

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет *компьютерных наук*  
Кафедра *цифровых технологий*

Моделирование нуклеосинтеза в звездах

ВКР *Магистерская диссертация*

*02.04.01 Математика и компьютерные науки*

*Компьютерное моделирование и искусственный интеллект*

Допущено к защите в ГЭК \_\_\_\_\_.2019

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ д. ф.-м. н., профессор *С.Д. Кургалин*

Обучающийся \_\_\_\_\_ *А.А. Махно*

Руководитель \_\_\_\_\_ к. ф.-м. н., доцент *А.А. Крыловецкий*

Воронеж 2019

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет компьютерных наук  
Кафедра цифровых технологий

УТВЕРЖДАЮ  
заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ Кургалин С.Д.,  
*подпись* *расшифровка подписи*  
\_\_\_ . \_\_\_ . 2019

**ЗАДАНИЕ**  
**НА ВЫПОЛНЕНИЕ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ**  
**ОБУЧАЮЩЕГОСЯ МАХНО АРТЕМА АНДРЕЕВИЧА**

*фамилия, имя, отчество*

1. Тема работы «Моделирование нуклеосинтеза в звездах», утверждена решением ученого совета факультета компьютерных наук от \_\_.\_\_.20\_\_
2. Направление подготовки / специальность 02.04.01 Математика и компьютерные науки  
*шифр, наименование*
3. Срок сдачи студентом законченной работы \_\_.\_\_.20\_\_
4. Календарный план: (строится в соответствии со структурой ВКР)

№	Структура ВКР	Сроки выполнения	Примечание
1	Введение	26.10.2018	
2	Глава 1. Моделирование нуклеосинтеза	30.11.2018	
3	Глава 2. Столкновительный $\beta$ -распад	16.01.2019	
4	Глава 3. REACLIB	21.02.2019	
5	Глава 4. SkyNet	12.04.2019	
3	Глава 5. Построение сечения СБР	16.03.2019	
3	Глава 6. Анализ результатов	16.04.2019	
6	Заключение	3.05.2019	

Обучающийся \_\_\_\_\_ Махно А.А.  
*подпись* *расшифровка подписи*

Руководитель \_\_\_\_\_ Крыловецкий А.А.  
*подпись* *расшифровка подписи*

## Реферат

Магистерская работа 65 с., 18 рис., 1 табл., 3 прил.

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, НУКЛЕОСИНТЕЗ, СТОЛКНОВИТЕЛЬНЫЙ БЕТА-РАСПАД, ОБОЙДЕННЫЕ ИЗОТОПЫ.

Цель работы – оценка влияния столкновительного бета-распада на эволюцию астрофизических процессов, а также проверка возможности возникновения обойденных изотопов под действием реакций СБР.

В процессе выполнения работы были получены сечения для некоторых переходов от праматеринского ядра к материнскому, которое в дальнейшем под действием разрешенного  $\beta$ -распада преобразуется в обойденный изотоп. Затем данные сечение были параметризованы зависимостью от температуры и использованы для создания сети СБР-реакций. После включения сети в библиотеку реакций, был смоделирован процесс слияния черной дыры - нейтронной звезды и выполнено сравнение с результатами моделирования при использовании немодифицированной базы REACLIB.

В результате работы было выяснено, что СБР при столкновении с протоном может являться источником появления обойденных элементов. Приведенное в работе сравнение может рассматриваться как обоснование включения данных реакций в библиотеку JINA REACLIB для дальнейших исследований.

Результатом данной работы является файл библиотеки реакций, который может быть использован для моделирования нуклеосинтеза с помощью программного пакета SkyNet.

## Содержание

Введение . . . . .	6
1 Моделирование нуклеосинтеза . . . . .	8
1.1 Нуклеосинтез Большого Взрыва . . . . .	8
1.2 Горение в звездах малой массы . . . . .	8
1.3 Ядерное горение в тяжелых звездах . . . . .	9
1.4 Пик железа . . . . .	11
1.5 Нуклеосинтез за пиком железа . . . . .	12
1.6 Возможные места r-процесса . . . . .	14
1.7 Распространенность в солнечной системе . . . . .	14
1.8 Коллапс ядра сверхновых . . . . .	15
1.9 Слияние нейтронных звезд . . . . .	16
1.10 Поглощение черной дырой нейтронной звезды . . . . .	18
2 Столкновительный $\beta$ -распад . . . . .	24
2.1 Дифференциальное сечение процесса столкновительного $\beta$ -распада ядер в кулоновском поле отталкивания. . . . .	25
2.2 Полное сечение процесса СБР . . . . .	30
3 REACLIB . . . . .	32
4 SkyNet . . . . .	34
4.1 Основы сети ядерных реакций . . . . .	34
4.2 Кинетическая теория . . . . .	34
4.3 Моделирование r-процесса . . . . .	36
5 Построение сечения СБР . . . . .	37
6 Анализ результатов . . . . .	41
Заключение . . . . .	52
Список используемой литературы . . . . .	53
Приложение А Листинг программы построение СБР . . . . .	56
Приложение В Листинг программы параметризации СБР и моделиро- вания слияния . . . . .	60
Приложение С Реакции СБР в формате JINA REACLIB . . . . .	64

## Введение

В данной работе рассматривается синтез ядер в астрофизических процессах. Процессы, приводящие к появлению легких элементов (с массовым числом меньше массового числа  $Fe$ ) относительно известны и изучены. Однако распространенности элементов, тяжелее железа, относительно слабо зависит от массового числа  $A$ , что свидетельствует о ином механизме образования этих элементов. Образование таких ядер в результате взаимодействия заряженных частиц сильно подавлено из-за кулоновского барьера. Также большинство тяжелых элементов являются  $\beta$ -радиоактивными. На данный момент считается, что тяжелые элементы образуются в реакциях захвата нейтронов. Обычно различают быстрый ( $r$ ) и медленный ( $s$ ) процессы захвата нейтронов (от английских слов *rapid* и *slow*). Эти два механизма различаются отношением скорости захвата нейтронов (реакция  $(n, \gamma)$ ) к скорости бета-распада. Предполагается, что примерно половина наблюдаемого количества элементов с  $A > 60$  образуется в результате  $s$ -процесса. В настоящее время общепризнанно, что многие ядра тяжелее железа, включая все ядра тяжелее  $^{209}Bi$ , образуются  $r$ -процессом путем быстрого последовательного захвата большого количества нейтронов. Как было сказано выше, основное условие - высокая скорость захвата нейтронов. Однако эти условия (для возникновения  $r$ -процесса) являются экстремальными и встречаются крайне редко. Считается, что такие условия наблюдаются в процессе слияния нейтронная звезда - нейтронная звезда.

Образование некоторых изотопов не может быть объяснено в рамках указанных выше процессов, их принято называть обойденными или  $r$ -изотопами. Их название обусловлено тем, что, если рассмотреть картину  $s$ -процесса и  $r$ -процесса, то можно увидеть стабильные элементы, которые не могут быть получены путем  $\beta$ -распада, так как в данных условиях, он не является разрешенным.

В данной работе моделируются реакции образования химических элементов в процессе поглощения нейтронной звезды черной дырой [1] с учетом столкновительного  $\beta$ -распада как процесса, приводящего к появлению обойденных ядер. Вычисление сечений реакций производится с использованием данных открытой библиотеки REACLIB, в основе которой лежит аппроксимация температурной зависимости сечения специальной функцией, включа-

ющей 7 уникальных для каждой реакции параметров [2].

Столкновительный бета-распад был впервые предложен в работе [3], объяснение образования обойденных элементов на основе СБР - в работе [4]

В настоящей магистерской диссертации вычислены сечения СБР для ряда изотопов, а также найдены параметры температурной аппроксимации в формате библиотеки REACLIB. Полученные результаты включены в набор реакций, возникающих при поглощении нейтронной звезды черной дырой, и в дальнейшем выполнено моделирование синтеза химических элементов с помощью открытой библиотеки SkyNet [5].

Процесс моделирования слияний нейтронная звезда - черная дыра будет выполняться с помощью открытой библиотеки SkyNet, написанную Jonas Lippuner с дополнением ее своим набором реакций.

# 1 Моделирование нуклеосинтеза

## 1.1 Нуклеосинтез Большого Взрыва

Нуклеосинтез большого взрыва (BBN) произвел в основном водород ( $\sim 75\%$  общей массы) и гелий ( $\sim 25\%$ ) в период от первых десяти секунд до минуты после Большого взрыва, а также некоторое количество дейтерия,  $^3\text{He}$  и  $^7\text{Li}$  [6]. 13,8 миллиардов световых лет позже химический состав Вселенной оставался около 75% H и 25% He, потому что создание более тяжелых элементов требует экстремальных физических условий. Интересно, что BBN является проблемой для моделирования, потому что он включает лишь небольшое количество ядер. В настоящее время существуют большие расхождения между результатами моделирования BBN и наблюдениями. Прогнозируемый дейтерий и распространенность  $^4\text{He}$  хорошо согласуется с наблюдениями, но модели BBN предсказывают большую распространенность  $^7\text{Li}$  на  $4-5\sigma$  по сравнению с наблюдениями, см. рис. 1.1. Это расхождение не до конца изучено и называется «литиевой проблемой». Предлагаемые причины включают систематические ошибки в наблюдениях численности  $^7\text{Li}$ , неизвестные или плохо измеренные ядерные свойства  $^7\text{Be}$  и даже неизвестные физические процессы, не учтенные в стандартной модели.

## 1.2 Горение в звездах малой массы

Главное препятствие объединения гелия и водорода в тяжелые элементы - это сильное кулоновское отталкивание между нуклидами, которые все положительно заряжены. Более того, стандартный способ слияния водорода это p-p цепь, включающая слабую реакцию  $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$ , которая имеет чрезвычайно малое сечение [7]. Поэтому чрезвычайно высокие температуры ( $\sim 10$  МК) являются необходимым условием для преобразования водорода в гелий и гелий в более тяжелые элементы. Такие условия достигаются внутри звезд, где происходит ядерный синтез [8], высвобождая энергию ядерной связи в виде тепла, удерживающую звезду от разрушения и заставляя ее излучать свет.

На рис. 1.2 изображены ранние стадии эволюции звезд. По определению, каждая звезда, по крайней мере, синтезирует водород в гелий внутри ядра. Звезды проводят большую часть своей жизни в этой фазе горения во-

дорода. Как только запас водорода в ядре исчерпан, температура становится недостаточно высокой для сжигания гелия, поэтому ядро сжимается, потому что источник тепла от сжигания водорода уменьшается. Далее, поскольку ядро сжимается, оно нагревается, и температура становится достаточно высокой для горения водорода в оболочке вокруг гелиевого ядра. В этот момент атмосфера звезды быстро расширяется, и звезда входит в фазу красного гиганта. Когда водород в оболочке исчерпан и, если звезда достигла определенной массы ( $\sim 0,5M_{\odot}$ , например), ядро снова сжимается, то есть увеличивается температура и становится возможен тройной-альфа процесс, который преобразует три частицы  ${}^4\text{He}$  в  ${}^{12}\text{C}$ . Некоторые гелиевые сплавы также могут быть преобразованы с вновь созданным  ${}^{12}\text{C}$ , чтобы создать  ${}^{16}\text{O}$ , и, в принципе, он также может пойти дальше, производя  ${}^{20}\text{Ne}$ ,  ${}^{24}\text{Mg}$ ,  ${}^{28}\text{Si}$  и т. д., которые называются альфа-элементами, потому что они являются определенным количеством альфа-нуклидов, слитых воедино. Однако на практике реакция  ${}^{16}\text{O} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^{20}\text{Ne}$  протекает медленно, и поэтому сжигание гелия в основном производит  ${}^{12}\text{C}$  и  ${}^{16}\text{O}$  [9]. Когда запасы гелия истощаются, температура ядра снова повышается за счет сжатия. Наибольшая температура, достигаемая в звезде, зависит от ее начальной массы. Если начальная масса выше  $\sim 8M_{\odot}$ , то углерод и кислород могут быть сожжены, в противном случае звезда заканчивает свою жизнь как углерод-кислородный белый карлик. Если масса звезды представляет собой лишь несколько солнечных масс выше  $8M_{\odot}$ , она может быть способна сжигать углерод, а затем стать белым карликом кислорода - то есть иметь неоновый цвет.

### 1.3 Ядерное горение в тяжелых звездах

Звезды с начальной массой более  $8M_{\odot}$  проходят через несколько стадий горения. После каждого этапа, ядро сжимается под действием сил тяжести, поскольку ядерное топливо на этой стадии было исчерпано и, следовательно, источник ядерного тепла потерян. Поскольку ядро сжимается, оно нагревается, что позволяет начать следующую стадию горения, если температура достаточно высока. Это показано на рис 1.3, который показывает центральную плотность и температуру двухзвездной модели и областей, в которых происходят различные стадии горения. В фазе сжигания углерода существуют ряд различных реакции  ${}^{12}\text{C} + {}^{12}\text{C}$ , но чаще всего наблюдается  ${}^{20}\text{Ne} + {}^4\text{He}$  и  ${}^{23}\text{Na} + p$ . Свободный протон может захватывать другие су-



существующие ядра для создания не-альфа-элементов, а также  $^{23}\text{Na}$ , являющийся не-альфа-элементом, который могут быть преобразован в другие не-альфа-элементы. Гелий, полученный из сгорания углерода также сжигается как  $^{12}\text{C} + ^4\text{He} \rightarrow ^{16}\text{O}$  или  $^{16}\text{O} + ^4\text{He} \rightarrow ^{20}\text{Ne}$ . Когда углерод истощается, ядро сжимается до тех пор, пока энергичные фотоны, формирующие хвост распределения планка не смогут фото-синтезировать  $^{20}\text{Ne}$ , что приводит к образованию свободных альфа-частиц, которые могут захватывать недиссоциированные  $^{20}\text{Ne}$ , чтобы сформировать около  $^{24}\text{Mg}$ . Реакция с низшим кулоновским барьером теперь  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ , что в основном приводит к  $^{28}\text{Si} + ^4\text{He}$  и  $^{31}\text{P} + p$  [7]. Освобожденные альфа-частицы захватываются на  $^{24}\text{Mg}$  и  $^{28}\text{Si}$ , чтобы сформировать  $^{28}\text{Si}$  и  $^{32}\text{S}$ .

В конце сжигания кислорода, звездное ядро состоит в основном из  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$  и небольшого количества других ядер. Это является предпосылкой для окончательной фазы горения: сжигание кремния. Перед тем, как температура, требуемая для  $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$  достигается, кремниевые нуклиды разрушаются фото-диссоциацией, что снова создает источник для свободных альфа-частиц. Эти альфа-частицы захватываются последовательно, начиная с  $^{28}\text{Si}$  для создания  $^{32}\text{S}$ ,  $^{36}\text{Ar}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{44}\text{Ti}$ ,  $^{48}\text{Cr}$ ,  $^{52}\text{Fe}$  и  $^{56}\text{Ni}$ , что называется альфа процессом или альфа-лестницей, которая происходит в течении дня. Поскольку температура во время сжигания кремния настолько высока ( $\sim 3,5$  ГК), нуклиды, более тяжелые, чем кремний, также могут быть фото-диссоциированы. Результатом являются такие реакции, как  $^{28}\text{Si} + ^4\text{He} \rightarrow ^{32}\text{S}$ , которые находятся в равновесии с их обратными реакциями. Таким образом, существует группа нуклидов, а именно нуклидов с  $28 \leq A \leq 62$ , свободные альфа-частицы, нейтроны и протоны, находящиеся в равновесии друг с другом. Это состояние называется квазиравновесным (QSE) и отличается от NSE тем, что не все нуклиды находятся в равновесии друг с другом. В частности,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{20}\text{Ne}$ , и  $^{24}\text{Mg}$  не являются частью группы QSE [11].

Однако сжигание кремния могут производить только нуклиды вплоть до атомного массового числа от  $A = 56$ , так как энергия связи на нуклон (протоны и нейтроны) достигает максимума при этом массовом числе. Поэтому более тяжелые нуклиды связаны слабее, что означает, что нужно добавить энергию, для обеспечения слияние за пределами  $A = 56$ . Другими словами, как только все значимые элементы (до  $^{56}\text{Ni}$ ) в ядре массивной звезды сожжены, сердцевина звезды будет состоять из ядерной пыли, которая не может

гореть и звезда теряет свой основной источник тепла. Ядро удерживается от коллапса давлением вырождения электронов, но как только масса ядра превышает эффективную массу Чандрасекара, происходит коллапс ядра, вызывающий CCSN. Масса Чандрасекара ( $\sim 1,4M_{\odot}$ ) является теоретической максимальной массой белого карлика, поддерживаемого только лишь давлением вырождаемости электронов. Однако до того, как железное ядро достигнет массы Чандрасекара, происходит захват электронов нуклидами, которые удаляют электроны и, следовательно, поддерживающее давление, что приводит к коллапсу ядра до того, как оно достигнет массы Чандрасекара. Максимальная масса железного ядра до начала коллапса называется эффективной массой Чандрасекара [10]. Поскольку звездный синтез по большей части производит альфа-элементы, неудивительно, что мы наблюдаем альфа-элементы, более распространенными, чем другие нуклиды с массовым числом ниже железа (см. рис. 1.4).

## 1.4 Пик железа

Выше температуры ( $\sim 5\text{ГК}$ ), реакции слияния уравниваются обратной реакцией фотодиссоциации, что означает, что реакция слияния  $N$  нейтронов и  $Z$  протонов в нуклиде  $(N, Z)$  уравнивается реакцией расщепления в нуклиде  $(N, Z)$  на  $N$  свободных нейтронах и  $Z$  свободных протонах. Такое состояние называется ядерное статистическое равновесие (NSE). Когда материя находится в состоянии NSE, весь состав, т. е. концентрация каждого вида ядра, полностью определяется температурой, плотности и электронной частью  $Y_e = n_p/(n_p + n_n)$ , где  $n_p$  - общая плотность протонов (свободных или внутри нуклидов), а  $n_n$  - аналогичное значение для нейтронов [13].

Такие условия достигаются в сверхновой типа *Ia*. Например, белый карлик, состоящий в основном из углерода и кислорода, подвергается термоядерному взрыву. Нагревание заставляет материю перейти в состояние NSE, которое порождает пики железа нуклидов, которые останутся присутствовать в системе после снижения температуры.

Рисунок 1.5 показывает конечную концентрацию из модели сверхновой звезды типа *Ia* [14]. Тип *Ia* сверхновых вносит значительный вклад в формирование пика железа вместе с горением кремния во время CCSNe и медленного захвата электронов в тяжелых звездах.

## 1.5 Нуклеосинтез за пиком железа

Поскольку процесс слияния эндотермический для  $A \geq 56$ , а кулоновский барьер становится непреодолимо большим, требуется другой процесс для создания элементов за пиком железа. Этот процесс представляет собой захват нейтронов, который остается экзотермическим до тех пор, пока энергия связи нейтронов  $Q_n$  является большой для богатых нейтронами ядер. В некоторой точке,  $Q_n$  настолько мала ( $\sim 1\text{МэВ}$ ), что показатель фоторасщепления (фотонный выброс нейтрона из ядра) так же велик, как и показатель захвата нейтронов, и поэтому нет дополнительных нейтронов, связанными с ядром. Момент, в который это происходит называется областью бета стабильности и, как правило, составляет 10-20 нейтронов, превышающих наиболее богатый нейтронами стабильный изотоп [7]. Точное положение нейтронной капельной линии зависит от температуры и плотности нейтронов. Очевидно, что кулоновский барьер для захвата нейтронов отсутствует, поскольку нейтроны имеют нейтральный заряд.

Как только ядро захватывает нейтрон, оно может оставаться стабильным, и в этом случае оно может захватить другой нейтрон, но в большинстве случаев новый нуклид будет неустойчивым к  $\beta$ -распаду.

Важным отличием является то, что время  $\tau_\beta$  для  $\beta$ -распада короче или длиннее чем время  $\tau_n$  для захвата нейтронов. Если  $\tau_\beta \ll \tau_n$ , то каждое неустойчивое ядро, созданное захватом нейтронов, распадется до стабильного ядра, прежде чем у него появится шанс захвата другого нейтрона. Следовательно, процесс захвата нейтронов медленный по сравнению с  $\beta$ -распадом, и поэтому это называется s-процессом (slow). S-процесс никогда не поглощает более одного нейтрона и, следовательно, протекает вдоль области устойчивости (область на карте нуклидов, где ядра стабильны, обозначена квадратами на рис. 1.6). Если, с другой стороны,  $\tau_\beta \gg \tau_n$ , то есть достаточно времени для множественных захватов нейтронов до первого  $\beta$ -распада. Это называется r-процессом, поскольку захват нейтронов происходит быстро. В этом случае нуклеосинтез протекает вдоль нейтронной капельной линии, но он вынужден дожидаться  $\beta$ -распада в этой точке.

На рис. 1.6 схематично показаны пути s- и r-процессов на участке диаграммы нуклидов. Если ядро имеет определенное количество нейтронов, называемое магическим числом, то нейтроны могут быть расположены в за-

мкнутой оболочке, которая энергетически очень благоприятна и резко уменьшает сечение захвата нейтронов. Это показано на рисунке 1.6 при  $N = 50$ . Когда  $r$ -процесс достигает замкнутой нейтронной оболочки, ему приходится ждать, пока произойдет несколько  $\beta$ -распадов могут протекать мимо закрытой нейтронной оболочки. Поэтому материал будет накапливаться там, где нейтронная капельная линия пересекает замкнутую нейтронную оболочку, обозначенную квадратами на рис. 1.6. Поскольку эти нуклиды все нестабильны, они в конечном итоге распадаются до состояния устойчивости когда все свободные нейтроны будут захвачены, а избыток материала, который был получен на закрытой нейтронной оболочке, приведет к пику обилия в массе, где нуклиды имеют меньше нейтронов, чем магическое число (потому что некоторые нейтроны распались на протоны). Аналогичным образом, когда  $s$ -процесс пересекается с закрытой нейтронной оболочкой, также будет избыток материала но не потому, что  $s$ -процесс должен ждать дополнительных  $\beta$ -распадов (напомним, что  $\beta$ -распады всегда происходят намного быстрее, чем захват нейтронов  $s$ -процесса). Материя накапливается на закрытой нейтронной оболочке, поскольку сечение захвата нейтронов на один-два порядка меньше, чем для соседних нуклидов. Таким образом,  $s$ -процесс будет порождать пики обилия в тех массах, где число нейтронов - это в точности магическое число, которое является большей массой, чем пики, образуемые  $r$ -процессом. Наиболее важные магические числа это  $N = 50; 82; 126$ , которые приводят к пикам распространенности при приблизительно  $A = 80; 130; 194$  для  $r$ -процесса и около  $A = 88; 138; 208$  для  $s$ -процесса. Когда мы исследуем  $r$ -процесс, мы всегда сравниваем предполагаемое обилие с паттерном солнечного  $r$ -процесса. Оказывается, что вклад  $r$ -процесса является универсальным и относительное обилие в Солнце аналогично относительному обилию, наблюдаемому в гало звезд с недостатком металла. Обилия  $r$ -процесса из пяти таких звезд показаны на рис. 1.7. Звезды с ореолам, бедными металлами, сформировались на ранней стадии жизни нашей галактики, и поэтому мы ожидаем, что они не будут значительно обогащены тяжелыми элементами, созданных  $s$ -процессом, поскольку прошло недостаточно времени для этого. Поэтому любая достоверная модель нуклеосинтеза  $r$ -процесса должна воспроизводить обилия солнечного  $r$ -процесса.

Наконец, некоторые авторы также рассматривают процесс промежуточного захвата нейтронов, называемый  $i$ -процесс, между медленным и быст-

рым процессами. I-процесс протекает в богатой нейтронами среде, и поглощает до пяти нейтронов. S-процесс и/или i-процесс происходят внутри звезды с низкой массой асимптотической гигантской ветви (AGB) ( $1.5 \leq M/M_{\odot} \leq 3$ ), а также более массивных звездах, которые, как правило, имеют сильные звездные ветра, которые выбрасывают некоторые из вновь созданных тяжелых элементов в межзвездную среду. Реакции  $^{13}\text{C} + ^4\text{He} \rightarrow ^{16}\text{O} + n$  и  $^{22}\text{Ne} + ^4\text{He} \rightarrow ^{25}\text{Mg} + n$  приводят к появлению свободных нейтронов. Астрофизические условия r-процесса остаются открытыми вопросами и являются предметом следующего раздела.

## 1.6 Возможные места r-процесса

Для r-процесса требуется очень богатая нейтронами среда. Было предложено множество мест, в которых могут быть достигнуты правильные условия для r-процесса. К ним относятся ударные или струйные выбросы в сверхновых, богатых нейтронами, неоднородные космологии Большого Взрыва, выбросы от коалесценции и приливного разрушения бинарных нейтронных звезд, выбросы взрывчатого гелия или сжигание углерода, вспышки гелиевых ядер в звездах с низкой массой, или аккреционные диски нейтронной звезды. Основываясь на наблюдениях европия в звездах с небольшим содержанием металла и галактических моделях химической эволюции, Мэтьюз и Коуэн (1990) пришли к выводу, что CCSN были наиболее вероятным местом протекания r-процесса [16]. Недавние исследования показывают, что CCSN и слияние нейтронных звезд являются единственными жизнеспособными кандидатами на места протекания r-процесса [17].

## 1.7 Распространенность в солнечной системе

Крайне сложно получить образцы материи из мест, отличных от земной коры. *Apollo* и *Luna* принесли образцы с луны, а позже такие космические аппараты, как *Stardust*, *Genesis*, и *Hayabusa* успешно доставили образцы из близлежащих астероидов и космической пыли на Землю. Однако подавляющее большинство внеземных материалов, доступных для химических анализов получены от метеоритов, которые падают на поверхность Земли. Поэтому, чтобы определить состав звезд и других астрофизических объектов, мы ограничимся изучением линиями поглощения и излучения, формирующими

эти объекты, а также распространенность элементарных частиц [18]. Линии поглощения в солнечном спектре были впервые обнаружены в начале XIX век. Тем не менее, применение им нашли только 100 лет спустя, после развития квантовой механики, которая утверждает, что линии поглощения могут использоваться для количественного определения распространенности элементов на солнце.

На рис. 1.4 показаны наблюдаемые распространенности в нашей солнечной системе в зависимости от массового числа  $A$ . Нуклиды с четным массовым числом как правило более многочисленными, чем нуклиды с нечетным массовым числом. Из-за спинового спаривания нуклонов нуклид с четным числом нейтронов и протонов (следовательно, четное  $A$ ) является более связанным, чем нуклид с нечетным числом нейтронов или протонов (следовательно, нечетное  $A$ ) [19]. Нуклиды с нечетным числом и нейтронов, и протонов (отсюда и четное  $A$ ), имеют еще более слабую связь поскольку ни все нейтроны, ни все протоны не могут быть спин-парными. Поэтому неудивительно, что существует только несколько нечетных-нечетных нуклидов, которые являются стабильными или долгоживущими:  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{10}\text{B}$  и  ${}^{14}\text{N}$  стабильны, а  ${}^{40}\text{K}$ ,  ${}^{50}\text{V}$ ,  ${}^{138}\text{La}$  и  ${}^{176}\text{Lu}$  являются единственными нечетные-нечетные нуклиды с периодом полураспада не менее 1 миллиона лет. Существует ряд различных процессов нуклеосинтеза, которые доминируют в различных диапазонах масс. Очень легкие нуклиды ( $A < 8$ ) были получены сразу после Большого взрыва, некоторое количество  ${}^4\text{He}$ , а также большинство нуклидов в диапазоне  $12 \leq A \leq 56$  являются результатом гидростатического ядерного горения в звездах, значительная часть пика железа ( $50 \lesssim A \lesssim 62$ ) производится элементами, входящими в ядерное статистическое равновесие, а затем охлаждающимися.

## 1.8 Коллапс ядра сверхновых

После коллапса железного ядра массивной звезды образуется прото-нейтронная звезда (ПНС). Эта ПНС делептонизирует, чтобы в конечном итоге сформировать нейтронную звезду. Этот процесс испускает порядка  $10^{53}$  эрг энергии связи в виде нейтрино. Большое облучение нейтрино приводит к горячему ветру с поверхности ПНС, называемому ветром, несущим нейтрино [20]. Ранние симуляции этого ветра показывали, что в некоторых случаях они могут иметь хорошие условия для  $g$ -процесса.

Однако последние исследования нуклеосинтеза  $r$ -процесса в ветрах с участием нейтрино показали, что маловероятно, что  $r$ -процесс полностью (получение нуклидов до третьего пика, см. рис. 1.4 протекает в этих условиях, поскольку ветер, похоже, недостаточно богат нейтронами. Получается, что только слабая версия  $r$ -процесса (получение тяжелых элементов до  $A \sim 130$ ) может происходить в ветре с нейтрино от CCSNe.

Однако существует еще один процесс, так называемый « $\nu$ -процесс», который может создавать нуклиды до  $\sim 110$  в насыщенном протонными ветре с участием нейтрино. В горячем, богатом протонами ветре, захват протонов создает богатые протоном ядра, но прекращается при  ${}^{64}\text{Ge}$ , который имеет долгий  $\beta$  - период полураспада ( $\sim 64\text{с}$ ) в масштабе времени ( $\sim 10\text{с}$ ) и малое сечение захвата протонов.  $\nu p$ -процесс может пройти через этот  ${}^{64}\text{Ge}$  барьер путем преобразования свободного протона в нейтрон посредством электронного антинейтринного захвата. Реакция  ${}^{64}\text{Ge} + n \rightarrow {}^{64}\text{Ga} + p$  намного быстрее, чем захват протонов на  ${}^{64}\text{Ge}$  и позволяет нуклеосинтезу преодолеть  $A = 64$  с последующими захватами протонов

Наконец, определенный редкий тип CCSNe может иметь возможность обеспечивать полный  $r$ -процесс. Если звезда-предшественник имеет сильное магнитное поле, и ее ядро вращается быстро, тогда взрыв сверхновой может приводиться в действие магнитороциональными процессами (возможно магнитореформационная неустойчивость), которые могли создать биполярную струю. Возможно, что в этой струе имеет место  $r$ -процесс нуклеосинтеза, который создает все тяжелые элементы до третьего пика. Однако, из-за огромного магнитного поля и быстрого вращения, требуемого в этом типе суперновых, ожидается, что только малая доля ( $\lesssim 0.1\%$ ) из всех CCSNe приводит к созданию магниторотационной сверхновой.

## 1.9 Слияние нейтронных звезд

Поскольку обычный CCSN, скорее всего, не может произвести полный  $r$ -процесс, остается только слияние нейтронных звезд как единственное жизнеспособное место для нуклеосинтеза  $r$ -процесса. Мы знаем, что в нашей галактике существуют бинарные системы нейтронных звезд, и, что их орбита сокращается из-за излучения гравитационной волны, что приведет в результате к объединению двух нейтронных звезд. Множество групп провели гидродинамическое моделирование слияния двух нейтронных звезд или слияние

нейтронной звезды и черной дыры. Такие слияния могут выбрасывать богатый нейтронами материал через различные процессы. Существует два типа динамических выбросов, которые запускаются незадолго до или во время слияния. Поскольку две нейтронные звезды приближаются друг к другу или одна нейтронная звезда приближается к своей черной дыре, нейтронная звезда(ы) деформируется и разрушается, что создает поток материи нейтронной звезды, выброшенный в космос и несвязанный с системой. Этот тип выброса относится к приливным хвостам. Пример показан на рисунке 1.8. Второй тип динамических выбросов - сжатие материи при столкновении между двумя нейтронными звездами. Этот тип динамических выбросов происходят только при слияниях нейтронная звезда - нейтронная звезда (NSNS) [21]. Масса динамического выброса находится от  $10^{-4}$  до нескольких  $\times 10^{-2}$  масс Солнца и распределение электронной доли колеблется от  $Y_e \sim 0.05-0.45$  в случае бинарных нейтронных звезд. Черные дыры-нейтронные звезды могут выбросить порядка  $\sim 0.1 M_\odot$ , но только если черная дыра имеет такую же массу, как нейтронная звезда и имеет довольно высокий уровень вращения. Иначе, как правило, нет выброса вообще, потому что нейтронная звезда разрушается внутри горизонта событий черной дыры. Доля электронного выброса от слияния BHNS обычно ниже 0,2.

Слияние нейтронных звезд может привести к дополнительным оттокам после слияния. В большинстве случаев вокруг центрального компактного объекта, который является либо черной дырой, либо горячей гипермассивной нейтронной звездой (HMNS) образуется аккреционный диск или тор. Время жизни HMNS до того, как оно схлопнется до черной дыры, колеблется от нескольких миллисекунд до более 30 мс. Если есть HMNS, она будет излучать нейтрино. Горячий аккреционный диск также охлаждается через излучение нейтрино. Это может привести к ветру с нейтрино с поверхности диска. Отток с диска также может быть вызван вязким нагревом и альфа-рекомбинацией на диске. Поскольку этот отток происходит в более поздние времена, излучение нейтрино имеет достаточно времени для значительного повышения электронной доли в оттоке, так что большинство симуляций обнаруживают  $Y_e \sim 0.2 - 0.45$  с несколькими  $\times 10^{-3} M_\odot$  выбрасываемыми в эти оттоки.

Поскольку выбросы от слияния нейтронной звезды настолько богаты нейтронами, r-процесс может легко создать все элементы до  $A \sim 250$ , что вы-



ходит за пределы третьего пика. По факту, во время  $r$ -процесса нуклеосинтеза образуются еще более тяжелые нуклиды ( $A > 300$ ) однако эти нуклиды нестабильны для деления (как спонтанные, так и нейтронно-индуцированные). Их продукты деления быстро захватывают больше нейтронов, растут до  $A > 300$ , а затем делятся сами собой. Этот так называемый цикл деления продолжается до тех пор, пока нейтроны не будут исчерпаны. Замечательный результат заключается в том, что окончательная картина обилия  $r$ -процесса очень устойчива к вариациям в детальных свойствах выброса. Если цикл деления начался, то конечная численность не будет зависеть от точного числа циклов. Все сценарии слияния производят по существу идентичные конечные распространённости, демонстрируя тем самым устойчивость  $r$ -процесса в слияниях нейтронных звезд.

### **1.10 Поглощение черной дырой нейтронной звезды**

В отличие от слияния нейтронная звезда - нейтронная звезда, маловероятно, что вещество, выброшенное во время поглощения черной дырой нейтронной звезды подвергается большому количеству слабых взаимодействий. Захват нейтронов и позитронов относительно подавлен в сравнении с показателями нагретого выброса при слиянии двух нейтронных звезд из-за низкой энтропии в приливных выбросах. Высокая скорость оттока и слабое свечение нейтрино, встречаемое в данных явления (сравнительно с NSNS), также указывают на небольшую вероятность того, что взаимодействия с нейтрино значительно изменят количество нейтронов, присутствующий на начальном этапе  $r$ -процесса нуклеосинтеза [1].

Данный процесс будет смоделирован в данной работе с целью оценки влияния СБР на конечные распространённости обойденных изотопов, так как здесь выполняется необходимое условие для  $r$ -процесса, а именно - высокая распространённость нейтронов. Так как нейтрон - нестабильная частица, то вероятность ее преобразования в протон велика, поэтому данная модель подходит для моделирования столкновений элементов с протонами.

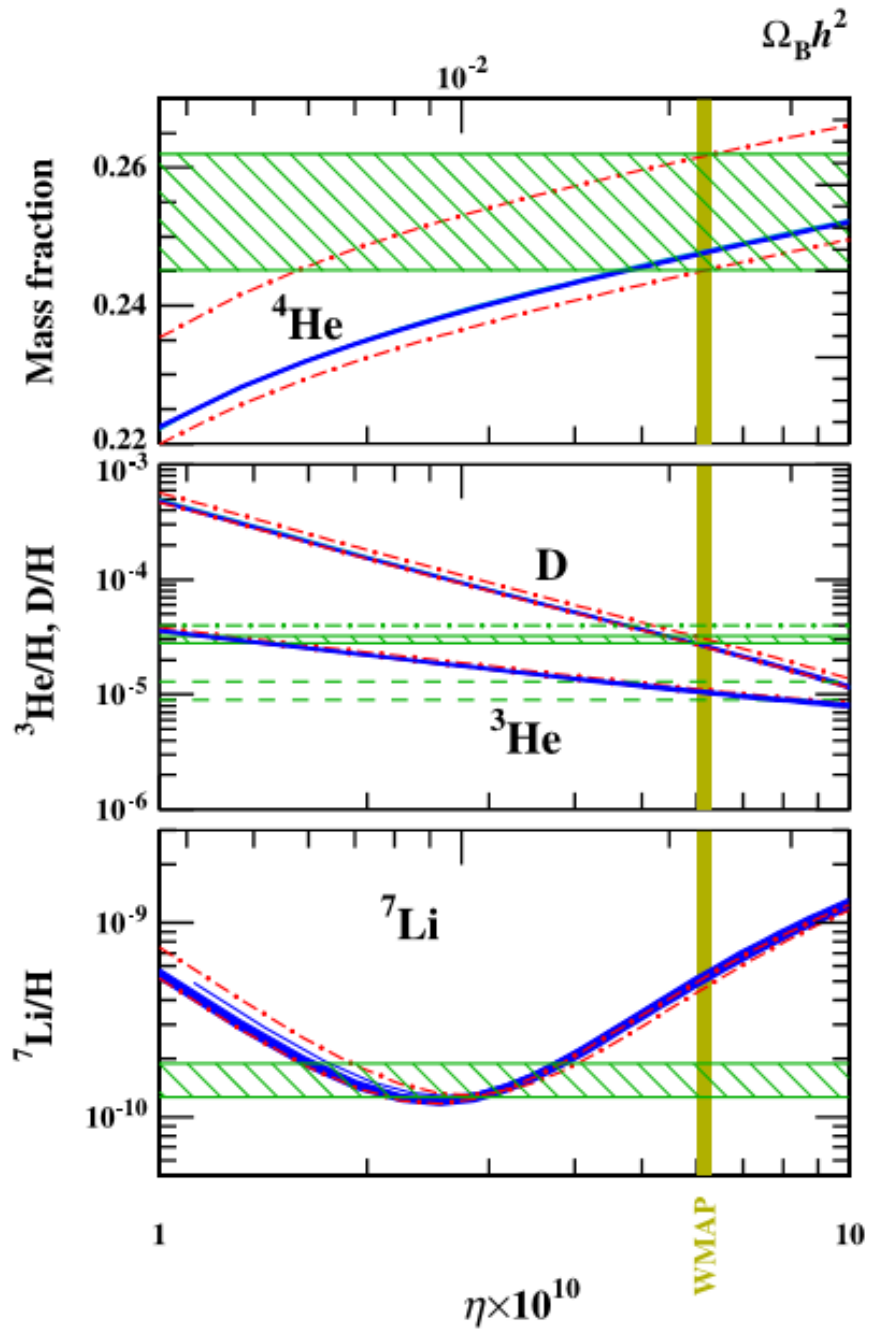


Рисунок 1.1 – Вычисленная распространенность  $^4\text{He}$ ,  $\text{D}$ ,  $^3\text{He}$  и  $^7\text{Li}$  (синие линии) в зависимости от отношения барион-фотон  $\eta$ . Зеленые области - наблюдаемые концентрации, а желтая вертикальная полоса - наблюдаемое значение  $\eta$ . Вычисленные количества  $^4\text{He}$ ,  $\text{D}$  и  $^3\text{He}$  согласуются с наблюдениями, но прогнозируется избыток  $^7\text{Li}$  в 4-5  $\sigma$ . Это известная «литиевая проблема»

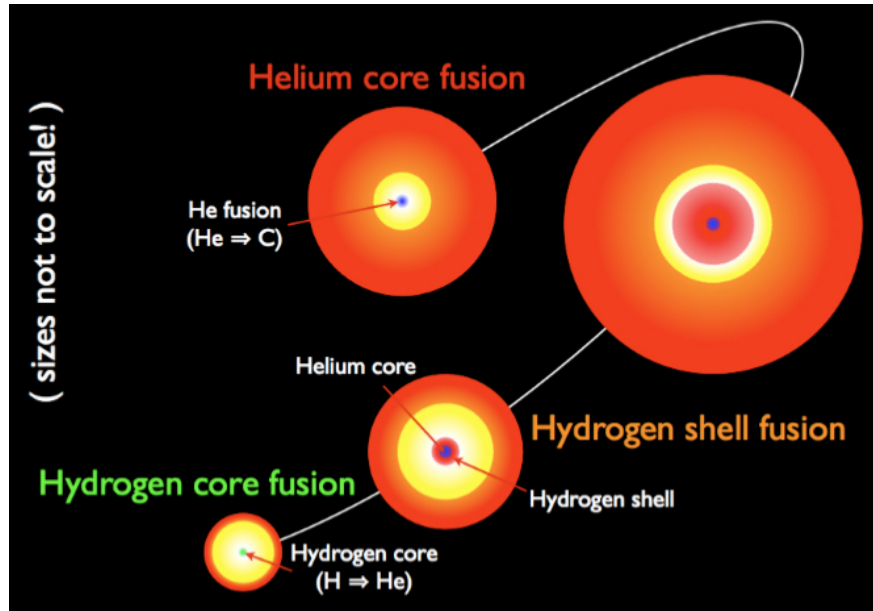


Рисунок 1.2 – Изображение ранних этапов эволюции звезд. Звезда начинается со слияния водорода с гелием. Когда водород в активной зоне истощен, ядро сжимается, что повышает температуру и запускает водородное слияние в оболочке вокруг гелиевого ядра. Это расширяет атмосферу звезды и превращает ее в красного гиганта. После сжигания водородного топлива ядро снова сжимается под действием силы тяжести, которая увеличивает температуру до той отметки, при которой синтез начинался. Рисунок из [https://www.nasa.gov/mission\\_pages/](https://www.nasa.gov/mission_pages/)

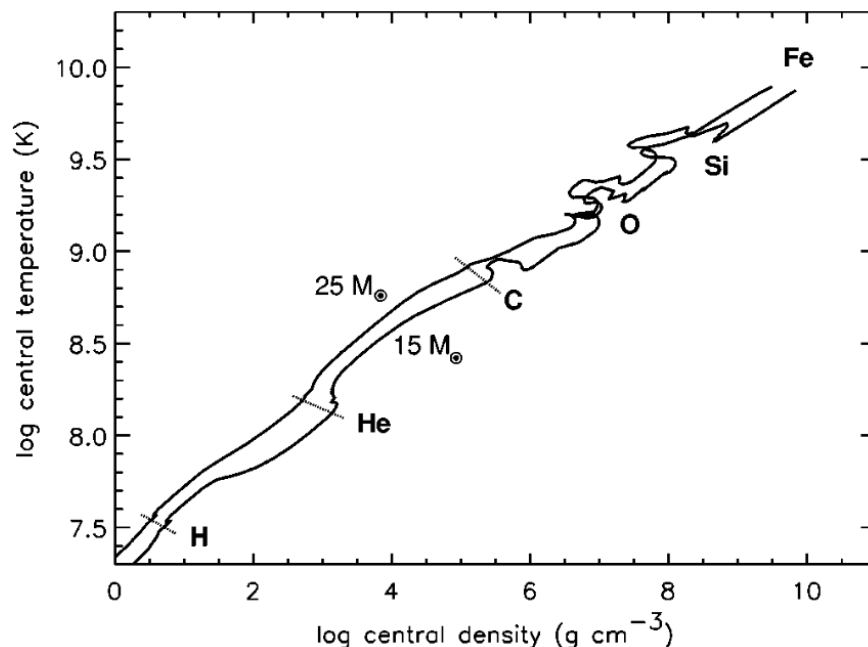


Рисунок 1.3 – Центральная плотность и температура  $15M_{\odot}$ , а также  $25M_{\odot}$  звездных моделей. По мере эволюции звезды центральная плотность и температура возрастают, последовательно воспламеняются водород, гелий, углерод, кислород и сгорает кремний [10]

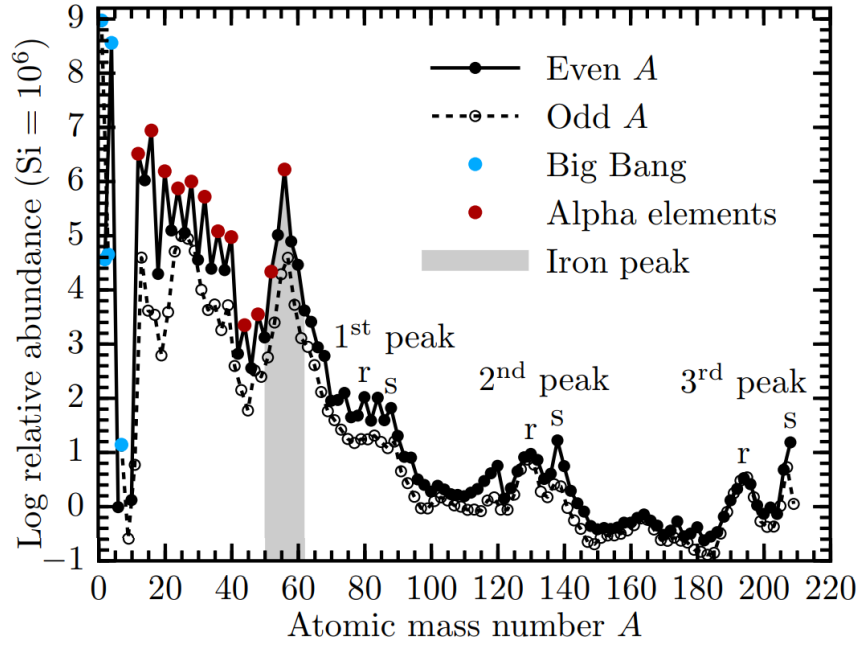


Рисунок 1.4 – Наблюдаемая распространенность в нашей солнечной системе в зависимости от массового числа  $A$ . Самые легкие элементы были созданы в «Большом взрыве». Слияние в звездах преимущественно создает альфа-элементы [12]

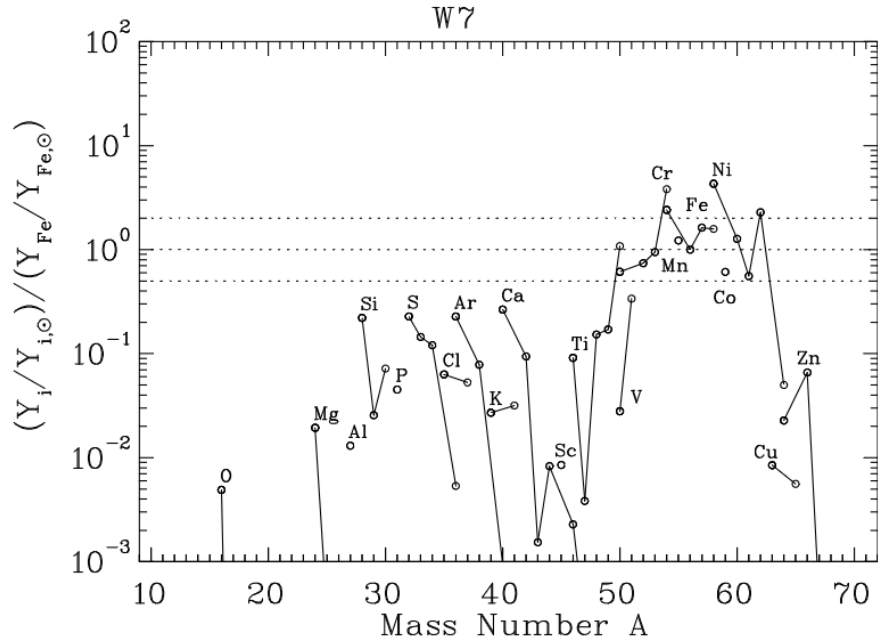


Рисунок 1.5 – Конечные показатели концентрации в модели сверхновой типа  $Ia$ . В основном наблюдаются элементы вблизи железного пика, а также некоторые тяжелые альфа-элементы (кремний, сера, аргон, кальций и титан)

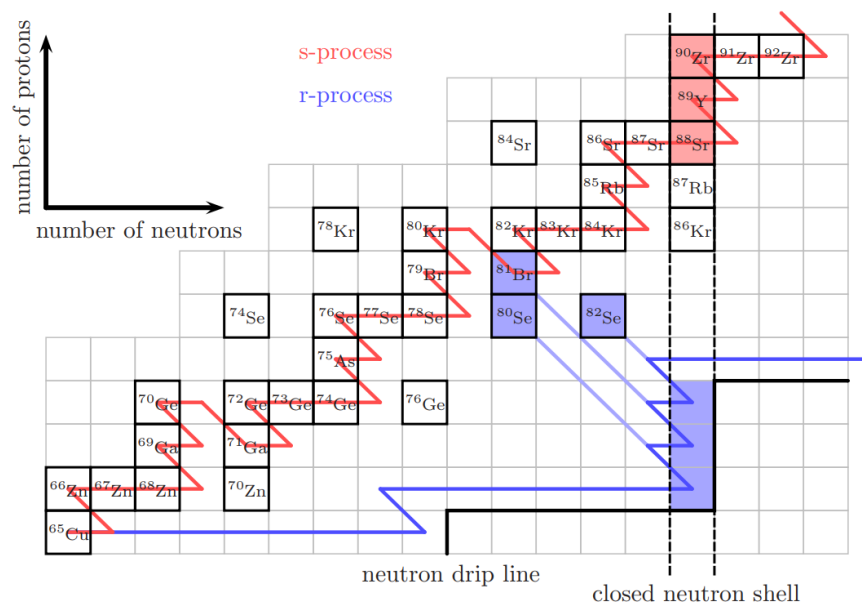


Рисунок 1.6 – Схематическое представление s- и r-процесса на участке диаграммы нуклидов. S-процесс (красный) проходит вдоль долины устойчивости и r-процесс (синий) вдоль линии капельного потока нейтронов. На закрытой нейтронной оболочке  $N = 50$  сечение захвата нейтронов падает на несколько порядков, что приводит к накоплению материала, который производит двух-пиковые характеристики, показанные на рисунке 1.4

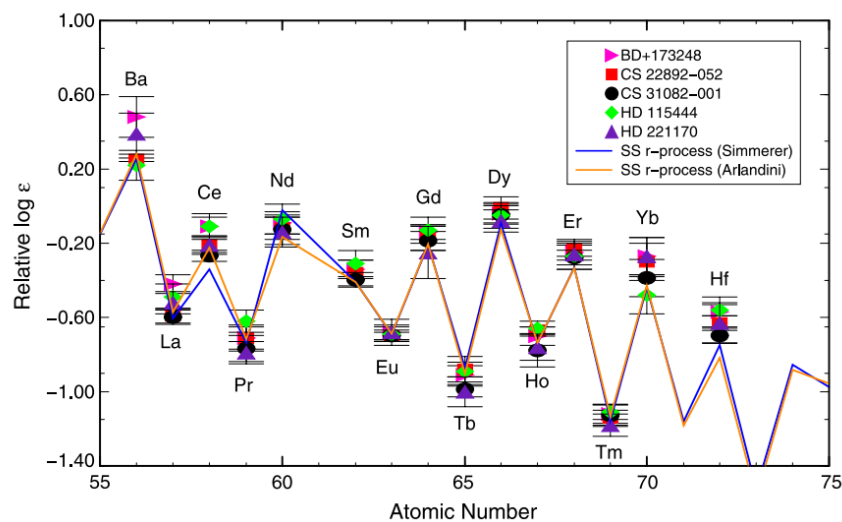


Рисунок 1.7 – Наблюдаемые обилие некоторых тяжелых элементов в пяти металлически-бедных ореолах звезд. Распространенности нормируются через европий. Все звезды имеют практически одинаковые относительные распространенности, и эта картина также согласуется с тем, что наблюдается в солнечной системе (линии). Ожидается, что эти звезды не будут обогащены s-процессом нуклеосинтеза, потому что они образовались вскоре после образования галактики [15]

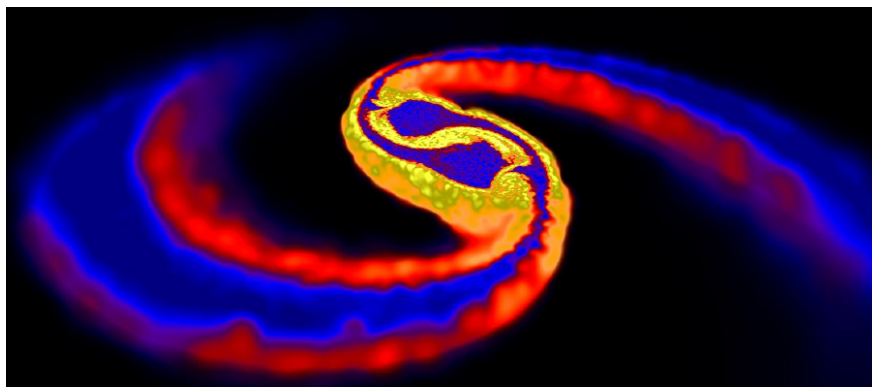


Рисунок 1.8 – Плотностный рендеринг моделирования слияния двойных нейтронных звезд. Темные центральные капли - это две нейтронные звезды перед слиянием. Динамические выбросы богатого нейтронами вещества в виде двух приливных хвостов отчетливо видны. Рисунок из <http://users.monash.edu.au/~dprice/research/nsmag>

## 2 Столкновительный $\beta$ -распад

Данный процесс является одним из процессов, приводящих к появлению обойденных ядер.

Обойдённые ядра - устойчивые атомные ядра, лежащие в стороне от всех возможных путей образования тяжёлых ядер из более лёгких в процессе последовательного захвата последними нейтронов [22]. Распространённость обойденных ядер, как правило, примерно на два порядка величины ниже, чем у близких к ним ядер, лежащих на пути нейтронного захвата. К таковым относятся:  $^{74}\text{Se}$ ,  $^{78}\text{Kr}$ ,  $^{80}\text{Kr}$ ,  $^{84}\text{Sr}$ ,  $^{92}\text{Mo}$ ,  $^{94}$ ,  $^{96}\text{Ru}$ ,  $^{98}\text{Ru}$ ,  $^{102}\text{Pd}$ ,  $^{106}\text{Cd}$ ,  $^{108}\text{Cd}$ ,  $^{113}\text{In}$ ,  $^{112}\text{Sn}$ ,  $^{114}\text{Sn}$ ,  $^{115}\text{Sn}$ ,  $^{120}\text{Te}$ ,  $^{124}\text{Xe}$ ,  $^{126}\text{Xe}$ ,  $^{130}\text{Ba}$ ,  $^{132}\text{Ba}$ ,  $^{136}\text{Ce}$ ,  $^{138}\text{Ce}$ ,  $^{144}\text{Sm}$ ,  $^{152}\text{Gd}$ ,  $^{152}\text{Dy}$ ,  $^{158}\text{Dy}$ ,  $^{162}\text{Er}$ ,  $^{164}\text{Er}$ ,  $^{168}\text{Yb}$ ,  $^{174}\text{Hf}$ ,  $^{180}\text{W}$ ,  $^{184}\text{Os}$ ,  $^{190}\text{Pt}$ ,  $^{196}\text{Hg}$  [23].

Столкновительный  $\beta$ -распад стабильных ядер, инициируемый их кулоновскими столкновениями с другими ядерными частицами звездной среды, может быть основой модели процесса синтеза обойденных ядер. Проблема их синтеза на основе физического механизма захвата нейтронов ( $s$ - или  $r$ -процесса) состоит в прерывании цепочки последовательных  $\beta$ -распадов на  $\beta$ -стабильном ядре  $(A, Z)$ .

Процесс СБР стабильных ядер, о котором говорилось выше, для нуклидов главной последовательности предоставляет еще одну возможность преодолеть энергетический порог и осуществить переход

$$(A, Z) \xrightarrow{\beta^-} (A, Z + 1),$$

открывая путь к последующему естественному  $\beta$ -переходу

$$(A, Z + 1) \xrightarrow{\beta^-} (A, Z + 2)$$

Может оказаться, что при этом малость сечений для процесса такого рода уже не будет играть особой роли, если будут не малы плотность вещества в недрах звезды и временная протяженность квазиравновесной стадии звездной эволюции.

Расчеты показывают, что модель синтеза обойденных элементов в звездном веществе на этапе квазиравновесной стадии, основанная на явлении СБР стабильных ядер главной последовательности, качественно, а в ряде случаев и количественно, способна воспроизвести нерегулярный ход кривой относи-

тельной распространенности обойденных ядер. Этот факт можно расценивать как косвенное свидетельство в пользу реальности явления столкновительного  $\beta$ -распада стабильных ядер [4].

В случае столкновительного  $\beta$ -распада возможно несколько видов процессов, а именно: протон-ядерные, ядро-ядерные и процесс, стимулированный нейтронами. Рассчитанные сечения для протон-ядерных и ядро-ядерных оказались невелики (менее  $10^{-50} \text{ cm}^2$ ), и процесс пока не доступен для прямого наблюдения, но при помощи программного обеспечения, позволяющего моделировать данные процессы мы можем оценить влияние их на конечные распространенности элементов [24]. Наряду с кулоновскими столкновениями ядер можно предложить механизм СБР, не связанный с кулоновскими силами и в то же время незамаскированный возможным появлением продуктов  $\beta$ -распада за счет ядерных реакций. Речь идет о процессе СБР ядра, стимулированном столкновениями с нейтронами.

Данная работа рассматривает в первую очередь влияние протон-ядерного столкновения на процессы, протекающие в нейтронных звездах, а именно  $g$ -process, так как концентрация протонов при этом достаточно велика, чтобы это влияние оказалось существенным.

## 2.1 Дифференциальное сечение процесса столкновительного $\beta$ -распада ядер в кулоновском поле отталкивания.

Рассмотрим нерелятивистское столкновение двух ядер  $(A, Z)$  и  $(A', Z')$ , первое из которых для процесса  $\beta^-$ -распада - материнское ядро, а второе - столкновительный партнер (для простоты он будет считаться бесструктурным). Дифференциальное сечение процесса столкновительного  $\beta$ -распада нуклида  $(A, Z)$  можно представить в виде:

$$d\sigma_{\beta}^{(col)} = \frac{2\pi\mu}{\hbar^2 k_i} \sum_{\beta_f} \left| \langle f | H^{(\beta^-)} | i \rangle \right|^2 \frac{d^3 K_f}{(2\pi)^3} \frac{d^3 k_f}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_e}{(2\pi\hbar)^3} \frac{d^3 p_{\nu}}{(2\pi\hbar)^3} \times \\ \times \delta \left( \frac{\hbar^2 K_i^2}{2M} + \frac{\hbar^2 k_i^2}{2\mu} - \frac{\hbar^2 K_f^2}{2M} - \frac{\hbar^2 k_f^2}{2\mu} - E_e - E_{\nu} - \Delta - \Delta_f \right). \quad (2.1)$$

Здесь  $|i\rangle$  и  $|f\rangle$  - волновые функции начального и конечного состояний столкновительной системы,  $\hbar\vec{K}_s$  и  $\hbar\vec{k}_s$  - ее полный и относительный импульсы в  $s$ -том состоянии ( $s = i$  или  $f$ ),  $\vec{p}_e$  и  $\vec{p}_{\nu}$  - импульсы бета-электрона и анти-



нейтрино,  $E_e$  и  $E_\nu$  - их энергии,  $\Delta$  - пороговая энергия, определяемая разностью энергий связи дочернего и материнского ядер (для  $\beta$ -стабильного ядра  $\Delta > 0$ ),  $\Delta_f$  - энергия состояния дочернего ядра, отсчитанная от основного, и  $\mu$  - полная и приведенная массы системы.  $\delta$ -функция выражает закон сохранения энергии в процессе СБР. Оператор ядерного бета-перехода  $H^{(\beta^-)}$  имеет вид:

$$H^{(\beta^-)} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{j=1}^A \exp(-i\vec{q}_\beta \vec{r}_j) (\tau_+)_j (ig_v b_4 - g_a \vec{b} \vec{\sigma}_j), \quad (2.2)$$

где  $\vec{r}_j$  - координата  $j$ -го нуклона;  $g_v$  и  $g_a$  - векторная и псевдовекторная константы слабого взаимодействия;  $\tau_+ = (\tau_1 + i\tau_2)/2$ ,  $\tau_k, \sigma_k$  - операторы Паули;  $b_\lambda = i(\bar{u}_e \gamma_\lambda \omega_\nu)$ ,  $u_e, \omega_\nu$  - лептонные спиноры;  $\gamma_\lambda (\lambda = 1, 2, 3, 4)$  - матрицы Дирака,  $\hbar \vec{q}_\beta = \vec{p}_e - \vec{p}_\nu$ .

В (2.2) опущены малые слагаемые, пропорциональные импульсам частиц, участвующих в  $\beta$ -распадном процессе и предполагается, что пространственная зависимость лептонных волновых функций имеет вид плоской волны. При необходимости действие кулоновского поля дочернего ядра на  $\beta$ -электрон можно учесть впоследствии введением кулоновской функции Ферми в конечное выражение для сечения процесса.

Переходя в систему центра масс, получим

$$H^{(\beta^-)} = \exp(-i\vec{q}_\beta \vec{R}_c) \exp(-i\vec{\mathcal{R}}_\beta \vec{R}) \sum_{j=1}^A H_j^{(\beta^-)} \exp(-i\vec{q}_\beta \vec{\xi}_j), \quad (2.3)$$

где  $\vec{\mathcal{R}}_\beta = \frac{\mu}{Am} \vec{q}_\beta$ ,  $m$  - масса нуклона,  $\vec{R}$  - относительная координата,  $\vec{R}_c$  - координата центра тяжести системы,  $\xi_j$  - координата  $j$ -го нуклона, отсчитанная от центра тяжести материнского ядра.

$H_j^{(\beta^-)}$  -  $\beta$ -распадный гамильтониан, действующий на спиновые и изоспиновые координаты  $j$ -го нуклона:

$$H_j^{(\beta^-)} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau_+)_j (ig_v b_4 - g_a \vec{b} \vec{\sigma}_j).$$

Представим волновые функции начального ( $i$ ) и конечного ( $f$ ) состоя-

ний столкновительной ядро-ядерной системы в виде:

$$|s\rangle = \Psi(\vec{k}_s, \vec{R}) \exp(i\vec{K}_s \vec{R}_c) |\beta_s\rangle. \quad (2.4)$$

Здесь  $|\beta_s\rangle$  - волновые функции, характеризующие внутренние состояния материнского ( $s = i$ ) или дочернего ( $s = f$ ) ядер,  $\Psi(\vec{k}_s, \vec{R})$  - волновые функции относительного движения в столкновительной системе (ядра  $(A, Z)$ ,  $(A', Z')$  при  $s = i$  и  $(A, Z + 1)$ ,  $(A', Z')$  при  $s = f$ ).

Рассмотрим вначале задачу рассеяния в кулоновском поле отталкивания, где имеется спектр только положительных собственных значений энергии. Как известно, в этом случае правильное асимптотическое поведение волновой функции получается, если для начального состояния она представляет собой суперпозицию плоской и расходящейся, а для конечного состояния - плоской и сходящейся сферической волн. Выражения для соответствующих кулоновских волновых функций известны:

$$\Psi(\vec{k}_i, \vec{R}) = e^{-\frac{\pi\lambda_i}{2}} \Gamma(1 + i\lambda_i) e^{i\vec{k}_i \vec{R}} F(-i\lambda_i, 1; i(k_i R - \vec{k}_i \vec{R})), \quad (2.5)$$

$$\Psi(\vec{k}_f, \vec{R}) = e^{-\frac{\pi\lambda_f}{2}} \Gamma(1 - i\lambda_f) e^{i\vec{k}_f \vec{R}} F(i\lambda_f, 1; -i(k_f R + \vec{k}_f \vec{R})). \quad (2.6)$$

Здесь

$$\lambda_i = \frac{ZZ'e^2\mu}{\hbar^2 k_i}, \lambda_f = \frac{(Z+1)Z'e^2\mu}{\hbar^2 k_f}. \quad (2.7)$$

С учетом (2.5), (2.6) матричный элемент процесса СБР принимает вид:

$$\begin{aligned} \langle f | H^{(\beta^-)} | i \rangle &= \langle \beta_f | \sum_{j=1}^A H_j^{(\beta^-)} \exp(-i\vec{q}_\beta \vec{\xi}_j) | \beta_i \rangle \times \\ &\times (2\pi)^3 \delta(\vec{K}_i - \vec{K}_f - \vec{q}_\beta) e^{-\frac{\pi}{2}(\lambda_i + \lambda_f)} \Gamma(1 + i\lambda_i) \Gamma(1 + i\lambda_f) \times \\ &\times \int e^{i(\vec{k}_i - \vec{k}_f - \vec{z}_\beta) \vec{R}} F(-i\lambda_i, 1; i(k_i R - \vec{k}_i \vec{R})) \times \\ &\times F(-i\lambda_f, 1; i(k_f R + \vec{k}_f \vec{R})) d^3 R. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Для вычисления интеграла типа:

$$J(\lambda) \equiv \int d^3r e^{-\lambda r} \frac{e^{i\vec{q}\vec{r}}}{r} F(ia_1, 1; i(p_1 r - \vec{p}_1 \vec{r})) F(ia_2, 1; i(p_2 r + \vec{p}_2 \vec{r})) \quad (2.9)$$

можно воспользоваться способом, в котором каждая из вырожденных гипергеометрических функций заменяется выражением в виде контурного интеграла. В результате получается:

$$J(\lambda) = \frac{2\pi}{\alpha} e^{-\pi a_1} \left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)^{ia_1} \left(\frac{\gamma + \delta}{\gamma}\right)^{-ia_2} F\left(1 - ia_1, ia_2, 1; \frac{\alpha\delta - \beta\gamma}{\alpha(\gamma + \delta)}\right), \quad (2.10)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2}(q^2 + \lambda^2), & \beta &= \vec{p}_2 \vec{q} - i\lambda p_2, \\ \gamma &= \vec{p}_1 \vec{q} + i\lambda p_1 - \alpha, & \delta &= p_1 p_2 + \vec{p}_1 \vec{p}_2 - \beta. \end{aligned}$$

Из сравнения (2.8) и (2.9) видно, что соответствующий интеграл, необходимый для вычисления матричного элемента процесса СБР, может быть найден на основе формулы (2.10), если положить:

$$\begin{aligned} \int e^{i(\vec{k}_i - \vec{k}_f - \vec{\varkappa}_\beta) \vec{R}} F(-i\lambda_i, 1; i(k_i R - \vec{k}_i \vec{R})) \times \\ \times F(-i\lambda_f, 1; i(k_f R + \vec{k}_f \vec{R})) d^3 R = -\frac{\partial J}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=0} \end{aligned}$$

и установить следующую связь между параметрами:

$$\begin{aligned} a_1 &= -\lambda_i, & a_2 &= -\lambda_f, & \vec{q} &= \vec{k}_i - \vec{k}_f - \vec{\varkappa}_\beta, \\ \vec{p}_1 &= \vec{k}_i, & \vec{p}_2 &= \vec{k}_f. \end{aligned}$$

В результате получаем:

$$\begin{aligned} \text{mod } \langle f | H^{(\beta-)} | i \rangle^2 &= 4\pi^2 b^{-2} \left| \langle \beta_f | \sum_{j=1}^A H_j^{(\beta-)} \exp(-i\vec{q}_\beta \vec{\xi}_j) | \beta_i \rangle \right|^2 \times \\ &\times \left[ (2\pi)^3 \delta(\vec{K}_i - \vec{K}_f - \vec{q}_\beta) \right]^2 e^{\pi(\lambda_i - \lambda_f)} \text{mod } \Gamma(1 + i\lambda_i)^2 \text{mod } \Gamma(1 + i\lambda_f)^2 \\ &\times |A F(1 + i\lambda_i, -i\lambda_f, 1; \zeta) + B(1 + i\lambda_i) \lambda_f F(2 + i\lambda_i, 1 - i\lambda_f, 2; \zeta)|^2. \quad (2.11) \end{aligned}$$

Здесь

$$\zeta = \frac{bf - cd}{ab}, \quad (2.12)$$

и введены обозначения:

$$\begin{aligned} A &\equiv \frac{\lambda_f(k_i + k_f)}{a} - \frac{k_i(\lambda_f - \lambda_i)}{c}, \\ B &\equiv \frac{k_id - k_fg}{ab} - \frac{(k_i + k_f)(bf - cd)}{a^2b}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Кроме того,

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2}(\vec{k}_i^2 + \vec{k}_f^2 - \vec{\kappa}_\beta^2) + k_ik_f, \quad b = \frac{1}{2}(\vec{k}_i^2 + \vec{k}_f^2 + \vec{\kappa}_\beta^2) - \vec{k}_i\vec{k}_f - \vec{\kappa}_\beta\vec{k}_i + \vec{\kappa}_\beta\vec{k}_f, \\ c &= \frac{1}{2}(\vec{k}_i^2 - \vec{k}_f^2 - \vec{\kappa}_\beta^2) - \vec{\kappa}_\beta\vec{k}_f, \quad d = \vec{k}_i\vec{k}_f - k_f^2 - \vec{\kappa}_\beta\vec{k}_f, \\ g &= k_i^2 - \vec{k}_i\vec{k}_f - \vec{\kappa}_\beta\vec{k}_i, \quad f = k_ik_f + k_f^2 + \vec{\kappa}_\beta\vec{k}_f. \end{aligned}$$

Пусть в дочернем ядре имеются состояния, допускающие  $\beta$ -переходы разрешенного типа. Учитывая их как наиболее интенсивные, можно положить  $e^{-i\vec{q}_\beta\vec{\xi}_j} \approx 1$ . Тогда для ядерного матричного элемента  $\beta$ -перехода  $|\beta_i\rangle \rightarrow |\beta_f\rangle$  получим:

$$\begin{aligned} \left| \langle \beta_f | \sum_{j=1}^A H_j^{(\beta-)} e^{-i\vec{q}_\beta\vec{\xi}_j} | \beta_i \rangle \right|^2 &\approx g_v^2 \{ \text{mod } M_v^2 + (g_a/g_v)^2 \text{ mod } M_a^2 \} \equiv \\ &\equiv g_v^2 \xi_\beta(\beta_f), \end{aligned} \quad (2.14)$$

где  $M_v$  и  $M_a$  - соответствующие ядерные матричные элементы для  $\beta$ -перехода разрешенного типа:

$$M_v = \langle \beta_f | \sum_{j=1}^A \tau_+^{(j)} | \beta_i \rangle, \quad M_a = \langle \beta_f | \sum_{j=1}^A \vec{\sigma}^{(j)} \tau_+^{(j)} | \beta_i \rangle.$$

В реальной ситуации за редкими исключениями отличен от нуля только гамов-теллеровский матричный элемент  $M_a$ .

Выбирая в качестве оси  $z$  направление начального импульса относительного движения ядер ( $\vec{k}_i$ ) и полагая  $\vec{K}_i = 0$ , можно с учетом (2.11) частич-

но проинтегрировать (2.1):

$$\begin{aligned}
d\sigma_{\beta}^{(col)} &= (2\pi c\hbar^3)^{-4} g_v^2 \alpha_e^2 Z(Z+1) Z'^2 \mu^4 \sum_{\beta_f} \xi_{\beta}(\beta_f) \times \\
&\times \frac{|AF(1+i\lambda_i, -i\lambda_f, 1; \zeta) + B(1+i\lambda_i)\lambda_f F(2+i\lambda_i, 1-i\lambda_f, 2; \zeta)|^2}{k_i^2 b^2 (1 - \exp(-2\pi\lambda_i))(\exp(2\pi\lambda_f) - 1)} \times \\
&\times (E_e^2 - m_e^2 c^4)^{1/2} (\varepsilon_i - \varepsilon_f - E_e - \Delta - \Delta_f)^2 E_e dE_e d\Omega_e d\Omega_{\nu} d\varepsilon_f d\Omega_f \equiv \\
&\equiv \sum_{\beta_f} d\sigma_{\beta}^{(col)}(\beta_f). \tag{2.15}
\end{aligned}$$

Здесь  $\Omega_f \equiv (\theta_f, \phi_f)$ ,  $\Omega_e \equiv (\theta_e, \phi_e)$ ,  $\Omega_{\nu} \equiv (\theta_{\nu}, \phi_{\nu})$  - углы, задающие направление векторов  $\vec{k}_f$ ,  $\vec{k}_e$  и  $\vec{k}_{\nu}$  соответственно,  $\alpha_e$  - постоянная тонкой структуры,  $\varepsilon_s$  - энергия относительного движения в столкновительной системе,  $m_e$  - масса электрона. При получении (2.15) также учтено, что

$$\begin{aligned}
\text{mod } \Gamma(1+i\lambda_i)^2 e^{\pi\lambda_i} &= \frac{\pi\lambda_i e^{\pi\lambda_i}}{\text{sh}(\pi\lambda_i)} = \frac{2\pi\lambda_i}{1 - \exp(-2\pi\lambda_i)}, \\
\text{mod } \Gamma(1+i\lambda_f)^2 e^{-\pi\lambda_f} &= \frac{2\pi\lambda_f}{\exp(2\pi\lambda_f) - 1}, \tag{2.16}
\end{aligned}$$

а импульс антинейтрино  $p_{\nu} = (\varepsilon_i - \varepsilon_f - E_e - \Delta - \Delta_f)/c$ .

## 2.2 Полное сечение процесса СБР

Расчет полного сечения процесса СБР на основе выражения (2.15) довольно затруднителен из-за необходимости интегрирования по направлениям вылета лептонов. Однако, задачу можно упростить без существенной потери точности, если воспользоваться аналогией с электромагнитными переходами в кулоновском поле между состояниями непрерывного спектра (задача тормозного излучения). Как известно, в этом случае для применения дипольного приближения достаточно нерелятивистских скоростей у сталкивающихся частиц. В нашем случае мы также рассматриваем ядро-ядерные столкновения в кулоновском поле при нерелятивистских скоростях, так что это условие тоже имеет место. Кроме того, в диапазоне столкновительных энергий, характерных для процесса СБР, практически  $\kappa_{\beta} \lesssim 0,1$  Фм<sup>-1</sup>. Все это вместе позволяет в (2.15) положить  $\kappa_{\beta} \approx 0$ , что эквивалентно “дипольному” приближению  $\exp(-i\vec{\kappa}_{\beta}\vec{R}) \approx 1$  в формуле (2.3). Тогда (2.15) суще-

ственно упрощается и можно проинтегрировать по энергии и направлениям вылета  $\beta$ -электрона и антинейтрино. В результате получим (здесь и дальше используем систему единиц  $m_e = \hbar = c = 1$ ):

$$d\sigma_{\beta}^{(col)}(\beta_f) = \frac{32\sqrt{2}}{\pi} \frac{g_v^2 \alpha_e^2 Z'^2 \mu^{9/2} \lambda_i}{k_i} \xi_{\beta}(\beta_f) \times \\ \times \frac{\Phi(E_f) |F(1 + i\lambda_i, -i\lambda_f, 1; \zeta)|^2}{(1 - \exp(-2\pi\lambda_i))(\exp(2\pi\lambda_f) - 1)} \frac{\lambda_f \varepsilon_f^{1/2} d\varepsilon_f \sin \theta_f d\theta_f}{(\vec{k}_i - \vec{k}_f)^4 (k_i^2 - k_f^2)^2}. \quad (2.17)$$

$E_f = \varepsilon_i - \varepsilon_f - \Delta - \Delta_f$ , а функция  $\Phi(E)$  имеет вид

$$\Phi(E) = \frac{1}{60} (E^2 - 1)^{1/2} (2E^4 - 9E^2 - 8) + \frac{1}{4} E \ln (E + (E^2 - 1)^{1/2}).$$

Параметр  $\zeta$  (см. (2.12)) теперь равен:

$$\zeta = \frac{2(1 - \cos \theta_f)}{k_i/k_f + k_f/k_i - 2 \cos \theta_f}.$$

С учетом известного преобразования гипергеометрической функции:

$$F(a, b, c; x) = (1 - x)^{-a} F\left(a, c - b, c; \frac{x}{x - 1}\right),$$

сечение столкновительного  $\beta$ -распада приводится к виду:

$$\sigma_{\beta}^{(col)}(\beta_f) = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} \frac{g_v^2 \alpha_e^4 Z(Z + 1) Z'^4 \mu^{9/2}}{\varepsilon_i^{3/2} (1 - \exp(-2\pi\lambda_i))} \xi_{\beta}(\beta_f) \times \\ \times \int_0^{\varepsilon_i - \Delta - \Delta_f} \frac{\Phi(E_f) d\varepsilon_f}{(\exp(2\pi\lambda_f) - 1) k_f (k_i - k_f)^4 (k_i + k_f)^2} \times \\ \times \int_{x_0}^0 \frac{|F(-i\lambda_i, -i\lambda_f, 1; x)|^2}{(1 - x)^2} dx, \quad (2.18)$$

где  $x_0 = -4k_i k_f / (k_i - k_f)^2$ .

Для возможности использования полученных сечений вместе с другими библиотеками ядерных реакций необходимо привести их к единому формату. Данным форматом был выбран REACLIB.

### 3 REACLIB

База данных JINA REACLIB представляет из себя список ядерных реакций. Для каждой реакции в библиотеке представлен ее тип (chapter), выражающий количество участников, который может быть:

- 1 участник, 1 продукт
- 1 участник, 2 продукта
- 1 участник, 3 продукта
- 2 участника, 1 продукт
- 2 участника, 2 продукта
- 2 участника, 3 продукта
- 2 участника, 4 продукта
- 3 участника, 1 продукт
- 3 участника, 2 продукта
- 4 участника, 2 продукта
- 1 участника, 4 продукта

База полностью открыта и доступна для сообщества через интернет. Текущая версия библиотеки хранит показатели реакций, таких как зависимость от температуры через семи-параметрическое приближение [2], тип реакции (резонирующая, нерезонирующая, слабая, спонтанный распад), значение температуры, переданное среде, а также параметр  $v$ , указывающий, являются ли показатели  $a_0, \dots, a_6$  обратными. В подавляющем большинстве реакций показатели представляют из себя параметризацию сечения в зависимости от температуры:

$$\lambda = \exp \left[ a_0 + \sum_{i=1}^5 a_i T_9^{\frac{2i-5}{3}} + a_6 \ln T_9 \right]$$

Чтобы получить параметры  $a_0, \dots, a_6$  для каждой из наших реакций мы воспользуемся статистической моделью.

Модель представляет из себя усредненные коэффициенты перехода  $T$ . Они не отражают резонансное поведение, но описывают эффект поглощения через мнимую часть в (оптическом) ядро-ядро потенциале, что приводит к известному выражению:

$$\begin{aligned}
\sigma^{\mu\nu} = & \\
= & \frac{\pi\hbar/(2\mu_{ij}E_{ij})}{(2J_i^\mu + 1)(2J_j + 1)} \sum_{J,\pi} (2J + 1) \\
\times & \frac{T_j^\mu(E, J, \pi, E_i^m, J_i^\mu, \pi_i^\mu) T_0^\nu(E, J, \pi, E_m^\mu, J_m^\nu, \pi_m^\nu)}{T_{tot}(E, J, \pi)} \quad (3.1)
\end{aligned}$$

для сечения  $\sigma^{\mu\nu}$  реакции  $i^\mu(j, o)m^\mu$  из состояния  $i^\mu$  в состояние  $m^\nu$  конечного ядра с центром энергии масс  $E_{ij}$  и уменьшенной массой  $\mu_{ij}$ .

Показатели реакций были посчитаны для набора из 24 температур:  $T_9 = 0.1, 0.15, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0$  ( $T = T_9 \times 10^9 \text{K}$ ). Для простого применения в астрофизических исследованиях все виды реакций  $((n, \gamma), (n, p), (p, \alpha), (p, \gamma), (p, n), (p, \alpha), (\alpha, \gamma), (\alpha, n), (\alpha, p), (\gamma, n), (\gamma, p), (\gamma, \alpha))$  аппроксимируются через единое приближение вида

$$\left. \begin{aligned} N_A \langle \sigma v \rangle \\ \lambda_\gamma \end{aligned} \right\} = \exp(a_0 + a_1 T_9^{-1} + a_2 T_9^{-1/3} + \\ a_3 T_9^{1/3} + a_4 T_9 + a_5 T_9^{5/3} + a_6 \ln T_9) \quad (3.2)$$

с 7 открытыми параметрами  $a_0 - a_6$ , где  $T_9$  это  $10^9 \text{K}$ .

Данное приближение является достаточно гибким чтобы удовлетворить различным температурным зависимостям для различных видов реакций в промежутке температур  $0.001 \leq T_9 \leq 10$  [25].



## 4 SkyNet

Программный пакет SkyNet представляет из себя универсальную сеть ядерных реакций, специально разработанную для моделирования  $r$ -процесса, но она также применима к другим астрофизическим сценариям [5].

SkyNet написан на языке C++ и имеет модульную архитектуру. Помимо сети ядерных реакций, он также включает в себя модуль решения ядерного статистического равновесия, уравнение состояния Гельмгольца. SkyNet также моделирует эволюцию температуры, отслеживая изменение энтропии при ядерных реакциях и распадах.

SkyNet имеет обертку для использования ее с Python, что делает очень удобным работу с ним его через интерактивные оболочки.

Важно отметить, что SkyNet успешно прошел сравнения с другими аналогичным ПО (WinNet, XNet) и даже, приблизился к симуляции Seitenzahl [26]. Рассмотрим основы работы данного программного обеспечения.

### 4.1 Основы сети ядерных реакций

Астрофизические сети ядерных реакций отслеживают состав системы, содержащей множество видов ядер, электронов, позитронов, фотонов, а иногда и нейтрино. По сути, они эволюционируют количество различных ядер в системе, учитывая набор реакций и скорости для тех реакций, которые превращают одни ядра в другие. Начнем с кинетической теории, чтобы связать уравнения скорости с микроскопическими процессами, приводящими в действие ядерные превращения.

### 4.2 Кинетическая теория

Рассмотрим гомогенную систему частиц разных видов (включая ядра, электроны и т. д.), связанных набором взаимодействий, подмножество которых превращает частицы одного типа в другой. Реакция с индексом  $n$ , преобразует набор реагентов в набор продуктов и наоборот. Реакция записывается как

$$\sum_{\alpha \in \vec{R}_n} [\alpha] \rightleftharpoons \sum_{\alpha \in \vec{P}_n} [\alpha],$$

где  $[\alpha]$  - реагент,  $[\beta]$  - продукт,  $\tilde{R}_n$  и  $\tilde{P}_n$  - набор всех реагентов и продуктов соответственно. Отметим, что все частицы являются индивидуальными участниками, даже если они относятся к одному виду. Например, реакция  $^{12}\text{C} + ^4\text{He} \rightleftharpoons ^{16}\text{O} + \gamma$  имеет  $\tilde{R}_n = \{0, 1\}$  и  $\tilde{P}_n = \{2, 3\}$  с  $[0] = ^{12}\text{C}$ ,  $[1] = ^4\text{He}$ ,  $[2] = ^{16}\text{O}$  и  $[3] = \gamma$ . Для реакции  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C} \rightleftharpoons ^{20}\text{Ne} + ^4\text{He} + \gamma$  мы имеем  $\tilde{R}_n = \{0, 1\}$  и  $\tilde{P}_n = \{2, 3, 4\}$  с  $[0] = [1] = ^{12}\text{C}$ ,  $[2] = ^{20}\text{Ne}$ ,  $[3] = ^4\text{He}$  и  $[4] = \gamma$ . Реакция  $n$  включает в себя как прямой процесс (от реагентов к продукту), так и обратный процесс (от продуктов к реагентам). Разумеется, не имеет никакого значения, в таком случае, что называется продуктом, а что реагентом. Далее, при рассмотрении частицы  $[\epsilon]$ , будем выбирать реагенты и продукты таким образом, чтобы  $\epsilon \in \tilde{R}_n$ .

Если частицы независимы, система может быть описана в виде функции распределения индивидуальных частиц  $f_\epsilon$ . Кинетическая теория дает нам эволюцию во времени для распределенной функции [27]. Для частицы  $[\epsilon]$  суммирование идет только по тем взаимодействиям, где  $[\epsilon]$  выступает как реагент. Показатели  $\mathcal{N}_n^{\text{forward}}$  и  $\mathcal{N}_n^{\text{backward}}$  также входят в уравнение, чтобы избежать двойного учета, на случай, если взаимодействие включает несколько частиц одного вида.

В общем-то, сеть реакций включает только некоторый поднабор частиц, присутствующих в системе. Например, предполагается что фотоны будут в равновесии в течении всего времени, а плотности электронов и позитронов определяются законом сохранения заряда, поэтому эволюция их количества не тр. Следовательно, полезно определить часть реакций, которые будут включать только частицы, отслеживаемые сетью как:

$$\sum_{j \in R_n} N_j^n[j] \rightleftharpoons \sum_{l \in P_n} N_l^n[l],$$

где  $[j]$  - частица реагентов,  $[l]$  - частица продуктов,  $R_n$  и  $P_n$  (без волнистой линии) - наборы уникальных реагентов и продуктов, включающих только частицы, присутствующие в системе. Положительные целые числа  $N_j^n$  и  $N_l^n$  это количество разрушенных реагентов  $[j]$  и количество произведенных продуктов  $[l]$ .

### 4.3 Моделирование r-процесса

Для исследования влияния СБР воспользуемся начальными данными, которые использовались для тестирования SkyNet, а именно слияние черной дыры и нейтронной звезды (BHNS).

При моделировании богатой нейтронами среды будут использованы все 3 сети реакций, а также 4-ая, которая представляет из себя набор реакций столкновительного  $\beta$ -распада. В эволюции участвуют 7836 видов ядер и около 93000 реакций. Зависимость плотности от времени - это наблюдаемая плотность выбросов слияния черной дыры - нейтронной звезды [28].

Начальный состав представляет из себя  $T = 6.1\text{ГК}$ ,  $\rho = 7.4 \times 10^9 \text{гсм}^{-3}$ , и  $Y_e = 0.07$ . Большую часть элементов составляют нейтроны ( $\sim 79\%$ ), поэтому дальнейшие исследования зависимости происхождения р-элементов от столкновения с нейтронами, должны дать более значительный результат. Для столкновения с протоном мы выбрали именно эту систему для моделирования, так как эволюция данного процесса протекает на большом отрезке времени, что дает большее расхождения на конечном этапе эволюции. Временной отрезок здесь от  $10^{-3}\text{с}$  до  $5 \times 10^8\text{с}$ .

## 5 Построение сечения СБР

Итак, мы пришли к тому, что для добавления новых реакций СБР мы должны построить сечение по формуле (2.18). Для упрощения расчетов, а именно, уменьшения количества операций, связанных с умножениями на константы, было принято решение перейти к системе единиц СГС ( $m_e = \hbar = c = 1$ ). Тогда  $\alpha = \frac{e}{\hbar c}$ . Таким образом,  $\lambda$  принимает вид

$$\lambda_i = \frac{ZZ'e^2\mu}{\hbar^2 k_i} = \frac{ZZ'e^2\mu}{\sqrt{2\mu\epsilon_i}} = ZZ'e^2 \sqrt{\frac{\mu}{2\epsilon_i}} = ZZ'\alpha \sqrt{\frac{\mu}{2\epsilon_i}} \quad (5.1)$$

$$\lambda_f = \frac{(Z+1)Z'e^2\mu}{\hbar^2 k_f} = (Z+1)Z'e^2 \sqrt{\frac{\mu}{2\epsilon_f}} = ZZ'e^2 \sqrt{\frac{\mu}{2\epsilon_i}} = ZZ'\alpha \sqrt{\frac{\mu}{2\epsilon_i}} \quad (5.2)$$

$$\mu = m_n \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}, \quad (5.3)$$

где  $m_n = m_n/m_e = 1,835 \times 10^3$ ,  $g_v = 2.9899 \times 10^{-12}$ .

Для построение сечения, в таком случае, получаем множитель:

$$< \sigma \cdot v > \times 1.4915 \times 10^{-21} \cdot 2.998 \times 10^{10} = < \sigma \cdot v > \times 44,72210^{-12}.$$

Заметим также, что в формуле (2.18) присутствует гипергеометрическая функция вида  $F(-i\lambda_i, -i\lambda_f, 1; x)$ . Для ее вычисления будем использовать библиотечную функцию из пакета **mpmath**. Вычисление этой функции сама по себе операция очень затратная по производительности, но также на различных значениях параметров могут получаться недостаточно точные значения. Это зависит от того, какой алгоритм был использован. Поэтому в начальной версии программы, получающей сечение СБР была заложена проверка корректности вычисления.

С учетом известного преобразования гипергеометрической функции (5.4), при каждом вычислении ее было также получено значение этой функции для параметров в правой части выражения. Затем полученные значения сравнивались друг с другом и модуль их абсолютной разницы не должен был превышать  $10^{-11}$ .

В текущей версии программы данная проверка была отключена, что-

Таблица 1: Характеристики праматеринских ядер.

Праматеринское ядро	Материнское ядро	$J_i$	$J_f$	$\Delta + \Delta_f$	$\lg f_0 t$
$^{74}\text{Ge}$	$^{74}\text{As}$	$0^+$	$(1^+)$	2,766	
$^{74}\text{Ge}$	$^{74}\text{As}$	$0^+$	$(1^+)$	2,982	
$^{78}\text{Se}$	$^{78}\text{Br}$	$0^+$	$1^+$	3,5737	4,8
$^{80}\text{Se}$	$^{80}\text{Br}$	$0^+$	$1^+$	1,8703	4,6
$^{84}\text{Kr}$	$^{84}\text{Rb}$	$0^+$	$2^-$	2,68	9,6
$^{106}\text{Pd}$	$^{106}\text{Ag}$	$0^+$	$1^+$	2,983	4,9
$^{106}\text{Pd}$	$^{106}\text{Ag}$	$2^+$	$1^+$	2,471	5,3
$^{108}\text{Pd}$	$^{108}\text{Ag}$	$0^+$	$1^+$	1,921	4,8
$^{108}\text{Pd}$	$^{108}\text{Ag}$	$2^+$	$1^+$	1,487	5,5
$^{112}\text{Cd}$	$^{112}\text{In}$	$0^+$	$1^+$	2,578	4,7
$^{112}\text{Cd}$	$^{112}\text{In}$	$2^+$	$1^+$	1,961	5,3
$^{114}\text{Cd}$	$^{114}\text{In}$	$0^+$	$1^+$	1,9846	4,8
$^{114}\text{Cd}$	$^{114}\text{In}$	$2^+$	$1^+$	1,4266	5,3
$^{120}\text{Sn}$	$^{120}\text{Sb}$	$0^+$	$1^+$	2,681	4,5
$^{124}\text{Te}$	$^{124}\text{I}$	$0^+$	$2^-$	3,157	9,3
$^{124}\text{Te}$	$^{124}\text{I}$	$2^+$	$2^-$	2,555	7,5
$^{126}\text{Te}$	$^{126}\text{I}$	$0^+$	$2^-$	2,156	9,2
$^{126}\text{Te}$	$^{126}\text{I}$	$2^+$	$2^-$	1,49	7,4
$^{130}\text{Xe}$	$^{130}\text{Cs}$	$0^+$	$1^+$	3,019	5,1
$^{130}\text{Xe}$	$^{130}\text{Cs}$	$2^+$	$1^+$	2,483	6,4
$^{132}\text{Xe}$	$^{132}\text{Cs}$	$2^+$	$2^{(-)}$	1,443	6,0
$^{136}\text{Ba}$	$^{136}\text{La}$	$0^+$	$1^+$	2,87	4,6
$^{164}\text{Dy}$	$^{164}\text{Ho}$	$0^+$	$1^+$	1,0292	4,6
$^{164}\text{Dy}$	$^{164}\text{Ho}$	$2^+$	$1^+$	0,9558	4,9

бы ускорить процесс вычислений, но мы убедились что на интересующем нас промежутке значение функции через библиотечную реализацию получено верно (для заданной точности).

$$F(a, b, c; x) = (1 - x)^{-a} F\left(a, c - b, c; \frac{x}{x - 1}\right) \quad (5.4)$$

Для построения сечения воспользуемся данными, которые были получены ранее в работе Крыловецкой Т.А. [4]. Они представлены в таблице 1.

Формула (2.18) включает в себя матричный элемент  $\xi_b(\beta_f)$ , который можно получить из таблицы 1 как параметр  $\lg f_0 t$ , путем перехода:

$$\lg f_0 t \equiv \beta, f_0 t = 10^\beta$$

$$\xi_b(\beta_f) = \frac{6250}{10^\beta}$$

Программа для построения сечения СБР с протоном работает с наборами входных параметров, таких как **[78.0, 34.0, 3.5737, 0.0, 4.8, 'se', 'br']**. Данный набор представляет из себя переход (5.5).



Для всех реакций, для которых в данной работе было построено сечение, присутствует также параметр  $\Delta_f$ , равный нулю, потому что присутствие его в переходе значительно снижает вероятность этого перехода и, для оценки влияния СБР на общую картину эволюции, переходами такого рода можно пренебречь.

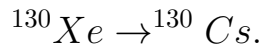
В связи с переходом в другую систему единиц, помимо множителя для (2.18), мы также должны преобразовать входные параметры для перехода в иную систему координат ( $E_0 = m_e c^2 = 0.511 \text{ МэВ}$ ), а именно

$$t^{\text{сгс}} = t^{\text{си}} * \frac{1.16}{0.511} \times 10^{-10},$$

$$\Delta^{\text{сгс}} = \frac{\Delta(\text{МэВ})}{0.511}, \Delta_f^{\text{сгс}} = \frac{\Delta_f(\text{МэВ})}{0.511}.$$

Последние 2 параметра ('se', 'br') представляют собой вручную заданные названия элементов, первый - праматеринское ядро, второй - материнское. Используются для записи построенных сечений в файл.

Рассмотрим, например, сечение для перехода



В результате работы программы, получаем график сечения (рис. 5.1).

Важно отметить, что при вычислении СБР в начале искомого отрезка температуры ( $\sim 10^8 \text{ с}$ ), возникали ситуации деления на очень малый аргумент. Из-за этого на граничной слева температуре построенное сечение нельзя назвать точным из-за погрешностей округления, но поскольку, как мы знаем, SkyNet игнорирует реакции с небольшим сечением для данной температуры, данные погрешности не имеют смысла из-за пренебрежимо малого сечения ( $\ll 10^{-100} \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$ ).

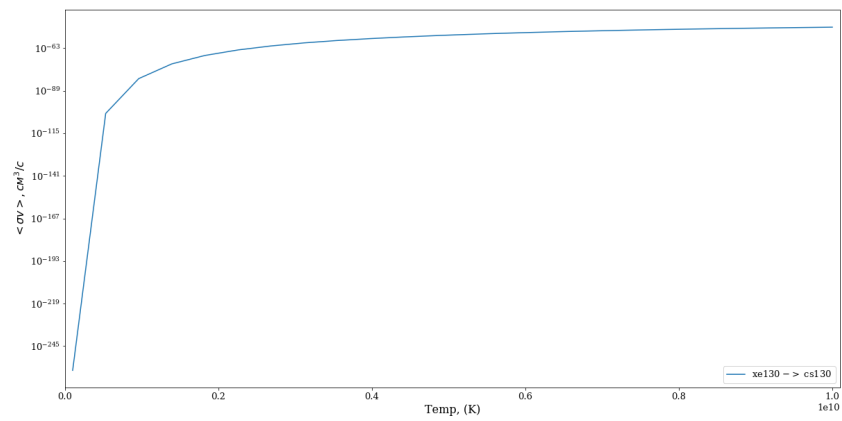


Рисунок 5.1 – Сечение для СБР при столкновении  $^{130}\text{Xe}$  с протоном

## 6 Анализ результатов

В данной работе мы построили сечение СБР для столкновения всех элементов из таблицы (1) с протоном (рис. 6.1, 6.2).

Полученные 24 значения температур являются избыточными в нашем случае, так целью является параметризация данной зависимости через 7 параметров  $a_0, \dots, a_6$  (3.2). Использование только 7 уравнений из данного списка делает конечное решение неустойчивым, так как выбор того, какие конкретно уравнение использовать требует исследования. Поэтому для решения переопределенной системы воспользуемся методом наименьших квадратов (6.3).

Далее, составим необходимый для REACLIB файл библиотеки реакций. Для перехода  $^{130}\text{Xe} \rightarrow ^{130}\text{Cs}$  получаем строки вида:

```
1 5
2 pxe130cs130 p cleaw 0.00000e+00
3 3.631089e+01-2.513083e+01-3.379005e+02 1.434772e+02
4 -2.028014e+00-6.306473e-02-1.208779e+02
```

В данном файле стоит отметить факт явного указания  $p$  - протона в качестве участника реакции, так как сечение СБР зависит от концентрации протонов.

Построим также графическое представление параметров  $a$  для всех перечисленных в таблице (1) реакций (рис. 6.4 - 6.7).

Для моделирования ядерных реакций воспользуемся включенной в SkyNet моделью, называемой  $r$ -process. Данная модель представляет из себя слияние черная дыра-нейтронная звезда. Она содержит список из 7836 ядер, участвующих в реакциях, начальные распространенности этих ядер, а также зависимости плотности и температуры от времени. Эволюция протекает в промежутке времени от  $1.21 \times 10^{-3} \text{c}$  до  $5 \times 10^8 \text{c}$ .

Если оставлять файл JINA REACLIB в таком виде, в котором он присутствует в библиотеке, влияние добавленных мною реакций отсутствует. Это связано с тем, что в сети уже присутствовали реакции, где данные элементы выступают реагентами, но которые имеют большее сечение, которое перекрывает наши СБР-реакции.

Причины такого сильного влияния относительно добавленных реакций хорошо видно на рисунке (5.1), где можно заметить быстрое затухание сечения при стремлении температуры справа к  $10^8 \text{K}$ , а именно при относительно низких ( $10^9 \text{K}$ ) температурах протекает большая часть эволюции.



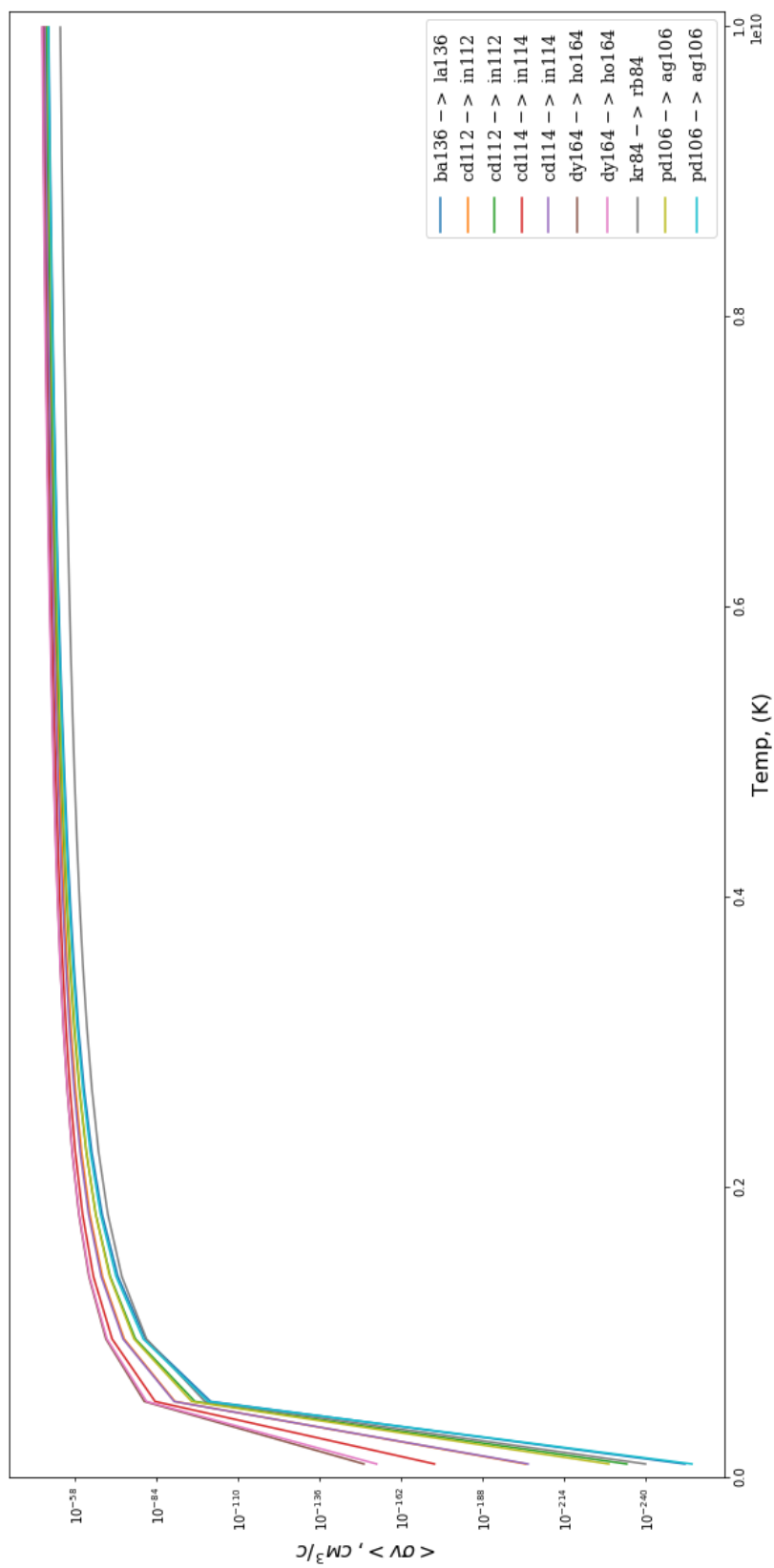


Рисунок 6.1 – Сечение для СБР при столкновении ядер ( $^{136}\text{Ba}$ ,  $^{112}\text{Cd}$ ,  $^{114}\text{Cd}$ ,  $^{164}\text{Dy}$ ,  $^{84}\text{Kr}$ ,  $^{106}\text{Pd}$ ) с протоном

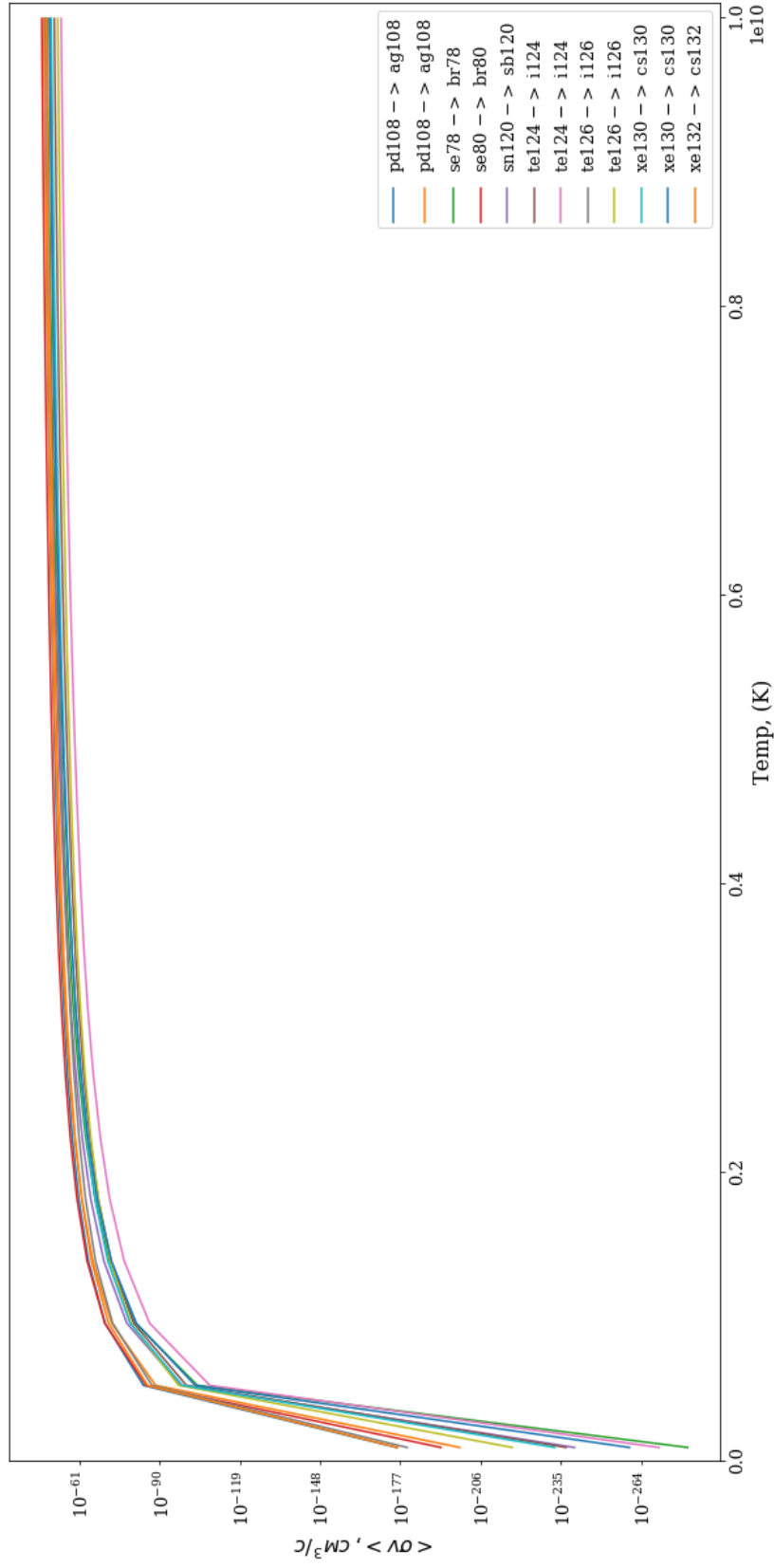


Рисунок 6.2 – Сечение для СБР при столкновении ядер ( $^{108}\text{Pd}$ ,  $^{78}\text{Se}$ ,  $^{80}\text{Se}$ ,  $^{120}\text{Sn}$ ,  $^{124}\text{Te}$ ,  $^{126}\text{Te}$ ,  $^{130}\text{Xe}$ ,  $^{132}\text{Xe}$ ) с протоном

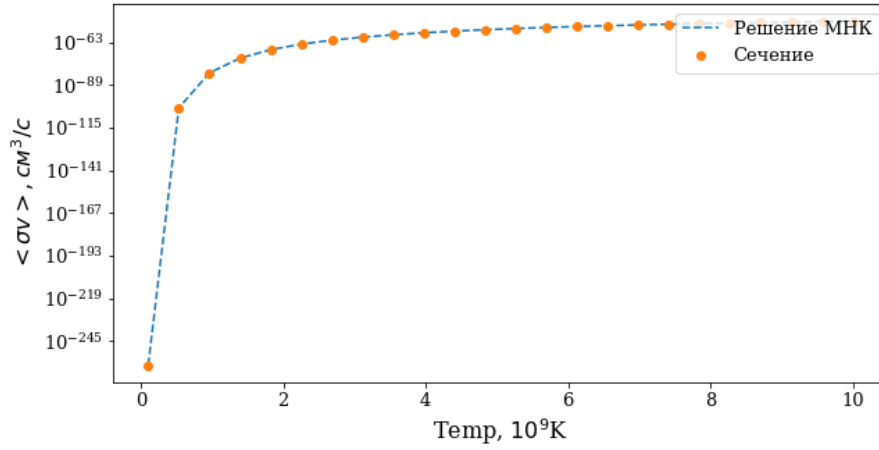


Рисунок 6.3 – Сравнение решения методом наименьших квадратов с рассчитанным сечением

Поэтому, для оценки влияния наших процессов, было решено учесть только те реакции, приводящие к образованию обойденных ядер, которые представляют из себя разрешенный  $\beta$ -распад. Таким образом, в сеть реакций добавляются только вида

праматеринское ядро  $\rightarrow$  материнское ядро.

Чтобы в системе только реакции вида материнское ядро  $\rightarrow$  обойденное ядро производили обойденные элементы, исключим все процессы приводящие к обойденным ядрам кроме  $\beta$ -распада.

Для этого из библиотеки REACLIB были исключены реакции вида (6.1), то есть 168 реакций.



Сформируем полученный файл библиотеки и проведем моделирование с помощью SkyNet. Полученные в результате моделирования данные представляют из себя иерархические данные формата h5. Извлекая конечные распространённости, видим результат для всех обойденных ядер (рис. 6.8):

Самое важным на данном графике является то, что, несмотря на ожидание увидеть меньшие распространённости всех элементов, мы наблюдаем то, что для некоторых ядер эта разница незначительна  ${}^{114}\text{Sn}$ . Более того, наблюдается относительный избыток ядер  ${}^{78}\text{Kr}$  и  ${}^{80}\text{Kr}$ .

Построим график относительной ошибки между эволюцией элементов

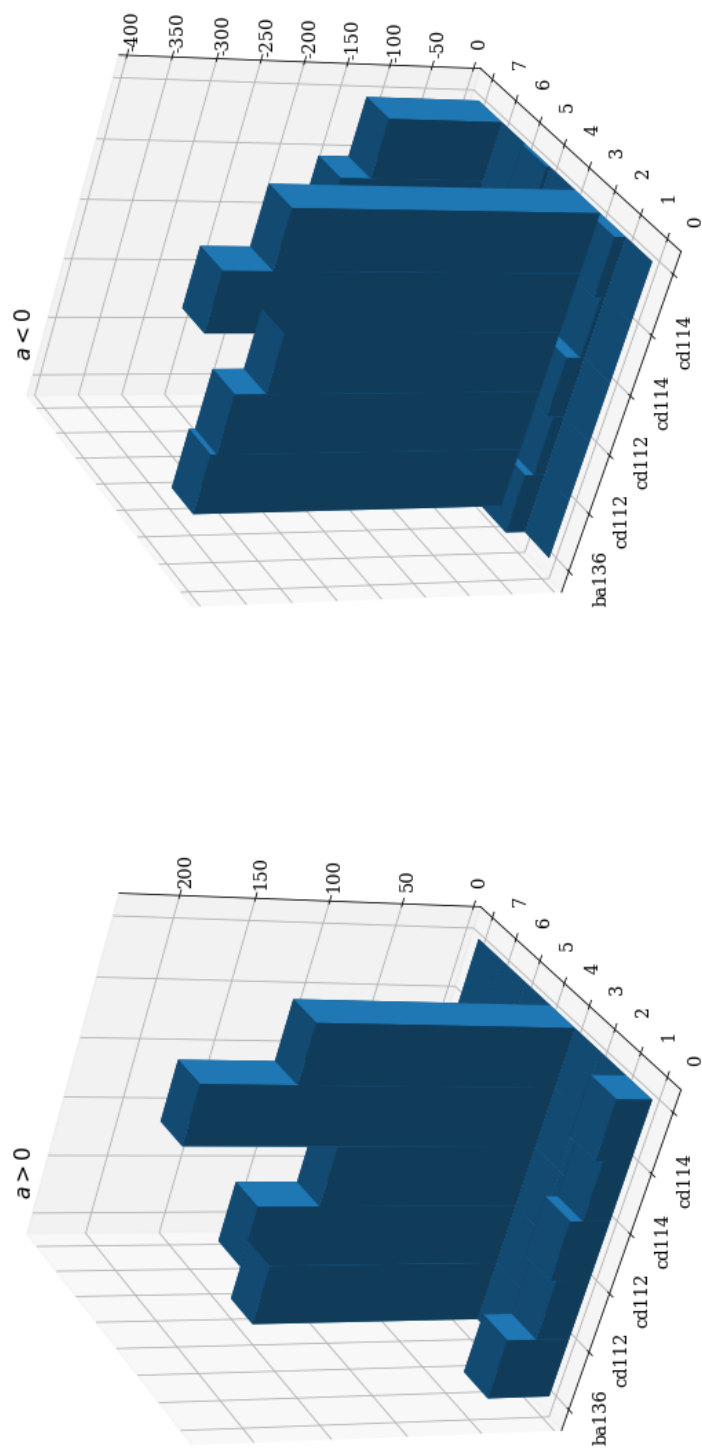


Рисунок 6.4 – Значения параметров  $a$  для столкновения протона с  $^{136}\text{Ba}$ ,  $^{112}\text{Cd}$ ,  $^{114}\text{Cd}$

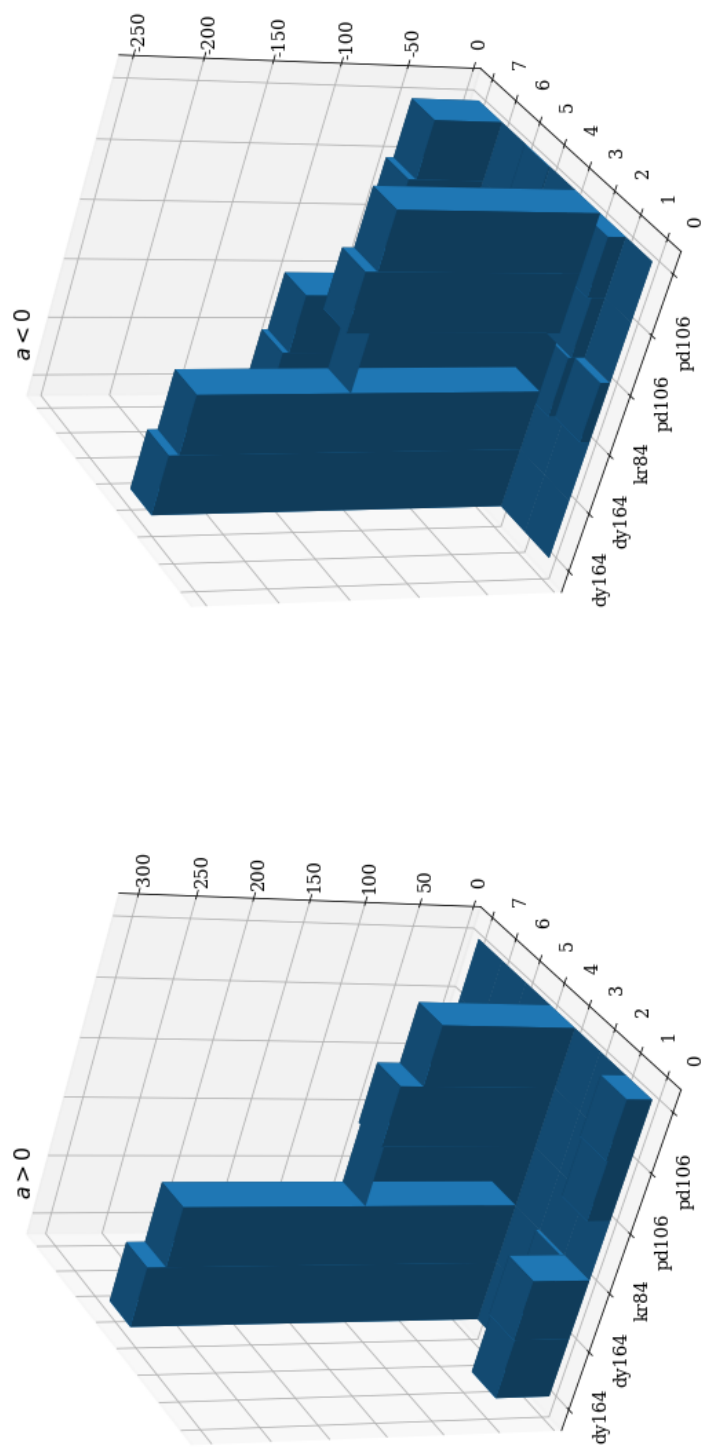


Рисунок 6.5 — Значения параметров  $a$  для столкновения протона с  $^{164}Dy$ ,  $^{84}Kr$ ,  $^{106}Pd$

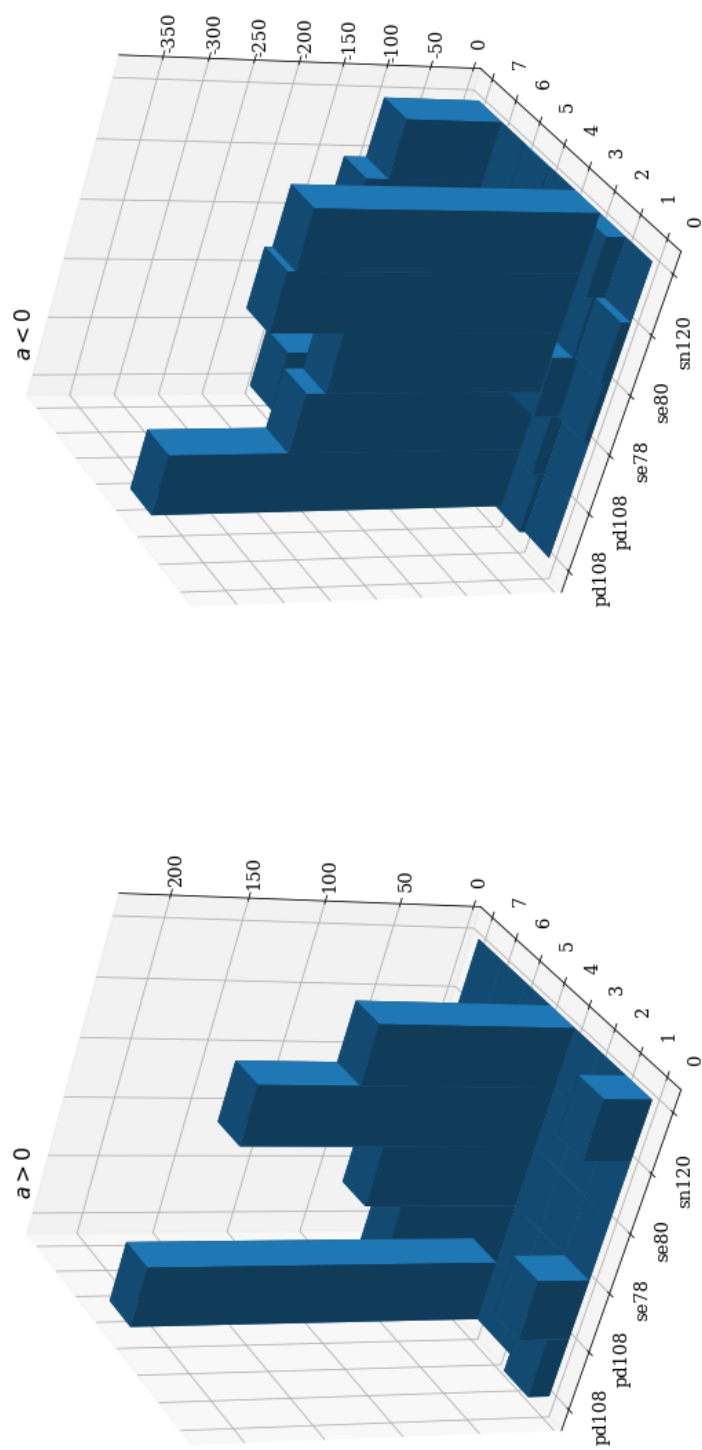


Рисунок 6.6 – Значения параметров  $a$  для столкновения протона с  $^{108}Pd$ ,  $^{78}Se$ ,  $^{80}Se$ ,  $^{120}Sn$

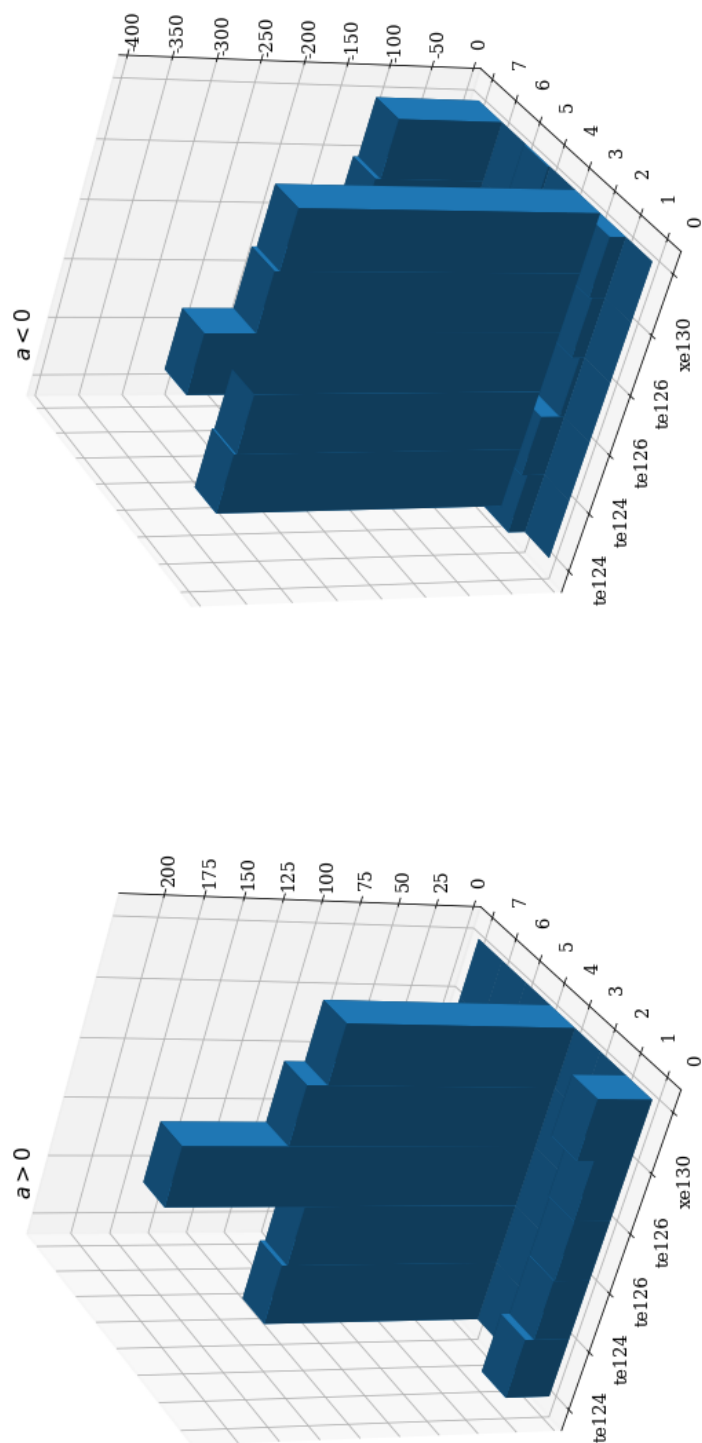


Рисунок 6.7 – Значения параметров  $a$  для столкновения протона с  $^{124}\text{Te}$ ,  $^{126}\text{Te}$ ,  $^{130}\text{Xe}$

с нашей библиотекой реакций и тем, что присутствовало в изначальной версии REACLIB (рис. 6.9):



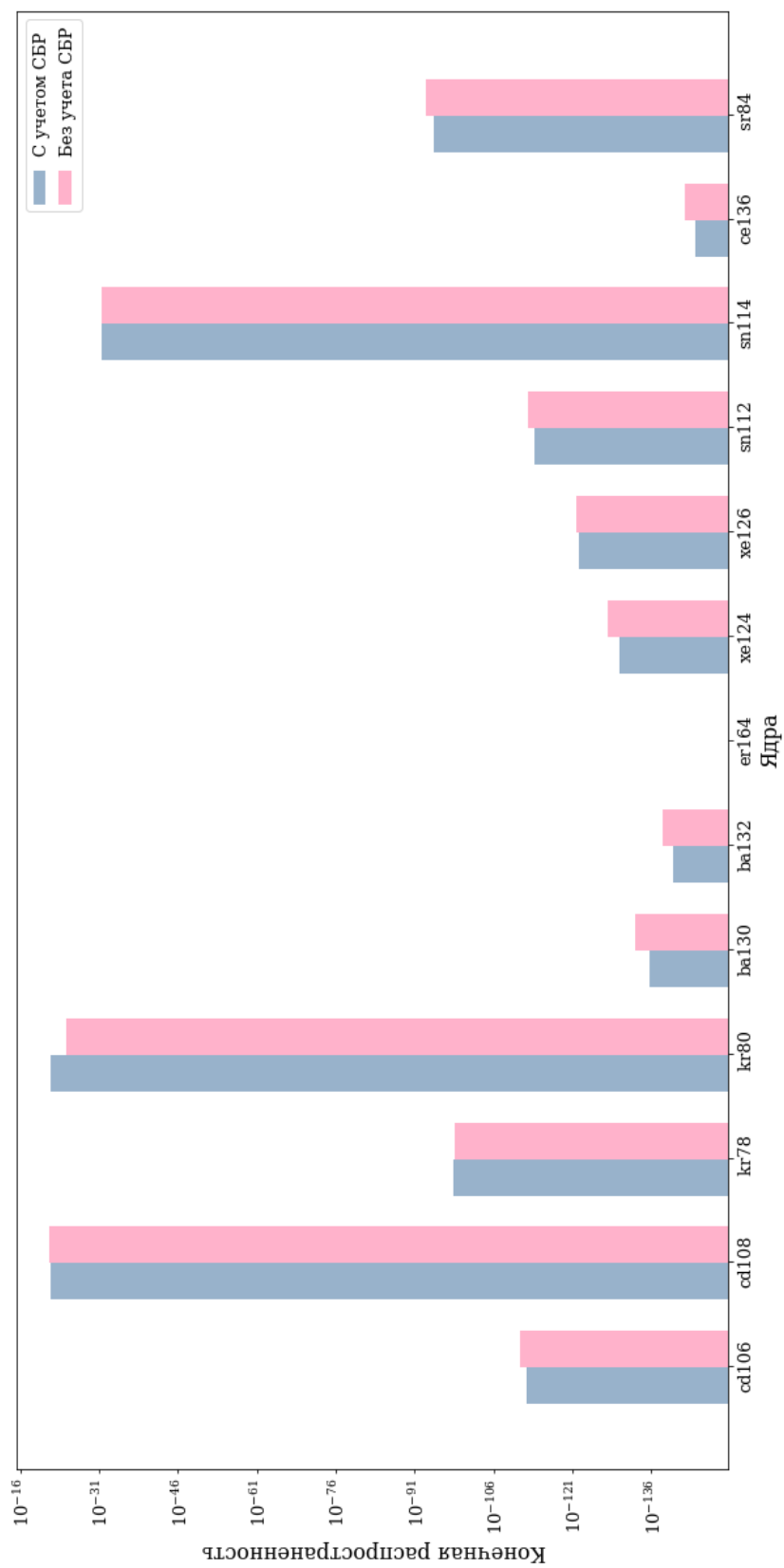


Рисунок 6.8 – Конечные распространенности обойденных ядер с исходной библиотекой (синий график), и библиотекой, включающей СБР (розовой график)

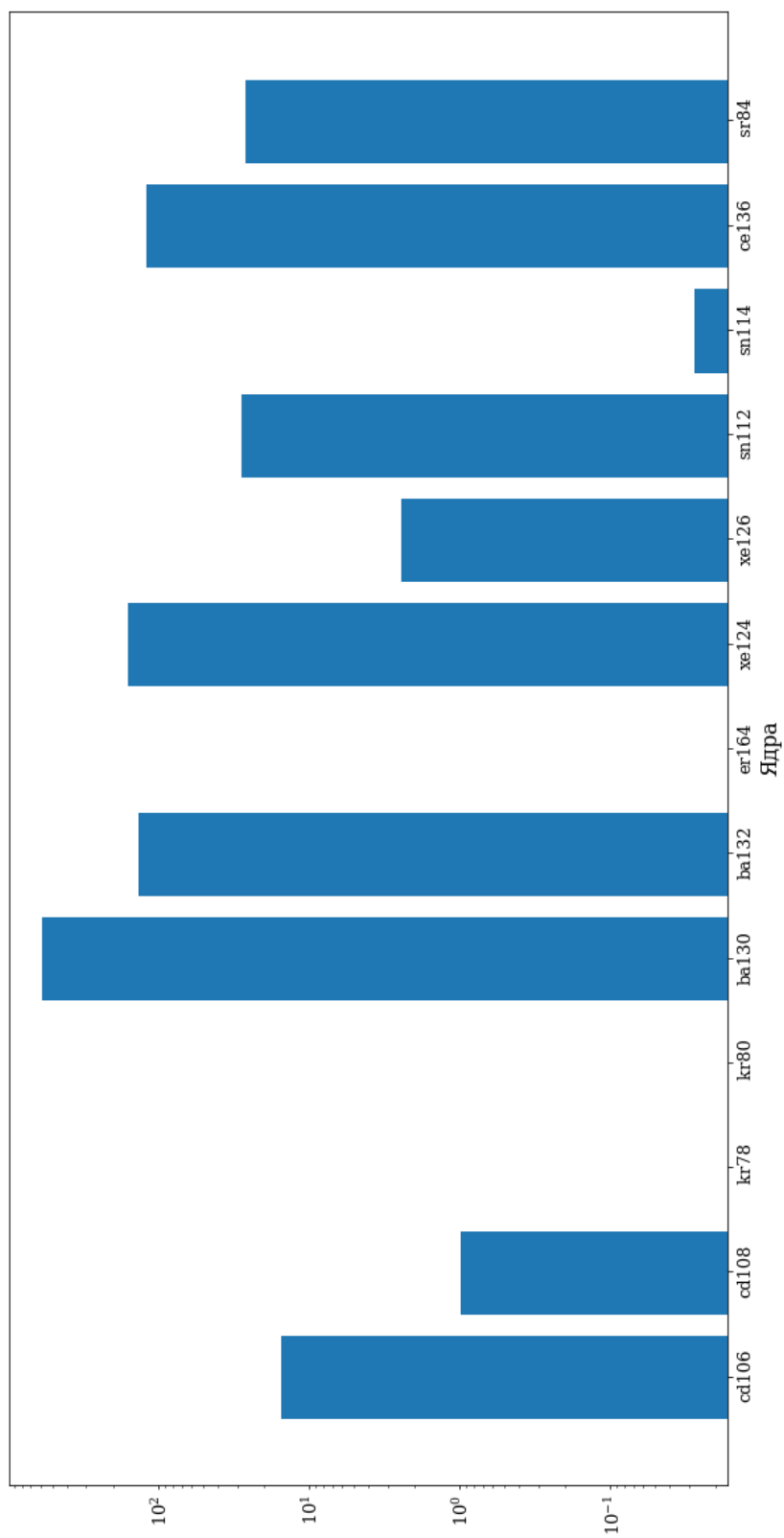


Рисунок 6.9 – Относительная разница при сравнении результатов моделирования со стандартной библиотекой реакций SkyNet и библиотекой, учитывающей только СБР для образования обойденных изотопов

## Заключение

В данной работе было рассмотрено влияние столкновительного бета-распада на синтез химических элементов.

Сначала мы вычислили сечения столкновительного бета рас-пада для реакций из таблицы 1, а именно, столкновения протона с праматеринским ядром. Для этого была написана программа на языке Python, позволяющая получить сечение, имея небольшое количество начальных данных.

Данные сечения были параметризованы через 7 параметров  $a_0, \dots, a_6$ , определяющих зависимость от температуры, чтобы иметь возможность дополнить реакциями библиотеку JINA REACLIB. Из полученных наборов параметров, был построен файл, который представляет из себя реакции REACLIB для каждого из процессов таблицы 1.

Далее, при помощи пакета SkyNet были приведено моделирование слияние черной дыры-нейтронной звезды, чтобы оценить влияние СБР на общую картину распространенностей элементов. Моделирование проводилось дважды, сначала - с немодифицированной библиотекой JINA REACLIB, затем - с модифицированной, в которую были включены реакции

праматеринское ядро  $\rightarrow$  материнское ядро.

Было выполнено сравнение полученных картин распространенностей элементов. Сравнение производилось только лишь для обойденных элементов, так как именно их происхождения является темой данной работы. Было подтверждено, что СБР может являться источником обойденных ядер и при больших концентрациях протонов (в условиях рассматриваемого процесса) это влияние существенно, более того, мы можем также получить избыток некоторых элементов.

В данной работе рассматривается образование материнских ядер только при столкновениях с протонами. В дальнейшем предполагается учесть вклад СБР с другими ядрами и нейтронами (отсутствие кулоновско-го барьера), что должно увеличить суммарное сечение СБР, приводящее к появлению обойденных элементов, что даст иную результирующую картину.

## Список использованных источников

- 1 Foucart, Francois. Neutron star-black hole mergers with a nuclear equation of state and neutrino cooling: Dependence in the binary parameters [Text] / Francois Foucart, M. Brett Deaton // Phys. Rev. D. — 2014. — Vol. 90.
- 2 The jina reaclib database: Its recent updates and impact on type-I X-ray bursts [Text] / R. H. Cyburt, A. M. Amthor, Z. Meisei, S. Warren // The Astrophysical Journal Supplement Series. — 2010.
- 3 Баткин И.С. Копытин И.В., Пенионжкевич Ю. Э. / Пенионжкевич Ю. Э. Баткин И.С., Копытин И.В. // ЭЧАЯ. — 1991. — Vol. 22. — P. 512.
- 4 Крыловецкая, Т. А. Столкновительный бета-распад ядер и проблема происхождения обойденных изотопов [Text] : Ph.D. thesis / Т. А. Крыловецкая ; ВГУ. — [S. l. : s. n.], 1998.
- 5 Lippuner, Jonas. r-Process Nucleosynthesis in Neutron Star Mergers with the New Nuclear Reaction Network SkyNet [Text] : Ph. D. thesis / Jonas Lippuner ; California Institute of Technology. — [S. l. : s. n.], 2018.
- 6 Tytler D., J. M. O'Meara N. Suzuki. Review Of Big Bang Nucleosynthesis And Primordial Abundances [Text] / J. M. O'Meara N. Suzuki Tytler, D., D. Lubin // Physica Scripta. — 2000. — Vol. 85. — P. 12.
- 7 Rolfs, C. E. Cauldrons in the cosmos: Nuclear astrophysics [Text] / C. E. Rolfs, W. S. Rodney. — Chicago IL, United States : University of Chicago Press, 1988.
- 8 Bethe, H. A. Energy Production in Stars [Text] / H. A. Bethe // Physical Review. — 1939. — Vol. 55. — P. 434.
- 9 Hansen C. J., S. D. Kawaler. Stellar interiors : physical principles, structure, and evolution [Text] / S. D. Kawaler Hansen, C. J., V. Trimble. — [S. l.] : Springer-Verlag, 2004.
- 10 Woosley S. E., A. Heger. The evolution and explosion of massive stars [Text] / A. Heger Woosley, S. E., T. A. Weaver // Reviews of Modern Physics. — 2002. — Vol. 74. — P. 1015.

- 11 Bodansky D., D. D. Clayton. Nuclear Quasi-Equilibrium during Silicon Burning [Text] / D. D. Clayton Bodansky, D., W. A. Fowler // *Astrophysical Journal*. — 1968. — Vol. Supplement 16. — P. 299.
- 12 Lodders, K. Solar System Abundances and Condensation Temperatures of the Elements [Text] / K. Lodders // *Astrophysical Journal*. — 2003. — Vol. 591. — P. 1220.
- 13 Seitenzahl I. R., D. M. Townsley F. Peng. Nuclear statistical equilibrium for Type Ia supernova simulations [Text] / D. M. Townsley F. Peng Seitenzahl, I. R., J. W. Truran // *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. — 2009. — Vol. 95. — P. 96.
- 14 Iwamoto K., F. Brachwitz K. Nomoto N. Kishimoto H. Umeda W. R. Hix. Nucleosynthesis in Chandrasekhar Mass Models for Type IA Supernovae and Constraints on Progenitor Systems and Burning-Front Propagation [Text] / F. Brachwitz K. Nomoto N. Kishimoto H. Umeda W. R. Hix Iwamoto, K., F.-K. Thielemann // *Astrophysical Journal*. — 1999. — Vol. Supplement 125. — P. 439.
- 15 Sneden C., J. E. Lawler J. J. Cowan I. I. Ivans. New Rare Earth Element Abundance Distributions for the Sun and Five r-Process-Rich Very Metal-Poor Stars [Text] / J. E. Lawler J. J. Cowan I. I. Ivans Sneden, C., E. A. Den Hartog // *Astrophysical Journal*. — 2009. — Vol. Supplement 182. — P. 80.
- 16 Mathews, G. J. New insights into the astrophysical r-process [Text] / G. J. Mathews, J. J. Cowan // *Nature*. — 1990. — Vol. 345. — P. 491.
- 17 Thielemann, F.-K. What are the astrophysical sites for the r-process and the production of heavy elements? [Text] / F.-K. Thielemann, R. Käppeli A. Arcones, T. Rauscher M. Liebendörfer // *Progress in Particle and Nuclear Physics*. — 2011. — Vol. 66. — P. 346.
- 18 Shaviv, G. The Synthesis of the Elements [Text] / G. Shaviv. — [S. l.] : New York NY, United States, 2012.
- 19 Weizsäcker, C. F. V. Zur Theorie der Kernmassen [Text] / C. F. V. Weizsäcker // *Zeitschrift für Physik*. — 1935. — Vol. 96. — P. 431.

- 20 Qian, Y.-Z. Nucleosynthesis in Neutrino-driven Winds.I. The Physical Conditions [Text] / Y.-Z. Qian, S. E. Woosley // *Astrophysical Journal*. — 1996. — Vol. 471. — P. 331.
- 21 Mass ejection from the merger of binary neutron stars [Text] / K. Hotokezaka, K. Shibata, K. Kiuchi [et al.] // *Physical Review D*. — 2013. — Vol. 87.2. — P. 024001.
- 22 Франк-Каменецкий, Д. А. Реакции (p, n) и (p, 2n) и происхождение обойдённых ядер [Text] / Д. А. Франк-Каменецкий // *Астрономический журнал*. — 1961. — Vol. 38, no. 1. — P. 91.
- 23 Role of core-collapse supernovae in explaining solar system abundances of p nuclides [Text] / C. Travaglio, T. Rauscher, A. Heger [et al.] // *Astrophysical Journal*. — 2018. — Vol. 18, no. 854.
- 24 Копытин И. В., Крыловецкая Т. А. Столкновительный  $\beta$ -распад ядер в кулоновском поле и проблема происхождения обойденных элементов [Text] / Крыловецкая Т. А. Копытин И. В. // *Ядерная физика*. — 1998. — Vol. 61, no. 9. — P. 1589.
- 25 Astrophysical reaction rates from statistical model calculations [Text] : Rep. / Universita Basel ; Executor: T. Rauscher, F. Thielmann : 2000.
- 26 Nuclear statistical equilibrium for Type Ia supernova simulations [Text] / Ivo R. Seitenzahl, Dean M. Townsley, Fang Peng, James W. Truran // *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. — 2008. — no. 95. — P. 96–114.
- 27 Transport-theoretical description of nuclear reactions [Text] / O. T. Buss, K. Gaitanos, Gallmeister H. van Hees [et al.] // *Physics Reports*. — 2012. — Vol. 512. — P. 1.
- 28 The influence of neutrinos on r-process nucleosynthesis in the ejecta of black hole-neutron star mergers [Text] / L. F. Roberts, J. Lippuner, M. D. Duez [et al.] // *Monthly Notices of the RAS*. — 2017. — Vol. 464.

## Приложение А

### Листинг программы построение СБР

В данном приложении приведен текст программы, позволяющей построить сечение СБР

```
1 import mpmath as mp
2 import scipy.integrate as integrate
3 import numpy as np
4 import cmath
5 import math
6 from multiprocessing import Pool
7 import time
8
9
10 class Sig_Calculate:
11     mev = 0.511
12     d = 3.6
13     df = 0.0
14     z1 = 48.0
15     z2 = 1.0
16     a1 = 112.0
17     a2 = 1.0
18
19     mn = 1.835E3
20     gv = 2.9899e-12
21     aplha_e = 1/137.03
22
23     # substitute
24     ksi_b = 1.0
25     plank = 1.0
26     e = 1.0
27
28     m = mn*a1*a2/(a1+a2)
29
30     d = d/mev
31     df = df/mev
32
33     # global
34     lambda_i = 0.0
35     k_i = 0.0
36
37     def __init__(self, a1, z1, d, df, beta):
38         self.a1 = a1
39         self.z1 = z1
40         self.d = d/self.mev
41         self.df = df/self.mev
42         self.m = self.mn*a1*self.a2/(a1+self.a2)
```

```

43         self.ksi_b = 6250.0 / 10.0**beta
44
45     def Phi(self, E):
46         return 1.0/60.0 * (E**2.0 - 1.0)**0.5 * (2.0*E**4.0 - 9.0*E**2.0 - 8.0) \
47             + 1.0/4.0 * E * np.log(E + (E**2.0 - 1.0)**0.5)
48
49     def Get_k_f(self, ef):
50         return math.sqrt(2.0*self.m*ef)
51
52     def Lambda_f(self, ef):
53         return (self.z1+1)*self.z2*self.aplha_e*np.sqrt(self.m/2.0/ef)
54
55     def Lambda_i(self, ei):
56         return self.z1*self.z2*self.aplha_e*np.sqrt(self.m/2.0/ei)
57
58     def Get_k_i(self, ei):
59         return np.sqrt(2.0*self.m*ei)
60
61     def Inner_func(self, x, eps_f):
62         lambda_f = self.Lambda_f(eps_f)
63         return abs(mp.hyp2f1(-self.lambda_i*1.0j, -lambda_f*1.0j, 1.0, x))**2.0 / (
64
65     def E_f(self, eps_f, eps_i):
66         return eps_i - eps_f - self.d - self.df
67
68     def Outer_func(self, eps_f, eps_i):
69         e_f = self.E_f(eps_f, eps_i)
70         k_f = self.Get_k_f(eps_f)
71         result = self.Phi(e_f) / (np.exp(2.0*cmath.pi*float(self.Lambda_f(eps_f)) -
72             * k_f*(self.k_i - k_f)**4.0 * (self.k_i+k_f)**2.0)
73
74         return result
75
76     def X_0(self, eps_f):
77         k_f = self.Get_k_f(eps_f)
78         result = -4.0*self.k_i*k_f / (self.k_i - k_f)**2.0
79         return result
80
81     def ResultFunc(self, x, eps_f, args):
82         eps_i = args
83         result = self.Outer_func(eps_f, eps_i)*self.Inner_func(x, eps_f)
84         return float(result.real)
85
86     def sig(self, eps_i):
87         self.k_i = self.Get_k_i(eps_i)
88         self.lambda_i = self.Lambda_i(eps_i)
89         top_limit = eps_i - self.d - self.df
90         integral = integrate.dblquad(self.ResultFunc, 0.0, top_limit, self.X_0, lam
91             args=[eps_i])
92         mltiple = (4.0 * 2.0**0.5 / cmath.pi) * \

```



```

92         ((self.gv**2.0 * self.alpha_e**4.0 * self.z1 * (self.z1 + 1.0) * self.z1
93         / (eps_i**1.5 * (1.0 - np.exp(-2.0 * cmath.pi * float(self.lambda_i))))))
94     return mltiple * integral[0]
95
96     def fun3(self, eps_i, tt):
97         return math.exp(-eps_i/tt)*eps_i*self.sig(eps_i)
98
99     def sigv(self, tt):
100         tt = tt * 1e-10/1.16/self.mev
101         res = integrate.quad(self.fun3, self.d+self.df+1.0, np.inf, args=tt)
102         return math.sqrt(8/math.pi/self.m/tt/tt/tt)*res[0] * 0.19448 * 44.7e-12
103
104
105     def thread_work(input_array):
106         tt = input_array[0]
107         a1 = input_array[1]
108         z1 = input_array[2]
109         d = input_array[3]
110         df = input_array[4]
111         beta = input_array[5]
112         calc = Sig_Calculate(a1, z1, d, df, beta)
113         return calc.sigv(tt)
114
115
116     def build_full_range(a1, z1, d, df, beta, nuc_name1, nuc_name2):
117         t_array = np.linspace(1.0e8, 1.0e10, 24)
118         input_array = []
119         for i in range(0, len(t_array)):
120             input_array.append([t_array[i], a1, z1, d, df, beta])
121         f = open('out-sig/{0}{1}-{2}{1}.txt'.format(nuc_name1,
122                                                     int(a1), nuc_name2), 'w')
123         p = Pool(12)
124         start_time = time.time()
125         y_array = p.map(thread_work, input_array)
126         p.close()
127         p.join()
128         for i in range(0, len(y_array)):
129             print(str(t_array[i]) + ' ' + str(y_array[i]), file=f)
130         print("--- %s seconds ---" % (time.time() - start_time))
131         print(y_array)
132         return y_array
133
134     if __name__ == "__main__":
135         result = build_full_range(78.0, 34.0, 3.5737, 0.0, 4.8, "se", "br")
136         result = build_full_range(80.0, 34.0, 1.8703, 0.0, 4.6, "se", "br")
137         result = build_full_range(84.0, 36.0, 2.6800, 0.0, 9.6, "kr", "rb")
138         result = build_full_range(106.0, 46.0, 2.9830, 0.0, 4.9, "pd", "ag")
139         result = build_full_range(106.0, 46.0, 2.4710, 0.0, 5.3, "pd-2-", "ag")
140         result = build_full_range(108.0, 46.0, 1.9210, 0.0, 4.8, "pd", "ag")

```

```

141     result = build_full_range(108.0, 46.0, 1.4870, 0.0, 5.5, "pd-2-", "ag")
142     result = build_full_range(112.0, 48.0, 2.5780, 0.0, 4.7, "cd", "in")
143     result = build_full_range(112.0, 48.0, 1.9610, 0.0, 5.3, "cd-2-", "in")
144     result = build_full_range(114.0, 48.0, 1.9846, 0.0, 4.8, "cd", "in")
145     result = build_full_range(114.0, 48.0, 1.4266, 0.0, 5.3, "cd-2-", "in")
146     result = build_full_range(120.0, 50.0, 2.6810, 0.0, 4.5, "sn", "sb")
147     result = build_full_range(124.0, 52.0, 3.1570, 0.0, 9.3, "te", "i")
148     result = build_full_range(124.0, 52.0, 2.5550, 0.0, 7.5, "te-2-", "i")
149     result = build_full_range(126.0, 52.0, 2.1560, 0.0, 9.2, "te", "i")
150     result = build_full_range(126.0, 52.0, 1.4900, 0.0, 7.4, "te-2-", "i")
151     result = build_full_range(130.0, 54.0, 3.0190, 0.0, 5.1, "xe", "cs")
152     result = build_full_range(130.0, 54.0, 2.4830, 0.0, 6.4, "xe-2-", "cs")
153     result = build_full_range(132.0, 54.0, 1.4430, 0.0, 6.0, "xe", "cs")
154     result = build_full_range(136.0, 57.0, 2.8700, 0.0, 4.6, "ba", "la")
155     result = build_full_range(164.0, 66.0, 1.0292, 0.0, 4.6, "dy", "ho")
156     result = build_full_range(164.0, 66.0, 0.9558, 0.0, 4.9, "dy-2-", "ho")

```

## Приложение В

### Листинг программы параметризации СБР и моделирования слияния

В данном приложении приведен текст программы, сравнивающей

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib
3 matplotlib.use("agg")
4 import matplotlib.pyplot as pylab
5 import pandas as pd
6 from SkyNet import *
7 import gc
8 import os
9
10 def write_solution(filename ,multiply):
11     with open(filename) as f:
12         content = f.readlines()
13
14     content = [x.strip() for x in content]
15
16     t_array = []
17     sig_array = []
18
19     for index in range(0, len(content)):
20         splitted = content[index].rsplit(' ')
21         t_array.append(float(splitted[0])/1e9)
22         val = float(splitted[1]) * multiply
23         if (val > 0):
24             sig_array.append(np.log(val))
25         else:
26             sig_array.append(np.log(np.abs(val)))
27
28
29 def build_a(t_arr):
30     if isinstance(t_arr, list):
31         if len(t_arr) >= 7:
32             a = []
33             for index in range(len(t_arr)):
34                 t = t_arr[index]
35                 a.append([1, t**(-1), t**(-1.0/3), t**(1.0/3), t, t**(5.0/3), r
36             return a
37         else:
38             pass
39     else:
40         pass
41
42 a = build_a(t_array)
43 b = sig_array
44
```

```

45     x = []; y = []
46
47     x_lstsq_full, __, __, __ = np.linalg.lstsq(a, b, rcond=1)
48
49     def save_to_file_with_p(x_lstsq_full, filename, elem1, elem2):
50         save_file = open(filename, 'a')
51         print >>save_file, "5"
52         print >>save_file, "          p{:>5}{:>5}          p          cleaw          ...
0.00000e+00          ".format(elem1, elem2)
53         prettyfied = []
54         for index in range(len(x_lstsq_full)):
55             prettyfied.append("{0:1.6e}".format(x_lstsq_full[index]))
56             print >>save_file, "{:>13}{:>13}{:>13}{:>13}          ".format(
57                 print >>save_file, "{:>13}{:>13}{:>13}
...
".format(prettyfied[4], prettyfied[5], prettyfied[6])
58         save_file.close()
59
60     names = os.path.splitext(os.path.basename(filename))[0].rsplit('-', 1)
61
62     print(x_lstsq_full)
63     save_to_file_with_p(x_lstsq_full, "mylib.txt", names[0], names[1])
64
65 def calculate_rprocess(with_my, fileName):
66     do_heat = False; do_inv = False; do_screen = False
67     with open("r-process/sunet") as f:
68         nuclides = [l.strip() for l in f.readlines()]
69
70     # make trajectory
71     t0 = 1.0e-3
72     tfin = 1.0e9
73
74     nuclib = NuclideLibrary.CreateFromWinv("r-process/winvne_v2.0.dat", nuclides)
75
76     opts = NetworkOptions()
77     opts.ConvergenceCriterion = NetworkConvergenceCriterion.Mass
78     opts.MassDeviationThreshold = 1.0E-10
79     opts.IsSelfHeating = do_heat
80     opts.EnableScreening = do_screen
81     opts.DisableStdoutOutput = True
82
83     helm = HelmholtzEOS(SkyNetRoot + "/data/helm_table.dat")
84     if (with_my):
85         strongReactionLibrary = REACLIBReactionLibrary("output",
86             ReactionType.Strong, do_inv, LeptonMode.TreatAllAsDecayExceptLabelEC,
87             "Strong reactions", nuclib, opts, True, True)
88         weakReactionLibrary = REACLIBReactionLibrary("output",
89             ReactionType.Weak, False, LeptonMode.TreatAllAsDecayExceptLabelEC,
90             "Weak reactions", nuclib, opts, True, True)
91     else:

```

```

92     strongReactionLibrary = REACLIBReactionLibrary("r-process/reactlib",
93         ReactionType.Strong, do_inv, LeptonMode.TreatAllAsDecayExceptLabelEC,
94         "Strong reactions", nuclib, opts, True, True)
95     weakReactionLibrary = REACLIBReactionLibrary("r-process/reactlib",
96         ReactionType.Weak, False, LeptonMode.TreatAllAsDecayExceptLabelEC,
97         "Weak reactions", nuclib, opts, True, True)
98     symmetricFission = REACLIBReactionLibrary("r-process/nfis",
99         ReactionType.Strong, False, LeptonMode.TreatAllAsDecayExceptLabelEC,
100        "Symmetric neutron induced fission with 0 neutrons emitted",
101        nuclib, opts, True, True)
102     spontaneousFission = REACLIBReactionLibrary("r-process/sfis",
103         ReactionType.Strong, False, LeptonMode.TreatAllAsDecayExceptLabelEC,
104        "Spontaneous fission", nuclib, opts, True, True)
105     myLib = REACLIBReactionLibrary("mylib.txt",
106         ReactionType.Weak, False, LeptonMode.TreatAllAsDecayExceptLabelEC,
107        "CAP", nuclib, opts, True, True)
108
109     if (with_my):
110         reactionLibraries = [strongReactionLibrary, weakReactionLibrary,
111             symmetricFission, spontaneousFission, myLib]
112     else:
113         reactionLibraries = [strongReactionLibrary, weakReactionLibrary,
114             symmetricFission, spontaneousFission]
115
116     screen = SkyNetScreening(nuclib)
117     net = ReactionNetwork(nuclib, reactionLibraries, helm, screen, opts)
118
119     dat = np.loadtxt("r-process/traj_skynet")
120     density_vs_time = PiecewiseLinearFunction(dat[:,0], dat[:,2], True)
121     temperature_vs_time = PiecewiseLinearFunction(dat[:,0], dat[:,1], True)
122
123     Ye0 = 0.07
124     Temp0 = dat[0,1]
125     tfinal = 5.0e8
126
127     initY = np.loadtxt("r-process/init_Y")
128
129     if (do_heat):
130         output = net.EvolveSelfHeatingWithInitialTemperature(initY, t0, tfinal,
131             Temp0, density_vs_time, fileName)
132     else:
133         output = net.Evolve(initY, t0, tfinal, temperature_vs_time, density_vs_time, fi
134
135     index = 1
136     multiply = 1
137
138     onlyfiles = [f for f in os.listdir('out-sig') if os.path.isfile(os.path.join('out-s
139
140     os.remove("mylib.txt")

```

```
141 for file_index in range(0, len(onlyfiles)):
142     write_solution('out-sig/' + onlyfiles[file_index], multiply)
143
144 calculate_rprocess(True, "out-r/WithMy-" + str(index))
145 calculate_rprocess(False, "out-r/WithoutMy-" + str(index))
```

# Приложение С

## Реакции СБР в формате JINA REACLIB

```

1 5
2      pte126 i126      p      cleaw      0.00000e+00
3  2.281125e+01-5.496421e+00-4.008360e+02  2.231683e+02
4  -6.240691e+00  1.845512e-01-1.648236e+02
5 5
6      psn120sb120      p      cleaw      0.00000e+00
7  3.149285e+01-2.212854e+01-3.129733e+02  1.277574e+02
8  -1.692477e+00-5.843363e-02-1.096239e+02
9 5
10     pcd112in112      p      cleaw      0.00000e+00
11  2.267758e+01-1.283205e+01-3.479969e+02  1.743613e+02
12  -4.165791e+00  8.405660e-02-1.347517e+02
13 5
14     p kr84  rb84      p      cleaw      0.00000e+00
15  -1.417094e+01-2.418662e+01-2.789091e+02  1.364999e+02
16  -3.270284e+00  6.576762e-02-1.047894e+02
17 5
18     pdy164ho164      p      cleaw      0.00000e+00
19  5.043759e+01  3.593263e+00-4.953757e+02  2.941897e+02
20  -8.724481e+00  2.835735e-01-2.128278e+02
21 5
22     ppd108ag108      p      cleaw      0.00000e+00
23  3.388941e+01-1.484015e+01-2.611982e+02  7.641218e+01
24  4.399835e-01-1.401443e-01-8.023448e+01
25 5
26     pxe132cs132      p      cleaw      0.00000e+00
27  2.974127e+01-4.531735e+00-4.104980e+02  2.284703e+02
28  -6.356318e+00  1.860572e-01-1.690290e+02
29 5
30     pte126 i126      p      cleaw      0.00000e+00
31  2.359375e+01-1.493930e+01-3.450751e+02  1.582639e+02
32  -3.051697e+00  1.239065e-02-1.282881e+02
33 5
34     ppd108ag108      p      cleaw      0.00000e+00
35  1.421290e+01-6.205115e+00-3.891701e+02  2.276700e+02
36  -6.867725e+00  2.301854e-01-1.636765e+02
37 5
38     ppd106ag106      p      cleaw      0.00000e+00
39  2.267129e+01-2.641416e+01-2.947632e+02  1.186203e+02
40  -1.505358e+00-6.051613e-02-1.020285e+02
41 5
42     ppd106ag106      p      cleaw      0.00000e+00
43  2.073511e+01-1.996446e+01-3.118206e+02  1.386853e+02
44  -2.548141e+00  4.781875e-04-1.133507e+02
45 5

```

```

46      pte124 i124      p      cleaw      0.00000e+00
47  2.310765e+01-2.715714e+01-3.268021e+02 1.364521e+02
48 -1.825448e+00-6.885763e-02-1.157351e+02
49 5
50      pdy164ho164      p      cleaw      0.00000e+00
51  4.888328e+01 4.934657e+00-5.096360e+02 3.100644e+02
52 -9.466989e+00 3.215684e-01-2.219119e+02
53 5
54      pba136la136      p      cleaw      0.00000e+00
55  4.234529e+01-2.276866e+01-3.547273e+02 1.545404e+02
56 -2.356629e+00-5.367225e-02-1.287969e+02
57 5
58      pte124 i124      p      cleaw      0.00000e+00
59  2.860496e+01-2.004594e+01-3.295323e+02 1.397718e+02
60 -2.088189e+00-4.430339e-02-1.178810e+02
61 5
62      p se80 br80      p      cleaw      0.00000e+00
63 -1.098184e+01-1.373916e+01-3.212955e+02 1.920979e+02
64 -6.106347e+00 2.194028e-01-1.349119e+02
65 5
66      pxe130cs130      p      cleaw      0.00000e+00
67  3.478340e+01-1.880850e+01-3.395518e+02 1.454414e+02
68 -2.214540e+00-4.313775e-02-1.222852e+02
69 5
70      pcd114in114      p      cleaw      0.00000e+00
71  1.860931e+01-5.017798e+00-4.004088e+02 2.343207e+02
72 -7.042089e+00 2.347369e-01-1.687306e+02
73 5
74      pcd112in112      p      cleaw      0.00000e+00
75  2.693896e+01-2.102584e+01-3.134425e+02 1.338579e+02
76 -2.132414e+00-2.892247e-02-1.119824e+02
77 5
78      p se78 br78      p      cleaw      0.00000e+00
79 -6.732098e+00-3.586643e+01-2.406014e+02 1.003990e+02
80 -1.642343e+00-1.838054e-02-8.278553e+01
81 5
82      pcd114in114      p      cleaw      0.00000e+00
83  2.399687e+01-1.315938e+01-3.462052e+02 1.722629e+02
84 -4.062339e+00 7.847170e-02-1.335736e+02
85 5
86      pxe130cs130      p      cleaw      0.00000e+00
87  3.631089e+01-2.513083e+01-3.379005e+02 1.434772e+02
88 -2.028014e+00-6.306473e-02-1.208779e+02

```