

LABORATOR #9

EX#1 Fie $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Creați un fișier în Python[®] prin care

- (a) să se afișeze graficul funcției f pe intervalul $[a, b]$;
- (b) să se determine și să se afișeze aproximarea numerică a integralei $\int_a^b f(x) dx$ folosind metoda Monte Carlo cu eșantionare aleatoare uniformă în intervalul $[a, b]$ (folosind $n \in \mathbb{N}$ eșantioane);
- (c) să se afișeze graficul aproximărilor integralei $\int_a^b f(x) dx$ în funcție de numărul n de eșantioane;
- (d) pentru $n \in \mathbb{N}$ fixat, să se realizeze N simulări pentru (b);
- (e) să se afișeze histograma corespunzătoare simulărilor realizate la (d);
- (f) să se realizeze (a)-(e) pentru
 - (i) $f(x) = e^{-x^2}$ și intervalele $[0, 1]$ și $[0, 5]$;
 - (ii) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ și intervalul $[0, \pi]$;
 - (iii) $f(x) = \sin x^2$, $f(x) = \cos x^2$ și intervalul $[0, 2\pi]$;
 - (iv) $f(x) = e^{e^x}$ și intervalul $[0, 1.5]$;
 - (v) $f(x) = 10 e^{-10x} x^2 \sin x$ și intervalul $[0, 100]$.

EX#2 Fie $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Creați un fișier în Python[®] prin care

- (a) să se determine și să se afișeze aproximarea numerică a integralei $\int_a^b f(x) dx$ folosind metoda Monte Carlo cu eșantionare aleatoare după importanță (folosind $n \in \mathbb{N}$ eșantioane), pentru o distribuție de importanță aleasă;
- (b) să se afișeze graficul aproximărilor integralei $\int_a^b f(x) dx$ în funcție de numărul n de eșantioane;
- (c) să se realizeze (a)-(b) pentru $f(x) = 10 e^{-10x} x^2 \sin x$ și intervalul $[0, 100]$, cu distribuția de importanță $Exp(10)$.

EX#3 Fie $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Pentru $\sigma^2 < \infty$, considerăm filtrul Gaussian

$$F_{\sigma^2}(x) := \int_{\mathbb{R}} f(x - y)p(y) dy, \quad x \in [a, b],$$

unde $p(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-y^2}{2\sigma^2}}$ este funcția de densitate a normalei $N(0, \sigma^2)$.

Creați un fișier în Python[®] prin care

- (a) să se afișeze graficul funcției $f(x) = \sin(2x) + 0.3 \cos(10x) + 0.05 \sin(100x)$ pe intervalul $[0, 5]$;

- (b) pentru $\sigma^2 < \infty$ fixat și pentru o partiție $a = x_0 < x_1 < \dots < x_M = b$ a intervalului $[a, b] = [0, 5]$, să se aproximeze numeric $F_{\sigma^2}(x_i)$, $i = \overline{1, M}$, folosind metoda Monte Carlo cu eșantionare aleatoare după importanță, folosind distribuția de importanță $N(0, \sigma^2)$;
- (c) pentru $\sigma^2 < \infty$ fixat, să se afișeze graficul aproximării funcției F_{σ^2} obținută la (b) pe intervalul $[0, 5]$;
- (d) să se realizeze (b)-(c) pentru pentru $\sigma \in \{1, 0.5, 0.2, 0.1, 0.05\}$.

Indicații Python®: `numpy`, `numpy.random`, `scipy.stats`, `matplotlib.pyplot`,
`matplotlib.pyplot.hist`