Université Ibn Zohr
ESEFA - Agadir

Année universitaire 2019-2020
LE- Informatique S 3

Série 5 d'exercices avec des éléments de réponse
Variables aléatoires discrètes et continues

Exercice 1 (Loi binomiale)
On lance 10 fois un dé. Quelle est la probabilité d'avoir 4 fois le 1 ?

Exercice 2 (Loi exponentielle)
On modélise le temps entre deux clics d'un compteur Geiger (instrument qui sert à mesurer les rayonnements) par une loi exponentielle. Le nombre moyen de clics par minutes est égal à 50.

a) Calculer le paramètre λ de cette loi exponentielle.
b) Quelle est la probabilité qu'on attende plus d'une seconde entre deux clics ?

On approche un minéral légèrement radioactif du compteur et le nombre de clics passe à 100 par seconde.

c) Quelle est la probabilité d'attendre moins d'un centième de seconde entre deux clics ?

Exercice 3 (Loi normale)

1. La variable aléatoire X suit une loi normale $\mathcal{N}(18; 2,5)$. Calculer les probabilités suivantes : $P(X < 17)$; $P(X > 20)$; $P(16 < X < 19.5)$.
2. Supposons que X suit la loi normale $\mathcal{N}(68; 15)$. Déterminer a tel que $P(X < a) = 0,8315$.

Exercice 4 (Loi uniforme discrète)
Soit X une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'ensemble $X(\Omega) = \{-3, -2, 1, 4\}$.

1. Donner la loi de X.
2. Calculer $E(X)$ et $V(X)$.
3. On définit la variable aléatoire $Y = 2X + 1$.
   (a) Donner $Y(\Omega)$, et la loi de Y.
   (b) Calculer $E(Y)$ de deux façons différentes.

Exercice 5 (Image d'une variable aléatoire réelle)
Soit X une variable aléatoire suivant une loi de densité

$$f(t) = \begin{cases} 2 - 2t, & \text{si} \quad t \in [0; 1], \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \tag{1}$$

1. Montrer que f est bien une densité de probabilité.
2. Déterminer la fonction de répartition de X.
3. Soit Y la variable aléatoire définie par $Y := X^2$.
   (a) Déterminer la fonction de répartition de Y.
   (b) En déduire que Y est une variable aléatoire continue.
   (c) Déterminer la densité de probabilité de la variable aléatoire Y.
