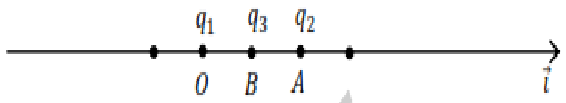
Université Ibn Zohr
Ecole **S**upérieure de l'**E**ducation
et de la **F**ormation - **A**gadir
ESEFA

Année Universitaire
2019/2020

Nom : .... **Prénom :** .... **Filière :** **LEESM - LEESI**	**ELECTRICITE** **SOLUTION CONTRÔLE** **N° : 2**	**Note :** **20/20**

Exercice 1 : **(12,5 points)** Sur un axe ***x'ox*** sont placées : une charge ponctuelle $\mathbf{q_1}$ au point **O**, une charge ponctuelle $\mathbf{q_2}$ au point A d'abscisse x = **2a** (**a** > **0**). **1)** sur une charge ponctuelle q_3 placée sur l'axe au point B d'abscisse x = **a :**	 **On donne :** $\mathbf{q_1 = -3q}$, $\mathbf{q_2 = -2q}$ et $\mathbf{q_3 = -q}$ avec **q** > **0**

a. Donner l'expression de la force électrostatique exercée par la charge $\mathbf{q_3}$ sur la charge $\mathbf{q_1}$? (**2 pts**)

Rep :

$$\vec{F}_{3\to1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_3 q_1}{\|BO\|^2}\vec{u}_{3\to1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(-3q)(-q)}{a^2}(-\vec{\imath}) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3q^2}{a^2}\vec{\imath}$$

$$\vec{F}_{3\to1} = -\frac{3q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{\imath}$$

b. Donner l'expression de la force électrostatique exercée par la charge $\mathbf{q_2}$ sur la charge $\mathbf{q_1}$? (**2 pts**)

Rep :

$$\vec{F}_{2\to1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_3 q_1}{\|AO\|^2}\vec{u}_{2\to1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(-3q)(-2q)}{4a^2}(-\vec{\imath}) = -\frac{1}{16\pi\varepsilon_0}\frac{6q^2}{a^2}\vec{\imath}$$

$$\vec{F}_{2\to1} = -\frac{3q^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{\imath}$$

c. En déduire l'expression de la force électrostatique agissante sur la charge $\mathbf{q_1}$? (**1,5 pts**)

Rep :

$$\vec{F}_{1\,tot} = \vec{F}_{2\to1} + \vec{F}_{3\to1} = -\frac{3q^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{\imath} - \frac{3q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{\imath} = -\frac{9q^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{\imath}$$

$$\vec{F}_{1tot} = -\frac{9q^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{\imath}$$

2) Donner l'expression du champ électrostatiques crées par $\mathbf{q_2}$ et $\mathbf{q_3}$ au point O ? (**3,5 pts**)

Rep :

On a la relation entre champ électrostatiques $\vec{E}$ et la la force électrostatique $\vec{F}$:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

En applique cette relation en point O (q_1)

$$\vec{E}_O = \frac{\vec{F}_O}{q_1} = \frac{\vec{F}_{1tot}}{-3q} = \frac{-\frac{9q^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{\imath}}{-3q} = \frac{3q}{8\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{\imath}$$

$$\vec{E}_O = \frac{3q}{8\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{\imath}$$

3) Donner l'expression du potentiel électrostatiques crées par q_2 et q_3 au point O ? (**3,5 pts**)

Rep :

On a : **La relation du potentiel crée par une charge q à une distance r : V=** $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$$V_{tot}(O) = Vq_2(O) + Vq_3(O)$$

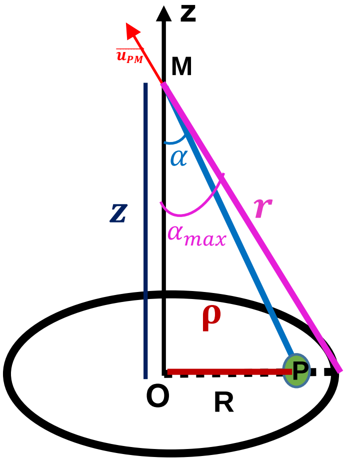
$$Vq_2(O) = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0\|AO\|} \qquad \text{et} \qquad Vq_3(O) = \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0\|BO\|}$$

Or $\quad q_2 = -2q\ ;\ q_3 = -q\ ;\ \|AO\| = 2a$ et $\|BO\| = a$

D'où $\quad V_{tot}(O) = \frac{-2q}{4\pi\varepsilon_0 2a} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{-q}{2\pi\varepsilon_0 a}$

$$\boxed{V_{tot}(O) = \frac{-q}{2\pi\varepsilon_0 a}}$$

EXERCICE 2 : (7,5 points)



Un disque de centre O de rayon R, porte une charge q répartie uniformément sur la surface S.

$$\overrightarrow{OM} = z\vec{k}$$

1) Calculer la densité de charge **σ**? (**2 pts**)

Rep :

On a : dq $= \sigma ds$ ➔ $\sigma = \frac{dq}{ds} = \frac{Q}{S}$ Or $ds = dr\, r\, d\theta$

$$S = \iint ds = \int_0^R r\ dr \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{R^2}{2} 2\pi = \pi R^2$$

Donc : $\boxed{\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}}$

2) Déterminer le champ électrostatique crée en un point M sur l'axe normal au plan du disque en O?

Avec ($\overrightarrow{OM} = z\vec{k}$) (**5,5 pts**)

Rep :

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 PM^2}\vec{u}_{PM} \qquad \text{or} \qquad \vec{u}_{PM} = \cos\alpha\ \vec{k}$$

$$d\vec{E} = \frac{\sigma ds}{4\pi\varepsilon_0 PM^2}\cos\alpha\ \vec{k} \qquad ; ds = \rho d\rho d\theta$$

$$d\vec{E} = \frac{\sigma\rho d\rho d\theta\cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 PM^2}\vec{k}$$

on a $\quad \cos\alpha = \frac{z}{PM}$ ➔ $\frac{1}{PM^2} = \frac{cos^2\alpha}{z^2}$

$\tan\alpha = \frac{\rho}{z}$ ➔ $\rho = z\tan\alpha$ ➔ $d\rho = z\frac{d\alpha}{cos^2\alpha}$

$$\Rightarrow d\vec{E} = \frac{\sigma\, z\tan\alpha\, z d\alpha\, d\theta\, cos^2\alpha\cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0\, cos^2\alpha\, z^2}\vec{k}$$

Or : $\quad \vec{E}(M) = \iint d\vec{E} = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{\alpha_{max}} \frac{z\tan\alpha\, z\, cos^2\alpha\cos\alpha}{cos^2\alpha\, z^2} d\alpha \int_0^{2\pi} d\theta\, \vec{k}$; ($\tan\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha}$)

⇨ $$\vec{E}(M) = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{\alpha_{max}} \sin\alpha \, d\alpha \int_0^{2\pi} d\theta \, \vec{k} = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}(1-\cos(\alpha_{max})).2\pi\vec{k}$$

$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\cos(\alpha_{max}))\vec{k}$$

On a :

$\cos(\alpha_{max}) = \frac{z}{r}$ et $r^2 = R^2 + z^2$ ➔ $r = \sqrt{R^2+z^2}$

➔ $\cos(\alpha_{max}) = \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}$

$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}})\vec{k}$$