

Module d'analyse numérique Travaux Dirigés (Serie 4)

Exercice 1. *Faire trois itérations avec $h = 0,1$ des méthodes d'Euler explicite, d'Euler modifiée, du point milieu et de Runge-Kutta d'ordre 4 pour les équations différentielles suivantes:*

1. $y'(t) = t \sin(y(t)) \quad (y(0) = 2).$
2. $y'(t) = t^2 + (y(t))^2 + 1 \quad (y(1) = 0).$
3. $y'(t) = y(t)e^t \quad (y(0) = 2).$

Exercice 2. *L'équation différentielle :*

$$y'(t) = y(t) + e^{2t}, \quad (y(0) = 2)$$

possède la solution analytique $y(t) = e^t + e^{2t}$.

1. *En prenant $h = 0,1$, faire 3 itérations de la méthode d'Euler modifiée et calculer l'erreur commise sur y^3 en comparant les résultats avec la solution analytique $y(0,3)$.*
2. *En prenant $h = 0,05$, faire 6 itérations de la méthode d'Euler modifiée et calculer l'erreur commise sur y^6 en comparant les résultats avec la solution analytique $y(0,3)$.*
3. *Faire le rapport des erreurs commises en 1) et en 2) et commenter le résultat en fonction de l'erreur de troncature locale liée à la méthode utilisée.*
4. *Utiliser l'extrapolation de Richardson pour obtenir une meilleure approximation de $y(0,3)$.*