

Диссертация допущена к защите  
зав. кафедрой

---

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

## **Моделирование нуклеосинтеза в звездах**

Тема:

Направление: \_\_\_\_\_ –

Магистерская программа: \_\_\_\_\_ –

Выполнил студент гр. \_\_\_\_\_

# Введение

Вопрос о том, из чего состоит материальный мир стоит перед учеными с самого зарождения науки. Левкипп (около 430 г. до н.э.) и Демокрит (около 420 г. до н.э.) первыми предложили атомную теорию, в которой вся материя состоит из неделимых частиц. Позже ученые добились успехов в экспериментах с процессами возникновения различных веществ. Алхимики, например, задавались вопросами преобразования обычных металлов (свинца, например) в благородные (такие как золото). Попытки их были тщетны, и теоретическая основа этих преобразований не получила никакого развития. И только в конце XX века ядерные физики добились успеха превращения висмута в золото (лишь в небольших количествах и с коммерческими расходами). В связи с развитием ядерной физики были также построены огромное количество различных математических моделей, объясняющих возникновение тяжелых элементов, а именно тяжелее железа, из более легких.

В данной работе, будут моделироваться такие реакции с использованием открытой библиотеки реакций ReacLib, в основе которой лежит построение сечения зависимостью от температуры по 7 параметрам. Данная библиотека уже включает в себя некоторый набор реакций, приводящий к появлению обойденных ядер, но нас интересуют только реакции, в которых участвует столкновительный  $\beta$ -распад.

Основной целью работы является построение сечений для столкновительного  $\beta$ -распада для столкновении элементов с протоном, а также оценка влияния этих реакций на полученную распространенность элементов в результате всех процессов за промежуток времени.

Сам процесс моделирования будет выполняться с помощью открытой библиотеки SkyNet, написанную Jonas Lippuner с дополнением ее своим набором реакций.

# 1. Столкновительный $\beta$ -распад

Данный процесс является одним из процессов, приводящих к появлению обойденных ядер.

Обойдённые ядра - устойчивые атомные ядра, лежащие в стороне от всех возможных путей образования тяжёлых ядер из более лёгких в процессе последовательного захвата последними нейтронов [1]. Распространённость обойденных ядер, как правило, примерно на два порядка величины ниже, чем у близких к ним ядер, лежащих на пути нейтронного захвата. К таковым относятся:  $^{74}\text{Se}$ ,  $^{78}\text{Kr}$ ,  $^{80}\text{Kr}$ ,  $^{84}\text{Sr}$ ,  $^{92}\text{Mo}$ ,  $^{94}$ ,  $^{96}\text{Ru}$ ,  $^{98}\text{Ru}$ ,  $^{102}\text{Pd}$ ,  $^{106}\text{Cd}$ ,  $^{108}\text{Cd}$ ,  $^{113}\text{In}$ ,  $^{112}\text{Sn}$ ,  $^{114}\text{Sn}$ ,  $^{115}\text{Sn}$ ,  $^{120}\text{Te}$ ,  $^{124}\text{Xe}$ ,  $^{126}\text{Xe}$ ,  $^{130}\text{Ba}$ ,  $^{132}\text{Ba}$ ,  $^{136}\text{Ce}$ ,  $^{138}\text{Ce}$ ,  $^{144}\text{Sm}$ ,  $^{152}\text{Gd}$ ,  $^{152}\text{Dy}$ ,  $^{158}\text{Dy}$ ,  $^{162}\text{Er}$ ,  $^{164}\text{Er}$ ,  $^{168}\text{Yb}$ ,  $^{174}\text{Hf}$ ,  $^{180}\text{W}$ ,  $^{184}\text{Os}$ ,  $^{190}\text{Pt}$ ,  $^{196}\text{Hg}$  [2].

Столкновительный  $\beta$ -распад стабильных ядер, инициируемый их кулоновскими столкновениями с другими ядерными частицами звездной среды, может быть основой модели процесса синтеза обойденных ядер. Проблема их синтеза на основе физического механизма захвата нейтронов ( $s$ - или  $r$ -процесса) состоит в прерывании цепочки последовательных  $\beta$ -распадов на  $\beta$ -стабильном ядре  $(A, Z)$ .

Процесс СБР стабильных ядер, о котором говорилось выше, для нуклидов главной последовательности предоставляет еще одну возможность преодолеть энергетический порог и осуществить переход

$$(A, Z) \xrightarrow{\beta^-} (A, Z + 1)$$

, открывая путь к последующему естественному  $\beta$ -переходу

$$(A, Z + 1) \xrightarrow{\beta^-} (A, Z + 2)$$

Может оказаться, что при этом малость сечений для процесса тако-

го рода уже не будет играть особой роли, если будут не малы плотность вещества в недрах звезды и временная протяженность квазиравновесной стадии звездной эволюции.

Расчеты показывают, что модель синтеза обойденных элементов в звездном веществе на этапе квазиравновесной стадии, основанная на явлении СБР стабильных ядер главной последовательности, качественно, а в ряде случаев и количественно, способна воспроизвести нерегулярный ход кривой относительной распространенности обойденных ядер. Этот факт можно расценивать как косвенное свидетельство в пользу реальности явления столкновительного  $\beta$ -распада стабильных ядер [3].

В случае столкновительного  $\beta$ -распада возможно несколько видов процессов, а именно: протон-ядерные, ядро-ядерные и процесс, стимулированный нейтронами. Рассчитанные сечения для протон-ядерных и ядро-ядерных оказались невелики (менее  $10^{-50} \text{ cm}^2$ ), и процесс пока не доступен для прямого наблюдения, но при помощи программного обеспечения, позволяющего моделировать данные процессы мы можем оценить влияние их на конечные распространенности элементов [4]. Наряду с кулоновскими столкновениями ядер можно предложить механизм СБР, не связанный с кулоновскими силами и в то же время незамаскированный возможным появлением продуктов  $\beta$ -распада за счет ядерных реакций. Речь идет о процессе СБР ядра, стимулированном столкновениями с нейтронами.

Данная работа рассматривает в первую очередь влияние протон-ядерного столкновения на процессы, протекающие в нейтронных звездах, а именно  $r$ -process, так как концентрация протонов при этом достаточно велика, чтобы это влияние оказалось существенным.

Для возможности использования полученных сечений вместе с другими библиотеками ядерных реакций необходимо привести их к единому формату. Данным форматом был выбран ReacLib.

## 2. ReacLib

База данных JINA REACLIB полностью открыта и доступна для сообщества через интернет. Текущая версия библиотеки хранит показатели реакций, таких как зависимость от температуры через семи-параметрическое приближение [5].

$$\lambda = \exp \left[ a_0 + \sum_{i=1}^5 a_i T_9^{\frac{2i-5}{3}} + a_6 \ln T_9 \right]$$

Чтобы получить параметры  $a_0, \dots, a_6$  для каждой из наших реакций мы воспользуемся статистической моделью.

Модель представляет из себя усредненные коэффициенты перехода  $T$ . Они не отражают резонансное поведение, но описывают эффект поглощения через мнимую часть в (оптическом) ядро-ядро потенциале, что приводит к известному выражению:

$$\begin{aligned} \sigma^{\mu\nu} = & \\ & = \frac{\pi \hbar / (2\mu_{ij} E_{ij})}{(2J_i^\mu + 1)(2J_j + 1)} \sum_{J, \pi} (2J + 1) \\ & \times \frac{T_j^\mu(E, J, \pi, E_i^\mu, J_i^\mu, \pi_i^\mu) T_0^\nu(E, J, \pi, E_m^\mu, J_m^\nu, \pi_m^\nu)}{T_{tot}(E, J, \pi)} \quad (1) \end{aligned}$$

для сечения  $\sigma^{\mu\nu}$  реакции  $i^\mu(j, o)m^\mu$  из состояния  $i^\mu$  в состояние  $m^\nu$  конечного ядра с центром энергии масс  $E_{ij}$  и уменьшенной массой  $\mu_{ij}$ .

Показатели реакций были посчитаны для набора из 24 температур:  $T_9 = 0.1, 0.15, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0$ . Для простого применения в астрофизических исследованиях все виды реакций  $((n, \gamma), (n, p), (p, \alpha), (p, \gamma), (p, n), (p, \alpha), (\alpha, \gamma), (\alpha, n), (\alpha, p), (\gamma, n), (\gamma, p), (\gamma, \alpha))$  аппроксимируются через единое

приближение вида

$$\left. \begin{array}{l} N_A \langle \sigma v \rangle \\ \lambda_\gamma \end{array} \right\} = \exp(a_0 + a_1 T_9^{-1} + a_2 T_9^{-1/3} + a_3 T_9^{1/3} + a_4 T_9 + a_5 T_9^{5/3} + a_6 \ln T_9) \quad (2)$$

с 7 открытыми параметрами  $a_0 - a_6$ , где  $T_9$  это  $10^9 \text{K}$ .

Данное приближение является достаточно гибким чтобы удовлетворить различным температурным зависимостям для различных видов реакций в промежутке температур  $0.001 \leq T_9 \leq 10$  [6].

Сечение для столкновительного  $\beta$  распада было получено через формулу вида

$$\sigma_\beta^{(col)}(\beta_f) = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} \frac{g_v^2 \alpha_e^4 Z(Z+1) Z'^4 \mu^{9/2}}{\epsilon_i^{3/2} (1 - \exp(-2\pi\lambda_i))} \xi_\beta(\beta_f) \times \int_0^{\xi_i - \Delta - \Delta_f} \frac{\Phi(E_f) d\epsilon_f}{(\exp(2\pi\lambda_f) - 1) k_f (k_i - k_f)^4 (k_i + k_f)^2} \times \int_{x_0}^0 \frac{|F(-i\lambda_i, -i\lambda_f, 1; x)|^2}{(1-x)^2} dx, \quad (3)$$

где  $E_f = \epsilon_i - \epsilon_f - \Delta - \Delta_f$ ,  $x_0 = -4k_i k_f / (k_i - k_f)^2$ , а функция  $\Phi(E)$  имеет вид:

$$\Phi(E) = \frac{1}{60} (E^2 - 1)^{1/2} (2E^4 - 9E^2 - 8) + \frac{1}{4} E \ln(E + (E^2 - 1)^{1/2})$$

(!!!) Место для второй формулы

### 3. SkyNet

Программный пакет SkyNet представляет из себя обще-целевую сеть ядерных реакций, специально разработанную для моделирования r-процесса, но она также применима к другим астрофизическим сценариям [7].

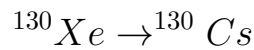
SkyNet написан на языке C++ и имеет модульную архитектуру. Помимо сети ядерных реакций, он также включает в себя модуль решения ядерного статистического равновесия (!!! Nuclear Statistical equilibrium), уравнение состояния Гельмгольца. SkyNet также моделирует эволюцию температуры, отслеживая изменение энтропии при ядерных реакциях и распадах.

SkyNet также имеет обертку для использования ее с Python, что делает очень удобным использование его через интерактивные оболочки.

Важно отметить, что SkyNet успешно прошел сравнения с другими аналогичным ПО (WinNet, XNet) и даже, приблизился к симуляции Seitenzahl [8].

### 4. Расчеты

Сначала были получены сечения столкновительного бета-распадов при столкновении ядра с протоном, такие как, например:



Для этого была написана программа, в результате работы которой, получен результат (1). Полученные 24 значения температур являются избыточными в нашем случае, так целью является параметризация данной зависимости через параметры  $a_0, \dots, a_6$  (2). Поэтому для решения переопределенной системы уравнений воспользуемся методом наименьших квадратов (2).

Далее, составим необходимый для REACLIB файл библиотеки реакций. Для перехода  $^{130}\text{Xe} \rightarrow ^{130}\text{Cs}$  получаем строки вида:

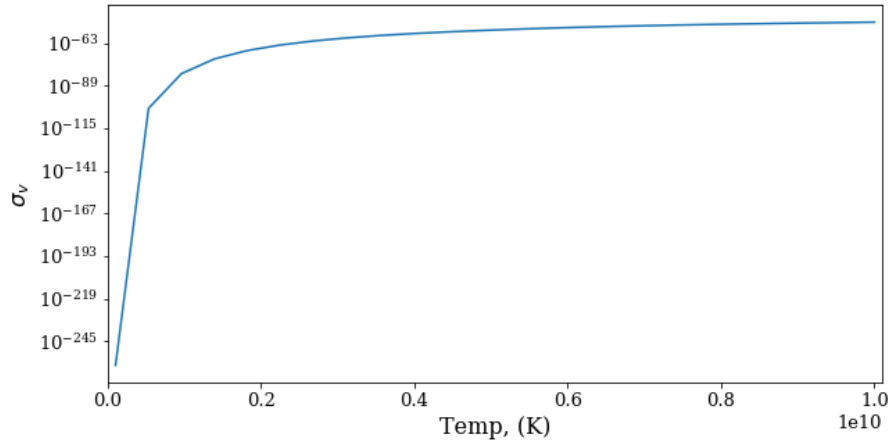


Рис. 1. Сечение для СБР при столкновении  $^{130}\text{Cs}$  с протоном

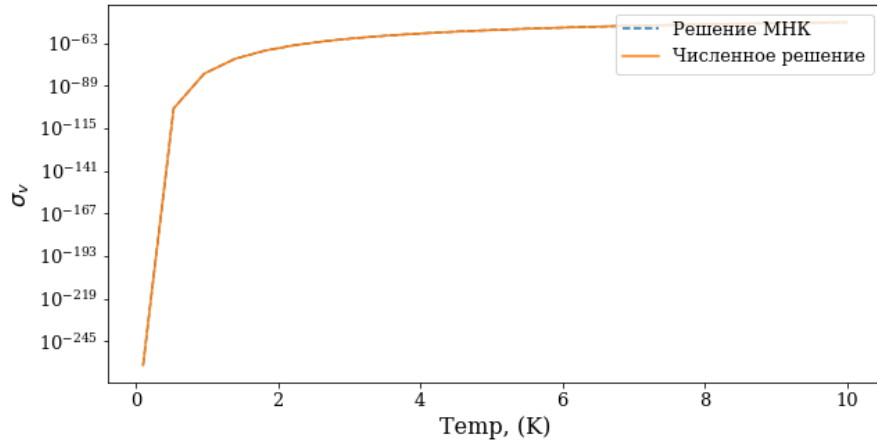


Рис. 2. Сравнение решения методов наименьших квадратов с полученным сечением

5

```

pxe130cs130      p      cleaw
0.00000e+00
3.631089e+01-2.513083e+01-3.379005e+02 1.434772e+02
-2.028014e+00-6.306473e-02-1.208779e+02

```

В данном файле стоит отметить факт явного указания  $p$  - протона в качестве участника реакции, так как сечение СБР зависит от концентрации протонов. Также важно указать флаг "w указывающий, что реакция является "слабой" и SkyNet толерантно относился к нарушению закона сохранения заряда (данный программный пакет не позволяет учесть потерю электрона (!!!)).



Для моделирования ядерных реакций воспользуемся включенной в SkyNet моделью r-process. Она содержит список из 7836 ядер, участвующих в реакциях, а также начальные распространенности этих ядер. Зависимости плотности от времени и температуры от времени также даны. Эволюция протекает при  $t$  от  $1.21 \times 10^{-3}c$  до  $5 \times 10^8c$ .

Изначально, если оставлять файл JINA REACLIB в таком виде, в котором он присутствует в библиотеке, влияние добавленных мною реакций отсутствовало. Это связано с тем, что в сети уже присутствовали реакции с этими элементами, но гораздо большим сечением. Добится хоть какого-то влияния на небольших температурах невозможно, так как по характеру графика на рисунке (1) можно заметить его быстрое затухание.

Сначала мы пошли по пути удаления из файла реакций протона (чтобы SkyNet перестал учитывать концентрацию протонов), а также явного указания количества протонов (как множитель перед  $\sigma_v$ ). Полученная разница между распространенностями оказалась незначительна даже при больших концентрациях протонов (!!! сколько  $1e40?$ ), поэтому мы пришли к выводу что для оценки возникновения обойденных ядер через СБР процесса можно изменить REACLIB таким образом, чтобы только столкновительный  $\beta$ -распад производил обойденные ядра, остальные же процессы на данном этапе отбросим (!!! указать логику вытаскивания частиц).

Полученные данные представляют из себя иерархический формат данных h5. Извлекая конечные распространенности, видим (рис. 3) (!!! масштаб ужасен):

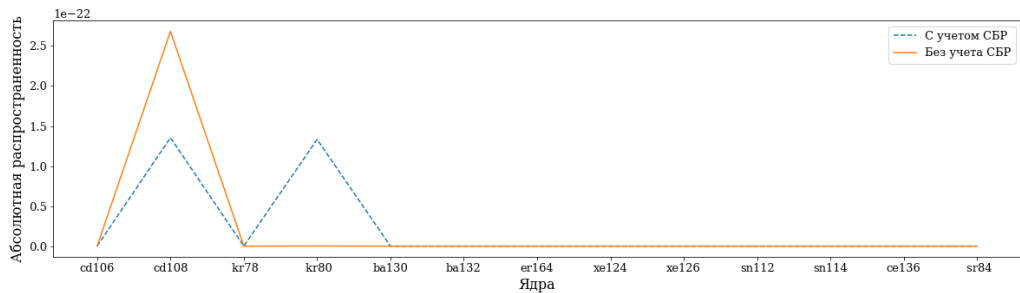


Рис. 3. Конечные распространенности обойденных ядер

Построим график относительной ошибки относительно нашей библиотеки и тем, что уже присутствовало в REACLIB (рис. 4):

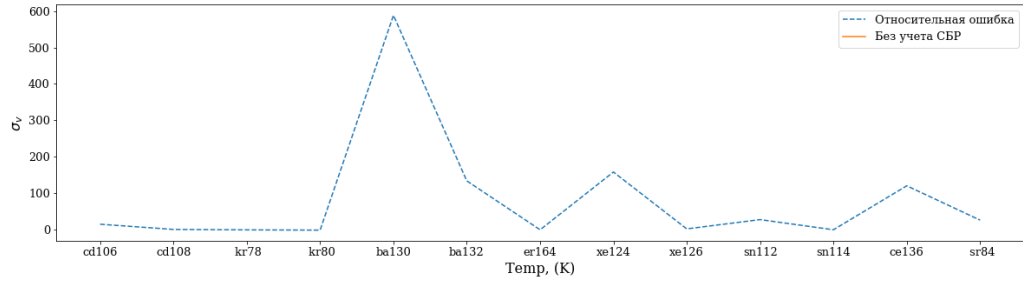


Рис. 4. Относительная ошибка при сравнении стандартной библиотеки реакций SkyNet и библиотеки, включающей СБР

С учетом того, что мы полностью удалили все реакции, приводящие к возникновению обойденных  $\beta$  ядер из сети реакций, полученная разница в их распространенностях оказалась не так велика, что говорит о том, что наши реакции действительно учитывались и смогли смоделировать возникновение некоторого количества обойденных ядер.

## 5. Заключение

## Список литературы

1. Франк-Каменецкий Д. А. Реакции  $(p, n)$  и  $(p, 2n)$  и происхождение обойдённых ядер // Астрономический журнал. 1961. Т. 38, № 1. с. 91.
2. Role of core-collapse supernovae in explaining solar system abundances of  $p$  nuclides / C. Travaglio, T. Rauscher, A. Heger [и др.] // Astrophysical Journal. 2018. Т. 18, № 854.
3. Крыловецкая Т. А. Столкновительный бета-распад ядер и проблема происхождения обойденных изотопов. Ph.D. thesis: ВГУ. 1998.
4. статья Та сама.
5. The jina reaclib database: Its recent updates and impact on type-I X-ray bursts / R. H. Cyburt, A. M. Amthor, Z. Meisei [и др.] // The Astrophysical Journal Supplement Series. 2010.
6. Rauscher T., Thielmann F. Astrophysical reaction rates from statistical model calculations: Tech. Rep.: : Universita Basel, 2000.
7. Lippuner Jonas.  $r$ -Process Nucleosynthesis in Neutron Star Mergers with the New Nuclear Reaction Network SkyNet. Ph.D. thesis: California Institute of Technology. 2018.
8. Nuclear statistical equilibrium for Type Ia supernova simulations / Ivo R. Seitenzahl, Dean M. Townsley, Fang Peng [и др.] // Atomic Data and Nuclear Data Tables. 2008. № 95. С. 96–114.