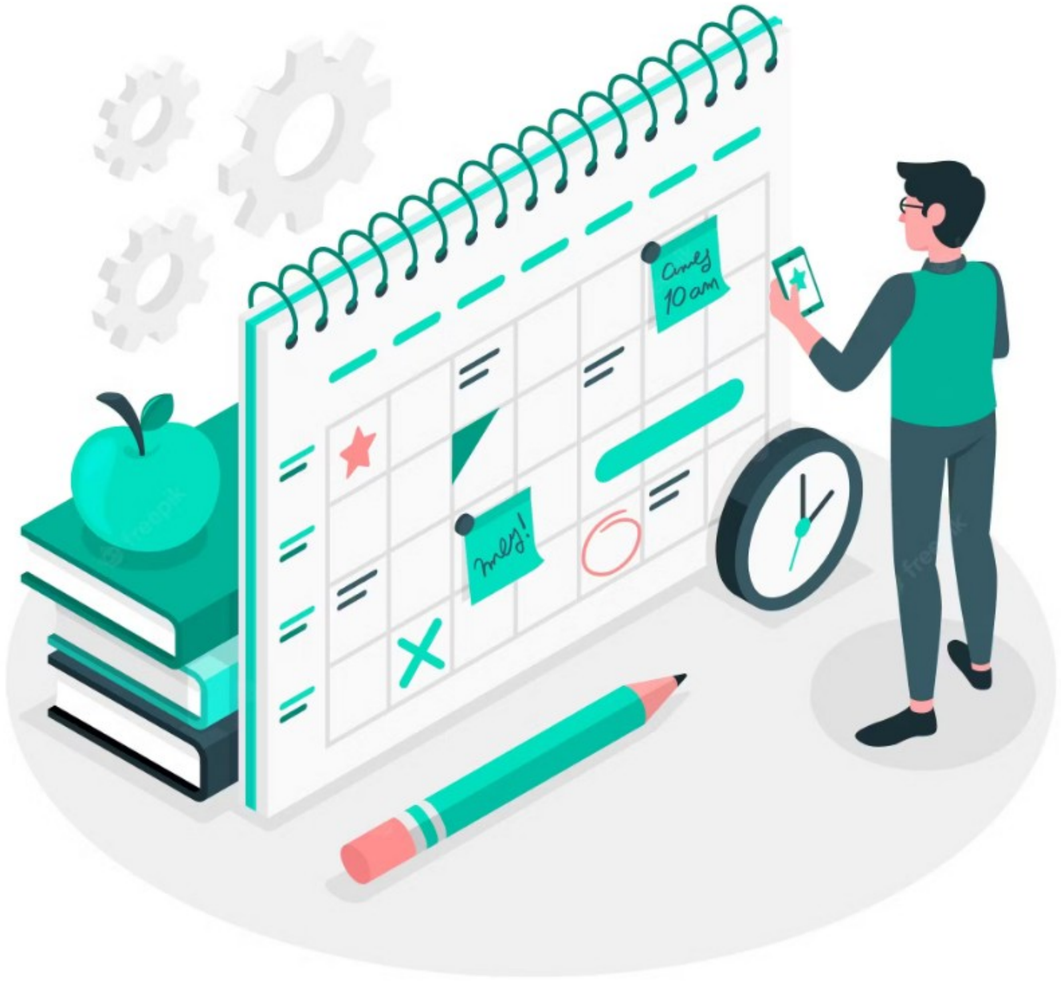
IN2010 Gruppe 4

Uke 6 - Grafer: Korteste stier og spenntrær

Mentimeter

Bli med :)

3



Dagens Plan

- Oblig 1 Info
- Pensum-gjennnomgang
- Gruppeoppgaver

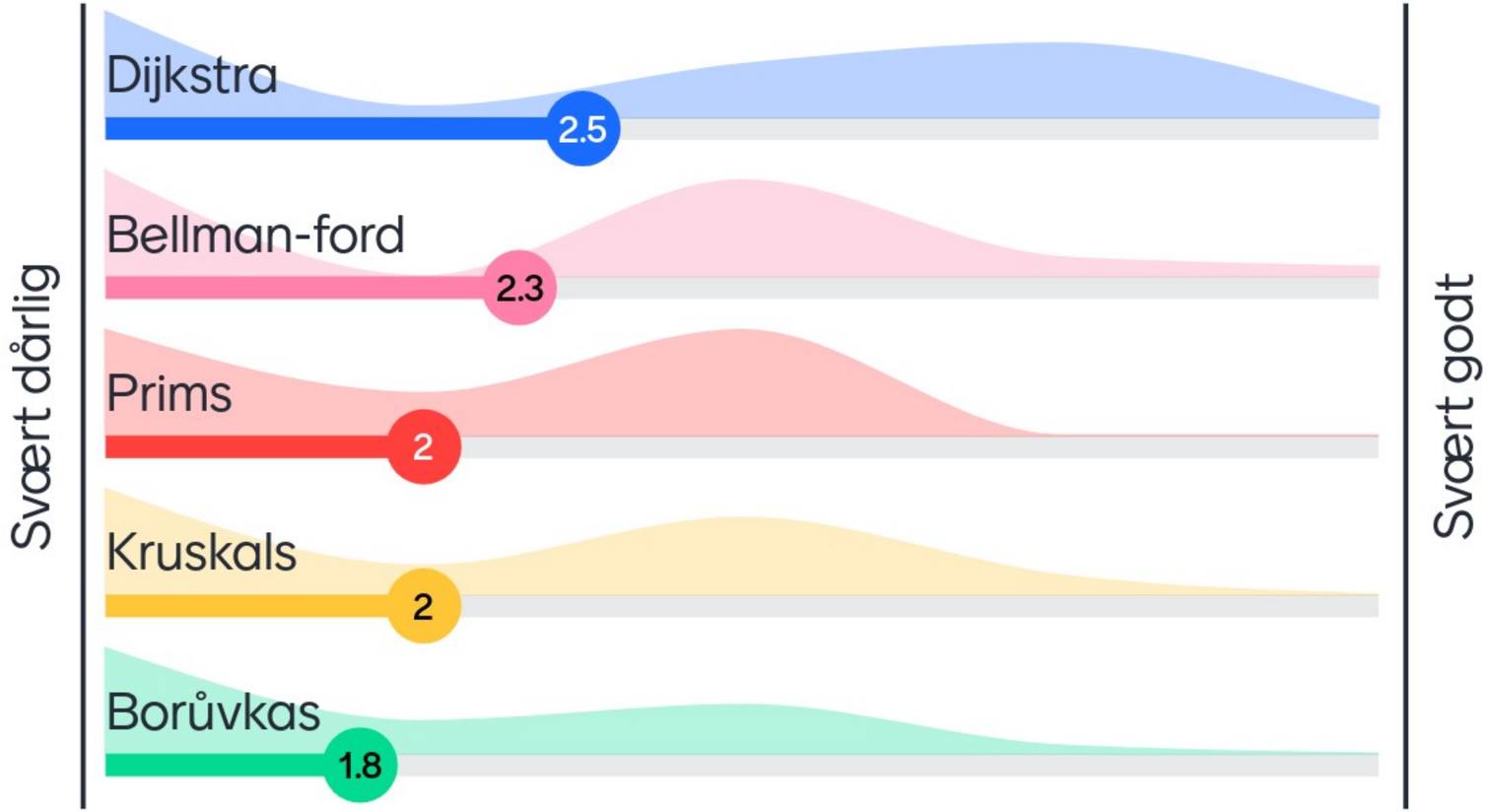
Oblig 1 Samretting

Frist idag!

Utsettelse?

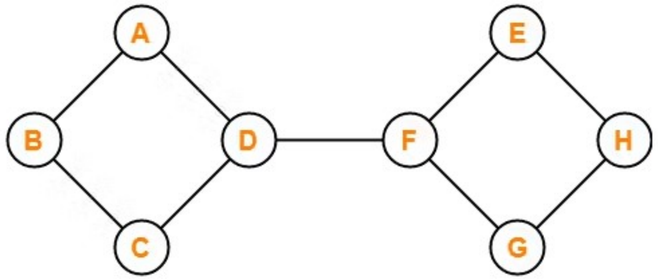
Send mail til: michael@uio.no

Hvor godt forsto du ukens pensum?



Mentimeter

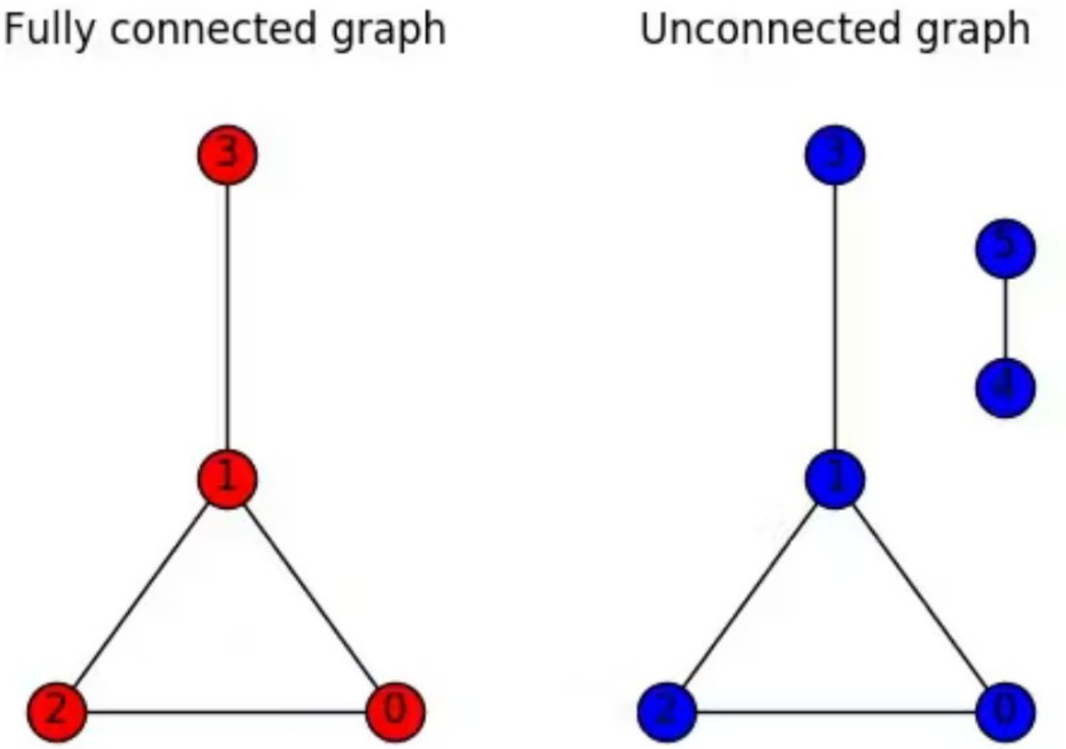
Pensumgjennomgang



Example of Connected Graph

Sammenhengende grafer

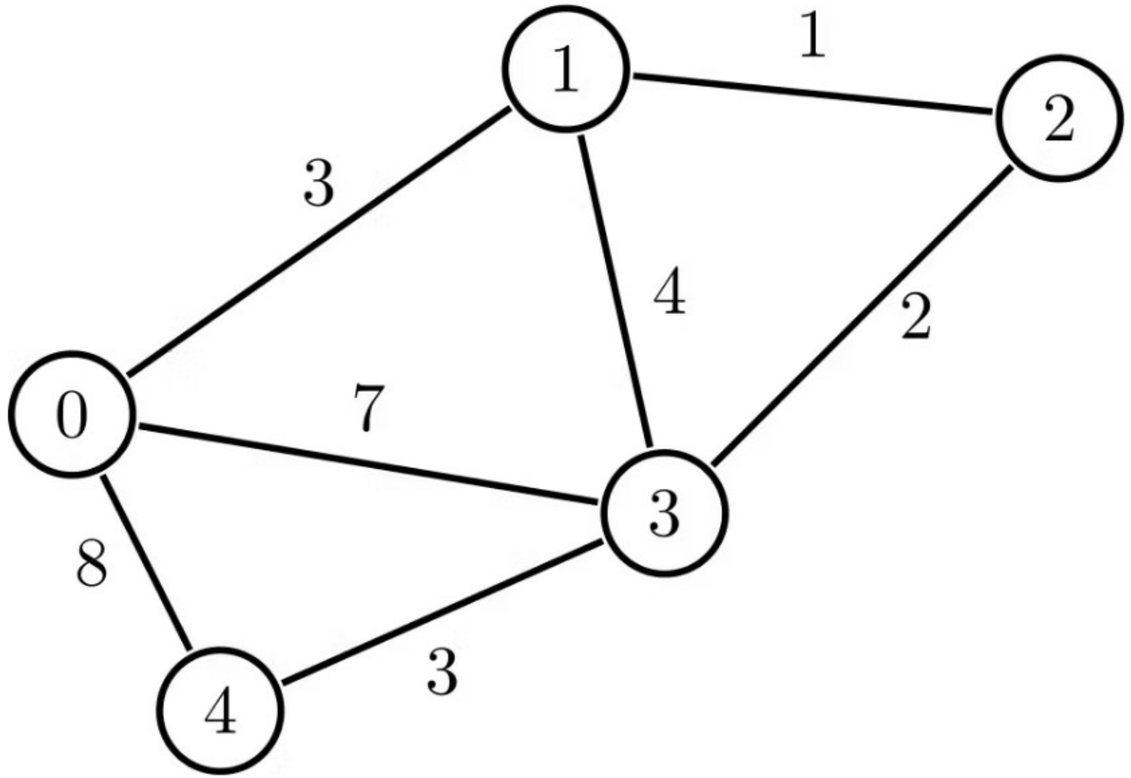
En graf G = (V , E) kalles for sammenhengende hvis det finnes en sti mellom hvert par av noder



Sammenhengende vs ikke sammenhengende

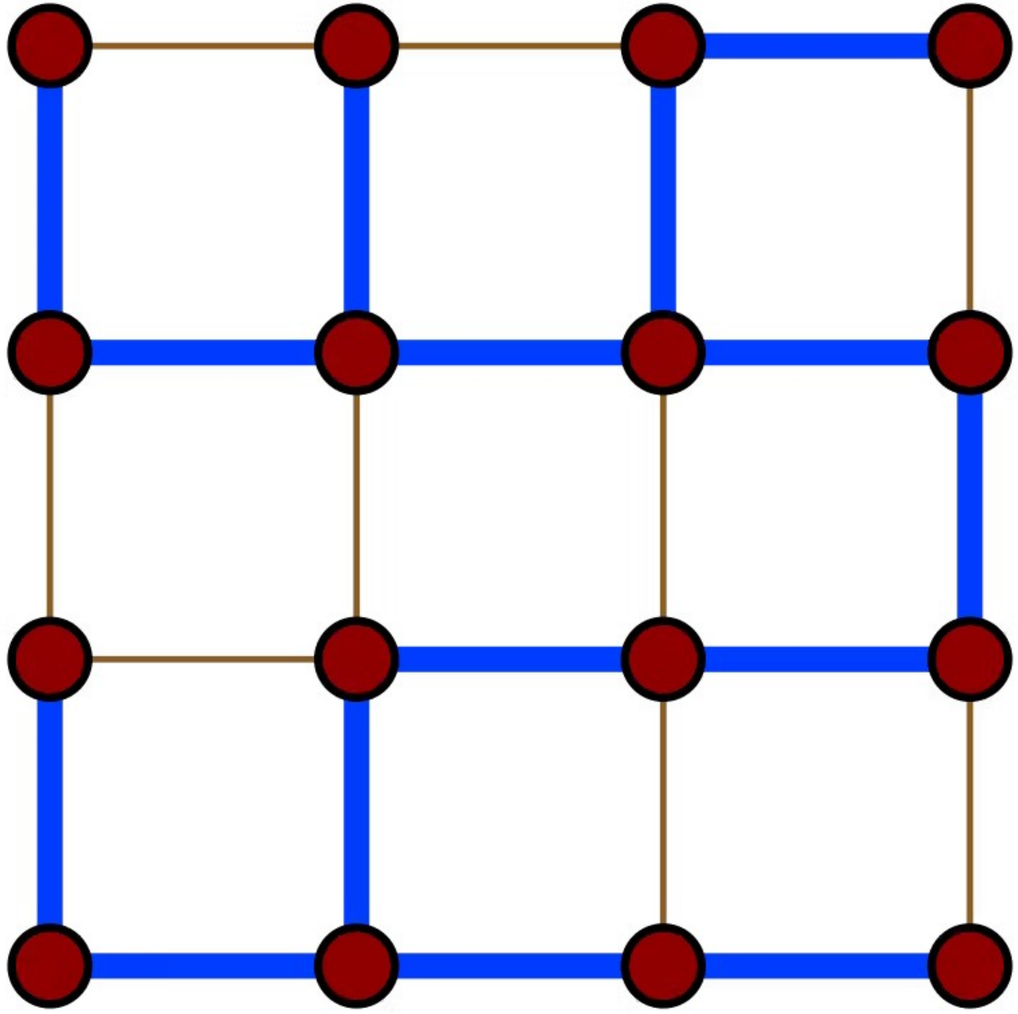
Vektede Grafer

- Kant har en verdi
- Kan være positiv eller negativ



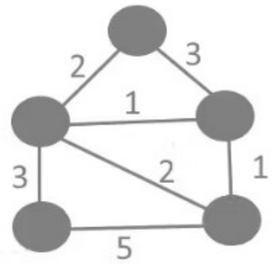
Mentimeter

Spenntræer

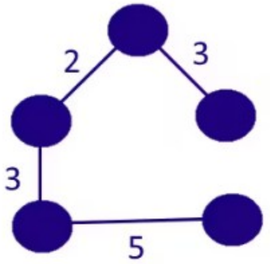


Spenntrær(Definisjon + uvektet grafer)

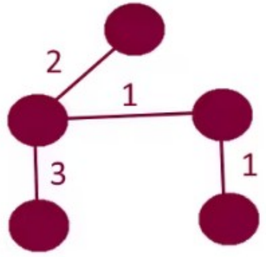
- Spentreet til en graf er grafen G' som inneholder alle noder fra den originale grafen G, men akkuratt nok kanter til å gjøre grafen sammenhhengende
-
- Sammenhengende graf uten sykler
- DFS og BFS kan brukes for å finne spenntrær på uvektede grafer



Graph



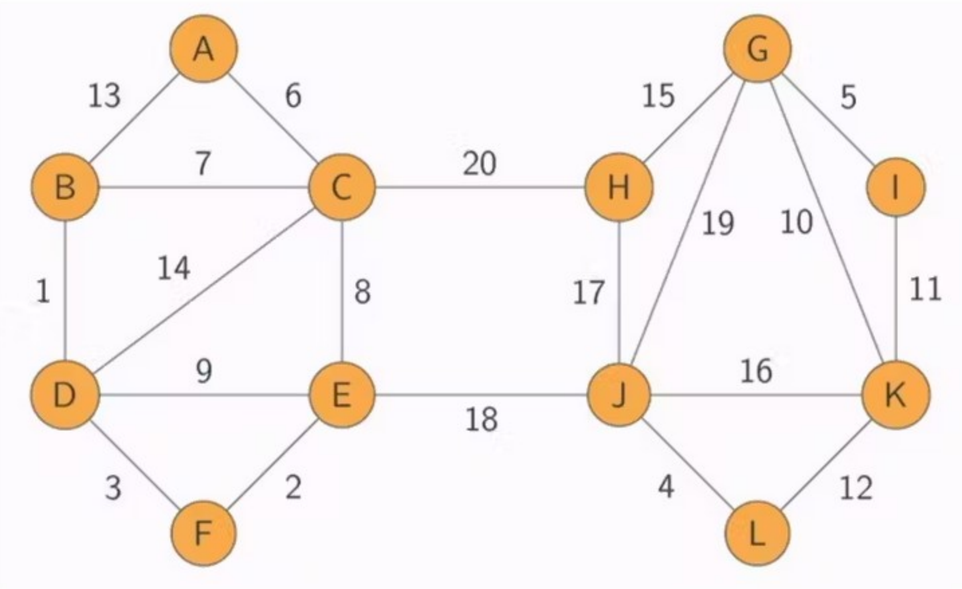
Spanning Tree
Cost = 13



Minimum Spanning
Tree, Cost = 7

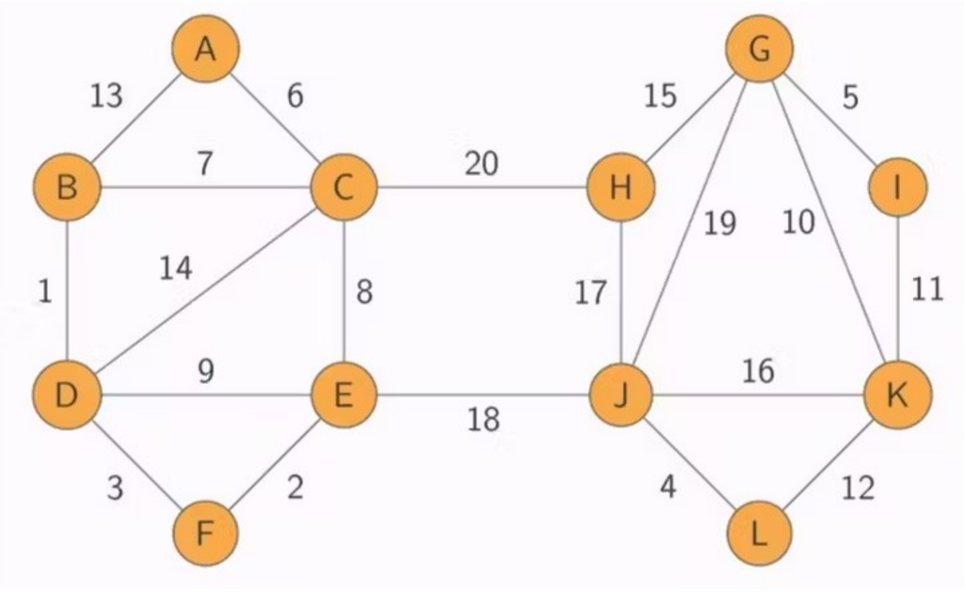
Minimale Spenntrær

- Gjelder for vektedegrafer
- Vi ønsker å ha et spenntræ slik at summen av kantene er så liten som mulig
- Vi introduserer nye algoritmer for dette



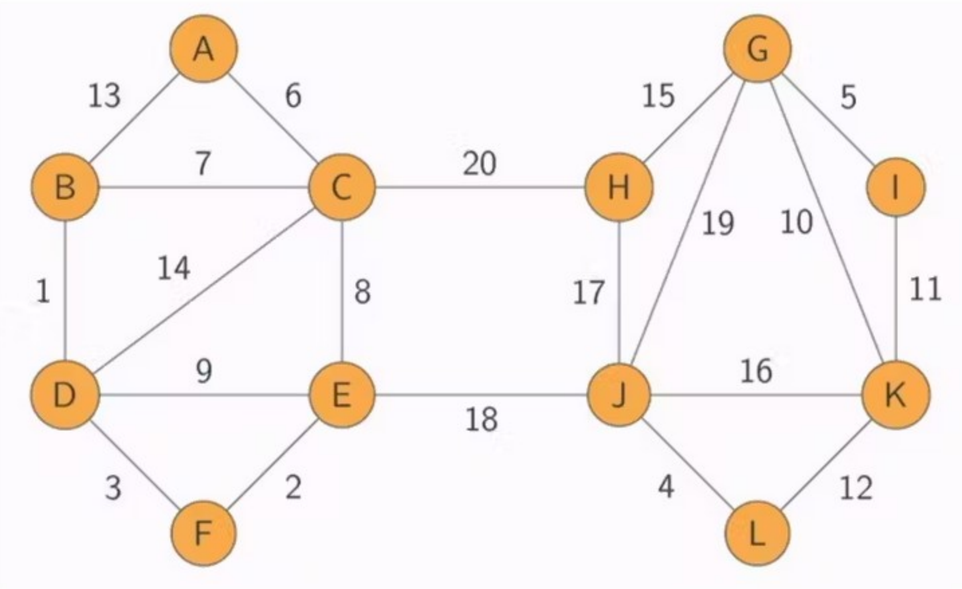
Prims Algoritme

- Tar utgangspunkt i NODER
- Starter på en vilkårlig node
- Vi ser på treet VI HAR så langt og spør:
- Hvilken node har den billigste kanten?
- Den legger vi til spenntreet.
- Fortsettter med dette frem til alle noder er lagt til



Kruskals Algoritme

- Tar utgangspunkt i KANTER
- Vi ser HELE GRAFEN og spør
- Hvilken kant er billigst i grafen?
- Kobler til nodene på kanten og legger den til spenntreet.
- Fortsettter med dette frem til alle noder er lagt til



Borůvkas Algotitme

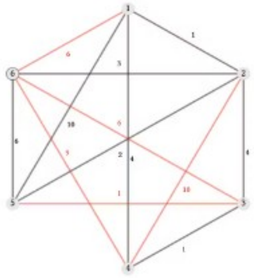
- Tar utgangspunkt i KOMPONENTER
- Alle noder i grafen regnes som et komponent
- For hvert komponent spør vi:
- Hvilken kant er billigst til neste komponent
- Slår komponentene sammen
- Fortsettter med dette frem til alle noder er lagt til

Mentimeter

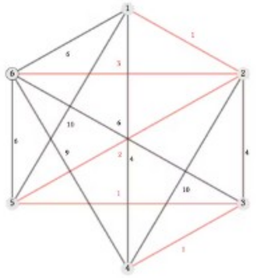
Quiz

10

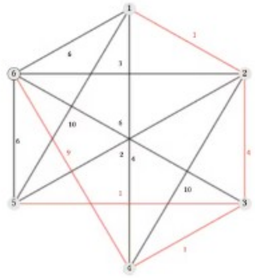
Hvilket av disse er det minimale spenntreet?



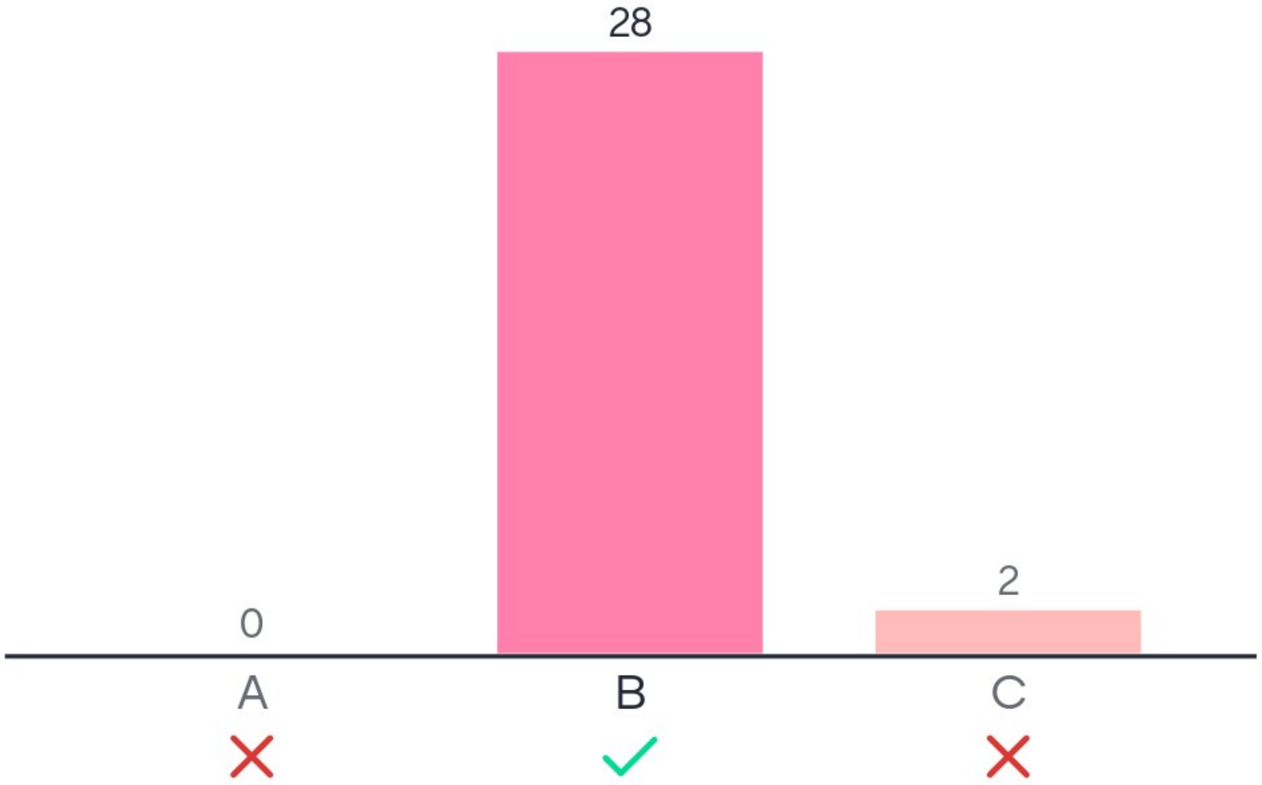
A



B

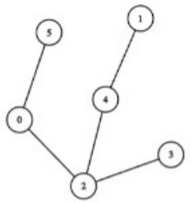


C

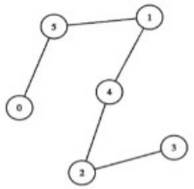


Mentimeter

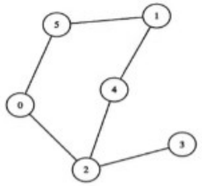
Hvilken av disse er IKKE et spenntre?



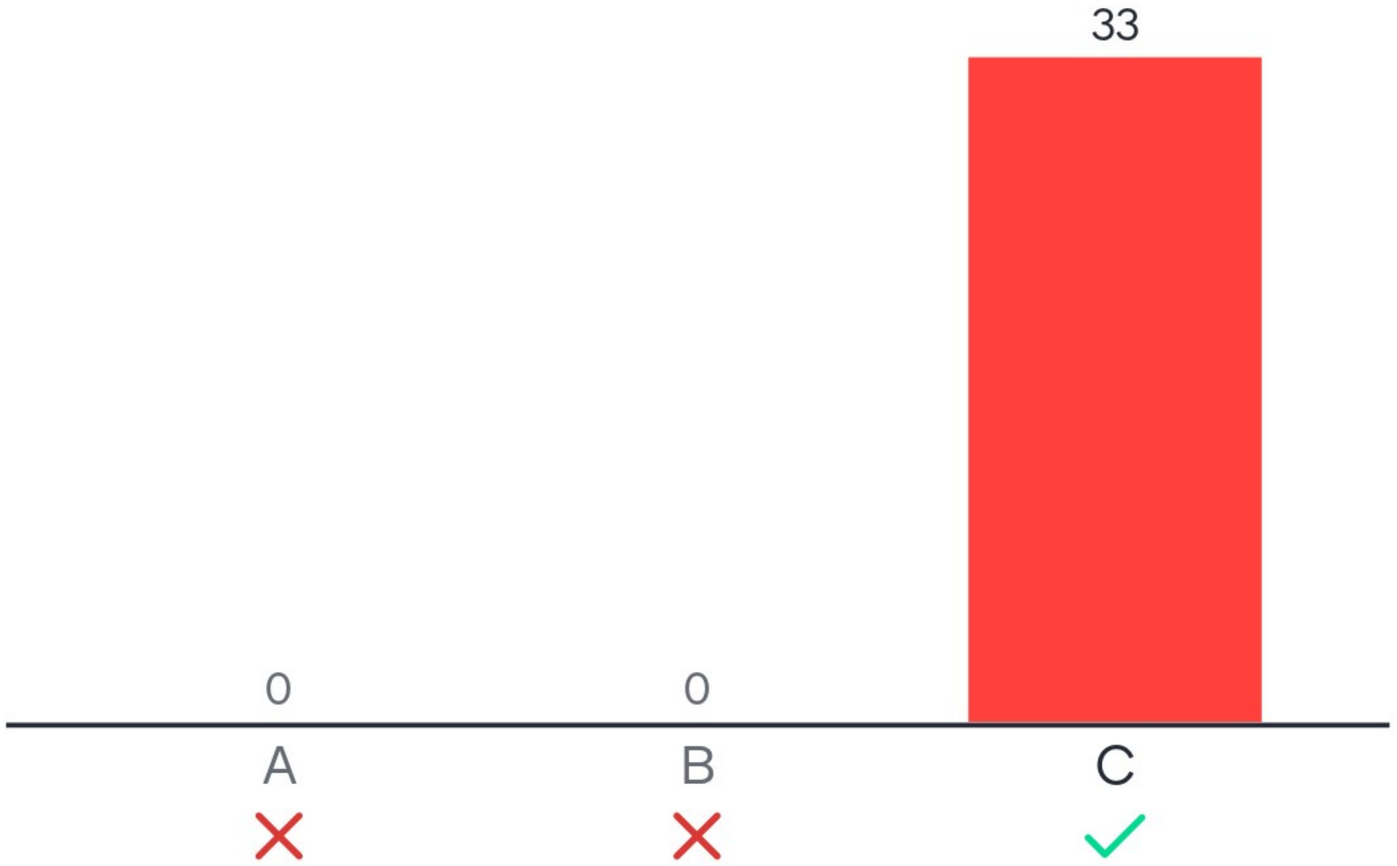
A



B



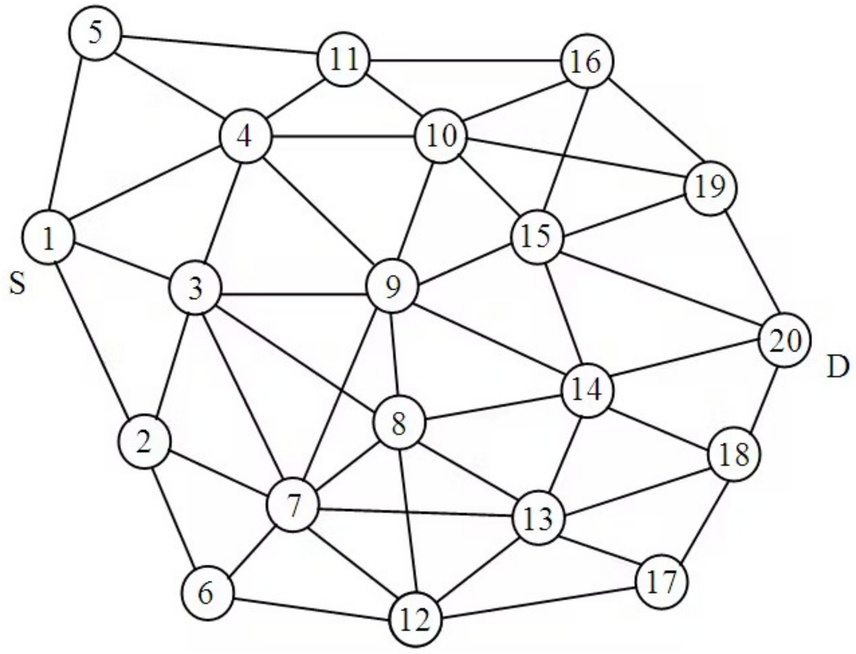
C



Mentimeter

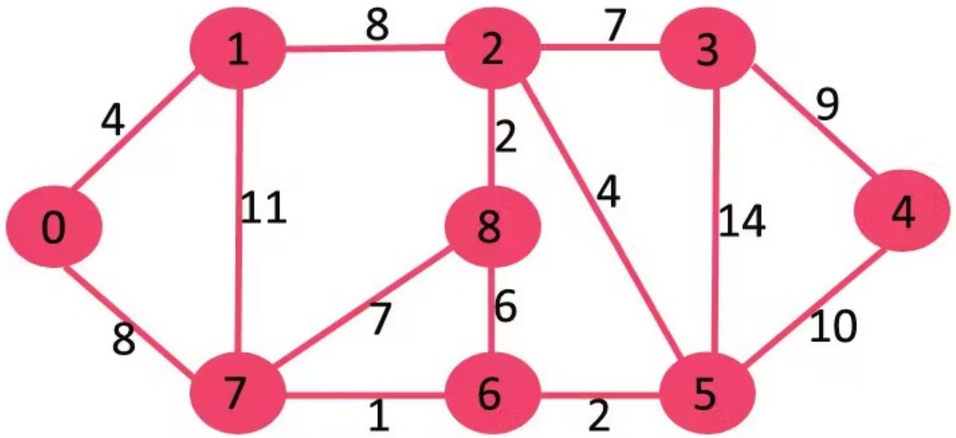
Korteste Stier

4



Korteste Stier

- Ide: Å finne den korteste stien fra en gitt node A til en annen node B
- For uvektede grafer kan vi bruke bredde først søk(BFS)
- Dette er fordi alle kantene vil ha samme "vekt"

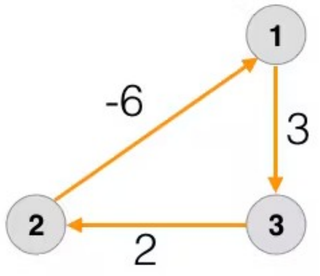


Dijkstras Algoritme

- Ide: Modifisere BFS der vi tar utgangspunkt i vektene til kantene
- Vanlig DFS bruker en FIFO kø
- Dijkstras algoritme bruker en prioritetskø
- Det er prioritetskøen som sørger for at vi tar høyde for kantens vekt.

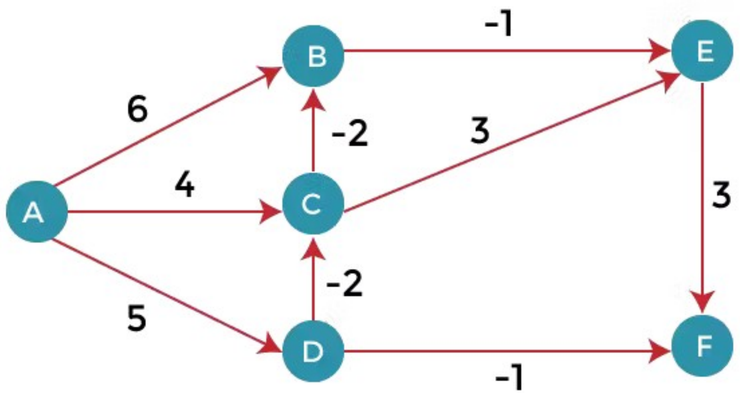
Dijkstras Visualisering

https://visualgo.net/en/sssp



Negative Sykler

- Dejkstras kjører frem til vi har funnet den korteste stien til alle noder
- Hva skjer dersom vi har en negativ sykel?



Bellman Ford

- Det er slik at en sti ikke kan inneholde mer enn |V|-1 kanter
- Ideen til Bellman ford er å gjøre Dijkstras for |V|-1 iterasjoner
- Hvis en node får lavere estimert avstand etter |V|-1 iterasjoner så har grafen en negativ sykel
- Bellman kan brukes for å finne korteste sti på grafer med negative kanter
- Bellman ford kan også brukes for å oppdage negative sykler

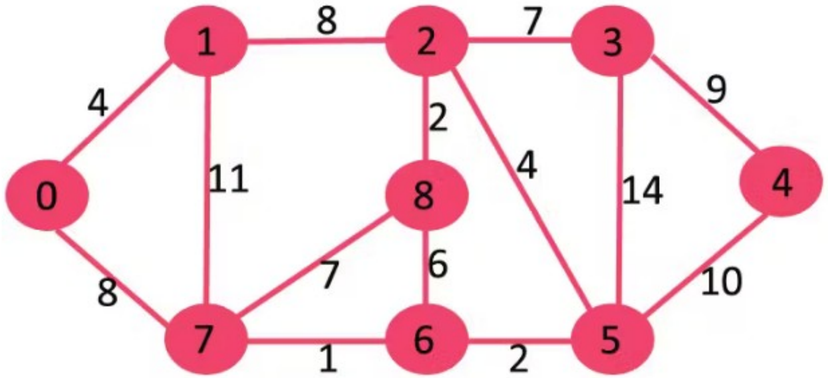
Mentimeter

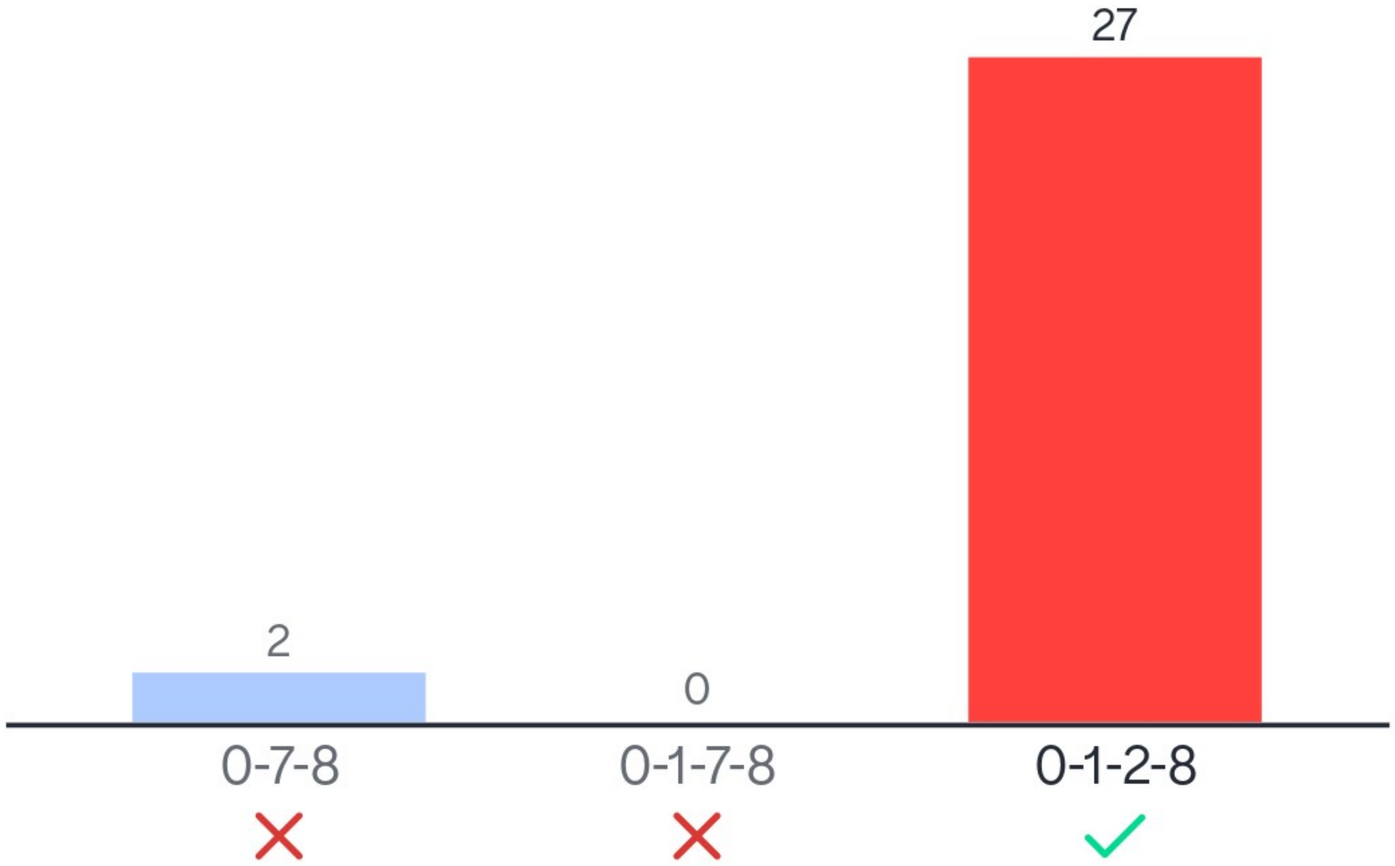
Quiz

1

Mentimeter

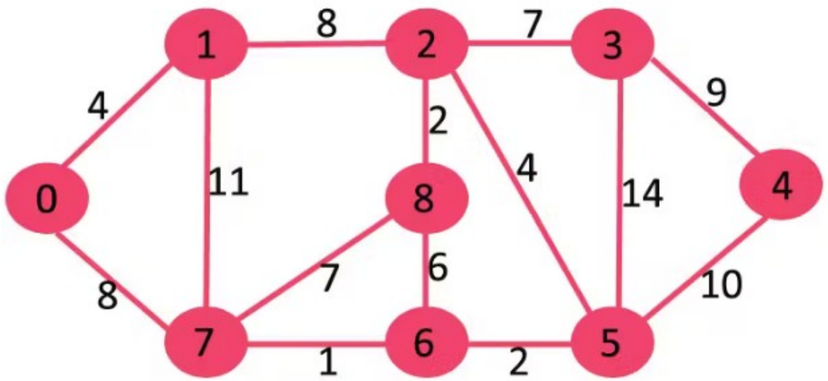
Hva er den korteste stien fra "0" til "8"

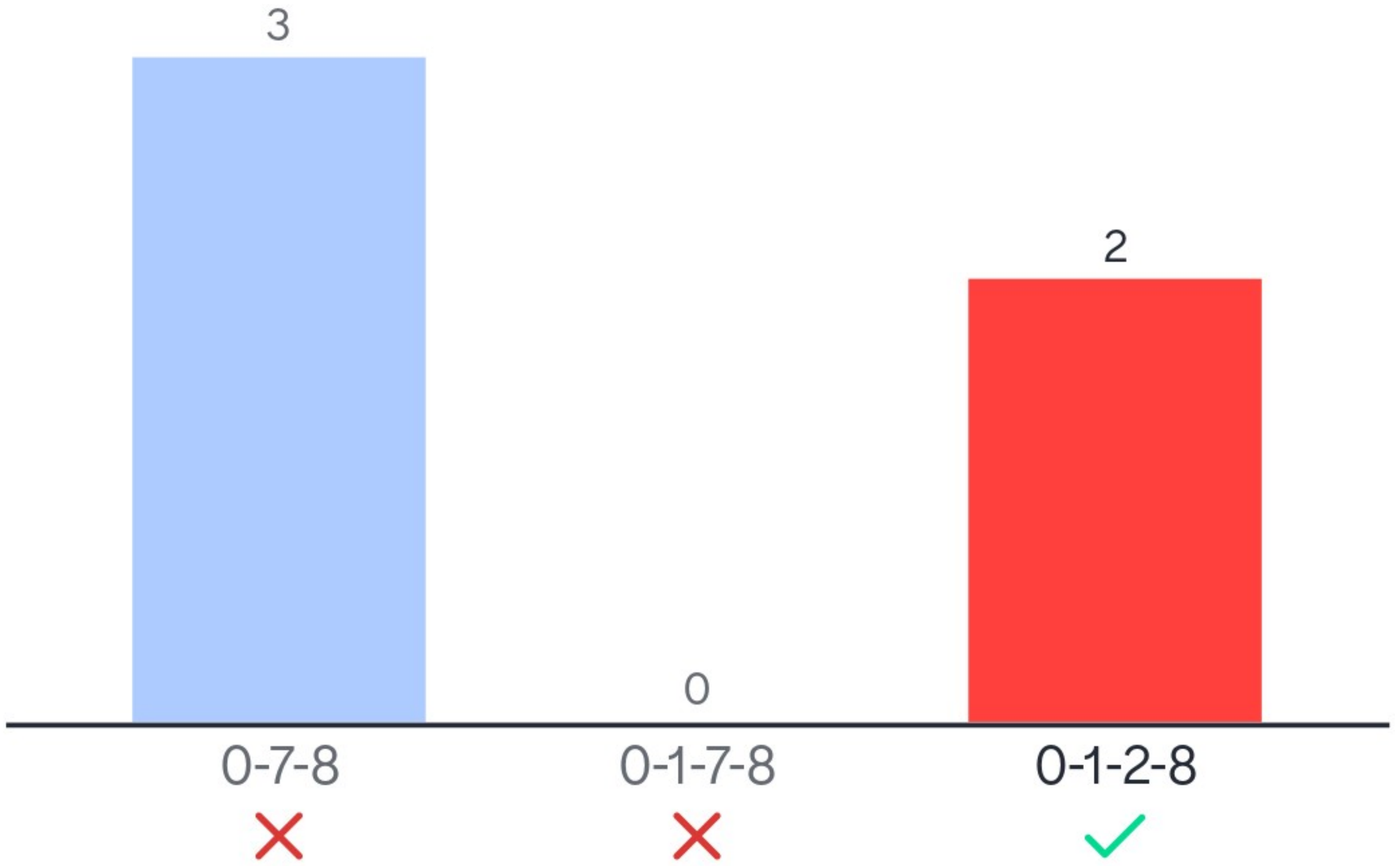




3 29

Hva er den korteste stien fra "7" til "2"





Mentimeter

Gruppeoppgaver

3

1(h) Korteste avstander i grafer

For hver graftype, velg den **raskeste** algoritmen som finner korteste avstander i grafen.

	Bredde-først-søk	Dijkstra	Topologisk Sortering	Bellman-Ford
Ingen negative sykler	○	○	○	○
Ingen negative kanter	○	○	○	○
Vektet DAG	○	○	○	○
Uvektet	○	○	○	○

Forklaring:

- Uvektet - en uvektet graf. Grafen er enten rettet eller urettet.
- Vektet DAG - en vektet, rettet asyklisk graf. Kantene kan ha negativ vekt.
- Ingen negative kanter - grafen er vektet, men ingen kanter har negativ vekt. Grafen er enten rettet eller urettet.
- Ingen negative sykler - grafen er vektet, men inneholder ingen sykler med negativ vekt. Grafen er enten rettet eller urettet.

Eksamen 2019

Kjøretid på grafalgoritmer

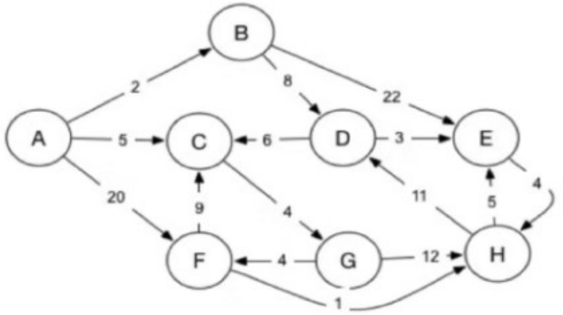
For hver grafalgoritme, kryss av på den (laveste) korrekte kjøretidskompleksiteten.

	$O(1)$	$O(\|V\| + \|E\|)$	$O((\|V\| + \|E\|) \cdot \log(\|V\|))$	$O(\|V\| \cdot \|E\|)$
`DFSFull`				
`Prim`				
`TopSort`				
`BellmanFord`				

Korte beskrivelser av algoritmene:

- `DFSFull`: Besøker alle noder i en graf nøyaktig én gang (dybde-først)
- `Prim`: Finner et minimalt spenntre av en gitt graf
- `TopSort`: Gir en topologisk ordning av nodene i en gitt graf
- `BellmanFord`: Finner korteste stier fra én til alle andre noder

Eksamen 2022



Oppgave a:

Bruk Dijkstras algoritme til å finne korteste vei fra node A til andre noder. Vis trinnene i tabellen under. Dette gjør du ved at du skriver inn nye verdier fra venstre mot høyre i hver celle i tabellen og setter siste verdien i **fet** skrifttype. Hvis du i løpet av algoritmen har flere ukjente noder med samme avstand, bruk alfabetisk rekkefølge til å bestemme hvilken node som blir valgt først. Du skal også oppgi noder i den rekkefølgen algoritmen markerer dem som kjent.

List nodene i den rekkefølge de ble gjort kjent: _ _ _ _ _ _ _ _

Node	Kjent	Avstand	Sti
A			
B			
C			
D			
E			
F			
G			
H			

Eksamen 2018