

Elektrostatika

Električno polje

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$\vec{E}(x, y, z) = \sum_{j=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_j}{r_{oj}^2} \cdot \hat{r}_{oj}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \text{ (vektor gustoće električnog pomaka)}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

Električno polje točkastog naboja

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \hat{r}$$

Električno polje beskonačnog ravnog vodiča

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r} \cdot \hat{r}$$

Električno polje beskonačne ravnine

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \hat{n}$$

Gaussov zakon

$$\oint_s \vec{E} d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{V(s)} \rho dV$$

$$\oint_s \vec{D} d\vec{s} = \sum_i q_i$$

Coulombov zakon

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \cdot \hat{r}_{12}$$

Energija sustava N električnih naboja

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k \neq j} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_j q_k}{r_{jk}}$$

$$E_p = \frac{\epsilon_0}{2} \iiint_{\text{cijeli prostor}} \vec{E}^2 dV$$

$$E_p = \frac{1}{2} \int \rho U dV$$

Električni potencijal

Napon i potencijal

$$U_{21} = - \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} d\vec{s}$$

$$\vec{E} = -\nabla U$$

$$\phi = \frac{E_p}{q}$$

(veza potencijala neke točke i potencijalne energije koju ima naboj kada se dovede u tu točku)

$$U_{AB} = \phi_A - \phi_B \text{ (napon između točaka A i B)}$$

Rad

$$W = \int_s q \vec{E} d\vec{s}$$

Kapacitet

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$W = \frac{1}{C} \int_{q=0}^{q_{\text{konačno}}} q dq$$

$$E = \frac{1}{2} CU^2$$

Pločasti kondenzator

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$$

$$\frac{F}{S} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon} \text{ (površinski električni tlak)}$$

Kapacitet kuglastog kondenzatora

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 r \text{ (kapacitet osamljene kugle)}$$

Kapacitet cilindričnog kondenzatora

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

Električne struje

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Vektor strujne gustoće

$$\vec{j} = \sum_k n_k q_k \vec{v}_k = \frac{\left(\sum_i q_i \vec{v}_i \right)_{\Delta V}}{\Delta V}$$

$$\vec{j} = \rho \vec{v} \text{ (jednadžba kontinuiteta)}$$

$$\vec{j} = \kappa \vec{E}$$

$$i = \int_s \vec{j} d\vec{s}$$

Otpor

$$G = \kappa \frac{S}{l}, R = \rho \frac{l}{S}$$

$$R = \frac{1}{G}, \rho = \frac{1}{\kappa}$$

$$R_s = \frac{U}{I} \text{ (statički otpor)}$$

$$R_d = \frac{du}{di} \text{ (dinamički otpor)}$$

$$R_t = R_{20} (1 + \alpha(t - 20^\circ C))$$

(temperaturna ovisnost otpora)

Jouleov zakon

$$Q = u \cdot i \cdot t$$

Magnetsko polje

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = id\vec{l} \times \vec{B}$$

Biot–Savartov zakon

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Gaussov zakon

$$\oint_S \vec{B} d\vec{s} = 0$$

$$\oint_k \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum i \text{ (vakuum)}$$

$$\oint_k \vec{H} d\vec{l} = \sum i$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

Tok magnetskog polja

$$\Phi = \iint_S \vec{B} d\vec{s}$$

Magnetsko polje ravnog vodiča

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{i}{2\pi r} \hat{l} \times \hat{r}$$

Faradayev zakon elektromagnetske indukcije

$$\oint_k \vec{E} d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} d\vec{s}$$

$$e = \oint \vec{E} d\vec{l}$$

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Samoindukcija

$$L = \frac{\Psi}{i}$$

$$e = -L \frac{d}{dt} i$$

Međuindukcija

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_1}$$

$$e_2 = -M_{12} \frac{d}{dt} i_1$$

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

Induktivitet prstenaste zavojnice

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$$

$$\Phi = \mu_0 \frac{SN}{l} i$$

Maxwellove jednadžbe

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$c^2 \nabla \times \vec{B} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\vec{j}}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Vremenske ovisnosti električnih veličina

Efektivna vrijednost

$$Y_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (y(t))^2 dt}$$

Srednja vrijednost

$$Y_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt$$

$$\xi = \frac{Y_{ef}}{Y_{sr}} \text{ (faktor oblika)}$$

$$\sigma = \frac{Y_{max}}{Y_{ef}} \text{ (tjemeni faktor)}$$

$$Y_{sr} = Y'_{sr} \frac{T_i}{T} \text{ (srednja vrijednost niza impulsa)}$$

$$Y_{ef} = Y'_{ef} \sqrt{\frac{T_i}{T}} \text{ (efektivna vrijednost periodički ponavljalog niza impulsa)}$$

$$Y_{ef} = \sqrt{Y_0^2 + Y_{ef}'^2}$$

(efektivna vrijednost složenog valnog oblika)

$$Y = y(t) + Y_0 \text{ ako je } \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt = 0, \text{ pri čemu je}$$

$$Y'_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (y(t))^2 dt}$$

$$\text{Valni oblik } Y = Y_0 \sin(\omega t + \alpha)$$

$$Y_{ef} = \frac{Y_0}{\sqrt{2}}$$

$$Y_{sr} = 0$$

$$\text{Valni oblik } Y = |Y_0 \sin(\omega t + \alpha)|$$

(punovalno ispravljeni oblik)

$$Y_{ef} = \frac{Y_0}{\sqrt{2}}$$

$$Y_{sr} = \frac{2Y_0}{\pi}$$

$$\text{Valni oblik } Y = Y_0 \sin(\omega t + \alpha), \sin(\omega t + \alpha) \geq 0$$

(poluvalno ispravljeni oblik)

$$Y_{ef} = \frac{Y_0}{2}$$

$$Y_{sr} = \frac{Y_0}{\pi}$$

$$\text{Valni oblik } Y = \frac{Y_0}{T} \cdot t, t \in [0, T]$$

$$Y_{ef} = \frac{Y_0}{\sqrt{3}}$$

$$Y_{sr} = \frac{Y_0}{2}$$

Kirchhoffovi zakoni

Prvi Kirchhoffov zakon

$$\sum_n i_n = 0$$

Drugi Kirchhoffov zakon

$$\sum_n e_n = \sum_n U_n$$

Osnovni zakoni strujnih krugova

Otpor

$$u = Ri$$

$$R = R_1 + R_2 \text{ (serijski spoj otpora)}$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \text{ (paralelni spoj otpora)}$$

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \text{ (uvjet ravnoteže mosta)}$$

Pretvorba trokut–zvijezda

$$R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Pretvorba zvijezda–trokut

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$$

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_1} + R_2 + R_3$$

$$R_{31} = R_1 + \frac{R_1 R_3}{R_2} + R_3$$

Induktivitet

$$u = L \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L} \int u dt + i_0$$

$$E = \frac{1}{2} LI^2$$

$$L = L_1 + L_2 \text{ (serijski spoj induktiviteta)}$$

$$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \text{ (paralelni spoj induktiviteta)}$$

Međuinduktivna veza u strujnim krugovima

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M \text{ (serijski spoj induktiviteta)}$$

$$L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \pm 2M} \text{ (paralelni spoj induktiviteta)}$$

Kapacitet

$$u = \frac{1}{C} \int i dt + u_0$$

$$i = C \frac{du}{dt}$$

$$E = \frac{1}{2} CU^2$$

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \text{ (serijski spoj kapaciteta)}$$

$$C = C_1 + C_2 \text{ (paralelni spoj kapaciteta)}$$

Pretvorba trokut–zvijezda

$$C_1 = C_{12} + \frac{C_{12} C_{31}}{C_{23}} + C_{31}$$

$$C_2 = C_{12} + C_{23} + \frac{C_{12} C_{23}}{C_{31}}$$

$$C_3 = \frac{C_{23} C_{31}}{C_{12}} + C_{23} + C_{31}$$

Pretvorba zvijezda–trokut

$$C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$C_{23} = \frac{C_2 C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$C_{31} = \frac{C_3 C_1}{C_1 + C_2 + C_3}$$

Snaga i energija

$$p = ui$$

$$W = \int p dt$$

Strujni krugovi s istosmjernim izvorima

$$U_{\text{praznog hoda}} = I_{\text{kratkog spoja}} R_{\text{izvora}}$$

$$\eta = \frac{R_t}{R_t + R_i} \text{ (stupanj korisnosti za naponski model}$$

realnog izvora)

$$\eta = \frac{R_i}{R_i + R_t} \text{ (stupanj korisnosti za strujni model}$$

realnog izvora)

Prijelazno i stacionarno stanje

R–C krug

$$\tau = RC \text{ (vremenska konstanta kruga)}$$

Nabijanje kondenzatora

$$i = \frac{U - U_{c/t=0}}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_c = \left(U - U_{c/t=0} \right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$p_c = \frac{CU^2}{\tau} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{2t}{\tau}} \right)$$

Izbijanje kondenzatora

$$i = \frac{U_{c/t=0}}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_c = U_{c/t=0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

R–L krug

$$\tau = \frac{L}{R} \text{ (vremenska konstanta kruga)}$$

$$i = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$u_L = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$p_L = \frac{U^2 \tau}{L} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{2t}{\tau}} \right)$$

Prikaz sinusnih veličina u kompleksnom području

$$y(t) = Y_o \sin(\omega t + \alpha)$$

$$\dot{y} = Y_o e^{j(\omega t + \alpha)} \text{ (rotirajući vektor)}$$

$$\dot{Y}_M = Y_o e^{j\alpha} \text{ (mirni vektor maksimalne vrijednosti)}$$

$$\dot{Y} = \frac{Y_o}{\sqrt{2}} e^{j\alpha} \text{ (mirni vektor efektivne vrijednosti)}$$

$$y(t) = \text{Im}(\dot{Y})$$

R, L, C krugovi

$$\dot{Z} = R + jX$$

$$\dot{Y} = G + jB$$

$$\text{Im}(\dot{Z}) = \text{Im}(\dot{Y}) = 0 \text{ (uvjet rezonancije)}$$

Induktivitet

$$\dot{X}_L = j\omega L \text{ (induktivni otpor)}$$

$$\dot{B}_L = -\frac{j}{\omega L} \text{ (induktivna vodljivost)}$$

Kapacitet

$$\dot{X}_C = -\frac{j}{\omega C} \text{ (kapacitivni otpor)}$$

$$\dot{B}_C = j\omega C \text{ (kapacitivna vodljivost)}$$

Serijski R, L, C krug

$$Z(\omega) = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

$$Q = \frac{\omega_R R}{L} = \frac{1}{\omega_R CR} \text{ (faktor dobrote)}$$

Paralelni R, L, C krug

$$Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2}$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{\frac{1}{R}}$$

$$Q = \frac{R}{\omega_R L} = \omega_R CR \text{ (faktor dobrote)}$$

Rezonancija kruga

Thomsonova formula

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega_1 = \frac{-R + \sqrt{R^2 + \frac{4L}{C}}}{2L} \text{ (donja granična frekvencija)}$$

$$\omega_2 = \frac{R + \sqrt{R^2 + \frac{4L}{C}}}{2L} \text{ (gornja granična frekvencija)}$$

$$\omega_R = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

$$\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1 \text{ (širina frekvencijskog pojasa)}$$

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{R_L^2 - \frac{L}{C}}{R_C^2 - \frac{L}{C}}}$$

Snaga i energija

$$i(t) = I_o \sin(\omega t + \alpha_i)$$

$$u(t) = U_o \sin(\omega t + \alpha_u)$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \text{ (vremenska funkcija trenutne snage)}$$

$$\varphi = \alpha_u - \alpha_i$$

Prividna snaga

$$S = U \cdot I$$

$$S = \sum_i I_i^2 Z_i = \sum_i \frac{U_i^2}{Z_i}$$

Radna snaga

$$P = U \cdot I \cos \varphi$$

$$P = \sum_i I_i^2 R_i = \sum_i \frac{U_i^2}{R_i}$$

Jalova snaga

$$Q = U \cdot I \sin \varphi$$

$$Q = \sum_i I_i^2 X_{L/i} - \sum_j I_j^2 X_{C/j} = \sum_i \frac{U_i^2}{X_{L/i}} - \sum_j \frac{U_j^2}{X_{C/j}}$$

$$S^2 = P^2 + Q^2 \text{ (trokut snage)}$$

$$\sum Q_L = \sum Q_C \text{ (uvjet rezonancije)}$$

$$R_T = |\dot{Z}_T| \text{ (uvjet za najveću snagu na radnom trošilu spojenom na realni izvor)}$$

$$\dot{Z}_T = \dot{Z}_I \text{ (uvjet za najveću snagu trošila spojenog na realni izvor)}$$

Trofazni sustavi

Millmanov teorem

$$\dot{U}_{\text{dva čvora}} = \frac{\sum_i \dot{E}_i \dot{Y}_i}{\sum_i \dot{Y}_i}$$

Snaga simetričnog trošila

$$P = 3 \cdot U_f I_f \cos \varphi$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U_l I_l \cos \varphi$$