju 5



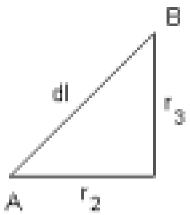
$$dl = \sqrt{r_2^2 + r_3^2}$$

18. Izraziti napon između tačka A i B u polju pločastog kondenzatora preko jačine polja i geometrijskih razmera, prikazanih na crtežu.

1. $U_{AB} = E \cdot (r_1 + r_2)$
2. $U_{AB} = E \cdot r_1$
3. $U_{AB} = E \cdot r_2$
4. $U_{AB} = E \cdot r_3$
5. $U_{AB} = E \cdot \sqrt{r_2^2 + r_3^2}$



Rešenje:



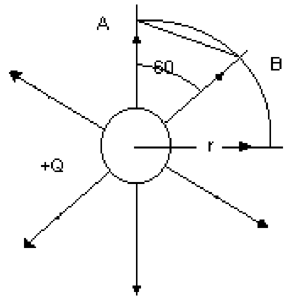
$$dl = \sqrt{r_2^2 + r_3^2}$$

Po definiciji potencijala u tački A u odnosu na tačku B imamo izraz: $U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}$, odatle sledi :

$U_{AB} = E \cdot \sqrt{r_2^2 + r_3^2}$, što odgovara ponuđenom rešenju broj 5.

19. U polju usamljenog sfernog naelektrisanja uzeti dve tačke A i B na jednakim rastojanjima r od centra naelektrisanja Q. Odrediti napon između tačka A i B, ako je ugao među silnicama, na kojima se nalaze ove tačke, jednak 60^0, a dielektrična permitivnost sredine je ε.

1. $U_{AB} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r}$
2. $U_{AB} = \dfrac{Q}{24\pi\varepsilon r}$
3. $U_{AB} = 0$
4. $U_{AB} = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon r}$
5. $U_{AB} = \dfrac{Q}{\pi\varepsilon r}$

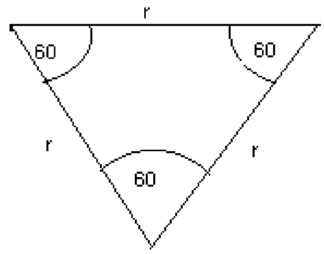


Rešenje:

Intenzitet vektora E na nekom odstojanju *r* je: $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \dfrac{Q}{r^2}$
(vektor jačine električnog polja punktualnog opterećenja) $\Rightarrow$
rastojanje između tačaka A i B je r (r=dl)

Po definiciji: $U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}$ pa sledi: $U_{AB} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \dfrac{Q}{r^2} \cdot r$

$U_{AB} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r}$, što odgovara ponuđenom rešenju broj 1.



20. Odrediti potencijal električnog polja ravnomerno naelektrisanog po površini usamljenog cilindra. Dužina cilindra je *l*, radijus je *R*, naelektrisanje je *q*, dielektrična permitivnost sredine je ε. Potencijal, jednak nuli, prihvatamo na površini cilindra. Deformacije polja na krajevima zanemariti.

1. $U = \dfrac{q}{2\pi\varepsilon l} \cdot \ln\dfrac{R}{r}$
2. $U = \dfrac{q}{2\pi\varepsilon l} \cdot \ln\dfrac{r}{R}$
3. $U = \dfrac{q}{2\pi\varepsilon l} \cdot \dfrac{r}{R}$
4. $U = \dfrac{q}{2\pi\varepsilon l} \cdot \dfrac{R}{r}$
5. $U = \dfrac{q}{2\pi\varepsilon l} \cdot \ln\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{R}\right)$

Rešenje:

Primenimo Gausov zakon na fluks vektora E kroz zatvorenu površinu S:

$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = \oint_{B_1} \vec{E} \cdot \vec{dS} + \oint_{B_2} \vec{E} \cdot \vec{dS} + \oint_{o} \vec{E} \cdot \vec{dS}$, gde su B_1 i B_2 baze cilindra a O njegov omotač.

Ugao između vektora **E** i d**S** na obe baze je prav, pa je fluks kroz baze nula. Na površini omotača vektori **E** i d**S** su istog pravca i smera, pa dobijamo:

$$\oint_S E \cdot dS = 0 + 0 + \oint_O E \cdot dS \cos 0 = E \oint_O dS = E 2\pi r l ,$$ r - rastojanje od ose cilindra

Prema Gausovom zakonu ovaj fluks jednak je naelektrisanju koje površ obuhvata, podeljenom sa ε, pa je:

$$E 2\pi r l = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{q}{2\pi r l \varepsilon}$$

Pošto je vektor **E** upravan na element putanje d**l** a elementi putanje d**l**=d**r** su istog pravca i smera pa je: $U = \int_R^r E dr = \frac{q}{2\pi\varepsilon l} \int_R^r \frac{dr}{r}$

Konačno dobijamo: $U = \frac{q}{2\pi\varepsilon l} \ln \frac{r}{R}$ te je tačno ponuđeno rešenje broj 2.

21. Odrediti napon između dve ravnomerno naelektrisane paralelne ploče, prostor između njih je popunjen različitim dielektricima (pogledaj crtež). Površinska gustina naelektrisanja na pločama jednaka je σ $[C/m^2]$.

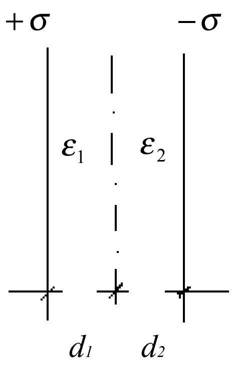
1. $U = \frac{\sigma}{2}\left(\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}\right)$

2. $U = \frac{\sigma}{4}\left(\frac{d_2}{\varepsilon_1} + \frac{d_1}{\varepsilon_2}\right)$

3. $U = \sigma\left(\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}\right)$

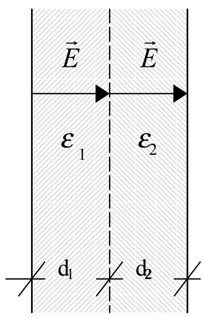
4. $U = \sigma\left(\frac{d_2}{\varepsilon_1} + \frac{d_1}{\varepsilon_2}\right)$

5. $U = \sigma\left(\frac{d_1 + d_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}\right)$



Rešenje:

Zbog simetrične raspodele opterećenja linije vektora jačine polja upravne su na ravan, a vektor **E** usmeren je od pozitivno naelektrisane ravni. Po Gausovom zakonu $Q = \sigma \cdot S$, odavde sledi da je: $\sigma = \frac{Q}{S}$



$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ (intenzitet polja između dve ploče)

Tako dobijamo sledeće:

$U = E_1 \cdot d_1 + E_2 \cdot d_2$

$$U = \frac{\sigma}{\varepsilon_1} d_1 + \frac{\sigma}{\varepsilon_2} d_2 \text{ i konačno: } U = \sigma\left(\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}\right)$$

22. Odrediti napon između dve koncentrične loptaste površine, prostor između njih je popunjen ravnomerno naelektrisanim dielektrikom sa zapreminskom gustinom naelektrisanja ρ. Radijusi površina su R_1 (unutrašnje) i R_2 (spoljašnje), dielektrična permitivnost sredine je ε.

1. $U = \frac{\rho}{3\varepsilon}\left(R_2^2 - R_1^2\right)$

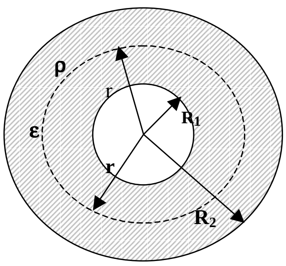
2. $U = \frac{\rho}{6\varepsilon}\left(R_2^2 - R_1^2\right)$

3. $U = \frac{\rho R_2}{6\varepsilon}\left(R_2 - R_1\right)$

4. $U = \frac{\rho R_1}{6\varepsilon}\left(R_2 - R_1\right)$

5. $U = \frac{\rho}{3\varepsilon} \cdot \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_1}$

Rešenje:



Primenićemo Gausov zakon na zamišljenu sferu poluprečnika $R_1 < r < R_2$.

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = E \oint_S dS = E \cdot 4r^2\pi$$

Zapremina između dve koncentrične loptaste površine data je izrazom: $dv = \frac{4}{3}\left(r^3 - R_1^3\right)$

Konačno dobijamo:

$$E \cdot 4r^2\pi = \frac{\rho \frac{3}{4}\pi\left(r^3 - R_1^3\right)}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{\rho\left(r^3 - R_1^3\right)}{3\varepsilon \cdot r^2}$$

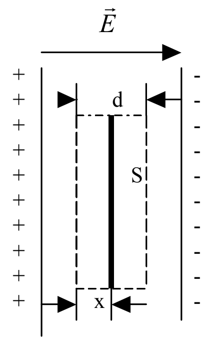
$$U = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot \vec{dr} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho\left(r^3 - R_1^3\right)}{3\varepsilon \cdot r^2} dr = \frac{\rho}{3\varepsilon} \int_{R_1}^{R_2} \frac{r^3 - R_1^3}{r^2} dr$$

$$U = \frac{\rho}{3\varepsilon}\left[\int_{R_1}^{R_2} r dr - R_1^3 \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2}\right] = \frac{\rho}{3\varepsilon}\left[\left(\frac{r^2}{2}\right)\Bigg|_{R_1}^{R_2} - R_1^3\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{R_1}^{R_2}\right]$$

$$U = \frac{\rho}{3\varepsilon}\left[\frac{R_2^2 - R_1^2}{2} - R_1^3\left(-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right)\right] = \frac{\rho}{3\varepsilon} \cdot \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_1}$$

23. Kolika količina elektriciteta otiče u procesu polarizacije kroz površinu S (vidi sliku), ako je q- naelektrisanje dipola, N- broj dipola u jedinici zapremine, d - dužina ose dipola.

1. *Q= qN(d-x)S*
2. *Q= -qN(d-x)S*
3. *Q= -qNxS*
4. *Q= -qNxS*
5. *Q= qNSd*



Rešenje:

Količina elektriciteta koja otiče kroz površinu S prilikom formiranja polja u smeru pomeranja pozitivnih opterećenja dobija se izrazom:

$Q_1 = qNSx$

a u suprotnom smeru (kad je pomeraj negativnih opterećenja)

$Q_2 = -qNS(d-x)$

Ukupna količina elektriciteta koja otiče kroz površinu S u procesu polarizacije se dobija:

$Q = Q_1 - Q_2 = qNSx + qNS(d-x) = qNSd$

24. Odrediti električni pomeraj unutar usamljenog ravnomerno naelektrisanog cilindra sa naelektrisanjem *q* (zanemariti deformacije polja na krajevima) na rastojanju *r* od ose cilindra. Dužina cilindra je *l*, radijus je *R*.

1. $D = \dfrac{q}{2\pi R^3} r$
2. $D = \dfrac{q}{4\pi R^3} r$
3. $D = \dfrac{q}{2\pi l R^3} r^2$
4. $D = \dfrac{q}{4\pi l R^2} r$
5. $D = \dfrac{q}{2\pi l R^2} r$

Rešenje:

Definicija vektora električnog pomeraja: $\mathbf{D}=\varepsilon_0\mathbf{E}+\mathbf{P}$, gde je $\mathbf{P}$ vektor električne polarizacije. Električni pomeraj unutar usamljenog ravnomerno naelektrisanog cilindra računa se po formuli:

$$D = \frac{q}{2\pi \cdot R^3} r$$

25. Odrediti električni pomeraj unutar usamljene kugle radijusa R sa naelektrisanjem q, ravnomerno raspoređenim po zapremini kugle.

1. $D = \frac{q}{2\pi R^2}$
2. $D = \frac{q}{4\pi R} r$
3. $D = \frac{q}{4\pi R^4} r^2$
4. $D = \frac{q}{4\pi R^2} r$
5. $D = \frac{q}{4\pi R^3} r$

Rešenje:

Kako je naelektrisanje q ravnomerno raspoređeno po zapremini kugle, električni pomeraj unutar usamljene kugle računa se po formuli:

$$D = \frac{q}{4\pi \cdot R^3} r$$

26. Odrediti električni pomeraj usamljenog ravnomerno naelektrisanog cilindra sa linearnom gustinom naelektrisanja τ (deformacije polja na krajevima zanemariti) na odstojanju r od ose cilindra.

1. $D = \frac{\tau}{2\pi r^2}$
2. $D = \frac{\tau}{2\pi r}$
3. $D = \frac{\tau}{2\pi r^2}$
4. $D = \frac{\tau}{4\pi r}$
5. $D = \frac{\tau}{4\pi r^3}$

Rešenje:

Električni pomeraj usamljenog ravnomerno naelektrisanog cilindra sa linearnom gustinom naelektrisanja τ računa se po formuli:

$$D = \frac{\tau}{2\pi r}$$

27. Putem uspostavljanja jednakosti veličina utvrditi koja od navedenih formula ima smisla. Prihvaćene oznake su: F - sila; q - naelektrisanje; D - električni pomeraj; ε - dielektrična permitivnost.

1. $F = q\varepsilon D$
2. $F = \dfrac{D}{\varepsilon q}$
3. $F = \dfrac{qD}{\varepsilon}$
4. $F = \dfrac{\varepsilon D}{q}$
5. $F = \dfrac{\varepsilon q}{D}$

Rešenje:

Na osnovu definicije vektora električnog pomeraja: **D** = ε **E** , sledi da je : $E = \dfrac{D}{\varepsilon}$. Po definiciji, sila je data izrazom: F = qE. Konačno dobijamo:

$F = q \cdot E = q \cdot \dfrac{D}{\varepsilon} = \dfrac{q \cdot D}{\varepsilon}$, što odgovara ponuđenom rešenju broj 3.

28. Naelektrisanje kondenzatora određuje se po formuli:

1. $q = \dfrac{C}{U}$
2. $q = \dfrac{U}{C}$
3. $q = CU$
4. $q = \dfrac{1}{CU}$
5. *Drugi odgovor*

Rešenje:

Po definiciji, naelektrisanje kondenzatora određuje se po formuli: $q = C \cdot U$

29. U pločastom kondenzatoru povećamo razmak između ploča tri puta, a površinu ploča smanjimo dva puta. Kako se promenio kapacitet kondenzatora (ε = const)?

1. *Umanjio se dva puta.*
2. *Umanjio se tri puta.*
3. *Nije se promenio.*

4. Povećao se šest puta.
5. Umanjio se šest puta.

Rešenje:

$C = \varepsilon_O \dfrac{S}{d}$ (kapacitivnost pločastog kondenzatora)

d - razmak između ploča, povećan je tri puta pa dobijamo izraz: $d_O = 3 \cdot d$

S - površina ploče, smanjena je dva puta pa se dobija izraz: $S_O = \dfrac{S}{2}$

Kapacitet tako uređenog kondenzatora biće:

$C_O = \varepsilon_O \dfrac{\frac{S}{2}}{3d} = \varepsilon_O \dfrac{S}{6d} = \dfrac{C}{6}$, što znači da se kapacitet kondenzatora umanjio šest puta.

30. U pločastom kondenzatoru smanjili smo razmak među pločama i površinu ploča dva puta. Kako se promenio kapacitet kondenzatora, ako je ε = const?

1. Nije se promenio.
2. Umanjio se dva puta.
3. Povećao se dva puta.
4. Umanjio se četiri puta.
5. Povećao se četiri puta

Rešenje:

$C = \varepsilon_O \dfrac{S}{d}$ (kapacitet pločastog kondenzatora)

$d_O = \dfrac{d}{2}$; $S_O = \dfrac{S}{2}$, pa je novi izraz za kapacitet :

$C_O = \varepsilon_O \dfrac{\frac{S}{2}}{\frac{d}{2}} = \varepsilon_O \dfrac{S}{d}$, što znači da se kapacitet nije promenio.

31. U pločastom kondenzatoru razmak između ploča smanjimo dva puta, a površinu ploča uvećamo dva puta. Kako se promenio kapacitet kondenzatora (ε = const) ?

1. Nije se promenio.
2. Umanjio se dva puta.
3. Povećao se dva puta.
4. Povećao se četiri puta.
5. Umanjio se četiri puta.

Rešenje:

$C = \varepsilon_O \dfrac{S}{d}$ (kapacitet pločastog kondenzatora)

$d_O = \dfrac{d}{2}$; $S_O = 2 \cdot S$, pa je novi izraz za kapacitet pločastog kondenzatora:

$C_O = \varepsilon_O \dfrac{S_O}{d_O} = \varepsilon_O \dfrac{2S}{\frac{d}{2}} = \varepsilon_O \cdot \dfrac{4S}{d} = 4C$, što znači da se kapacitet povećao četiri puta.

32. Da bi se razelektrisao kondenzator spojen na izvor konstantne ems neophodno je i dovoljno:

1. *Odspojiti proizvoljno priključak kondenzatora od izvora.*
2. *Odspojiti oba priključka (sklopke) kondenzatora od izvora.*
3. *Uzemljiti pozitivno naelektrisan priključak kondenzatora, ne odspajajući kondenzator od izvora.*
4. *Uzemljiti pozitivan priključak kondenzatora, odspojivši ga prethodno od izvora.*
5. *Odspojivši kondenzator od izvora, prespojiti provodnikom njegove priključke.*

Rešenje:

Da bi se razelektrisao kondenzator potrebno je uzemljiti pozitivni priključak kondenzatora (podrazumeva se da ga prvo odspojimo od izvora elektromotorne sile ems), što znači da je tačno ponuđeno rešenje broj 4.

33. Odrediti kapacitet usamljene provodne lopte radijusa R, okružene homogenom sredinom čija je dielektrična permitivnost ε.

1. $C = 4\pi\varepsilon R$
2. $C = 2\pi\varepsilon R$
3. $C = \pi\varepsilon R$
4. $C = \dfrac{\varepsilon R}{2\pi}$
5. $C = \dfrac{\varepsilon R}{4\pi}$

Rešenje:

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = \frac{Q}{\varepsilon} \text{ (Gausov zakon)}$$

$$E \cdot 4r^2\pi = \frac{Q}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\varepsilon\pi r^2} \text{ (intenzitet radijalnog električnog polja u okolini lopte)}$$

$$U = \int_R^\infty \vec{E} \cdot \vec{dr} = \int_R^\infty \frac{Q}{4\varepsilon\pi} \cdot \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\varepsilon\pi} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\varepsilon\pi} \cdot \frac{1}{R}$$

Po definiciji kapacitivnost kondenzatora je $C = \frac{Q}{U} = 4\pi\varepsilon R$, što odgovara ponuđenom rešenju broj 1.

34. Odrediti kapacitet sferičnog kondenzatora (vidi crtež)

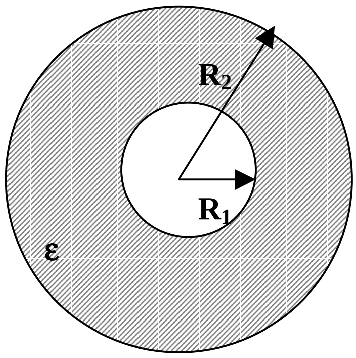
1. $C = 2\pi\varepsilon \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

2. $C = 4\pi\varepsilon \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1}$

3. $C = \pi\varepsilon \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1}$

4. $C = 4\pi\varepsilon \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

5. $C = 2\pi\varepsilon \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1}$



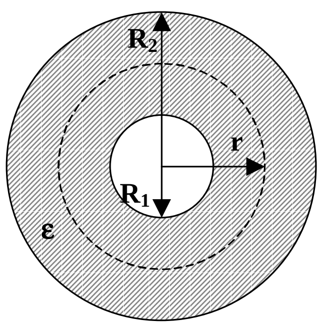
Rešenje:

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = \frac{Q}{\varepsilon} \text{ (Gausov zakon)}$$

$$E \cdot 4r^2\pi = \frac{Q}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{Q}{4r^2\pi\varepsilon}$$

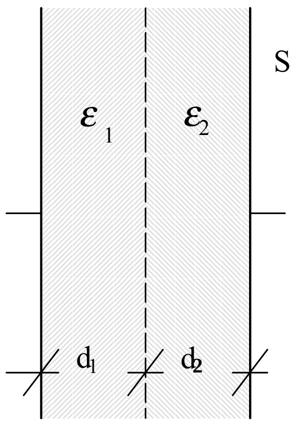
$$U = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot \vec{dr} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$U = \frac{Q(R_2 - R_1)}{4\pi\varepsilon R_1 R_2}$$



Po definiciji: $C = \dfrac{Q}{U} = 4\pi\varepsilon \dfrac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$, što odgovara ponuđenom rešenju broj 2.

35. Odrediti kapacitet dvoslojnog pločastog kondenzatora (vidi sliku).



1. $C = \dfrac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{\varepsilon_1 d_1 + \varepsilon_2 d_2}$
2. $C = \dfrac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{\varepsilon_1 d_1 - \varepsilon_2 d_2}$
3. $C = \dfrac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{\varepsilon_2 d_2 - \varepsilon_1 d_1}$
4. $C = \dfrac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$
5. $C = \dfrac{2\varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{\varepsilon_2 d_1 - \varepsilon_1 d_2}$

Rešenje:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad \text{(intenzitet polja između dve ploče)}$$

Po Gausovom zakonu dobijamo da je:

$$Q = \sigma \cdot S \Rightarrow \sigma = \frac{Q}{S}$$

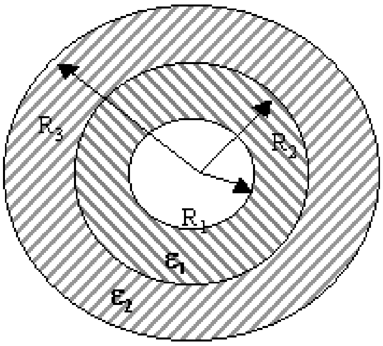
Uvrštavanjem u gornji izraz dobijamo

$$E = \frac{Q}{S} \cdot \frac{1}{\varepsilon}$$

$$U = E_1 d_1 + E_2 d_2 = \frac{Q}{S} \cdot \frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{Q}{S} \cdot \frac{d_2}{\varepsilon_2} = \frac{Q}{S}\left(\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}\right)$$

Kako je $C = \dfrac{Q}{U}$ dobijamo $C = \dfrac{S}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_1} + \dfrac{d_2}{\varepsilon_2}} = \dfrac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 S}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$, što odgovara ponuđenom rešenju broj
4.

36. Odrediti kapacitet dvoslojnog cilindričnog kondenzatora (vidi sliku). Dužina cilindra je
l.



1. $C = \dfrac{\pi\varepsilon_1\varepsilon_2 l}{\varepsilon_1 \ln\dfrac{R_2}{R_1} - \varepsilon_2 \ln\dfrac{R_3}{R_2}}$

2. $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_1\varepsilon_2 l}{\varepsilon_1 \ln\dfrac{R_2}{R_1} + \varepsilon_2 \ln\dfrac{R_3}{R_2}}$

3. $C = \dfrac{\pi\varepsilon_1\varepsilon_2 l}{\varepsilon_1 \ln\dfrac{R_2}{R_1} + \varepsilon_2 \ln\dfrac{R_3}{R_2}}$

4. $C = \dfrac{4\pi\varepsilon_1\varepsilon_2 l}{\varepsilon_2 \ln\dfrac{R_2}{R_1} + \varepsilon_1 \ln\dfrac{R_3}{R_2}}$

5. $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_1\varepsilon_2 l}{\varepsilon_2 \ln\dfrac{R_2}{R_1} + \varepsilon_1 \ln\dfrac{R_3}{R_2}}$

Rešenje:

Po pretpostavci da je celokupno opterećenje raspoređeno na površini cilindričnog kondenzatora, sfera poluprečnika manjeg od R_1 ne obuhvata nikakvo opterećenje pa je vektor jačine polja unutar cilindričnog kondenzatora jednak nuli: $E = 0 \quad (r < R_1)$

Za slučaj da je $R_1 < r < R_2$ imamo sledeće:

$$E_1 \cdot 2\pi r l = \frac{Q}{\varepsilon_1} \Rightarrow E_1 = \frac{Q}{2\pi r l \varepsilon_2}$$

Ako je $R_2 < r < R_3$ imamo sledeće:

$$E_2 \cdot 2\pi r l = \frac{Q}{\varepsilon_2} \Rightarrow E_2 = \frac{Q}{2\pi r l \varepsilon_2}$$

$$U = \int_R \vec{E}\cdot \vec{dr} = \int_{R_1}^{R_2} E_1 dr + \int_{R_2}^{R_3} E_2 dr = \frac{Q}{2\pi l\varepsilon_1}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} + \frac{Q}{2\pi l \varepsilon_2}\int_{R_2}^{R_3}\frac{dr}{r}$$

$$U = \frac{Q}{2\pi l\varepsilon_1}\ \ln\frac{R_2}{R_1} + \frac{Q}{2\pi l\varepsilon_2}\ln\frac{R_3}{R_2}$$

$$U = \frac{Q}{2\pi l}\left[\frac{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}{\varepsilon_1} + \frac{\ln\dfrac{R_3}{R_2}}{\varepsilon_2}\right]$$

Po definiciji $C = \dfrac{Q}{U}$, pa je $C = \dfrac{2\pi l}{\dfrac{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}{\varepsilon_1} + \dfrac{\ln\dfrac{R_3}{R_2}}{\varepsilon_2}} = \dfrac{2\pi\varepsilon_1\varepsilon_2 l}{\varepsilon_2 \ln\dfrac{R_2}{R_1} + \varepsilon_1 \ln\dfrac{R_3}{R_2}}$, što odgovara ponuđenom rešenju broj 5.

37. Energija elektrostatičkog polja kondenzatora određuje se formulom:

1. $W_e = \dfrac{UC^2}{2}$
2. $W_e = 2CU^2$
3. $W_e = CU^2$
4. $W_e = \dfrac{CU^2}{2}$
5. $W_e = \dfrac{U^2}{2C}$

Rešenje:

Prilikom prenošenja elementarnog naelektrisanja dq sa negativne elektrode na pozitivnu, moraju se savladati sile elektrostatičkog polja i protiv njih izvršiti određeni rad.

$$dA = \frac{1}{C}qdq$$

$$A = \frac{1}{C}\int_0^Q qdq = \frac{Q^2}{2C}$$

$$Q = C \cdot U$$

$$A = \frac{C^2U^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$$

Prema zakonu o održanju energije, ovaj rad se u celosti transformiše u energiju elektrostatičkog polja kondenzatora pa pišemo:

$W_e = \dfrac{1}{2} \cdot CU^2$, što odgovara ponuđenom rešenju broj 4.

38. Vazdušni kondenzator napunjen je iz izvora konstantne struje i odspojen od njega posle čega je razmak između ploča povećan dva puta. Kako će se promeniti energija elektrostatičkog polja kondenzatora?

1. *Neće se promeniti*
2. *Povećaće se dva puta*
3. *Umanjiće se dva puta*
4. *Povećaće se četiri puta*
5. *Umanjiće se četiri puta*

Rešenje:

Po definiciji: $U = E \cdot d$

$d_O = 2d$ - razmak između ploča poveća se dva puta

$U_O = Ed_O = E2d = 2U$

$$W_e = \frac{1}{2}CU_O^2 \; ; \; C = \frac{Q}{U_O}$$

$$W_e = \frac{1}{2}QU_O = \frac{1}{2}Q2U = QU$$

Zaključujemo da će se energija povećala dva puta, što odgovara ponuđenom rešenju 2.

39. Odrediti energiju električnog polja provodne kugle radijusa R. Potencijal kugle je φ, površinska gustina naelektrisanja je σ.

1. $W_e = 4\pi R^2 \sigma\varphi$
2. $W_e = R^2 \sigma\varphi$
3. $W_e = \dfrac{\pi R^2 \sigma\varphi}{2}$
4. $W_e = 2\pi R^2 \sigma\varphi$
5. $W_e = \pi R^2 \sigma\varphi$

Rešenje:

Poznato je da je energija kondenzatora $W_e = \frac{1}{2}QU$ (vidi prethodni zadatak).

$Q = \sigma 4R^2\pi$, gde je σ površinska gustina naelektrisanja kugle.
U=φ - potencijal kugle

Uvrštavanjem u gornji izraz dobijamo:

$$W_e = \frac{1}{2}Q\varphi = \frac{1}{2}\sigma 4R^2\pi\varphi = 2\pi R^2 \sigma\varphi$$

40. U anizotropnoj sredini vektor jačine električnog polja **E** čini sa vektorom električnog pomeraja **D** ugao od 30°. Odrediti zapreminsku gustinu energije električnog polja, ako je E $=2\cdot10^2$ kV/m ; D=$2\cdot10^{-6}$ C/m^2.

1. $We' = 2\cdot10^{-1} J/m^3$
2. $We' = 1.73\cdot10^{-1} J/m^3$
3. $We' = 4\cdot10^{-1} J/m^3$
4. $We' = 3.46\cdot10^{-1} J/m^3$
5. $We' = 10^{-1} J/m^3$

Rešenje:

Koristeći formule $We = \frac{1}{2}QU$ i $Q = DS$ dobijamo:

$$We = \frac{1}{2} \cdot DSU$$

gde je $U = E \cdot d$

tako imamo $We = \frac{1}{2} \cdot DSEd$

gde je $v = S \cdot d$ (zapremina dela prostora u kome postoji električno polje). Uvrštavanjem u gornje formule dobijamo:

$$We = \frac{1}{2} \cdot DEv \;;\quad W_e' = \frac{dW}{dv}$$ (zapreminska gustina energije)

$$dW = \frac{1}{2} \cdot DEdv$$

$$W_e' = \frac{1}{2} \cdot DE$$

Konačno dobijamo: $W_e' = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot \cos\alpha$ gde je $\alpha = \sphericalangle(\overline{D}, \overline{E}) = 30^0$

$W_e' = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1.73 \cdot 10^{-1} J/m^3$, što odgovara ponuđenom rešenju broj 2.

41. Postoje dva identična pločasta kondenzatora sa različitim dielektricima; svakome od njih pridružen je napon U. Koji je odnos među jačinama polja kondenzatora ako je $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2$?

1. $E_1 = 2E_2$
2. $E_1 = E_2$
3. $E_1 = \frac{1}{2} E_2$
4. $E_2 = 4E_1$
5. $E_2 = \frac{1}{2} E_1$

Rešenje:

$$\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2$$

$$U = U_1 = U_2; \qquad U_1 = E_1 \cdot d_1; \qquad U_2 = E_2 \cdot d_2$$

$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$ (kapacitet pločastog kondenzatora)

Iz uslova imamo: $C_1 = 2C_2$

Izjednačavanjem dobijamo : $E_1 d_1 = E_2 d_2$

$$E_1 \frac{\varepsilon_1 S}{C_1} = E_2 \frac{\varepsilon_2 d_2}{C_2}$$

$$E_1 \frac{2\varepsilon_2 S}{2C_2} = E_2 \frac{\varepsilon_2 S}{C_2}$$

Konačno dobijamo da je: $E_1 = E_2$

42. Postoje dva identična pločasta kondenzatora sa različitim dielektricima $(\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1)$. Njihovi kapaciteti povezani su međusobno odnosom :

1. $C_2 = C_1$
2. $C_2 = \frac{1}{2} C_1$
3. $C_2 = 2C_1$
4. $C_2 = 4C_1$
5. $C_1 = 4C_2$

Rešenje:

Kapacitet pločastog kondenzatora je:

$C_1 = \varepsilon_1 \frac{S}{d}$ a kapacitet drugog iz uslova da je $(\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1)$:

$$C_2 = \varepsilon_2 \frac{S}{d} = 2\varepsilon_1 \frac{S}{d}$$

Izjednačavanjem dobijamo da je: $C_2 = 2C_1$**,** što odgovara ponuđenom rešenju broj 3.

43. Imamo dva pločasta kondenzatora sa parametrima $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $S_1 = S_2$, $d_1 = 0.5d_2$. Njihovi kapaciteti povezani su odnosom:

1. $C_1 = C_2$
2. $C_1 = 2C_2$
3. $C_1 = 0.5C_2$
4. $C_1 = 0.25C_2$
5. $C_1 = 4C_2$

Rešenje:

Iz početnih uslova, koristeći formulu za izračunavanje kapacitivnosti pločastog kondenzatora dobijamo :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2; \qquad S_1 = S_2; \qquad d_1 = 0.5d_2$$

$$d_1 = \frac{1}{2} d_2 \quad \Rightarrow \quad 2d_1 = d_2$$

$$C_1 = \varepsilon \frac{S}{d_1} \qquad ; C_2 = \varepsilon \frac{S}{d_2} = \varepsilon \frac{S}{2d_1} = \frac{1}{2} C_1;$$

Konačno dobijamo: $C_1 = 2C_2$, što odgovara ponuđenom rešenju broj 2.

44. Data su dva pločasta kondenzatora sa parametrima $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $d_1 = d_2$, $S_1 = 3S_2$. Njihovi kapaciteti povezani su odnosom:

1. $C_1 = C_2$

2. $C_1 = \frac{1}{3}C_2$

3. $C_1 = \frac{1}{6}C_2$

4. $C_1 = 3C_2$

5. $C_1 = \frac{1}{9}C_2$

Rešenje:

$C_1 = \varepsilon \frac{S_1}{d}$; $C_2 = \varepsilon \frac{S_2}{d}$; $S_1 = 3S_2$

$C_1 = \varepsilon \frac{3S_2}{d} = 3C_2$ što zadovoljava ponuđeno rešenje broj 4.

45. Dva kondenzatora kapaciteta C_1 i C_2 povezana su paralelno. Njihova ekvivalentna kapacitivnost jednaka je:

1. $C = C_1 \cdot C_2$

2. $C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

3. $C = C_1 + C_2$

4. $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

5. $C = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}$

Rešenje:

U slučaju paralelne veze razlika potencijala između svih kondenzatora je ista, tj. $U_1 = U_2 = U$. Ukupna količina elektriciteta Q jednaka je zbiru elektriciteta Q_1 i Q_2 na pojedinim kondenzatorima.

Koristeći formulu $Q = U \cdot C$ dobijamo :

$Q = Q_1 + Q_2 = UC_1 + UC_2 = U(C_1 + C_2)$

Ekvivalentna kapacitivnost biće :

$C = \frac{Q}{U} = \frac{U(C_1 + C_2)}{U} = C_1 + C_2$, što odgovara ponuđenom rešenju broj 3.

46. Dva kondenzatora kapaciteta $2C_2 = C_1$ povezana su redno i priključena na mrežu sa naponom U . Kako je raspoređen napon na kondenzatorima?

1. $U_1 = U_2$
2. $U_2 = 0.5U_1$
3. $U_1 = \sqrt{2}U_2$
4. $U_2 = 2U_1$
5. $U_2 = \sqrt{2}U_1$

Rešenje:

U slučaju serijske veze, opterećenja svih kondenzatora moraju biti ista tj. $Q = Q_1 = Q_2$.

$Q_1 = C_1 \cdot U_1$; $Q_2 = C_2 \cdot U_2$

Iz uslova da je $2C_2 = C_1$ dobijamo :

$Q_1 = Q_2$

$C_1U_1 = C_2U_2$

$2C_2U_1 = C_2U_2$

$2U_1 = U_2$ tj. $U_2 = 2U_1$, što odgovara ponuđenom rešenju broj 4.

47. Dva kondenzatora kapaciteta $C_1 = 2C_2$ povezana su paralelno i priključena na mrežu sa naponom U. Kako su raspoređena naelektrisanja na kondenzatorima?

1. $Q_1 = 2Q_2$
2. $Q_1 = Q_2$
3. $Q_2 = 2Q_1$
4. $Q_1 = \sqrt{2}Q_2$
5. $Q_2 = \sqrt{2}Q_1$

Rešenje:

U slučaju paralelne veze napon između svih kondenzatora mora biti isti tj. $U = U_1 = U_2$

$U_1 = \frac{Q_1}{C_1}$; $U_2 = \frac{Q_2}{C_2}$

Iz uslova da je $C_1 = 2C_2$, dobijamo :

$U_1 = U_2$

$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$

$\frac{Q_1}{2C_2} = \frac{Q_2}{C_2}$

$Q_1 = 2Q_2$, što odgovara ponuđenom rešenju broj 1.

48. Na kondenzator C_1 sa naelektrisanjem Q povezuje se napunjen kondenzator C_2 ($C_2 = C_1$). Odrediti napon na kondenzatoru C_2. Tačke A i B nisu nigde priključene.

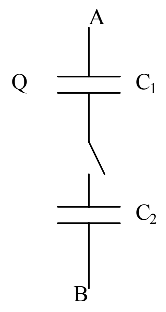
1. $U_2 = \dfrac{Q}{C_2}$

2. $U_2 = \dfrac{Q}{C_1 + C_2}$

3. $U_2 = \dfrac{Q}{\dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$

4. $U = 0$

5. Na pitanje je nemoguće odgovoriti

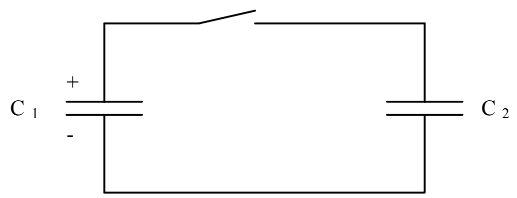


Rešenje:

Pošto tačke A i B nisu nigde priključene, znači da nema ni struje kroz kondenzatore, tj. kondenzator C_2 se ne puni, pa je u ovom slučaju napon U=0, što odgovara ponuđenom rešenju broj 4.

49. Na kondenzator C_1 sa naelektrisanjem Q spaja se drugi kondenzator $C_2 = C_1$. Kako će se izmeniti napon na kondenzatoru C_1?

1. Uvećaće se dva puta
2. Umanjiće se dva puta
3. Neće se promeniti
4. Uvećaće se za četiri puta
5. Umanjiće se za četiri puta

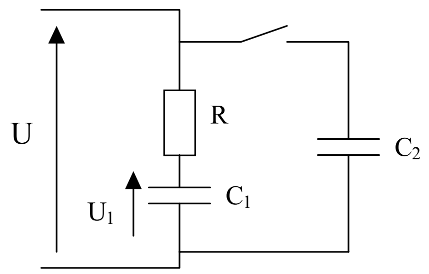


Rešenje:

Kada se na kondenzator C_1 spoji kondenzator C_2=C_1 napon na kondenzatoru se duplo umanjuje.

50. Kondenzator C_1 priključen je na mrežu sa naponom $U = const$. Kod spajanja kondenzatora C_2 na kondenzator C_1, napon na kondenzatoru C_1:

1. Ne menja se
2. Smanjuje se dva puta
3. Povećava se dva puta
4. $U_1 = U_2 \dfrac{C_1}{C_2}$
5. $U_1 = U_2 \dfrac{C_2}{C_1}$

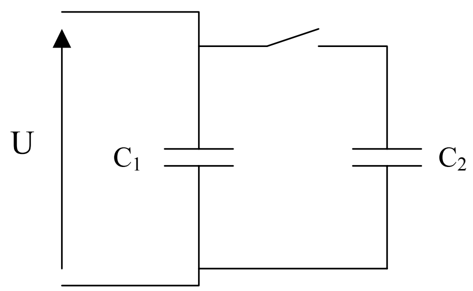


Rešenje:

Napon na kondenzatoru C_1 ne menja se pošto je $U = const$.

51. Kondenzator C_1 priključen je na mrežu sa konstantnim naponom U. Na njega se paralelno povezuje kondenzator C_2 $(C_1 = C_2)$. Naelektrisanje sistema kondenzatora:

1. *Ne menja se*
2. *Umanjuje se dva puta*
3. *Povećava se dva puta*
4. *Povećava se četiri puta*
5. *Umanjuje se četiri puta*



Rešenje:

Pošto je kondenzator C_1 sa konstantnim naponom U, kada na njega paralelno spojimo kondenzator C_2 naelektrisanje sistema kondenzatora dva puta se povećava.

52. Dva kondenzatora kapaciteta $C_2 = 2C_1$ povezana su redno i priključena na mrežu sa naponom U. Kakav će biti odnos između njihovih naelektrisanja?

1. $Q_1 = Q_2$
2. $Q_2 = 2Q_1$
3. $Q_1 = 2Q_2$
4. $Q_1 = \dfrac{1}{3}Q_2$
5. $Q_1 = \dfrac{2}{3}Q_2$

Rešenje:

Pri serijskoj vezi, naelektrisanje svih kondenzatora je isto, što znači da je $Q_1 = Q_2$, što odgovara ponuđenom rešenju broj 1.

53. Dva kondenzatora kapaciteta C_1 i C_2 povezana su redno. Njihov ekvivalentni kapacitet je:

1. $C = C_1 + C_2$
2. $C = C_1 \cdot C_2$
3. $C = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}$
4. $C = \dfrac{1}{C_1 C_2}$
5. $\dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}$

Rešenje:

Za slučaj redne veze kondenzatora imamo: $Q = Q_1 = Q_2$ i $U = U_1 + U_2$

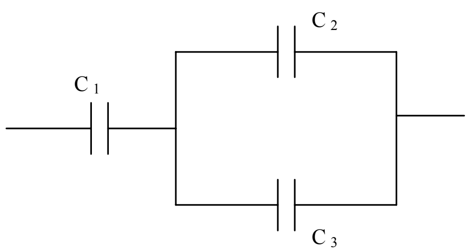
Koristeći formulu $U = \dfrac{Q}{C}$ dobijamo :

$$U = U_1 + U_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

Ekvivalentni kapacitet je: $\dfrac{1}{C} = \dfrac{U}{Q} = \dfrac{Q\left(\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}\right)}{Q} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}$, što odgovara ponuđenom rešenju broj 5.

54. Tri kondenzatora povezana su kako je prikazano na slici. Njihov ekvivalentni kapacitet jednak je:

1. $C = C_1 + \dfrac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}$
2. $C = C_1 + C_2 + C_3$
3. $C = \dfrac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$
4. $C = \dfrac{C_1 + C_2 + C_3}{C_1(C_2 + C_3)}$
5. $\dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \dfrac{1}{C_3}$



Rešenje:

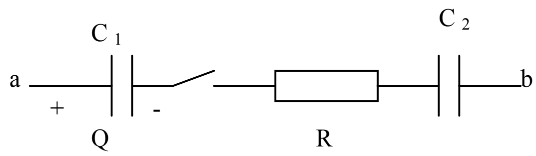
Kondenzatori C_2 i C_3 vezani su paralelno pa pišemo : $C_{23} = C_2 + C_3$

Ekvivalentni kapacitet jednak je serijskoj vezi kondenzatora C_1 i C_{23} pa je konačno :

$$C = \frac{C_1 \cdot C_{23}}{C_1 + C_{23}} = \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$$, što odgovara ponuđenom rešenju broj 3.

55. Na kondenzator kapaciteta C_1 i naelektrisanja Q_1 redno se spaja još jedan nenapunjen kondenzator C2 $(C_1 = C_2)$. Tačke a i bnisu nigde priključene. Naelektrisnje prvog kondenzatora :

1. *Ne menja se*
2. *Smanjuje se dva puta*
3. *Uvećava se dva puta*
4. $Q_1 = Q_2 \frac{C_1}{C_2}$
5. *Na pitanje je nemoguće odgovoriti*

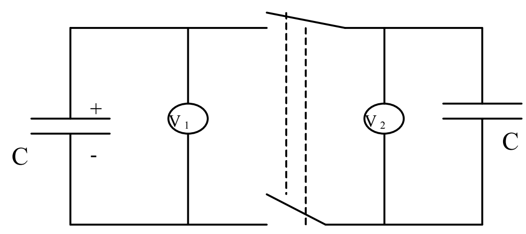


Rešenje:

U slučaju redne veze naelektrisanje svih kondenzatora je isto tako da se naelektrisanje prvog kondenzatora neće promeniti, što odgovara ponuđenom rešenju broj 1.

56. Na dva identična kondenzatora priključena su dva identična voltmetra elektrostatičkog sistema (vidi sliku). Pre zatvaranja dvopolnog prekidača, voltmetri su pokazivali vrednosti $U_1 = 120V$ i $U_2 = 40V$. Koju vrednost će pokazati prvi voltmetar V_1 nakon zatvaranja prekidača?

1. Nula
2. 40V
3. 120V
4. 80V
5. Na pitanje je nemoguće odgovoriti – potrebno je znati kapacitet kondenzatora.

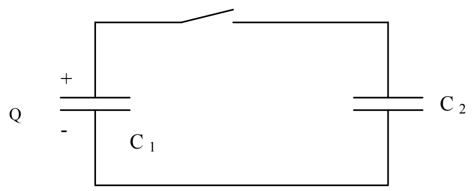


Rešenje:

U slučaju paralelne veze kondenzatora, razlika potencijala između svih kondenzatora je ista, tako da će posle zatvaranja prekidača doći do pražnjenja kondenzatora. Napon na prvom kondenzatoru dobiće se razlikom potencijala između kondenzatora (120V – 40V). Voltmetar V_1 će dakle pokazati 80 V, što odgovara ponuđenom rešenju broj 4.

57. Kondenzator C_1 ima naelektrisanje Q. Kako će se promeniti naelektrisanje posle zatvaranja prekidača, ako je $C_1 = C_2$?

1. *Ne menja se.*
2. *Povećava se dva puta.*
3. *Umanjuje se dva puta.*
4. *Uvećava se četiri puta.*
5. *Umanjuje se četiri puta.*



Rešenje:

Posle zatvaranja prekidača i uslova da je $C_1 = C_2$, naelektrisanje Q će se ravnopravno rasporediti na oba kondenzatora, što znači da se naelektrisanje dva puta smanjuje, što odgovara ponuđenom rešenju broj 3.

58. Kod transformacije trougla u ekvivalentnu zvezdu kapacitet C_1 određuje se po formuli:

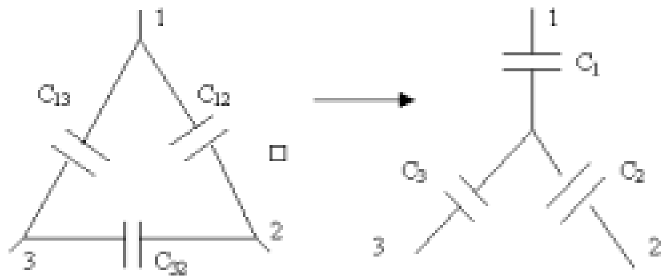
1. $C_1 = C_{21} + C_{31} + \dfrac{C_{12}C_{31}}{C_{23}}$

2. $C_1 = C_{12} + C_{23} + \dfrac{C_{12}C_{23}}{C_{13}}$.

3. $C_1 = C_{21} + C_{31} + \dfrac{C_{12}C_{23}}{C_{13}}$

4. $C_1 = C_{13} + C_{31} + \dfrac{C_{12}C_{23}}{C_{12}}$

5. $C_1 = C_{13} + C_{23} + \dfrac{C_{13}C_{23}}{C_{12}}$



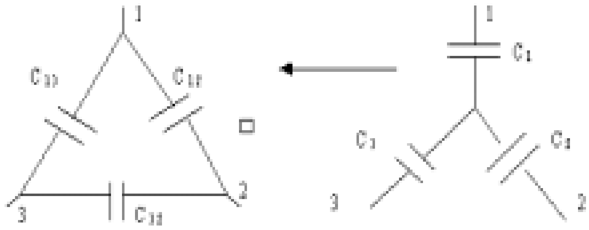
Rešenje:

Iz ranije utvrđenih formula transformacije trougla u ekvivalentnu zvezdu zaključujemo da se kapacitet C_1 određuje po formuli :

$$C_1 = C_{21} + C_{31} + \frac{C_{12}C_{31}}{C_{23}}$$

59. Kod transformacije zvezde u ekvivalentni trougao za izračunavanje kapaciteta C_{12} koristimo formulu:

1. $C_{12} = \dfrac{C_2C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$
2. $C_{12} = \dfrac{C_1 + C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$
3. $C_{12} = \dfrac{C_1C_2}{C_1 + C_2 + C_3}$
4. $C_{12} = \dfrac{C_1C_2}{C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3}$
5. $C_{12} = \dfrac{C_2C_3}{C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3}$



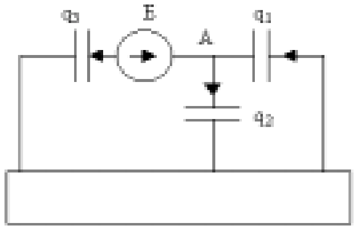
Rešenje:

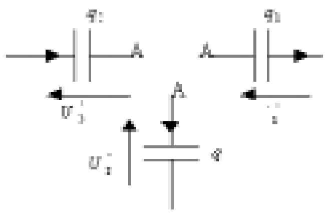
Iz ranije utvrđenih formula transformacije zvezde u ekvivalentni trougao zaključujemo da se kapacitet C_{12} određuje po formuli :

$$C_{12} = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2 + C_3}$$

60. Sastaviti jednačinu zakona očuvanja količine elektriciteta za čvor A šeme (slika 1), ako su kondenzatori bili prethodno naelektrisani (slika 2).

1. $q_1 - q_2 + q_3 = q'_3 - q'_2 - q'_1$
2. $q_1 - q_2 - q_3 = q'_3 - q'_2 - q'_1$
3. $q_1 - q_3 - q_2 = q'_3 - q'_2 + q'_1$
4. $q_1 - q_3 - q_2 = q'_3 + q'_2 - q'_1$
5. $q_1 - q_3 + q_2 = q'_3 - q'_2 - q'_1$





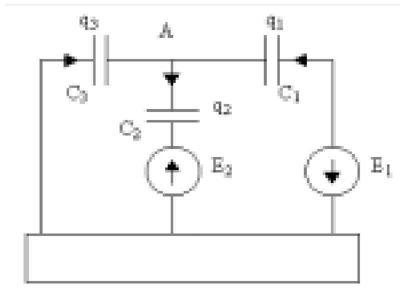
Rešenje:

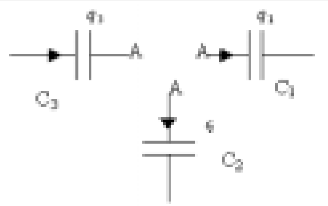
Sa negativnim predznakom uzimamo količine naelektrisanja koje odlaze od čvora A, a sa pozitivnim predznakom one koje ulaze u čvor, tako da će jednačina zakona očuvanja količine elektriciteta za čvor A imati izgled :

$$q_1 - q_2 - q_3 = q'_3 - q'_2 - q'_1$$

61. Sastaviti jednačinu zakona očuvanja količine elektriciteta za čvor A šeme (slika 1), ako su kondenzatori bili prethodno naelektrisani (slika 2).

1. $q_1 + q_3 - q_2 = q'_3 + q'_2 - q'_1$
2. $q_1 + q_3 - q_2 = q'_3 - q'_2 + q'_1$
3. $q_1 + q_3 + q_2 = q'_3 - q'_2 - q'_1$
4. $q_1 + q_3 - q_2 = q'_3 - q'_2 - q'_1$
5. $q_1 - q_3 - q_2 = q'_3\, q'_2 - q'_1$





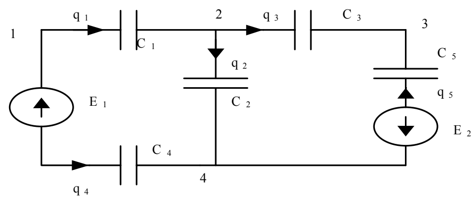
Rešenje:

Jednačina zakona očuvanja količine elektriciteta za ovaj slučaj ima izgled (uslovi su isti kao i za prethodni zadatak) :

$$q_1 + q_3 - q_2 = q'_3 - q'_2 - q'_1$$

62. Za konturu *2342* šeme sa slike sastaviti jednačinu drugog Kirhofovog zakona.

1. $E_2 = q_3 \dfrac{1}{C_3} - q_5 \dfrac{1}{C_5} - q_2 \dfrac{1}{C_2}$
2. $-E_2 = q_3 \dfrac{1}{C_3} - q_5 \dfrac{1}{C_5} - q_2 \dfrac{1}{C_2}$
3. $E_2 = q_3 \dfrac{1}{C_3} - q_5 \dfrac{1}{C_5} - q_2 \dfrac{1}{C_2}$
4. $E_2 = -q_3 \dfrac{1}{C_3} - q_5 \dfrac{1}{C_5} - q_2 \dfrac{1}{C_2}$
5. $-E_2 = q_3 \dfrac{1}{C_3} - q_5 \dfrac{1}{C_5}\, q_2 \dfrac{1}{C_2}$

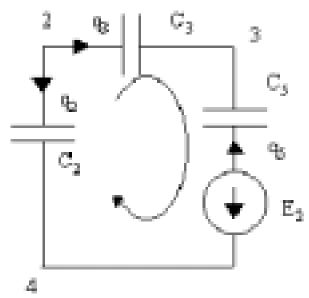


Rešenje:

Jednačina drugog Kirhofovog zakona za konturu *2342* ima izgled :

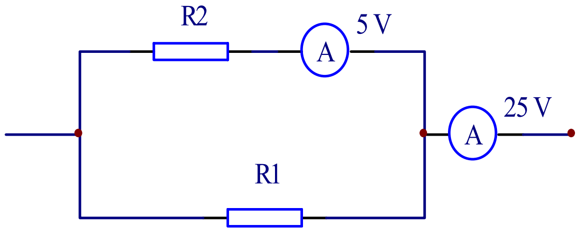
$$-\frac{q_3}{C_3} + \frac{q_5}{C_5} + E_2 + \frac{q_2}{C_2} = 0$$

$$E_2 = q_3 \frac{1}{C_3} - q_5 \frac{1}{C_5} - q_2 \frac{1}{C_2}$$



Jednosmerne struje

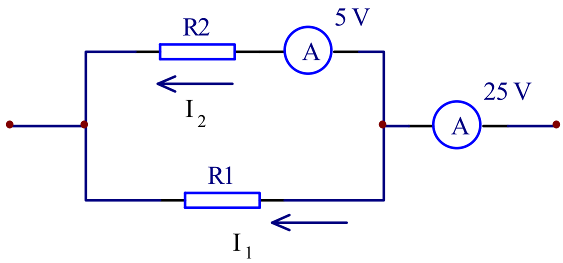
1. Odrediti vrednost otpornika R_2 ako je R_1=3Ω, a pokazivanja ampermetra očitati sa šeme.



1. *15Ω*
2. *12Ω*
3. *20Ω*
4. *≈1.12Ω*
5. *30Ω*

Rešenje:

Kod rešavanja zadatka koristimo I Kirhofov zakon o zbiru struja. Nalazimo struju I a posle iz jednakosti $R_1 I_1 = R_2 I_2$ nalazimo otpor R_2.



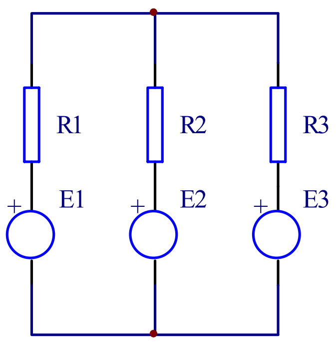
$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I_1 = I - I_2 = 25 - 5 = 20$ A

$U = R_1 I_1 = R_2 I_2$

$$R_2 = \frac{R_1 I_1}{I_2} = \frac{3\Omega \cdot 20A}{5A} = 12\Omega$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.

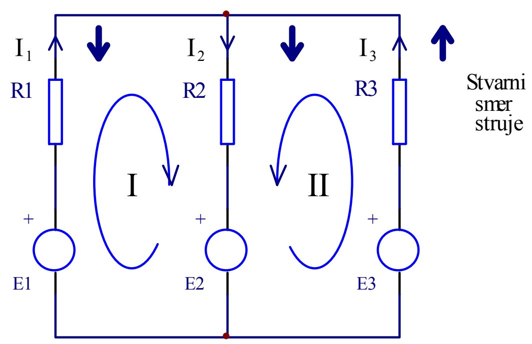
2. Odrediti da li rade kao potrošači ili generatori, generatori električne energije prikazani na šemi, ako je: R_1=6Ω, R_2=8Ω, R_3=3Ω, E_1=10V, E_2=20V, E_3=30V.



0. *E_1 i E_2 - generatori, E_3 - potrošač*
1. *E_1 i E_3 - generatori , E_2 - potrošač*
2. *E_2 i E_3 - generatori, E_1 - potrošač*
3. *E_1 - generator, E_2 i E_3 - potrošači*
4. *E_2 - generator, E_1 i E_3 - potrošači*
5. *E_3 - generator, E_1 i E_2 - potrošači*

Rešenje:

Kod rešavanja zadatka koristimo konturne struje I_I i I_{II} i struje grana $I_1 = I_I$, $I_2 = I_I + I_{II}$, $I_3 = I_{II}$. Na osnovu smera struje i smera elektromotorne sile određujemo da li generator radi kao potrošač ili generator.



$$I_I(R_1+R_2)+I_{II}R_2=E_1-E_2$$
$$I_IR_2+I_{II}(R_2+R_3)=E_3-E_2$$

Zamenom brojnih vrednosti dobija se sledeći sistem jednačina:

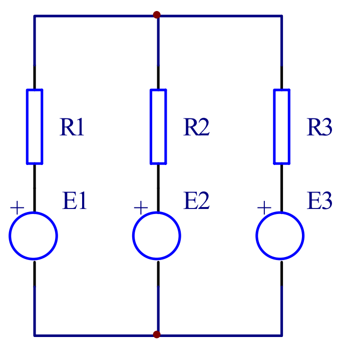
$$14\,I_I+8\,I_{II}=-10$$
$$8\,I_I+11\,I_{II}=10$$

Rešenje ovog sistema jednačina daje konturne struje:

$$I_I=-2{,}11\text{ A}$$
$$I_{II}=2.45\text{ A}$$
$$I_1=I_I=-2.11\text{ A}$$
$$I_2=I_I+I_{II}=0.34\text{ A}$$
$$I_3=I_{II}=2.45\text{ A}$$

Na osnovu zaključujemo da su E_1 i E_2 potrošači , a E_3 je generator, što odgovara ponuđenom rešenju broj 5.

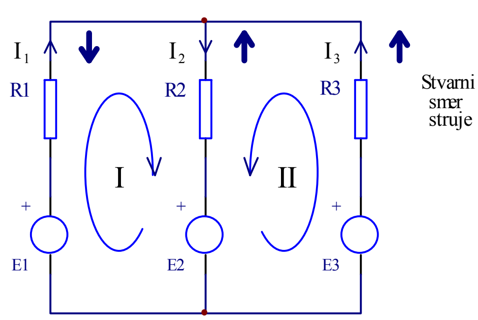
3. Odrediti da li rade kao potrošači ili generatori, generatori električne energije prikazani na šemi, ako je:R_1=6Ω, R_2=8Ω, R_3=3Ω, E_1=10V, E_2=30V, E_3=30V.



0. E_1 *i* E_2 *- generatori,* E_3 *- potrošač*
1. E_1 *i* E_3 *- generatori ,* E_2 *- potrošač*
2. E_2 *i* E_3 *- generatori ,* E_1 *- potrošač*
3. E_1 *- generator,* E_2 *i* E_3 *- potrošači*
4. E_2 *- generator,* E_1 *i* E_3 *- potrošači*
5. E_3 *- generator,* E_1 *i* E_2 *- potrošači*

Rešenje:

Postupak rešavanja zadatka isti je kao kod prethodnog zadataka.



$$I_I(R_1+R_2)+I_{II}R_2=E_1-E_2$$
$$I_IR_2+I_{II}(R_2+R_3)=E_3-E_2$$
$$14\,I_I+8\,I_{II}=-20$$
$$8\,I_I+11\,I_{II}=0$$
$$I_I=-2.445\text{ A}$$
$$I_{II}=1.778\text{ A}$$
$$I_2=I_I+I_{II}=-0.667\text{A}$$

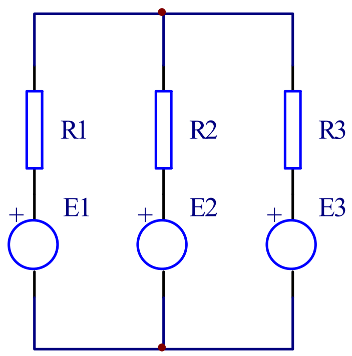
$$I_1=I_I=-2.445\text{ A}$$

$I_2 = -0.667$ A

$I_3 = I_{II} = 1.778$ A

Na osnovu smera struja i smera ems zaključujemo da je E_1 potrošač, a E_3 i E_2 su generatori, što odgovara ponuđenom rešenju broj 2.

4. Odrediti da li rade kao potrošači ili generatori, generatori električne energije prikazani na šemi, ako je : R_1=6Ω, R_2=8Ω, R_3 =3Ω, E_1=10V, E_2=40V, E_3 =10V.



0. E_1 *i* E_2 *- generatori,* E_3 *- potrošač*

1. E_1 *i* E_3 *- generatori ,* E_2 *- potrošač*

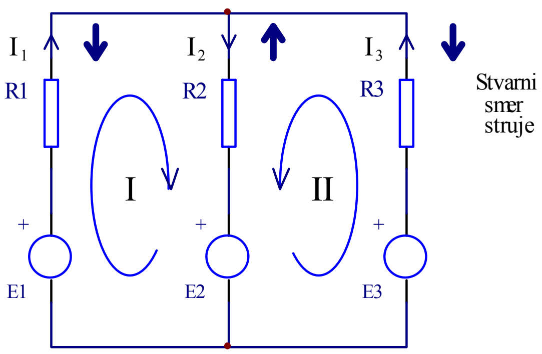
2. E_2 *i* E_3 *- generatori ,* E_1 *- potrošač*

3. E_1 *- generator,* E_2 *i* E_3 *- potrošači*

4. E_2 *- generator,* E_1 *i* E_3 *- potrošači*

5. E_3 *- generator,* E_1 *i* E_2 *- potrošači*

Rešenje:



$I_I(R_1+R_2)+I_{II}R_2=E_1-E_2$

$I_IR_2+I_{II}(R_2+R_3)=E_3-E_2$

$I_I=-1$ A

$I_{II}=-2$ A

$I_2=I_I+I_{II}==-3$ A

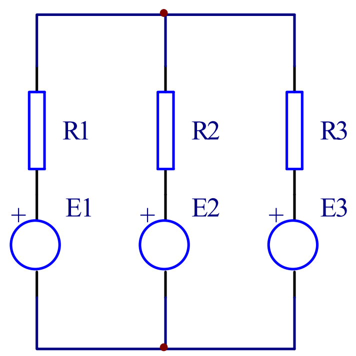
$I_1=I_I=-2$ A

$I_2=-3$ A

$I_3=I_{II}=-2$ A

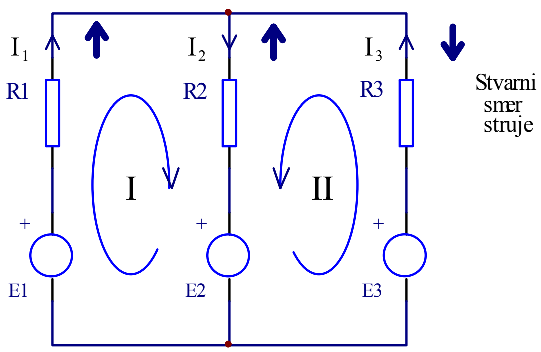
E_2 je generator, a E_1 i E_3 su potrošači, što odgovara rešenju broj 4.

5. Odrediti da li rade kao potrošači ili generatori, generatori električne energije prikazani na šemi, ako je: R_1 =6Ω, R_2=8Ω, R_3 =3Ω, E_1=30V, E_2=20V, E_3=10V.



0. *E_1 i E_2 - generatori, E_3 - potrošač*
1. *E_1 i E_3 - generatori , E_2 - potrošač*
2. *E_2 i E_3 - generatori , E_1 - potrošač*
3. *E_1 - generator, E_2 i E_3 - potrošači*
4. *E_2 - generator, E_1 i E_3 - potrošači*
5. *E_3 - generator, E_1 i E_2 - potrošači*

Rešenje:



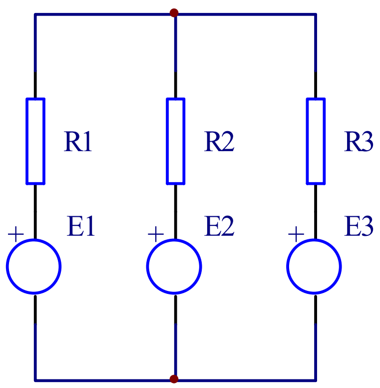
$$I_I(R_1+R_2)+I_{II}R_2=E_1-E_2$$
$$I_IR_2+I_{II}(R_2+R_3)=E_3-E_2$$

$$I_I=2.111\ \text{A}$$
$$I_{II}=-2.445\ \text{A}$$
$$I_2=I_I+I_{II}=-0.333\ \text{A}$$

$$I_1=I_I=2.111\ \text{A}$$
$$I_2=-0.333\ \text{A}$$
$$I_3=I_{II}=-2.445\ \text{A}$$

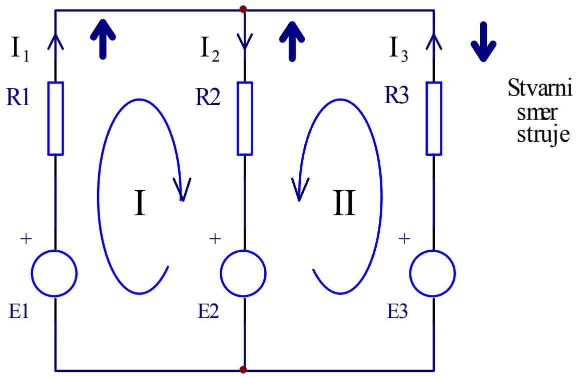
E_1 i E_2 su generatori, a i E_3 je potrošač, što odgovara rešenju pod rednim brojem 0.

6. Odrediti da li rade kao potrošači ili generatori, generatori električne energije prikazani na šemi, ako je: R_1=6Ω, R_2=8Ω, R_3=3Ω, E_1=20V, E_2=20V, E_3=5V.



0. *E_1 i E_2 - generatori, E_3 - potrošač*
1. *E_1 i E_3 - generatori , E_2 - potrošač*
2. *E_2 i E_3 - generatori , E_1 - potrošač*
3. *E_1 - generator, E_2 i E_3 - potrošači*
4. *E_2 - generator, E_1 i E_3 - potrošači*
5. *E_3 - generator, E_1 i E_2 - potrošači*

Rešenje:



$$I_I(R_1+R_2)+I_{II}R_2=E_1-E_2$$
$$I_I R_2+I_{II}(R_2+R_3)=E_3-E_2$$

$I_I = 1.334$ A

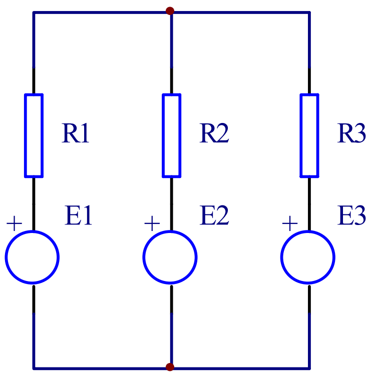
$I_{II} = -2.334$ A

$I_2 = I_I + I_{II} = -1$ A

$I_3 = I_{II} = -2.334$ A

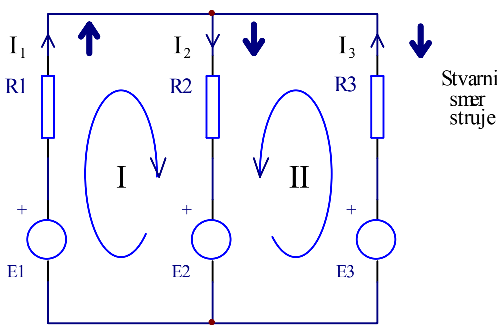
E_1 i E_2 su generatori , a E_3 je potrošač, što odgovara rešenju pod rednim brojem 0

7. Odrediti da li rade kao potrošači ili generatori, generatori električne energije prikazani na šemi, ako je: $R_1=6\Omega$, $R_2=8\Omega$, $R_3=3\Omega$, $E_1=30V$, $E_2=10V$, $E_3=5V$.



0. *E_1 i E_2 - generatori, E_3 - potrošač*
1. *E_1 i E_3 - generatori , E_2 - potrošač*
2. *E_2 i E_3 - generatori , E_1 - potrošač*
3. *E_1 - generator, E_2 i E_3 - potrošači*
4. *E_2 - generator, E_1 i E_3 - potrošači*
5. *E_3 - generator, E_1 i E_2 - potrošači*

Rešenje:



$$I_I(R_1+R_2)+I_{II}R_2=E_1-E_2$$
$$I_I R_2+I_{II}(R_2+R_3)=E_3-E_2$$

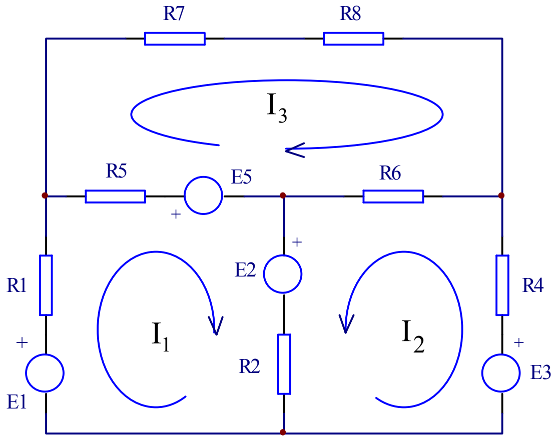
$I_1 = I_I = 2.889$ A

$I_2 = 0.333$ A

$I_3 = I_{II} = -2.556$ A

E_1 je generator , a E_3 i E_2 su potrošači.

8. Napisati jednačinu konturnih struja za struju I_3.



1. $(R_5 + R_1 + R_2)I_1 + (R_6 + R_2 + R_4)I_2 + (R_8 + R_7 + R_6 + R_5)I_3 = E_5$
2. $(R_5 + R_1 + R_2)I_1 + (R_6 + R_2 + R_4)I_2 + (R_8 + R_7 + R_6 + R_5)I_3 = E_5$
3. $-R_5 I_1 + R_6 I_2 + (R_8 + R_7 + R_6 + R_5)I_3 = E_5$
4. $-R_5 I_1 - R_6 I_2 + (R_8 + R_7 + R_6 + R_5)I_3 = -E_5$
5. $R_5 I_1 + R_6 I_2 + (R_8 + R_7 + R_6 + R_5)I_3 = E_5$

Rešenje:

Zadatak rešavamo pomoću obrasca za konturne struje:

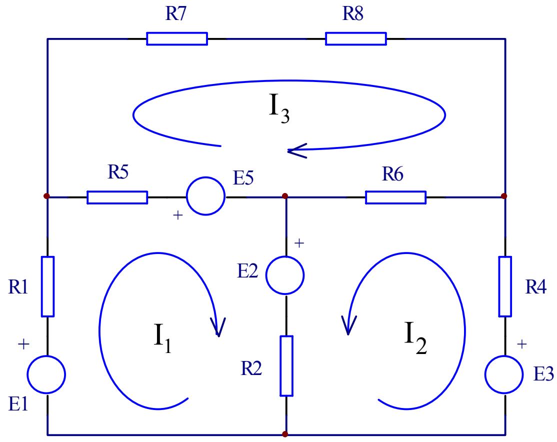
$$I_1 R_{11} + I_2 R_{12} + \ldots + I_n R_{1n} = E_{11}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$I_1 R_{n1} + I_2 R_{n2} + \ldots + I_n R_{nn} = E_{nn}$$

Smisao pojedinih simbola u ovim jednačinama je sledeći:
I_j = jačina struje u konturi j (j bilo koji broj od 1 do n),
$R_{jj} = (\sum R)$ duž konture j *(j bilo koji broj od 1 do n),*
$R_{jk} = R_{kj} = \pm(\sum R)$ duž grana koje su zajedničke za konture j i k, pri čemu se uzima predznak + ako su smerovi kontura j i k u grani isti, a – u suprotnom slučaju. (j≠k; j, k =1, 2,…n)
$E_{jj} = (\sum(\pm E))$ duž konture j, pri čemu se uzima predznak + ako su smer E i konture isti, a j je bilo koji broj od 1 do n.

$$-R_5 I_1 + R_6 I_2 + (R_8 + R_7 + R_6 + R_5)I_3 = E_5$$

Tačno je rešenje pod brojem 3.

9. Napisati jednačinu konturnih struja za struju I_2.



1. $(R_5 + R_1 + R_2)I_1 + (R_6 + R_2 + R_4)I_2 + (R_8 + R_7 + R_6 + R_5)I_3 = E_3 - E_2$
2. $R_2 I_1 + (R_6 + R_2 + R_4)I_2 + R_6 I_3 = E_3 - E_2$
3. $-R_2 I_1 + (R_6 + R_2 + R_4)I_2 - R_6 I_3 = E_3 - E_2$
4. $-R_2 I_1 - (R_6 + R_2 + R_4)I_2 + R_6 I_3 = E_3 - E_2$
5. $R_2 I_1 + (R_6 + R_2 + R_4)I_2 - R_6 I_3 = E_3 - E_2$

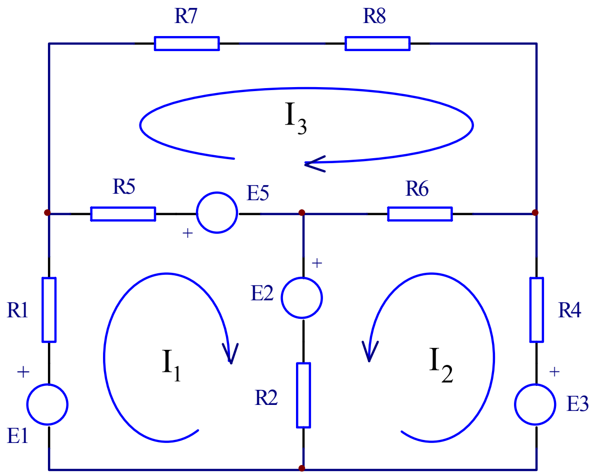
Rešenje:

Zadatak rešavamo pomoću obrasca za konturne struje:

$$R_2 I_1 + (R_6 + R_2 + R_4)I_2 + R_6 I_3 = E_3 - E_2$$

Tačno je rešenje broj 2.

10. Napisati jednačinu konturnih struja za struju I_1.



1. $(R_5 + R_1 + R_2)I_1 + R_2 I_2 - R_5 I_3 = E_1 - E_2 - E_5$
2. $(R_5 + R_1 + R_2)I_1 + R_2 I_2 + R_5 I_3 = E_1 - E_2 - E_5$

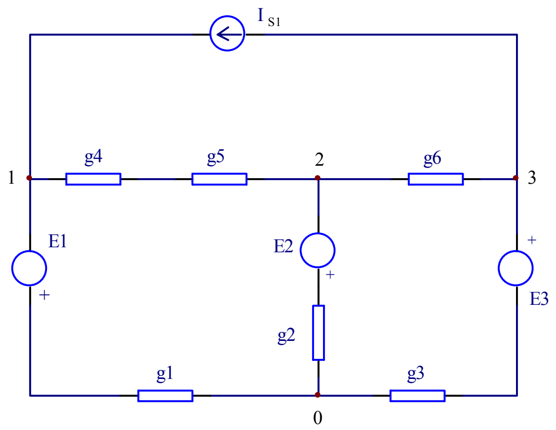
3. $(R_5+R_1+R_2)I_1+(R_6+R_2+R_4)I_2+(R_8+R_7+R_6+R_5)I_3=E_1+E_2+E_5$
4. $(R_5+R_1+R_2)I_1-R_2I_2-R_5I_3=E_1-E_2-E_5$
5. $(R_5+R_1+R_2)I_1+(R_6+R_2+R_4)I_2-(R_8+R_7+R_6+R_5)I_3=E_1-E_2-E_5$

Rešenje:

$$(R_5+R_1+R_2)I_1+R_2I_2-R_5I_3=E_1-E_2-E_5$$

Tačno je rešenje broj 1.

11. Za čvor 2 električne šeme napisati jednačinu potencijala čvorova. Za referentni čvor usvojiti tačku 0.



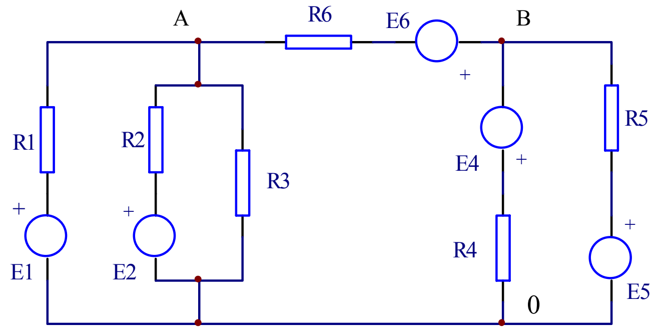
1. $(g_4+g_6)U_{10}+(g_2+g_4+g_5+g_6)U_{20}-g_6U_{30}=-E_2\ g_2$
2. $(g_4+g_6)U_{10}+(g_2+g_4+g_5+g_6)U_{20}+g_6U_{30}=E_2\ g_2$
3. $\dfrac{g_4g_5}{g_4+g_5}U_{10}+(\dfrac{g_4g_5}{g_4+g_5}+g_2+g_6)U_{20}+g_6U_{30}=-E_2\ g_2$
4. $(g_4+g_5)U_{10}+(g_2+g_4+g_5+g_6)U_{20}-g_6U_{30}=E_2\ g_2$
5. $-\dfrac{g_4g_5}{g_4+g_5}U_{10}+(\dfrac{g_4g_5}{g_4+g_5}+g_2+g_6)U_{20}-g_6U_{30}=-E_2\ g_2$

Rešenje:

Zadatak rešavamo pišući jednačinu po metodi potencijala čvorova.

$$-\frac{g_4g_5}{g_4+g_5}U_{10}+(\frac{g_4g_5}{g_4+g_5}+g_2+g_6)U_{20}-g_6U_{30}=-E_2\ g_2, \qquad (g=\frac{1}{R})$$

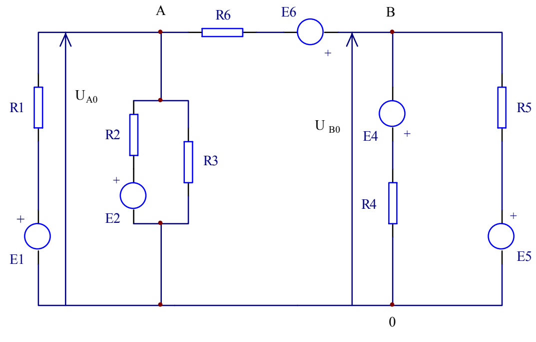
12. Za čvor B električne šeme napisati jednačinu potencijala čvorova. Usvojiti za nulti čvor tačku 0.



1. $U_{B0}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_6}\right)-U_{A0}\frac{1}{R_6}=\frac{E_4}{R_4}+\frac{E_5}{R_5}+\frac{E_6}{R_6}$
2. $U_{B0}\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)-U_{A0}\frac{1}{R_6}=-\frac{E_4}{R_4}+\frac{E_5}{R_5}+\frac{E_6}{R_6}$
3. $U_{B0}\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)-U_{A0}\frac{1}{R_3}=-\frac{E_4}{R_4}+\frac{E_5}{R_5}+\frac{E_6}{R_6}$
4. $U_{B0}\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)-U_{A0}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_6}\right)=-\frac{E_4}{R_4}+\frac{E_5}{R_5}$
5. *Neko drugo rešenje*

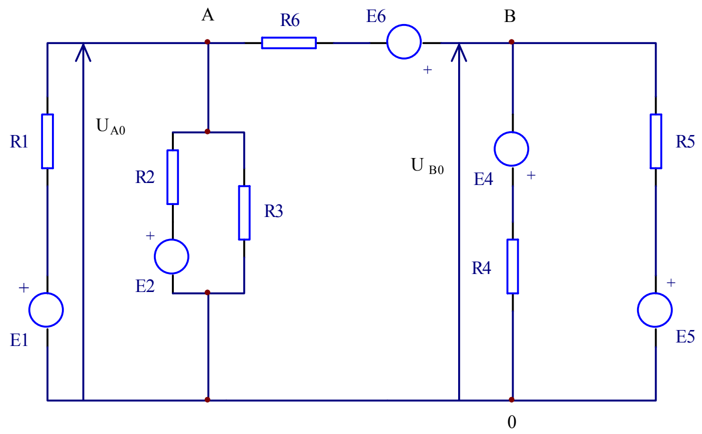
Rešenje:

Tačno je rešenje broj 2.



$$U_{B0}\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)-U_{A0}\frac{1}{R_6}=-\frac{E_4}{R_4}+\frac{E_5}{R_5}+\frac{E_6}{R_6}$$

13. Za čvor A električne šeme napisati jednačinu potencijala čvorova. Usvojiti za nulti čvor tačku 0.



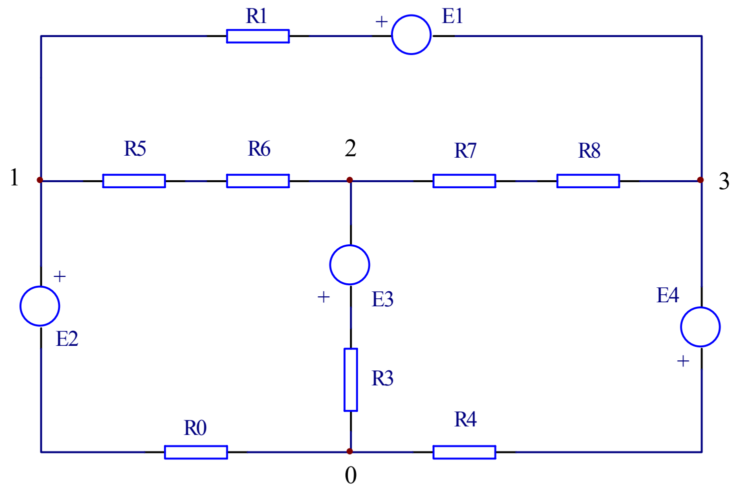
1. $U_{A0}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_6}\right)-U_{B0}\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_6}\right)=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}$
2. $U_{A0}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)+U_{B0}\frac{1}{R_6}=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}$
3. $U_{A0}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)+U_{B0}\frac{1}{R_6}=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}-\frac{E_6}{R_6}$
4. $U_{A0}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_6}\right)-U_{B0}\frac{1}{R_6}=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}-\frac{E_6}{R_6}$
5. *Neko drugo rešenje*

Rešenje:

Tačno je rešenje broj 4.

$$\mathrm{U}_{A0}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_6}\right)-\mathrm{U}_{B0}\frac{1}{R_6}=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}-\frac{E_6}{R_6}$$

14 Za čvor 3 električne šeme napisati jednačinu potencijala čvorova. Usvojiti za nulti čvor tačku 0.



$$1.\quad -\frac{1}{R_1}U_{10}+\left(\frac{1}{R_7}+\frac{1}{R_8}\right)U_{20}+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_7}+\frac{1}{R_8}\right)U_{30}=\frac{E_4}{R_4}-\frac{E_1}{R_1}$$

$$2.\quad \frac{1}{R_1}U_{10}+\left(\frac{1}{R_7}+\frac{1}{R_8}\right)U_{20}+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_7}+\frac{1}{R_8}\right)U_{30}=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_4}{R_4}$$

$$3.\quad -\frac{1}{R_1}U_{10}-\frac{1}{R_7+R_8}U_{20}+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_7+R_8}\right)U_{30}=\frac{E_4}{R_4}-\frac{E_1}{R_1}$$

$$4.\quad -\frac{1}{R_1}U_{10}-\left(\frac{1}{R_7}+\frac{1}{R_8}\right)U_{20}+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_7}+\frac{1}{R_8}\right)U_{30}=\frac{E_1}{R_1}-\frac{E_4}{R_4}$$

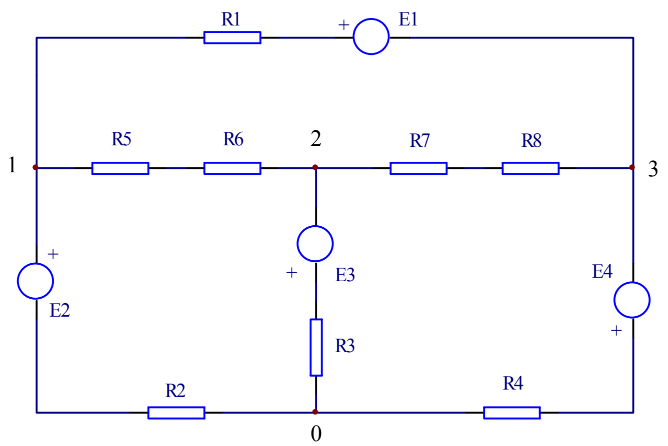
$$5.\quad -\frac{1}{R_1}U_{10}-\frac{1}{R_7+R_8}U_{20}+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_7}+\frac{1}{R_8}\right)U_{30}=\frac{E_1}{R_1}-\frac{E_4}{R_4}$$

Rešenje:

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

$$-\frac{1}{R_1}\mathrm{U}_{10}-\frac{1}{R_7+R_8}\mathrm{U}_{20}+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_7+R_8}\right)\mathrm{U}_{30}=\frac{E_4}{R_4}-\frac{E_1}{R_1}$$

15. Za čvor 1 električne šeme napisati jednačinu potencijala čvorova. Usvojiti za nulti čvor tačku 0.



$$1.\quad \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_5+R_6}+\frac{1}{R_2}\right)U_{10}-\frac{1}{R_5+R_6}U_{20}-\frac{1}{R_1}U_{30}=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}$$

$$2.\quad \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)U_{10}-\left(\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)U_{20}-\frac{1}{R_1}U_{30}=-\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}$$

$$3.\quad \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_5+R_6}+\frac{1}{R_2}\right)U_{10}+\frac{1}{R_5+R_6}U_{20}+\frac{1}{R_1}U_{30}=-\frac{E_1}{R_1}- -\frac{E_2}{R_2}$$

$$4.\quad \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_7}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)U_{10}+\left(\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)U_{20}+\frac{1}{R_1}U_{30}=\frac{E_1}{R_1}-\frac{E_2}{R_2}$$

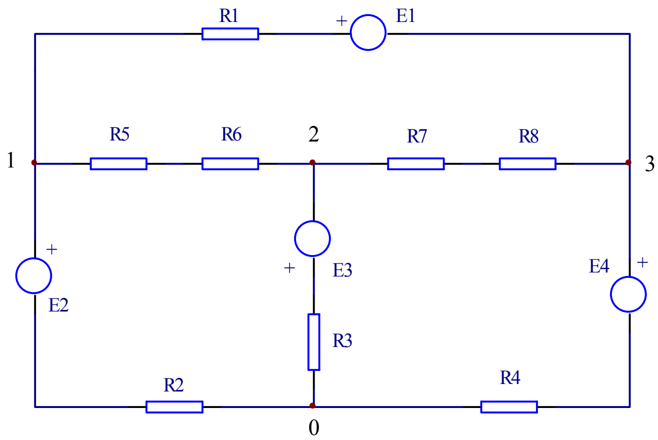
$$5.\quad \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_7}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)U_{10}-\left(\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)U_{20}-\frac{1}{R_1}U_{30}\quad \frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}+\frac{E_4}{R_4}$$

Rešenje:

Tačno rešenje je pod rednim brojem 1.

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_5+R_6}+\frac{1}{R_2}\right)U_{10}-\frac{1}{R_5+R_6}U_{20}-\frac{1}{R_1}U_{30}=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}$$

16. Za čvor 2 električne šeme napisati jednačinu potencijala čvorova. Usvojiti za nulti čvor tačku 0.



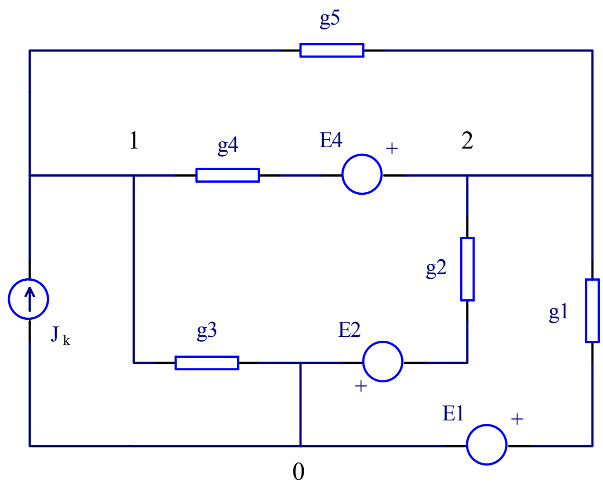
1. $\left(\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)U_{10}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}+\frac{1}{R_7}+\frac{1}{R_8}\right)U_{20}+\left(\frac{1}{R_7}+\frac{1}{R_8}\right)U_{30}=\frac{E_3}{R_3}$
2. $-\frac{1}{R_5+R_6}U_{10}+\left(\frac{1}{R_5+R_6}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_7+R_8}\right)U_{20}-\frac{1}{R_7+R_8}U_{30}=-\frac{E_3}{R_3}$
3. $\frac{1}{R_5+R_6}U_{10}+\left(\frac{1}{R_5+R_6}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_7+R_8}\right)U_{20}+\frac{1}{R_7+R_8}U_{30}=\frac{E_3}{R_3}$
4. $-\left(\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)U_{10}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}+\frac{1}{R_7}+\frac{1}{R_8}\right)U_{20}-\left(\frac{1}{R_7}+\frac{1}{R_8}\right)U_{30}=-\frac{E_3}{R_3}$
5. $-\frac{1}{R_5+R_6}U_{10}+\left(\frac{1}{R_5+R_6}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_7+R_8}\right)U_{20}-\frac{1}{R_7+R_8}U_{30}=\frac{E_3}{R_3}$

Rešenje:

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.

$$-\frac{1}{R_5+R_6}U_{10}+\left(\frac{1}{R_5+R_6}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_7+R_8}\right)U_{20}-\frac{1}{R_7+R_8}U_{30}=-\frac{E_3}{R_3}$$

17. Za čvor 2 električne šeme napisati jednačinu potencijala čvorova. Usvojiti za nulti čvor tačku 0.



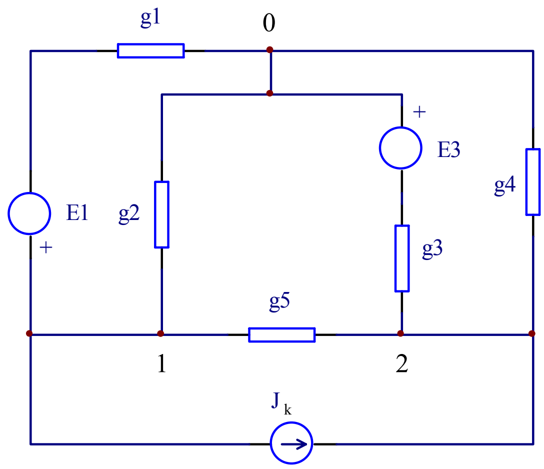
1. $(g_4 + g_5)U_{10} + (g_1 + g_2 + g_4 + g_5)U_{20} = E_1 g_1 - E_2 g_2 + E_4 g_4$
2. $-(g_4 + g_5)U_{10} + (g_1 + g_2 + g_4 + g_5)U_{20} = E_1 g_1 + E_2 g_2 + E_4 g_4$
3. $-(g_4 + g_5)U_{10} + (g_1 + g_2 + g_4 + g_5)U_{20} = E_1 g_1 - E_2 g_2 + E_4 g_4$
4. $(g_4 + g_5)U_{10} - (g_1 + g_2 + g_4 + g_5)U_{20} = E_1 g_1 - E_2 g_2 + E_4 g_4$
5. $-(g_4 + g_5)U_{10} + (g_1 + g_2 + g_4 + g_5)U_{20} = E_1 g_1 - E_2 g_2 - E_4 (g_4 + g_5)$

Rešenje:

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

$$-(g_4 + g_5)U_{10} + (g_1 + g_2 + g_4 + g_5)U_{20} = E_1 g_1 - E_2 g_2 + E_4 g_4$$

18. Za čvor 1 električne šeme napisati jednačinu potencijala čvorova. Usvojiti za nulti čvor tačku 0.



1. $(g_1 + g_2 + g_5)U_{10} + g_5 U_{20} = E_1 g_1 + J_k$
2. $(g_1 + g_2 + g_5)U_{10} + g_5 U_{20} = E_1 g_1 + J_k$
3. $(g_1 + g_2 + g_5)U_{10} - g_5 U_{20} = J_k - E_1 g_1$

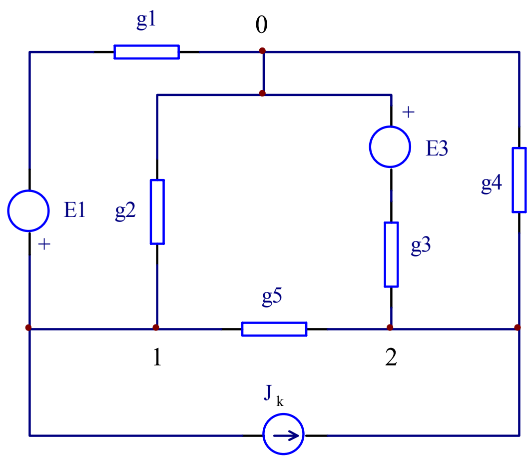
4. $(g_1 + g_2 + g_5)U_{10} - g_5 U_{20} = E_1 g_1 - J_k$
5. $(g_1 + g_2 + g_5)U_{10} - g_5 U_{20} = E_1 g_1 - J_k + E_3 g_3$

Rešenje:

Tačno rešenje je pod rednim brojem 4.

$$(g_1 + g_2 + g_5)U_{10} - g_5 U_{20} = E_1 g_1 - J_k$$

19. Za čvor 2 električne šeme napisati jednačinu potencijala čvorova. Usvojiti za nulti čvor tačku 0.



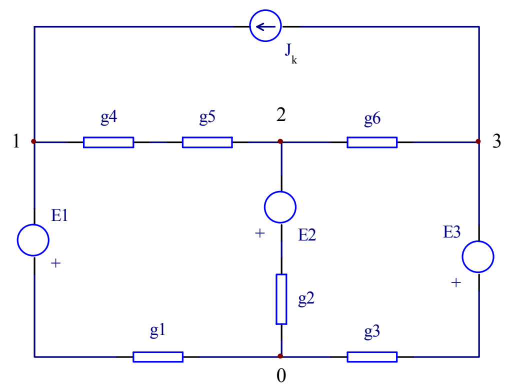
1. $g_5 U_{10} - (g_3 + g_4 + g_5)U_{20} = E_3 g_3 + J_k$
2. $g_5 U_{10} + (g_3 + g_4 + g_5)U_{20} = E_3 g_3 + J_k$
3. $-g_5 U_{10} + (g_3 + g_4 + g_5)U_{20} = - E_3 g_3 + E_1 g_1 + J_k$
4. $-g_5 U_{10} + (g_3 + g_4 + g_5)U_{20} = E_3 g_3 + J_k$
5. $-g_5 U_{10} + (g_3 + g_4 + g_5)U_{20} = J_k - E_3 g_3$

Rešenje:

Tačno rešenje je pod rednim brojem 5.

$$- g_5 U_{10} + (g_3 + g_4 + g_5)U_{20} = J_k - E_3 g_3$$

20. Za čvor 1 električne šeme napisati jednačinu potencijala čvorova. Usvojiti za nulti čvor tačku 0.



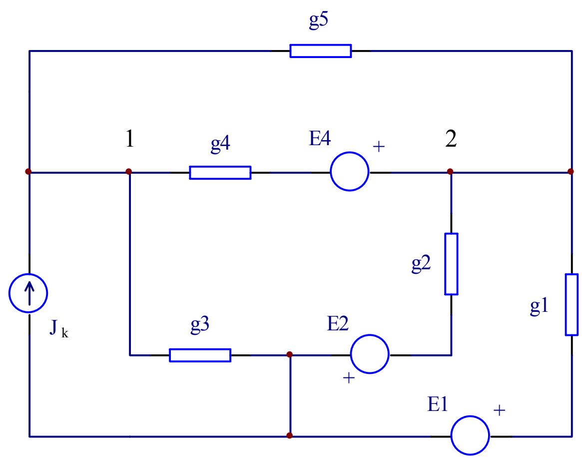
1. $(g_1 + g_4 + g_5)U_{10} - (g_4 + g_5)U_{20} = -E_1 g_1 + J_k$
2. $(g_1 + \frac{g_4 g_5}{g_4 + g_5})U_{10} - (g_4 + g_5)U_{20} - (\frac{g_4 g_5}{g_4 + g_5} + g_6)U_{30} = E_1 g_1 + J_k$
3. $(g_1 + g_4 + g_5)U_{10} + (g_4 + g_5)U_{20} = E_1 g_1 + J_k$
4. $(g_1 + \frac{g_4 g_5}{g_4 + g_5})U_{10} - (\frac{g_4 g_5}{g_4 + g_5})U_{20} = -E_1 g_1 + J_k$
5. $(g_1 + g_4 + g_5)U_{10} - (g_4 + g_5)U_{20} - (g_4 + g_5 + g_6)U_{30} = -E_1 g_1 + J_k$

Rešenje:

Tačno rešenje je pod rednim brojem 4.

$$(g_1 + \frac{g_4 g_5}{g_4 + g_5})U_{10} - (\frac{g_4 g_5}{g_4 + g_5})U_{20} = -E_1 g_1 + J_k$$

21. Za čvor 1 električne šeme napisati jednačinu potencijala čvorova. Usvojiti za nulti čvor tačku 0.



1. $(g_3 + g_4 + g_5)U_{10} + (g_4 + g_5)U_{20} = -E_4 g_4 + J_k$
2. $(g_3 + g_4 + g_5)U_{10} - (g_4 + g_5)U_{20} = -E_4 g_4 + J_k$

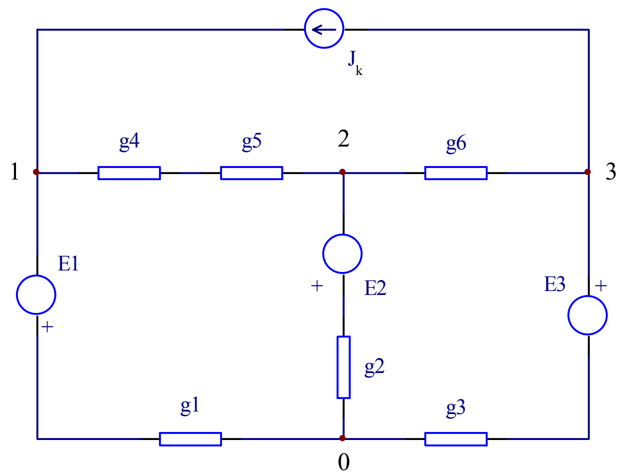
3. $(g_3 + g_4 + g_5)U_{10} - (g_4 + g_5)U_{20} = E_4 g_4 + J_k$
4. $(g_3 + g_4 + g_5)U_{10} + (g_4 + g_5)U_{20} = E_4 g_4 + J_k$
5. $(g_2 + g_3 + g_4)U_{10} - g_5 U_{20} = - E_4 g_4 + J_k$

Rešenje:

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.

$$(g_3 + g_4 + g_5)U_{10} - (g_4 + g_5)U_{20} = - E_4 g_4 + J_k$$

22. Za čvor 3 električne šeme napisati jednačinu potencijala čvorova. Usvojiti za nulti čvor tačku 0.



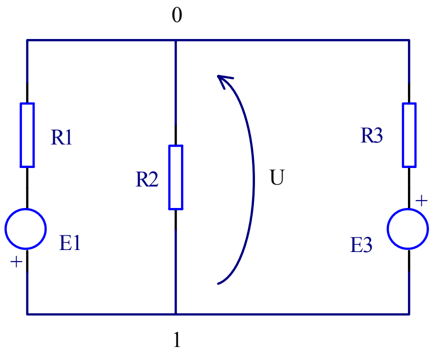
1. $- g_6 U_{20} + (g_3 + g_6)U_{30} = E_3 g_3 - J_k$
2. $- (g_4 + g_5 + g_6)U_{10} - g_6 U_{20} + (g_3 + g_6)U_{30} = E_3 g_3 - J_k$
3. $g_6 U_{20} + (g_3 + g_6)U_{30} = E_3 g_3 + J_k$
4. $(g_4 + g_5 + g_6)U_{10} - g_6 U_{20} + (g_3 + g_6)U_{30} = E_3 g_3 + J_k$
5. $- (\frac{g_4 g_5}{g_4 + g_5} + g_6)U_{10} - g_6 U_{20} + (g_3 + g_6)U_{30} = E_3 g_3 - J_k$

Rešenje:

Tačno rešenje je pod rednim brojem 1.

$$- g_6 U_{20} + (g_3 + g_6)U_{30} = E_3 g_3 - J_k$$

23. Izraziti napon U pomoću parametara sa šeme.



1. $U = \dfrac{\dfrac{E_1}{R_1} - \dfrac{E_3}{R_3}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}}$; 2. $U = \dfrac{-\dfrac{E_1}{R_1} + \dfrac{E_3}{R_3}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}}$

3. $U = \dfrac{-\dfrac{E_1}{R_1} + \dfrac{E_3}{R_3}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_3}}$; 4. $U = \dfrac{(E_1 - E_3)\cdot\dfrac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}}$

5. *Drugo rešenje*

Rešenje:

Zadatak rešavamo pomoću obrasca za potencijal čvorova, s tim da je referentni čvor, čvor 0.

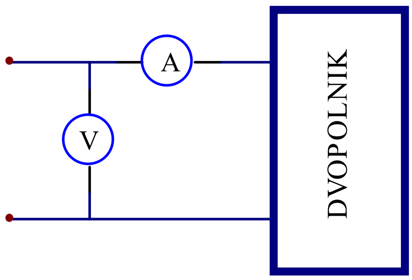
$$U_{10}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_3}{R_3}$$

$$U_{10} = \frac{\dfrac{E_1}{R_1} - \dfrac{E_3}{R_3}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}}$$

Pošto je $U = U_{01} = - U_{10}$

Tačno je rešenje broj 2.

24. Na stezaljkama dvopolnika čija je unutrašnja karakteristika nepoznata, postoji stalan napon izmeren voltmetrom. Pri dve različite vrednosti tog napona izmerene su odgovarajuće struje I (videti tablicu). Odrediti parametre generatora ekvivalentne dvopolniku.



U_V [V]	I_A [A]
20	3
30	5

1. $R_e = \dfrac{20}{3}\ \Omega \quad E_e = 20\ V$
2. $R_e = 5\ \Omega \quad E_e = 5\ V$
3. $R_e = \dfrac{20}{3}\ \Omega \quad E_e = \dfrac{100}{3}\ V$
4. $R_e = 5\ \Omega \quad E_e = 0\ V$

Rešenje:

Zadatak rešavamo pomoću jednačine $E_e + I\,R_e = U$.

$$E_e + 3\,R_e = 20 \quad / 5$$
$$E_e + 5\,R_e = 30 \quad / -3$$

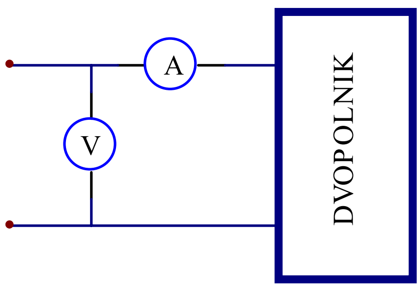
$$5\,E_e + 15\,R_e = 100$$
$$-\,3E_e - 15\,R_e = -\,90$$

$$2\,E_e = 10 \quad \Rightarrow \quad E_e = 5\ \text{V}$$

$$5 + 3\,R_e = 20 \quad \Rightarrow \quad R_e = 5\ \Omega$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.

25. Na stezaljkama dvopolnika čija je unutrašnja karakteristika nepoznata, postoji stalan napon izmeren voltmetrom. Pri dve različite vrednosti tog napona izmerene su odgovarajuće struje I (videti tablicu). Odrediti parametre generatora ekvivalentne dvopolniku.



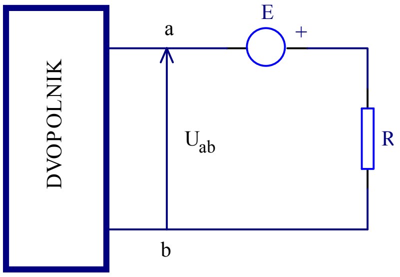
U_V [V]	I_A [A]
10	5
40	2

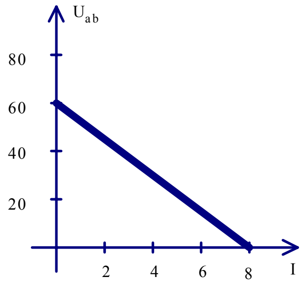
1. $R_e = 2\ \Omega$ $E_e = 20$ V
2. $R_e = 20\ \Omega$ $E_e = 20$ V
3. $R_e = 60\ \Omega$ $E_e = 10$ V
4. $R_e = 10\ \Omega$ $E_e = 60$ V

Rešenje:

Videti rešenje zadatka 24. Tačno rešenje je pod rednim brojem 4.

26. Odrediti struju I u grani ab, ako je poznata naponska karakteristika $U_{ab} = F(I)$ aktivnog dvopolnika , a $R = 10\ \Omega$ i $E = 50$ V.





1. $I = \frac{5}{3}\ A$
2. $I = 6.3\ A$
3. $I = -\ 4\ A$
4. $I = 13\ A$
5. *Neko drugo rešenje*

Rešenje:

Iz karakteristike U_{ab} = F(I) tj. U(I) + E = I R gde je $U(I) = -\frac{60}{8} I + 60$ (ovu karakteristiku očitavamo sa datog grafika zavisnosti napona od struje), sledi:

$$U(I) = -\frac{60}{8} I + 60$$

$$U(I) + E = RI$$

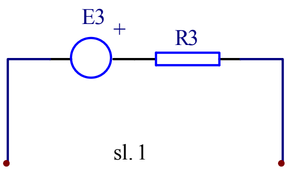
$$-\frac{60}{8} I + 60 + 50 = 10I$$

$$\left(10 + \frac{60}{8}\right) I = 50 + 60$$

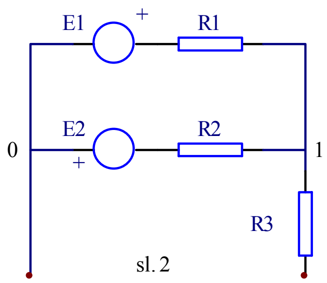
$$I = 6.2857\ A$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.

27. Naći ems generatora (slika 1) ekvivalentne šeme prikazane na slici 2.



sl. 1



sl. 2

1. $E_e = \dfrac{E_1 R_1 + E_2 R_2}{R_1 + R_2}$
2. $E_e = \dfrac{E_2 R_1 - E_1 R_2}{R_1 + R_2}$
3. $E_e = \dfrac{E_1 R_2 - E_2 R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$
4. $E_e = \dfrac{E_1 R_2 - E_2 R_1}{R_1 + R_2}$
5. $E_e = \dfrac{E_1 R_1 + E_2 R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$

Rešenje:

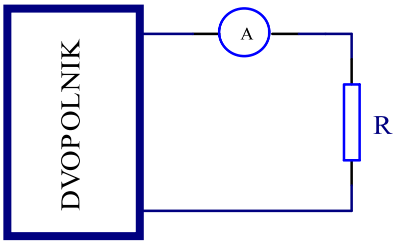
Zadatak se rešava tako što određujemo napon U_{10} preko potencijala čvorova, a referentna tačka je tačka 0.

$$U_{10}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=-\frac{E_2}{R_2}+\frac{E_1}{R_1}$$

$$U_{10}=\frac{-\dfrac{E_2}{R_2}+\dfrac{E_1}{R_1}}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}}=\frac{-E_2R_1+E_1R_2}{R_1+R_2}$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 4.

28. Na stezaljkama dvopolnika čija je unutrašnja karakteristika nepoznata priključen je otpor R. Pri dve različite vrednosti tog otpora izmerene su odgovarajuće struje I (videti tablicu). Odrediti parametre generatora ekvivalentne dvopolniku.



R [Ω]	I [A]
3	6
8	3.5

1. $R_e = 4\Omega$ $E_e = 42V$
2. $R_e = 11\Omega$ $E_e = 46V$
3. $R_e = 3\Omega$ $E_e = 18V$
4. $R_e = 1.4\Omega$ $E_e = 146V$
5. Neko drugo rešenje

Rešenje:

Zadatak rešavamo pomoću jednačine $E_e + I\,R_e = U$

$E_e + I\,R_e = U$

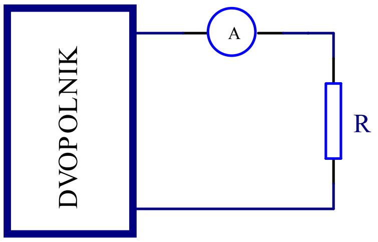
$E_e + 6\,R_e = 18$

$E_e + 3{,}5\,R_e = 28$

$E_e = 42\text{ V} \qquad R_e = 4\ \Omega$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 1.

29. Na stezaljkama dvopolnika čija je unutrašnja šema nepoznata priključen je otpor R. Pri dve različite vrednosti tog otpora izmerene su odgovarajuće struje I (videti tablicu). Odrediti parametre generatora ekvivalentne dvopolniku.



R [Ω]	I [A]
1	6
4	3

1. $R_e = 1\ \Omega$ $\quad E_e = 6\ V$
2. $R_e = 4\ \Omega$ $\quad E_e = 12\ V$
3. $R_e = 2\ \Omega$ $\quad E_e = 18\ V$
4. $R_e = 5\ \Omega$ $\quad E_e = 9\ V$
5. *Neko drugo rešenje*

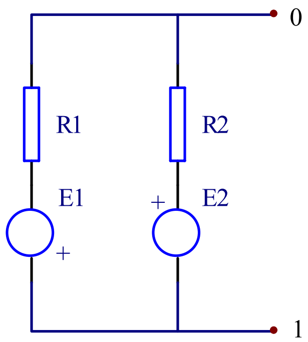
Rešenje:

Zadatak rešavamo pomoću jednačine $E_e + I\,R_e = U$.

$$E_e + I\,R_e = U$$
$$E_e + 6\,R_e = 6\ \text{V}$$
$$E_e + 3\,R_e = 12\ \text{V}$$
$$E_e = 18\ \text{V} \qquad R_e = 2\ \Omega$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

30. Dato je E_1=50V, E_2=70V, R_1=15Ω, R_2=9Ω. Odrediti ems generatora ekvivalentnog zadatoj šemi.



1. $E_e = 120V$
2. $E_e = 20V$
3. $E_e = 25V$
4. $E_e = 115V$
5. $E_e = 125V$

Rešenje:

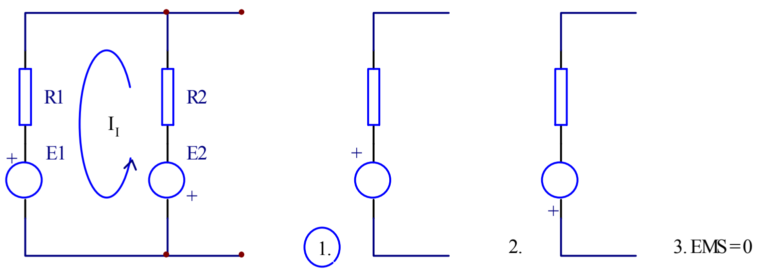
Zadatak rešavamo tako što nalazimo napon U_{10} preko potencijala čvorova. Referentna tačka je tačka 0.

$$U_{10}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_1}{R_1}$$

$$U_{10} = \frac{\dfrac{E_2}{R_2} - \dfrac{E_1}{R_1}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}} = \frac{E_2 R_1 - E_1 R_2}{R_1 + R_2} = 25\ \text{V}$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

31. Dato je E_1=70V, E_2=50V, R_1=9Ω, R_2=15Ω. Odrediti polarnost ems generatora ekvivalentnog zadatoj šemi.



Rešenje:

Zadatak rešavamo primenom Tevenenove teoreme.

$$E_{ekv} = U_{10}$$

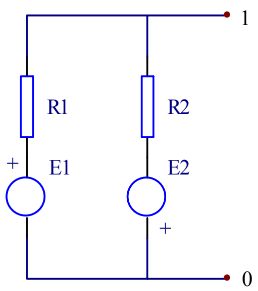
$$U_{10}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}$$

$$U_{10}\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}$$

$$U_{10} = \left(\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}\right)\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 5.625\left(\frac{70}{9} + \frac{50}{15}\right) = 25 \text{ V}$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.

32. Odrediti ems generatora ekvivalentnog zadatoj šemi, ako je E_1=70V, R_1=14Ω, E_2=50V, R_2=10Ω.



1. $E_e = 120V$
2. $E_e = 20V$
3. $E_e = 140V$
4. $E_e = 100V$
5. $E_e = 0V$

Rešenje:

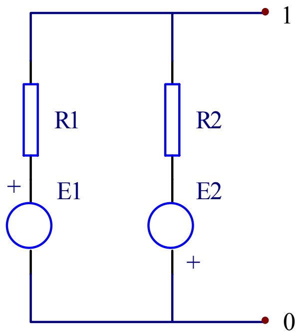
Zadatak rešavamo tako što određujemo napon U_{10} metodom potencijala čvorova.

$$U_{10}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=-\frac{E_2}{R_2}+\frac{E_1}{R_1}$$

$$U_{10}=\frac{-\frac{E_2}{R_2}+\frac{E_1}{R_1}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}=\frac{-E_2R_1+E_1R_2}{R_1+R_2}=0\text{ V, jer je }\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}=0$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 5.

33. Odrediti ems generatora ekvivalentnog zadatoj šemi, ako je E_1=20V, R_1=60Ω, E_2=55V, R_2=0Ω.



1. *E_e = 55V*
2. *E_e = 5*
3. *E_e = 115*
4. *E_e =20*
5. *E_e = 0V*

Rešenje:

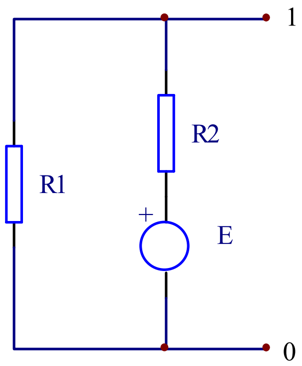
Na osnovu metode potencijala čvorova pišemo jednačinu:

$$U_{10}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=-\frac{E_2}{R_2}+\frac{E_1}{R_1}$$

$$U_{10}=\frac{-\frac{E_2}{R_2}+\frac{E_1}{R_1}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}=\frac{-E_2R_1+E_1R_2}{R_1+R_2}=55\text{ V}$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 1.

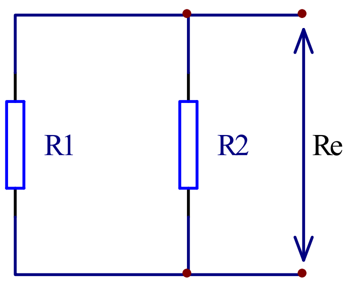
34. Dato je E=45V, R_1=6Ω, R_2=45Ω. Odrediti parametre generatora ekvivalentnog zadatoj šemi.



1. $R_e = 9\ \Omega \quad E_e = 45\ V$
2. $R_e = 3.6\ \Omega \quad E_e = 18\ V$
3. $R_e = 15\ \Omega \quad E_e = 72\ V$
4. $R_e = 3.6\ \Omega \quad E_e = 72\ V$
5. $R_e = 6\ \Omega \quad E_e = 0\ V$

Rešenje:

Zadatak rešavamo tako što određujemo napon U_{10} a otpor je paralelna veza otpornika R_1 i R_2.

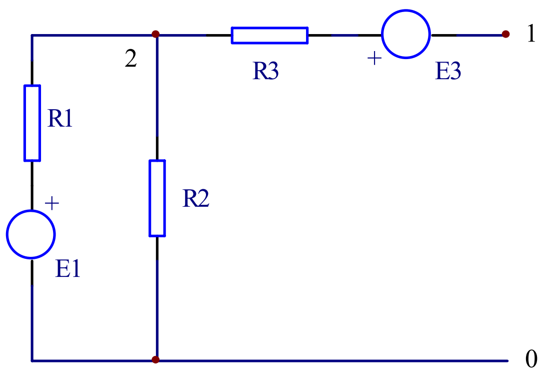


$$U_{10}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=\frac{E}{R_2} \quad \Rightarrow U_{10}=18\ \text{V}$$

$$R_e=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=3.6\ \Omega$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.

35. Dato je E_1=54V, R_1=9Ω, R_2=18Ω, R_3=5Ω, E_3=12V. Odrediti ems generatora ekvivalentnog zadatoj šemi.



1. $E_e = 42V$
2. $E_e = 66V$
3. $E_e = 0V$
4. $E_e = 24V$
5. $E_e = 36V$

Rešenje:

$$U_{10}=U_{20}+U_{12}$$

$$U_{20}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=\frac{E_1}{R_1}$$

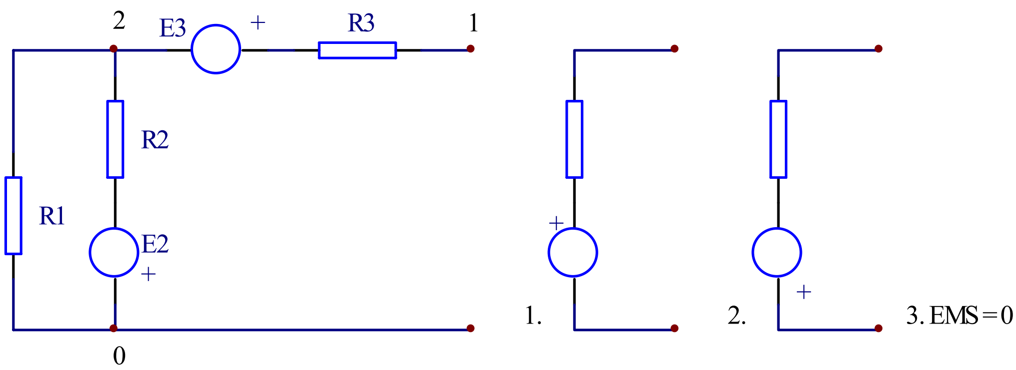
$$U_{20}=\frac{E_1R_1}{R_1+R_2}=36\ V$$

$$\frac{U_{12}}{R_3}=-\frac{E_3}{R_3}=-12\ V$$

$$U_{10}=36-12=24\ V$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 4.

36. Odrediti smer ems generatora ekvivalentnog zadatoj šemi, ako je E_2=54V, E_3 =36V, R_1=18Ω, R_2=9Ω, R_3=10Ω.



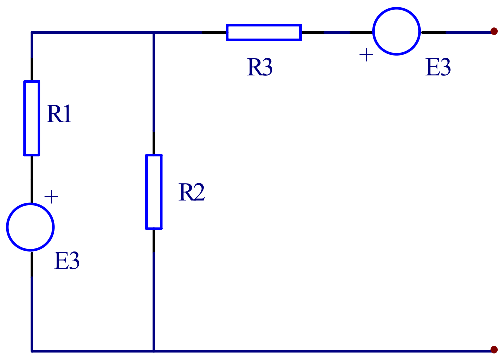
Rešenje:

Zadatak rešavamo primenom Tevenenove teoreme.

$$E_{ekv}=U_{10}$$
$$U_{10}=U_{12}+U_{20}$$
$$U_{12}=E_3=36\ V$$
$$U_{20}=\frac{-ER_1}{R_1+R_2}=\frac{-54\cdot 18}{19}=-36\ V$$
$$E_{ekv}=36-36=0\ V$$

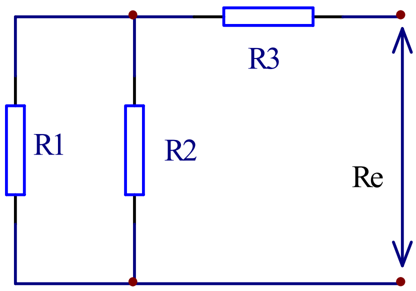
Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

37. Dato je E_1=54V, R_1=9Ω, R_2=18Ω, R_3=5Ω, E_3=12V. Odrediti unutrašnju otpornost generatora ekvivalentnog zadatoj šemi.



1. $R_e = 6\ \Omega$
2. $R_e = 11\ \Omega$
3. $R_e = 32\ \Omega$
4. $R_e = 0\ \Omega$
5. $R_e = 22\ \Omega$

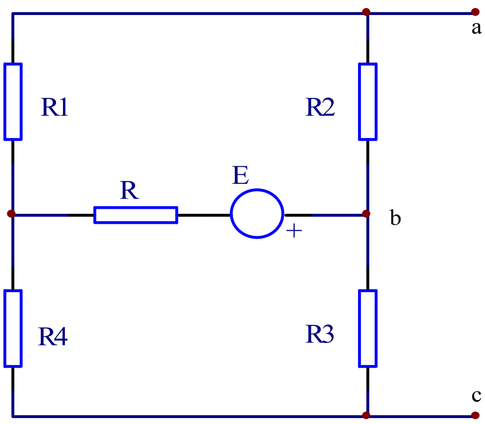
Rešenje:



$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} + R_3 = 11\Omega$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.

38. Odrediti ems generatora ekvivalentnog zadanoj šemi, ako je R_1=4Ω, R_2=16Ω, R_3=7Ω, R_4=18Ω, E =50V, a otpornik R možemo smatrati da je jednak nuli.



1. $E_e = 0V$
2. $E_e = 50V$
3. $E_e = 54V$
4. $E_e = 26V$
5. $E_e = 25V$

Rešenje:

Primenom Tevenenove teoreme dobijamo:

$$E_{ekv} = U_{ac} = U_{ab} + U_{bc}$$

$$U_{ab}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=-\frac{E}{R_1}$$

$$U_{ab}=\frac{-ER_2}{R_1+R_2}=\frac{-50\cdot 16}{20}=-40\ V$$

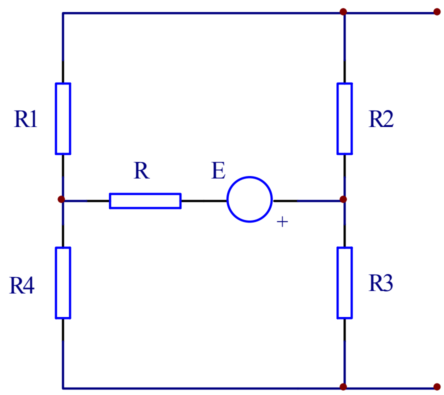
$$U_{bc}\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)=\frac{E}{R_4}$$

$$U_{bc}=\frac{ER_3}{R_3+R_4}=\frac{50\cdot 7}{25}=14\ V$$

$$E_{ekv}=U_{ac}=-40+14=-26\ V=26\ V$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 4.

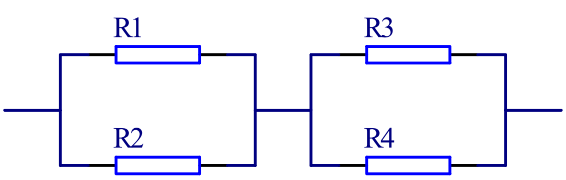
39. Odrediti unutrašnju otpornost generatora ekvivalentnog zadanoj šemi, ako je R_1=4Ω, R_2=16Ω, R_3=5Ω, R_4=20Ω, E =75V, a otpornik R možemo smatrati da je jednak nuli.



1. $R_e = 7{,}2\Omega$
2. $R_e = 45\Omega$
3. $R_e = 3{,}2\Omega$
4. $R_e = 25\Omega$
5. $R_e = 4\Omega$

Rešenje:

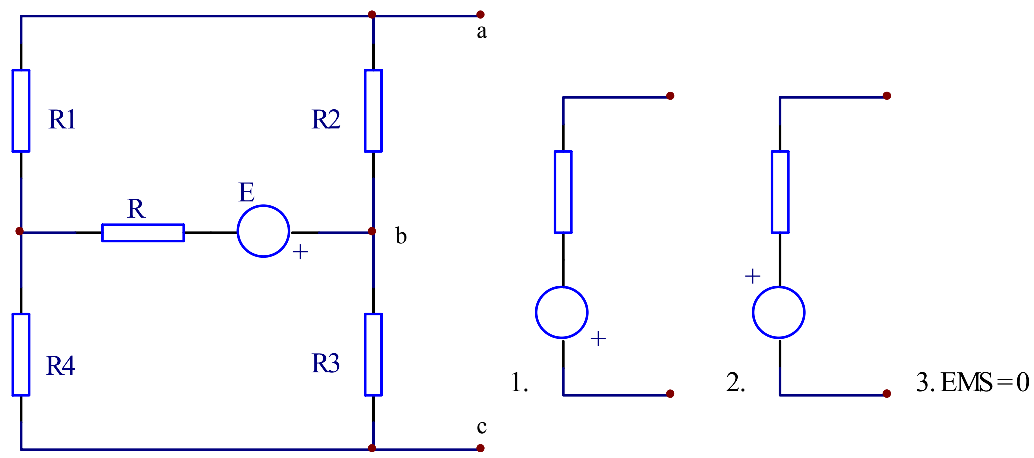
Zadatak rešavamo primenom Tevenenove teoreme.



$$R_e=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}+\frac{1}{\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}}=3.2+4=7.2\ \Omega$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 1.

40. Odrediti smer ems generatora ekvivalentnog zadatoj šemi, ako je je R_1=4Ω, R_2=16Ω, R_3=7Ω, R_4=18Ω, E =50V, a otpornik R možemo smatrati da je jednak nuli.



Rešenje:

Zadatak rešavamo Tevenenovom teoremom.

$$E_{ekv} = U_{ac} = U_{ab} + U_{bc}$$

$$U_{ab}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = -\frac{E}{R_1}$$

$$U_{ab} = \frac{-ER_2}{R_1 + R_2} = \frac{-50 \cdot 16}{20} = -40\ V$$

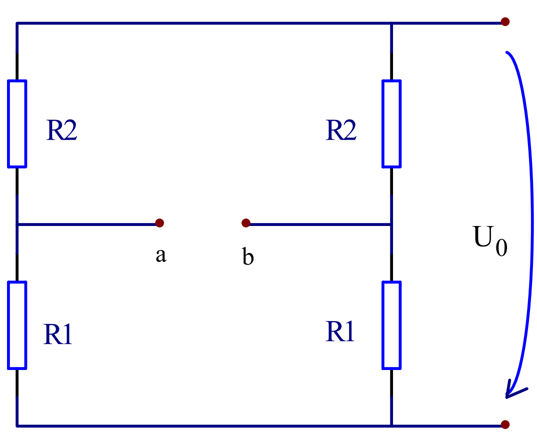
$$U_{bc}\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) = \frac{E}{R_4}$$

$$U_{bc} = \frac{ER_3}{R_3 + R_4} = \frac{50 \cdot 7}{25} = 14\ V$$

$$E_{ekv} = U_{ac} = -40 + 14 = -26\ \text{V}$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 1.

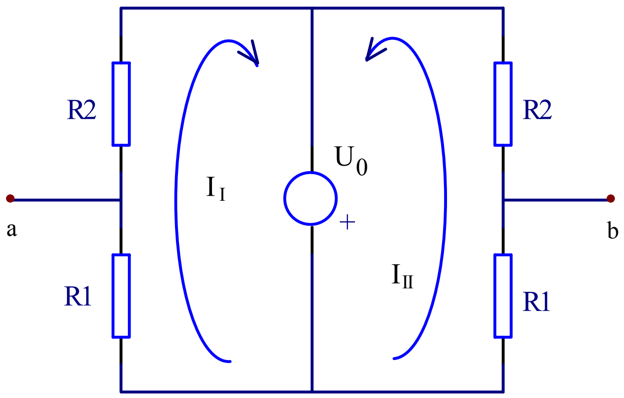
41. Dato je U_0 =120V, R_1=30Ω, R_2=60Ω. Ako zadatu šemu zamenimo ekvivalentnim generatorom (odnosno stezaljkama ab) kolika je ems?



1. *120V*
2. *60V*
3. *40V*
4. *20V*
5. *0V*

Rešenje:

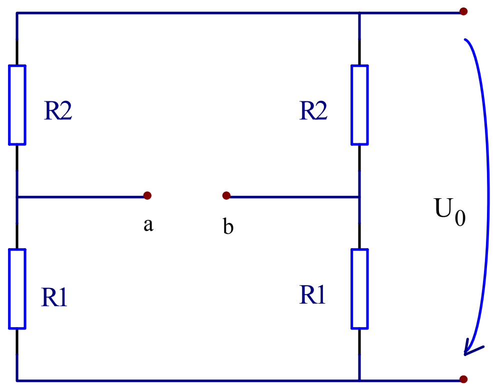
Zadatak rešavamo primenom metode konturnih struja.



$$U_{ab} = I_I R_2 - I_{II} R_2$$
$$I_I (R_1 + R_2) = U_0$$
$$I_{II} (R_1 + R_2) = U_0$$
$$\Rightarrow I_I = I_{II} \quad \Rightarrow \quad U_{ab} = 0$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 5.

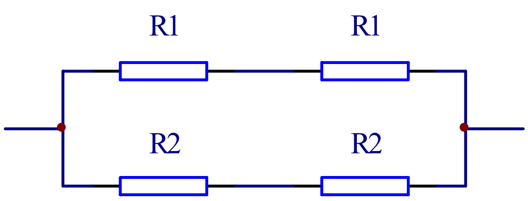
42. Dato je U_0 =120V, R_1=30Ω, R_2=60Ω. Ako zadatu šemu zamenimo ekvivalentnim generatorom (odnosno stezaljkama ab) odrediti unutrašnju otpornost generatora .



1. *40 Ω*
2. *30 Ω*
3. *45 Ω*
4. *60 Ω*
5. *90 Ω*

Rešenje:

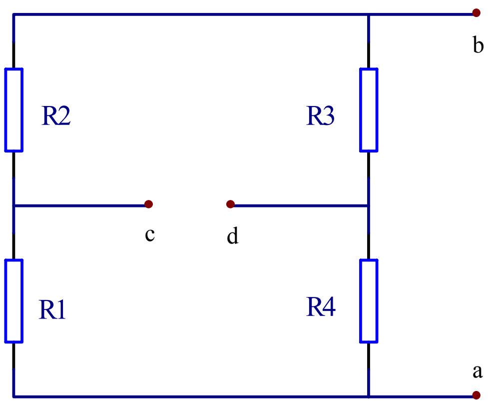
Zadatak rešavamo transformacijom veze otpornika.



$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_2}} = \frac{1}{\frac{2R_2 + 2R_1}{4R_2 R_2}} = \frac{4R_2 R_2}{2R_2 + 2R_1} = 40\ \Omega$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 1.

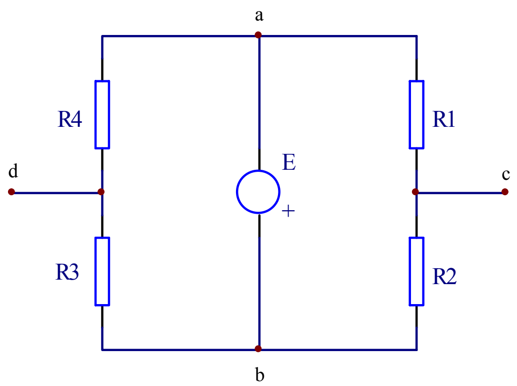
43. Ako na stezaljke ab šeme prikazane na slici priključimo napon U_0 i celu šemu, odnosno stezaljke cd, zamenimo ekvivalentnim generatorom čiji su parametri E_e i R_e, kakvi će biti parametri generatora ekvivalentnog zadatoj šemi ako krajeve generatora priključimo na stezaljke ab, a na stezaljke cd priključimo napon.



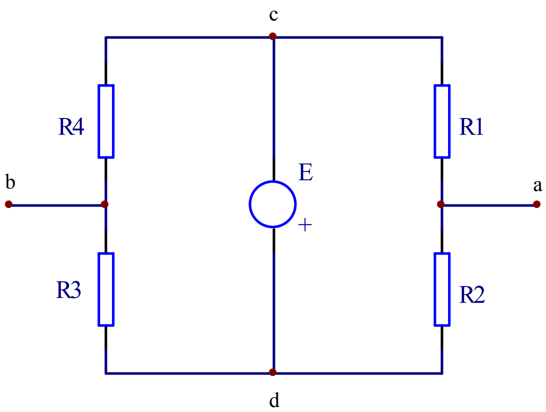
1. $2E_e$ i $2R_e$
2. $\dfrac{E_e}{2}$ i $\dfrac{R_e}{2}$
3. Parametri ostaju isti
4. Neko drugo rešenje

Rešenje:

Rešenje dobijamo tako što odredimo napone U_{ab} i U_{cd} a zatim ih izjednačimo.



$$U_{cd} = \frac{-ER_2}{R_1+R_2} + \frac{ER_3}{R_3+R_4} = \frac{-ER_2R_3 - ER_2R_4 + ER_1R_3 + ER_2R_3}{R_1R_3+R_2R_3+R_1R_4+R_2R_4} = \frac{ER_1R_3 - ER_2R_4}{R_1R_3+R_2R_3+R_1R_4+R_2R_4}$$



$$U_{ab} = \frac{-ER_4}{R_1+R_4} + \frac{ER_3}{R_2+R_3} = \frac{-ER_2R_4 - ER_3R_4 + ER_1R_3 + ER_3R_4}{R_1R_2+R_2R_4+R_1R_3+R_3R_4} = \frac{ER_1R_3 - ER_2R_4}{R_1R_2+R_2R_4+R_1R_3+R_3R_4}$$

$$U_{ab} = U_{cd}$$

$$\frac{ER_1R_3-ER_2R_4}{R_1R_3+R_2R_3+R_1R_4+R_2R_4}=\frac{ER_1R_3-ER_2R_4}{R_1R_2+R_2R_4+R_1R_3+R_3R_4}$$

$$\frac{ER_1R_3-ER_2R_4}{ER_1R_3-ER_2R_4}=\frac{R_1R_3+R_2R_3+R_1R_4+R_2R_4}{R_1R_2+R_2R_4+R_1R_3+R_3R_4}$$

$$1=\frac{R_1R_3+R_2R_3+R_1R_4+R_2R_4}{R_1R_2+R_2R_4+R_1R_3+R_3R_4}$$

$$R_1R_3+R_2R_3+R_1R_4+R_2R_4=R_1R_2+R_2R_4+R_1R_3+R_3R_4$$

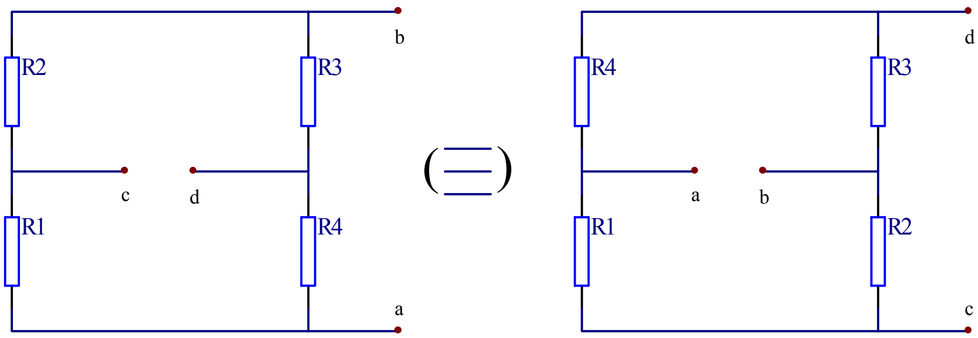
$$R_2R_3+R_1R_4=R_1R_2+R_3R_4$$

$$R_1R_2-R_1R_4=R_2R_3-R_3R_4$$

$$R_1(R_2-R_4)=R_3(R_2-R_4)$$

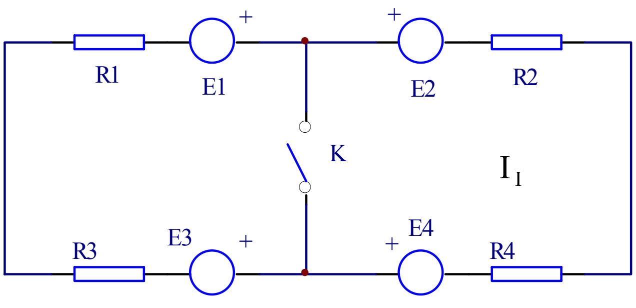
$$R_1=R_3$$

Pošto je $R_1=R_3$ ulazi su identični.



Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

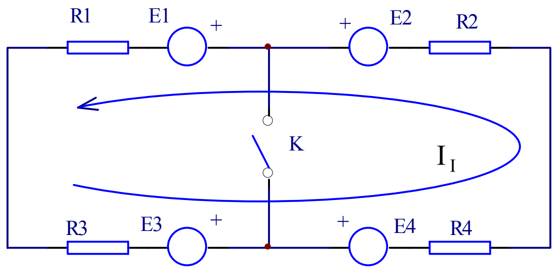
44. Koliko treba da bude vrednost otpornika R_2, tako da se pri zatvaranju prekidača K struja u kolu ne promeni. Zadato je: E_1=70V, E_2=80V, E_3=120V, E_4=30V, R_1=10Ω, R_3=15Ω, R_4=7Ω.



1. $R_2=\infty$
2. $R_2=4.6\Omega$
3. $R_2=12\Omega$
4. $R_2=21.43\Omega$
5. $R_2=18\Omega$

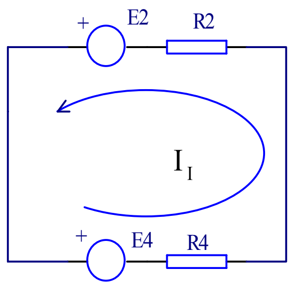
Rešenje:

Zadatak rešavamo metodom konturnih struja.



$$I_I\,(R_1+R_2+R_3+R_4) = -E_1+E_2+E_3-E_4$$

Kada je prekidač zatvoren:



$$I_I\,(R_2+R_4) = E_2-E_4$$

Izjednačavanjem ovih jednačina za struju dobija se:

$$I_I = \frac{-E_1+E_2+E_3-E_4}{R_1+R_2+R_3+R_4} = \frac{E_2-E_4}{R_4+R_2}$$

$$I_I\,(10+7+15+R_2) = 120-30+80-70$$

$$I_I\,(32+R_2) = 100$$

$$I_I\,(7+R_2) = 50 \;\Rightarrow\; I_I = \frac{50}{7+R_2}$$

$$\frac{50}{7+R_2}\,(32+R_2) = 100$$

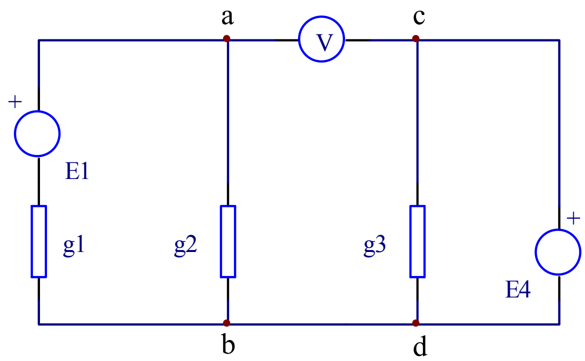
$$50\,(32+R_2) = 100\,(7+R_2)$$

$$1600+50\,R_2 = 700+100\,R_2$$

$$R_2 = 18\;\Omega$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 5.

45. Izraziti pokazivanje elektrostatičkog voltmetra preko parametara šeme.



1. $\dfrac{E_1 g_1}{g_1 + g_2} - E_4$
2. $\dfrac{E_1 g_1}{g_1 + g_2} + E_4$
3. $\dfrac{E_1 g_1}{g_1 + g_2} + \dfrac{E_4 g_3}{g_3 + g_2}$
4. $\dfrac{E_1 g_1 g_2}{g_1 + g_2 + g_4} - \dfrac{E_4 g_3}{g_3 + g_2}$
5. *Neko drugo rešenje*

Rešenje:

Zadatak rešavamo metodom potencijala čvorova ($U_{ac} = U_{ab} + U_{dc}$)

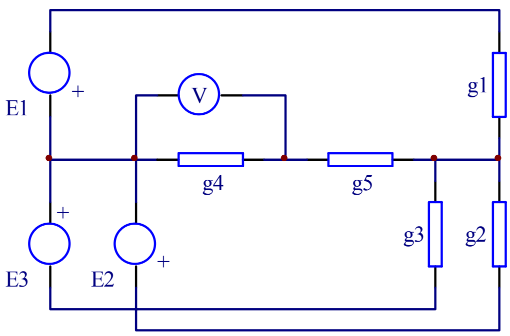
$$U_{ac} = U_{ab} + U_{dc}$$

$$U_{ab}\,(g_1 + g_2) = E_1 g_1 \qquad \Rightarrow \qquad U_{ab} = \frac{E_1 g_1}{g_1 + g_2}$$

$$U_{bc} = -E_4 \qquad\qquad U_{ac} = U_{ab} + U_{bc} = \frac{E_1 g_1}{g_1 + g_2} - E_4$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 1.

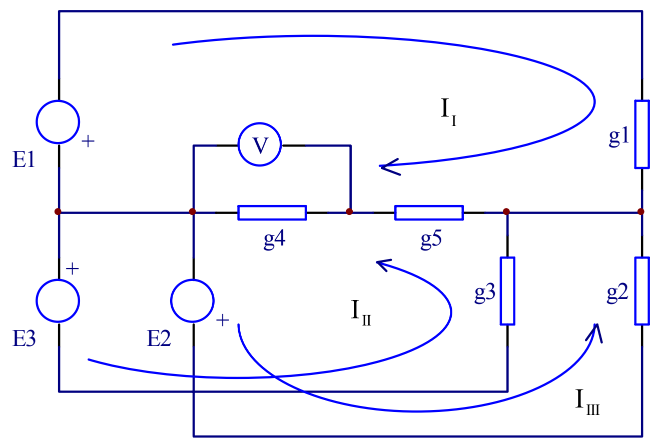
46. Odrediti pokazivanje voltmetra ako je: $E_1 = E_3 = 50V$, $E_2 = 100V$, $g_1 = g_2 = g_3 = g_4 = g_5 = 0.2\dfrac{1}{\Omega}$.



1. *U = 0*
2. *U = 100V*
3. *U = 50V*
4. *U = 75V*
5. *U = 175V*

Rešenje:

Zadatak rešavamo metodom konturnih struja ($I = I_I + I_{II} + I_{III}$)



$$I_I\left(\frac{1}{g_1}+\frac{1}{g_4}+\frac{1}{g_5}\right)+I_{II}\left(\frac{1}{g_4}+\frac{1}{g_5}\right)+I_{III}\left(\frac{1}{g_4}+\frac{1}{g_5}\right)=-E_1$$
$$I_I\left(\frac{1}{g_4}+\frac{1}{g_5}\right)+I_{II}\left(\frac{1}{g_3}+\frac{1}{g_4}+\frac{1}{g_5}\right)+I_{III}\left(\frac{1}{g_4}+\frac{1}{g_5}\right)=-E_3$$
$$I_I\left(\frac{1}{g_4}+\frac{1}{g_5}\right)+I_{II}\left(\frac{1}{g_4}+\frac{1}{g_5}\right)+I_{III}\left(\frac{1}{g_2}+\frac{1}{g_4}+\frac{1}{g_5}\right)=E_2$$

$15\,I_I+10\,I_{II}+10\,I_{III}=-50$ $\quad$ $I_I=-10$ A

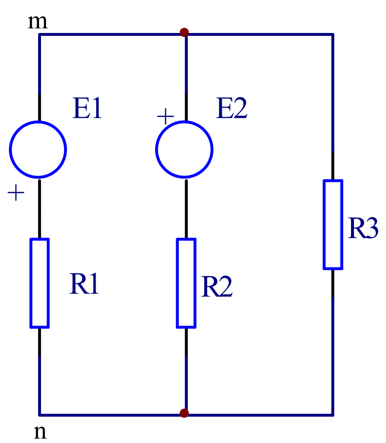
$10\,I_I+15\,I_{II}+10\,I_{III}=-50$ $\quad$ $I_{II}=-10$ A $\quad$ $I=0$ V

$10\,I_I+10\,I_{II}+15\,I_{III}=100$ $\quad$ $I_{III}=20$ A

$$U=\frac{I}{g_4}\quad\Rightarrow\quad U=0V$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 1.

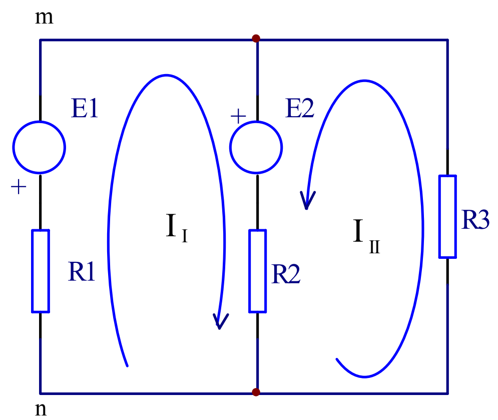
47. Naći struju u grani mn (intenzitet i smer), ako je: E_1=10V, E_2=20V, R_1=5V, R_2=R_3=10Ω.



1. *I = 2 A od m do n*
2. *I = 4 A od m do n*
3. *I = 4 A od n do m*
4. *I = 3.2 A od m do n*
5. *I = 1.46 A od n do m*

Rešenje:

Zadatak rešavamo pomoću konturnih struja ($I = I_I + I_{II}$)



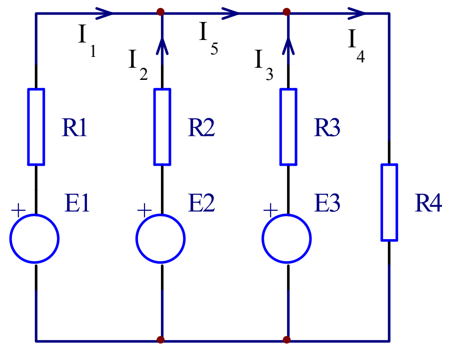
$$I_I(R_1 + R_2) + I_{II} R_2 = -E_1 - E_2$$
$$I_I R_2 + I_{II}(R_1 + R_2) = -E_2$$

$$15 I_I + 10 I_{II} = -30$$
$$10 I_I + 20 I_{II} = -20$$

$I_I = -2$ A

Tačno rešenje je pod rednim brojem 1.

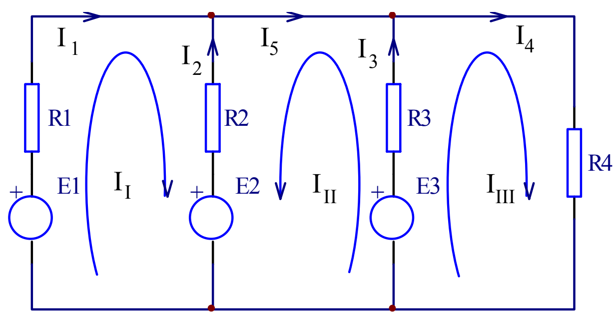
48. Odrediti struje naznačene na slici, ako je: $E_1 = E_2 = E_3 = 40$V, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2\Omega$.



1. $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I_5 = 0A$
2. $I_1 = I_2 = 5\ A,\ I_3 = 2.5\ A,\ I_4 = 12.5\ A$
3. $I_1 = I_2 = I_3 = 5\ A,\ I_4 = 15\ A,\ I_5 = 10\ A$
4. $I_1 = I_2 = 0,\ I_3 = I_4 = 10\ A$
5. $I_1 = I_2 = 5\ A,\ I_3 = 10\ A,\ I_4 = 20\ A,\ I_5 = 10\ A$

Rešenje:

Zadatak rešavamo pomoću konturnih struja ($I = I_I + I_{II} + I_{III}$)



$$I_I(R_1 + R_2) + I_{II} R_2 = E_1 - E_2$$
$$I_I R_2 + I_{II}(R_2 + R_3) + I_{III} R_3 = E_3 - E_2$$
$$I_{II} R_3 + I_{III}(R_3 + R_4) = E_3$$

$I_I = 5$ A

$I_{II} = -10$ A

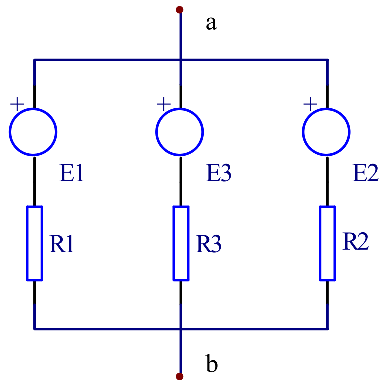
$I_{III} = 15$ A

$$I_1 = I_I = 5A$$
$$I_2 = -I_I - I_{II} = 5A$$
$$I_3 = I_{II} + I_{III} = 5A$$
$$I_4 = I_{III} = 15A$$

$I_5 = I_1 + I_2 = 10A$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

49. Za koju vrednost otpornika R_3 napon U_{ab} će biti 20 V ako je: E_1=10V, E_2=20V, E_3= 20V, R_1=5Ω, R_2=10Ω.



1. *R_3 = 10Ω*
2. *R_3 = 5Ω*
3. *Ne zavisi od R_3*
4. *$R_3 = \infty$*
5. *$R_3 = 0$*

Rešenje:

Zadatak rešavamo metodom potencijala čvorova.

$$U_{ab}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}+\frac{E_3}{R_3}$$

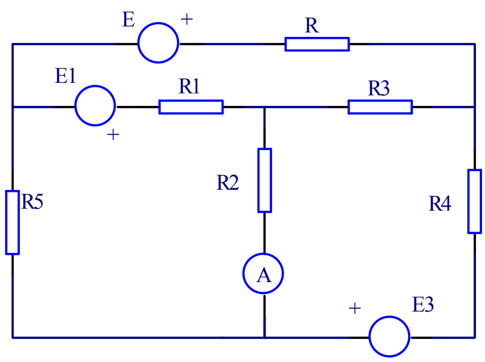
$$U_{ab}\left(\frac{R_2R_3+R_1R_3+R_1R_2}{R_1R_2R_3}\right)=\frac{E_1R_2R_3+E_2R_1R_3+E_3R_1R_2}{R_1R_2R_3}$$

$$U_{ab}=\frac{E_1R_2R_3+E_2R_1R_3+E_3R_1R_2}{R_2R_3+R_1R_3+R_1R_2}=\frac{100R_3+100R_3+1000}{15R_3+50}=20$$

$$100R_3+100R_3+1000=300R_3+1000 \Rightarrow R_3=0$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 5.

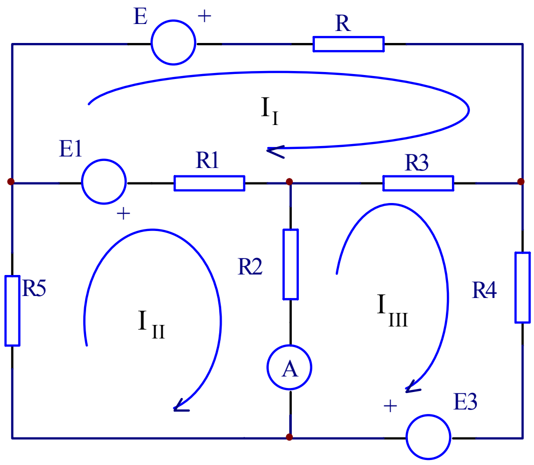
50. Dato je: R =R_1=5Ω, R_2=2Ω, R_3=10Ω, R_4=3Ω, R_5 =7Ω, E =90V, E_1=110V, E_3=15V. Odrediti pokazivanje ampermetra.



1. *Nula*
2. *15A*
3. *5A*
4. *7.5A*
5. *2.5A*

Rešenje:

Zadatak rešavamo pomoću konturnih struja.



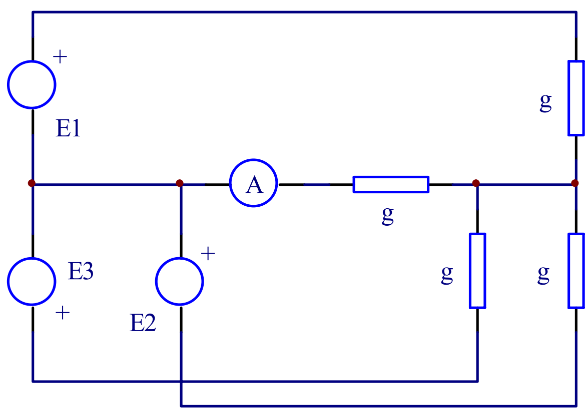
$$I = I_{II} - I_{III}$$
$$I_I\,(R + R_1 + R_3) - I_{II}\,R_1 - I_{III}\,R_3 = E - E_1$$
$$-I_I\,R_1 + I_{II}\,(R_1 + R_2 + R_5) - I_{III}\,R_2 = E_1$$
$$-I_I\,R_3 + -I_{II}\,R_2 + I_{III}\,(R_2 + R_3 + R_4) = E_3$$

$$20\,I_I - 5\,I_{II} - 10\,I_{III} = -20$$
$$-5\,I_I + 14\,I_{II} - 2\,I_{III} = 110$$
$$-10\,I_I - 2\,I_{II} + 15\,I_{III} = 15$$

$$I_{II} = 10\text{ A}$$
$$I_{III} = 5\text{ A}$$
$$I = 5\text{ A}$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

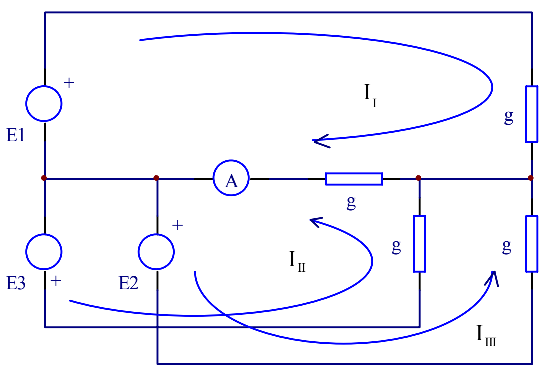
51. Odrediti pokazivanje ampermetra, ako je $2E_1 = 2E_3 = E_2$.



1. $I = 2E_1 g$
2. $I = E_1 g$
3. $I = 0$
4. $I = \dfrac{3E_2 g}{4}$
5. $I = \dfrac{3E_2 g}{4}$

Rešenje:

Zadatak rešavamo metodom konturnih struja.



$$I_I\left(\frac{1}{g}+\frac{1}{g}\right)+I_{II}\,\frac{1}{g}+I_{III}\,\frac{1}{g}=E_1$$

$$I_I\,\frac{1}{g}+I_{II}\left(\frac{1}{g}+\frac{1}{g}\right)+I_{III}\,\frac{1}{g}=-E_2=-2E_1$$

$$I_I\,\frac{1}{g}+I_{II}\,\frac{1}{g}+I_{III}\left(\frac{1}{g}+\frac{1}{g}\right)=E_3$$

$$2I_I\,\frac{1}{g}+I_{II}\,\frac{1}{g}+I_{III}\,\frac{1}{g}=E_1$$

$$I_I\,\frac{1}{g}+2I_{II}\,\frac{1}{g}+I_{III}\,\frac{1}{g}=-2E_1$$

$$I_I\,\frac{1}{g}+I_{II}\,\frac{1}{g}+2I_{III}\,\frac{1}{g}=E_1$$

Rešenje ovog sistema jednačina je:

$$I_{\mathrm{III}}=\frac{1}{g}$$

$$-I_{\mathrm{II}}+1=3 \;\Rightarrow\; -I_{\mathrm{II}}=-\frac{2}{g}$$

$$I_{\mathrm{I}}-4+1=-2 \;\Rightarrow\; -I_{\mathrm{I}}=-\frac{1}{g}$$

$$I=I_{\mathrm{I}}+I_{\mathrm{I}}+I_{\mathrm{I}}=\frac{1}{g}-\frac{2}{g}-\frac{1}{g}=0$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

Magnetski spregnuta kola

1. Kako će se promeniti međusobna induktivnost dva kalema, bez feromagnetskog jezgra, ako se struja u jednom od njih poveća “n” puta?

1. *Povećaće se “n” puta.*
2. *Umanjiće se “n” puta.*
3. *Povećaće se “n^2” puta.*
4. *Umanjiće se “n^2” puta.*
5. *Neće se promeniti.*

Rešenje:

Po definiciji koeficijent (M) koji se naziva međusobna induktivnost zavisi od oblika strujnih kontura i njihovog međusobnog položaja. Nojmanov obrazac za međusobnu induktivnost dve spregnute konture glasi: $L_{12} = L_{12} = M = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{dl_1 \cdot dl_2}{r}$

Zaključujemo da se međusobna induktivnost neće promeniti povećanjem struje u jednom od provodnika, tako da je tačan odgovor pod brojem 5.

2. Kako će se promeniti međusobna induktivnost dva kalema, bez feromagnetskog jezgra, ako se broj navojaka oba kalema smanji “n” puta?

1. *Povećaće se “n” puta.*
2. *Umanjiće se “n” puta.*
3. *Povećaće se “n^2” puta.*
4. *Umanjiće se “n^2” puta.*
5. *Neće se promeniti.*

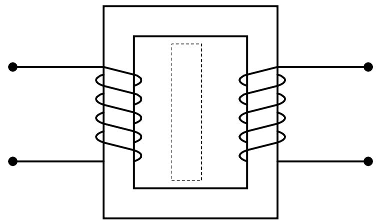
Rešenje:

Magnetna indukcija koju stvara jedan kalem u odnosu na drugi veća je “n” puta (N_1 broj navojaka prvog kalema) od indukcije koju stvara jedan zavojak, odnosno “n” puta (N_2 broj navojaka drugog kalema) je veća od magnetne indukcije koja se indukuje u jednom navojku drugog kalema.

Zaključujemo da na međusobnu induktivnost utiče N^2 faktor, odnosno, ako se broj navojaka oba kalema smanji “n” puta, međusobna induktivnost će se umanjiti “n^2” puta.

Tačan odgovor je pod brojem 4.

3. Dva kalema namotana su na zajedničko jezgro od feromagnetskog matrijala. Kako će se promeniti sopstvene induktivnosti i međusobna induktivnost, ako se unutar feromagnetnog jezgra smesti magnetni šent (kao na slici).



1. *Neće se promeniti.*
2. *L_1 i L_2 će se povećati, M će se smanjiti.*
3. *L_1 i L_2 se neće promeniti, M će se povećati.*
4. *L_1 , L_2 i M će se povećati.*
5. *L_1 , L_2 i M će se smanjiti.*

Rešenje:

Po definiciji, sopstvena induktivnost L je koeficijent srazmernosti (konstanta) koji zavisi samo od oblika konture i magnetnih osobina sredine. Povećanjem permeabilnosti sredine, povećavaju se i direktno zavisne sopstvene induktivnosti L_1 i L_2. U slučaju međusobne induktivnosti ona će se smanjiti pošto će se fluks, od prvog kalema ka drugom i obrnuto, rasuti usled magnetskog šenta.

Zaključujemo da će se, usled prisustva magnetskog šenta, L_1 i L_2 povećati, a M će se smanjiti.

Tačan odgovor je pod brojem 2.

4. Odrediti koeficijent sprege dva kalema, ako je poznato: L_1= 0.05H, L_2= 0.2H i M= 0.08H.

1. *k= 1*
2. *k= 1.2*
3. *k= 0.8*
4. *k= 0.08*
5. *Neka druga vrednost.*

Rešenje:

U slučaju dve spregnute konture:

$$M^2 \leq L_1 \cdot L_2 \text{ , odnosno } |M| = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \text{ ; } k \leq 0 \text{ – koeficijent sprege}$$

$$k = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} = 0.8$$

Tačan odgovor je pod brojem 3.

5. Zadate su sopstvene induktivnosti i koeficijent sprege dva kalema: L_1= 0.05H, L_2= 0.2H i k=0.8. Odrediti međuinduktivnost.

1. *M= 0.8*
2. *M= 0.08*
3. *M= 0.2*
4. *M= 0.25*
5. *Neka druga vrednost.*

Rešenje:

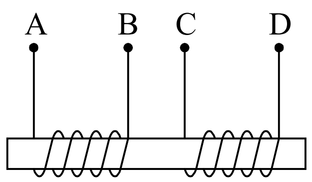
U slučaju dve spregnute konture:

$M^2 \leq L_1 L_2$, odnosno $|M| = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$; $k \leq 0$ – koeficijent sprege

$|M| = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} = 0.8 \cdot 0.1 = 0.08H$

Tačan odgovor je pod brojem 2.

6. Odrediti stezaljke, koje treba označiti po kovenciji o označavanju stezaljki, dva induktivno spregnuta kalema namotana na zajednički štap (kao na slici).



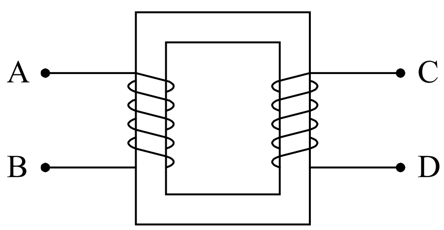
1. *A i B.*
2. *A i D.*
3. *A i C.*
4. *B i C.*
5. *Ne poznavajući smer struje u kalemovima, nemoguće je označiti stezaljke.*

Rešenje:

Za označavanje kalemova na šemama i za upotrebu konvencije o označavanju jedne od stezaljki kalema, potrebno je da znamo smer motanja zavojaka. Sa slike to se vidi, pa zaključujemo da se oznake stavljaju uz A i C.

Tačan odgovor je pod brojem 3.

7. Odrediti stezaljke, koje treba označiti po kovenciji o označavanju stezaljki, dva induktivno spregnuta kalema namotana na zajedničko jezgro (kao na slici).

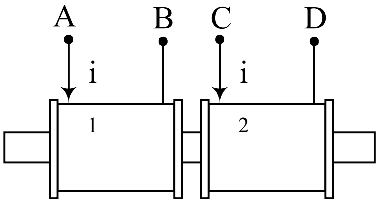


1. *A i D.*
2. *A i C.*
3. *C i B.*
4. *C i D.*
5. *Ne poznavajući smer struje u kalemovima, nemoguće je označiti stezaljke.*

Rešenje:

Tačan odgovor je pod brojem 2.

8. Odrediti stezaljke, koje treba označiti po kovenciji o označavanju stezaljki, dva induktivno spregnuta kalema namotana na zajedničko jezgro (kao na slici).



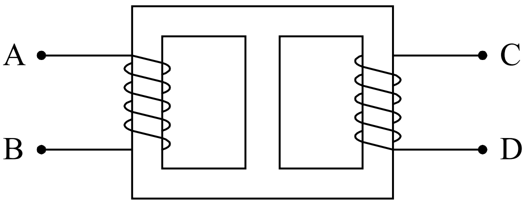
1. *A i C.*
2. *B i C.*
3. *A i D.*
4. *C i D.*
5. *Nemoguće je označiti stezaljke, jer ne znamo smer motanja zavojaka kalema.*

Rešenje:

Za označavanje kalemova na šemama i za upotrebu konvencije o označavanju jedne od stezaljki kalema potrebno je da znamo smer motanja zavojaka, sa slike u zadatku to se ne vidi. Zaključujemo da je oznake nemoguće staviti, jer ne znamo smer motanja zavojaka kalema..

Tačan odgovor je pod brojem 5.

9. Odrediti stezaljke, koje treba označiti po kovenciji o označavanju stezaljki, dva induktivno spregnuta kalema namotana na zajedničko jezgro (kao na slici).



1. *A i C.*
2. *A i B.*
3. *B i D.*
4. *B i C.*
5. *Ne poznavajući smer struje u kalemovima, nemoguće je označiti stezaljke.*

Rešenje:

Tačan odgovor je pod brojem 4.

10. Dva induktivna kalema spojena su serijski i priključena na napon $u = 120\sin(\omega t - 18°)\text{V}$ i pri tom kroz njih protiče kompleksna struja $\underline{I} = 6 \cdot e^{-j18°} A$. Kako su spojeni kalemovi? Da li tako da je međuinduktivnost negativna, ili da je pozitivna?

1. *Na pitanje se ne može odgovoriti.*
2. *Međuinduktivnost je pozitivna.*
3. *Međuinduktivnost je negativna.*
4. *Kalemovi nemaju magnetnu vezu.*

Rešenje:

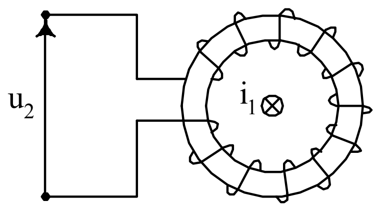
Iz teksta zadatka i prikazanih vrednosti napona i struje vidimo da su napon i struja u fazi. To znači da se induktivnom spregom kalemova gubi njihov induktivan karakter.

Zaključujemo da međuinduktivnost tada mora biti negativna, odnosno, da su u odnosu na smer struje, kalemovi različito namotani.

$$L_{ekv} = L_1 + L_2 - 2M$$

Tačan odgovor je pod brojem 3.

11. Kroz otvor jezgra prstenastog kalema prolazi provodnik kroz koji teče struja $i_1 = 100\left(1 - e^{-2t}\right)$A. Odrediti trenutnu vrednost napona u_2 na razdvojenim stezaljkama kalema, ako je međuinduktivnost M između provodnika i kalema M= 0.01H.



1. $u_2 = \left(2 - 2e^{-2t}\right)A$.
2. $u_2 = \left(1 - e^{-2t}\right)A$.
3. $u_2 = 2A$.
4. $u_2 = 2e^{-2t}A$.
5. *Druge vrednosti.*

Rešenje:

Indukovana ems u prstenastom kalemu jednaka je:

$$u_2(t) = -\frac{\phi_{12}(t)}{dt} = |M|\frac{di_1(t)}{dt}$$

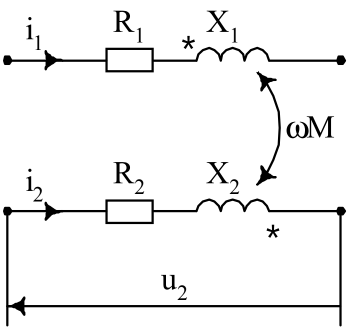
Odavde je napon na razdvojenim stezaljkama jednak:

$$\frac{di_1(t)}{dt} = -100 \cdot (-2e^{-3t}e^{t}) = 200e^{-2t}$$

$$u_2 = 0.01 \cdot 200e^{-2t} = 2e^{-2t}\ \text{A}$$

Tačan odgovor je pod brojem 4.

12. Data su dva induktivno spregnuta kalema kao na slici. Poznato je: $i_1 = 7.5 \cdot \sin(\omega t + 90°)A$, R_2=6Ω, $X_2 = 5\Omega, \omega M = 2\Omega, \underline{I_{2m}} = 5e^{-90°}A$. Napisati izraz za napon u_2 na stezaljkama drugog kalema.



1. $u_2 = 31.65 \cdot \sin(\omega t - 71°35')V$.
2. $u_2 = 50 \cdot \sin(\omega t - 36°50')V$.
3. $u_2 = 33.6 \cdot \sin(\omega t - 63°30')V$.
4. $u_2 = 39 \cdot \sin(\omega t - 50°10')V$.
5. *Druge vrednosti.*

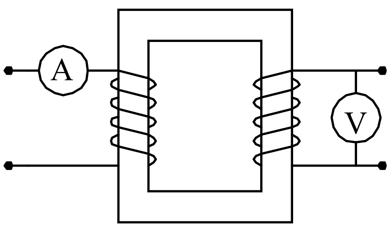
Rešenje:

Na osnovu drugog Kirhofovog zakona pišemo jednačinu za kolo sa slike:

$$\underline{U_2} = \underline{I_2}R_2 + \underline{I_2}jX_2 - \underline{I_1}j\omega M$$
$$i_1 = U_m \sin(\omega t + \theta) = 7.5\sin(\omega t + 90°)$$
$$\underline{I_{1m}} = 7.5\cos(90°) + j7.5\sin(90°) = 7.5j$$
$$\underline{I_{2m}} = 5e^{-j90°} = -5j$$
$$\underline{U_{2m}} = \underline{I_{2m}}R_2 + \underline{I_{2m}}jX_2 - \underline{I_{1m}}j\omega M = -5 \cdot j6 - 5j \cdot 5j - 7.5j \cdot 2j = 40 - j30$$
$$U_{2m} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50V$$
$$\theta = arctg\frac{\mathrm{Im}\{\underline{U_{2m}}\}}{\mathrm{Re}\{\underline{U_{2m}}\}} = arctg\left(-\frac{30}{40}\right) = -36.86° = -36°51'$$
$$u_2 = 50 \cdot \sin(\omega t - 36°51')V$$

Tačan odgovor je pod brojem 2.

13. Na zajedničkom jezgru (kao na slici) namotana su dva jednaka kalema ($X_1 = X_2 = 6\Omega$). Šta će pokazati voltmetar, ako ampermetar pokazuje 3.5A (sinusna struja), dok je koeficijent sprege k=1? Oba instrumenta su elektromagnetna.



1. *Zadatak se ne može rešiti.*
2. *Nula.*
3. *21V.*
4. *42V.*
5. *Druge vrednosti.*

Rešenje:

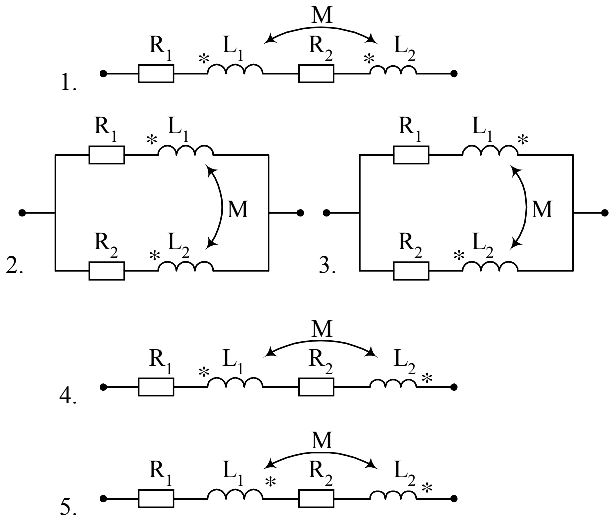
Iz uslova zadatka i prema slici, pretpostavljamo da se radi o savršenom transformatoru odnosno, o transformatoru u kome nema rasipnog fluksa i u kome se mogu zanemariti gubici. Stoga zbog jednakosti kalemova imamo da je $N_1=N_2$.

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{I_1}{I_2}$$

$$I_2 = 3.5A$$
$$U_2 = I_2 \cdot X_2 = 21V$$

Tačan odgovor je pod brojem 3.

14. Po kojoj šemi moraju biti spojena dva induktivno spregnuta kalema da njihova ekvivalentna induktivnost bude jednaka: $L_{ekv} = L_1 + L_2 - 2M$.



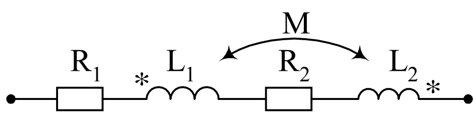
Rešenje:

Na osnovu uslova iz teksta zadatka postavljamo jednačinu:

$u(t) = R_{ekv} i(t) + L_{ekv} \dfrac{di(t)}{dt} = R_{ekv} i(t) + (L_1 + L_2 - 2M)\dfrac{di(t)}{dt}$; gde je R_{ekv} ekvivalentni aktivni otpor kalema, dok izraz (L_1+L_2-2M) predstavlja ekvivalentnu induktivnost L_{ekv} redne veze kalema.

Pišemo jednačinu redne veze kalema:

$u(t) = R_1 i(t) + L_1 \dfrac{di(t)}{dt} - M \dfrac{di(t)}{dt} + R_2 i(t) + L_2 \dfrac{di(t)}{dt} - M \dfrac{di(t)}{dt}$, na osnovu koje crtamo šemu veze.



Tačan odgovor je pod brojem 4.

15. Dva jednaka, induktivno spregnuta kalema vezana su u seriju. Struja u kolu i napon na krajevima stezaljki su: $\underline{I} = 8e^{-j26^\circ} A; \underline{U} = 64e^{-j26^\circ} V$. Odrediti R i L jednog kalema, ako je međuinduktivnost M = 0.16H .

1. *R= 8Ω ; L= 0.08H.*
2. *R= 4Ω ; L= 0.8H.*
3. *R= 4Ω ; L= 0.16H.*
4. *R= 4Ω ; L= 0.4H.*
5. *Zadatak se ne može rešiti.*

Rešenje:

Na osnovu zadatih vrednosti napona i struje konstatujemo:

$$\underline{I} = Ie^{-j26^\circ} A; I = 8A$$
$$\underline{U} = Ue^{-j26^\circ} V; U = 64V$$

Pošto su početne faze struje i napona iste, onda u ovoj vezi kalema figurišu samo aktivni otpori kalema. Otpor jednog od kalema je tada:

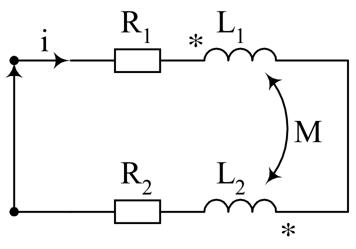
$R = \dfrac{U}{2I} = 4\Omega$, a koeficijent sprege k=1.

Induktivnost jednog od kalema dobijamo iz jednačine:

$$M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}$$
$$L_1 = L_2; L^2 = M^2$$
$$L = 0.16H$$

Tačan odgovor je pod brojem 3.

16. Dva induktivno spregnuta kalema vezana su u seriju (kao na slici). Odrediti kompleksni izraz za struju u kolu ako je poznato: $\underline{U} = 250V$ (kompleksna efektivna vrednost napona); $\omega L_1 = 5\Omega$; $\omega L_2 = 7\Omega$; $R_1 = R_2 = 7.5\Omega$; $\omega M = 4\Omega$.



1. $\underline{I} = 7.15A$
2. $\underline{I} = 10e^{-j53^\circ} A$
3. $\underline{I} = 16.66A.$
4. $\underline{I} = 10A$
5. $\underline{I} = 0A$

Rešenje:

Na osnovu slike postavimo jednačinu po drugom Kirhofovom zakonu:

$$\underline{U} = \underline{I}R_1 + \underline{I}j\omega L_1 + \underline{I}j\omega M + \underline{I}j\omega M + \underline{I}R_2 + \underline{I}j\omega L_2$$
$$\underline{U} = \underline{I}(R_1 + R_2) + j\underline{I}(\omega L_1 + \omega L_2 + 2\omega M)$$

$$\underline{I}=\frac{\underline{U}}{(R_1+R_2)+j(\omega L_1+\omega L_2+2\omega M)}=\frac{250}{15+j20}\cdot\frac{15-j20}{15-j20}=6-j8$$

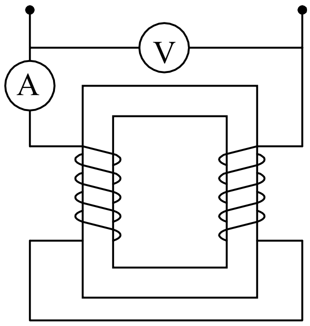
$$I=\sqrt{6^2+8^2}=10A;\ \psi=arctg\left(-\frac{8}{6}\right)=-53.13°$$

Kompleksni izraz za struju u kolu, glasi:

$$\underline{I}=10e^{-53°}A$$

Tačan odgovor je pod brojem 2.

17. Dva jednaka kalema sa aktivnim otporom od po 3Ω, spojena su u seriju i namotana na zajedničko jezgro (kao na slici). Ampermetar pokazuje 7.5A. Šta će pokazivati voltmetar ako je koeficijent sprege k=1, a X_m =ωM= 8Ω? Oba instrumenta su elektrodinamička.



1. *45V*
2. *22.5V*
3. *75V*
4. *240V*
5. *Zadatak se ne može rešiti.*

Rešenje:

Na osnovu slike postavimo jednačinu:

$$\underline{U}=\underline{I}R_1+\underline{I}j\omega L_1-\underline{I}j\omega M+\underline{I}R_2+\underline{I}j\omega L_2-\underline{I}j\omega M$$

$$M=k\sqrt{L_1\cdot L_2}\Rightarrow M^2=L^2\Rightarrow \omega M=\omega L$$

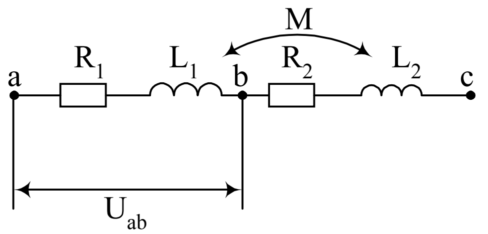
$$\underline{U}=\underline{I}R_1+\underline{I}R_2;R_1=R_2$$

$$\underline{U}=2\underline{I}R=2\cdot 7.5\cdot 3=45V$$

Voltmetar će pokazati 45V.

Tačan odgovor je pod brojem 1.

18. Pri kojim će uslovima u kolu, sa dva induktivno spregnuta kalema, napon U_{ab} na stezaljkama prvog kalema kasniti po fazi u odnosu na struju (kapacitivni karakter između a i b).



1. *Nema takvih uslova.*
2. $M < \sqrt{L_1} \cdot L_2$ *pri M < 0 (po konvenciji).*
3. *$M > L_2$ pri M> 0 (po konvenciji).*
4. *$M > L_1$ pri M < 0 (po konvenciji).*

$2M = L_1 + L_2$ pri M < 0 (po konvenciji).

Rešenje:

Na osnovu slike postavimo jednačinu za kompleksni napon između tačaka a i b:

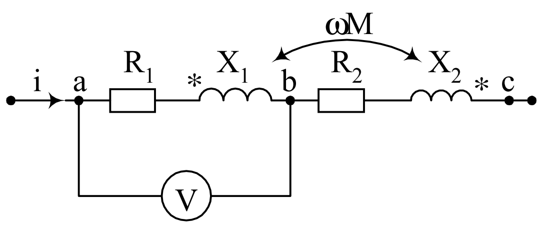
$$\underline{U}_{ab} = \underline{I}(R_1 + j\omega L_1 - j\omega M)$$

Da bi ostvarili da napon između a i b kasni u odnosu na struju, potrebno je da imaginarni deo jednačine bude negativan, tj. da preovladava kapacitivni karakter ($\underline{Z}_c = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C}$).

Zaključujemo da su traženi uslovi da je M > L_1 pri M < 0 (po konvenciji o predznaku međuinduktivnosti u odnosu na smer motanja namotaja i smera struje u kalemovima).

Tačan odgovor je pod brojem 4.

19. Dva induktivno spregnuta kalema vezana su u seriju tako da je M < 0 (po konvenciji). Poznato je da je $X_1 = \omega M$ dok voltmetar pokazuje 138V. Odrediti efektivnu vrednost napona otpornika R_1 (kao na slici).



1. *Zadatak se ne može rešiti.*
2. *U_{R1}= 69V*
3. *U_{R1}= 46V*
4. *U_{R1}= 138V*
5. *U_{R1}= 0V*

Rešenje:

Na osnovu slike postavimo jednačinu za kompleksni napon između tačaka a i b:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{I}(R_1 + jX_1 - j\omega M)$$

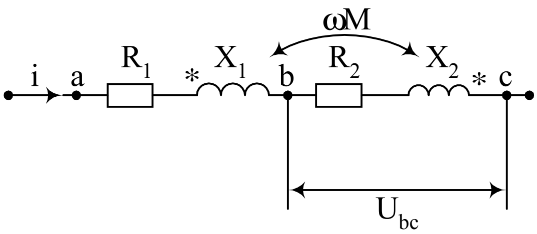
$$\underline{U}_{ab} = \underline{I}R_1$$

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{R1}$$

Zaključujemo da je efektivna vrednost napona U_{R1}= 138V.

Tačan odgovor je pod brojem 4.

20. U kolu prikazanom na slici $R_2 = X_2 = \frac{1}{2}\omega M$. Odrediti pomak faza između struje u kolu i napona U_{bc} na stezaljkama drugog kalema.



1. *Zadatak se ne može rešiti.*
2. *Struja je u fazi sa naponom U_{bc}.*
3. *Struja zaostaje za naponom U_{bc} za 90°.*
4. *Struja prednjači nad naponom U_{bc} za 45°.*
5. *Struja zaostaje za naponom U_{bc} za 45°.*

Rešenje:

Na osnovu slike postavimo jednačinu za kompleksni napon između tačaka b i c:

$$\underline{U}_{bc} = \underline{I}(R_2 + jX_2 - j\omega M)$$

$$\underline{U}_{bc} = \underline{I}\left(\frac{1}{2}\omega M + j\frac{1}{2}\omega M - j\omega M\right)$$

$$\underline{U}_{bc} = \underline{I}\frac{1}{2}(\omega M - j\omega M)$$

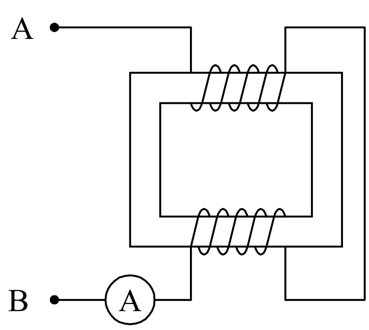
Pretpostavimo da je početna faza struje ψ= 0°, tada je:

$$tg\theta = \frac{\mathrm{Im}\{\underline{U}_{bc}\}}{\mathrm{Re}\{\underline{U}_{bc}\}} = -1 \Rightarrow \theta = -45°$$

Zaključujemo da struja u kolu prednjači u odnosu na napon U_{bc} za 45°.

Tačan odgovor je pod brojem 4.

21. Kako će se promeniti pokazivanje (toplotnog) ampermetra priključenog u kolo dva kalema namotana na zajedničko jezgro (kao na slici), ako na stezaljkama AB umesto sinusnog napona dovedemo jednosmerni napon iste veličine? Parametri kalema pri naizmeničnom naponu su: $R_1 = 3\Omega$; $X_1 = 2\Omega$; $R_2 = 4\Omega$; $X_2 = 4\Omega$; $X_m = \omega M = 0.5\Omega$. Pojavu površinskog efekta i gubitke u jezgru ne uzimati u obzir.



1. *Neće se promeniti.*
2. *Povećaće se dva puta.*
3. *Umanjiće se 8.6 puta.*
4. *Povećaće se 8.6 puta.*
5. *Povećaće se $\sqrt{2}$ puta.*

Rešenje:

Na osnovu slike postavimo jednačinu:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R_1 + R_2 + jX_1 + jX_2 + j2X_m}$$
$$\underline{Z} = (R_1 + R_2) + j(X_1 + X_2 + 2X_m)$$
$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi}$$
$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2 + 2X_m)^2} = \sqrt{7^2 + 7^2} = \sqrt{2} \cdot 7$$

Dakle, pokazivanje ampermetra kada imamo naizmenični napon je:

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{U}}{\mathrm{Z}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\mathrm{U}}{7}\,\mathrm{A}$$

Kada dovedemo jednosmerni napon iste veličine na stezaljke AB, u jednačini za struju u kolu figurisaće samo aktivni otpori kalema, a pokazivanje ampermetra biće:

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{U}}{\mathrm{R_1 + R_2}} = \frac{\mathrm{U}}{7}\,\mathrm{A}$$

Zaključujemo da će se pokazivanje ampermetra uvećati $\sqrt{2}$ puta.

Tačan odgovor je pod brojem 5.

22. Imamo dva u seriju spojena kalema međuinduktivnosti (po konvenciji) manje od nule, pri $X_1 = X_2 = 2\omega M$. Kako će se promeniti napon na stezaljkama kola ako se pri istoj struji, koeficijent sprege smanji do nule? Aktivne otpore kalema zanemariti.

1. *Neće se promeniti.*
2. *Povećaće se četvorostruko.*
3. *Umanjiće se četvorostruko.*
4. *Duplo će se povećati.*
5. *Duplo će se smanjiti.*

Rešenje:

Na osnovu uslova zadatka postavljamo jednačinu:

$$\underline{U} = \underline{I} \cdot (jX_1 + jX_2 - j2\omega M)$$

Na osnovu postojanja sprege dobijamo: $\underline{U} = \underline{I}(jX_1)$

Kada sprege nema (k= 0) imamo: $\underline{U} = \underline{I}(jX_1 + jX_2) = 2\underline{I}(jX_1)$

Zaključujemo da će se napon duplo povećati.

Tačan odgovor je pod brojem 4.

23. Imamo dva u seriju spojena kalema međuinduktivnosti (po konvenciji) manje od nule, pri čemu je međuinduktivnost jednaka polovini samoinduktivnosti prvog kalema. Kako će se promeniti napon na prvom kalemu, ako se pri istoj struji koeficijent sprege smanji do nule? Aktivne otpore kalema zanemariti.

1. *Neće se promeniti.*
2. *Povećaće se četvorostruko.*
3. *Umanjiće se četvorostruko.*
4. *Duplo će se povećati.*
5. *Duplo će se smanjiti.*

Rešenje:

Na osnovu uslova zadatka postavljamo jednačinu:

$$\underline{U}_1 = \underline{I}(jX_1 - jX_m)$$

Na osnovu postojanja sprege dobijamo: $\underline{U}_1 = \underline{I}\left(jX_1 - j\frac{1}{2}X_1\right) = \underline{I}\left(j\frac{1}{2}X_1\right)$

Kada sprege nema (k= 0) imamo: $\underline{U}_1 = \underline{I}(jX_1)$

Zaključujemo da će se napon na prvom kalemu duplo povećati.

Tačan odgovor je pod brojem 4.

24. Pod kojim uglom se moraju postaviti površine kalemova variometra tako da koeficijent sprege između njih bude jednak nuli?

1. *Uslov se ne može ispuniti.*
2. *Površine kalemova se moraju poklapati.*
3. *Pod pravim uglom.*
4. *Pod uglom od 45°.*

Rešenje:

Da bi koeficijent sprege između kalema variometra bio nula, moramo postići da fluks vektora magnetne indukcije koji struja u jednom kalemu stvara kroz navojke drugog kalema bude nula. To ćemo postići ako fluks vektora magnetne indukcije uopšte ne prolazi kroz navojke drugog kalema ili to čini dva puta u suprotnim smerovima.

Ovo pitanje može se posmatrati i preko Nojmanovog obrasca, kada bi skalarni proizvod dl_1 i dl_2 bio nula.

Zaključujemo da ukoliko površine kalemova variometra postavimo pod pravim uglom koeficijent sprege biće nula.

Tačan odgovor je pod brojem 3.

25. Ručica variometra postavljena je tako da je ekvivalentna induktivnost njegovih kalemova (spojenih u seriju) maksimalna. Pod kojim uglom treba okrenuti ručicu, pa da ekvivalentna induktivnost bude minimalna?

1. *Za 45°.*
2. *Za 90°.*
3. *Za 180°.*
4. *Za 360°.*

Rešenje:

Maksimalna ekvivalentna induktivnost kalema ($L_{ekv} = L_1 + L_2 + 2M$) postiže se kada je ugao između kalema variometra 180°, odnosno kada je skalarni proizvod dl_1 i dl_2 maksimalan. Minimalna vrednost dobija se pod uglom od 90° kada je međuinduktivnost jednaka nuli.

Tačan odgovor je pod brojem 2.

26. Maksimalna i minimalna vrednost ekvivalentne induktivnosti, u seriju spojenih kalema variometra, je 12μH i 6μH, respektivno. Odrediti sopstvene induktivnosti kalema ako je poznato da su jednaki.

1. $L_1 = L_2 = 4.5\mu H$.
2. $L_1 = L_2 = 3\mu H$.
3. $L_1 = L_2 = 6\mu H$.
4. $L_1 = L_2 = 1.5\mu H$.
5. *Zadatak se ne može rešiti.*

Rešenje:

Maksimalna ekvivalentna induktivnost kalema variometra je:

$$L_{ekv} = L_1 + L_2 + 2M = 12\mu H$$

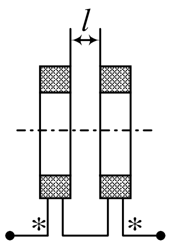
Minimalna ekvivalentna induktivnost kalema variometra je:

$$L_{ekv} = L_1 + L_2 = 6\mu H$$

$$L_{ekv} = 2L = 6\mu H$$

Zaključujemo da je $L_1 = L_2 = 3\mu H$.
Tačan odgovor je pod brojem 2.

27. Dva kalema (na slici su prikazani u preseku) raspoređena su po osi jedan do drugog. Kako će se promeniti njihova ekvivalentna induktivnost ako se rastojanje *l* između njih poveća? Početak motanja namotaja označen je zvezdicom.



1. *Povećaće se.*
2. *Smanjiće se.*
3. *Neće se promeniti.*
4. *Na pitanje se ne može odgovoriti pošto su nepoznati induktiviteti.*

Rešenje:

Na osnovu slike postavimo jednačinu za ekvivalentnu induktivnost:

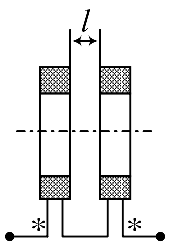
$$L_{ekv} = L_1 + L_2 - 2M$$

Kada se menja rastojanje između kalema menja se i međuinduktivnost, što se može dokazati pomoću Nojmanovog obrasca (menjajući r u jednačini $\mathrm{M} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint\limits_{C_1} \oint\limits_{C_2} \frac{dl_1 \cdot dl_2}{r}$).

Zaključujemo da će se povećenjem rastojanja l ekvivalentna induktivnost povećati pošto se međuinduktivnost smanjuje.

Tačan odgovor je pod brojem 1.

28. Dva kalema (na slici su prikazani u preseku) raspoređena su po osi jedan do drugog. Kako će se promeniti njihova ekvivalentna induktivnost ako se rastojanje l između njih smanji? Početak motanja namotaja označen je zvezdicom.

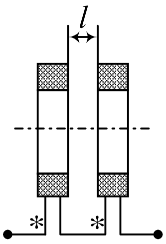


1. *Povećaće se.*
2. *Smanjiće se.*
3. *Neće se promeniti.*
4. *Na pitanje se ne može odgovoriti pošto su nepoznati induktiviteti.*

Rešenje:

Videti rešenje prethodnog zadatka. Tačan odgovor je pod brojem 2.

29. Dva kalema (na slici su prikazani u preseku) raspoređena su po osi jedan do drugog. Kako će se promeniti njihova ekvivalentna induktivnost ako se rastojanje l između njih smanji? Početak motanja namotaja označen je zvezdicom.



1. *Povećaće se.*
2. *Smanjiće se.*
3. *Neće se promeniti.*
4. *Na pitanje se ne može odgovoriti pošto su nepoznati induktiviteti.*

Rešenje:

Na osnovu slike postavimo jednačinu za ekvivalentnu induktivnost:

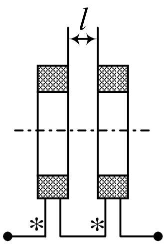
$$L_{ekv} = L_1 + L_2 + 2M$$

Kada se menja rastojanje između kalema menja se i međuinduktivnost, što se može dokazati pomoću Nojmanovog obrasca (menjajući r u jednačini $\mathrm{M} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{C_1}\oint_{C_2}\frac{\mathrm{dl}_1 \cdot \mathrm{dl}_2}{\mathrm{r}}$).

Zaključujemo da će se smanjenjem rastojanja *l* ekvivalentna induktivnost povećati pošto se međuinduktivnost povećava.

Tačan odgovor je pod brojem 1.

30. Dva kalema (na slici su prikazani u preseku) raspoređena su po osi jedan do drugog. Kako će se promeniti njihova ekvivalentna induktivnost ako se rastojanje *l* između njih poveća? Početak motanja namotaja označen je zvezdicom.



1. *Povećaće se.*
2. *Smanjiće se.*
3. *Neće se promeniti.*
4. *Na pitanje se ne može odgovoriti pošto su nepoznati induktiviteti.*

Rešenje:

Na osnovu slike postavimo jednačinu za ekvivalentnu induktivnost:

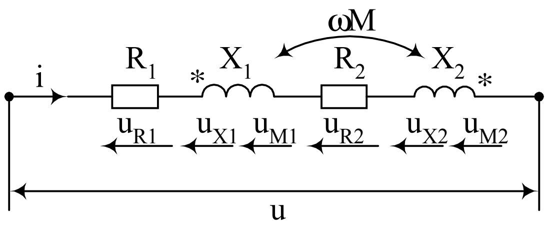
$$L_{ekv} = L_1 + L_2 + 2M$$

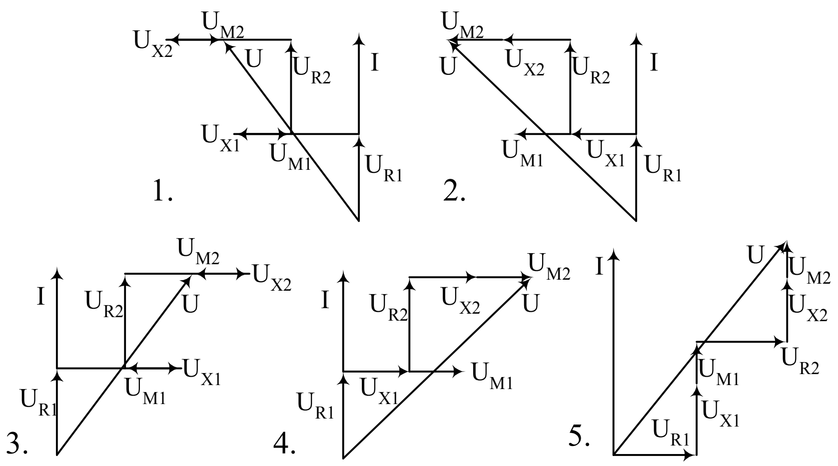
Kada se menja rastojanje između kalema menja se i međuinduktivnost, što se može dokazati pomoću Nojmanovog obrasca (menjajući r u jednačini $\mathrm{M} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{C_1}\oint_{C_2}\frac{\mathrm{dl}_1 \cdot \mathrm{dl}_2}{\mathrm{r}}$).

Zaključujemo da će se povećanjem rastojanja *l* ekvivalentna induktivnost smanjiti pošto se međuinduktivnost smanjuje.

Tačan odgovor je pod brojem 2.

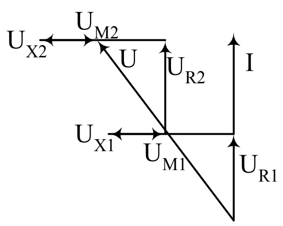
31. Za kolo sastavljeno od dva induktivno spregnuta kalema, vektorski dijagram napona i struja izgledaće kao na slici:





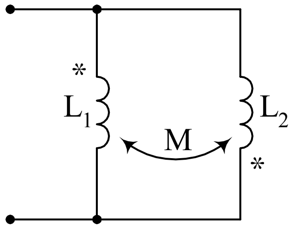
Rešenje:

Na osnovu slike i pravila o faznim razlikama u reaktivnim elementima struje i napona, crtamo vektorski dijagram:



Tačan odgovor je pod brojem 1.

32. Zanemarivši aktivne otpore kalema, odrediti njihovu ekvivalentnu induktivnost ako je koeficijent sprege jednak jedinici.



1. $L_{ekv} = \dfrac{M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$.
2. $L_{ekv} = \dfrac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$.
3. L_{ekv} *je beskonačna.*
4. L_{ekv} *je nula.*

$$L_{ekv} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2 + 2M}.$$

Rešenje:

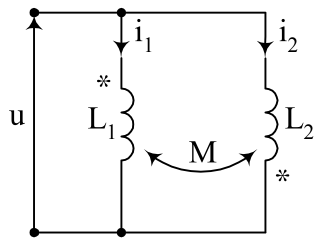
Ekvivalentna induktivnost paralelne veze kalema za M < 0 (na osnovu slike, odnosno konvencije) je:

$$L_{ekv} = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$$

Pošto je iz uslova zadatka k=1, imamo da je $M^2 = L_1 \cdot L_2$. Zaključujemo da je ekvivalentna induktivnost L_{ekv} nula.

Tačan odgovor je pod brojem 4.

33. Pri kojem će odnosu L_1, L_2 i M struja u drugom kalemu prednjačiti u odnosu na napon, ako aktivni otpor kalema zanemarimo?



1. Neki drugi uslovi.
2. $L_2 > M$.
3. $L_1 > M$.
4. $M < \sqrt{L_1 \cdot L_1}$.
5. $2M < L_1 + L_2$.

Rešenje:

Na osnovu slike postavimo jednačine:

$$u - L_1 \frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt} = 0$$

$$u - L_2 \frac{di_2}{dt} + M\frac{di_1}{dt} = 0$$

$$i - i_1 - i_2 = 0 \Rightarrow \frac{di_1}{dt} = \frac{di}{dt} - \frac{di_2}{dt}$$

$$u - L_1 \frac{di}{dt} + L_1 \frac{di_2}{dt} + M\frac{di_2}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{L_1}\left[u + (L_1 + M)\frac{di_2}{dt}\right]$$

$$u - L_2 \frac{di_2}{dt} + M\frac{di}{dt} - M\frac{di_2}{dt} = 0$$

$$u - L_2 \frac{di_2}{dt} + \frac{M}{L_1}\left[u + (L_1 + M)\frac{di_2}{dt}\right] - M\frac{di_2}{dt} = 0$$

$$u + \frac{M}{L_1}u = -\frac{M(L_1 + M)}{L_1}\frac{di_2}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt} + M\frac{di_2}{dt}$$

$$u\left(\frac{L_1 + M}{L_1}\right) = \left(\frac{-ML_1 - M^2 + L_1L_2 + ML_1}{L_1}\right)\frac{di_2}{dt}$$

$$u-\frac{L_1L_2-M^2}{L_1+M}\frac{di_2}{dt}=0$$

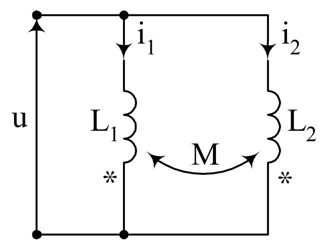
Da bi struja i_2 prednjačila u odnosu na napon u, treba da bude ispunjen sledeći uslov:

$$\frac{L_1L_2-M^2}{L_1+M}<0$$

Pošto je uvek $L_1L_2-M^2\geq 0$ i $L_1+M>0$, zaključujemo da su traženi uslovi neki drugi uslovi.

Tačan odgovor je pod brojem 1.

34. Pri kojem će odnosu L_1, L_2 i M struja u drugom kalemu prednjačiti u odnosu na napon, ako aktivni otpor kalema zanemarimo?



1. *Neki drugi uslovi.*
2. $L_2>M$.
3. $L_1>M$.
4. $M<\sqrt{L_1\cdot L_1}$.
5. $2M<L_1+L_2$.

Rešenje:

Na osnovu slike postavimo jednačine:

$$u-L_1\frac{di_1}{dt}-M\frac{di_2}{dt}=0$$

$$u-L_2\frac{di_2}{dt}-M\frac{di_1}{dt}=0$$

$$i-i_1-i_2=0\Rightarrow\frac{di_1}{dt}=\frac{di}{dt}-\frac{di_2}{dt}$$

$$u-L_1\frac{di}{dt}+L_1\frac{di_2}{dt}-M\frac{di_2}{dt}=0\Rightarrow\frac{di}{dt}=\frac{1}{L_1}\left[u+\left(L_1-M\right)\frac{di_2}{dt}\right]$$

$$u-L_2\frac{di_2}{dt}-M\frac{di}{dt}+M\frac{di_2}{dt}=0$$

$$u-L_2\frac{di_2}{dt}-\frac{M}{L_1}\left[u+\left(L_1-M\right)\frac{di_2}{dt}\right]+M\frac{di_2}{dt}=0$$

$$u-\frac{M}{L_1}u=\frac{M\left(L_1-M\right)}{L_1}\frac{di_2}{dt}+L_2\frac{di_2}{dt}-M\frac{di_2}{dt}$$

$$u\left(\frac{L_1-M}{L_1}\right)=\left(\frac{ML_1-M^2+L_1L_2+ML_1}{L_1}\right)\frac{di_2}{dt}$$

$$u-\frac{L_1L_2-M^2}{L_1-M}\frac{di_2}{dt}=0$$

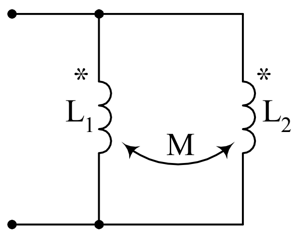
Da bi struja i_2 prednjačila u odnosu na napon u, treba da bude ispunjen sledeći uslov:

$$\frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 - M} < 0$$

Pošto je uvek $L_1 L_2 - M^2 \geq 0$ trebalo bi da bude $M > L_1$, zaključujemo da su traženi uslovi drugačiji od ponuđenih (neki drugi uslovi).

Tačan odgovor je pod brojem 1.

35. Odrediti ekvivalentnu induktivnost dva paralelno vezana kalema ako su im L_1 i L_2 samoinduktivnosti i M međuinduktivnost. Aktivni otpor kalema zanemariti.



1. $L_{ekv} = \dfrac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$.
2. $L_{ekv} = \dfrac{L_1 \cdot L_2 + M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$.
3. $L_{ekv} = \dfrac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$.
4. $L_{ekv} = L_1 + L_2 + 2M$.
5. $L_{ekv} = \dfrac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$.

Rešenje:

Na osnovu slike postavimo jednačine:

$$u - L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} = 0$$

$$u - L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = 0$$

$$i - i_1 - i_2 = 0 \Rightarrow \frac{di_2}{dt} = \frac{di}{dt} - \frac{di_1}{dt}$$

$$u - L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{di_1}{dt} = \frac{1}{L_1 - M}\left[u - M \frac{di}{dt}\right]$$

$$u - L_2 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di_1}{dt} - +M \frac{di_1}{dt} = 0$$

$$u - L_2 \frac{di}{dt} + \frac{L_2 - M}{L_1 - M}\left[u - M \frac{di}{dt}\right] = 0$$

$$u\left(\frac{L_1 - M + L_2 - M}{L_1 - M}\right) = \left(\frac{-ML_2 - M^2 + L_1 L_2 + ML_2}{L_1 - M}\right)\frac{di}{dt}$$

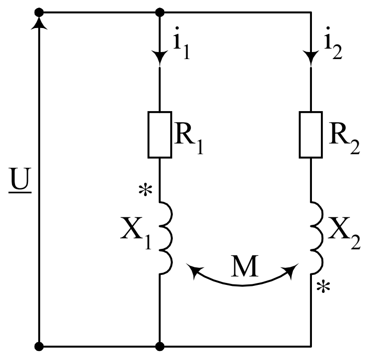
$$u - \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} \frac{di}{dt} = 0$$

Ekvivalentna induktivnost paralelne veze kalema za M>0 (na osnovu slike, odnosno konvencije) je:

$$L_{ekv} = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$$

Tačan odgovor je pod brojem 5.

36. Napisati kompleksni izraz za napon U za dva paralelno vezana kalema, preko kompleksnih struja $\underline{I_1}$ i $\underline{I_2}$ u kalemima, aktivnog R_2 i reaktivnog X_2 otpora drugog kalema i otpora međuindukcije X_M.



1. $\underline{U} = \underline{I_2}(R_2 + jX_2) - jX_M \underline{I_1}$.
2. $\underline{U} = \underline{I_2}(R_2 + jX_2) - jX_M \underline{I_2}$.
3. $\underline{U} = \underline{I_2}(R_2 + jX_2) + jX_M \underline{I_1}$.
4. $\underline{U} = \underline{I_2}(R_2 - jX_2) - jX_M \underline{I_2}$.
5. $\underline{U} = \underline{I_2}(R_2 - jX_2) + jX_M \underline{I_1}$.

Rešenje:

Na osnovu slike postavljamo jednačinu po drugom Kirhofovom zakonu (koristeći elemente naznačene u zadatku):

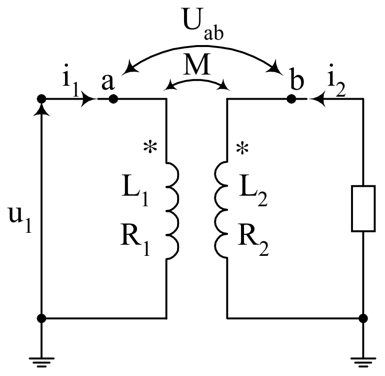
$$\underline{U} - \underline{I_2}R_2 - \underline{I_2}jX_2 + \underline{I_1}jX_M = 0$$

Kompleksni izraz za napon U je:

$$\underline{U} = \underline{I_2}(R_2 + jX_2) - jX_M \underline{I_1}$$

Tačan odgovor je pod brojem 1.

37. Napisati kompleksni izraz za napon između tačaka a i b, preko $\underline{I_1}$, $\underline{I_2}$, R_1, L_1, R_2, L_2, M i ω.



1. $\underline{U}_{ab} = \underline{I_1}[R_1 + j\omega(L_1 - M)] - \underline{I_2}[R_2 + j\omega(L_2 - M)]$.
2. $\underline{U}_{ab} = \underline{I_2}[R_2 + j\omega(L_2 - M)] - \underline{I_1}[R_1 + j\omega(L_1 - M)]$.
3. $\underline{U}_{ab} = \underline{I_1}[R_1 + j\omega(L_1 + M)] - \underline{I_2}[R_2 + j\omega(L_2 + M)]$.
4. $\underline{U}_{ab} = \underline{I_1}[R_1 + j\omega(L_1 + M)] - \underline{I_2}[R_2 + j\omega(L_2 - M)]$.
5. $\underline{U}_{ab} = 0.$

Rešenje:

Na osnovu slike pišemo jednačinu:

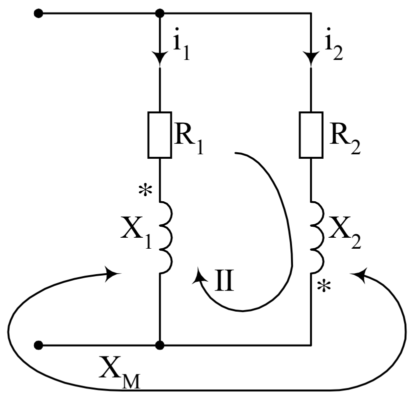
$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_a - \underline{U}_b$$
$$\underline{U}_a = \underline{I_1}(R_1 + j\omega L_1) + \underline{I_2}\,j\omega M$$
$$\underline{U}_b = \underline{I_2}(R_2 + j\omega L_2) + \underline{I_1}\,j\omega M$$
$$\underline{U}_{ab} = \underline{I_1}(R_1 + j\omega L_1) + \underline{I_2}\,j\omega M - \underline{I_2}(R_2 + j\omega L_2) - \underline{I_1}\,j\omega M$$

Kompleksni napon između tačaka a i b je:

$$\underline{\mathrm{U}}_{\mathrm{ab}} = \underline{\mathrm{I}_1}[\mathrm{R}_1 + \mathrm{j}\omega(\mathrm{L}_1 - \mathrm{M})] - \underline{\mathrm{I}_2}[\mathrm{R}_2 + \mathrm{j}\omega(\mathrm{L}_2 - \mathrm{M})]$$

Tačan odgovor je pod brojem 1.

38. Napisati jednačinu drugog Kirhofovog zakona za II konturu, uvodeći u jednačinu veličine označene na šemi.



1. $[R_1 + j(X_1 - X_M)]\underline{I_1} + [R_2 + j(X_2 - X_M)]\underline{I_2} = 0.$
2. $[R_1 + j(X_1 + X_M)]\underline{I_1} + [R_2 + j(X_2 + X_M)]\underline{I_2} = 0.$
3. $[R_1 + j(X_1 + X_M)]\underline{I_1} - [R_2 + j(X_2 + X_M)]\underline{I_2} = 0.$
4. $[R_1 - j(X_1 + X_M)]\underline{I_1} + [R_2 - j(X_2 + X_M)]\underline{I_2} = 0.$
5. $[R_1 + j(X_1 - X_M)]\underline{I_1} - [R_2 + j(X_2 - X_M)]\underline{I_2} = 0.$

Rešenje:

Na osnovu slike postavimo jednačinu po drugom Kirhofovom zakonu:

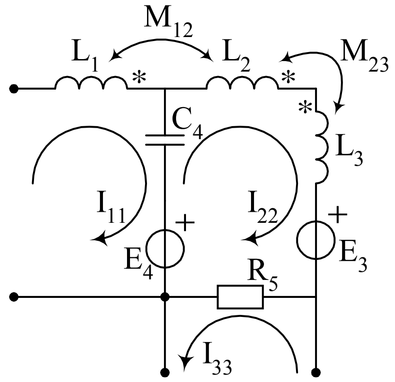
$$-\underline{I_2}R_2-\underline{I_2}jX_2-\underline{I_1}jX_M+\underline{I_2}jX_M+\underline{I_1}R_1+\underline{I_1}X_1=0$$

nakon sređivanja jednačine dobija se:

$$[\mathrm{R}_1+\mathrm{j}(\mathrm{X}_1+\mathrm{X}_\mathrm{M})]\underline{\mathrm{I}_1}+[\mathrm{R}_2+\mathrm{j}(\mathrm{X}_2+\mathrm{X}_\mathrm{M})]\underline{\mathrm{I}_2}=0.$$

Tačan odgovor je pod brojem 2.

39. Napisati jednačinu za konturnu struju I_{22} (rešiti metodom konturnih struja).



1. $-\underline{E_3}+\underline{E_4}=-\underline{I_{11}}j(X_{C4}+X_{M12})+\underline{I_{22}}[R_5+j(X_{L2}+X_{L3}+X_{M23})]+\underline{I_{33}}R_3.$
2. $-\underline{E_3}+\underline{E_4}=-\underline{I_{11}}j(X_{C4}-X_{M12})+\underline{I_{22}}[R_5+j(X_{L2}+X_{L3}-X_{C4}-X_{M23})]+\underline{I_{33}}R_5.$
3. $-\underline{E_3}+\underline{E_4}=-\underline{I_{11}}j(X_{C4}-X_{M12})+\underline{I_{22}}[R_5+j(X_{L2}+X_{L3}-X_{C4}-2X_{M23})]+\underline{I_{33}}R_5.$
4. $-\underline{E_3}+\underline{E_4}=\underline{I_{11}}j(X_{C4}-X_{M12})+\underline{I_{22}}[R_5+j(X_{L2}+X_{L3}-X_{C4}+2X_{M23})]+\underline{I_{33}}R_5.$
5. $-\underline{E_3}+\underline{E_4}=\underline{I_{11}}j(X_{C4}+X_{M12})+\underline{I_{22}}[R_5+j(X_{L2}+X_{L3}-X_{C4})]+\underline{I_{33}}R_5.$

Rešenje:

Na osnovu slike postavimo jednačinu konturne struje I_{22}:

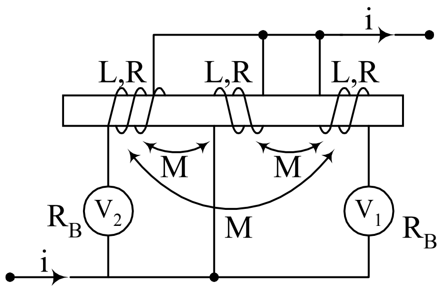
$$\underline{I_{22}}(-jX_{C4}+jX_{L2}-j2X_{M23}+jX_{L3}+R_5)-\underline{I_{11}}(jX_{C4}-jX_{M12})+\underline{I_{33}}R_5-\underline{E_4}+\underline{E_3}=0$$

Nakon sređivanja jednačine dobija se:

$$-\underline{E_3}+\underline{E_4}=-\underline{I_{11}}j(X_{C4}-X_{M12})+\underline{I_{22}}[R_5+j(X_{L2}+X_{L3}-X_{C4}-2X_{M23})]+\underline{I_{33}}R_5.$$

Tačan odgovor je pod brojem 3.

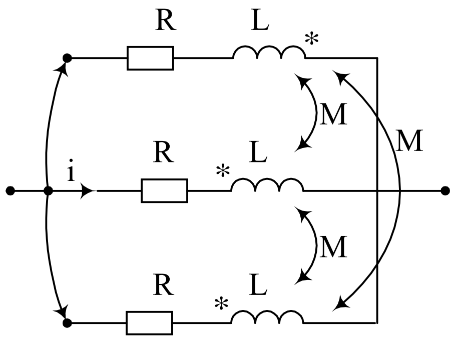
40. Odrediti pokazivanje elektromagnetnih voltmetara, ako je: R=30Ω; L=70mH; M=10mH; $R_B=\infty$; $i=0.5\cdot\sin(500t)A$.



1. *U_{V1} = 17.7V; U_{V2} = 15V.*
2. *U_{V1} = 15V; U_{V2} = 17.7V.*
3. *U_{V1} = 17.7V; U_{V2} = 17.7V.*
4. *U_{V1} = 15V; U_{V2} = 15V.*
5. *U_{V1} = 0; U_{V2} = 0.*

Rešenje:

Po uslovu zadataka da je $R_B = \infty$, crtamo ekvivalentnu šemu:



$$\underline{U} = \underline{I}R + \underline{I}j\omega L + \underline{I}_1 j\omega M - \underline{I}_2 j\omega M$$
$$\underline{U}_1 = \underline{U} - \left(\underline{I}_1 R + \underline{I}_1 j\omega L + \underline{I} j\omega M - \underline{I}_2 j\omega M\right)$$
$$\underline{U}_2 = \underline{U} - \left(\underline{I}_2 R + \underline{I}_2 j\omega L - \underline{I} j\omega M - \underline{I}_1 j\omega M\right)$$

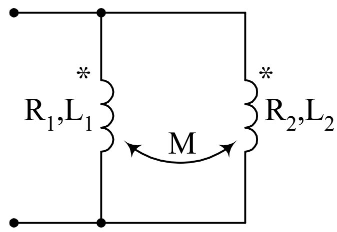
Na osnovu slike i uslova zadatka dalje sledi:

$$\underline{U} = \underline{I}R + \underline{I}j\omega L$$
$$\underline{U}_1 = \underline{U} - \underline{I}j\omega M$$
$$\underline{U}_2 = \underline{U} + \underline{I}j\omega M$$
$$i = 0.5\sin(500t)A = 0.5\cos(500t - 90°)A$$
$$\underline{I} = \frac{0.5}{\sqrt{2}}\cos(-90°) + \frac{0.5}{\sqrt{2}}\sin(-90°) = -j\frac{0.5}{\sqrt{2}}$$
$$\underline{U} = -j\frac{0.5}{\sqrt{2}} \cdot 30 + \left(-j\frac{0.5}{\sqrt{2}}\right) \cdot j500 \cdot 0.07 = 12.37 - j10.6$$
$$\underline{U}_1 = 12.37 - j10.6 - \left(-j\frac{0.5}{\sqrt{2}} \cdot j500 \cdot 0.01\right) = 10.6 - j10.6$$
$$U_1 = \sqrt{10.6^2 + 10.6^2} = 15V$$
$$\underline{U}_2 = 12.37 - j10.6 + \left(-j\frac{0.5}{\sqrt{2}} \cdot j500 \cdot 0.01\right) = 14.15 - j10.6$$
$$U_2 = \sqrt{14.15^2 + 10.6^2} = 17.7V$$

Voltmetri pokazuju: U_{V1} = 15V; U_{V2} = 17.7V.

Tačan odgovor je pod brojem 2.

41. Odrediti ekvivalentnu impedansu (sa slike).



1. $Z_{ekv} = \dfrac{jX_M(Z_1 + Z_2)}{Z_1 - Z_2}$.

2. $Z_{ekv} = \dfrac{Z_1 \cdot Z_2 - X_M{}^2}{Z_1 + Z_2 + 2jX_M}$.

3. $Z_{ekv} = \dfrac{Z_1 \cdot Z_2 + X_M{}^2}{Z_1 + Z_2 - 2jX_M}$.

4. $Z_{ekv} = \dfrac{Z_1 \cdot Z_2 - X_M{}^2}{Z_1 + Z_2 - 2jX_M}$.

5. $Z_{ekv} = \dfrac{Z_1 \cdot Z_2 + X_M{}^2}{Z_1 + Z_2 + 2jX_M}$.

Rešenje:

Napišimo jednačine za impedanse:

$$\underline{Z_1} = R_1 + j\omega L_1$$

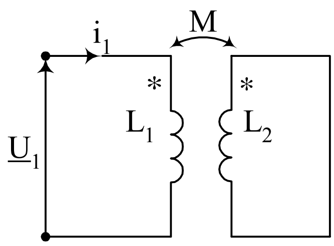
$$\underline{Z_2} = R_1 + j\omega L_2$$

Ekvivalentna impedansa dva paralelno vezana kalema pri M > 0 (po konvenciji) je:

$$Z_{ekv} = \frac{Z_1 \cdot Z_2 - X_M{}^2}{Z_1 + Z_2 - 2jX_M}$$

Tačan odgovor je pod brojem 4.

42. Napisati izraz za kompleksnu struju $\underline{I_1}$ preko $\underline{U_1}$, L_1, L_2, M i ω (aktivni otpor kalema zanemariti).



1. $\underline{I}_1 = \dfrac{jL_1 \cdot \underline{U}_1}{\omega\left(M^2 - L_1L_2\right)}$.

2. $\underline{I}_1 = \dfrac{jL_2 \cdot \underline{U}_1}{\omega\left(M^2 - L_1L_2\right)}$.

3. $\underline{I}_1 = \dfrac{jL_1 \cdot \underline{U}_1}{\omega\left(M^2 + L_1L_2\right)}$.

4. $\underline{I}_1 = \dfrac{jL_2 \cdot \underline{U}_1}{\omega\left(M^2 + L_1L_2\right)}$.

5. $\underline{I}_1 = \dfrac{jM \cdot \underline{U}_1}{\omega\left(M^2 - L_1L_2\right)}$.

Rešenje:

Na osnovu slike pišemo jednačinu:

$$-\underline{U}_1 + \underline{I}_1 j\omega L_1 + \underline{I}_2 j\omega M = 0$$

$$\underline{I}_2 j\omega L_2 - \underline{I}_1 j\omega M = 0 \Rightarrow \underline{I}_2 = \frac{\underline{I}_1 j\omega M}{j\omega L_2}$$

$$-\underline{U}_1 + \underline{I}_1 j\omega L_1 - \frac{\underline{I}_1 j\omega M}{j\omega L_2} j\omega M = 0$$

$$-\underline{U}_1 j\omega L_2 + \underline{I}_1 j\omega L_1 \cdot j\omega L_2 - \underline{I}_1 j\omega M \cdot j\omega M = 0$$

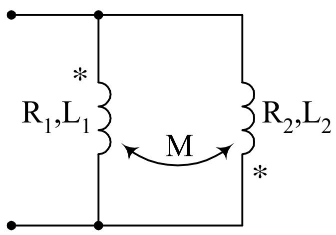
$$\underline{I}_1\left(-\omega^2 L_1 L_2 + \omega^2 M^2\right) = \underline{U}_1 j\omega L_2$$

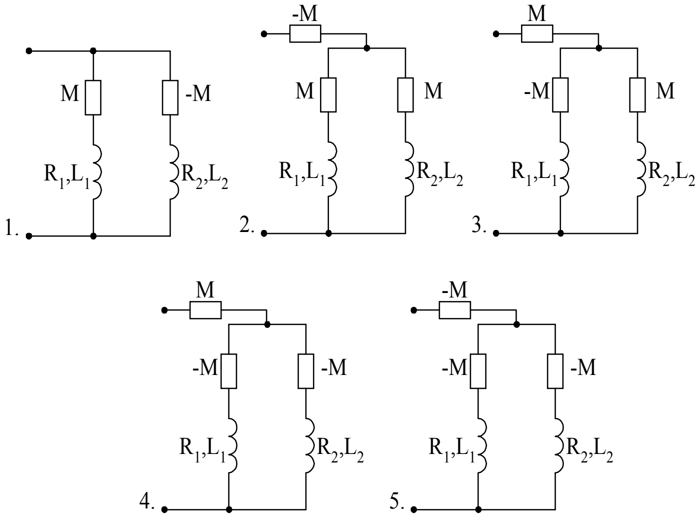
$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1 j\omega L_2}{\omega^2\left(M^2 - L_1L_2\right)}$$

Nakon sređivanja jednačine dobija se: $\underline{\mathrm{I}}_1 = \dfrac{\mathrm{jL}_2 \cdot \underline{\mathrm{U}}_1}{\omega\left(\mathrm{M}^2 - \mathrm{L}_1\mathrm{L}_2\right)}$.

Tačan odgovor je pod brojem 2.

43. Sastaviti ekvivalentnu šemu, bez međuinduktivnosti, za vezu sa slike:





Rešenje:

Na osnovu slike zaključujemo da su to dva induktivno spregnuta kalema, paralelno vezana, gde je međuinduktivnost negativna (po konvenciji).

U tom slučaju je: $L_{ekv} = \dfrac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$.

Jednačine za ekvivalentnu šemu sa izvučenim međuinduktivnostima su:

$$u + M\frac{di}{dt} - \left(L_1 + M\right)\frac{di_1}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{di_1}{dt} = \frac{1}{L_1 + M}\left[u + M\frac{di}{dt}\right]$$

$$u + M\frac{di}{dt} - \left(L_2 + M\right)\frac{di_2}{dt} = 0$$

$$i - i_1 - i_2 = 0 \Rightarrow \frac{di_2}{dt} = \frac{di}{dt} - \frac{di_1}{dt}$$

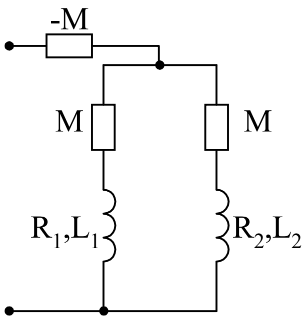
$$u + M\frac{di}{dt} - \left(L_2 + M\right)\frac{di}{dt} + \left(L_2 + M\right)\frac{di_1}{dt} = 0$$

$$u - L_2\frac{di}{dt} + \frac{L_2 + M}{L_1 + M}\left[u + M\frac{di}{dt}\right] = 0$$

$$u\left(\frac{L_1 + M + L_2 + M}{L_1 + M}\right) = \left(\frac{-ML_2 - M^2 + L_1L_2 + ML_2}{L_1 + M}\right)\frac{di}{dt}$$

$$u - \frac{L_1L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}\frac{di}{dt} = 0$$

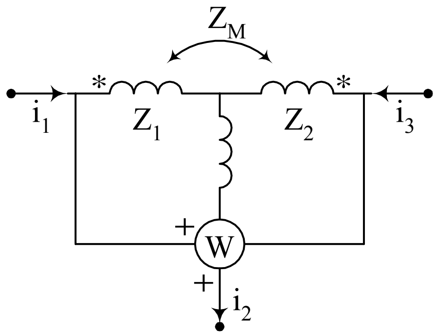
Identičnu L_{ekv} dobili bismo pomoću ekvivalentne šeme:



2.

Tačan odgovor je pod brojem 2.

44. Izračunati pokazivanje vatmetra preko kompleksnih struja i otpora. Kalemovi Z_1 i Z_2 su magnetski spregnuti.



1. $\mathrm{Re}\left\{\left[\underline{I_3}(Z_2 - Z_M) - \underline{I_1}(Z_1 - Z_M)\right]\cdot \underline{I_2^*}\right\}$
2. $\mathrm{Re}\left\{\left[\underline{I_1}(Z_1 - Z_M) + \underline{I_3}(Z_2 - Z_M)\right]\cdot \underline{I_2^*}\right\}$
3. $\mathrm{Re}\left\{\left[\underline{I_1}(Z_1 + Z_M) - \underline{I_3}(Z_2 + Z_M)\right]\cdot \underline{I_2^*}\right\}$
4. $\mathrm{Re}\left\{\left[\underline{I_1}(Z_1 - Z_M) + \underline{I_3}Z_2\right]\cdot \underline{I_2^*}\right\}$
5. $\mathrm{Re}\left\{\left[\underline{I_3}(Z_2 + Z_M) - \underline{I_1}(Z_1 + Z_M)\right]\cdot \underline{I_2^*}\right\}$

Rešenje:

Na osnovu slike pišemo jednačinu (aktivna snaga je UIcosφ):

$$\underline{U} = \underline{I_1}(Z_1 + Z_M) - \underline{I_3}(Z_2 + Z_M)$$

$$\underline{I} = \underline{I_2}$$

Pokazivanje vatmetra je : $\mathrm{Re}\{\, \underline{\mathrm{U}} \cdot \underline{\mathrm{I}}^* \,\}$

$$\mathrm{Re}\left\{\left[\underline{\mathrm{I}_1}(\mathrm{Z}_1 + \mathrm{Z}_\mathrm{M}) - \underline{\mathrm{I}_3}(\mathrm{Z}_2 + \mathrm{Z}_\mathrm{M})\right]\cdot \underline{\mathrm{I}_2^*}\right\}$$

Tačan odgovor je pod brojem 3.

45. Izraz za energiju dve induktivno spregnute konture, ima oblik:

1. $W_M = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + \frac{1}{2}M i_1^2 + \frac{1}{2}M i_2^2.$
2. $W_M = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + \frac{1}{2}M i_1 i_2.$
3. $W_M = \frac{i_1 L_1^2}{2} + \frac{i_2 L_2^2}{2} + M i_1 i_2.$

4. $W_M = \frac{L_1 i_1^{\,2}}{2} + \frac{L_2 i_2^{\,2}}{2} + M i_1 i_2.$
5. $W_M = \frac{L_1 i_1^{\,2}}{2} + \frac{L_2 i_2^{\,2}}{2} - M i_1 i_2.$

Rešenje:

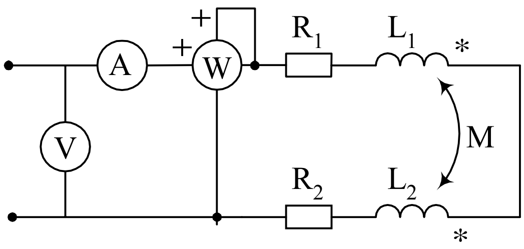
Magnetna energija n strujnih, induktivno spregnutih kontura, izračunava se pomoću formule:

$$W_M = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} L_{kj} \cdot I_k \cdot I_j$$

Za dve spregnute kontura: $W_M = \frac{1}{2}L_1 i_1^{\,2} + \frac{1}{2}L_2 i_2^{\,2} + \frac{1}{2}M i_1 i_2$

Tačan odgovor je pod brojem 2.

46. Šta će pokazati vatmetar, uključen u kolo dva induktivno spregnuta kalema (kao na slici), ako pokazivanju ampermetra i voltmetra odgovaraju vrednosti 11A i 56V, pri $\omega L_1 = \omega L_2 = \omega M = R_1 = R_2$?



1. *Nula.*
2. *616W.*
3. *275W.*
4. *435W.*
5. *Zadatak se ne može rešiti.*

Rešenje:

Na osnovu slike postavimo jednačinu: $\underline{U} = \underline{I}(R_1 + R_2) + \underline{I}j(\omega L_1 + \omega L_2) - 2\underline{I}j\omega M$.

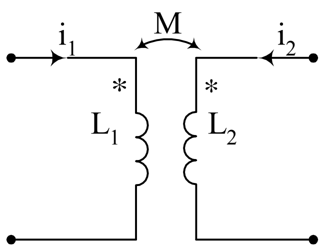
Po uslovu zadatka $\omega L_1 = \omega L_2 = \omega M$, jednačina postaje: $\underline{U} = \underline{I}(R_1 + R_2)$.

Iz jednačine se vidi da su napon i struja u fazi, odnosno da je faktor snage $\cos\varphi = 1$. Zaključujemo da je pokazivanje vatmetra:

$$P = UI\cos\varphi = 11 \cdot 56 \cdot 1 = 616\mathrm{W}$$

Tačan odgovor je pod brojem 2.

47. Odrediti reaktivnu snagu, predatu putem međuindukcije iz druge grane u prvu, ako je poznato M, ω, $\underline{I_1} = I_1 e^{j\psi_1}$ i $\underline{I_2} = I_2 e^{j\psi_2}$.



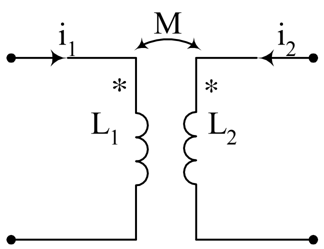
1. $Q_{21} = \omega M I_1 I_2 \sin(\psi_2 - \psi_1)$.
2. $Q_{21} = \omega M I_1 I_2 \cos(\psi_2 - \psi_1)$.
3. $Q_{21} = \omega M I_1 I_2 \sin(\psi_1 - \psi_2)$.
4. $Q_{21} = \omega M I_2^{\,2}$.
5. $Q_{21} = \omega M I_1 I_2 \sin(\psi_1 + \psi_2)$.

Rešenje:

Reaktivna snaga računa se po formuli: $Q = UI \sin\varphi$. Struja u indukovanom kalemu kasni za naponom za ugao $(\theta - \psi)$, pa je: $Q_{21} = \omega M I_1 I_2 \sin[\theta - (\theta - \psi_1 - \psi_2)]$. Reaktivna snaga je: $Q_{21} = \omega M I_1 I_2 \sin(\psi_1 + \psi_2)$.

Tačan odgovor je pod brojem 5.

48. Odrediti aktivnu snagu, predatu putem međuindukcije iz prve grane u drugu, ako je poznato M, ω, $\underline{I_1} = I_1 e^{j\psi_1}$ i $\underline{I_2} = I_2 e^{j\psi_2}$.



1. $P_{12} = \omega M I_1 I_2 \sin(\psi_2 - \psi_1)$.
2. $P_{12} = \omega M I_1 I_2 \cos(\psi_1 - \psi_2)$.
3. $P_{12} = \omega M I_1 I_2 \sin(\psi_1 - \psi_2)$.
4. $P_{12} = \omega M I_1 I_2 \cos(\psi_1 + \psi_2)$.
5. $P_{12} = \omega M I_1 I_2 \sin(\psi_1 + \psi_2)$.

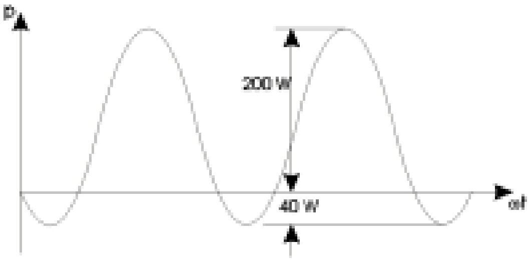
Rešenje:

Aktivna snaga računa se po formuli: $P = UI \cos\varphi$. Struja u indukovanom kalemu kasni za naponom za ugao $(\theta - \psi)$, pa je: $P_{12} = \omega M I_1 I_2 \cos[\theta - (\theta - \psi_1 - \psi_2)]$. Aktivna snaga je: $P_{12} = \omega M I_1 I_2 \cos(\psi_1 + \psi_2)$.

Tačan odgovor je pod brojem 4.

Naizmenične struje

1. Na crtežu je prikazana kriva promene snage tokom vremena. Odrediti aktivnu snagu P.



1. *P= 160 W*
2. *P= 120 W*
3. *P= 0*
4. *P= 80 W*
5. *P= 100 W*

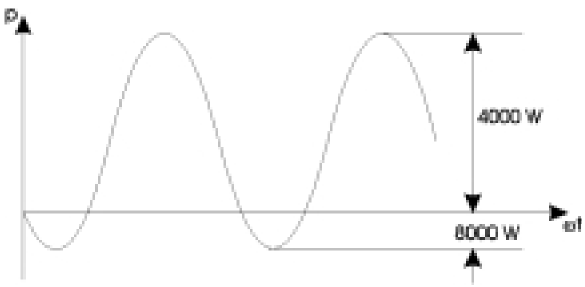
Rešenje:

Aktivna snaga predstavlja srednju vrednost trenutne snage prijemnika u toku jedne periode, stoga je računamo na sledeći način:

$$P = \frac{200W - 40W}{2} = \frac{160W}{2} = 80W$$

Rešenje zadatka je pod rednim brojem 4.

2. Na slici je predstavljena kriva promene trenutne snage potrošača. Odrediti apsolutnu (prividnu) snagu S.



1. *S= 4000 VA*
2. *S= 4800 VA*
3. *S= 2000 VA*
4. *S= 2400 VA*
5. *S= 2800 VA*

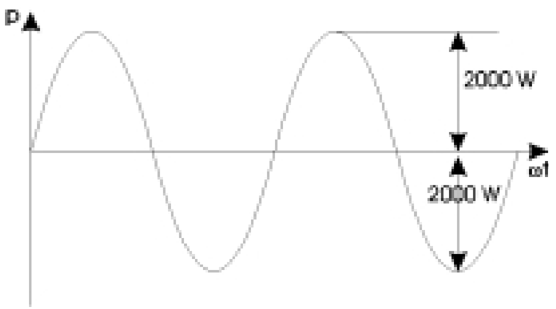
Rešenje:

Apsolutna snaga određuje se kao srednja vrednost apsolutnih vrednosti trenutne snage u toku jedne periode, odnosno:

$$S = \frac{|P_{\max}| + |P_{\min}|}{2} = \frac{4000 + 800}{2} = \frac{4800}{2} = 2400VA$$

Rešenje zadatka je pod rednim brojem 4.

3. Na crtežu je predstavljena kriva promene trenutne snage potrošača. Odrediti apsolutnu (prividnu) snagu S.



1. *S= 1000 VA*
2. *S= 500 VA*
3. *S= 4000 VA*
4. *S= 0*
5. *S= 2000 VA*

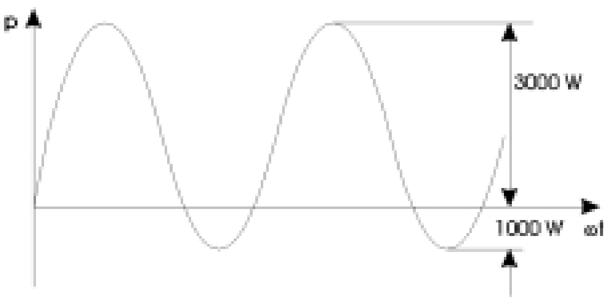
Rešenje:

Kao i u prethodnom zadatku prividnu snagu određujemo kao:

$$S = \frac{|P_{\max}| + |P_{\min}|}{2} = \frac{2000 + 2000}{2} = \frac{4000}{2} = 2000\ VA$$

Tačno je rešenje pod brojem 5.

4. Na crtežu je predstavljena kriva promene trenutne snage potrošača. Odrediti cosφ opterećenja (tereta).



1. $cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $cos\varphi = 0.5$
3. $cos\varphi = 1$
4. $cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$
5. $cos\varphi = 0.8$

Rešenje:

Prividna snaga prijemnika (S=UI) je moduo kompleksne snage $\underline{S}$ koja je po definiciji:

$$\underline{S} = P + jQ = UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi = UI \cdot e^{j\varphi}$$

Vidimo da se kompleksna snaga sastoji od realnog dela P (aktivna snaga) i imaginarnog dela Q (reaktivna snaga). Fazni pomak između struje I i napona U je označen sa φ. Ugao φ predstavlja argument kompleksne snage $\underline{S}$.

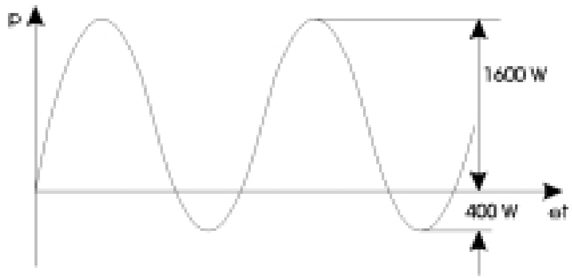
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$
$$P = S \cdot \cos\varphi$$
$$P = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{2} = \frac{3000W - 1000W}{2} = 1000W$$

$$S = \frac{|P_{max}| + |P\min|}{2} = \frac{3000 + 1000}{2} = 2000VA$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{1000}{2000} = 0.5$$

Rešenje zadatka je pod rednim brojem 2.

5. Na crtežu je predstavljena kriva promene trenutne snage potrošača. Odrediti cosφ opterećenja.



1. $cos\varphi = 0.5$
2. $cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$
3. $cos\varphi = 0.6$
4. $cos\varphi = 0.8$
5. $cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Rešenje:

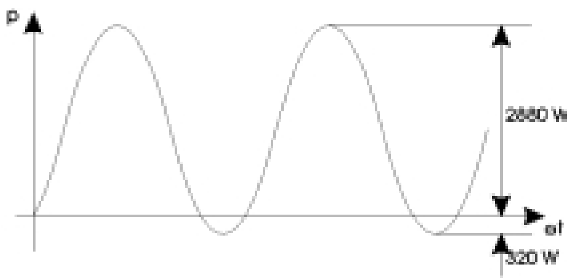
$$P = \frac{P_{max} - P_{min}}{2} = \frac{1600W - 400W}{2} = 600W$$

$$S = \frac{|P_{max}| + |P\min|}{2} = \frac{1600 + 400}{2} = 1000VA$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{600}{1000} = 0.6$$

Rešenje zadatka je pod rednim brojem 3.

6. Na crtežu je zadata kriva promene trenutne snage potrošača. Odrediti cosφ potrošača.



1. $cos\varphi = 0.8$
2. $cos\varphi = 0.9$
3. $cos\varphi = 0.6$
4. $cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$
5. $cos\varphi = 0.5$

Rešenje:

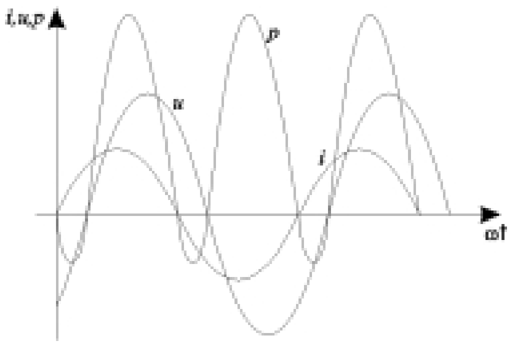
$$P=\frac{P_{\max}-P_{\min}}{2}=\frac{2880W-320W}{2}=1280W$$

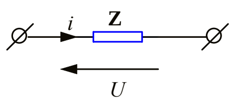
$$S=\frac{|P_{\max}|+|P\min|}{2}=\frac{2880+320}{2}=1600VA$$

$$\cos\varphi=\frac{P}{S}=\frac{1280}{1600}=0.8$$

Rešenje zadatka je pod rednim brojem 1.

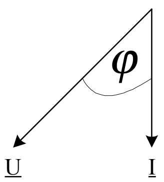
7. Na crtežu su predstavljene krive promena trenutnih vrednosti struje, napona i snage u vremenu. Odrediti svojstvo (karakter) opterećenja Z.





1. *Aktivno-kapacitivni*
2. *Aktivno-induktivni*
3. *Čisto induktivni*
4. *Čisto kapacitivni*
5. *Čisto aktivni*

Rešenje:



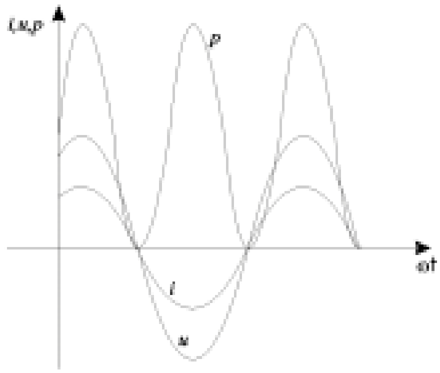
$$i=I_m\cdot\cos(\omega t-\frac{\pi}{2})$$

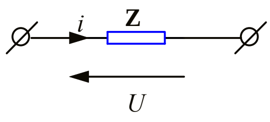
$$u=U_m\cdot\cos(\omega t-\frac{\pi}{2}-\varphi)$$

Sa slike možemo da zaključimo da je vremenski dijagram struje u odnosu na vremenski dijagram napona pomeren ulevo za neki ugao φ (0 < φ < π/2) tj. da odgovarajuće nule i maksimumi nastupaju nešto ranije kod funkcije struje, što znači da struja *i* kroz impedansu *Z* prednjači u odnosu na napon *u.* Do istog zaključka možemo doći na osnovu fazorskog dijagrama struje i napona. Pošto ugao φ ima vrednost između 0 i π/2 proizilazi da se radi o aktivno-kapacitivnom opterećenju.

Tačno je rešenje pod rednim brojem 1.

8. Date su krive promena struje, napona i snage u vremenu. Odrediti svojstvo opterećenja Z.





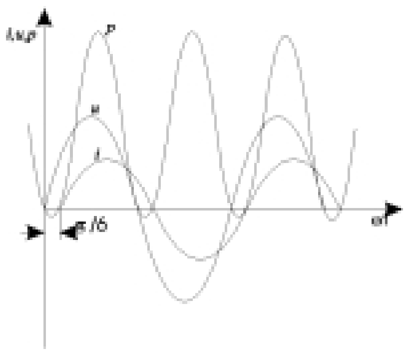
1. *Čisto induktivni*
2. *Čisto aktivni*
3. *Čisto kapacitivni*
4. *Aktivno-induktivni*
5. *Aktivno-kapacitivni*

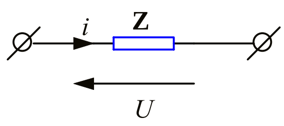
Rešenje:

Sa vremenskog dijagrama struje i napona primećujemo da se odgovarajući maksimumi i nule poklapaju, odnosno da je impedansa Z čisto aktivno opterećenje.

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.

9. Date su krive promena struje, napona i snage u vremenu. Odrediti svojstvo opterećenja Z.



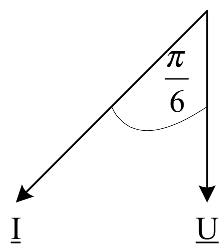


1. *Aktivno-kapacitivni*
2. *Aktivno-induktivni*
3. *Čisto induktivni*
4. *Čisto kapacitivni*
5. *Čisto aktivni*

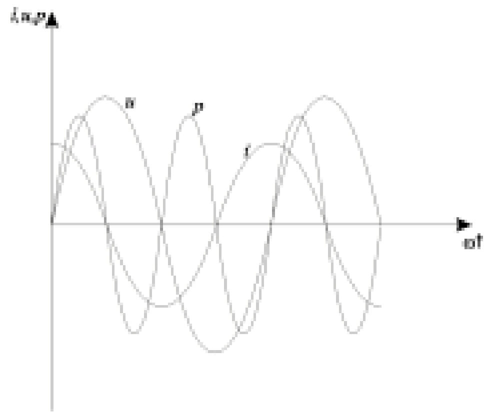
Rešenje:

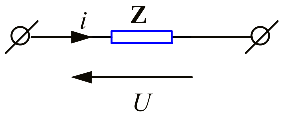
Sa vremenskog dijagrama, kao i sa fazorskog, vidimo da struja *i* kasni u odnosu na napon *u* za $\varphi=\pi/6$. Na osnovu toga zaključujemo da se radi o aktivno-induktivnom opterećenju.

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.



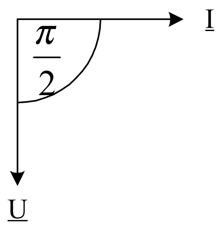
10. Date su krive promena struje, napona i snage u vremenu. Odrediti svojstvo opterećenja Z.





1. *Čisto induktivni*
2. *Čisto aktivni*
3. *Čisto kapacitivni*
4. *Aktivno-induktivni*
5. *Aktivno-kapacitivni*

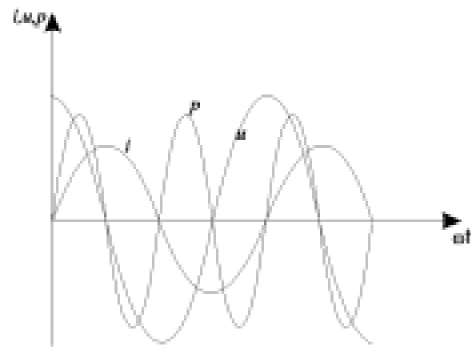
Rešenje:

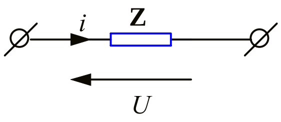


Sa vremenskog i fazorskog dijagrama možemo ustanoviti da struja u odnosu na napon prednjači za π/2, što znači da se radi o čisto kapacitivnom opterećenju.

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

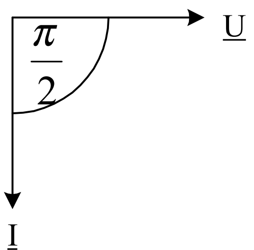
11. Na crtežu su predstavljene krive promena trenutnih vrednosti struje, napona i snage u vremenu. Odrediti svojstvo (karakter) opterećenja Z.





1. *Čisto aktivni*
2. *Čisto induktivni*
3. *Čisto kapacitivni*
4. *Aktivno-induktivni*
5. *Aktivno-kapacitivni*

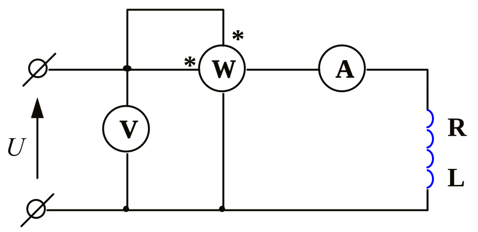
Rešenje:



Sa vremenskog i fazorskog dijagrama možemo ustanoviti da napon u odnosu na struju prednjači za π/2, što znači da se radi o čisto induktivnom opterećenju.

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.

12. Induktivnost zavojnice određuje se eksperimentalno. Učestanost je f=50Hz, a pokazivanje instrumenata je : P=40W, U=80V, I=2A. Izračunati induktivnost.



1. *123.5 H*
2. *388 mH*
3. *123.5 mH*
4. *0.0823 mH*
5. *776 mH*

Rešenje:

Polazimo od izraza za kompleksnu snagu S, koju možemo odrediti na osnovu merenja struje i napona u kolu.

$$S = U \cdot I$$

Veza između kompleksne snage S, aktivne snage P i reaktivne snage Q je data sledećim izrazom.

$$\underline{S} = \underline{P} + \underline{Q} \qquad \text{(vektorski oblik)}$$

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

Vatmetar pokazuje aktivnu snagu P, a na osnovu gornjih jednačina možemo izvesti izraz za reaktivnu snagu Q.

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{(UI)^2 - P^2} \qquad (1)$$

Reaktivna snaga Q karakteriše oscilovanje energije između izvora (generatora) i magnetnog polja kalema, a zavisi od reaktivnog otpora X_L i struje kroz kalem.

$$Q = X_L \cdot I^2$$

gde je:

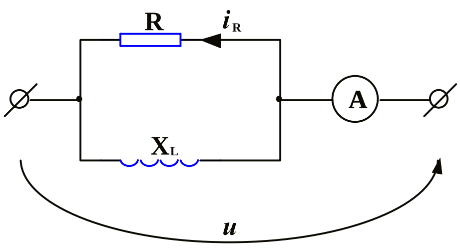
$$X_L = \omega \cdot L \qquad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

Uvrštavanjem ovih izraza u jednačinu (1) dobijamo konačan izraz za određivanje induktivnost L.

$$L = \frac{1}{2\pi f \cdot I^2}\sqrt{(UI)^2 - P^2} \qquad L = 123.5mH$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

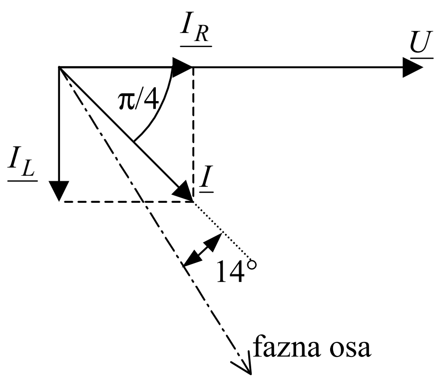
13. U kolu sinusoidne struje $R=X_L$, ampermetar pokazuje 12A. Napisati izraz za trenutnu vrednost struje u aktivnoj grani, uzevši da je početna faza struje u nerazgranatom delu jednaka +14°. Induktivnost smatrati idealnom.



1. $i_R = 12 \cdot \sin(\omega t + 45^\circ)A$
2. $i_R = 12\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 45^\circ)A$
3. $i_R = 12 \cdot \sin(\omega t + 59^\circ)A$
4. $i_R = 12\sqrt{2} \cdot \sin \omega t\, A$
5. $i_R = 12 \cdot \sin(\omega t + 31^\circ)A$

Rešenje:

Nacrtajmo prvo fazni dijagram za dato kolo.



Pošto se radi o paralelnoj vezi otpornika i kalema, napon U je zajednički. Posmatrajmo struje u kolu u odnosu na taj napon. Struja kroz otpornik (aktivna grana) je u fazi sa naponom U. Struja I_L u grani sa kalemom je istog inteziteta kao i u aktivnoj grani ($R=X_L$), ali je pomerena za π/2 (struja I_L kasni za naponom U). Ukupna struja I u kolu dobija se kao vektorski zbir ove dve struje. Kako struja I ima početnu fazu od +14° početna faza struje I_R je 59° (14°+45°).

Prema tome, izraz za trenutnu vrednost struje u aktivnoj grani je oblika:

$$i_R = I_{Rm} \cdot \sin(\omega t + 59^\circ)$$

I_{Rm} možemo odrediti na osnovu trougla struja I - I_R - I_L.

$$I_{Rm} = I_m \cdot \cos 45^\circ = I_m \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

S obzirom da ampermetar meri efektivnu vrednost struje, I_m računamo prema sledećem izrazu:

$$I_m = \sqrt{2} \cdot I_{eff}$$

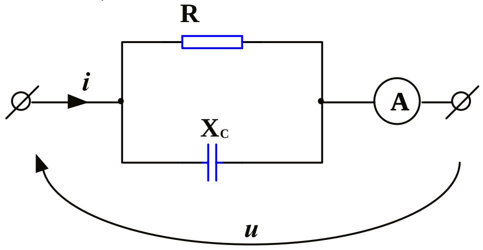
Konačan izraz za trenutnu vrednost struje u aktivnoj grani ima oblik

$$i_R = I_m \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin(\omega t + 59^\circ) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin(\omega t + 59^\circ)$$

$$i_R = 12 \cdot \sin(\omega t + 59^\circ)$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

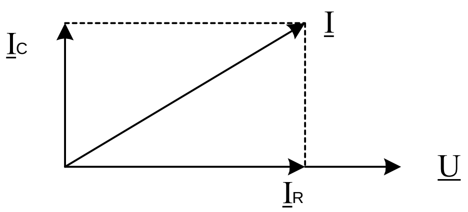
14. U kolu su zadati R, X_C i U (aktivno značenje). Odrediti pokazivanje ampermetra elektromagnetnog sistema (mehanizam).



1. $I = \dfrac{U}{R + X_C}$
2. $I = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$
3. $I = \dfrac{U}{\dfrac{R \cdot X_C}{R + X_C}}$
4. $I = U \cdot \sqrt{\dfrac{1}{R^2} + \dfrac{1}{X_C^2}}$
5. $I = \dfrac{U}{R - X_C}$

Rešenje:

Struja kroz instrument određena je vektorskim zbirom struja kroz termogeni (aktivni) otpor R i reaktivni otpor X_C.



$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_C$

Intezitet vektora $\underline{I}$ dat je sledećim izrazom:

$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$

a izrazi za struje I_R i I_C su, respektivno, dati izrazima:

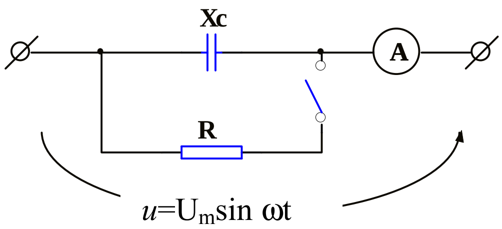
$$I_R = \frac{U}{R} \qquad I_C = \frac{U}{X_C}$$

Zamenom ovih jednačina u izraz za struju dobijamo konačan oblik izraza za struju I.

$$I = \sqrt{\frac{U^2}{R^2} + \frac{U^2}{X_C^2}} = U\sqrt{\frac{X_C^2 + R^2}{X_C^2 R^2}} = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}}$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 4.

15. Kako će se promeniti pokazivanje elektrodinamičkog ampermetra posle zatvaranja prekidača, ako je R=X_C?



1. *povećava se 2 puta*
2. *smanjuje se 2 puta*
3. *povećava se $\sqrt{2}$ puta*
4. *smanjuje se $\sqrt{2}$ puta*
5. *neće se promeniti*

Rešenje:

U prvom slučaju (prekidač otvoren) instrument meri struju kroz kondenzator reaktivne otpornosti X_C. Napon *u* možemo zapisati i u sledećem obliku:

$$u = U_m \cdot \sin \omega t = U_m \cdot e^{j0} \qquad \text{(početna faza je 0)}$$

e^{j0}=1, a za konačno rešenje je nije važno da li operišemo sa maksimalnom ili efektivnom vrednosti, tako da napon u kompleksnom obliku jednostavno možemo zapisati kao :

$$\underline{U} = U$$

Impedansa u prvom slučaju je $\underline{Z}_1 = -jX_C$, a struju jednostavno računamo kao:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{U}{-jX_C} = j\frac{U}{X_C} = \frac{U}{X_C} \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$$

Ako struju i napon predstavimo u kompleksnoj ravni vidimo da struja prednjači za π/2, što se slaže sa ranijim rešenjima.

Kada prekidač zatvorimo u kolo uključujemo i otpornik R. Tada impedansu računamo kao paralelnu vezu dve impedanse $\underline{Z}_1 = -jX_C$ i $\underline{Z}_2 = R$.

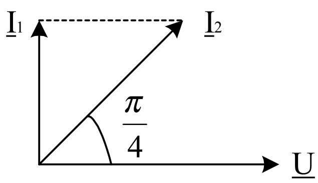
$$\underline{Z}_e = \frac{R \cdot (-jX_C)}{R - jX_C}$$

Racionalisanjem izraza i uzimajući u obzir da je R=X_C dobijamo konačan izraz za impedansu u slučaju zatvorenog prekidača.

$$\underline{Z}_e = X_C(\frac{1}{2} - j\frac{1}{2})$$

tada je:

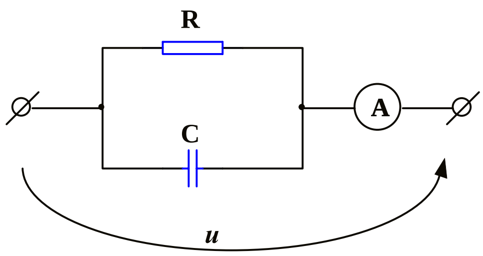
$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_e} = \frac{U}{X_C(\frac{1}{2} - j\frac{1}{2})} = \frac{U}{X_C}(1 + j1) = \frac{U}{X_C} \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\frac{\pi}{4}}$$



Znači da se struja posle zatvaranja prekidača povećala za $\sqrt{2}$ puta.

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

16. Odrediti pokazivanje toplotnog (termičkog) ampermetra u kolu sinusne struje, ako je R=18Ω, a priključeni napon (aktivno značenje) U=72V.



1. *1.71A*
2. *7A*
3. *3.82A*
4. *5A*
5. *2.4A*

Rešenje:

Za dato kolo ekvivalentna impedansa je (paralelna veza):

$$\underline{Z}_e = \frac{R \cdot (-jX_C)}{R - jX_C}$$

Nakon zamene vrednosti i racionalisanja izraza dobija se vrednost ekvivalentne impedanse:

$$\underline{Z}_e = 11.52 - j8.64$$

Struju kroz instrument tada računamo na sledeći način:

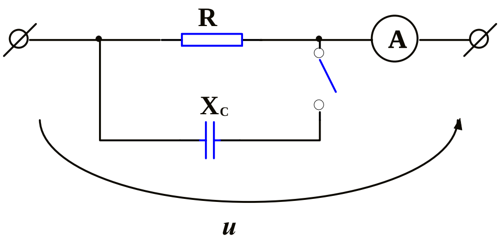
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{72}{11.52 - j8.64} = 4 + j3$$

$$I = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\,A$$

Instrument pokazuje 5A.

Tačno rešenje je pod rednim brojem 4.

17. Kako će se promeniti pokazivanje elektrodinamičkog ampermetra posle zatvaranja prekidača, ako je R=X_C?



1. *povećava se 2 puta*
2. *smanjuje se 2 puta*
3. *povećava se* $\sqrt{2}$ *puta*
4. *smanjuje se* $\sqrt{2}$ *puta*
5. *neće se promeniti*

Rešenje:

Pre zatvaranja prekidača struja je u fazi sa naponom.

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} \qquad \underline{U} = U$$

$$\underline{Z} = R$$

$$\underline{I}_1 = \frac{U}{R}$$

Posle zatvaranja imamo slučaj kao u zadatku 15.

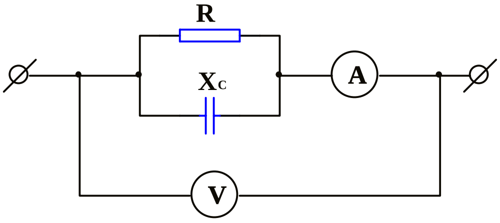
$$\underline{Z}_e = X_C\left(\frac{1}{2} - j\frac{1}{2}\right)$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_e} = \frac{U}{X_C\left(\frac{1}{2} - j\frac{1}{2}\right)} = \frac{U}{X_C}(1 + j1) = \frac{U}{X_C} \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\frac{\pi}{4}}$$

Struja se posle zatvaranja prekidača povećala za $\sqrt{2}$ puta.

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

18. Kako će se promeniti pokazivanje ampermetra toplotnog mehanizma, ako umesto izvora naizmenične struje na kolo priključimo izvor stalne struje. Voltmetar u oba slučaja pokazuje istu vrednost; R=X_C.



1. *neće se promeniti*
2. *povećava se* $\sqrt{2}$ *puta*
3. *smanjuje se* $\sqrt{2}$ *puta*
4. *povećava se 2 puta*
5. *smanjuje se 2 puta*

Rešenje:

U prvom slučaju impedansu kola i ukupnu struju računamo na sledeći način:

$$\underline{Z}_e = R\left(\frac{1}{2} - j\frac{1}{2}\right)$$

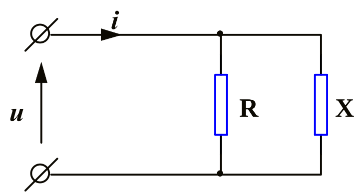
$$\underline{I}=\frac{\underline{U}}{\underline{Z}_e}=\frac{U}{R(\frac{1}{2}-j\frac{1}{2})}=\frac{U}{R}(1+j1)=\frac{U}{R}\cdot\sqrt{2}\cdot e^{j\frac{\pi}{4}}$$

Kada se na kolo priključi izvor stalne struje, kondenzator predstavlja prekid, tako da ampermetar meri samo struju kroz otpornik R.

$$I_R=\frac{U}{R}\qquad \text{struja se smanjila } \sqrt{2}\,.$$

Tačno rešenje je pod rednimbrojem 3.

19. Odrediti otpornosti sa šeme (R i X), ako je priključeni napon $u=100\cdot\sqrt{2}\cdot\sin\omega t\,V$, a struja u kolu $i=14.1\cdot\sin(\omega t+90^\circ)\,A$.



1. *R=10Ω;* *X=X$_C$=10Ω*
2. *R=10Ω;* *X=X$_C$=10Ω*
3. *R=0;* *X=X$_C$=10Ω*
4. *R=∞;* *X=X$_C$=10Ω*
5. *R=10Ω;* *X=0*

Rešenje:

Izrazi za napon i struju zapisani u kompleksnom obliku imaju sledeći oblik:

$$\underline{U}=100\cdot\sqrt{2}\cdot e^{j0}V\qquad\qquad \underline{I}=10\cdot\sqrt{2}\cdot e^{j\pi/2}A$$

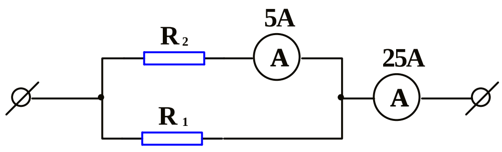
Impedansu računamo kao:

$$\underline{Z}=\frac{\underline{U}}{\underline{I}}=10\cdot e^{-j\pi/2}$$
$$\underline{Z}=-j10\Omega$$

Znači da je ekvivalentna impedansa čisto reaktivna, što je moguće samo ako je R=∞ (R ne postoji), a X_C=10Ω.

Tačno rešenje je pod rednim brojem 4.

20. Odrediti otpornost R_2, ako je R_3=3Ω, a pokazivanja ampermetra su prikazana na šemi.



1. *15Ω*
2. *12Ω*
3. *20Ω*
4. *1.12Ω*
5. *0.75Ω*

Rešenje:

Ukupna struja (25A) je zbir struja u pojedinim granama, a pošto nema faznog pomeraja između struja i napona možemo pisati da je:

$$I = I_1 + I_2$$
$$I_1 = I - I_2 = 20\ A$$

Pad napona na otporniku R_1 je isti kao i pad napona na otporniku R_2 i iznosi:

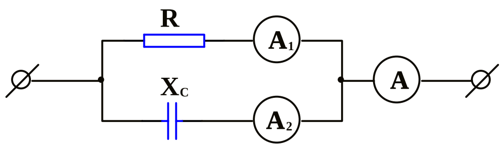
$$U_2 = U_1 = 3 \cdot 20 = 60\ V$$

Ako poznajemo napon na otporniku R_2 i struju kroz njega tada je:

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} = 12\Omega$$

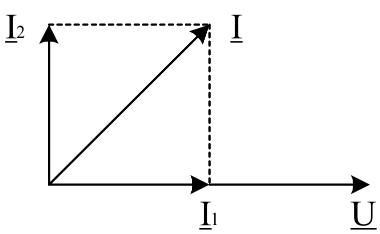
Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.

21. U kolu sinusne struje uključena su tri ampermetra. Odrediti pokazivanje ampermetra A_2, ako ampermetri A i A_1 pokazuju 10A i 6A respektivno.



1. *5A*
2. *4A*
3. *8A*
4. *6A*
5. *16A*

Rešenje:

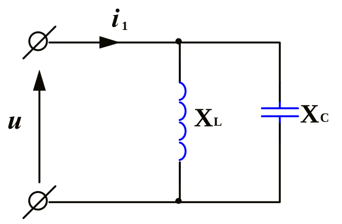


Ako nacrtamo fazorski dijagram, znajući da je struja u prvoj grani u fazi sa naponom, struja u drugoj grani prednjači za π/2 u odnosu na napon, a ukupna struja je vektorski zbir ove dve struje, tada lako određujemo struju I_2.

$$I_2 = \sqrt{I^2 - I_1^2} = 8A$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

22. Naći trenutnu vrednost struje (i_1) u nerazgranatom delu kola, ako je priključeni napon $u = 141 \cdot \sin \omega t$ V, a otpornost X_L=X_C=10Ω.



1. $i_1 = 20 \cdot \sin \omega t\ A$
2. $i_1 = 0$
3. $i_1 = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega t\ A$
4. $i_1 = 20 \cdot \sin(\omega t - 90^\circ)\ A$
5. $i_1 = 20 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)\ A$

Rešenje:

$$\underline{U} = 141 \cdot e^{j0} = 100 \cdot \sqrt{2}$$

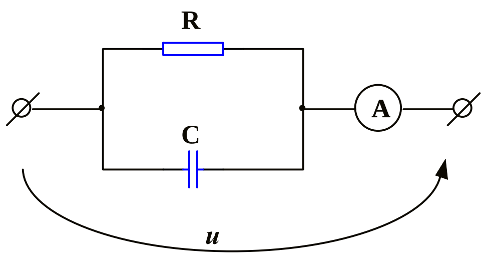
Impedansu ovog kola računamo, kao i do sada, na sledeći način:

$$\underline{Z}_e = \frac{jX_L \cdot (-jX_C)}{jX_L - jX_C}$$

Kako je X_L=X_C u imeniocu izraza za impedansu dobijamo nula, što znači da je impedansa u ovom slučaju ∞. Samim tim je struja i_1=0, a veza u ovom slučaju predstavlja antirezonantno kolo.

Tačno rešenje je pod rednimbrojem 2.

23. Odrediti pokazivanje toplotnog (termičkog) ampermetra u kolu sinusne struje, ako je R=18Ω, a priključeni napon (aktivno značenje) U=72V.



1. *1.71A*
2. *7A*
3. *3.82A*
4. *5A*
5. *2.4A*

Rešenje:

Za dato kolo ekvivalentna impedansa paralelnog kola je:

$$\underline{Z}_e = \frac{R \cdot (-jX_C)}{R - jX_C}$$

Nakon zamene vrednosti i racionalisanja izraza dobijamo vrednost ekvivalentne impedanse:

$$\underline{Z}_e = (11.52 - j8.64)\Omega$$

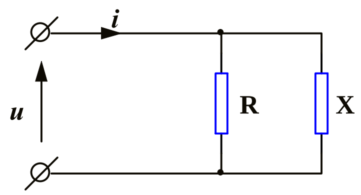
Struju kroz instrument tada računamo na sledeći način:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{72}{11.52 - j8.64} = (4 + j3)A$$

$I = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\,A$ instrument pokazuje 5A.

Tačno rešenje je pod rednim brojem 4.

24. Odrediti otpornosti sa šeme (R i X), ako je priključeni napon $u = 100 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega t\, V$, a struja u kolu $i = 20 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)\, A$.



1. *R=7Ω; X=X$_L$=7Ω*
2. *R=5Ω; X=X$_L$=10Ω*
3. *R=10Ω; X=X$_L$=10Ω*
4. *R=5Ω; X=X$_C$=10Ω*
5. *R=10Ω; X=X$_C$=10Ω*

Rešenje:

Izrazi za napon i struju zapisani u kompleksnom obliku imaju sledeći oblik:

$\underline{U} = 100 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j0}$ $\underline{I} = 20 \cdot e^{-j\pi/4}$

Impedansu računamo kao:

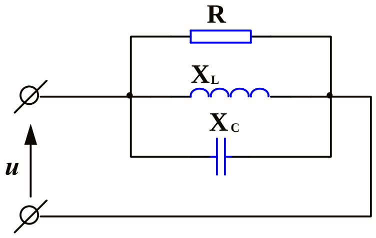
$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = 5 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\pi/4}$$

$$\underline{Z} = 5 + j5$$

S druge strane, ako impedansu računamo kao paralelnu vezu R i X, samo u slučaju kada je R=10Ω, a X=10Ω (induktivno) dobijamo identične rezultate za impedansu.

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

25. Odrediti struju i_1 u nerazgranatom delu kola prikazanom na crtežu, ako je priključeni napon $u = 120 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega t\, V$, R=12Ω, X_L=6Ω, X_C=12Ω.



1. $i_1 = 20A$
2. $i_1 = 20 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)\,A$
3. $i_1 = 40\,A$
4. $i_1 = 40 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega t\ A$
5. $i_1 = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 45^\circ)\,A$

Rešenje:

$$\underline{U} = 100 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j0}$$

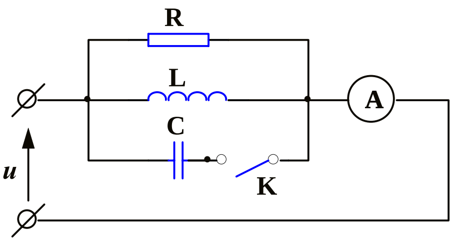
$$\underline{Z}_{LC} = \frac{jX_L \cdot (-jX_C)}{jX_L - jX_C} = j12\Omega$$

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{Z}_{LC} \cdot R}{\underline{Z}_{LC} + R} = 6 + j6 = 6\sqrt{2} \cdot e^{j\pi/4}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = 20 \cdot e^{-j\pi/4} = 20 \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{4})A$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 4.

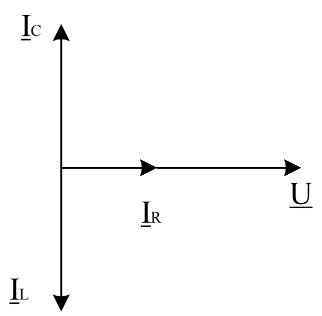
26. Kako će se promeniti pokazivanje ampermetra u zadatom kolu sinusoidne struje posle otvaranja prekidača K, ako je R=ωL=1/ωC gde su L i C idealna induktivnost i kapacitivnost? U je zadati napon.



1. *neće se promeniti*
2. *povećava se 2 puta*
3. *smanjuje se 2 puta*
4. *povećava se $\sqrt{2}$ puta*
5. *smanjuje se $\sqrt{2}$ puta*

Rešenje:

Ako su reaktivne otpornosti kalema (ωL) i kondenzatora (1/ωC) iste, to znači da su i vektori struje istog inteziteta ali suprotnog smera.



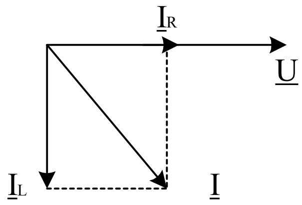
$$\underline{I}_C = \underline{I}_L$$

$$\underline{I}_C + \underline{I}_L = 0$$

Kako je ukupna struja jednaka vektorskom zbiru sve tri struje (I_C, I_L, I_R), to znači da je struja kroz ampermetar jednaka struji kroz otpornik R i u fazi je sa naponom U.

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_R$$

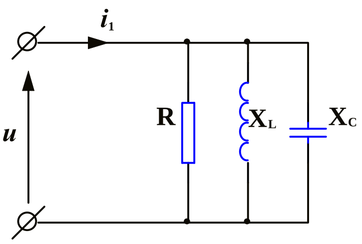
Kada prekidač otvorimo, iz kola isključujemo kondenzator i uticaj struje I_C. S obzirom na početne uslove, R=ωL, intezitet pojedinih struja u granama je isti ($|\underline{I}_R| = |\underline{I}_L|$), a struja $\underline{I}_L$ je pomerena za -π/2 u odnosu na $\underline{I}_R$.



$I = \sqrt{2I_R^2} = \sqrt{2} \cdot I_R$ znači da će se struja u drugom slučaju povećati za $\sqrt{2}$.

Tačno je rešenje pod rednim brojem 4.

27. Naći izraz za trenutnu vrednosti struje (i_1) u nerazgranatom delu kola, ako je priključeni napon $u = 141 \cdot \sin \omega t\, V$, a otpornost R=X_L=X_C=10Ω.



1. $i_1 = 30\sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ)\, A$
2. $i_1 = 10 \cdot \sin \omega t\, A$
3. $i_1 = 14.1 \cdot \sin \omega t\, A$
4. $i_1 = 30 \cdot \sin \omega t\, A$
5. $i_1 = 30\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)\, A$

Rešenje:

Polazimo od kompleksnog oblika napona i ukupne impedanse kola.

$$\underline{U} = 100 \cdot \sqrt{2} \qquad \underline{Z}_e = R \| Z_C \| Z_L = 10\Omega$$

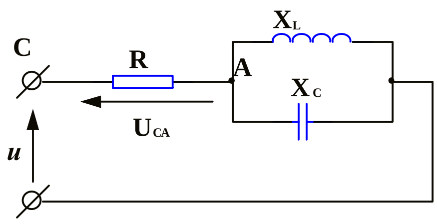
Kako su reaktanse X_L i X_C jednake, vektori struje kroz njih su istog inteziteta ali suprotnog smera te se međusobno poništavaju. Ekvivalentna impedansa prema tome ima čisto aktivni karakter, što se i računski potvrđuje. Ukupnu struju kao i dosad računamo na sledeći način:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_e} = \frac{100\sqrt{2}}{10} = 10\sqrt{2}$$

$$i_1 = 14.1 \cdot \sin \omega t\, A$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

28. Odrediti aktivnu vrednost napona između tačka C-A šeme, ako je priključeni napon $u = 141 \cdot \sin \omega t V$, a otpornosti R=10Ω; X_L=X_C=5Ω.



1. $U_{CA} = \frac{141}{\sqrt{2}} = 100V$
2. $U_{CA} = 0$
3. $U_{CA} = 80V$
4. $U_{CA} = 20V$
5. $U_{CA} = 141V$

Rešenje:

Ekvivalentna impedansa paralelnog dela kola je ∞ (antirezonantno kolo).

$$\underline{Z}_{LC} = \frac{jX_L \cdot (-jX_C)}{jX_L - jX_C} = \infty$$

Samim tim je ukupna impedansa kola ∞.

$$\underline{Z}_e = \infty$$

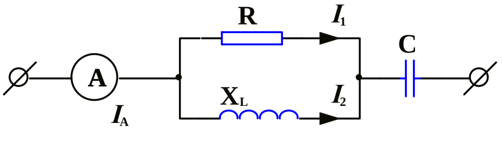
Struja je u tom slučaju:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_e} = \frac{141 \cdot \sin \omega t}{\infty} = 0A$$

Pad napona (U_{CA}) na otporniku R je zbog toga takođe 0.

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.

29. Odrediti pokazivanje ampermetra elektromagnetnog sistema, priključenog u kolo, kao što je prikazano na crtežu, ako su I_1=6 A; I_2=8 A.



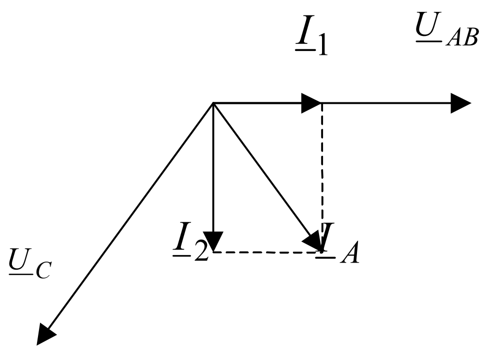
1. $I_A = I_1 + I_2 = 14\ A$
2. $I_A = 10\ A$
3. $I_A = 2\ A$
4. $I_A = 10\sqrt{2}\ A$
5. $I_A = 14\sqrt{2}\ A$

Rešenje:

Polazimo od fazorskog dijagrama.

Priključeni napon se deli na napone $\underline{U}_{AB}$ i $\underline{U}_C$ tj.

$$\underline{U} = \underline{U}_C + \underline{U}_{AB}$$

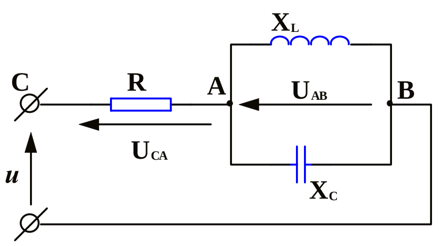


Struja kroz R je u fazi sa sa naponom $\underline{U}_{AB}$, a struja kroz L kasni za π/2 u odnosu na taj napon. Ukupna struja je vektorski zbir struja I_1 i I_2. Napon $\underline{U}_C$ kasni u odnosu na struju $\underline{I}_A$ za π/2.

$$\underline{I}_A = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 \qquad I_A = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 10\,A$$

Tačno rešenje je pod redim brojem 2.

30. Odrediti aktivnu vrednost napona između tačka A-B šeme, ako je priključeni napon $u = 100\sqrt{2} \cdot \sin\omega t\, V$, a otpornosti; $R=X_L=X_C=10\ \Omega$.



1. $U_{AB} = 100V$
2. $U_{AB} = 100\sqrt{2}\,V$
3. $U_{AB} = 33.4V$
4. $U_{AB} = 50V$
5. $U_{AB} = 0$

Rešenje:

Kako je $X_L=X_C$, impedansa $\underline{Z}_{AB} = \infty$, stoga je i impedansa $\underline{Z}_{AC} = \infty$

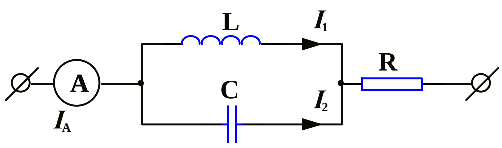
$$\underline{Z}_{AB} = \frac{jX_L \cdot (-jX_C)}{jX_L - jX_C} = \infty$$

Struja u kolu je: $\underline{I} = \dfrac{\underline{U}}{\underline{Z}_{AC}} = \dfrac{100\sqrt{2} \cdot \sin\omega t}{\infty} = 0\,A$.

Konačno, napon $\underline{U}_{AB}$ je zbog $\underline{I} = 0$ A, takođe 0.

Tačno rešenje je pod rednim brojem 5.

31. Odrediti pokazivanje ampermetra elektromagnetnog sistema, priključenog u kolo, kao što je prikazano na crtežu ako su I_1=I_2=10 A.



1. $I_A = I_1 + I_2 = 20\ A$
2. $I_A = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 10\sqrt{2}\ A$
3. $I_A = 0$
4. $I_A = \dfrac{10}{\sqrt{2}}\ A$
5. $I_A = \dfrac{20}{\sqrt{2}}\ A$

Rešenje:

Bez obzira na napon koji je na paralelnom delu kola ukupna struja je 0 zbog beskonačne impedanse tog dela kola.

$$\underline{I}_A = \underline{I}_C + \underline{I}_L = 0$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

32. Napisati kompleksnu vrednost sinusne funkcije vremena $i = 141\sin(\omega t - 120^\circ)A$.

1. $\underline{I} = 141\sqrt{2} \cdot e^{-j120^\circ}\ A$
2. $\underline{I} = 100 \cdot e^{-j120^\circ}\ A$
3. $\underline{I} = \dfrac{141}{\sqrt{2}} A$
4. $\underline{I} = 141 \cdot e^{-j120^\circ}\ A$
5. $\underline{I} = 141 \cdot e^{j(\omega t - 120^\circ)} A$

Rešenje:

U vremenskoj funkciji struje, vrednost 141 predstavlja maksimalnu vrednost, dok u kompleksnom domenu operišemo sa efektivnim vrednostima. Stoga funkciju u kompleksnom domenu pišemo u sledećem obliku:

$$\underline{I} = 100 \cdot e^{-j120^\circ}\ A$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.

33. Napisati kompleksnu vrednost sinusne funkcije vremena $u = 310\cos(\omega t + 90^\circ)V$.

1. $\underline{U} = j220\,V$
2. $\underline{U} = \dfrac{310}{\sqrt{2}} \cdot e^{j90^\circ}\,V$
3. $\underline{U} = -220\,V$
4. $\underline{U} = 310 \cdot e^{j90^\circ}\,V$
5. $\underline{U} = \dfrac{310}{\sqrt{2}} \cdot e^{j(\omega t + 90^\circ)}\,V$

Rešenje:

Da bi funkciju $u = 310\cos(\omega t + 90^\circ)V$ predstavili u kompleksnom obliku prethodno je potrebno da je zapišemo preko sinusne funkcije. Kako je $\cos(90^\circ \pm \alpha) = \mp \sin\alpha$, dobijamo:

$$u = -310\sin(\omega t)V$$

Odnosno, u kompleksnom domenu dobijamo sledeći izraz:

$$\underline{U} = -220V$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 3.

34. Napisati kompleksnu vrednost sinusne funkcije vremena $i = 14.1 \cdot \cos(\omega t - 30^\circ)\,A$.

1. $\underline{I} = 14.1 \cdot e^{-j30^\circ}\,A$
2. $\underline{I} = \dfrac{14.1}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j30^\circ}\,A$
3. $\underline{I} = 10 \cdot e^{j(\omega t - 30^\circ)}\,A$
4. $\underline{I} = 10\,A$
5. $\underline{I} = 10 \cdot e^{j60^\circ}\,A$

Rešenje:

I u ovom slučaju vremensku funkciju predstavaljamo prvo preko sinusne funkcije, a argument kompleksnog broja je efektivna vrednost struje.

$$i = 14.1 \cdot \cos(\omega t - 30^\circ)\,A$$

$i = 14.1 \cdot \cos(\omega t - 90^\circ + 60^\circ)\,A$; pošto je $\cos(-90^\circ \pm \alpha) = \pm \sin\alpha$ sledi:

$$i = 14.1 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)\,A$$

$$\underline{I} = 10 \cdot e^{j60^\circ}\ \mathrm{A}$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 5.

35. Napisati kompleksnu vrednost sinusne funkcije vremena $e = -537\cos(\omega t + 90^\circ)V$.

1. $\underline{E} = -537 \cdot e^{j90^\circ}\ V$
2. $\underline{E} = 380\ V$
3. $\underline{E} = -\dfrac{537}{\sqrt{2}} \cdot e^{j90^\circ}\ V$
4. $\underline{E} = j380\ V$
5. $\underline{E} = -\dfrac{537}{\sqrt{2}} \cdot e^{j(\omega t + 90^\circ)}\ V$

Rešenje:

$$e = -537\cos(\omega t + 90^\circ)V$$

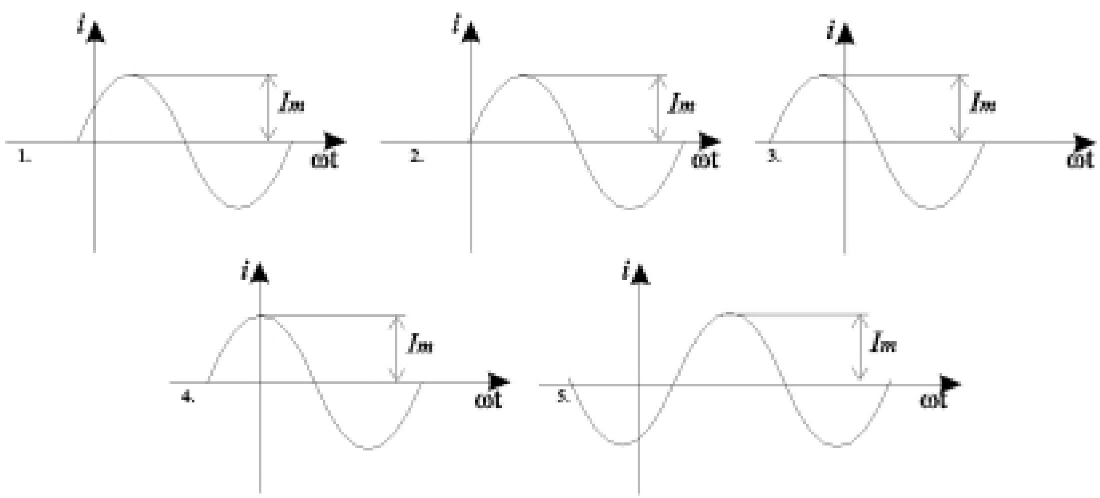
$$e = 537\sin\omega t\, V$$

$$\underline{E} = \frac{537}{\sqrt{2}} \cdot e^{j0}\ \mathrm{V}$$

$$\underline{E} = 380\,\mathrm{V}$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.

36. Pokazati vremenski grafik struje čija je kompleksna vrednost jednaka $\underline{I}_m = I_m \cdot e^{-j60'}$.



Rešenje:

Odgovarajući grafik za funkciju čija je kompleksna vrednost data izrazom $\underline{I}_m = I_m \cdot e^{-j60'}$ je na slici pod rednim brojem 3.

37. Naći sinusnu funkciju vremena, predstavljenu kompleksnom aktivnom vrednosti $\underline{E} = (-60 - j80)V$.

1. $e = -60 \cdot \sin(\omega t - 80^\circ)\ V$

2. $e = 100\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 126^\circ 50')\ V$

3. $e = 100 \cdot \sin(\omega t + 36^\circ 50')\ V$

4. $e = 100\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 36^\circ 50')\ V$

5. $e = 100\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 126^\circ 50')\ V$

Rešenje:

Da bi neku kompleksnu veličinu predstavili sinusnom funkcijom prethodno je potrebno tu veličinu zapisati u Ojlerovom obliku kompleksnog broja.

$$\underline{E} = (-60 - j80)V$$

$$E = \sqrt{(-60)^2 + (-80)^2} = \sqrt{10000} = 100V$$

$$\varphi = arctg\frac{-80}{-60} = 1.333 \text{ odnosno, } \varphi = -126^\circ 50'$$

$$\underline{E} = 100 \cdot e^{-j125^\circ 50'} V$$

konačno, dobijamo:

$$e = 100\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 126^\circ 50')\ \mathrm{V}$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 4.
Argument množimo sa $\sqrt{2}$ pošto nam je potrebna maksimalna vrednost.

38. Naći sinusnu funkciju vremena, predstavljenu kompleksnom aktivnom vrednosti $\underline{I}=-j5A$.

1. $i = 5\sin(\omega t + 90^\circ)\ A$

2. $i = 5\sqrt{2}\sin(\omega t - 90^\circ)\ A$

3. $i = 5\sqrt{2}\sin(\omega t + 90^\circ)\ A$

4. $i = -5\sin(\omega t - 90^\circ)\ A$

5. $i = -5\sqrt{2}\sin\omega t\ A$

Rešenje:

$$\underline{I} = -5 \cdot e^{j90^\circ}$$

$$\underline{I} = -5 \cdot (\cos 90^\circ + j \sin 90^\circ) = -5(0 + j1) = -j5$$

$$\underline{I} = 5(0 - j1) = 5 \cdot e^{-j90^\circ}$$

$$i = 5\sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ)\, A$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2.

39. Naći sinusnu funkciju vremena, predstavljenu kompleksnom amplitudom $\underline{E}_m = -20 + 100 \cdot e^{j36^\circ 50'}$ V.

1. $e = -20 + 100 \cdot \sin(\omega t + 36^\circ 50')\, V$
2. $e = 85 \cdot \sin(\omega t + 45^\circ)\, V$
3. $e = \sqrt{20^2 + 100^2} \cdot \sin(\omega t + 45^\circ)\, V$
4. $e = (20 + 100)\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 36^\circ 50')\, V$
5. $e = 120 \cdot \sin(\omega t + 45^\circ)\, V$

Rešenje:

$\underline{E}_m = -20 + 100 \cdot e^{j36^\circ 50'}$ Vkako je $100 \cdot e^{j36^\circ 50'} = 80 + j60$

$$\underline{E}_m = -20 + 80 + j60 = 60 + j60$$

$$\underline{E}_m = 60\sqrt{2} \cdot e^{j45^\circ} = 85 \cdot e^{j45^\circ}$$
$$e = 85 \cdot \sin(\omega t + 45^\circ) V$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 2

40. Naći sinusnu funkciju vremena, predstavljenu kompleksnom aktivnom vrednosti $\underline{I} = -j10 \cdot e^{j90^\circ}$ A.

1. $i = j10\sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ)\, A$
2. $i = 10\sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ)\, A$
3. $i = -j10\sqrt{2} \sin \omega t\, A$
4. $i = -\dfrac{j10}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + 90^\circ)\, A$

5. $i = 10\sqrt{2}\sin\omega t\ A$

Rešenje:

$$\underline{I} = -j10 \cdot e^{j90^\circ} = -j10(\cos 90^\circ + j\sin 90^\circ) = -j10(0 + j1)$$

$$\underline{I} = 10 = 10 \cdot e^{j0}$$

$$i = 10\sqrt{2}\sin\omega t\ A$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 5

41. Naći sinusnu funkciju vremena, predstavljenu kompleksnom amplitudom $\underline{U}_m = j141 \cdot e^{j90^\circ}$ V.

1. $u = 141 \cdot \sin(\omega t + 180^\circ)V$
2. $u = \dfrac{j141}{\sqrt{2}} \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)V$
3. $u = 100 \cdot \sin(\omega t + 180^\circ)V$
4. $u = 100 \cdot \sin\omega t\,V$
5. $u = j141\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)V$

Rešenje:

$$\underline{U}_m = j141 \cdot e^{j90^\circ} = j141(\cos 90^\circ + j\sin 90^\circ) = j141(0 + j1)$$

$$\underline{U}_m = -141 = 141 \cdot e^{j180^\circ}$$

$$u = 141 \cdot \sin(\omega t + 180^\circ)V$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 1

42. Naći sinusnu funkciju vremena, predstavljenu kompleksnom aktivnom vrednosti $\underline{U} = (-30 + j40)V$.

1. $u = 50\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 36^\circ 50')V$
2. $u = -30\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 40^\circ)V$
3. $u = -30 \cdot e^{j40^\circ}\ V$
4. $u = 50\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 126^\circ 50')V$
5. $u = \dfrac{50}{\sqrt{2}} \cdot \sin(\omega t - 36^\circ 50')V$

Rešenje:

$$\underline{U} = (-30 + j40)V$$

$$U = \sqrt{(-30)^2 + (40)^2} = 50 \quad \varphi = arctg\frac{40}{-30} = 126^\circ 50'$$

$$\underline{U} = 50 \cdot e^{126^\circ 50'}$$

$$u = 50\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 126^\circ 50')V$$

Tačno rešenje je pod rednim brojem 1.