المدرسة العليا للتربية والتكوين - اكادير

ⵜⵉⵏⵎⵍ ⵜⴰⵏⴰⵎⵎⴰⵙⵜ ⵏ ⵜⵙⵍⵏⵏ ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ - ⴰⴳⴰⴷⵉⵔ

ECOLE SUPÉRIEURE DE L'ÉDUCATION ET DE LA FORMATION - AGADIR

ELECTROCINETIQUE

LEM - LEI

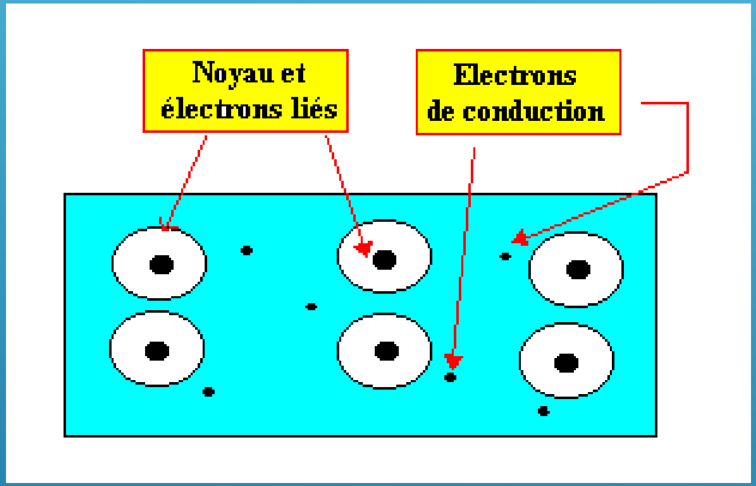
Semestre 2

Pr. OUACHA

Année universitaire 2019/2020

1 – Notion de courant

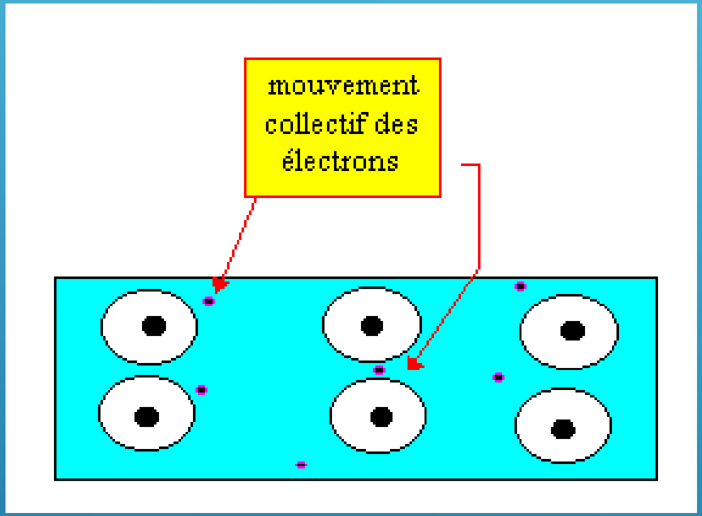
Dans un conducteur **non soumis à une ddp**, les électrons de conduction sont animés de mouvements d'agitation thermique indépendants les uns des autres.



Il n'y a **pas d'effet de déplacement collectif**.

1 – Notion de courant

Lorsqu'on applique une ddp : V ---> E ---> F , tous les électrons se déplacent sous l'action de F colinéaire à E .



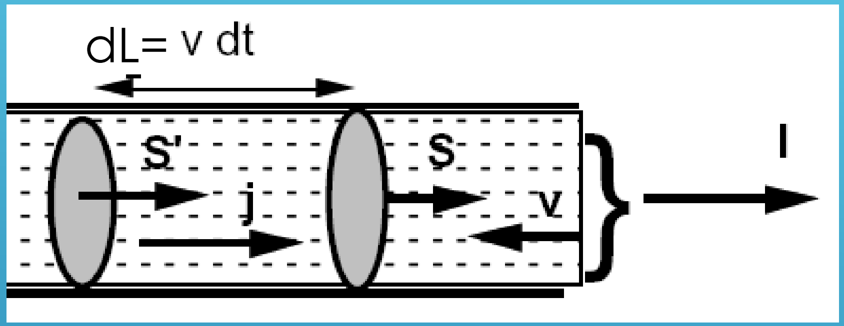
Il y a alors déplacement **collectif** de ces électrons.
Avec une Vitesse **v.**

Pendent un temps dt se déplacent une quantité de charges dQ

==> $I = dQ/dt$ **"courant électrique"**.

2 – Densité de courant

Considérons une section droite d'un cylindre.



L'élément de charge dQ qui traverse S pendant le temps dt est :

$$\boxed{dQ = \rho\ dv = n\ q\ S\ dL = n\ q\ S\ v\ dt}$$

Soient : **v** :la vitesse de déplacement des électrons,

n :la densité d'électrons libres par unité de volume

ρ = nq: la densité de charge par unité de volume.

2 – Densité de courant

Comme $dQ = n\,q\,S\,v\,dt$

Alors $I = dQ / dt = n\,q\,v\,S = \rho\,v\,S$

On pose $j = \rho\,v$ (vecteur densité de courant)

Donc $\boxed{I = j\,S}$

3 – Loi d'Ohm

Le **mouvement** des électrons est dû au champ électrique E.
la **densité du courant** est **proportionnelle** à ce champ.

$$\boxed{j = \gamma E}$$

γ La conductivité électrique

$$I = j\,S = \gamma\,ES \quad \text{or} \quad E = V/L$$

$$I = \gamma\,S\,V/L$$

on pose $1/\gamma = \rho_e$ La résistivité électrique

3 – Loi d'Ohm

$$I = S\,V / \rho_e L \longrightarrow I = V\,(S / \rho_e L)$$

on pose $(S / \rho_e L) = 1/R$

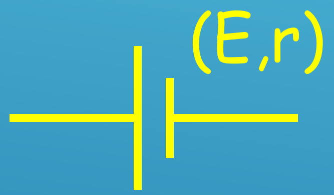
Loi d'Ohm $\longrightarrow \begin{cases} \boxed{I = V/R} \\ \boxed{V = R\,I} \end{cases}$

Avec R résistance électrique du conducteur

4 – Générateur

- Le générateur est un système qui **fournit** de l'énergie électrique

Représentation symbolique

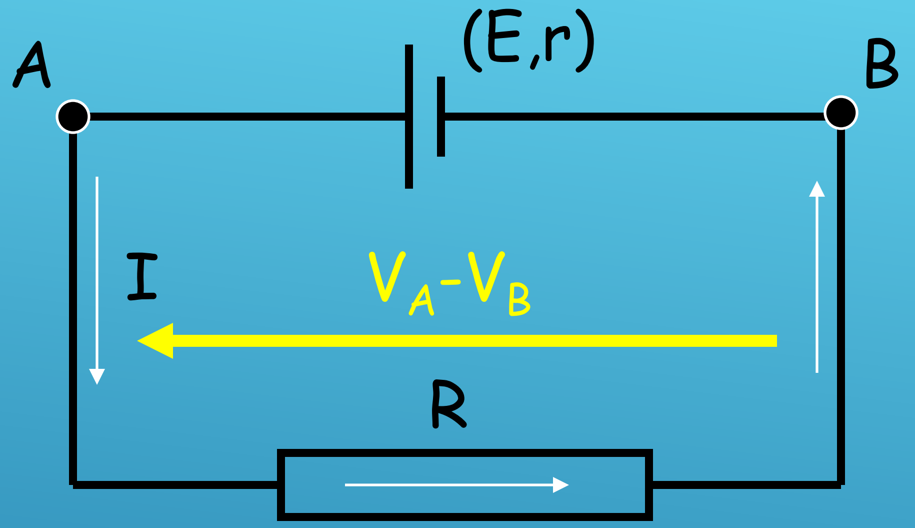


E : force électromotrice (f.e.m) du générateur

r : résistance interne du générateur

5 - 1/ Force Électromotrice

Soit le circuit suivant :



- **d.d.p** aux bornes du générateur est :

$V_A - V_B = RI$

- L'**énergie dégagée** au niveau de la résistance

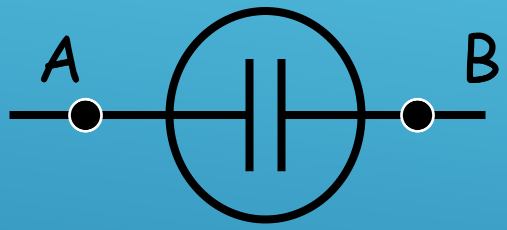
$$W = RI^2t + rI^2t = (R + r)I^2t$$

- On appelle la force électromotrice **f.e.m** du générateur

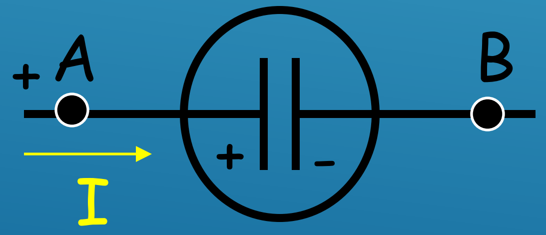
$$E = W/Q = W/It = (R + r)I$$

5 – Récepteur

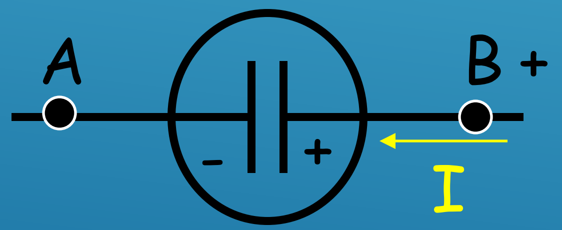
Le récepteur transforme l'énergie électrique en une énergie autre que thermique (mécanique , chimique).



La polarité d'un récepteur dépend du sens du courant

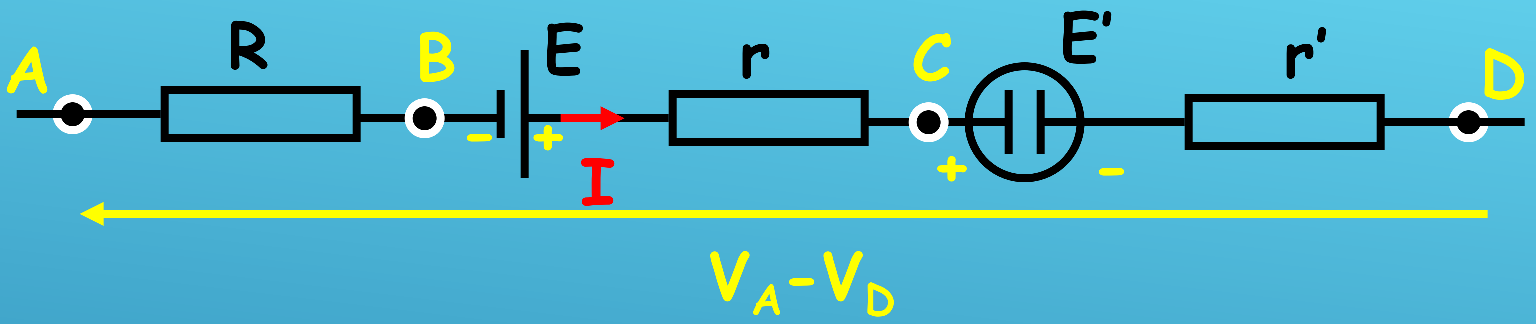


1er cas : I de A vers B



2eme cas : I de B vers A

7 – Loi d'Ohm Généralisée



$$V_A - V_D = \underbrace{(V_A - V_B)} + \underbrace{(V_B - V_C)} + \underbrace{(V_C - V_D)}$$

$$V_A - V_D = RI + (-E + rI) + (+E' + r'I)$$

$$VA - VD = [RI + rI + r'I] - [(+E) + (-E')]$$

En général $$\boxed{V_A - V_D = I \sum R_i - \sum E_i}$$

$\left\{ \begin{array}{l} + E : \text{Générateur} \\ - E' : \text{Récepteur} \end{array} \right.$

6 – Loi d'Ohm Généralisée

En Circuit fermé (A=D) : $V_A - V_D = 0$

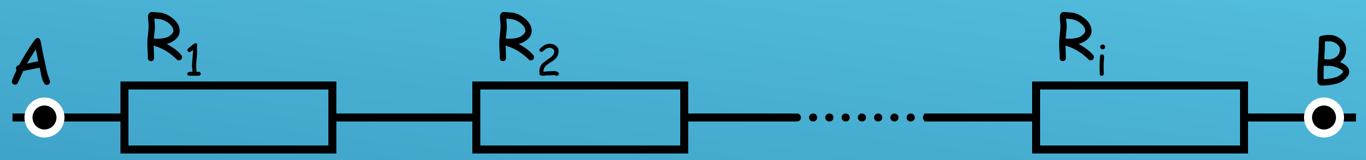
$$0 = I \sum R_i - \sum E_i$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{\sum E_i = I \sum R_i}$$

$$\boxed{\sum f.e.m_i = \sum \text{Loi d'Ohm}}$$

7 – Association des résistances

8 – 1/ En Série

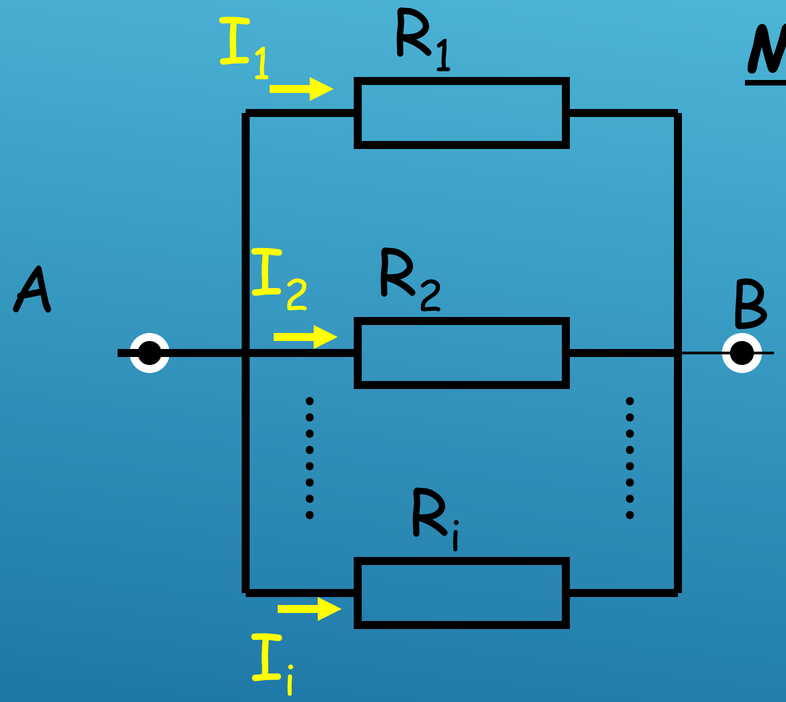


Même I, Somme des V_i

$$R_s = \sum R_i$$

7 – Association des résistances

8 – 2/ En Parallèle



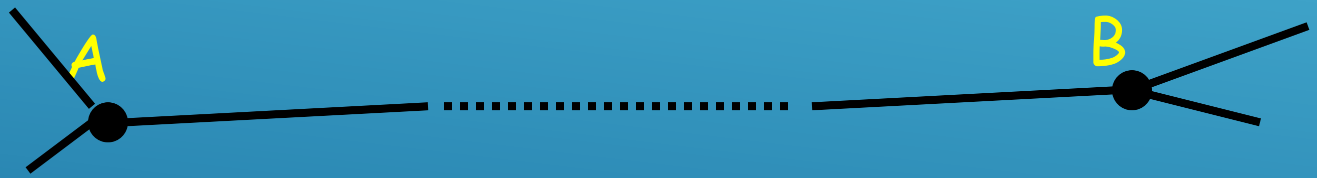
Même V, Somme des I_i

$$1/R_p = \sum 1/R_i$$

Réseaux Électriques

1- Définitions

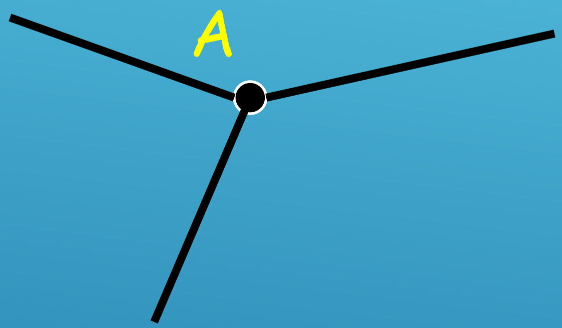
Une Branche est une association **en série** de composants électriques (résistances, condensateurs, générateurs, récepteurs,…)



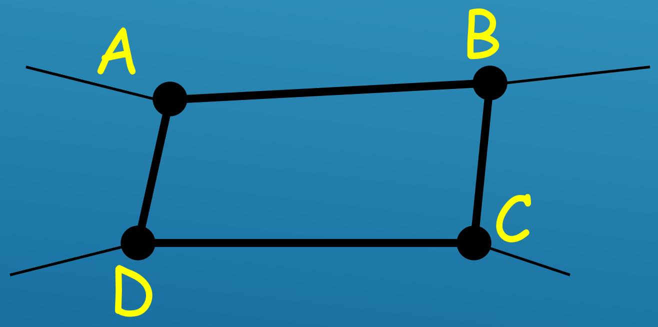
Une Branche est caractérisée par le passage d'un **courant unique**. Ce courant circule du potentiel le **plus haut** vers le potentiel le **plus bas.**

1- Définitions

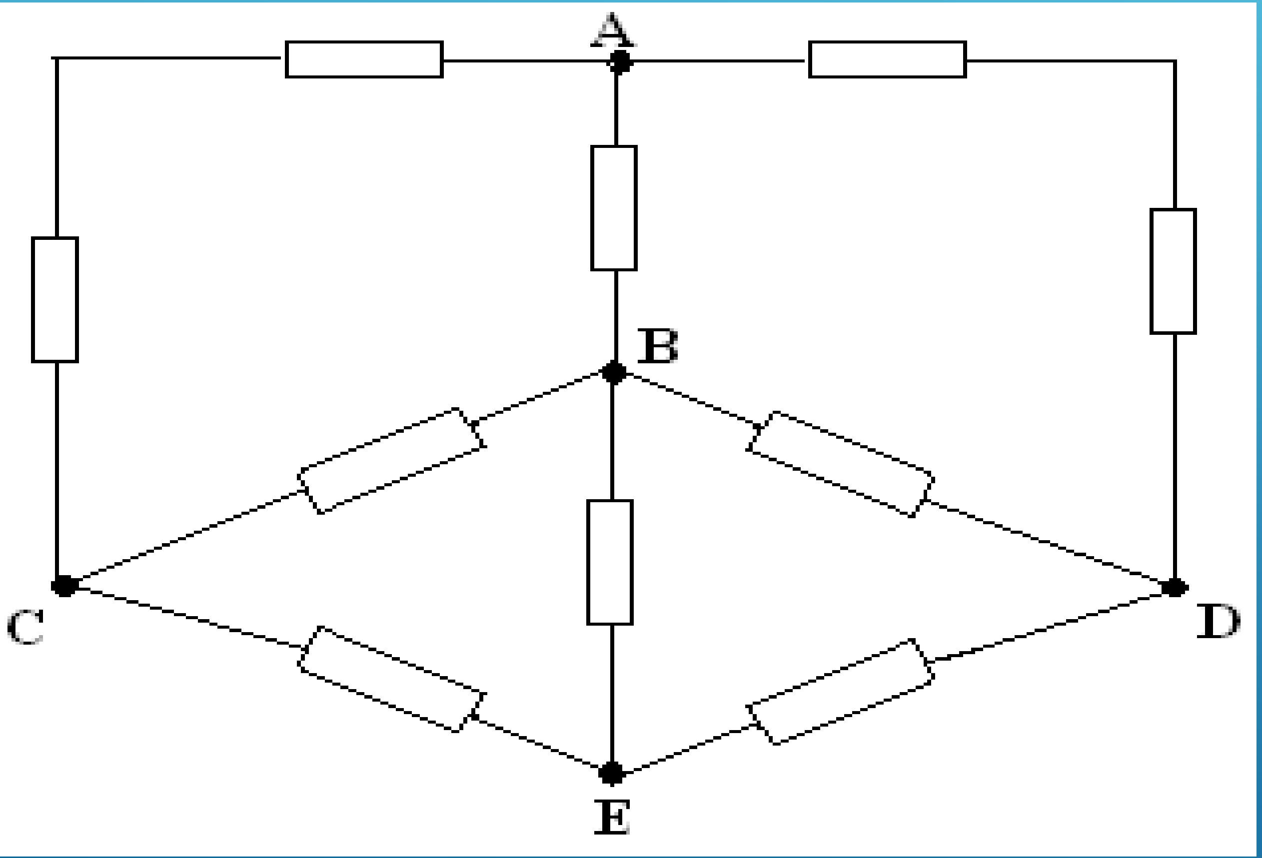
Un **NOEUD** est un point de jonction de, au moins, trois branches



Une **MAILLE** est un contour fermé constitué de plusieurs branches



Exemple:



Les branches :
AC, AD, AB, BD, CE, BE, ED

Les nœuds : A, B, C, D, E

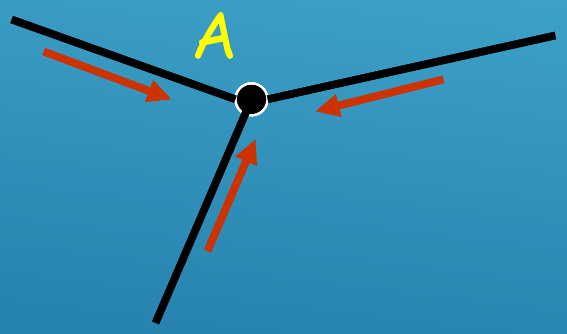
Les mailles :

ABCA, ABDA, CBEC, DBED…

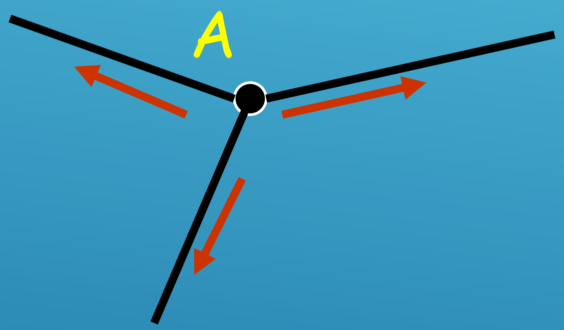
2- Propriétés

Dans un NŒUD, On ne peut avoir :

ni accumulation, ni dispersion de courant.



Accumulation

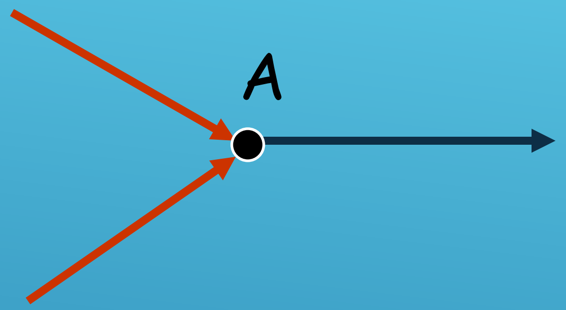


Dispersion

3- Lois de Kirchhoff

3-1 Loi des nœuds

Au niveau d'un nœud :



La somme des courants entrants est égale à la somme des courants sortants.

$$\sum I_e = \sum I_s$$

La somme algébrique des courants en un nœud est nulle.

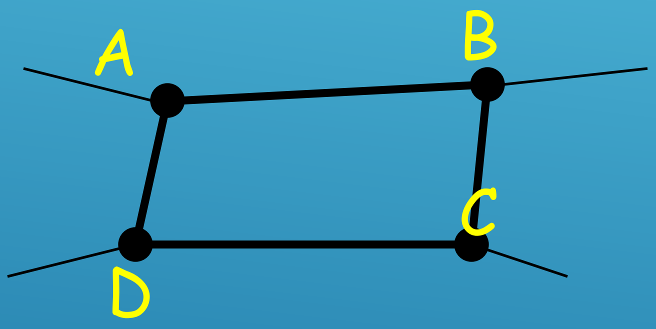
$$\sum I_i = 0$$

(+) : courant entrant
(-) : courant sortant

3- Lois de Kirchhoff

3-2 Loi des mailles

Dans une maille :



La somme algébrique des d.d.p., lorsqu'on parcourt une maille fermée toujours dans le même sens, est nulle.

$$\boxed{\sum U_i = 0}$$

U_i : d.d.p aux bornes du composant électrique i

3- Lois de Kirchhoff

3-3 Utilisation des équations de Kirchhoff

On effectue implicitement :

- **un choix arbitraire des orientations de tous les conducteurs**
- **un choix arbitraire des sens de parcours**

Supposons qu'il y ait **n branches** et **k nœuds**;

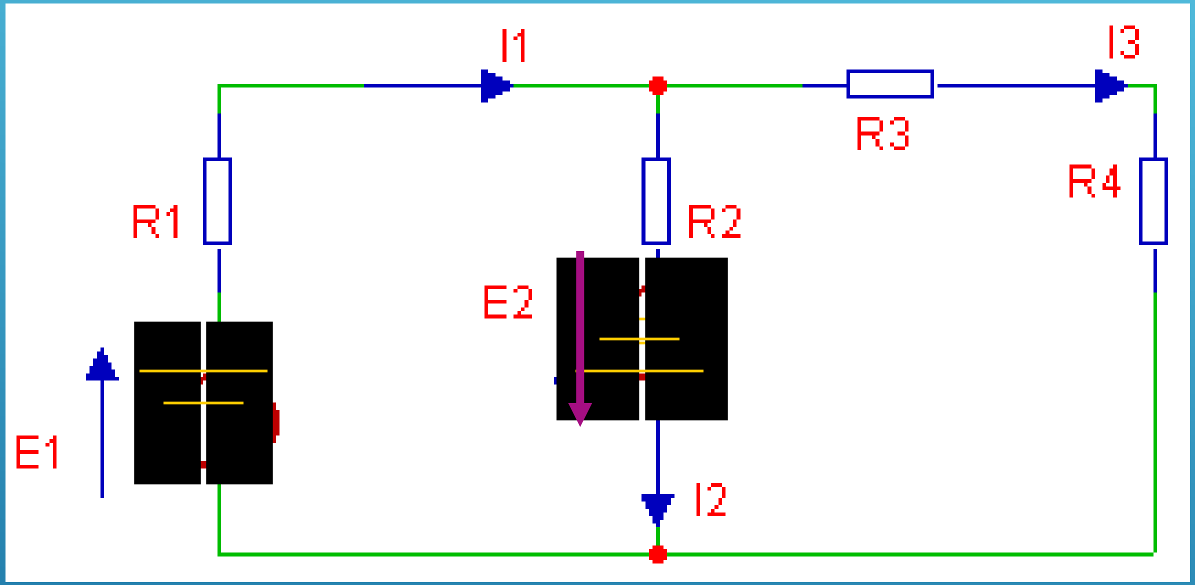
il y a **n** branches donc n courants à calculer

les **k** nœuds donnent **(k –1)** équations indépendantes
et la loi des mailles doit donc fournir **[n - (k - 1)]** équations :

n - (k - 1) : *nombre de mailles indépendantes.*

3- Lois de Kirchhoff

3-4 Application des Lois de Kirchhoff



3 Branches ➔ 3 courants

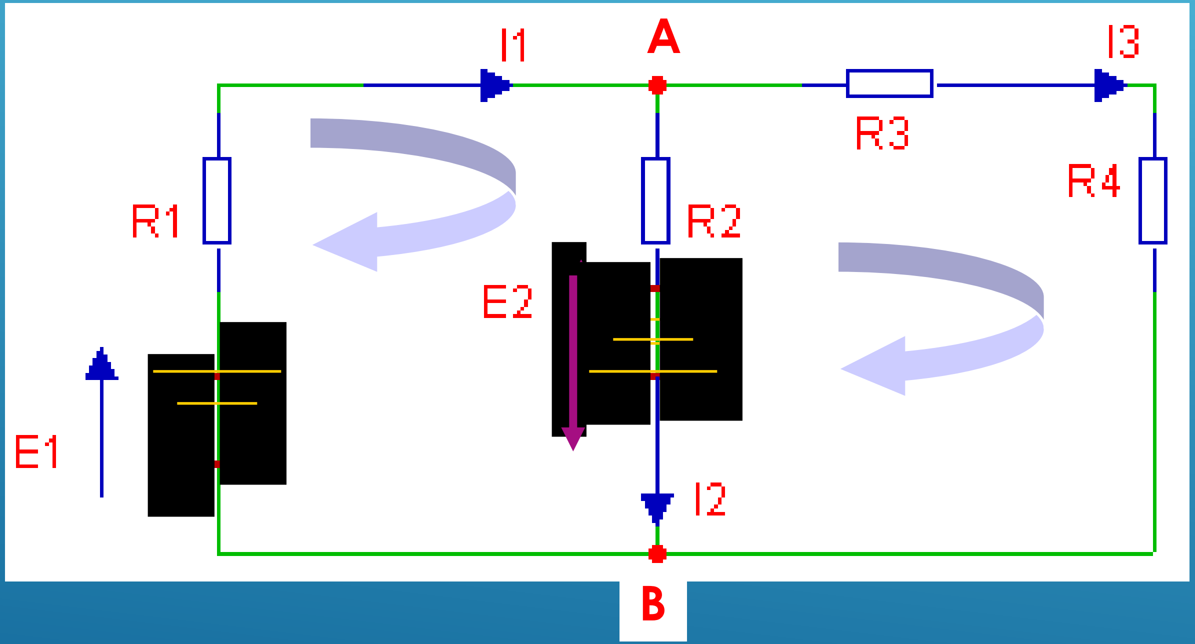
3 courants ➔ 3 inconnues

les 2 nœuds fournissent 1 équation
il faut donc 2 équations aux mailles ➔ 3 équations

3- Lois de Kirchhoff

A: Loi des nœuds

les **2 nœuds** **A** et **B** fournissent **1 équation**

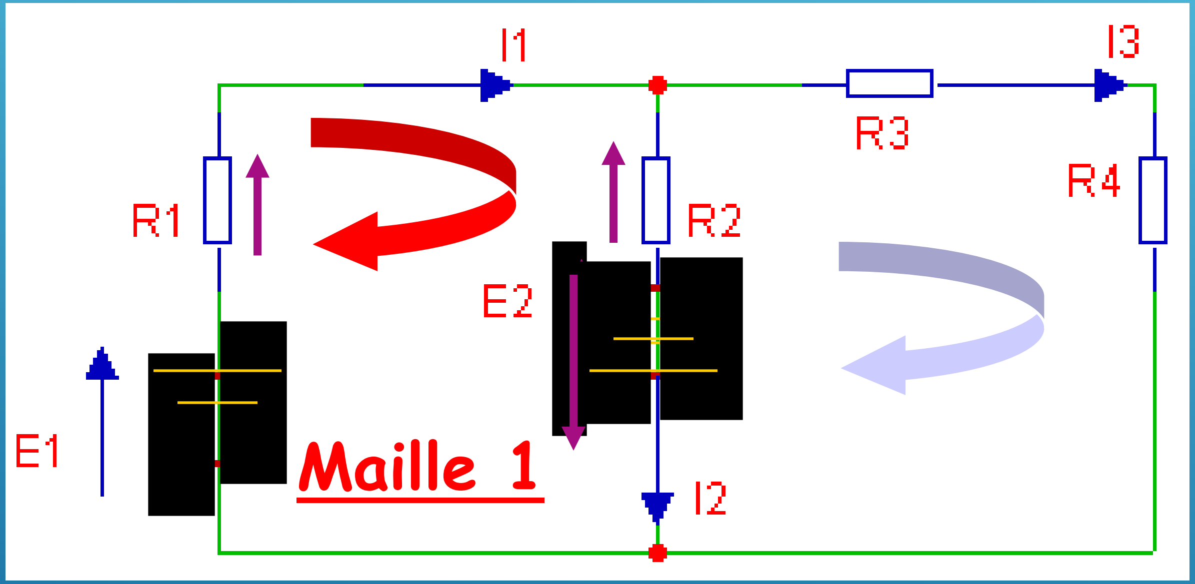


$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

3- Lois de Kirchhoff

B: Loi des mailles

les **2 mailles** fournissent **2 équations**



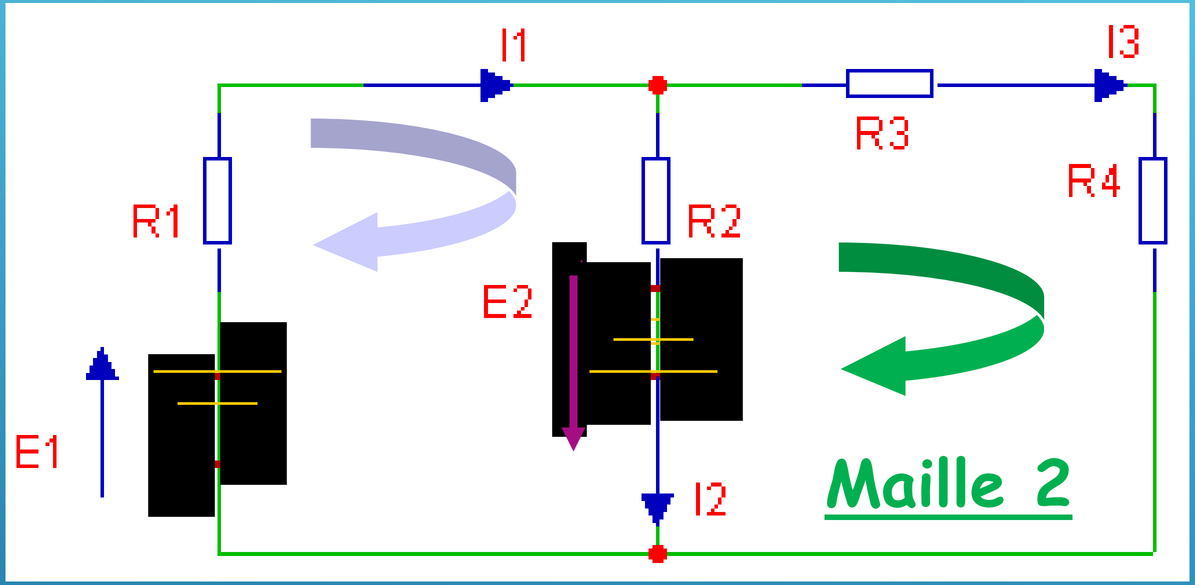
Σ f.e.m$_i$ = Σ Loi d'Ohm

Maille 1

$$+E_1 + E_2 = R_1 I_1 + R_2 I_2$$

3- Lois de Kirchhoff

B: Loi des mailles



Σ f.e.m$_i$ = Σ Loi d'Ohm

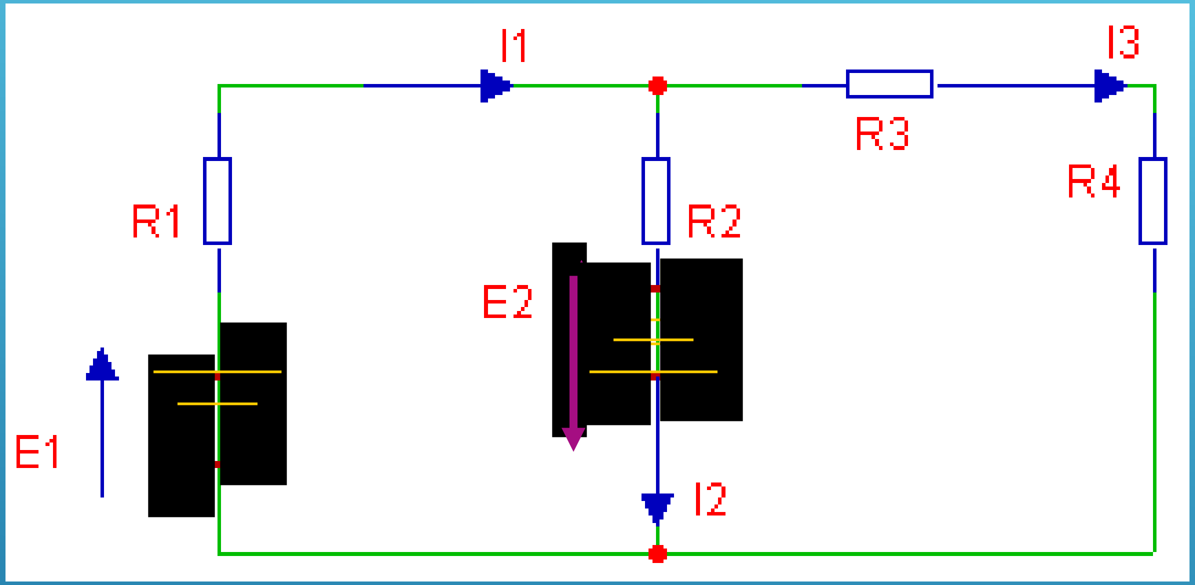
Maille 2

$$-E_2 = -R_2I_2 + R_3I_3 + R_4I_3$$

$$-E_2 = -R_2I_2 + (R_3 + R_4)\, I_3$$

3-4 Application des Lois de Kirchhoff

C: Système d'équations



$$0 = I_1 - I_2 - I_3$$

$$+E_1 + E_2 = R_1 I_1 + R_2 I_2$$

$$- E_2 = - R_2 I_2 + (R_3 + R_4)\ I_3$$

3- Lois de Kirchhoff

D: Résolution du Système d'équations

$$
\begin{aligned}
0 &= I_1 - I_2 - I_3 \\
+E_1 + E_2 &= R_1 I_1 + R_2 I_2 \\
-E_2 &= -R_2 I_2 + (R_3 + R_4)\ I_3
\end{aligned}
$$

$$
\Delta = \begin{vmatrix} +1 & -1 & -1 \\ R_1 & R_2 & 0 \\ 0 & -R_2 & (R_3 + R_4) \end{vmatrix}
$$

D-1 Calcul du déterminant principal

$$\Delta = \begin{vmatrix} +1 & -1 & -1 \\ R_1 & R_2 & 0 \\ 0 & -R_2 & (R_3+R_4) \end{vmatrix} =$$

$$= \underbrace{+1 \begin{vmatrix} R_2 & 0 \\ -R_2 & (R_3+R_4) \end{vmatrix}} - \underbrace{R_1 \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -R_2 & (R_3+R_4) \end{vmatrix}}$$

$$= [R_2\,(R_3+R_4) - (-R_2 * 0)] - R_1\,[-1\,.\,(R_3+R_4) - (-R_2\,.-1)]$$

$$= \boxed{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_1 R_3 + R_1 R_4 + R_1 R_2}$$

D-1 Calcul du déterminant de I_1

$$\Delta_{I_1} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ +E_1+E_2 & R_2 & 0 \\ -E_2 & -R_2 & (R_3+R_4) \end{vmatrix} =$$

$$= (E_1+E_2)\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -R_2 & (R_3+R_4) \end{vmatrix} - E_2 \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ R_2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{I_1} = (E_1+E_2)\,(R_2+R_3+R_4) - R_2E_2$$

$$\boxed{I_1 = \frac{\Delta_{I_1}}{\Delta}}$$

D-2 Calcul du déterminant de I_2

$$\Delta I_2 = \begin{vmatrix} +1 & 0 & -1 \\ R_1 & +E_1 + E_2 & 0 \\ 0 & -E_2 & (R_3 + R_4) \end{vmatrix} = +1 \, . \, [(E_1 + E_2) \, . \, (R_3 + R_4)] + R_1 E_2$$

$$= E_1 R_3 + E_1 R_4 + E_2 R_3 + E_2 R_4 + R_1 E_2$$

$$I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta}$$

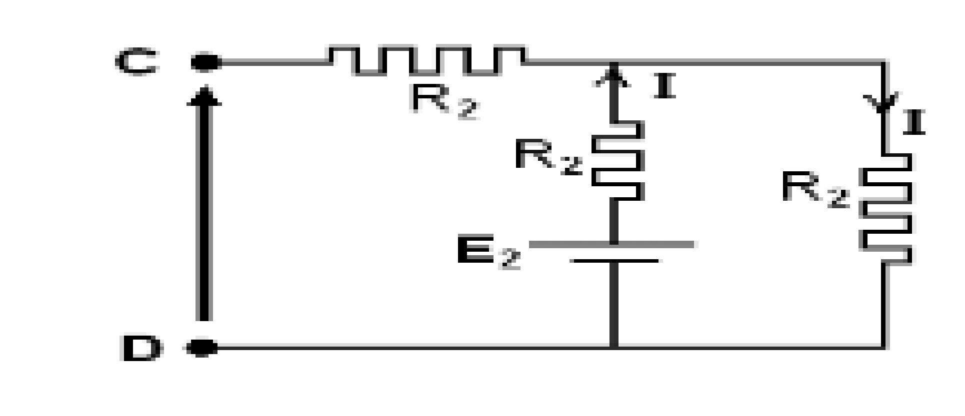
D-3 Calcul du déterminant de I_3

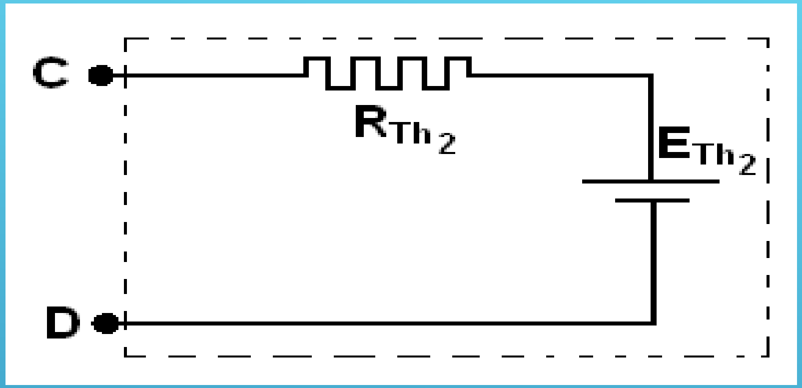
$$\Delta I_3 = \begin{vmatrix} +1 & -1 & 0 \\ R_1 & R_2 & +E_1+E_2 \\ 0 & -R_2 & -E_2 \end{vmatrix} = +1.[R_2 E_2 + R_2(E_1 + E_2)] - R_1[-1 .-E_2]$$

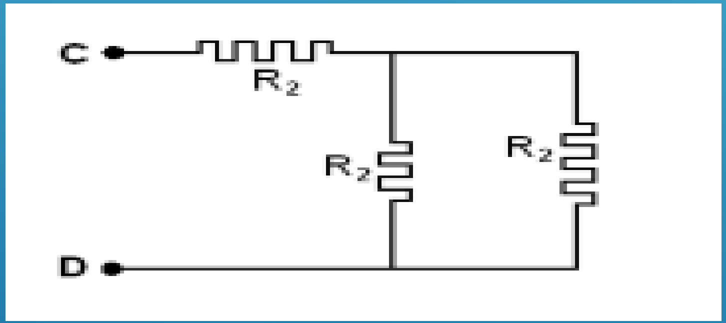
$$\Delta I_3 = R_2 E_2 + R_2 E_1 + R_2 E_2 - R_1 E_2$$

$$\boxed{I_3 = \frac{\Delta I_3}{\Delta}}$$

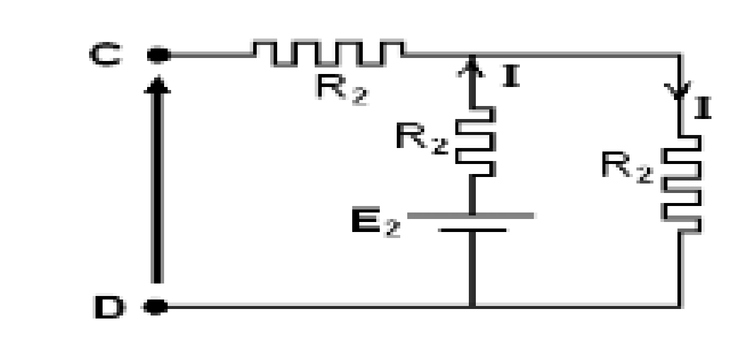
Théorème de Thévenin





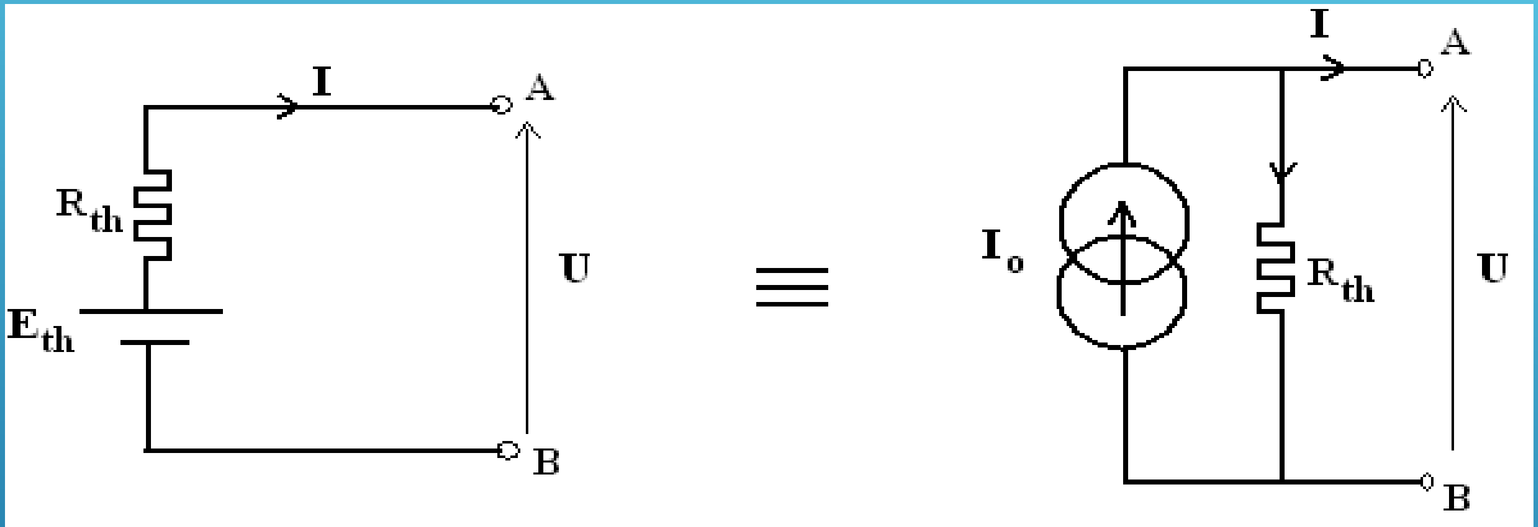


$$R_{Th2} = (R_2 // R_2) + R_2 = \frac{3R_2}{2}$$



$$E_{Th2} = V_{CD} = R_2 I = \frac{E_2 R_2}{R_2 + R_2} = \frac{E_2}{2}$$

Thévenin et Norton

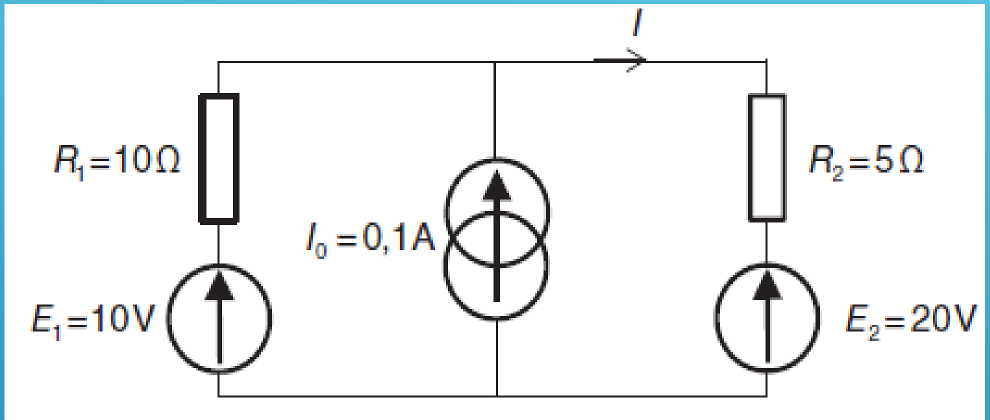


$$R_{Nor} = R_{th}$$

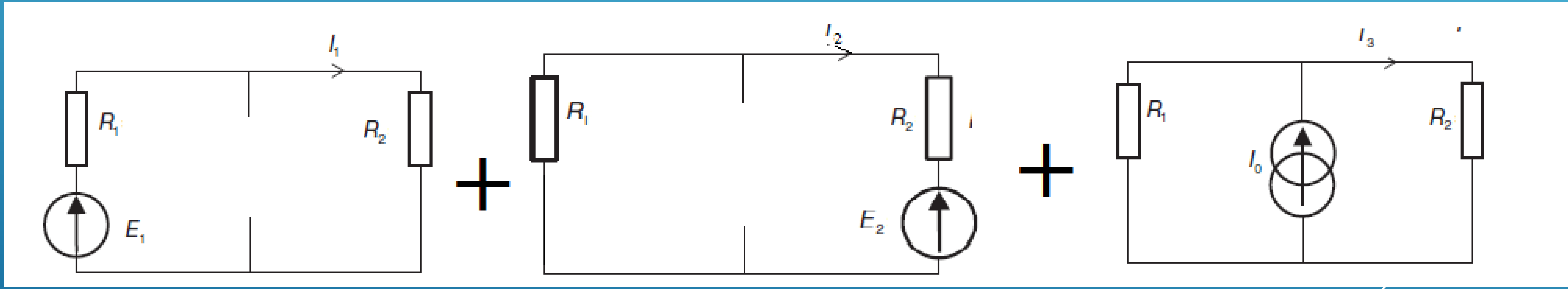
$$I_0 = \frac{E_{th}}{R_{th}}$$

Principe de superposition

Dans le circuit suivant, on cherche à calculer le courant I ?



D'après le principe de superposition, ce courant est la somme de trois courants I_1, I_2 et I_3 correspondant respectivement aux contributions de chaque générateur E_1, E_2 et I_0. On calcule alors successivement chaque courant en ne laissant subsister, à chaque fois, qu'un seul des trois générateurs.



$$I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_2}$$

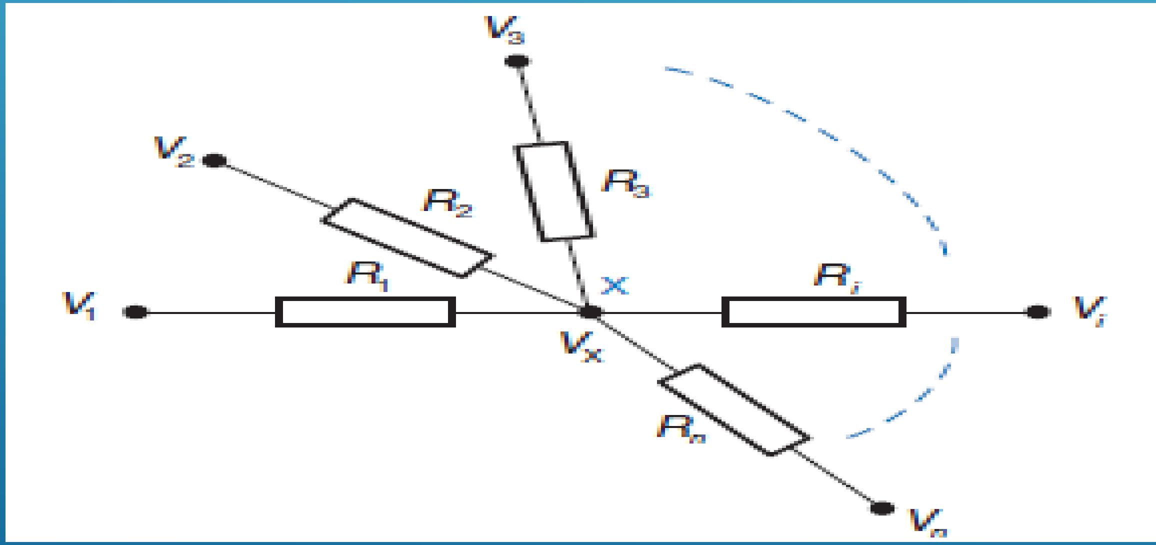
$$I_2 = -\frac{E_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_3 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_0$$

Théorème de Millman

Le théorème de Millman permet d'exprimer le potentiel en un nœud quelconque d'un réseau en fonction des potentiels aux nœuds voisins.

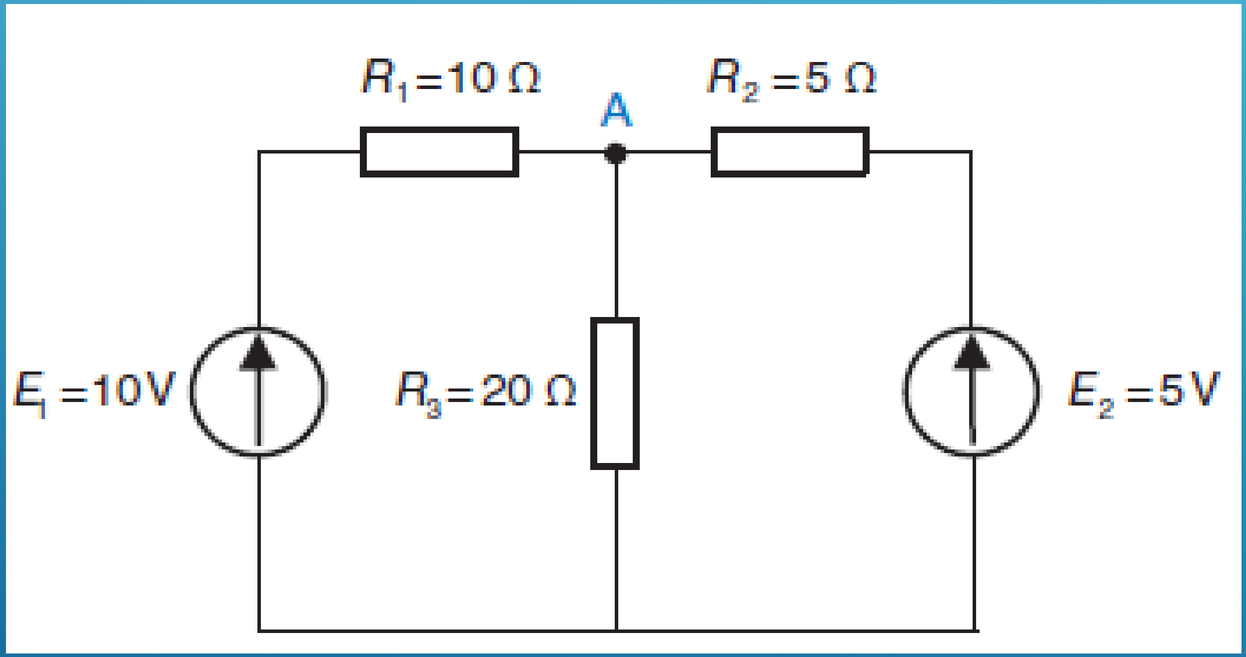
Le potentiel V_X s'exprime en fonction des potentiels aux noeuds voisins de la manière suivante :



$$V_X = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \cdots + \frac{V_n}{R_n}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{V_i}{R_i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}}$$

Exemple :

On considère le circuit de la figure suivante dans lequel on cherche à calculer le potentiel au point A. L'application du théorème de Millman en ce point est immédiate.



$$V_A = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{0}{R_3} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2}} = \frac{\frac{10}{10} + \frac{5}{5}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{5}} = 5{,}7\ \text{V}$$