Distribución de diferencias muestrales (extras)

Amado Rosas Archiveque

1. Dos marcas de bombillas de alumbrado público, A y B tienen una duración promedio de 1400 y 1200 horas, respectivamente, y sus varianzas de 40000 y 10000 horas. Se extrae una muestra aleatoria de 125 por cada marca. Determine la probabilidad de que:

Datos	A	B
Media	1400	1200
Varianza	40000	10000
Desviación estandar	200	100
Tamaño de la muestra	125	125

a) La marca A tenga una vida media de por lo menos 160 horas más que B.

i. Calcular la media y la desviación estandar de la distribución de la diferencia de las medias muestrales.

$$\mu_D = \bar{X}_1 - \bar{X}_2 = 200$$

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{200^2}{125} + \frac{100^2}{125}} = 20$$

ii. Estandarizar la variable aleatoria para calcular la probabilidad

$$P((\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \geq 160)$$

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_D}{\sigma_D} = \frac{160 - 200}{20} = -2$$

iii. Calcular la probabilidad

$$P(Z \geq -2) = 1 - P(Z < -2) = 1 - 0.0228 = 0.9772$$

b) La marca A tenga una vida media de por lo menos 250 horas más que B.

$$P((\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \geq 250)$$

$$Z = \frac{250 - 200}{20} = 2.5$$

$$P(Z \geq 2.5) = 0.0062$$

2. El tiempo promedio requerido para ejecutar un determinado trabajo es de 2 horas, mientras que para otro trabajo, otro grupo de trabajadores, gasta una hora y media Se sabe que la desviación estándar para cada uno de estos trabajos es de 30 y 20 minutos respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad, si se toman dos muestras de 30 trabajadores cada una, de que el promedio requerido para ejecutar el segundo trabajo sea mayor que el primero?

Datos	Trabajo A	Trabajo B
Media	120	90
Desviación estandar	30	20
Tamaño de la muestra	30	30

i. Calcular la media y la desviación estandar de la distribución de la diferencia de las medias muestrales.

$$\mu_D = \bar{X}_2 - \bar{X}_1 = -30$$

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{30^2}{30} + \frac{20^2}{30}} = 6.58$$

ii. Estandarizar la variable aleatoria para calcular la probabilidad

$$P((\bar{X}_2 - \bar{X}_1) > 0)$$

$$Z = \frac{(\bar{X}_2 - \bar{X}_1) - \mu_D}{\sigma_D} = \frac{0 - (-30)}{6.58} = 4.56$$

iii. Calcular la probabilidad

$$P(Z > 4.56) = 0$$