

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL S y S 2025-S1
 ADRIAN RODRIGO SUAREZ MARTINEZ

DEMOSTRACIÓN

PUNTO #1

El sistema masa resorte amortiguador se puede modelar como.

$$F_S(t) + F_F(t) + F_I(t) = F_t(t)$$

donde

$$F_S(t) = Ky(t), F_F(t) = \frac{Cd y(t)}{dt}$$

$$F_I = \frac{m d^2 y(t)}{dt}$$

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt} + c \frac{dy(t)}{dt} + Ky(t) = F_t(t) = x(t)$$

con transformada de la place

$$2 \left\{ \frac{d^n x(t)}{dt} \right\} = s^n x(s)$$

$$ms^2 y(s) + c s y(s) + Ky(s) = x(s)$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{MS^2 + CS + K}$$

FUNCION DE TRANSFERENCIA DEL SISTEMA

→ LVK $i_1(t)$

$$-Vu(t) + L \frac{di_1(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t (M(t) - i_2(t)) dt = 0$$

$$V_1(s) = LsI_1(s) + (I_1(s) - I_2(s)) \frac{1}{Cs} \quad 1.$$

→ LVK malla $i_2(t)$

$$i_2(t)R + \frac{1}{C} \int_0^t (i_2(t) - i_1(t)) dt = 0 \quad \text{Not } i_2(t)R$$

→ transformador ⁰ impedancias

$$I_2(s)R + (I_2(s) - I_1(s)) \frac{1}{Cs} = 0$$

→ despejamos

$$\frac{I_1(s)}{Cs} = \frac{I_2(s)}{Cs} + I_2(s)R \Rightarrow I_1(s) = \frac{I_2(s)Cs + I_2(s)Rs}{Cs}$$

$$I_1(s) = I_2(s) * (1 + (Rs))$$

2

Remplazamos ② en ①

$$V_i(s) = L s I_2(s) (1 + K_R s) + (I_2(s) * (1 + C_R s) - J_2(s)) \frac{1}{C_s}$$

$$V_i(s) = L s I_2(s) + C_R L s^2 I_2(s) + (I_2(s) + C_R s I_2(s) - J_2(s)) \frac{1}{C_s}$$

$$V_i(s) = L s I_2 + C_R L s^2 I_2(s) + R I_2(s)$$

$$V_i(s) = I_2(s) [R L s^2 + L s + R]$$

$$\frac{I_2(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{C_R L s^2 + L s + R}$$

Remplazando $I_S(s) = \frac{V_o(s)}{R}$ se obtiene

$$\frac{V_o(s)}{R V_i(s)} = \frac{1}{C_R L s^2 + L s + R} \rightarrow \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{C_R L s^2 + L s + R} \cdot \frac{1}{R}$$

$\frac{V_o(s)}{V_i(s)}$	$=$	$\frac{1}{C_R L s^2 + \frac{L}{R} s + 1}$
-------------------------	-----	---

FUNCION DE TRANSFERENCIA
CIRCUITO ELECTRICO.

- EQUIVALENZA
ELECTRICO ELASTICO.

C_L	M
L/R	C
1	K

$$H(s) = \frac{1}{L C s^2 + \frac{L}{R} s + 1}$$

$$H(s) = \frac{1}{m^2 + c s + k} = \frac{1/m}{(s^2 + \frac{c s}{m} + \frac{k}{m})}$$

$$s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2 = s^2 + \frac{c}{m} + \frac{k}{m}$$

Igualando COEFICIENTES:

$$1=1 \rightarrow C \in FS^2$$

$$2\zeta w_n = \frac{c}{m} \rightarrow C \in FS$$

$$w_n^2 = \frac{k}{m} \rightarrow C \in F \text{ Independiente}$$

$$w_n = \sqrt{k/m}$$

FRECUENCIA NO AMORTIGUADA

* FUNCION DF AMORTIGUAMIENTO.

$$2\zeta \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{c}{m} \Rightarrow \zeta = \frac{c}{2m \sqrt{k/m}}$$

$$kw_n^2 = 1/m \rightarrow k = 1/m w_n^2 \rightarrow u = \frac{1}{m \cdot k/m} \quad u = 1/k$$

$$H(s) = u \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2} \Rightarrow H(s) = \frac{1}{k} \frac{u/m}{s^2 + 2\left(\frac{c}{2m\sqrt{k/m}}\right)\sqrt{k/m}s + u/m}$$

$$H(s) = \frac{1/m}{s^2 + \frac{c}{m} + \frac{k}{m}} \Rightarrow H(s) = \frac{1}{m(s^2 + \frac{c}{m} + s\frac{k}{m})}$$

SISTEMAS #2 PARCIAL

1. Sistema Masa-Resorte Amortiguamiento

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + ky = F_E(t) \quad E.D.O$$

m: Masa kg.

c: coeficiente de Amortiguamiento (N·s/m)

k: Constante del resorte (N/m)

y = desplazamiento

$F_E(t)$ = Fuerza externa aplicada (N)

SABEMOS QUE

$$\rightarrow \sum F = ma \quad \text{2da Ley Newton}$$

$$\rightarrow F_k = -ky \quad \text{Ley de Hooke}$$

$$\rightarrow F_c = -c \frac{dy}{dt} \quad \text{Fuerza del amortiguador}$$

TRASFORMADA DE LA PLACE CON CI CERO

$$m s^2 Y(s) + c s Y(s) + k Y(s) = F_E(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F_E(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

CIRCUITO EQUIVALENTE RLC

$$V(t) = L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt$$

SIS Mec	Variable	UNI	SIS Electrico	Variable	UNI
MASA (m)	Posicion (y)	kg	Inductancia L	Corriente I	H
AMORTIGUADOR (c)	Velocidad $\frac{m}{s}$		Resistencia R	Voltaje ω	
Resorte K	Fuerza (ky)	N/m	Capacitancia $1/C$	Carga F^{-1}	
Fuerza F	Fuerza A	N	Voltaje V	Frecuencia ω	V

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

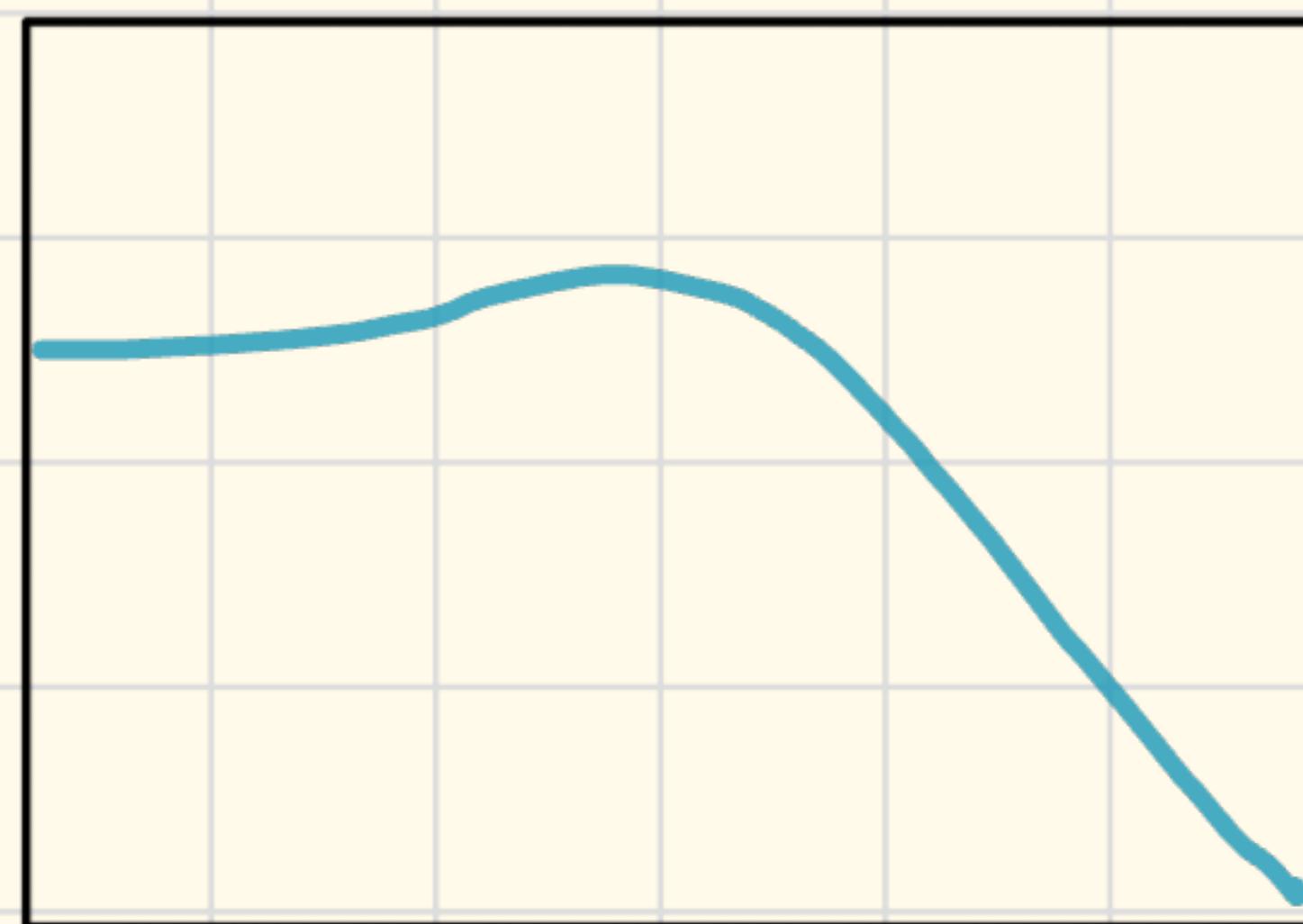
$$m = L$$

$$c = R$$

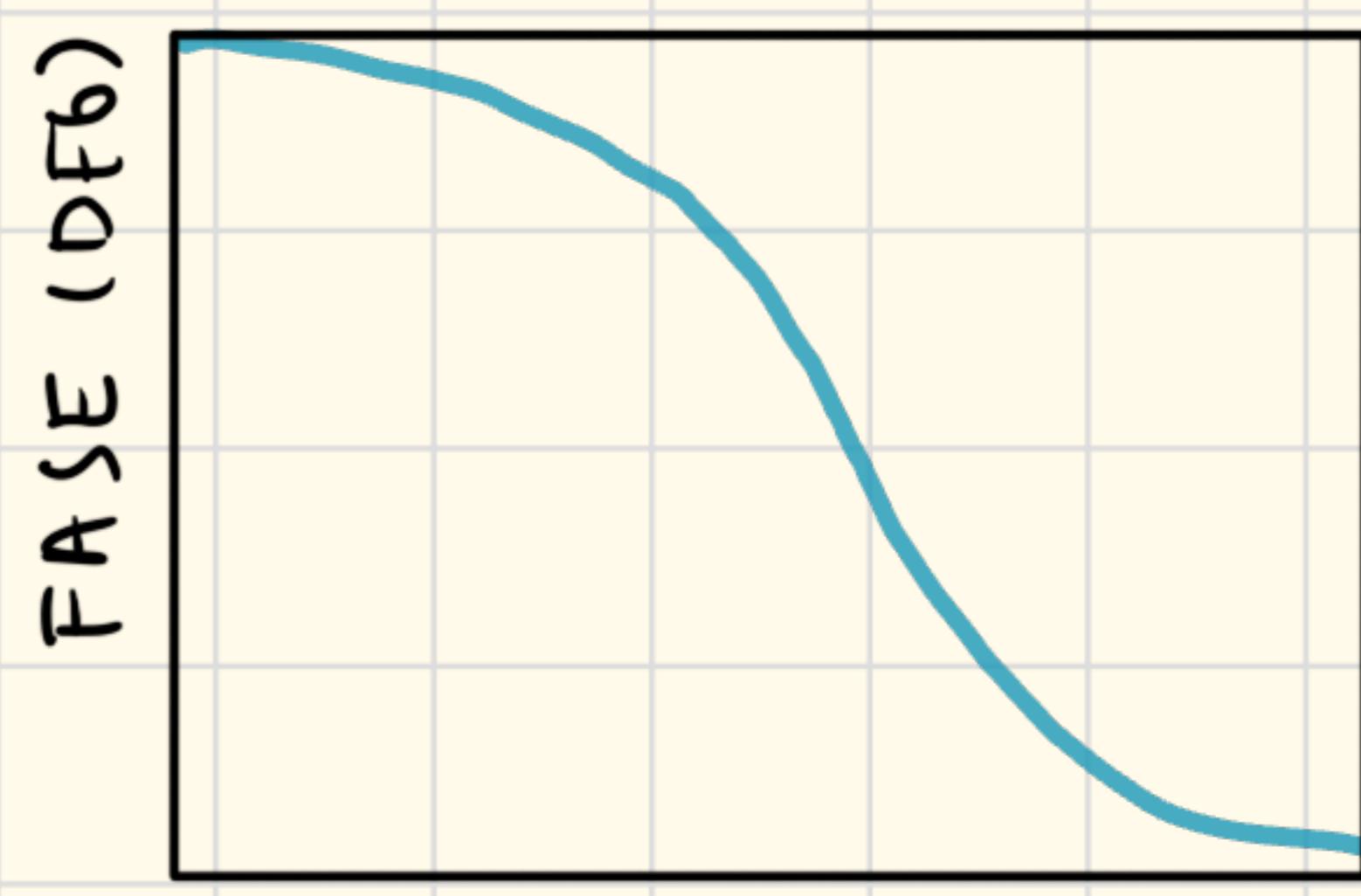
$$k = 1/C$$

DIAGRAMAS DE BODE

MAGNITUD (dB)



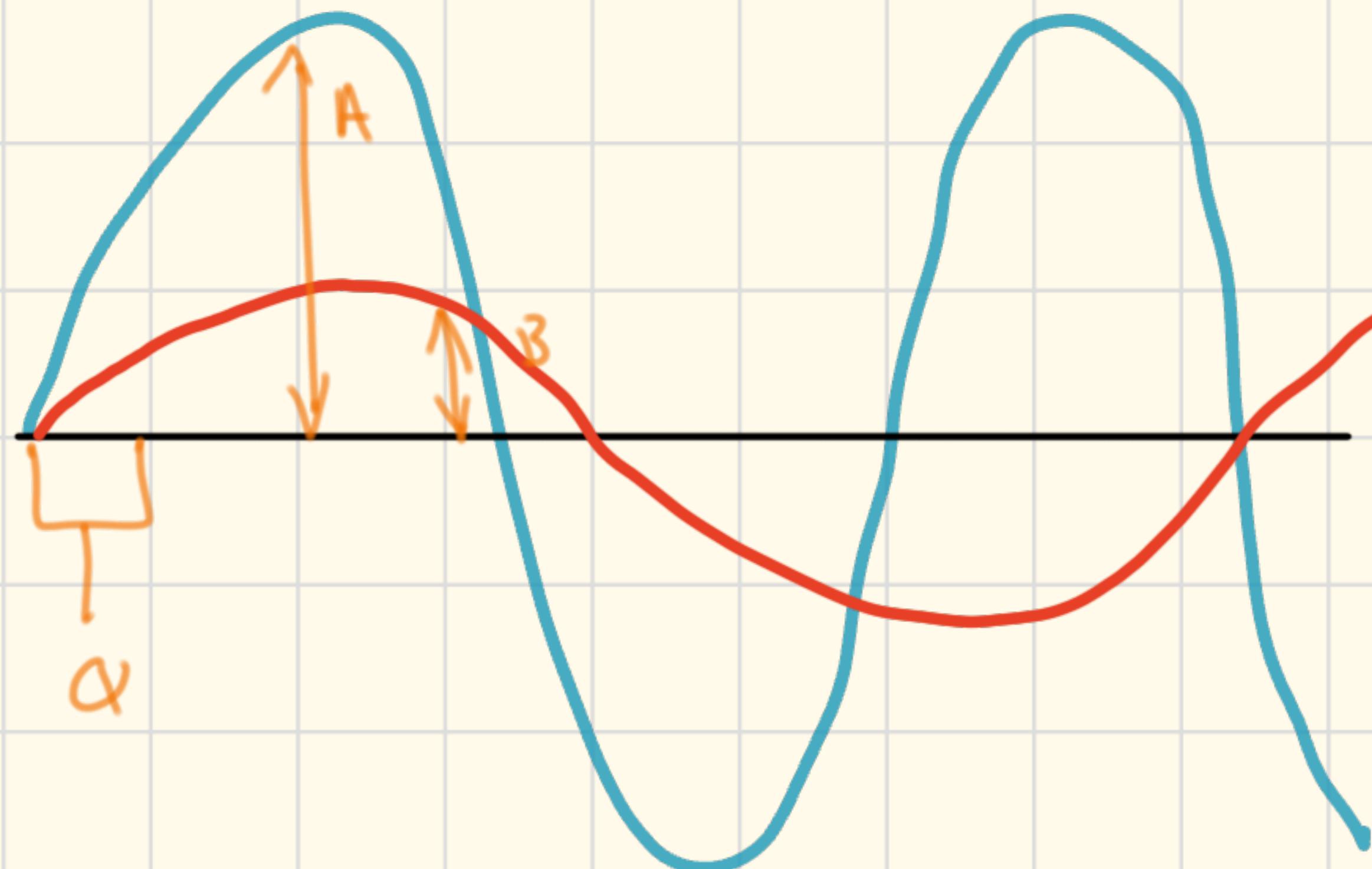
FASE (DF6)



10^{-1} 10^0 → Decadas

El diagrama me dice la amplitud y

el desfase



A = Amplitud senoidal de entrada

B = Amplitud de salida

α = Angulo de desfase

VENTAJA: Podemos analizar cada elemento de una función por separado y el efecto se obtiene de la suma de magnitud e fase.

ELEMENTOS BÁSICOS DE LA FUNCIÓN DE TRASFERENCIA

* **GANANCIA:** Amplifica o atenua una entrada sin introducir retrasos o adelantos en la señal de salida

$$G(j) = K \rightarrow G(j\omega) = K$$

FUNCION DE TRANSFERENCIA.

$H(j\omega)$ Función de forma compleja ($\omega=2\pi f$)

- * Modulo \Rightarrow Ganancia $|H(j\omega)|$ Amplitud
- * $\varphi(H(j\omega))$ su argumento respuesta Fase

EL DECIBELIO \Rightarrow se define como el logaritmo decimal del cociente entre esas dos potencias. Al ser una unidad muy grande se prefiere el uso del decibelio.

$$G = \log_{10} P_2/P_1 \text{ bel} \quad G = 10 \cdot \log_{10} P_2/P_1 \text{ dB}$$

↓
DECIBELIO

→ Medir en decibelios ganancias de tensión o de corriente, podemos hacer una conversión de potencia.

$$G = 10 \cdot \log_{10} P_2/P_1 = 10 + \log_{10} \frac{V_2^2/R}{V_1^2 R} = 10 + \log_{10} \frac{V_2}{V_1}$$

- * Los sistemas lineales $G(s)$ cambia la amplitud y la fase pero no la frecuencia de las señales de entrada.
- * Su efecto en el dominio de la place es una multiplicación y en el dominio temporal es una convolución.

FUNCION DE TRASFERENCIA DE SEGUNDO ORDEN

$$G(s) = \frac{W_n^2}{s^2 + 2\zeta W_n s + W_n^2}$$

Frecuencia Natural

Ganancia \rightarrow

ζ Factor de Amortiguamiento

Polos de la función del sistema de segundo or.

* Sistema de segundo orden * Forma general

$$s^2 + 2\zeta W_n s + W_n^2$$

$$as^2 + bs + c$$

\rightarrow Raíces de ED Segundo

$$s_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

\rightarrow constantes por comparación

$$a = 1$$

$$b = 2\zeta W_n$$

$$c = W_n^2$$

→ Polos del sistema

$$s_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

$$\zeta^2 - 1 = -1(1 - \zeta^2)$$

$$\text{Si } \sqrt{-1(1 - \zeta^2)} = \sqrt{-1} \sqrt{1 - \zeta^2} = \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$s_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

Se define la Frecuencia natural amortiguada

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\omega_d = \omega_n$$

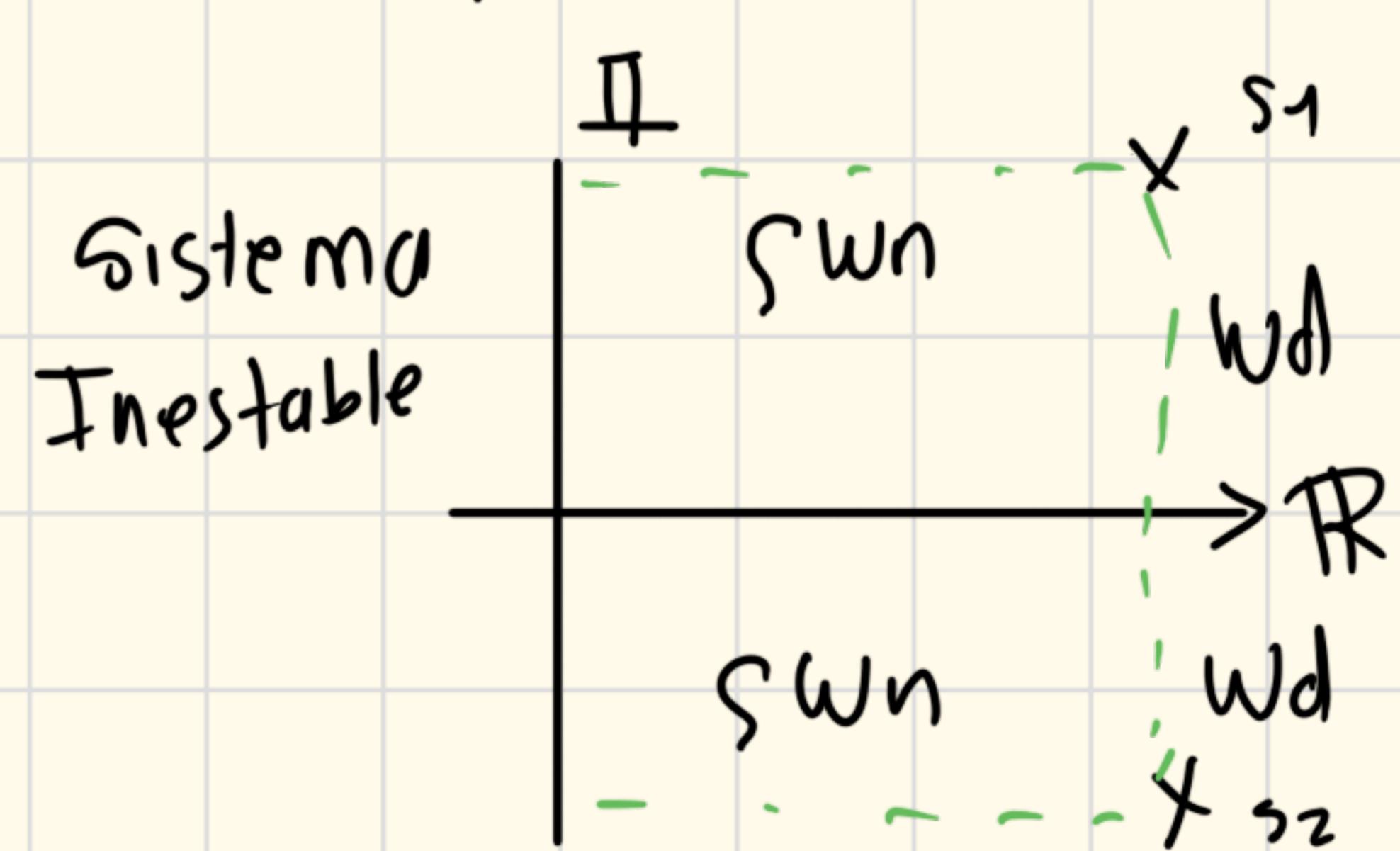
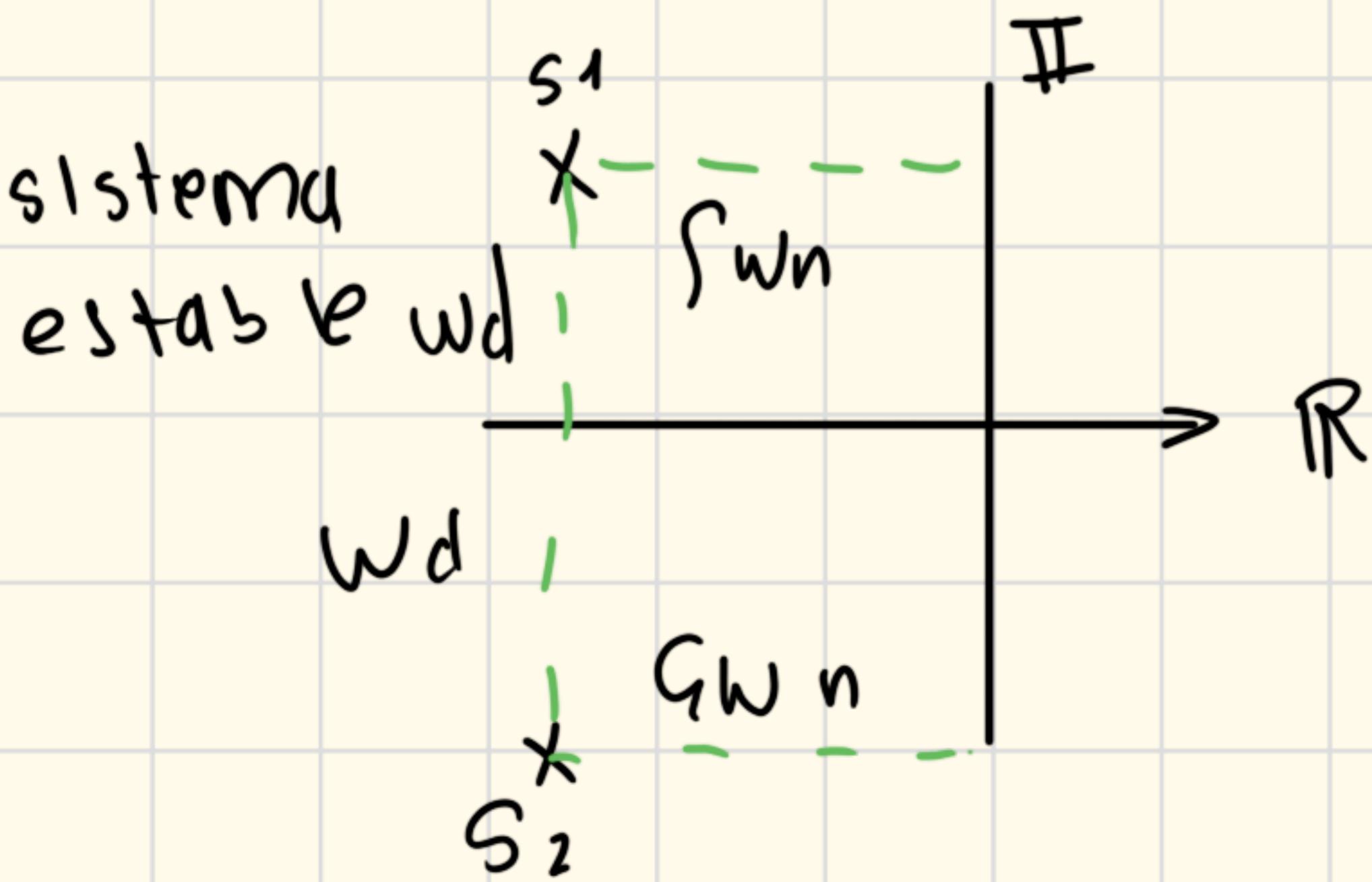
Por lo tanto $s_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm \omega_d$.

$$G(s) = K \frac{\omega_n^2}{(s + \zeta \omega_n + \omega_d)(s + \zeta \omega_n - \omega_d)}$$

Nos define si el elemento es estable

$$\text{Si } \zeta \omega_n \geq 0$$

$$\text{Si } \zeta \omega_n < 0$$

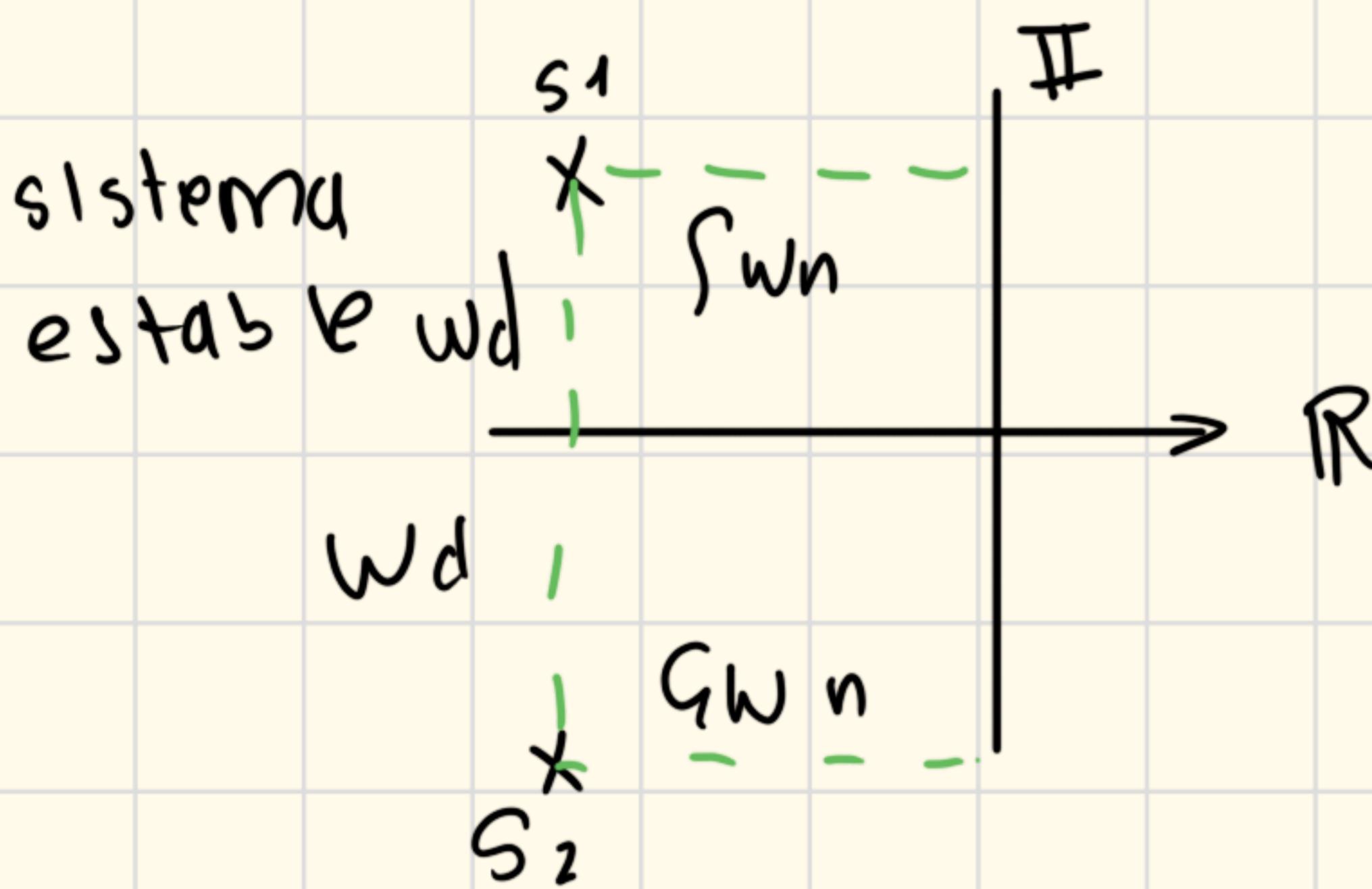


TIPOS DE COMPORTAMIENTO.

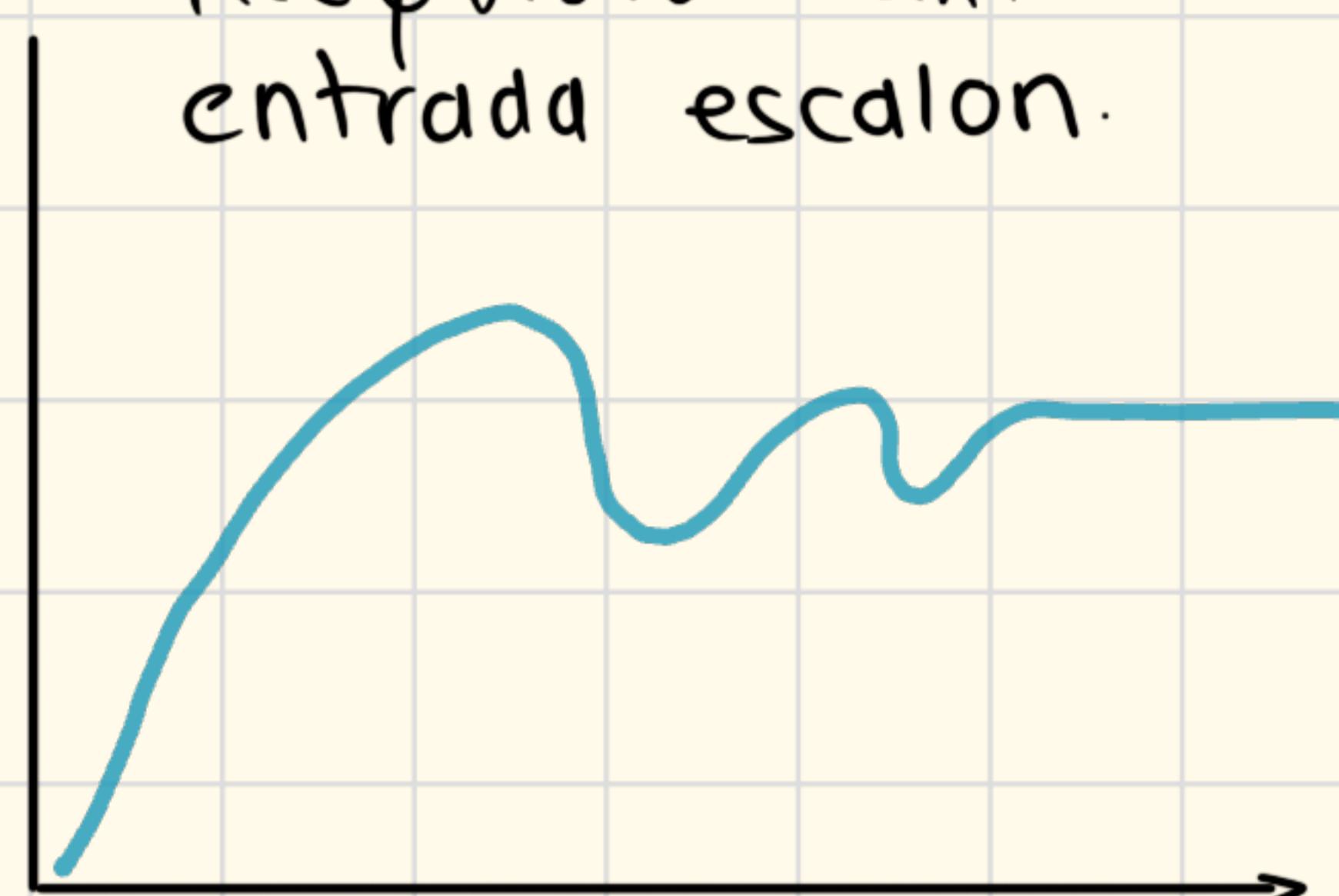
A]. Sistema sub Amortiguado $0 < \zeta < 1$

$$\text{Polos } s_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm j\omega_d$$

$$\text{si } \zeta \omega_n \geq 0$$



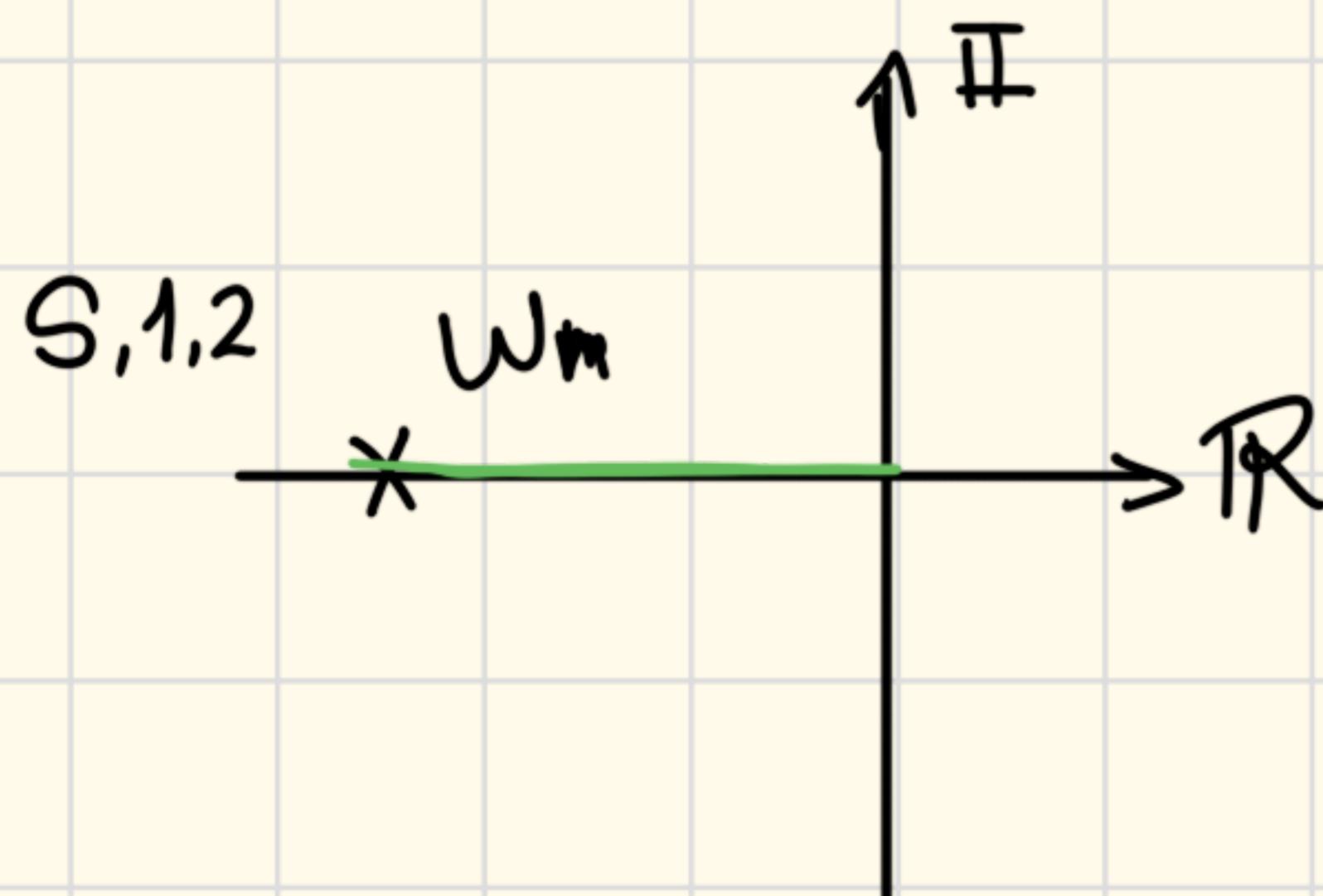
Respuesta ante
entrada escalon.



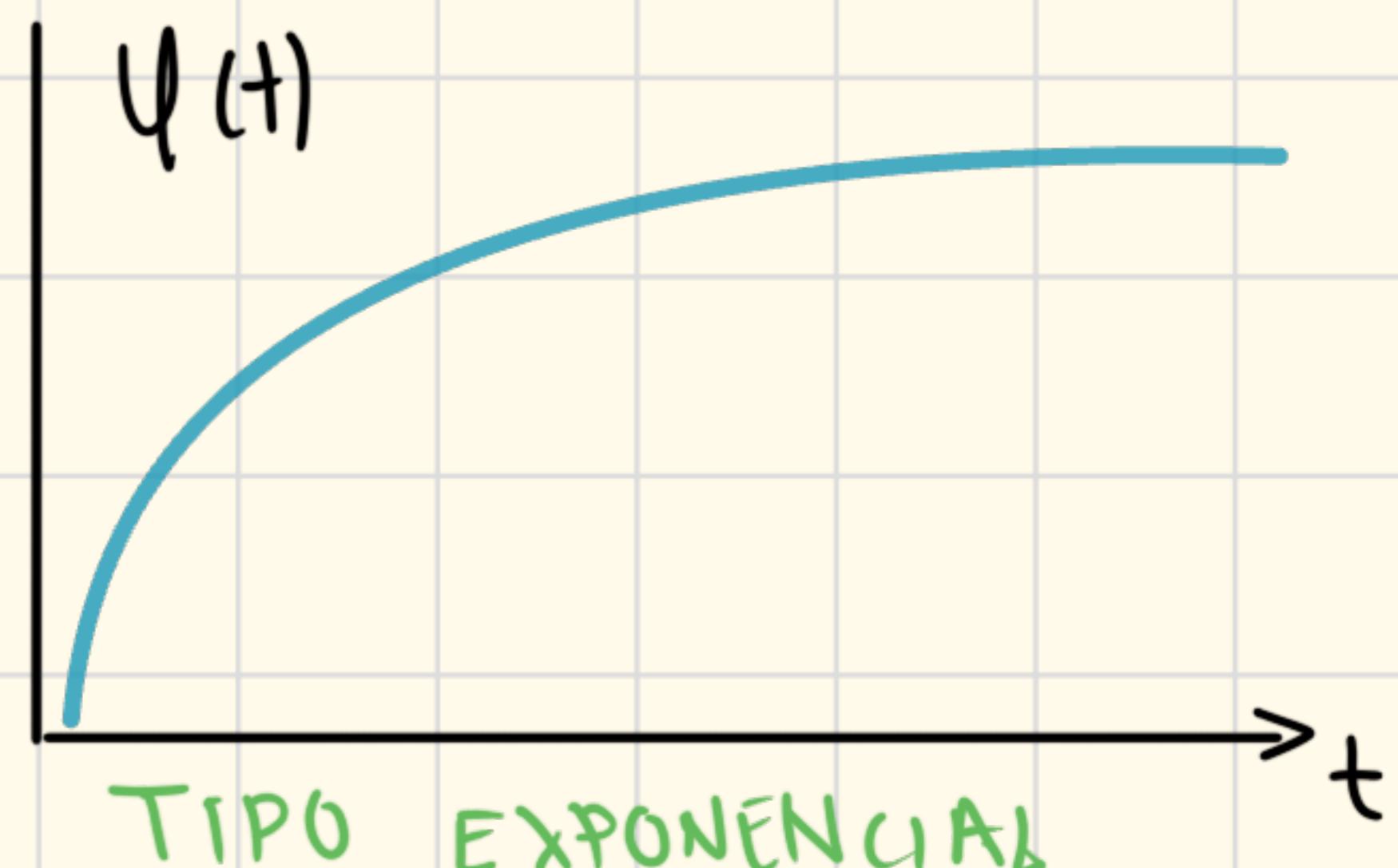
B] Sistema Críticamente Amortiguado $\zeta = 1$

$$\text{Polos } s_{1,2} = -\omega_n$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - C^2} = 0$$



Respuesta ante
entrada escalón

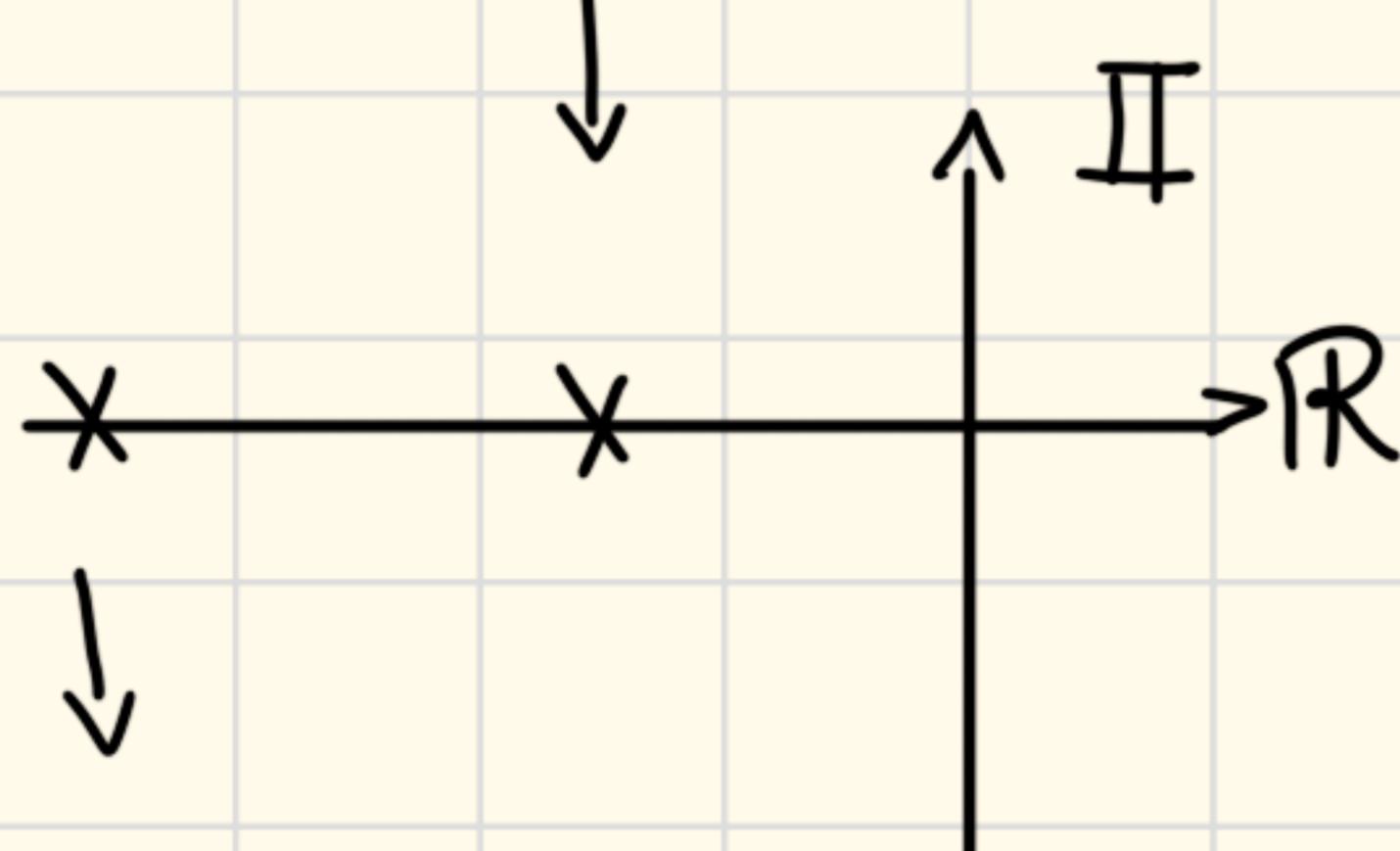


SIN OSILACIONES manera
mas rápida de llegar al
estado estacionario

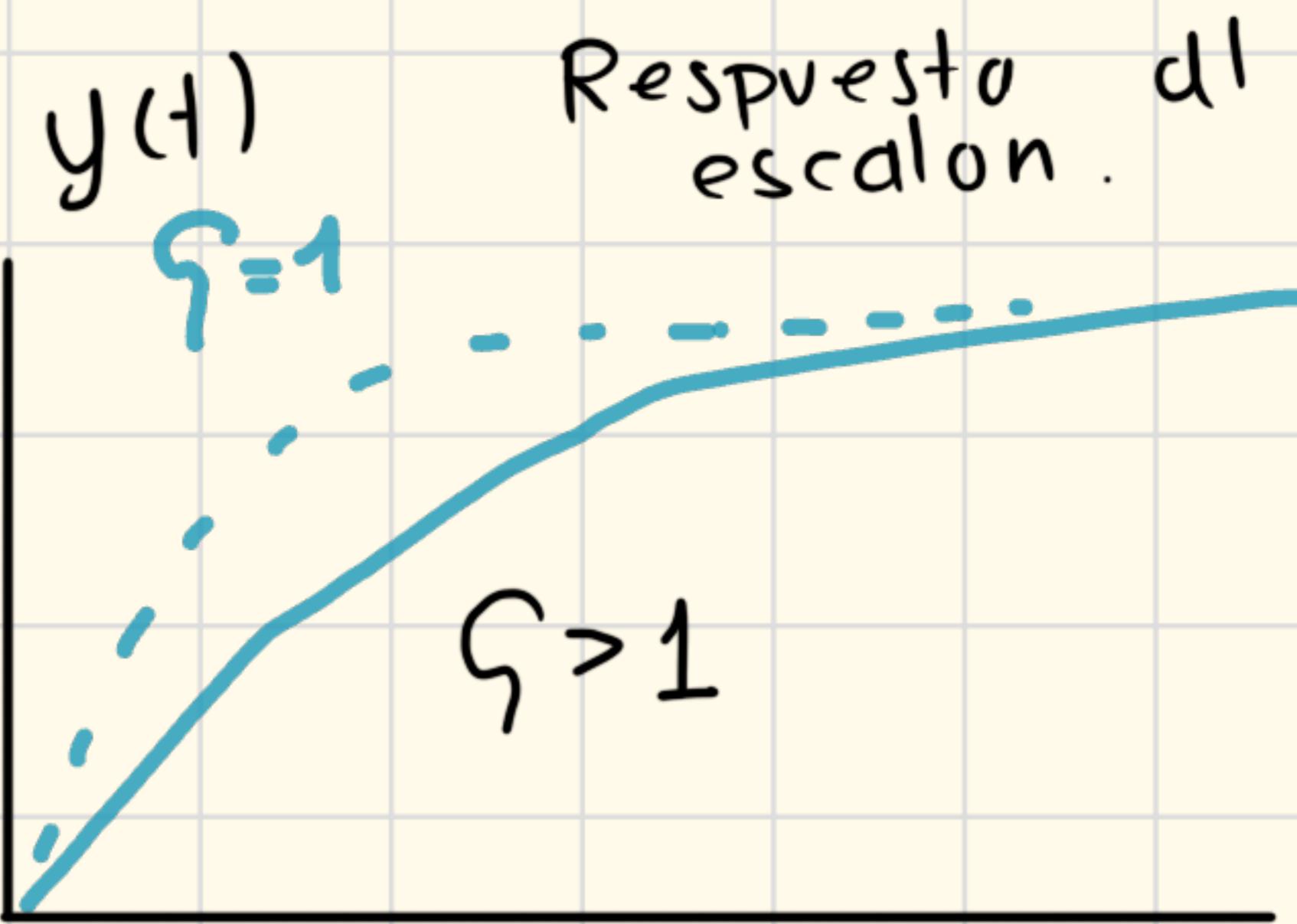
C] Sistema Sobre Amortiguado $\zeta > 1$

$$\text{Polos } s_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

$$s_1 = -\zeta \omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

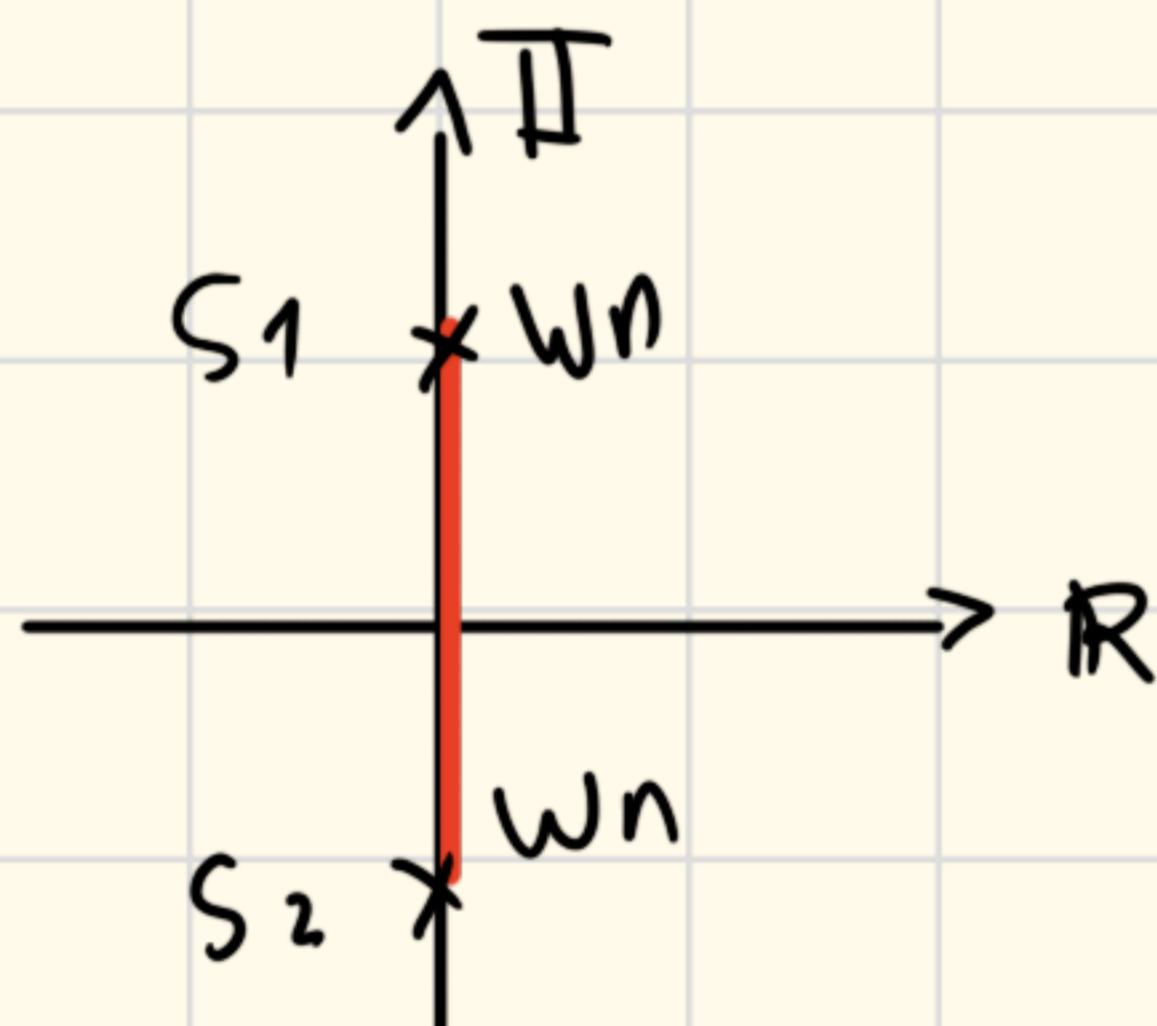


$$s_2 = -\zeta \omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$



D] Sistema sin Amortiguamiento $\zeta = 0$

$$\text{Polos } s_{1,2} = \pm j\omega_n$$



SISTEMA MASA-RESORTE-AMORTIGUADOR

$$\frac{\chi(s)}{F(s)} = \frac{1}{m s^2 + b s + K}$$

$1/m$
 $1/m$

$m s^2 + b s + K \longrightarrow$ Polinomio mónico.

$$G(s) = \frac{\frac{1}{m} + \frac{k}{m}}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}} = \frac{\frac{1}{k}}{\frac{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}}{k}} = \frac{\frac{1}{k}}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}}$$

COMPARANOS

$$S^2 + + 2 \zeta W_n S + W_n^2 \longleftrightarrow S^2 + \frac{b}{m} S + \frac{K}{m}$$

$$K = \frac{1}{m} \quad \omega_n^2 = \frac{K}{m} \rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$2G_{WN} = \frac{b}{m} G - \frac{b}{2m\omega_n}$$

TIPO DE RESPUESTA	CONDICION SOBRE EL FACTOR AMOR	CARACTERISTICAS	CUALITATIVAS
SUBAMORTIGUADA	$0 < \zeta < 1$	Oscila y decae exponencialmente polos complejos conjugados con parte real < 0 .	
CRITICAMENTE AMORTIGUADA	$\zeta = 1$	Respuesta más rápida sin oscilaciones : polo real e igual a ($-w_n$)	
SUBAMORTIGUADA	$\zeta > 1$	No oscila ; dos polos reales negativos distintos , respuesta más lenta que la crítica.	
INESTABLE	$\zeta < 0$ (o $R < 0$)	Al menos un polo parte real > 0 la amplitud crece sin límite	

2] MODULACION DE BANDA LATERAL UNICA.

Es una forma de modulación de amplitud (AM) en el que se elimina una de las bandas laterales y la onda portadora, dejando una de las bandas laterales.



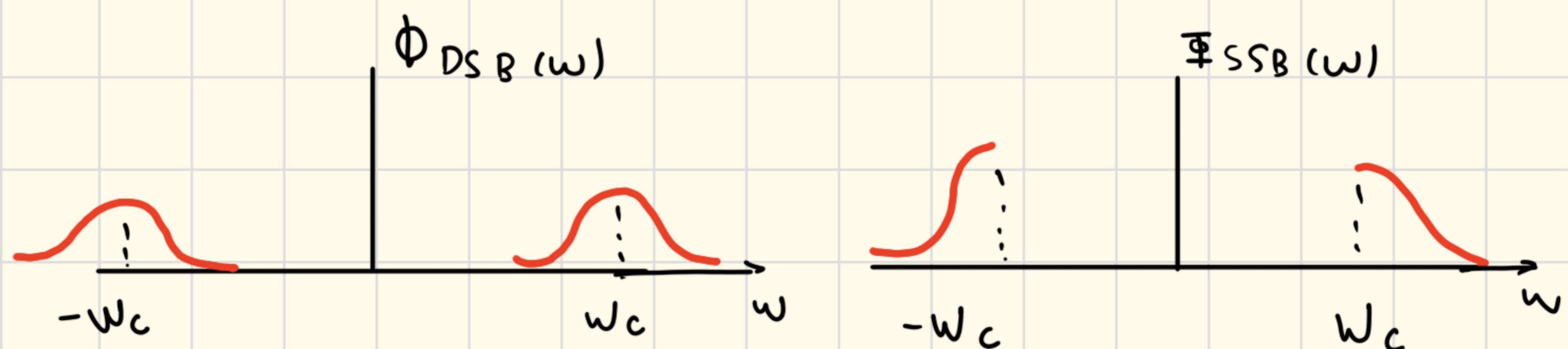
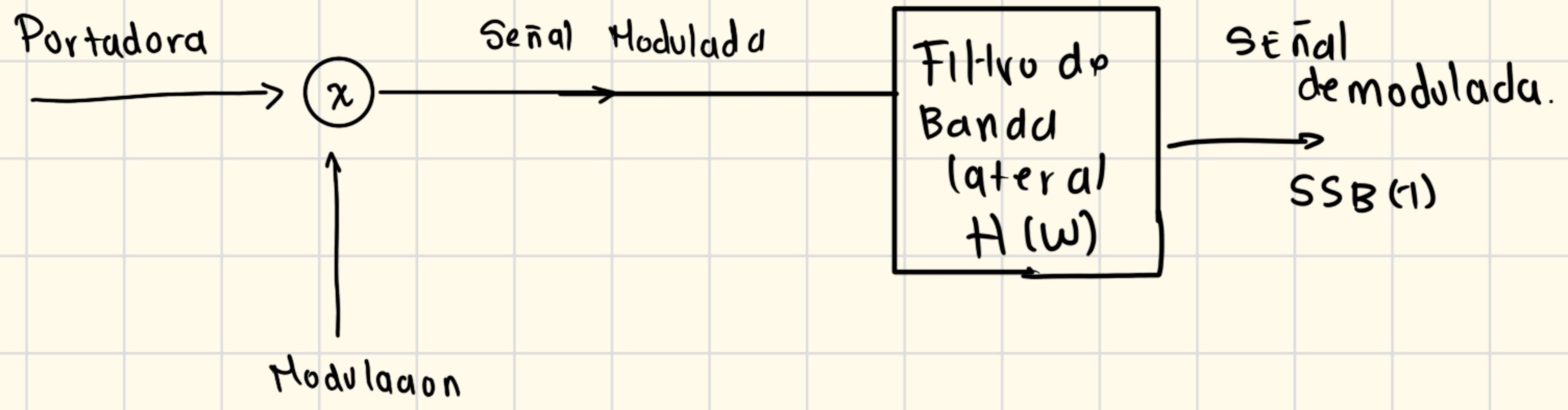
MODULACION AM EN LA FRECUENCIA

A. Que ganamos

1. Al suprimirse la portadora, el ahorro de energía
2. El rendimiento y esfuerzo del paso de amplificación PA es menor que el de modulación AM
3. Reducción de banda de Banda a la mitad.
4. La potencia de ruido térmico se reduce a la mitad se ganan 3dB en la relación a ruido.
5. Disminuye el desvanecimiento selectivo
6. La ganancia total puede llegar a ser 12dB

B. Que se pierde

1. Receptor más complejo que uno AM
2. Dificultad en la sintonización de la señal



FILTROS DE ORDEN SUPERIOR Y APROXIMACIONES

Hacemos filtros para hacerlos mas parecidos a un filtro ideal que corten mucho mas rapido dejando únicamente las frecuencias que necesitamos o queremos.

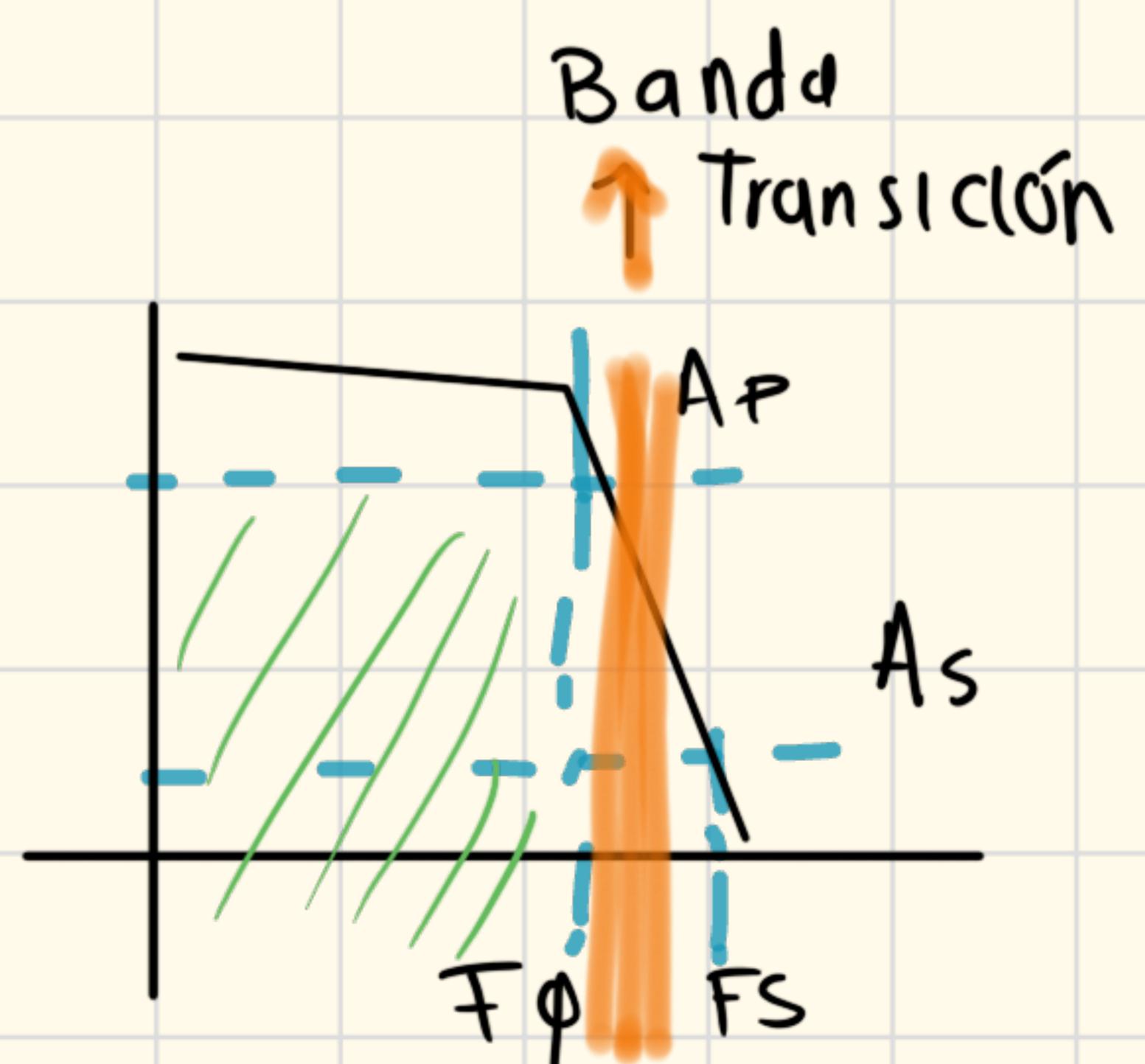
PARA DISEÑARLOS NECESITAMOS

$F_p \rightarrow$ Frecuencia de interes

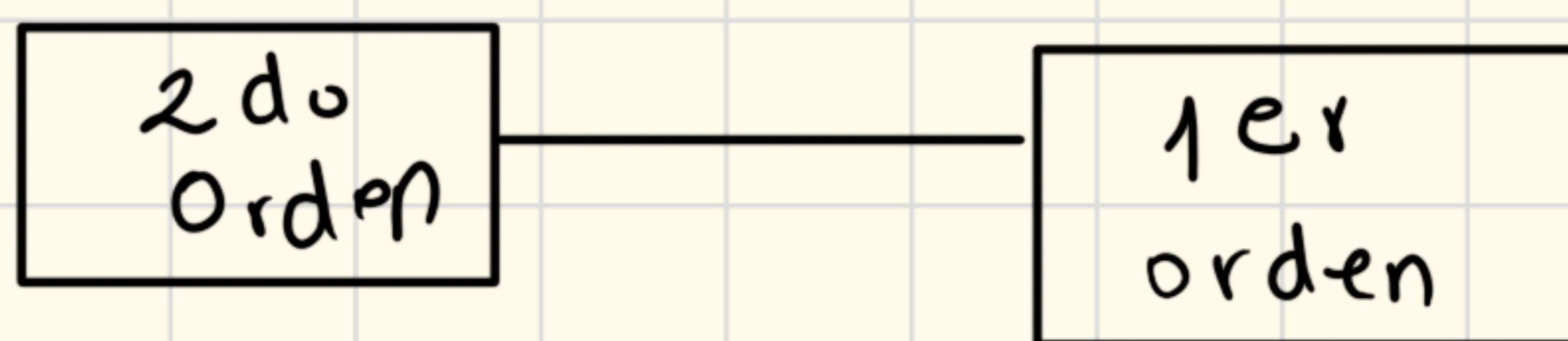
$F_s \rightarrow$ Frecuencia de corte

$A_p \rightarrow$ Atenuación banda pasante

$A_s \rightarrow$ Atenuación de corte

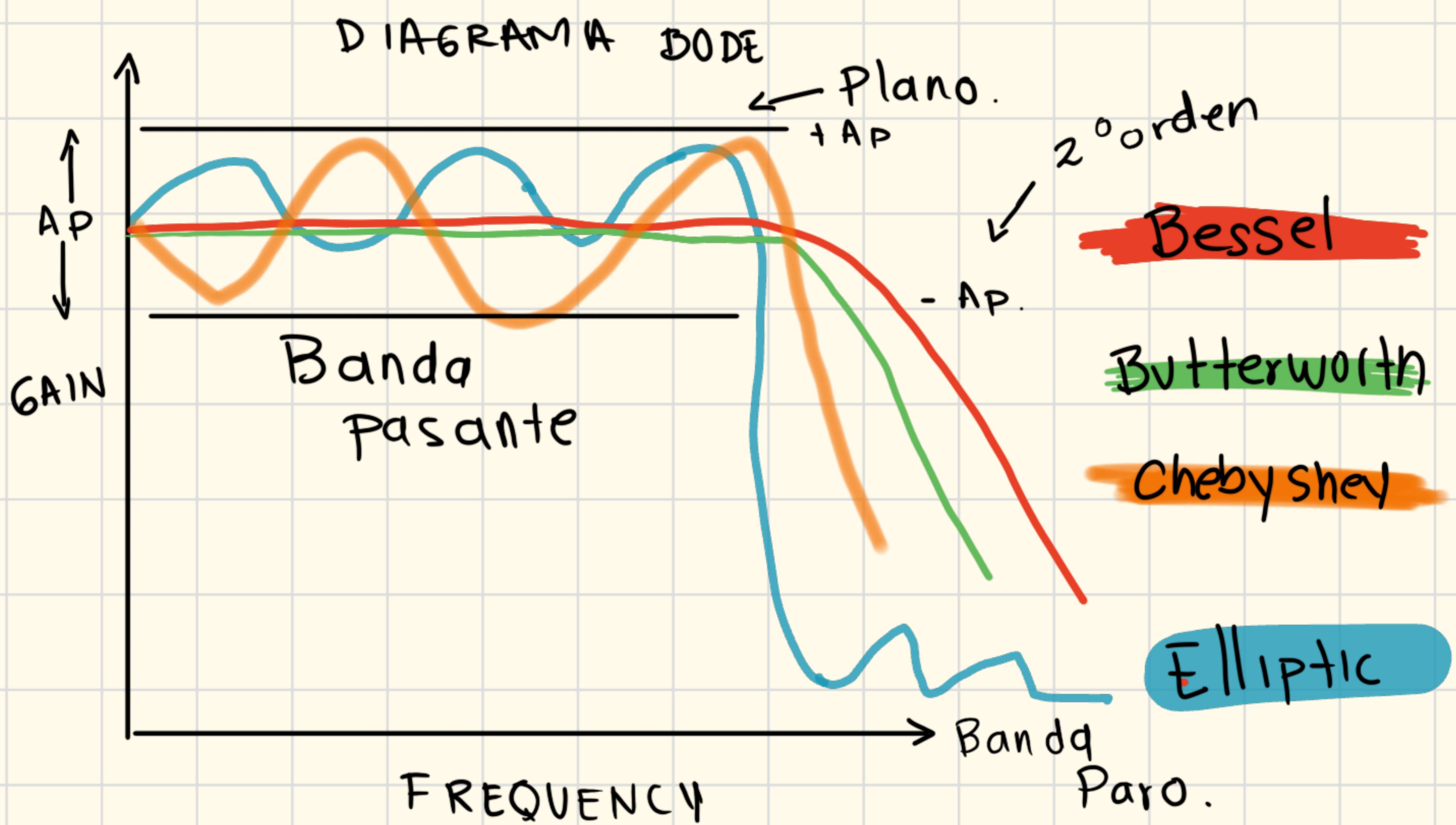


Para hacer Filtros de orden superior necesitamos colocar filtros en cascada.



Aproximaciones: Son modelos matemáticos que nos permite determinar el modelo del filtro con características como:

- A.] Rizado en la banda pasante
- B.] Caída más rápida (Parecidas a un filtro ideal)
- C.] Rizado en banda de paro
- D.] Defasamientos más o menos lineales



- * Butterworth => Banda pasante sin rizado
- * Chebyshov tipo I => Rizado en banda pasante , caida mas rápida
- * Chebyshov tipo II => Rizado en banda pasante y de rechazo, caida mas rápida
- * Elíptico (Caucer) => Es el que cae mas rápido de todos , pero con mas rizado y desfasamiento muy clinal
- * Bessel => Caída más lento , pero desfasamiento clinal