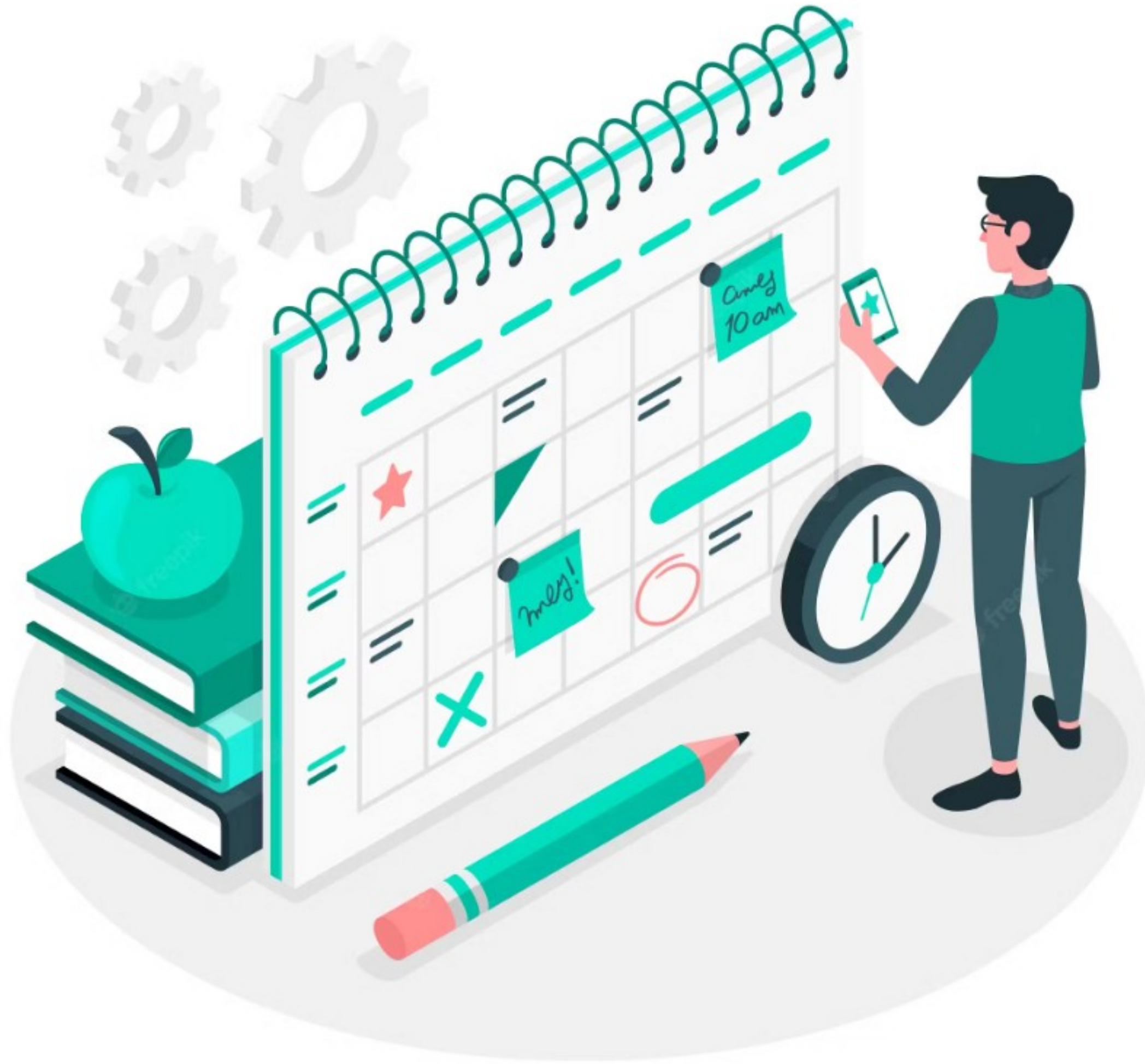


IN2010 Gruppe 4

Repitisjon: O-Notasjon og Kjøretidsanalyse



Dagens Plan

- Info
- Gjennomgang(O notasjon)
- Felles øvelser
- Pause
- Gjennomgang(Kompleksitet)
- Gruppeoppgaver

Info

Prøveeksamen

Gjennomgås på mandag

Gjennomgang



Hva er vanskelig med O-notasjonene?

beregne kompleksitet

Analysere en algoritme

hvor mange iterasjoner de
ulike delene bruker

hvordan telle steg

Hva er while-løkke kjøretid?

Beregne kompleksitet ved
å se på en kode

kjenne igjen doble løkker

Antall iterasjoner

Hva er vanskelig med O-notasjonene?

Beregne, telle steg

beregne

analysere

skal vi alltid tenke worst-case

Nuh uh

Grafer

alt

med grafer blir det fort litt forvirrende, når det er mye rekursjon osv

Hva er vanskelig med O-notasjonene?

bruken i grafer

Beregne kompleksitet

finne hvilke mengder
kompleksiteten er avhengig av
(for eksempel $|V|$, $|E|$)

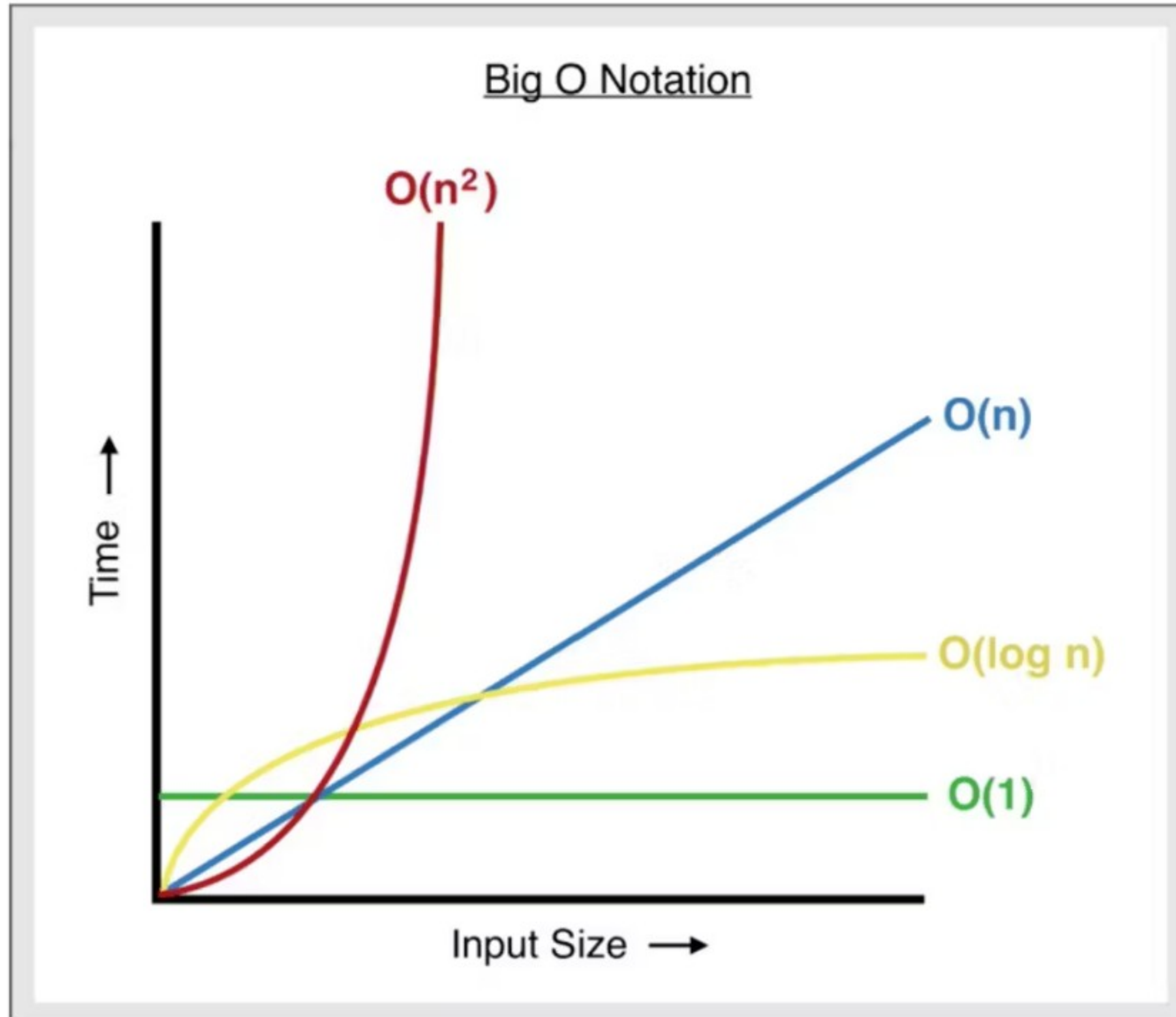
Regne kompleksiteten til
en algoritme

hvordan to algoritmer med
samme kjøretid kan føre til at
den ene algoritmen fortsatt er
raskere enn den andre?

Flere funksjoner kaller
hverandre!

i hvilke tilfeller kan
konstanter være av
betydning?

å vite når stegene er
avhengig av input size



O-Notasjon

- Hvor vanskelig er et problem/algoritme å løse?
- Gitt en algoritme: Hvor mange steg tar den for å fullføre
- Er disse stegene avhengig av input størrelse? Isåfall, hvordan?

Noen regler

Når vi gjør kjørtidanalyse kan vi abstrahere vekk mange detaljer!

Eks: hardware, programmeringspråk osv

Noen regler(cont.)

- Primitive steg(Tilordning, Indeks aksessering, aritmetiske operasjoner og returnering) er konstant tid
- Metode kall er avhengig av kjøretiden til metoden som blir kalt på
- Ting som ikke avhenger av input størrelse(n) kan ses på som konstant tid

Big O

- Worst case kjøretid
- N kan bli uendelig stor
- Grenseverdien til N fører til at vi kan se bort fra konstanter

Eksempler


```
const smallNumber = 1000;
const biggerNumber = 10000;

function countOperations(n) {
  let operations = 0;
  let i = 1;

  while (i < n) {
    i = i * 2;
    operations++;
  }

  return operations;
}
```

Hva er kjøretiden på CountOperations?

Hva er kjøretiden på CountOperations?

log n

log n

$O(\log n)$

logggi

logN

$O(\log(n))$ siden mengden av trekk blir halvert hver gang en iterasjon i while løkken kjører

$O(\log(n))$

$O(n-1)$

Hva er kjøretiden på CountOperations?

$\log n$

$\log n$

$\log(n)$

$\log(n)$

$\text{Log}(N)$

$O(\log(n))$

$O(\log n)$

lineær

Hva er kjøretiden på CountOperations?

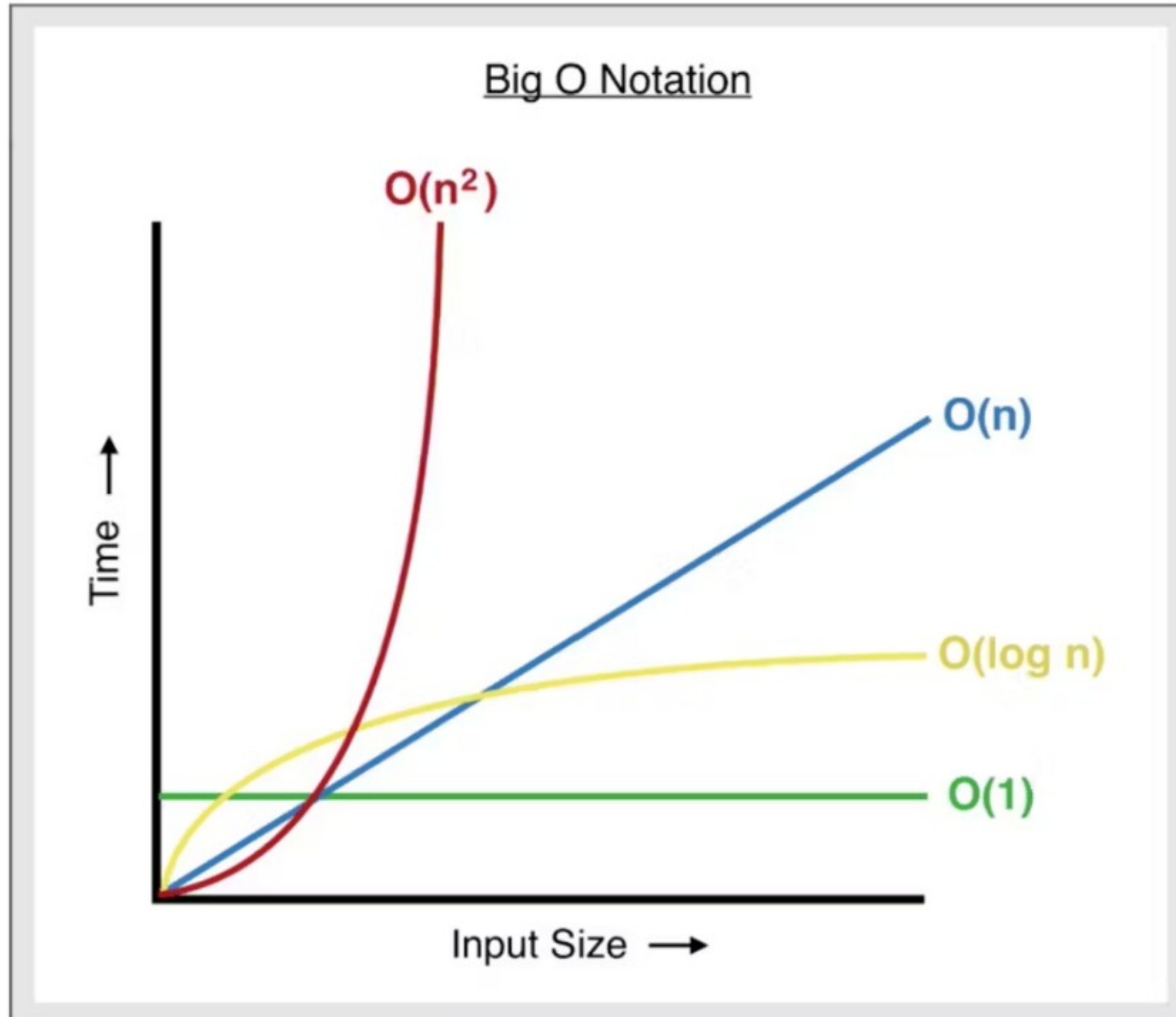
$O(\log n)$

$O(\log(n))$

$\log n$

Tips

- Se på ledd og kartlegge det største leddet
- Telle steg i løkker: Hvor mange ganger kjører en løkke i forhold til n
- Avhengigheter: Blir funksjoner kalt på i andre funksjoner eller løkker?

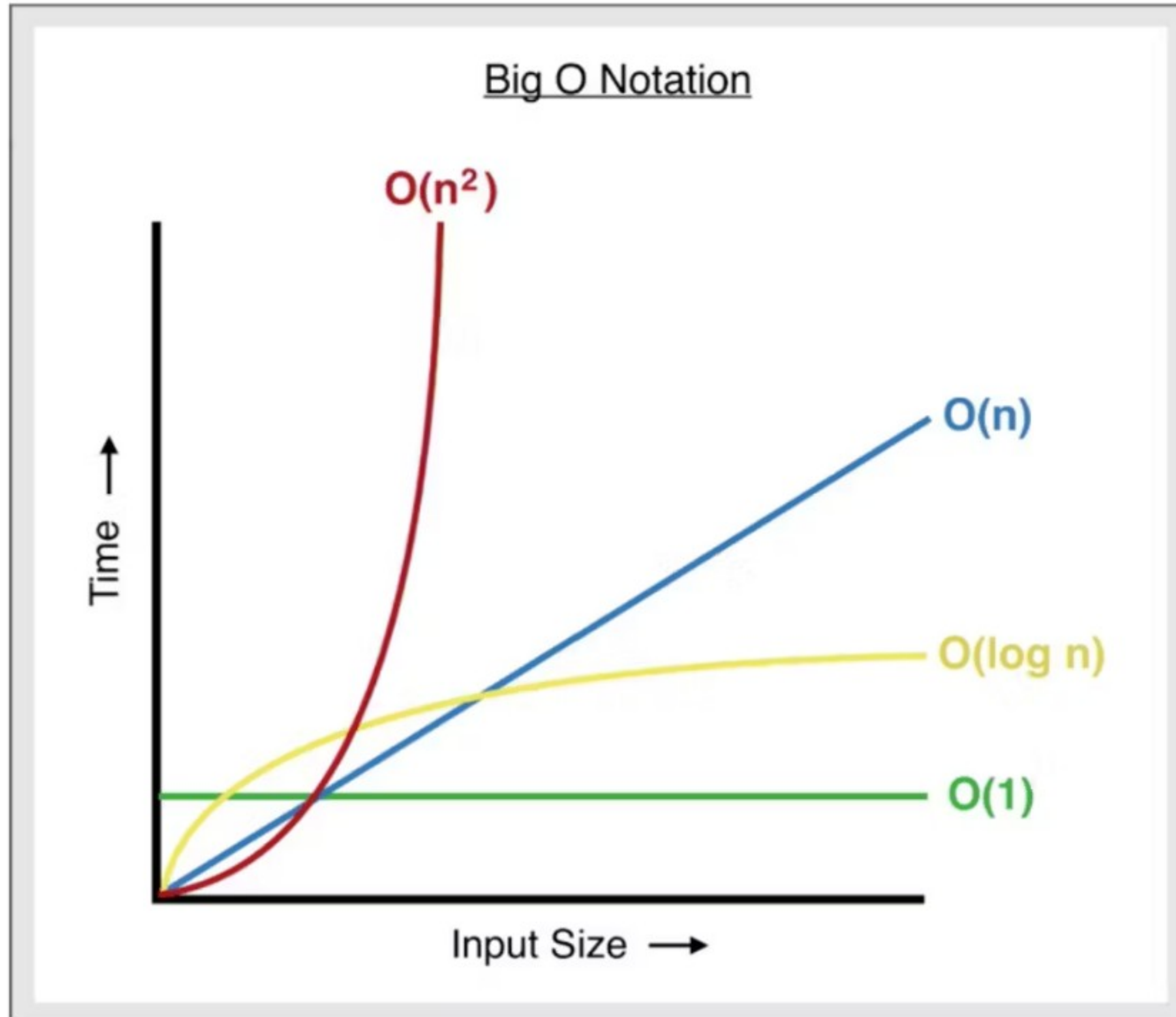


Bestemme O

- På eksamen, og generelt så ønsker vi ikke konkret etter antall steg
- Eks: $(4 + 2 + 3n + 10n)$
- Mye av dette kan abstraheres

Lifehack regler

- Når det er ledd mellom plusstegn, så kan man ta hensyn til leddet som vokser raskest
- Konstanter og koeffisienter kan man se bort ifra, eller redusere ned til 1
- Variabler kan faktorerer for å gjøre det enklere å se hva som vokser raskest
- Om algoritmen er avhengig av flere inputstørrelser så må man skille de ved bruk av n og m
- NB! Bare for at m og n begge grenser mot uendelig, så kan ikke $O(m+n)$ forkortes til $O(n)$



Bestemme O

- $O(n^3 + 50n^2 + 10000)$
- $O((n + 30) * (n + 5))$
- $O(n \log(n) + \log(n) \log(n))$
- $O(n + n + n + n + n + n)$

Bestemme O

- $O(n^3 + 50n^2 + 10000) = O(n^3)$
- $O((n + 30) * (n + 5)) = O(n^2)$
- $O(n \log(n) + \log(n) \log(n)) = O(n * \log(n))$
- $O(n + n + n + n + n + n) = O(6n) = O(n)$



Felles Oppgaver

```
int proc(int n) {  
    int x = 1;  
  
    if (n > 1) {  
        for (int i = 1; i <= n - 1; i++) {  
            x = x + proc(i);  
        }  
    }  
    return x;  
}
```

EKSAMEN H2013

Hva er kjøretiden til proc?

```
int x = 0;
for (int i = 0; i < n; i++){
    for (j = 0; j < i*i; j++){
        x = x + j;
    }
}
```

EKSAMEN H2015

Hva er kjøretiden?



```
int x = 0;
for (int i = 1; i <= log n; i++) {
    for (int j = 1; j <= i; j++) {
        x = x + 1;
    }
}
```

EKSAMEN H2016

Hva er kjøretiden?

```
// assume positive input values

int[] sorted(int[] input){

    int[] sort = new int[input.length];

    int max = 0;

    for( int i = 0; i < input.length; i++ ){
        if(input[i] > max){
            max = input[i];
        }
    }

    int[] b = new int[max + 1]; // all values are 0

    for( int i = 0; i < input.length; i++ ){
        b[ input[i] ]++;
    }

    int counter = 0;

    for( int i = 0; i < b.length; i++ ){
        while( b[i] > 0 ){
            sort[counter] = i;
            b[i]--;
            counter++;
        }
    }

    return sort;
}
```

EKSAMEN H2010

Hva er worst case tidskompleksitet til denne metoden, gitt som $O(n, m)$ hvor: $n = \text{input.length}$ og $m = \text{største verdi i input array}$

Noe uklart?

hjelp

Hadde man hjelpemidler
tilgjengelig under de
eksamensoppgavene vi
gjennomgikk???????

:(

sheeeeeeeeet

Er et np-hardt problem
utenfor np?

er det noen eksamens
oppgaver hvor ingen fikk
poeng på oppgaven?

hva bruker man
avgjørelsesproblemer p, np
osv til i praksis?

Pause

Beregnbarhet og Komplexitet

Denne delen handler ikke om å "LØSE"
problemer, men heller det å
"AVGJØRE/BESTEMME" hvorvidt et problem
er løselig eller ikke

Avgjørelsesproblemer

- Et avgjørelsesproblem er basically et problem/spørsmål som vi kan avgjøre om det er mulig å løse eller ikke.
- Svaret/outputten på avgjørelsesproblemer er enten ja eller nei
- Eksempel: Er det mulig å telle alle i klasserommet?
- Eksempel: Er det mulig sortere en liste?



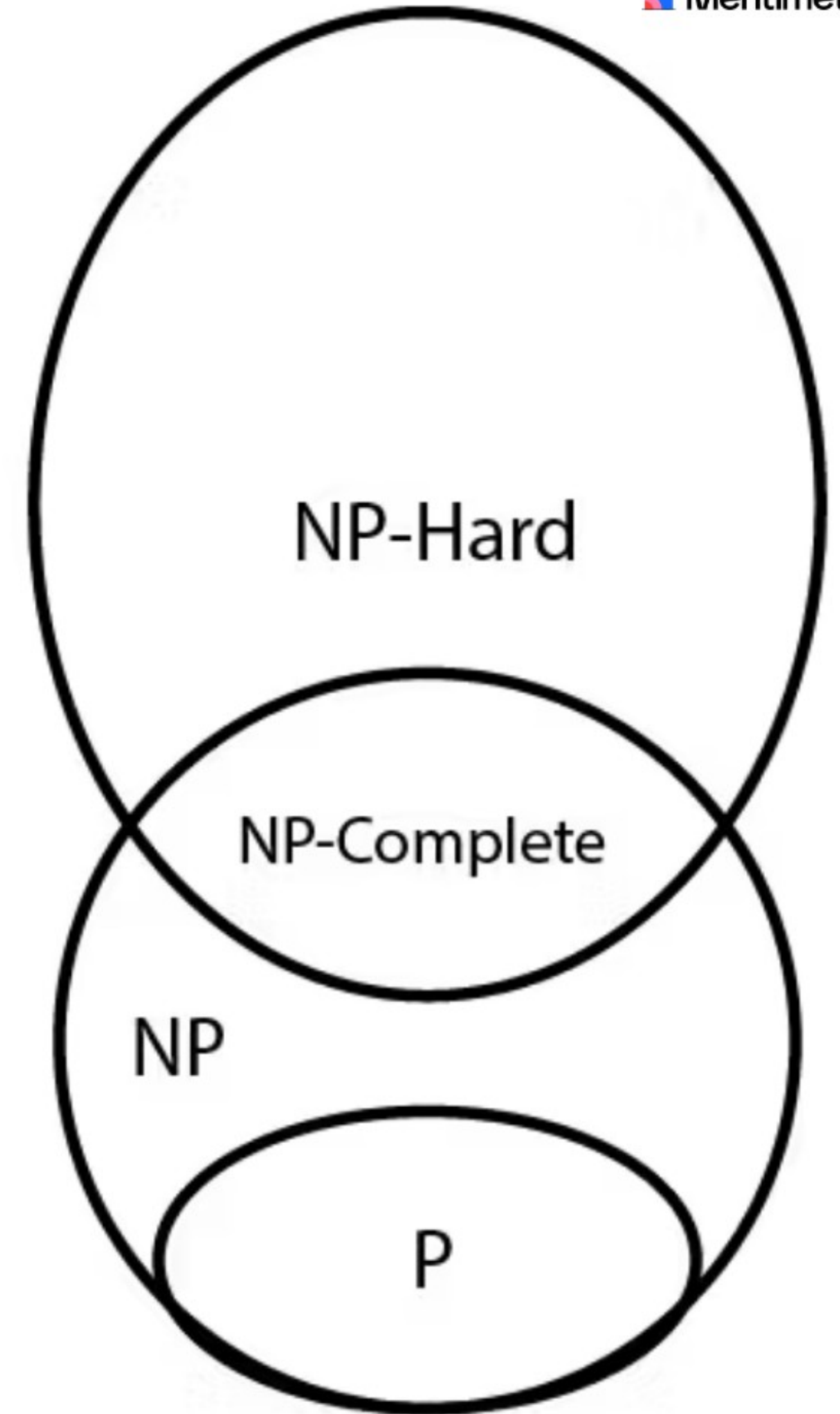


Kompleksitetklassen P:

- Klassen P er en samling av alle avgjørelsesproblemer som kan løses i polynomiell tid
- Polynomiell tid: $O(n^p)$, der p er et polynom
- Nøkkelordet her er at problemet LØSES i polynomisk tid
- Dette gjelder også for alt som kjører raskere

Kompleksitetsklassen NP

- Et problem som kan verifisere (løses av en ikke deterministisk algoritme)
- Den ikke deterministiske algoritmen må kjøre i polynomiell tid.
- NP = Non-Deterministic polynomial time





Sudoku

7	2	9	1	4	3	6	8	5
3	6	1	7	5	8	9	2	4
5	8	4	9	6	2	7	1	3
9	4	2	5	1	7	8	3	6
8	7	5	3	9	6	2	4	1
1	3	6	2	8	4	5	9	7
4	1	7	8	2	5	3	6	9
6	5	8	4	3	9	1	7	2
2	9	3	6	7	1	4	5	8

Sudoku

P og NP

- Om et problem kan løses i polynomiell tid, så kan den også verifiseres i polynomiell tid.
- Alt i P er også i NP
- Men alt i NP er ikke i P
- Det er ikke bevist at $P=NP$
- Men det er også ikke bevist at $P \neq NP$

Fellesoppgaver



1(f) Kodeanalyse

```
boolean loops(int n) {  
    boolean output = true;  
    for (int i = 0; i < n; i++) {  
        for (int j = 0; j < n; j++) {  
            for (int k = 0; k < n; k++) {  
                for (int l = 0; l < n; l++) {  
                    for (int m = 0; m < n; m++) {  
                        output = !output;  
                    }  
                }  
            }  
        }  
    }  
    return output;  
}
```

Gi kjøretiden til kodesnutten i O-notasjon:

Eksamen 2019

1(g) 5-CLIQUE

En k -klikk, eller en klikk av størrelse k , i en graf $G = \langle V, E \rangle$ er en delmengde $C \subseteq V$ av k noder som utgjør en komplett graf. Det vil si at hvis $u, v \in C$ er to forskjellige noder i klikken, så må $\{u, v\} \in E$.

I problemet 5-CLIQUE skal du avgjøre om en graf inneholder en klikk av størrelse 5.

5-CLIQUE

INSTANS: En graf G

SPØRSMÅL: Inneholder G en 5-klikk?

Hint: Se forrige oppgave.

Velg ett alternativ:

- ☐ 5-CLIQUE er NP-komplett
- ☐ 5-CLIQUE er i P

Eksamen 2019

Gruppeoppgaver

Spørsmål?

13 questions
1 upvote