	диссертация допущена к защите
	зав. кафедрой
	«» 2019 г.
Моделирование і	нуклеосинтеза в звездах
	Тема:
Направление: –	
Магистерская программа: -	
Выполнил студент гр	

# Оглавление

	Введ	ение .		3	
	1.	Нуклес	осинтез Большого Взрыва	4	
		1.1.	Горение в звездах малой массы	5	
		1.2.	Ядерное горение в тяжелых звездах	6	
		1.3.	Пик железа	8	
		1.4.	Возможные места г-процесса	9	
	2.	Столкн	новительный $eta$ -распад	9	
		2.1.	Дифференциальное сечение процесса столкновитель-		
			ного $\beta$ -распада ядер в кулоновском поле отталкивания. $\Box$	11	
		2.2.	Полное сечение процесса СБР. Результаты расчетов.	17	
	3.	. REACLIB			
	4.	SkyNet		21	
	5.	Постро	рение СБР	22	
	6.	Анализ	з результатов	26	
	7.	Заклю	чение 2	28	
Cī	іисок	литер	атуры	42	

### Введение

Данная работа рассматривает процесс синтеза ядер, а именно возникновение элементов в ходе эволюции нейтронной звезды. Преобразования, приводящие к появлению легких элементов (легче железа) известны и хорошо изучены. Распространенность элементов, расположенных в области за железом, относительно слабо зависит от массового числа А. Это свидетельствует об изменении механизма образования этих элементов. Образование их в результате взаимодействия заряженных частиц сильно подавлено изза кулоновского барьера. Фактор, который также необходимо принять во внимание, состоит в том, что большинство тяжелых элементов являются  $\beta$ -радиоактивными. По современным представлениям тяжелые элементы образуются в реакциях захвата нейтронов. Обычно различают быстрый (r) и медленный (s) процессы захвата нейтронов (от английских слов rapid и slow). Эти два механизма различаются отношением скорости захвата нейтронов (реакция  $(n, \gamma)$ ) к скорости бета-распада. По современным представлениям примерно половина наблюдаемого количества элементов с  ${
m A} > 60$ образуется в результате s-процесса. В настоящее время общепризнанно, что многие ядра тяжелее железа, включая все ядра тяжелее  $^{209}Bi$ , образуются в г-процессе путем быстрого последовательного захвата большого количества нейтронов. Главное условие - скорость захвата нейтронов должна быть больше скорости  $\beta$ -распада.

Однако есть также некоторые элементы, возникновение которых не может происходить через эти процессы. Такие элементы являются обойденными.

В данной работе, будут моделироваться реакции, приводящие к появлению обойденных ядер, а именно - столкновительный β-распад, с использование открытой библиотеки реакций REACLIB, в основе которой лежит построение сечения зависимостью от температуры по 7 параметрам. Данная библиотека уже включает в себя некоторый набор реакций, приводящий к появлению обойденных ядер, но в данной работе нас интересует исследование только влияние СБР на эволюцию системы.

Основной целью работы является построение сечений для столкновительного  $\beta$ -распада для столкновении элементов с протоном, а также оценка влияния этих реакций на полученную распространенность элементов в результате всех процессов за промежуток времени.

Сам процесс моделирования будет выполняться с помощью открытой библиотеки SkyNet, написанную Jonas Lippuner с дополнение ее своим набором реакций.

# 1. Нуклеосинтез Большого Взрыва

Нуклеосинтез большого взрыва (BBN) произвел в основном водород (75%) общей массы) и гелий (25%) в период от первых десяти секунд до минуты после Большого взрыва, а также некоторое количество дейтерия, 3He и 7Li [1]. 13,8 Gyr позже химический состав Вселенной оставался около  $75\%~{
m H}$  и  $25\%~{
m He}$ , потому что создание более тяжелых элементов требует экстремальных физических условий. Интересно, что BBN является проблемой для моделирования, потому что он включает лишь небольшое количество ядер. В настоящее время существуют большие расхождения между результатами моделирование BBN и наблюдениями. Прогнозируемый дейтерий и распространенность 4Не хорошо согласуется с наблюдениями, но модели BBN предсказывают большую распространенность 7Li на 4-5  $\sigma$  по сравнению с наблюдениями, см. рис. 1. Это расхождение не до конца изучено и называется «литиевой проблемой». Предлагаемые причины включают систематические ошибки в наблюдениях численности 7Li, неизвестные или плохо измеренные ядерные свойства  $^{7}Be$  и даже неизвестные физические процессы, не учтенные в стандартной модели.

### 1.1. Горение в звездах малой массы

Главное препятствие объединения гелия и водорода в тяжелые элементы - это сильное Кулоновское отталкивание между нуклидами, которые все положительно заряжены. Более того, стандартный способ слияния водорода это p-p цепь, включающая слабую реакцию  $p+p \to d+e^+ + \nu_e$ , которая имеет чрезвычайно малое сечение [2]. Поэтому чрезвычайно высокие температуры ( $\sim 10$  МК) являются необходимым условием для преобразования водорода в гелий и гелий в более тяжелые элементы. Такие условия достигаются внутри звезд, где происходит ядерный синтез[3], высвобождая энергию ядерной связи в виде тепла, удерживающую звезду от разрушения и заставляя ее излучать свет.

На рис. 2 изображены ранние стадии эволюции звезд. По определению, каждая звезда, по крайней мере, синтезирует водород в гелий внутри ядра. Звезды проводят большую часть своей жизни в этой фаза горения водорода. Как только запас водорода в ядре исчерпан, температура становится недостаточно высокой для сжигания гелия, поэтому ядро сжимается, потому что источник тепла от сжигания водорода уменьшается. Далее, поскольку ядро сжимается, оно нагревается, и температура становится достаточно высокой для горения водорода в оболочке вокруг гелиевого ядра. В этот момент атмосфера звезды быстро расширяется, и звезда входит в фазу красного гиганта. Когда водород в оболочке исчерпан и, если звезда достигла определенной массы ( $\sim 0.5$   $_{\odot}$ , например), ядро снова сжимается, то есть увеличивается температура и становится возможен тройной-альфа процесс, который преобразует три частицы  ${}^4He$  в  ${}^{12}C$ . Некоторые гелиевые сплавы также могут быть преобразованы с вновь созданным  $^{12}C$ , чтобы создать  ${}^{16}O$ , и, в принципе, он также может пойти дальше, производя  ${}^{20}Ne$ ,  $^{24}Mg$ ,  $^{28}Si$  и т. д., которые называются альфа-элементами, потому что они являются определенным количество альфа-нуклидов, слитых воедино. Однако на практике реакция  $^{16}O + ^{4}He \rightarrow ^{20}Ne$  протекает медленно, и

поэтому сжигание гелия в основном производит  $^{12}C$  и  $^{16}O$  [4]. Когда запасы гелия истощаются, температура ядра снова повышается за счет сжатия. Наибольшая температура, достигаемая в звезде, зависит от ее начальной массы. Если начальная масса выше  $\sim 8M_{\odot}$ , то углерод и кислород могут быть сожжены, в противном случае звезда заканчивает свою жизнь как углерод-кислородный белый карлик. Если масса звезда представляет собой лишь несколько солнечных масс выше  $8M_{\odot}$ , она может быть способна сжигать углерод, а затем стать белым карликом кислорода - то есть иметь неоновый цвет.

### 1.2. Ядерное горение в тяжелых звездах

Звезды с начальной массой более 80 проходят через несколько стадий горения. После каждого этапа, ядро сжимается под действием сил тяжести, поскольку ядерное топливо на этой стадии был исчерпано и, следовательно, источник ядерного тепла потерян. Поскольку ядро сжимаются, они нагревается, что позволяет начать следующую стадию горения, если температура достаточно высока. Это показано на рис 3, который показывает центральную плотность и температуру двухзвездной модели и областей, в которых происходят различные стадии горения. В фазе сжигания углерода существуют ряд различных реакции  $^{12}C + ^{12}C$ , но чаще всего наблюдается  ${}^{20}Ne + {}^{4}He$  и  ${}^{23}Na + p$ . Свободный протон может захватывать другие существующие ядра для создания не-альфа-элементов, а также  $^{23}Na$ , являющийся не-альфа-элементом, который могут быть преобразован в другие не-альфа-элементы. Гелий, полученный из сгорания углерода также сжигается как  $^{12}C + ^4He \rightarrow ^{16}O$  или  $^{16}O + ^4He \rightarrow ^{20}Ne$ . Когда углерод истощается, ядро сжимается до тех пор, пока энергичные фотоны, формирующие хвост Распределения Планка не смогут фото-синтезировать  $^{20}Ne$ , что приводит к образованию свободных альфа-частиц, которые могут захватывать недиссоциированные  $^{20}Ne$ , чтобы сформировать около  $^{24}Mq$ .

Реакция с низшим кулоновским барьером теперь  $^{16}O + ^{16}O$ , что в основном приводит к  $^{28}Si + ^{4}$  и  $^{31}P + p$  [2]. Освобожденные альфа-частицы захватываются на  $^{24}Mg$  и  $^{28}Si$ , чтобы сформировать  $^{28}Si$  и  $^{32}S$ .

В конце сжигания кислорода, звездное ядро состоит в основном из  $^{28}Si, ^{32}S$  и небольшого количества других ядер. Это является предпосылкой для окончательной фазы горения: сжигание кремния. Перед тем, как температура, требуемая для  ${}^{28}Si + {}^{28}Si$  достигается, кремниевые нуклиды разрушаются фото-диссоциацией, что снова создает источник для свободных альфа-частиц. Эти альфа-частицы захватываются последовательно, начиная с  $^{28}Si$  для создания  $^{32}S, \ ^{36}Ar, \ ^{40}Ca, \ ^{44}Ti, \ ^{48}Cr, \ ^{52}Fe$  и  $^{56}Ni,$  что называется альфа процессом или альфа-лестницой, которая происходит в течении дня. Поскольку температура во время сжигания кремния настолько высока ( $\sim 3.5 \, \Gamma \text{K}$ ), нуклиды, более тяжелые, чем кремний, также могут быть фото-диссоциированны. Результатом являются такие реакции, как  $^{28}Si + ^{4}He \rightarrow ^{32}S$ , которые находятся в равновесии с их обратными реакции. Таким образом, существует группа нуклидов, а именно нуклидов с 28 < A < 62, свободные альфа-частицы, нейтроны и протоны, находящихся в равновесии друг с другом. Это состояние называется квазиравновесным (QSE) и отличается от NSE тем, что не все нуклиды находятся в равновесии друг с другом. В частности,  $^{12}C$ ,  $^{16}O$ ,  $^{20}Ne$ , и  $^{24}Mg$  не являются частью группы QSE [6].

Однако сжигание кремния могут производить только нуклиды вплоть до атомного массового числа от A=56, так как энергия связи на нуклон (протоны и нейтроны) достигает максимума при этом массовом числе. Поэтому более тяжелые нуклиды связаны слабее, что означает, что нужно добавить энергию, для обеспечения слияние за пределами A=56. Другими словами, как только все значимые элементы (до  $^{56}Ni$ ) в ядре массивной звезды сожжены, сердцевина звезды будет состоять из ядерной пыли, которая не может гореть и звезда теряет свой основной источник тепла. Ядро

удерживается от коллапса давлением вырождения электронов, но как только масса ядра превышает эффективную массу Чандрасекара, происходит коллапс ядра, вызывающий ССSN (например, Woosley et al., 2002). Масса Чандрасекара ( $\sim 1, 4_{\odot}$ ) является теоретической максимальной масса белого карлика, поддерживаемого только лишь давлением вырождаемости электронов. Однако до того, как железное ядро достигнет массы Чандрасекара, происходит захват электронов нуклидами, которые удаляют электроны и, следовательно, поддерживающее давление, что приводит к коллапсу ядра до того, как оно достигнет массы Чандрасекара. Максимальная масса железного ядра до начала коллапса называется эффективной массой Чандрасекара [5]. Поскольку звездный синтез по большей части производит альфа-элементы, неудивительно, что мы наблюдаем альфа-элементы, более распространенными, чем другие нуклиды с массовым числом ниже железа (см. рис. 4).

#### 1.3. Пик железа

Выше температуры ( 5GK), реакции слияния уравновешиваются обратной реакцией фотодиссоциации, что означает, что реакция плавления N нейтронов и Z протонов в нуклиде (N,Z) уравновешивается реакцией расщепления в нуклиде (N,Z) на N свободных нейтронах и Z свободных протонах. Такое состояние называется ядерное статистиче (NSE). Когда материя находится в состоянии NSE, весь состав, т. е. концентрация каждого вида ядра, полностью определяется температурой, плотности и электронной частью  $Y_e = n_p/(n_p + n_n)$ , где  $n_p$  - общая плотность протонов (свободных или внутри нуклидов), а  $n_n$  - аналогичное значение для нейтронов [8].

Такие условия достигаются в сверхновой типа Ia, где белый карлик, состоящий в основном из углерода и кислорода, подвергается термоядерному взрыву. Последующее нагревание заставляет материю перейти в состо-

яние NSE, которое порождает пики железа нуклидов, которые останутся присутствовать в системе после снижения температуры.

Рисунок 5 показывает конечную концентрацию из модели сверхновой звезды типа Ia [9]. Тип Ia сверхновых вносит значительный вклад в формирование пика железа вместе с горением кремния во время CCSNe и медленного захвата электронов в тяжелых звездах.

### 1.4. Возможные места г-процесса

Для г-процесса требуется очень богатая нейтронами среда. Было предложено множество мест, в которых могут быть достигнуты правильные условия для г-процесса. К ним относятся ударные или струйные выбросы в сверхновых, богатых нейтронами, неоднородные космологии Большого Взрыва, выбросы от коалесценции и приливного разрушения бинарных нейтронных звезд, выбросы взрывчатого гелия или сжигание углерода, вспышки гелиевых ядер в звездах с низкой массой, или аккреционные диски нейтронной звезды. Основываясь на наблюдениях европия в звездах с небольшим содержанием металла и галактических моделях химической эволюции, Мэтьюз и Коуэн (1990) пришли к выводу, что ССЅN были наиболее вероятным местом протекания г-процесса [10]. Недавние исследования показывают, что ССЅN и слияние нейтронных звезд являются единственными жизнеспособными кандидатами на места протекания г-процесса [11].

# 2. Столкновительный $\beta$ -распад

Данный процесс является одним из процессов, приводящих к появлению обойденных ядер.

Обойдённые ядра - устойчивые атомные ядра, лежащие в стороне от всех возможных путей образования тяжёлых ядер из более лёгких в процессе последовательного захвата последними нейтронов [12]. Распространён-

ность обойденных ядер, как правило, примерно на два порядка величины ниже, чем у близких к ним ядер, лежащих на пути нейтронного захвата. К таковым относятся:  $^{74}Se$ ,  $^{78}Kr$ ,  $^{80}Kr$ ,  $^{84}Sr$ ,  $^{92}Mo$ ,  $^{94}$ ,  $^{96}Ru$ ,  $^{98}Ru$ ,  $^{102}Pd$ ,  $^{106}Cd$ ,  $^{108}Cd$ ,  $^{113}In$ ,  $^{112}Sn$ ,  $^{114}Sn$ ,  $^{115}Sn$ ,  $^{120}Te$ ,  $^{124}Xe$ ,  $^{126}Xe$ ,  $^{130}Ba$ ,  $^{132}Ba$ ,  $^{136}Ce$ ,  $^{138}Ce$ ,  $^{144}Sm$ ,  $^{152}Gd$ ,  $^{152}Dy$ ,  $^{158}Dy$ ,  $^{162}Er$ ,  $^{164}Er$ ,  $^{168}Yb$ ,  $^{174}Hf$ ,  $^{180}W$ ,  $^{184}Os$ ,  $^{190}Pt$ ,  $^{196}Hg$  [13].

Столкновительный  $\beta$ —распад стабильных ядер, инициируемый их кулоновскими столкновениями с другими ядерными частицами звездной среды, может быть основой модели процесса синтеза обойденных ядер. Проблема их синтеза на основе физического механизма захвата нейтронов (s— или r—процесса) состоит в прерывании цепочки последовательных  $\beta$ —распадов на  $\beta$ -стабильном ядре (A,Z).

Процесс СБР стабильных ядер, о котором говорилось выше, для нуклидов главной последовательности предоставляет еще одну возможность преодолеть энергетический порог и осуществить переход

$$(A,Z) \xrightarrow{\beta^-} (A,Z+1),$$

открывая путь к последующему естественному  $\beta$ -переходу

$$(A, Z+1) \xrightarrow{\beta^-} (A, Z+2)$$

Может оказаться, что при этом малость сечений для процесса такого рода уже не будет играть особой роли, если будут не малы плотность вещества в недрах звезды и временная протяженность квазиравновесной стадии звездной эволюции.

Расчеты показывают, что модель синтеза обойденных элементов в звездном веществе на этапе квазиравновесной стадии, основанная на явлении СБР стабильных ядер главной последовательности, качественно, а в ряде случаев и количественно, способна воспроизвести нерегулярный ход

кривой относительной распространенности обойденных ядер. Этот факт можно расценивать как косвенное свидетельство в пользу реальности явления столкновительного  $\beta$ -распада стабильных ядер [14].

В случае столкновительного  $\beta$ -распада возможно несколько видов процессов, а именно: протон-ядерные, ядро-ядерные и процесс, стимулированный нейтронами. Рассчитанные сечения для протон-ядерных и ядро-ядерных оказались невелики (менее  $10^{-50}cm^2$ ), и процесс пока не доступен для прямого наблюдения, но при помощи программного обеспечения, позволяющего моделировать данные процессы мы можем оценить влияние их на конечные распространенности элементов [15]. Наряду с кулоновскими столкновениями ядер можно предложить механизм СБР, не связанный с кулоновскими силами и в то же время незамаскированный возможным появлением продуктов  $\beta$ -распада за счет ядерных реакций. Речь идет о процессе СБР ядра, стимулированном столкновениями с нейтронами.

Данная работа рассматривает в первую очередь влияние протон-ядерного столкновения на процессы, протекающие в нейтронных звездах, а именно r-process, так как концентрация протонов при этом достаточно велика, чтобы это влияние оказалось существенным.

# 2.1. Дифференциальное сечение процесса столкновительного $\beta$ -распада ядер в кулоновском поле отталкивания.

Рассмотрим нерелятивистское столкновение двух ядер (A, Z) и (A', Z'), первое из которых для процесса  $\beta^-$ -распада - материнское ядро, а второе - столкновительный партнер (для простоты он будет считаться бесструктурным). Дифференциальное сечение процесса столкновительного  $\beta$ -распада

нуклида (A, Z) можно представить в виде:

$$d\sigma_{\beta}^{(col)} = \frac{2\pi\mu}{\hbar^{2}k_{i}} \sum_{\beta_{f}} \left| \langle f | H^{(\beta^{-})} | i \rangle \right|^{2} \frac{d^{3}K_{f}}{(2\pi)^{3}} \frac{d^{3}k_{f}}{(2\pi)^{3}} \frac{d^{3}p_{e}}{(2\pi\hbar)^{3}} \frac{d^{3}p_{\nu}}{(2\pi\hbar)^{3}} \times \delta \left( \frac{\hbar^{2}K_{i}^{2}}{2M} + \frac{\hbar^{2}k_{i}^{2}}{2\mu} - \frac{\hbar^{2}K_{f}^{2}}{2M} - \frac{\hbar^{2}k_{f}^{2}}{2\mu} - E_{e} - E_{\nu} - \Delta - \Delta_{f} \right).$$
 (1)

Здесь  $|i\rangle$  и  $|f\rangle$  - волновые функции начального и конечного состояний столкновительной системы,  $\hbar \mathbf{K}_s$  и  $\hbar \mathbf{k}_s$  - ее полный и относительный импульсы в s-том состоянии (s=i или f),  $\mathbf{p}_e$  и  $\mathbf{p}_{\nu}$  - импульсы бета-электрона и антинейтрино,  $E_e$  и  $E_{\nu}$  - их энергии,  $\Delta$  - пороговая энергия, определяемая разностью энергий связи дочернего и материнского ядер (для  $\beta$ -стабильного ядра  $\Delta > 0$ ),  $\Delta_f$  - энергия состояния дочернего ядра, отсчитанная от основного (см. рис.??), и  $\mu$  - полная и приведенная массы системы.  $\delta$ -функция выражает закон сохранения энергии в процессе СБР. Оператор ядерного бета-перехода  $H^{(\beta^-)}$  имеет вид [?]:

$$H^{(\beta^{-})} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{j=1}^{A} \exp\left(-i\mathbf{q}_{\beta}\mathbf{r}_{j}\right) (\tau_{+})_{j} (ig_{v}b_{4} - g_{a}\mathbf{b}\sigma_{j}), \tag{2}$$

где  ${\bf r}_j$  – координата j-го нуклона;  $g_v$  и  $g_a$  - векторная и псевдовекторная константы слабого взаимодействия;  $\tau_+=(\tau_1+i\tau_2)/2,\ \tau_k,\sigma_k$  - операторы Паули;  $b_\lambda=i(\bar u_e\gamma_\lambda\omega_\nu),u_e,\omega_\nu$  - лептонные спиноры;  $\gamma_\lambda(\lambda=1,2,3,4)$  - матрицы Дирака,  $\hbar {\bf q}_\beta={\bf p}_e-{\bf p}_\nu$ .

В (2) опущены малые слагаемые, пропорциональные импульсам частиц, участвующих в  $\beta$ -распадном процессе и предполагается, что пространственная зависимость лептонных волновых функций имеет вид плоской волны. При необходимости действие кулоновского поля дочернего ядра на  $\beta$ -электрон можно учесть впоследствии введением кулоновской функции Ферми в конечное выражение для сечения процесса.

Переходя в систему центра масс, получим

$$H^{(\beta^{-})} = \exp\left(-i\mathbf{q}_{\beta}\mathbf{R}_{c}\right) \exp\left(-i\boldsymbol{\varkappa}_{\beta}\mathbf{R}\right) \sum_{j=1}^{A} H_{j}^{(\beta^{-})} \exp\left(-i\mathbf{q}_{\beta}\xi_{j}\right), \tag{3}$$

где  $\varkappa_{\beta} = \frac{\mu}{Am} \mathbf{q}_{\beta}$ , m - масса нуклона,  $\mathbf{R}$  - относительная координата,  $\mathbf{R}_c$  - координата центра тяжести системы,  $\xi_j$  - координата j-го нуклона, отсчитанная от центра тяжести материнского ядра.

 $H_j^{(\beta^-)}$  -  $\beta$ -распадный гамильтониан, действующий на спиновые и изоспиновые координаты j-го нуклона [?]:

$$H_j^{(\beta^-)} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau_+)_j (ig_v b_4 - g_a \mathbf{b} \sigma_j).$$

Представим волновые функции начального (i) и конечного (f) состояний столкновительной ядро-ядерной системы в виде:

$$|s\rangle = \Psi(\mathbf{k}_s, \mathbf{R}) \exp(i\mathbf{K}_s \mathbf{R}_c) |\beta_s\rangle.$$
 (4)

Здесь  $|\beta_s\rangle$  - волновые функции, характеризующие внутренние состояния материнского (s=i) или дочернего (s=f) ядер,  $\Psi(\mathbf{k}_s,\mathbf{R})$  - волновые функции относительного движения в столкновительной системе (ядра (A,Z), (A',Z') при s=i и (A,Z+1), (A',Z') при s=f).

Рассмотрим вначале задачу рассеяния в кулоновском поле отталкивания, где имеется спектр только положительных собственных значений энергии. Как известно [?], в этом случае правильное асимптотическое поведение волновой функции получается, если для начального состояния она представляет собой суперпозицию плоской и расходящейся, а для конечного состояния - плоской и сходящейся сферической волн. Выражения для соответствующих кулоновских волновых функций известны [?]:

$$\Psi(\mathbf{k}_i, \mathbf{R}) = e^{-\frac{\pi \lambda_i}{2}} \Gamma(1 + i\lambda_i) e^{i\mathbf{k}_i \mathbf{R}} \Gamma(-i\lambda_i, 1; i(k_i R - \mathbf{k}_i \mathbf{R})), \qquad (5)$$

$$\Psi(\mathbf{k}_f, \mathbf{R}) = e^{-\frac{\pi \lambda_f}{2}} \Gamma(1 - i\lambda_f) e^{i\mathbf{k}_f \mathbf{R}} F(i\lambda_f, 1; -i(k_f R + \mathbf{k}_f \mathbf{R})).$$
 (6)

Здесь

$$\lambda_i = \frac{ZZ'e^2\mu}{\hbar^2 k_i}, \lambda_f = \frac{(Z+1)Z'e^2\mu}{\hbar^2 k_f}.$$
 (7)

С учетом (5), (6) матричный элемент процесса СБР принимает вид:

$$\langle f | H^{(\beta^{-})} | i \rangle = \langle \beta_f | \sum_{j=1}^{A} H_j^{(\beta^{-})} \exp\left(-i\mathbf{q}_{\beta}\xi_j\right) | \beta_i \rangle \times$$

$$\times (2\pi)^3 \delta(\mathbf{K}_i - \mathbf{K}_f - \mathbf{q}_{\beta}) e^{-\frac{\pi}{2}(\lambda_i + \lambda_f)} \Gamma(1 + i\lambda_i) \Gamma(1 + i\lambda_f) \times$$

$$\times \int e^{i(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f - \varkappa_{\beta})\mathbf{R}} \Gamma\left(-i\lambda_i, 1; i(k_i R - \mathbf{k}_i \mathbf{R})\right) \times$$

$$\times \Gamma\left(-i\lambda_f, 1; i(k_f R + \mathbf{k}_f \mathbf{R})\right) d^3 R.$$
(8)

Для вычисления интеграла типа:

$$J(\lambda) \equiv \int d^3r \, e^{-\lambda r} \frac{e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}}{r} F(ia_1, 1; i(p_1r - \mathbf{p}_1\mathbf{r})) F(ia_2, 1; i(p_2r + \mathbf{p}_2\mathbf{r}))$$
(9)

можно воспользоваться способом, в котором каждая из вырожденных гипергеометрических функций заменяется выражением в виде контурного интеграла [? ?]. В результате получается:

$$J(\lambda) = \frac{2\pi}{\alpha} e^{-\pi a_1} \left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)^{ia_1} \left(\frac{\gamma + \delta}{\gamma}\right)^{-ia_2} F\left(1 - ia_1, ia_2, 1; \frac{\alpha\delta - \beta\gamma}{\alpha(\gamma + \delta)}\right), \quad (10)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{2}(q^2 + \lambda^2), \qquad \beta = \mathbf{p}_2\mathbf{q} - i\lambda p_2,$$
  
$$\gamma = \mathbf{p}_1\mathbf{q} + i\lambda p_1 - \alpha, \quad \delta = p_1p_2 + \mathbf{p}_1\mathbf{p}_2 - \beta.$$

Из сравнения (8) и (9) видно, что соответствующий интеграл, необходимый для вычисления матричного элемента процесса СБР, может быть найден на основе формулы (10), если положить:

$$\int e^{i(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f - \mathbf{z}_\beta)\mathbf{R}} F\left(-i\lambda_i, 1; i(k_i R - \mathbf{k}_i \mathbf{R})\right) \times F\left(-i\lambda_f, 1; i(k_f R + \mathbf{k}_f \mathbf{R})\right) d^3 R = -\frac{\partial J}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=0}$$

и установить следующую связь между параметрами:

$$a_1 = -\lambda_i,$$
  $a_2 = -\lambda_f,$   $\mathbf{q} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f - \varkappa_\beta,$   $\mathbf{p}_1 = \mathbf{k}_i,$   $\mathbf{p}_2 = \mathbf{k}_f.$ 

В результате получаем:

$$\operatorname{mod} \langle f | H^{(\beta^{-})} | i \rangle^{2} = 4\pi^{2}b^{-2} \left| \langle \beta_{f} | \sum_{j=1}^{A} H_{j}^{(\beta^{-})} \exp\left(-i\mathbf{q}_{\beta}\xi_{j}\right) | \beta_{i} \rangle \right|^{2} \times \left[ (2\pi)^{3}\delta(\mathbf{K}_{i} - \mathbf{K}_{f} - \mathbf{q}_{\beta}) \right]^{2} e^{\pi(\lambda_{i} - \lambda_{f})} \operatorname{mod} \Gamma(1 + i\lambda_{i})^{2} \operatorname{mod} \Gamma(1 + i\lambda_{f})^{2} \times \left| AF(1 + i\lambda_{i}, -i\lambda_{f}, 1; \zeta) + B(1 + i\lambda_{i})\lambda_{f}F(2 + i\lambda_{i}, 1 - i\lambda_{f}, 2; \zeta) \right|^{2}.$$
(11)

Здесь

$$\zeta = \frac{bf - cd}{ab},\tag{12}$$

и введены обозначения:

$$A \equiv \frac{\lambda_f(k_i + k_f)}{a} - \frac{k_i(\lambda_f - \lambda_i)}{c},$$

$$B \equiv \frac{k_i d - k_f g}{ab} - \frac{(k_i + k_f)(bf - cd)}{a^2 b}.$$
(13)

Кроме того,

$$a = \frac{1}{2} (\mathbf{k}_i^2 + \mathbf{k}_f^2 - \varkappa_\beta^2) + k_i k_f, \quad b = \frac{1}{2} (\mathbf{k}_i^2 + \mathbf{k}_f^2 + \varkappa_\beta^2) - \mathbf{k}_i \mathbf{k}_f - \varkappa_\beta \mathbf{k}_i + \varkappa_\beta \mathbf{k}_f,$$

$$c = \frac{1}{2} (\mathbf{k}_i^2 - \mathbf{k}_f^2 - \varkappa_\beta^2) - \varkappa_\beta \mathbf{k}_f, \quad d = \mathbf{k}_i \mathbf{k}_f - k_f^2 - \varkappa_\beta \mathbf{k}_f,$$

$$g = k_i^2 - \mathbf{k}_i \mathbf{k}_f - \varkappa_\beta \mathbf{k}_i, \quad f = k_i k_f + k_f^2 + \varkappa_\beta \mathbf{k}_f.$$

Пусть в дочернем ядре имеются состояния, допускающие  $\beta$ -переходы разрешенного типа. Учитывая их как наиболее интенсивные, можно положить  $e^{-i\mathbf{q}_{\beta}\xi_{j}}\approx 1$ . Тогда для ядерного матричного элемента  $\beta$  -перехода  $|\beta_{i}\rangle \rightarrow |\beta_{f}\rangle$  получим:

$$\left| \left\langle \beta_f \right| \sum_{j=1}^A H_j^{(\beta^-)} e^{-i\mathbf{q}_\beta \xi_j} \left| \beta_i \right\rangle \right|^2 \approx g_v^2 \left\{ \mod M_v^2 + (g_a/g_v)^2 \mod M_a^2 \right\} \equiv$$

$$\equiv g_v^2 \xi_\beta(\beta_f), \quad (14)$$

где  $M_v$  и  $M_a$  - соответствующие ядерные матричные элементы для  $\beta$ -перехода разрешенного типа:

$$M_v = \langle \beta_f | \sum_{j=1}^A \tau_+^{(j)} \rangle | \beta_i \rangle, \qquad M_a = \langle \beta_f | \sum_{j=1}^A \sigma^{(j)} \tau_+^{(j)} \rangle | \beta_i \rangle.$$

В реальной ситуации за редкими исключениями отличен от нуля только гамов-теллеровский матричный элемент  $M_a$ .

Выбирая в качестве оси z направление начального импульса относительного движения ядер  $(\mathbf{k}_i)$  и полагая  $\mathbf{K}_i = 0$ , можно с учетом (11) ча-

стично проинтегрировать (1):

$$d\sigma_{\beta}^{(col)} = (2\pi c\hbar^{3})^{-4}g_{\nu}^{2}\alpha_{e}^{2}Z(Z+1)Z^{\prime2}\mu^{4}\sum_{\beta_{f}}\xi_{\beta}(\beta_{f}) \times \frac{\left|AF(1+i\lambda_{i},-i\lambda_{f},1;\zeta)+B(1+i\lambda_{i})\lambda_{f}F(2+i\lambda_{i},1-i\lambda_{f},2;\zeta)\right|^{2}}{k_{i}^{2}b^{2}(1-\exp(-2\pi\lambda_{i}))(\exp(2\pi\lambda_{f})-1)} \times (E_{e}^{2}-m_{e}^{2}c^{4})^{1/2}(\varepsilon_{i}-\varepsilon_{f}-E_{e}-\Delta-\Delta_{f})^{2}E_{e} dE_{e} d\Omega_{e} d\Omega_{\nu} d\varepsilon_{f} d\Omega_{f} \equiv \sum_{\beta_{f}}d\sigma_{\beta}^{(col)}(\beta_{f}).$$

$$(15)$$

Здесь  $\Omega_f \equiv (\theta_f, \phi_f)$ ,  $\Omega_e \equiv (\theta_e, \phi_e)$ ,  $\Omega_{\nu} \equiv (\theta_{\nu}, \phi_{\nu})$  - углы, задающие направление векторов  $\mathbf{k}_f$ ,  $\mathbf{k}_e$  и  $\mathbf{k}_{\nu}$  соответственно,  $\alpha_e$  - постоянная тонкой структуры,  $\varepsilon_s$  - энергия относительного движения в столкновительной системе,  $m_e$  - масса электрона. При получении (15) также учтено, что

$$\mod \Gamma (1 + i\lambda_i)^2 e^{\pi \lambda_i} = \frac{\pi \lambda_i e^{\pi \lambda_i}}{\sinh(\pi \lambda_i)} = \frac{2\pi \lambda_i}{1 - \exp(-2\pi \lambda_i)},$$

$$\mod \Gamma (1 + i\lambda_f)^2 e^{-\pi \lambda_f} = \frac{2\pi \lambda_f}{\exp(2\pi \lambda_f) - 1},$$
(16)

а импульс антинейтрино  $p_{\nu}=(\varepsilon_i-\varepsilon_f-E_e-\Delta-\Delta_f)/c$ .

## 2.2. Полное сечение процесса СБР. Результаты расчетов.

Расчет полного сечения процесса СБР на основе выражения (15) довольно затруднителен из-за необходимости интегрирования по направлениям вылета лептонов. Однако, задачу можно упростить без существенной потери точности, если воспользоваться аналогией с электромагнитными переходами в кулоновском поле между состояниями непрерывного спектра (задача тормозного излучения). Как известно [?], в этом случае для применения дипольного приближения достаточно нерелятивистских скоростей у сталкивающихся частиц. В нашем случае мы также рассматриваем ядро-ядерные столкновения в кулоновском поле при нерелятивистских скоростях, так что это условие тоже имеет место. Кроме того, в диапазоне

столкновительных энергий, характерных для процесса СБР, практически  $\varkappa_{\beta} \lesssim 0, 1^{-1}$ . Все это вместе позволяет в (15) положить  $\varkappa_{\beta} \approx 0$ , что эквивалентно "дипольному" приближению  $exp(-i\varkappa_{\beta}\mathbf{R})\approx 1$  в формуле (3). Тогда (15) существенно упрощается и можно проинтегрировать по энергии и направлениям вылета  $\beta$ -электрона и антинейтрино. В результате получим (здесь и дальше используем систему единиц  $m_e = \hbar = c = 1$ ):

$$d\sigma_{\beta}^{(col)}(\beta_f) = \frac{32\sqrt{2}}{\pi} \frac{g_v^2 \alpha_e^2 Z'^2 \mu^{9/2} \lambda_i}{k_i} \xi_{\beta}(\beta_f) \times \frac{\Phi(E_f)|F(1+i\lambda_i,-i\lambda_f,1;\zeta)|^2}{(1-\exp(-2\pi\lambda_i))(\exp(2\pi\lambda_f)-1))} \frac{\lambda_f \varepsilon_f^{1/2} d\varepsilon_f \sin\theta_f d\theta_f}{(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f)^4 (k_i^2 - k_f^2)^2}.$$
(17)

 $E_f = \varepsilon_i - \varepsilon_f - \Delta - \Delta_f$ , а функция  $\Phi(E)$  имеет вид

$$\Phi(E) = \frac{1}{60}(E^2 - 1)^{1/2}(2E^4 - 9E^2 - 8) + \frac{1}{4}E\ln(E + (E^2 - 1)^{1/2}).$$

Параметр  $\zeta$  (см. (12)) теперь равен:

$$\zeta = \frac{2(1 - \cos \theta_f)}{k_i/k_f + k_f/k_i - 2\cos \theta_f} \quad .$$

С учетом известного преобразования гипергеометрической функции:

$$F(a, b, c; x) = (1 - x)^{-a} F\left(a, c - b, c; \frac{x}{x - 1}\right),$$

сечение столкновительного  $\beta$ -распада приводится к виду:

$$\sigma_{\beta}^{(col)}(\beta_{f}) = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} \frac{g_{v}^{2} \alpha_{e}^{4} Z(Z+1) Z'^{4} \mu^{9/2}}{\varepsilon_{i}^{3/2} (1 - exp(-2\pi\lambda_{i}))} \xi_{\beta}(\beta_{f}) \times$$

$$\times \int_{0}^{\epsilon_{i} - \Delta - \Delta_{f}} \frac{\Phi(E_{f}) d\varepsilon_{f}}{(exp(2\pi\lambda_{f}) - 1) k_{f} (k_{i} - k_{f})^{4} (k_{i} + k_{f})^{2}} \times$$

$$\times \int_{0}^{0} \frac{|F(-i\lambda_{i}, -i\lambda_{f}, 1; x)|^{2}}{(1 - x)^{2}} dx, \quad (18)$$

где  $x_0 = -4k_i k_f/(k_i - k_f)^2$ .

Результаты расчетов величины  $\sigma_{\beta}^{(col)}(\beta_f)$  по формуле (18) как функции начальной энергии относительного движения  $\varepsilon_i$  и для различных значений  $\Delta$  представлены на рис.??, ?? (рассматривались столкновения ядра  $^{96}Mo$  с протоном,  $\alpha$ -частицей и ядрами  $^7Li$  и  $^{16}O$ ).

Для возможности использования полученных сечений вместе с другими библиотеками ядерных реакций необходимо привести их к единому формату. Данным форматом был выбран REACLIB.

### 3. REACLIB

База данных JINA REACLIB представляет из себя список ядерных реакций. Для каждой реакции в библиотеке представлен ее тип (chapter), выражающий количество участников, который может быть:

- 1 участник, 1 продукт
- 1 участник, 2 продукта
- 1 участник, 3 продукта
- 2 участника, 1 продукт
- 2 участника, 2 продукта

- 2 участника, 3 продукта
- 2 участника, 4 продукта
- 3 участника, 1 продукт
- 3 участника, 2 продукта
- 4 участника, 2 продукта
- 1 участника, 4 продукта

База полностью открыта и доступна для сообщества через интернет. Текущая версия библиотеки хранит показатели реакций, таких как зависимость от температуры через семи-параметрическое приближение [16], тип реакции (резонирующая, нерезонирующая, слабая, спонтанный распад), значение температуры, переданное среде, а также параметр "v указывающий, являются ли показатели  $a_0, ..., a_6$  обратными. В подавляющем большинстве реакций показатели представляют из себя параметризацию сечения в зависимости от температуры:

$$\lambda = \exp\left[a_0 + \sum_{i=1}^{5} a_i T_9^{\frac{2i-5}{3}} + a_6 \ln T_9\right]$$

Чтобы получить параметры  $a_0,..,a_6$  для каждой из наших реакций мы воспользуемся статистической моделью.

Модель представляет из себя усредненные коэффициенты перехода Т. Они не отражают резонансное поведение, но описывают эффект поглощения чере мнимую часть в (оптическом) ядро-ядро потенциале, что приводит к известному выражению:

$$\sigma^{\mu\nu} =$$

$$= \frac{\pi \hbar / (2\mu_{ij} E_{ij})}{(2J_i^{\mu} + 1)(2J_j + 1)} \sum_{J,\pi} (2J + 1) \times \frac{T_j^{\mu}(E, J, \pi, E_i^m u, J_i^{\mu}, \pi_i^{\mu}) T_0^{\nu}(E, J, \pi, E_m^{\mu}, J_m^{\nu}, \pi_m^{\nu})}{T_{tot}(E, J, \pi)}$$
(19)

для сечения  $\sigma^{\mu\nu}$  реакции  $i^{\mu}(j,o)m^{\mu}$  из состояния  $i^{\mu}$  в состояние  $m^{\nu}$  конечного ядра с центром энергии масс  $E_{ij}$  и уменьшенной массой  $\mu_i j$ .

Показатели реакций были посчитаны для набора из 24 температур:  $T_9$  = 0.1,0.15, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0 ( $T = T_9 \times 10^9 \mathrm{K}$ ))Для простого применения в астрофизических исследованиях все виды реакций ( $(n, \gamma), (n, p), (p, \alpha), (p, \gamma), (p, n), (p, \alpha), (\alpha, \gamma), (\alpha, n), (\alpha, p), (\gamma, n), (\gamma, p), (\gamma, \alpha)$ ) аппроксимируются через единое приближение вида

$$\left. \begin{array}{l}
N_A \langle \sigma v \rangle \\
\lambda_{\gamma} \end{array} \right\} = \exp(a_0 + a_1 T_9^{-1} + a_2 T_9^{-1/3} + a_3 T_9^{1/3} + a_4 T_9 + a_5 T_9^{5/3} + a_6 \ln T_9) \\
\end{aligned} (20)$$

с 7 открытыми параметрами  $a_0$  -  $a_6$ , где  $T_9$  это  $10^9 {\rm K}.$ 

Данное приближение является достаточно гибким чтобы удовлетворить различным температурным зависимостям для различных видов реакций в промежутке температур  $0.001 \le T_9 \le 10$  [17].

# 4. SkyNet

Программный пакет SkyNet представляет из себя обще-целевую сеть ядерных реакций, специально разработанную для моделирования r-процес-

са, но она также применима к другим астрофизическим сценариям [18].

SkyNet написан на языке C++ и имеет модульную архитектуру. Помимо сети ядерных реакций, он также включает в себя модуль решения ядерного статистического равновесия (!!! Nuclear Statistical equilibrium), уравнение состояния Гельмгольца. SkyNet также моделирует эволюцию температуры, отслеживая изменение энтропии при ядерных реакциях и распадах.

SkyNet также имеет обертку для использования ее с Python, что делает очень удобным использование его через интерактивные оболочки.

Важно отметить, что SkyNet успешно прошел сравнения с другими аналогичным ПО (WinNet, XNet) и даже, приблизился к симуляции Seitenzahl [19].

При использовании данного пакета были внесены изменения в исходный код, а именно добавлена функцию для чтения файлов REACLIB нового формата не построчно, а набором из 4 строк, аналогичная которой была добавлена в исходный код самого проекта.

(!!! мало информации, нужно найти больше)

# 5. Построение СБР

Итак, мы пришли к тому, что для добавления новых реакций СБР мы должны построить сечение по формуле (18). Для упрощения расчетов, а именно, уменьшения количества операций, связанных с умножениями на константы, было принято решение перейти к системе единиц СГС ( $m_e = \hbar = c = 1$ ). Тогда  $\alpha = \frac{e}{\hbar_c}$ . Таким образом, (??) принимает вид

$$\lambda_i = \frac{ZZ'e^2\mu}{\hbar^2 k_i} = \frac{ZZ'e^2\mu}{\sqrt{2\mu\epsilon_i}} = ZZ'e^2\sqrt{\frac{\mu}{2\epsilon_i}} = ZZ'\alpha\sqrt{\frac{\mu}{2\epsilon_i}}$$
(21)

$$\lambda_f = \frac{(Z+1)Z'e^2\mu}{\hbar^2 k_f} = (Z+1)Z'e^2\sqrt{\frac{\mu}{2\epsilon_f}} = ZZ'e^2\sqrt{\frac{\mu}{2\epsilon_i}} = ZZ'\alpha\sqrt{\frac{\mu}{2\epsilon_i}} \quad (22)$$

$$\mu = m_n \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} \tag{23}$$

, где  $m_n=m_n/m_e=1,835\times 10^3=,\ g_v=2.9899\times 10^{-12}.$ 

Для построение сечения, в таком случае, получаем множитель:

$$<\sigma \cdot v> \times 1.4915 \times 10^{-21} \cdot 2.998 \times 10^{10} = <\sigma \cdot v> \times 44,72210^{-12}.$$

Заметим также, что в формуле (18) присутствует гипергеометрическая функция вида  $F(-i\lambda_i, -i\lambda_f, 1; x)$ . Для ее вычисления будем использовать библиотечную функцию из пакета **mpmath**. Вычисление этой функции сама по себе операция очень затратная по производительности, но также на различных значениях параметров могут получаться недостаточно точные значения. Это зависит от того, какой алгоритм был использован. Поэтому в начальной версии программы, получающей сечение СБР была заложена проверка корректности вычисления.

С учетом известного преобразования гипергеометрической функции (24), при каждом вычислении ее было также получено значение этой функции для параметров в правой части выражения. Затем полученные значения сравнивались друг с другом и модуль их абсолютной разницы не должен был превышать  $10^{-11}$ .

В текущей версии программы данная проверка была отключена, чтобы ускорить процесс вычислений, но мы убедились что на интересующем нас промежутке значение функции через библиотечную реализацию получено верно (для заданной точности).

$$F(a, b, c; x) = (1 - x)^{-a} F\left(a, c - b, c; \frac{x}{x - 1}\right)$$
 (24)

Для построения сечения воспользуемся данными, которые были получены ранее в работе Крыловецкой Т.А. [14]. Они представлены в таблице

Таблица 1. Характеристики праматеринских ядер.

Праматеринское	Материнское	$J_i$	$J_f$	$\Delta + \Delta_f$ ,	$\log f_0 t$
ядро	ядро				
$^{74}Ge$	$^{74}As$	0+	$(1^{+})$	2,766	
$^{74}Ge$	$^{74}As$	$0_{+}$	$(1^{+})$	2,982	
$^{78}Se$	$^{78}Br$	$0_{+}$	1+	3,5737	$\mid 4.8 \mid$
$^{80}Se$	$^{80}Br$	$0_{+}$	1+	1,8703	$\begin{vmatrix} 4.6 \end{vmatrix}$
$^{84}Kr$	$^{84}Rb$	$0_{+}$	2-	2,68	9,6
$^{106}Pd$	$^{106}Ag$	$0_{+}$	1+	2,983	$\begin{vmatrix} 4,9 \end{vmatrix}$
$^{106}Pd$	$^{106}Ag$	$2^{+}$	1+	2,471	5,3
$^{108}Pd$	$^{108}Ag$	$0_{+}$	1+	1,921	4,8
$^{108}Pd$	$^{108}Ag$	$2^{+}$	1+	1,487	$\mid 5,5 \mid$
$^{112}Cd$	$^{112}In$	0+	1+	2,578	$\mid 4,7 \mid$
$^{112}Cd$	$^{112}In$	$2^{+}$	1+	1,961	5,3 $ $
$^{114}Cd$	$^{114}In$	0+	1+	1,9846	$\begin{vmatrix} 4.8 \end{vmatrix}$
$^{114}Cd$	$^{114}In$	$2^{+}$	1+	$1,\!4266$	$\left \begin{array}{cc} 5,3 \end{array}\right $
$^{120}Sn$	$^{120}Sb$	0+	1+	2,681	$\mid 4,5 \mid$
124Te	$^{124}I$	0+	2-	$3,\!157$	9,3
124Te	$^{124}I$	$2^{+}$	2-	2,555	$\mid 7,5 \mid$
$^{126}Te$	$^{126}I$	0+	2-	$2,\!156$	$\left \begin{array}{cc} 9,2 \end{array}\right $
$^{126}Te$	$^{126}I$	$2^{+}$	2-	1,49	$\mid 7,4 \mid$
$^{130}Xe$	$^{130}Cs$	0+	1+	3,019	$\begin{bmatrix} 5,1 \end{bmatrix}$
$^{130}Xe$	$^{130}Cs$	$2^{+}$	1+	$2,\!483$	$\left \begin{array}{cc} 6,4 \end{array}\right $
$^{132}Xe$	$^{132}Cs$	$2^{+}$	2(-)	1,443	$\left \begin{array}{cc} 6,0 \end{array}\right $
$^{136}Ba$	$^{136}La$	0+	1+	$^{'}_{2,87}$	$\begin{vmatrix} 4,6 \end{vmatrix}$
$^{164}Dy$	$^{164} Ho$	$0^{+}$	1+	1,0292	$\begin{vmatrix} 4,6 \end{vmatrix}$
164Dy	$^{164}Ho$	2+	1+	0,9558	4,9

1.

Формула (18) включает в себя матричный элемент  $\xi_b(\beta_f)$ , который можно получить из таблицы 1 как параметр  $\lg f_0 t$ , путем перехода:

$$\lg f_0 t \equiv \beta, f_0 t = 10^{\beta}$$

$$\xi_b(\beta_f) = \frac{6250}{10^{\beta}}$$

Программа для построения сечения СБР с протоном работает с наборами входных параметров, таких как [78.0, 34.0, 3.5737, 0.0, 4.8, 'se',

'br']. Данный набор представляет из себя переход (25).

$$^{78}Se \xrightarrow{\Delta=0.879MEv} ^{78}Br$$
 (25)

Для всех реакций, для которых в данной работе было построено сечение, присутствует также параметр  $\Delta_f$ , равный нулю, потому что присутствие его в переходе значительно снижает вероятность этого перехода и, для оценки влияния СБР на общую картину эволюции, переходами такого рода можно пренебречь.

В связи с переходом в другую систему единиц, помимо множителя для (??), мы также должны преобразовать входные параметры для перехода в иную систему координат (МэВ = 0.511!!!), а именно

$$t^{\text{CCC}} = t^{\text{CH}} * \frac{1.16}{\text{MaB}} \times 10^{-10},$$

$$\Delta^{\mathrm{C\Gamma C}} = \frac{\Delta^{\mathrm{CH}}}{\mathrm{M} \circ \mathrm{B}}, \Delta^{\mathrm{C\Gamma C}}_f = \frac{\Delta^{\mathrm{CH}}_f}{\mathrm{M} \circ \mathrm{B}}.$$

Последние 2 параметра ('se', 'br') представляют собой вручную заданные названия элементов, первый - праматеринское ядро, второй - материнское. Используются для записи построенных сечений в файл.

Рассмотрим, например, сечение для перехода

$$^{130}Xe \rightarrow ^{130}Cs.$$

В результате работы программы, получаем график сечения (рис. 6).

Важно отметить, что при вычислении СБР в начале искомого отрезка температуры (  $10^8$ с), возникали ситуации деления на очень малый аргумент. Из-за этого на граничной слева температуре построенное сечение нельзя назвать точным из-за погрешностей округления, но поскольку, как мы знаем, SkyNet игнорирует реакции с небольшим сечением для даной температуры, данные погрешности не имеют смысла из-за пренебрежимо малого сечения ( $\ll 10^{-100 \frac{{\rm cm}^2}{c}}$ ).

### 6. Анализ результатов

В данной работе мы построили сечение СБР для столкновения всех элементов из списка (!!!) с протоном (рис. 7, 8).

Полученные 24 значения температур являются избыточными в нашем случае, так целью является параметризация данной зависимости через 7 параметров  $a_0, ..., a_6$  (20). То есть мы имеет 17 лишних уравнений. Поэтому для решения переопределенной системы воспользуемся методом наименьших квадратов (9).

Далее, составим необходимый для REACLIB файл библиотеки реакций. Для перехода  $^{130}Xe \rightarrow ^{130}Cs$  получаем строки вида:

5

0.00000e+00

$$3.631089\,\mathrm{e} + 01 - 2.513083\,\mathrm{e} + 01 - 3.379005\,\mathrm{e} + 02 \quad 1.434772\,\mathrm{e} + 02 \\ -2.028014\,\mathrm{e} + 00 - 6.306473\,\mathrm{e} - 02 - 1.208779\,\mathrm{e} + 02$$

В данном файле стоит отметить факт явного указания p - протона в качестве участника реакции, так как сечение СБР зависит от концентрации протонов.

Построим также графическое представление параметров a для всех перечисленных выше (!!!) реакций (рис. 10 - 13).

Для моделирования ядерных реакций воспользуемся включенной в SkyNet моделю r-process. Она содержит список из 7836 ядер, участвующих в реакциях, начальные распространенности этих ядер, а также зависимости плотности и температуры от времени. Эволюция протекает в промежутке времени от  $1.21 \times 10^{-3}c$  до  $5 \times 10^8c$ .

Изначально, если оставлять файл JINA REACLIB в таком виде, в ко-

тором он присутствует в библиотеке, влияние добавленных мною реакций отсутствовало. Это связано с тем, что в сети уже присутствовали реакции с этими элементами, но гораздо большим сечением, которое перекрывает наши реакции. Добится хоть какого-то влияния на небольших температурах невозможно, так как по характеру графика на рисунке (6) можно заметить его быстрое затухание при стремлении температуры справа к  $10^8 K$ , а именно при относительно низких  $(10^9 K)$  температурах протекает большая часть эволюции.

Для того, что проверить влияние, было решено учесть только те реакции, приводящие к образованию обойденных ядер, которые представляют из себя разрешенный  $\beta$ -распад. Для этого из библиотеки REACLIB были исключены реакции вида (26), то есть 168 реакций.

$$^{79}Br \rightarrow^{78} Br + n \tag{26}$$

Полученные данные представляют из себя иерархический формат данных h5. Извлекая конечные распространенности, видим результат для всех обойденных ядер (рис. 14):

Построим график относительной ошибки между эволюцией элементов с нашей библиотекой реакций и тем, что присутствовало в изначальной версии REACLIB (рис. 15):

С учетом того, что мы полностью удалили все реакции, приводящие к возникновению обойденных  $\beta$  ядер из сети реакций, полученная разница в их распространенностях оказалась не так велика, что говорит о том, что наши реакции действительно учитывались и смогли смоделировать возникновение некоторого количества обойденных ядер.

### 7. Заключение

В данной работе было рассмотрено влияние столкновительного бета распада на эволюцию звездных процессов. На языке Python был получено сечения для столкновительного процесса некоторых ядер с протоном. При помощи программного пакета SkyNet, а также дополнения библиотеки JINA REACLIB было подтверждено, что СБР может являться источником обойденных ядер и при больших значениях сечения это влияние существенно, но конкретно для ситуации столкновения с протоном, это влияние невелико даже для г-процесса. Чтобы увидеть эти изменения, пришлось учесть только реакции, приводящие к образованию обойденных ядер, которые представляют из себя разрешенный β-распад

Данная работа рассматривает только часть образований материнских ядер, причем при столкновении с протоном. Также, для расширения списка реакций необходимо добавить столкновительные реакции для других ядер, а также нейтронов, сечения для которых намного выше, ввиду отсутствия Кулоновского барьера.

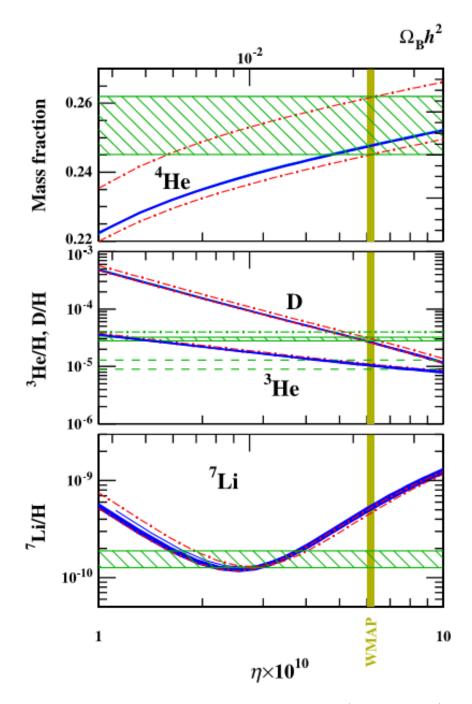


Рис. 1. Вычисленная распространенность 4He, D, 3He и 7Li (синие линии) в зависимости от отношения барион-фотон  $\eta$ . Зеленые области - наблюдаемые концентрации, а желтая вертикальная полоса - наблюдаемое значение  $\eta$ . Вычисленные количества 4He, D и 3He согласуются с наблюдениями, но прогнозируется избыток 7Li в 4-5  $\sigma$ . Это известная «литиевая проблема». Рисунок 1 из Cocetal. (2013)

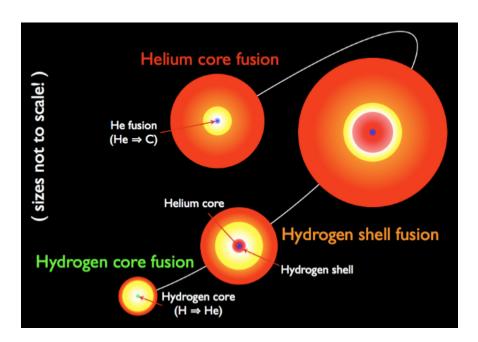


Рис. 2. Изображение ранних этапов эволюции звезд. Звезда начинается со слияния водорода с гелием. Когда водород в активной зоне истощен, ядро сжимается, что повышает температуру и запускает водородное слияние в оболочке вокруг гелиевого ядра. Это расширяет атмосферу звезды и превращает ее в красного гиганта. После сжигания водородного топлива ядро снова сжимается под действием силы тяжести, которая увеличивает температуру до той отметки, при которой синтез начинался. Рисунок из <a href="https://www.nasa.gov/mission\_pages/">https://www.nasa.gov/mission\_pages/</a>

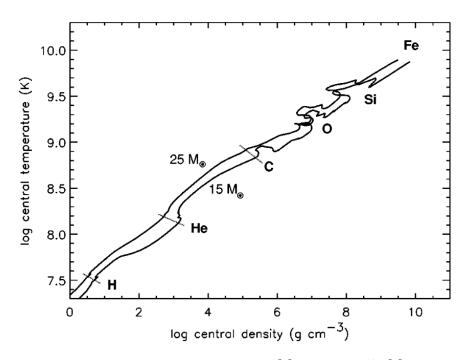


Рис. 3. Центральная плотность и температура  $15M_{\odot}$ , а также  $25M_{\odot}$  звездных моделей. По мере эволюции звезды центральная плотность и температура возрастают, последовательно воспламеняются водород, гелий, углерод, кислород и сгорает кремний [5]

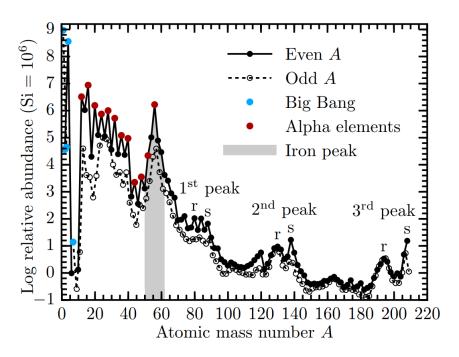


Рис. 4. Наблюдаемая распространенность в нашей солнечной системе в зависимости от массового числа А. Самые легкие элементы были созданы в «Большом взрыве». Слияние в звездах преимущественно создает альфа-элементы [7]

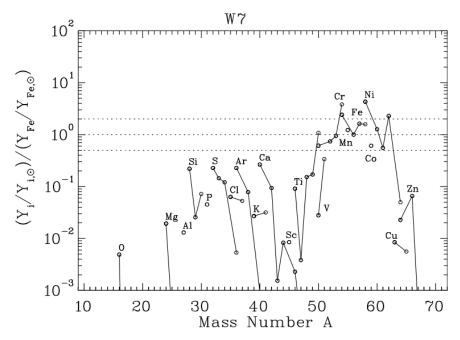


Рис. 5. Конечные показатели концентрации в модели сверхновой типа Ia. В основном наблюдаются элементы вблизи железного пика, а также некоторые тяжелые альфа-элементы (кремний, сера, аргон, кальций и титан)

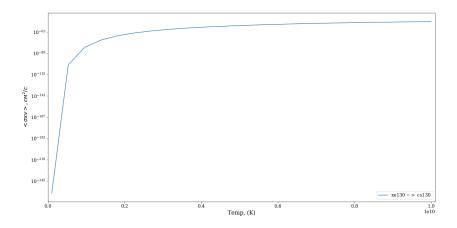


Рис. 6. Сечение для СБР при столкновении  $^{130}Xe$  с протоном

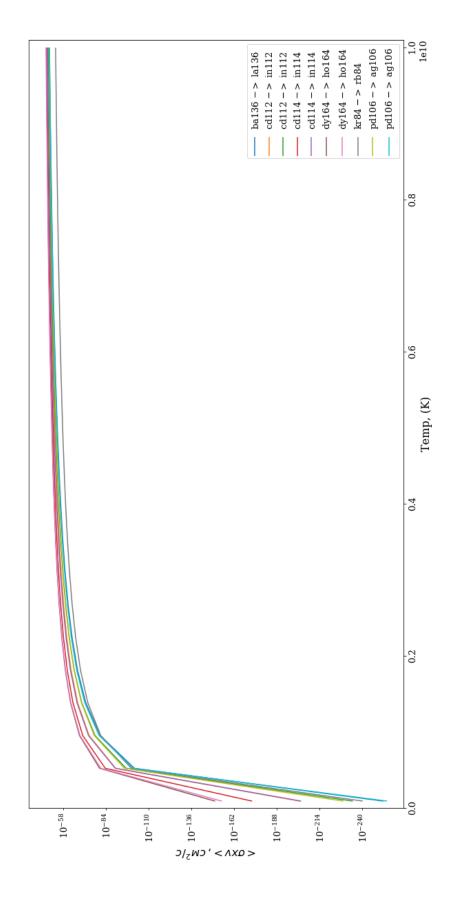


Рис. 7. Сечение для СБР при столкновении ядер ( $^{136}Ba,^{112}Cd,^{114}Cd,^{164}Dy,^{84}Kr,^{106}Pd$ ) с протоном

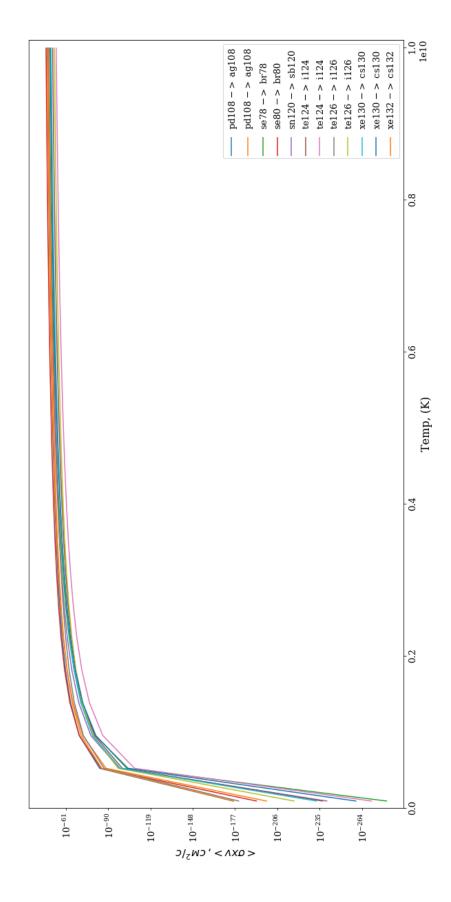


Рис. 8. Сечение для СБР при столкновении ядер ( $^{108}Pd,^{78}Se,^{80}Se,^{120}Sn,^{124}Te,^{126}Te,^{130}Xe,^{132}Xe$ ) с протоном

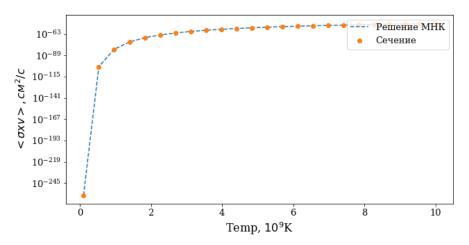
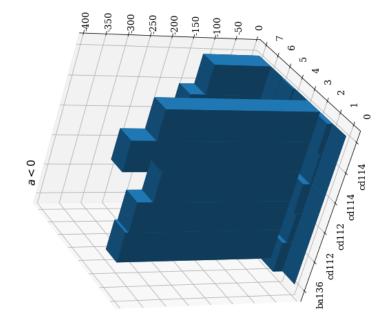


Рис. 9. Сравнение решения методов наименьших квадратов с полученным сечением



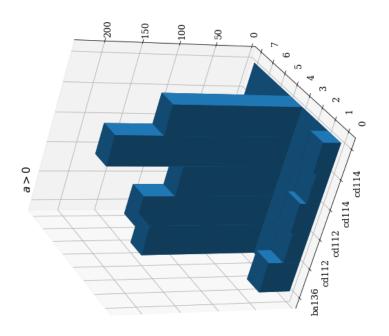
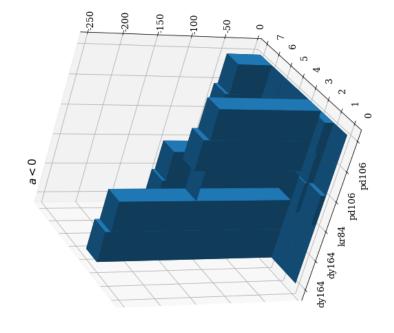


Рис. 10. Значения параметров aдля столкновения протона с $^{136}Ba,^{112}\,Cd,^{114}\,Cd$ 



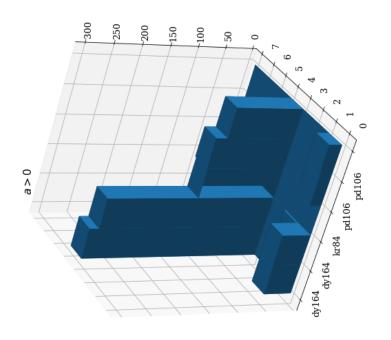
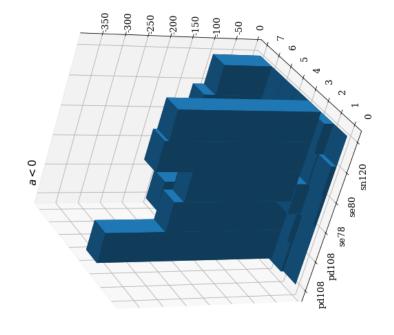


Рис. 11. Значения параметров aдля столкновения протона с $^{164}Dy,^{84}Kr,^{106}Pd$ 



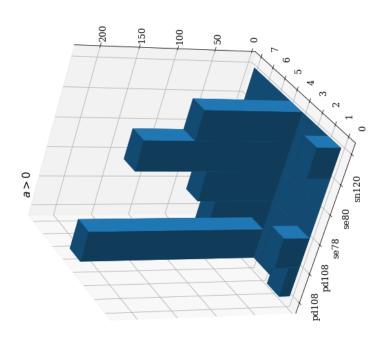
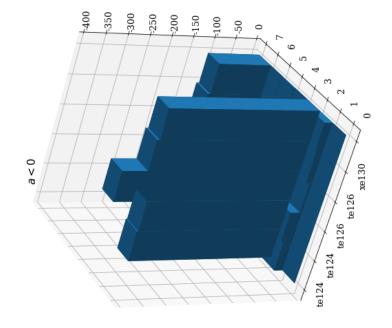


Рис. 12. Значения параметров a для столкновения протона с $^{108}Pd,^{78}Se,^{80}Se,^{120}Sn$ 



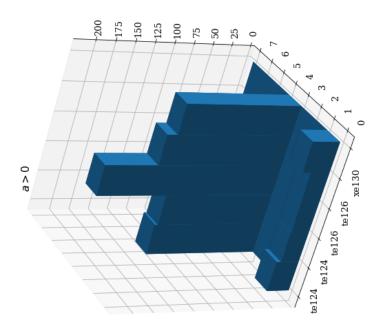


Рис. 13. Значения параметров a для столкновения протона с  $^{124}Te,^{126}Te,^{130}Xe$ 

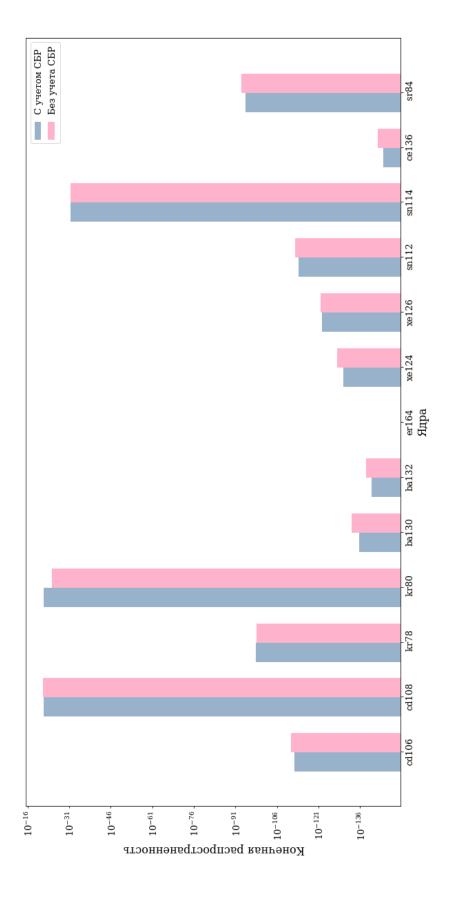


Рис. 14. Конечные распространенности обойденных ядер

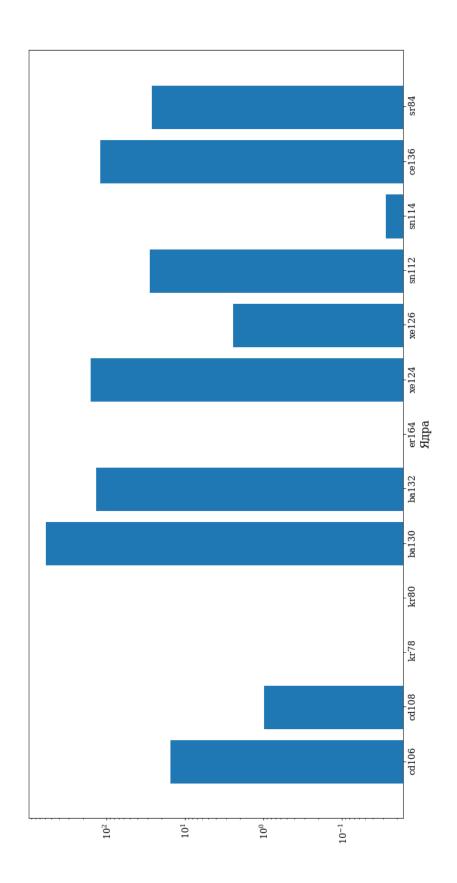


Рис. 15. Относительная ошибка при сравнении стандартной библиотеки реакций SkyNet и библиотеки, учитывающей только СБР для образования обойденных изотопов

# Список литературы

- Tytler D. J. M. O'Meara N. Suzuki, Lubin D. Review Of Big Bang Nucleosynthesis And Primordial Abundances // Physica Scripta. 2000.
   T. 85. c. 12.
- 2. Rolfs C. E., Rodney W. S. Cauldrons in the cosmos: Nuclear astrophysics. Chicago IL, United States: University of Chicago Press, 1988.
- Bethe H. A. Energy Production in Stars // Physical Review. 1939. T. 55.
   c. 434.
- 4. Hansen C. J. S. D. Kawaler, Trimble V. Stellar interiors: physical principles, structure, and evolution. Springer-Verlag, 2004.
- 5. Woosley S. E. A. Heger, Weaver T. A. The evolution and explosion of massive stars // Reviews of Modern Physics. 2002. T. 74. c. 1015.
- Bodansky D. D. D. Clayton, Fowler W. A. Nuclear Quasi-Equilibrium during Silicon Burning // Astrophysical Journal. 1968. T. Supplement 16. c. 299.
- 7. Lodders K. Solar System Abundances and Condensation Temperatures of the Elements // Astrophysical Journal. 2003. T. 591. c. 1220.
- 8. Seitenzahl I. R. D. M. Townsley F. Peng, Truran J. W. Nuclear statistical equilibrium for Type Ia supernova simulations // Atomic Data and Nuclear Data Tables. 2009. T. 95. c. 96.
- 9. Iwamoto K. F. Brachwitz K. Nomoto N. Kishimoto H. Umeda W. R. Hix, Thielemann F.-K. Nucleosynthesis in Chandrasekhar Mass Models for Type IA Supernovae and Constraints on Progenitor Systems and Burning-Front Propagation // Astrophysical Journal. 1999. T. Supplement 125. c. 439.
- Mathews G. J., Cowan J. J. New insights into the astrophysical r-process // Nature. 1990. T. 345. c. 491.
- 11. Thielemann F.-K. A. Arcones R. Käppeli M. Liebendörfer T. Rauscher. What are the astrophysical sites for the r-process and the production of

- heavy elements? // Progress in Particle and Nuclear Physics. 2011. T. 66. c. 346.
- 12. Франк-Каменецкий Д. А. Реакции (p, n) и (p, 2n) и происхождение обойдённых ядер // Астрономический журнал. 1961. Т. 38, № 1. с. 91.
- 13. Role of core-collapse supernovae in explaining solar system abundances of p nuclides / C. Travaglio, T. Rauscher, A. Heger [и др.] // Astrophysical Journal. 2018. T. 18, № 854.
- 14. Крыловецкая Т. А. Столкновительный бета-распад ядер и проблема происхождения обойденных изотопов. Ph.D. thesis: ВГУ. 1998.
- 15. статья Та самя.
- 16. The jina reaclib database: Its recent updates and impact on type-I X-ray bursts / R. H. Cyburt, A. M. Amthor, Z. Meisei [и др.] // The Astrophysical Journal Supplement Series. 2010.
- 17. Rauscher T., Thielmann F. Astrophysical reaction rates from statistical model calculations: Tech. Rep.: : Universita Basel, 2000.
- 18. Lippuner Jonas. r-Process Nucleosynthesis in Neutron Star Mergers with the New Nuclear Reaction Network SkyNet. Ph.D. thesis: California Institute of Technology. 2018.
- 19. Nuclear statistical equilibrium for Type Ia supernova simulations / Ivo R. Seitenzahl, Dean M. Townsley, Fang Peng [и др.] // Atomic Data and Nuclear Data Tables. 2008. № 95. С. 96–114.