Université Ibn Zohr
Ecole **S**upérieure de l'**E**ducation et de la **F**ormation - **A**gadir
ESEFA

المدرسة العليا للتربية والتكوين - اكادير
ECOLE SUPÉRIEURE DE L'ÉDUCATION ET DE LA FORMATION - AGADIR

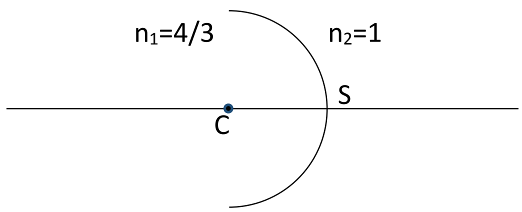
Année Universitaire
2019/2020
Semestre 2

SOLUTION TD D'OPTIQUE GEOMETRIQUE

Filières **: LEESM, LEESI**

Série N° : 3

EXERCICE 1 :



1. - Le dioptre est **concave** car **SC < 0**.
- Le dioptre est **convergent** puisque **C est dans le milieu le plus réfringent.**

2. La relation de conjugaison relative à ce dioptre sphérique est :

$$\frac{n_1}{\overline{SA}}-\frac{n_2}{\overline{SA'}}=\frac{n_1-n_2}{\overline{SC}}$$

3. Les distances focales :

a. Distance focale objet $\overline{SF}$: $A \rightarrow F$ *et* $A' \rightarrow \infty$

$$\frac{n_1}{\overline{SF}}-\frac{n_2}{\infty}=\frac{n_1-n_2}{\overline{SC}}$$

$$\overline{SF}=\frac{n_1}{\frac{n_1-n_2}{\overline{SC}}}=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{4}{3}-1}\overline{SC}=4\times\overline{SC}=-12cm$$

b. Distance focale image $\overline{SF'}$: $A \rightarrow \infty$ *et* $A' \rightarrow F'$

$$\frac{n_1}{\infty}-\frac{n_2}{\overline{SF'}}=\frac{n_1-n_2}{\overline{SC}}$$

$$\overline{SF'}=\frac{n_2}{\frac{n_2-n_1}{\overline{SC}}}=\frac{1}{1-\frac{4}{3}}\overline{SC}=-3\times\overline{SC}=9cm$$

4. La vergence V :

On a : $\overline{SF'}=\frac{n_2}{V}$, $\overline{SF}=\frac{n_1}{V}$ et $V=\frac{n_2-n_1}{\overline{SC}}$

Donc : $V=\frac{n_2}{\overline{SF'}}=\frac{1}{9.10^{-2}}=11{,}11\delta=11{,}11\ m^{-1}$

5. L'objet AB perpendiculaire à l'axe optique en A à une distance de $\overline{SA} = -10cm$ et de hauteur $\overline{AB} = 2cm$

a. la position de l'image $\overline{A'B'}$:

$$\frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \quad \leftrightarrow \quad \overline{SA'} = \frac{n_2}{\frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} + \frac{n_1}{\overline{SA}}} = \frac{1}{\frac{1 - \frac{4}{3}}{-3cm} + \frac{\frac{4}{3}}{-10cm}} = -45cm$$

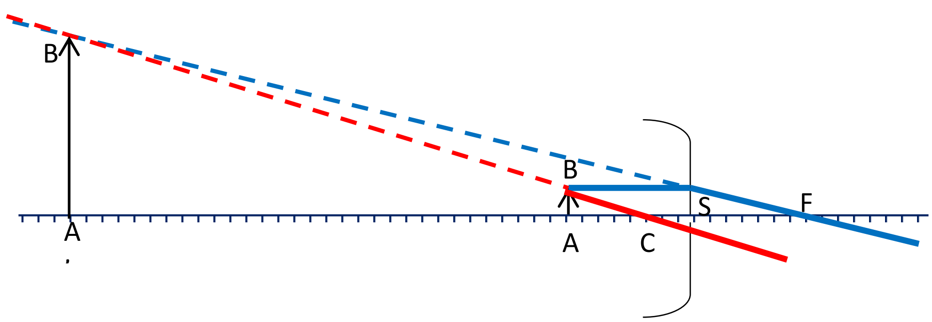
b. le grandissement et la hauteur de l'image $\overline{A'B'}$:

- $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{-45\ cm}{-10\ cm} = 4,5$
- $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} ==> \overline{A'B'} = \overline{AB}.\gamma = 4,5.2cm = 9cm$

c. la nature de l'image $\overline{A'B'}$

l'image $\overline{A'B'}$ est virtuelle, droite et plus grande que l'objet $\overline{AB}$.

d. Construction géométrique :



6. objet AB perpendiculaire à l'axe optique en A à une distance de $\overline{SA} = 10cm$ (***c-à-d que l'objet est virtuel***) et de hauteur $\overline{AB} = 2cm$

a. la position de l'image $\overline{A'B'}$:

$$\frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \quad \leftrightarrow \quad \overline{SA'} = \frac{n_2}{\frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} + \frac{n_1}{\overline{SA}}} = \frac{1}{\frac{1 - \frac{4}{3}}{-3cm} + \frac{\frac{4}{3}}{10cm}} = \frac{45}{11}cm \cong 4,1cm$$

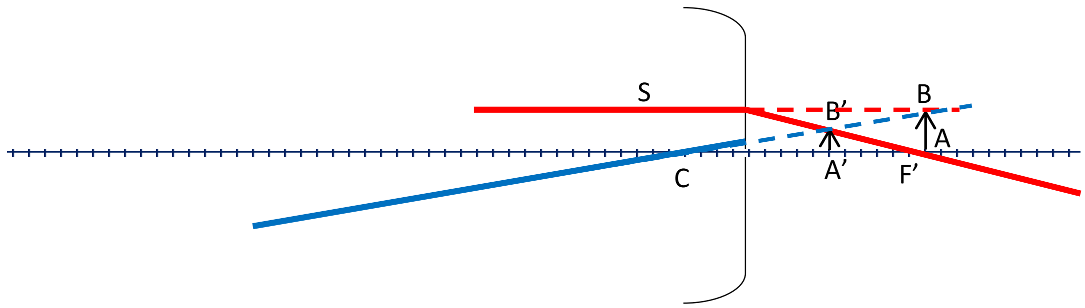
b. le grandissement et la hauteur de l'image $\overline{A'B'}$:

- $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{4,1\ cm}{10\ cm} = 0,41$
- $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} ==> \overline{A'B'} = \overline{AB}.\gamma = 0,41.2\ cm = 0,82\ cm$

c. la nature de l'image $\overline{A'B'}$

l'image $\overline{A'B'}$ est réelle, droite et plus petite que l'objet $\overline{AB}$.

d. Construction géométrique :



EXERCICE 2 :

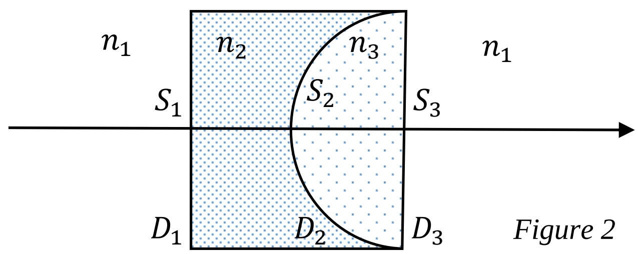
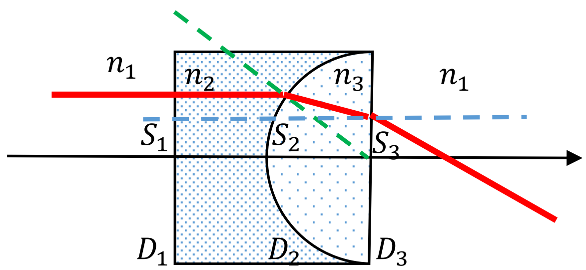


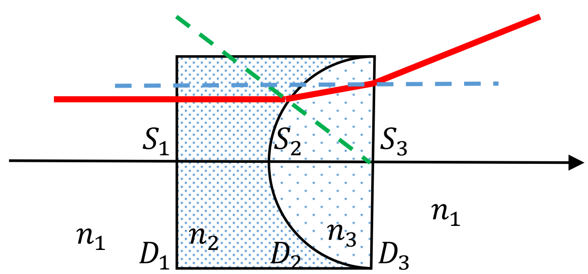
Figure 2

1. Représenter le trajet d'un rayon lumineux monochromatique parallèle à l'axe optique et traversant le système optique dans les deux cas suivants :

a. **Cas 1 : $n_3 > n_2 > n_1$**



b. **Cas 2 : $n_2 > n_3 > n_1$**



2. Le but de cette question est de connaitre la position de l'image de ce point au travers de cette Association de dioptres. A_1, A_2, A' sont respectivement les images de A relatives au dioptre D_1, D_1+D_2, D_1+D_2+D_3 :

a. La relation de conjugaison relative au dioptre D_1 et exprimer la position de l'image A_1:

- **la relation de conjugaison D_1 :**

$$n_1 \xrightarrow{D_1} n_2$$
$$A \longrightarrow A_1$$

$$\frac{n_2}{\overline{S_1A_1}} = \frac{n_1}{\overline{S_1A}} \Longrightarrow \overline{S_1A_1} = \frac{n_2}{n_1}\overline{S_1A}$$

b. La relation de conjugaison relative au dioptre D_2 :

- **la relation de conjugaison D_2:**

$$n_2 \xrightarrow{D_2} n_3$$
$$A_1 \longrightarrow A_2$$

$$\frac{n_3}{\overline{S_2A_2}} - \frac{n_2}{\overline{S_2A_1}} = \frac{n_3 - n_2}{\overline{S_2C_2}} = \frac{n_3 - n_2}{R}$$

c. La relation de de conjugaison relative au dioptre D_3 et exprimer la position de l'image A' ($\overline{S_3A'}$)en fonction de A_2 ($\overline{S_3A_2}$) :

- **la relation de conjugaison D_3:**

$$n_3 \xrightarrow{D_3} n_1$$
$$A_2 \longrightarrow A'$$

$$\frac{n_3}{\overline{S_3A_2}} = \frac{n_1}{\overline{S_3A'}} \Longrightarrow \overline{S_3A'} = \frac{n_1}{n_3}\overline{S_3A_2}$$

d. La position de l'image A'($\overline{S_3A'}$) est

On a : $\overline{S_3A'} = \frac{n_1}{n_3}\overline{S_3A_2}$

Donc, $\overline{S_3A'} = \frac{n_1}{n_3}[\overline{S_3S_2} + \overline{S_2A_2}] = \frac{n_1}{n_3}\left[\overline{S_3S_2} + n_3\left(\frac{n_3-n_2}{\overline{S_2C_2}} + \frac{n_2}{\overline{S_2A_1}}\right)^{-1}\right]$

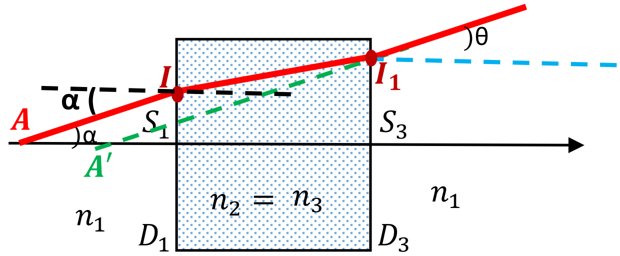
$$\Longrightarrow \overline{S_3A'} = \frac{n_1}{n_3}\overline{S_3S_2} + n_1\left(\frac{n_3 - n_2}{\overline{S_2C_2}} + \frac{n_2}{\overline{S_2S_1} + \overline{S_1A_1}}\right)^{-1}$$

$$\Longrightarrow \overline{S_3A'} = \frac{n_1}{n_3}\overline{S_3S_2} + n_1\left(\frac{n_3 - n_2}{\overline{S_2C_2}} + \frac{n_2n_1}{n_1\overline{S_2S_1} + n_1\overline{S_1A_1}}\right)^{-1}$$

D'où : $$\overline{S_3A'} = \frac{n_1}{n_3}\overline{S_3S_2} + n_1\left[\frac{n_3-n_2}{\overline{S_2C_2}} + \frac{n_2n_1}{n_1\,\overline{S_2S_1} + n_2\,\overline{S_1A}}\right]^{-1}$$

3. On se place dans le cas où $\mathbf{n_3 = n_2 = n}$ et $\mathbf{n_1 = 1}$ (air) et $\overline{\boldsymbol{S_1S_3}} = \boldsymbol{e}$.

a. le trajet d'un rayon lumineux monochromatique issu de A traversant le système optique et ayant une inclinaison $\boldsymbol{\alpha}$ = 30°c par rapport à l'axe optique :



b. l'angle formé entre le rayon émergeant de D_3 et l'axe optique est θ :

Point I : $n_1 \sin \alpha = n \sin r$
Point I_1: $n \sin r = n_1 \sin \theta$

Donc : $n_1 \sin \alpha = n_1 \sin \theta$ ➔ $\sin \theta = \sin \alpha$ ➔ $\theta = \alpha = 30°c$

c. $\overline{S_3A'}$ en fonction de $\overline{S_1A}$, e et n :

$$\overline{S_3A'} = \frac{1}{n}\overline{S_3S_2} + \left(\frac{n}{\overline{S_2S_1} + n\overline{S_1A}}\right)^{-1}$$

$$\overline{S_3A'} = \frac{\overline{S_3S_2}}{n} + \frac{\overline{S_2S_1}}{n} + \overline{S_1A} = \overline{S_1A} - \frac{e}{n}$$

d. La distance $\overline{AA'}$ en fonction de e et n :

$$\overline{AA'} = \overline{AS_1} + \overline{S_1S_3} + \overline{S_3A'} = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

e. La nature de l'image A' de l'objet A

A' est une image virtuelle car $\overline{AA'} < \overline{AS_1}$

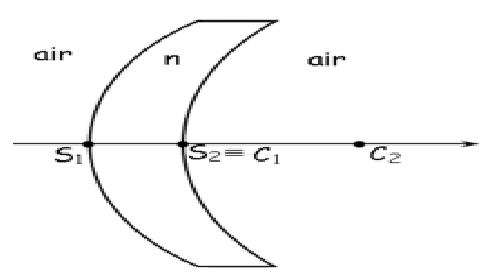
f. Application numérique : n = 4/3 et e = 4 cm.

$$\overline{AA'} = 4.10^{-2}\left(1 - \frac{3}{4}\right) = 10^{-2} m$$

<u>EXERCICE 3</u> :

n = 3/2, d'épaisseur et placé dans l'air d'indice 1.
On posera :

$$R = \overline{S_1C_1} = \overline{S_1S_2} = e = \frac{\overline{S_1C_2}}{2}$$



1. Les formules de conjugaison de position et de grandissement du 1er dioptre D_1 (S_1, C_1) avec origine au centre pour le couple de points (A, A_1).

$$(AB\,;1)\xrightarrow{D_1(S_1,C_1)}(A_1B_1;n)$$

$$\frac{1}{\overline{C_1A_1}}-\frac{n}{\overline{C_1A}}=\frac{1-n}{\overline{C_1S_1}}=\frac{n-1}{R} \qquad \text{et} \qquad \gamma_1=\frac{\overline{C_1A_1}}{\overline{C_1A}}$$

2. Les foyers objet F_1 et image F_1' et ses distances focales objet f_1 et image f_1' :

- **Positions des foyers F_1 et F_1' :**

$$A\equiv F_1 \to A_1 \text{ à } l'\infty \quad \Rightarrow \quad \overline{C_1F_1}=\frac{nR}{1-n}$$

AN : $\overline{C_1F_1}=-3R=\ -30\ cm$

$$A \text{ à } l'\infty \quad \to A_1\ \equiv F_1' \Rightarrow \quad \overline{C_1F_1'}=\frac{R}{n-1}$$

AN : $\overline{C_1F_1'}=2R=\ 20\ cm$

- **Les distances focales f_1 et f_1' :**

$$f_1=\overline{S_1F_1}=\overline{S_1C_1}=\overline{C_1F_1}=\overline{S_1S_2}=\overline{C_1F_1}=R+\frac{nR}{1-n}=\frac{R}{1-n}$$

$\Rightarrow \quad f_1=\frac{R}{1-n} \qquad$ AN : $f_1=-2R=\ -20cm$

$$f_1'=\overline{S_1F_1'}=\overline{S_1C_1}=\overline{C_1F_1'}=\overline{S_1S_2}=\overline{C_1F_1'}=R+\frac{R}{n-1}=\frac{nR}{n-1}$$

$\Rightarrow \quad f_1'=\frac{nR}{n-1} \qquad$ AN : $f_1'=3R=\ 30cm$

3. Les formules de conjugaison de position et de grandissement du 2ème dioptre D_2 (S_2, C_2) avec origine au sommet pour le couple de points (A_1, A').

$$(A_1B_1\,;n)\xrightarrow{D_2(S_2,C_2)}(A'B';1)$$

$$\frac{1}{\overline{S_2A_1}}-\frac{n}{\overline{S_2A'}}=\frac{1-n}{\overline{S_2C_2}}=\frac{n-1}{2R} \qquad \text{et} \qquad \gamma_2=\frac{n}{1}\frac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A_1}}$$

4. Les foyers objet F_2 et image F_2' et ses distances focales objet f_2 et image f_2'

- **Positions des foyers F_2 et F_2' :**

$$A_1\ \equiv F_2 \to A' \text{ à } l'\infty \quad \Rightarrow \quad \overline{S_2F_2}=\frac{2nR}{n-1}$$

AN : $\overline{S_2F_2}=6R=\ 60\ cm$

$$A_1\ \text{ à } l'\infty\ \to A'\equiv F_2' \quad \Rightarrow \quad \overline{S_2F_2'}=\frac{2R}{1-n}$$

AN : $\overline{S_2F_2'}=-4R=\ -40\ cm$

Les distances focales f_2 et f_2' :

$$f_2 = \overline{S_2F_2}$$

$\Rightarrow \quad f_2 = \frac{2nR}{n-1}$ AN : $f_2 = 60cm$

$$f_2' = \overline{S_2F_2'}$$

$\Rightarrow \quad f_2' = \frac{2R}{1-n}$ AN : $f_2' = -40cm$

5. Les formules de conjugaison de position et de grandissement du système (S) :

Formule de conjugaison du système :

On a :

D1 : $\frac{1}{\overline{C_1A_1}} - \frac{n}{\overline{C_1A}} = \frac{1-n}{\overline{C_1S_1}} = \frac{n-1}{R}$ ***éq(1)*** et **D2 :** $\frac{1}{\overline{S_2A_1}} - \frac{n}{\overline{S_2A'}} = \frac{1-n}{\overline{S_2C_2}} = \frac{n-1}{2R}$ ***éq(2)***

Or $C_1 \equiv S_2$ donc ***éq(1)*** $\Longleftrightarrow \quad \frac{1}{\overline{S_2A_1}} - \frac{n}{\overline{S_2A}} = \frac{n-1}{R}$ ***éq(3)***

$\Rightarrow$ n * (3) - (2) $\Longleftrightarrow \quad \frac{1}{\overline{S_2A'}} - \frac{n^2}{\overline{S_2A}} = \frac{n(n-1)}{R} - \frac{n-1}{2R} = \frac{(n-1)(2n-1)}{2R} = \frac{1}{2R}$

Donc la formule de conjugaison du système est :

$$\frac{1}{\overline{S_2A'}} - \frac{n^2}{\overline{S_2A}} = \frac{(n-1)(2n-1)}{2R}$$

Le grandissement du système :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \gamma_1\, \gamma_2 = \frac{\overline{C_1A_1}}{\overline{C_1A}} \frac{n}{1} \frac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A_1}} = n \frac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A}}$$

(car $C_1 \equiv S_2 \rightarrow \overline{C_1A_1} = \overline{S_2A_1}$)

$$\Rightarrow \qquad \gamma = n \frac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A}}$$

6. Position des foyers objet F et image F′ du système :

$$\frac{1}{\overline{S_2A'}} - \frac{n^2}{\overline{S_2A}} = \frac{(n-1)(2n-1)}{2R}$$

Foyer objet F :

$A \equiv F \rightarrow A'$ à $l'\infty \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\infty} - \frac{n^2}{\overline{S_2F}} = \frac{(n-1)(2n-1)}{2R} = \frac{1}{2R}$

$\Rightarrow \quad \overline{S_2F} = -2n^2R$ AN : $\overline{S_2F} = -45\ cm$

- **Foyer image F':**

A à $l'\infty \rightarrow A' \equiv F'$ ➔ $\frac{1}{\overline{S_2F'}} - \frac{n^2}{\infty} = \frac{(n-1)(2n-1)}{2R} = \frac{1}{2R}$

⇨ $\overline{S_2F'} = 2R$ AN : $\overline{S_2F'} = 20\ cm$

7. Position du centre optique O du système :

On a : $\frac{\overline{OS_1}}{\overline{OS_2}} = \frac{\overline{S_1C_1}}{\overline{S_2C_2}} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$ ➔ $2\overline{OS_1} = \overline{OS_2}$

Or $\overline{S_1S_2} = R = \overline{OS_2} - \overline{OS_1} = 2\overline{OS_1} - \overline{OS_1} = \overline{OS_1}$

⇨ $\overline{OS_1} = R$ AN : $\overline{OS_1} - 10\ cm$ et $\overline{OS_2} = -20\ cm$

8. Position des points principaux **H** et **H′** du système :

H et H′ sont tel que : $H \xrightarrow{Système} H'$ / $\gamma = 1$

$$\frac{1}{\overline{S_2H'}} - \frac{n^2}{\overline{S_2H}} = \frac{(n-1)(2n-1)}{2R} = \frac{1}{2R}$$

$$\gamma = n\frac{\overline{S_2H'}}{\overline{S_2H}} = 1 \quad ➔ \quad \overline{S_2H} = n\overline{S_2H'}$$

⇨ $\frac{1}{\overline{S_2H'}} - \frac{n^2}{n\overline{S_2H'}} = \frac{1}{2R}$ ➔ $\frac{1}{\overline{S_2H'}} - \frac{n}{\overline{S_2H'}} = \frac{1}{2R}$

⇨ $\overline{S_2H'} = 2R(1-n)$ et $\overline{S_2H} = 2nR(1-n)$

AN : $\overline{S_2H'} = -10\ cm$ et $\overline{S_2H} = -15\ cm$

9. Les distances focales objet f et image f ′ du système, donner sa nature ?

- **Méthode 1 :**

$f = \overline{HF} = \overline{HS_2} + \overline{S_2F}$ ➔ $f = \overline{S_2F} - \overline{S_2H}$

AN: $f = -30\ cm$

$f' = \overline{H'F'} = \overline{H'S_2} + \overline{S_2F'}$ ➔ $f' = \overline{S_2F'} - \overline{S_2H'}$

AN: $f' = 30\ cm$

- **Méthode 2:**

$$V = \frac{1}{f'} = \frac{n-1}{R} + \frac{1-n}{2R} - \frac{R(n-1)}{nR}\frac{(1-n)}{2R} = \frac{1}{2R} - \frac{1}{4R} + \frac{1}{12R} = \frac{1}{3R}$$

➔ $f' = 3R = 30\ cm$ et $f = -f' = -30\ cm$

- **<u>La nature du système :</u>**

On a $\boldsymbol{f' = 30\ cm > 0}$ ==> ***Système convergent***.