Distribucion muestral de las diferencias de proporciones

Amado Rosas Archiveque

1. Ciertas encuestas realizadas en una ciudad de la costa, revelan que el 25% de los hombres y el 33% de las mujeres escuchan cierto programa radial. ¿Cuál es la probabilidad de que en dos muestras de 150 hombres y 100 mujeres respectivamente, domiciliados en dicha ciudad, se encuentre que la proporción de mujeres que escuchan el programa sea menor o igual a la proporción de hombres?

Datos	Hombres	Mujeres
p	0.25	0.33
Muestra	150	100

   Sea p_1 la proporción de hombres que escuchan el programa y p_2 la proporción de mujeres que escuchan el programa.

   Debemos encontrar la probabilidad de que la proporción de mujeres que escuchan el programa sea menor o igual a la proporción de hombres, es decir, encontrar $P(p_1 - p_2 \geq 0)$.

   Calculamos la media y la desviación estandar de las diferencias donde $D = p_1 - p_2$

   $$\mu_D = 0.25 - 0.33 = -0.08$$

   $$\sigma_D = \sqrt{\frac{0.25(1-0.25)}{150} + \frac{0.33(1-0.33)}{100}} = 0.0588$$

   Para obtener la probabilidad, estandarizamos la diferencia

   $$Z = \frac{D - \mu_D}{\sigma_D} = \frac{0 - (-0.08)}{0.0588} = 1.36$$

Buscamos la probabilidad en la tabla de la distribución normal estándar

$$P(Z \geq 1.36) = 0.0869$$

2. El 12% de la producción de una máquina es defectuosa, mientras que en otra similar es del 15%. Si se extraen dos muestras de tamaños 80 y 100 respectivamente, ¿Cuál es la probabilidad (en cuanto al porcentaje de defectuosos):

Datos	**A**	**B**
p	0.12	0.15
Muestra	80	100

a) que las dos muestras revelen una diferencia superior al 3%.

Sea p_1 la proporción de defectuosos en la máquina A y p_2 la proporción de defectuosos en la máquina B, entonces debemos encontrar:

$P(|p_1 - p_2| \geq 0.03)$, es decir, $P(p_1 - p_2 \geq 0.03) + P(p_1 - p_2 \leq -0.03)$.

$$\mu_D = 0.12 - 0.15 = -0.03$$

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{0.12(1-0.12)}{80} + \frac{0.15(1-0.15)}{100}} = 0.0509$$

$$Z = \frac{0.03 - (-0.03)}{0.0509} = 1.179$$

$$P(Z \geq 1.179) = 0.1192$$

$$P(Z \leq -1.179) = 0.1192$$

$$P(|p_1 - p_2| \geq 0.03) = 0.2384$$

b) que el porcentaje en la muestra A, sea superior a la de B?

Debemos encontrar $P(p_1 - p_2 \geq 0)$.

$$Z = \frac{0 - (-0.03)}{0.0509} = 0.5894$$

$$P(Z \geq 0.5894) = 0.2778$$