



المدرسة العليا للتربية والتكوين - أكادير
ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵜⴰⵎⴰⵏⴻⵔⴰⵢⵜ ⵜⴰⵏⴻⵙⴰⵢⵜ ⵜⴰⵖⴻⵔⴰⵏⵜ - ⵏⴰⵔⴰⵎⴰⵔ
ECOLE SUPÉRIEURE DE L'ÉDUCATION ET DE LA FORMATION - AGADIR

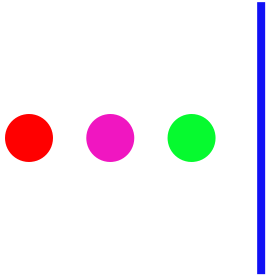
Cours d'optique géométrique

LEM - LEI

Semestre 2

Pr. OUACHA

Année universitaire 2019/2020



Chapitre III:

SYSTEMES OPTIQUES CENTRES

Chapitre III

SYSTEMES OPTIQUES CENTRES

- **Foyers et plans focaux**
 - Foyers principaux
 - Plans focaux
- **Systèmes dioptriques à foyers**
 - Plans et points principaux
 - Distances focales et vergence
- **Point nodaux**
- **Formules des systèmes centrés**
- **Association de deux systèmes centrés**



SYSTEMES OPTIQUES CENTRES

1- Définition :

Un système centré est constitué par des suites de milieux **transparents**, séparés par des **dioptries** (plans ou sphériques) et éventuellement des **miroirs**.

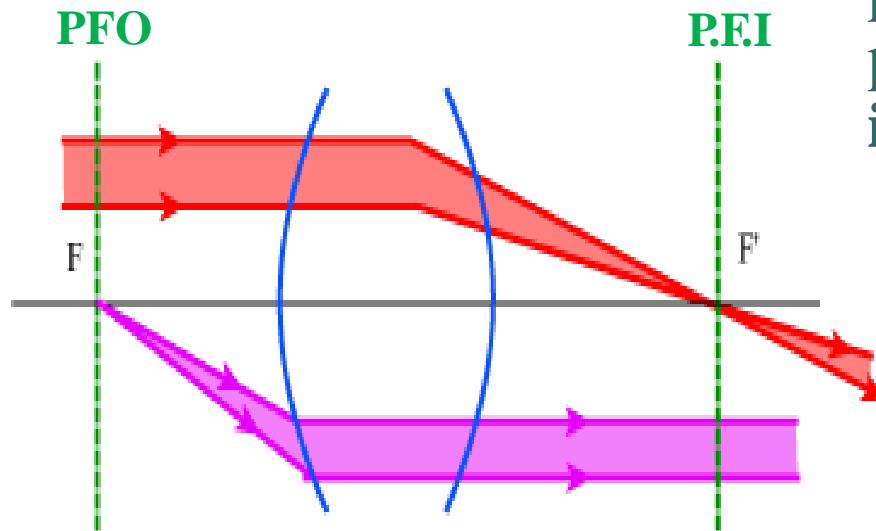
- ❖ **Systèmes centrés dioptriques:** ne contenant que des dioptries.
- ❖ **Systèmes centrés catadioptriques:** contenant des dioptries et des miroirs.
- ❖ **Systèmes centrés catoptriques:** ne contenant que des miroirs.

Un système centré est dit :

- **à foyers** : si les foyers principaux objet et image ne sont pas rejetés à l'infini;
- **afocal** : si les foyers principaux objet et image sont rejetés à l'infini.

2- Foyers et plans focaux

∴ Foyers principaux

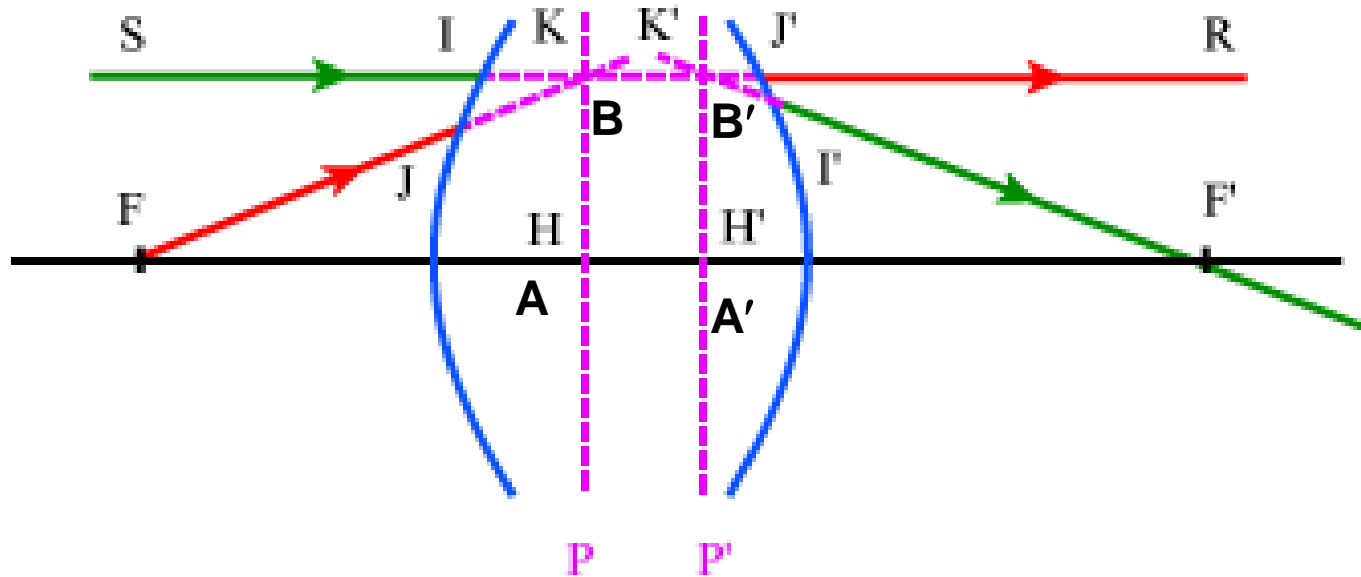


Un faisceau cylindrique incident parallèle à l'axe optique, émerge en passant par **F'** (foyer principal image).

Un faisceau de rayons lumineux, issus de **F**, émerge parallèlement à l'axe optique.

Rappel : Si **les foyers** objet et image sont à **distance finie**, le système est **à foyers**.

3- Points et Plans principaux



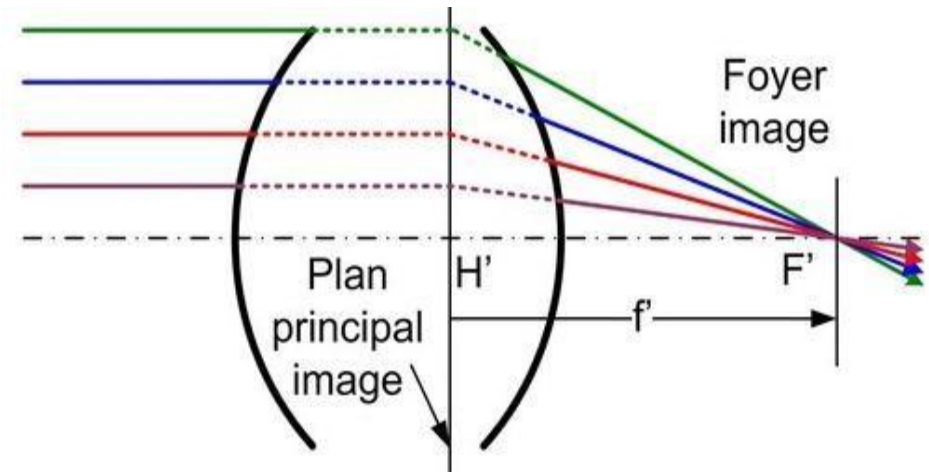
- Les plans principaux sont deux plans conjugués tel que le grandissement linéaire est égal à $+1$.

$$\gamma = \frac{\overline{H'K'}}{\overline{HK}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = +1$$

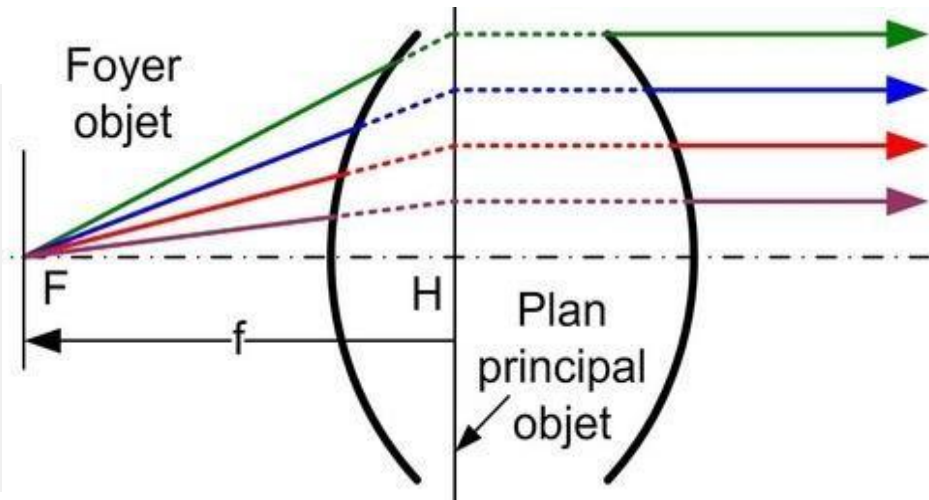
P est le plan principal objet
P' est le plan principal image.
H et **H'** sont les points principaux de l'axe du système centré.

∴ Plans principaux

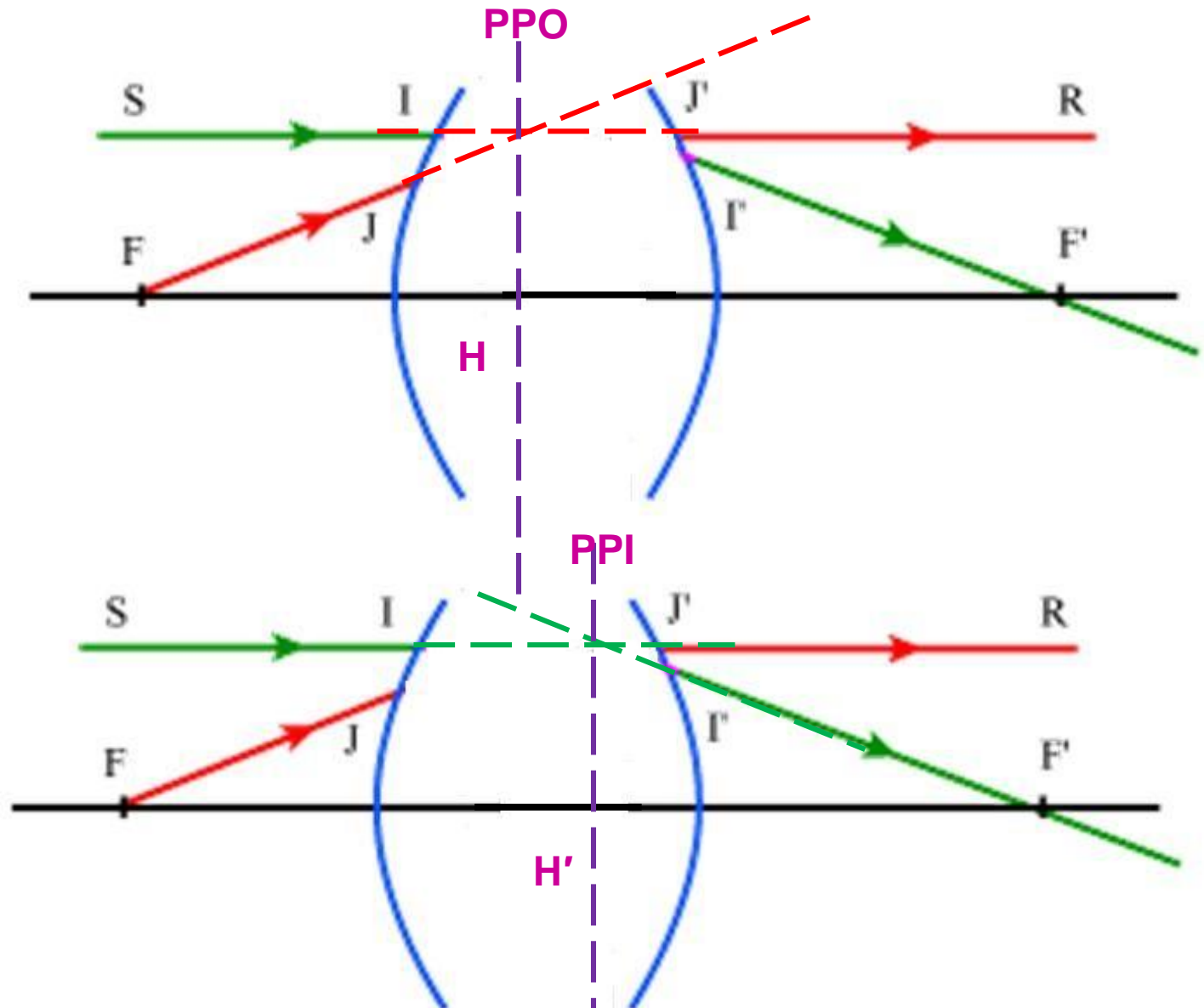
□ Le **plan principal image P'** est l'ensemble des points d'intersection des **incidents parallèles** à l'axe et des **émergents** correspondants **passant par F'** .



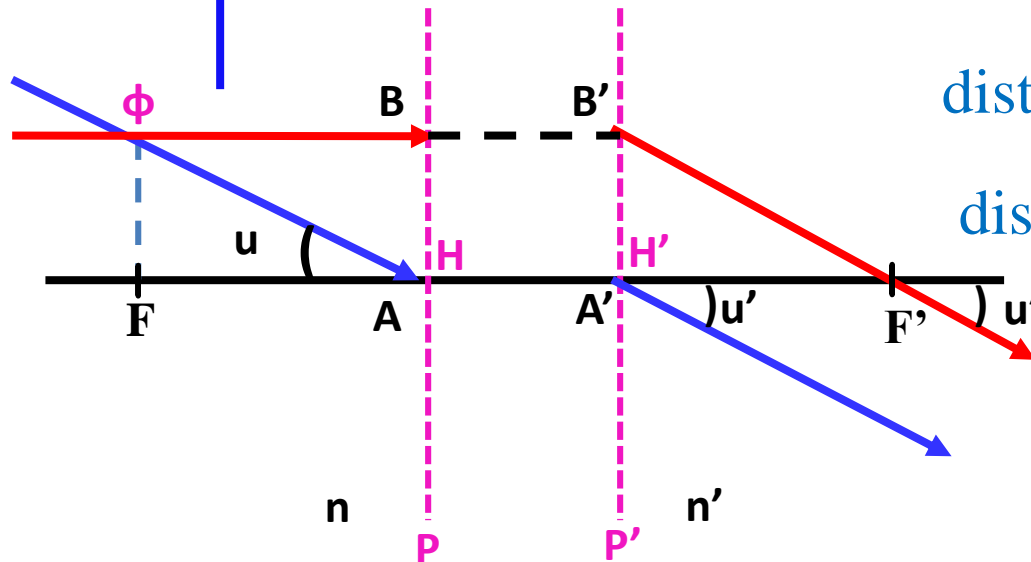
□ Le **plan principal objet P** est l'ensemble des points d'intersection des **incidents passant par F** et des **émergents** correspondants **parallèles** à l'axe.



Déterminer les plans principaux



4- Distances focales et vergence



distance focale objet $f = \overline{HF}$

distance focale image $f' = \overline{H'F'}$

$$u \approx \tan u = \frac{AB}{AF} ; \quad u' \approx \tan u' = -\frac{A'B'}{A'F'}$$

$$\text{Or; } n \cdot u \approx n' \cdot u' \Rightarrow n \cdot \frac{AB}{AF} = -n' \cdot \frac{A'B'}{A'F'} \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = -\frac{n}{n'} \cdot \frac{A'F'}{AF} = -\frac{n}{n'} \cdot \frac{H'F'}{HF}$$

$$\text{aussi } \gamma = \frac{A'B'}{AB} = +1 \Rightarrow \frac{H'F'}{HF} = \frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

• Les distances focales sont toujours de signe **contraires**.

Lorsque les milieux extrêmes sont identiques : $n = n' \Rightarrow H'F' = -HF$



∴ Vergence

La **vergence** donnée pour les dioptries sphériques est valable pour les systèmes centrés

$$V = \frac{n'}{\overline{H'F'}} = -\frac{n}{\overline{HF}} = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$$

Ce qui implique la relation entre les distances focales :

$$\frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$$

• Le système est dit **convergent** si $V > 0 \Rightarrow \overline{H'F'} > 0$

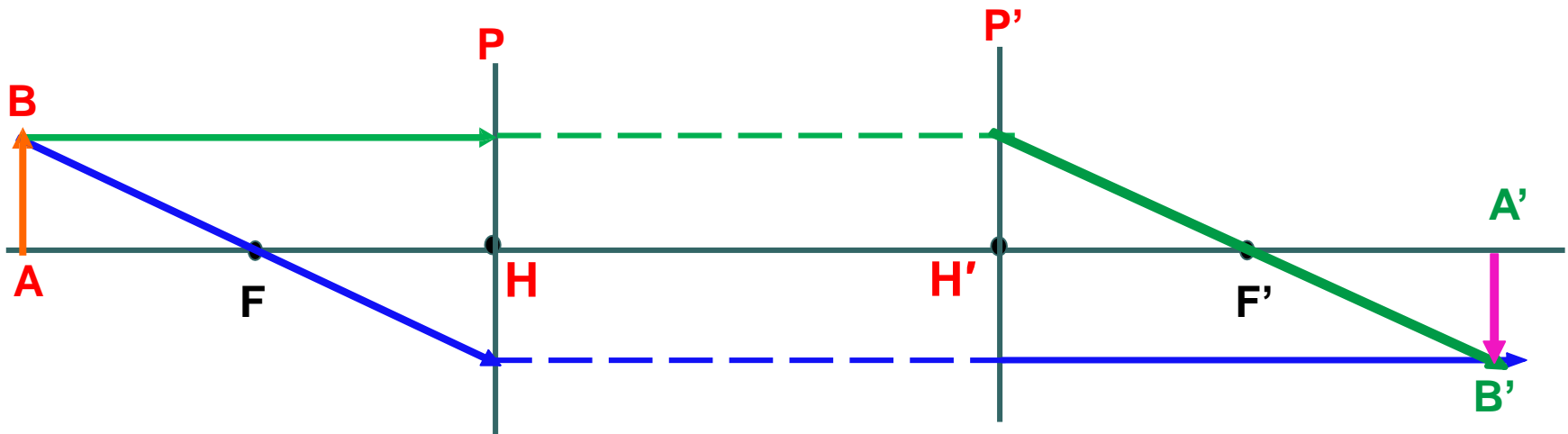
• Le système est dit **divergent** si $V < 0 \Rightarrow \overline{H'F'} < 0$

Construction de l'image d'un objet

Système centré convergent

- Placer les éléments cardinaux : F ; F' ; H et H' ($f = HF$ et $f' = H'F'$)
- Faire la construction avec les deux rayons particuliers (passant par F et // à l'axe)

- ❖ Tout rayon // à l'axe optique émerge du (SC) en passant par F' .
- ❖ Tout rayon passant par F ressort du (SC) // à l'axe optique.

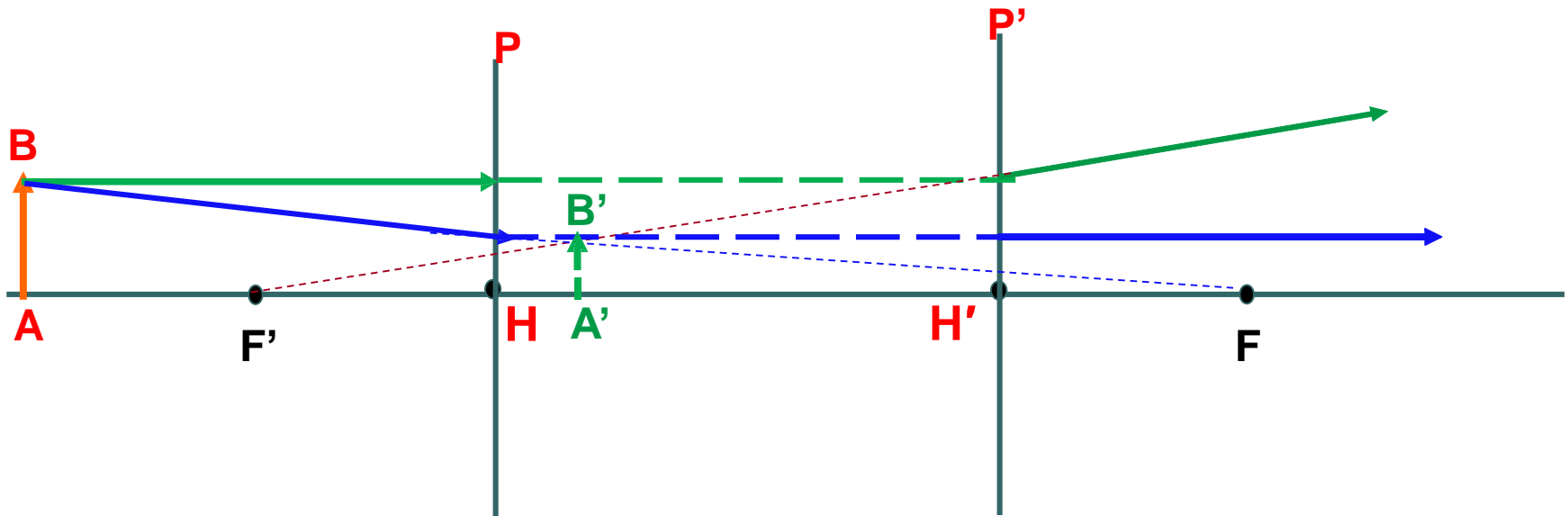




Construction de l'image d'un objet

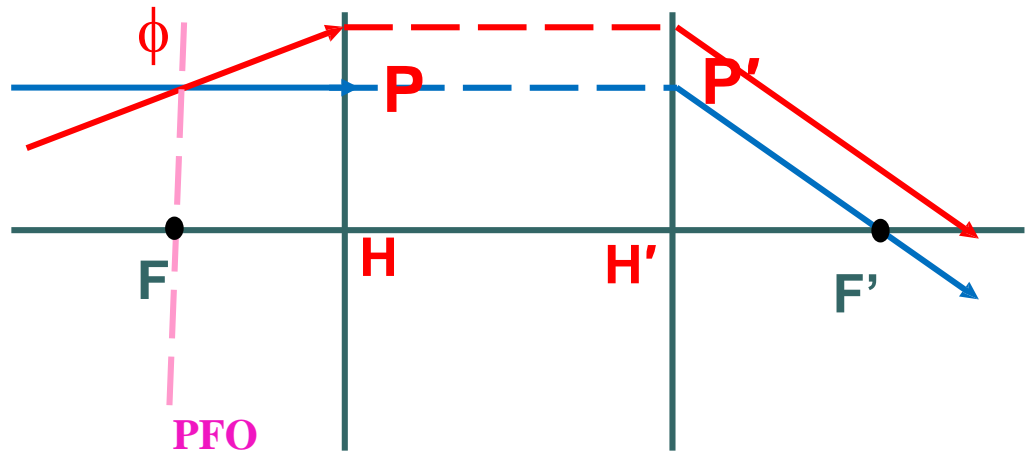
Système centré divergent

- ❖ Tout rayon // à l'axe optique émerge du (SC) en passant par F' .
- ❖ Tout rayon passant par F ressort du (SC) // à l'axe optique.

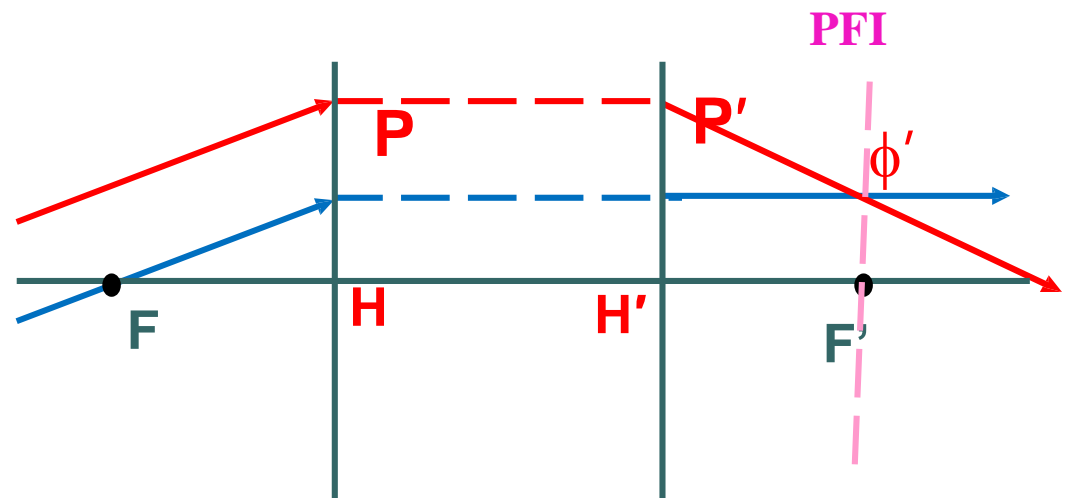


∴ Construction de l'émergent correspondant
à Un incident quelconque

a) En utilisant le foyer
secondaire **objet ϕ**

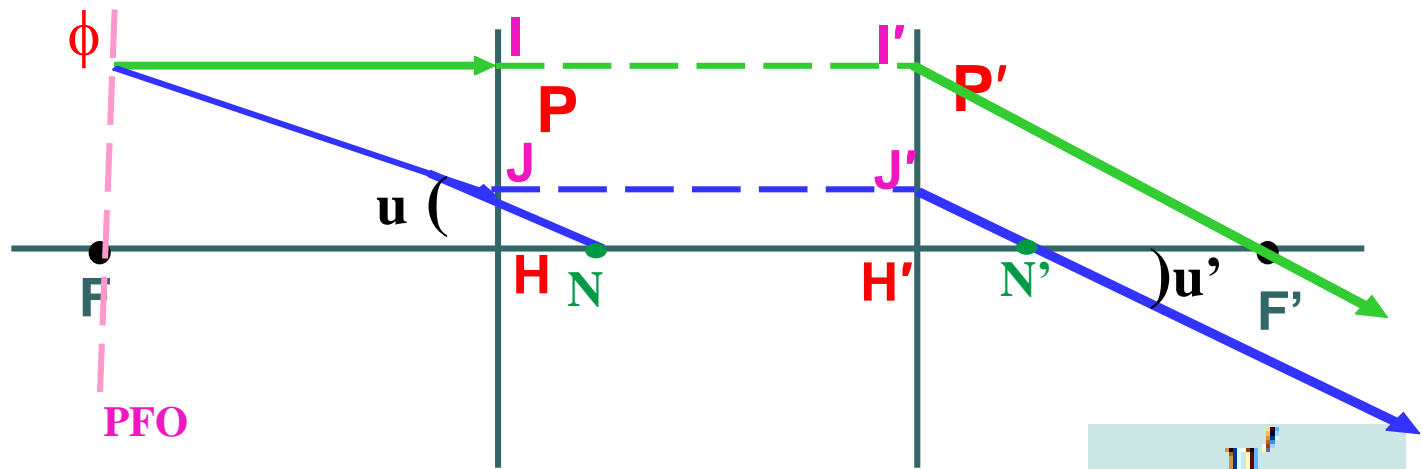


b) En utilisant le foyer
secondaire **image ϕ'**



6- Les points nodaux

- Les points nodaux N et N' sont deux points conjugués sur l'axe tels que à tout rayon incident passant par le point nodal N correspond un rayon émergent qui est lui et parallèle et passe par le point nodal image N' .
- N est un point fixe, N' l'est aussi.



Le grandissement angulaire:

$$G = \frac{u'}{u} = 1$$

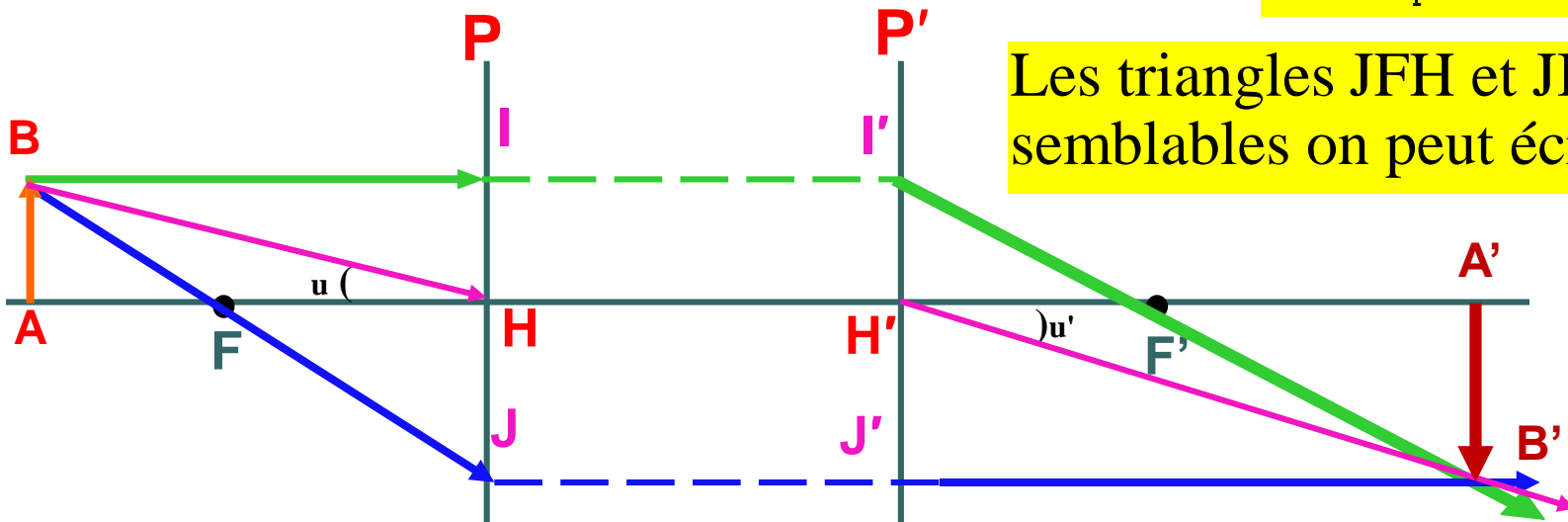
7- Formules des systèmes centrés

Origine aux points principaux

Formule de conjugaison

$$\overline{HA} = p \text{ et } \overline{H'A'} = p'$$

Les triangles JFH et JBI étant semblables on peut écrire



de même pour les triangles I'H'F' et I'J'B' on écrira:

$$\frac{\overline{JH}}{\overline{JI}} = \frac{\overline{HF}}{\overline{IB}} = \frac{\overline{HF}}{\overline{HA}} = \frac{f}{p}$$

$$\frac{\overline{H'I'}}{\overline{J'I'}} = \frac{\overline{HI}}{\overline{JI}} = \frac{\overline{H'F'}}{\overline{H'A'}} = \frac{f'}{p'}$$

$$\frac{\overline{JH} + \overline{HI}}{\overline{JI}} = 1 = \frac{f}{p} + \frac{f'}{p'}$$

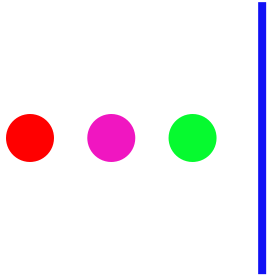
$$\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = 1$$

Or

$$\frac{f'}{f} = - \frac{n'}{n}$$

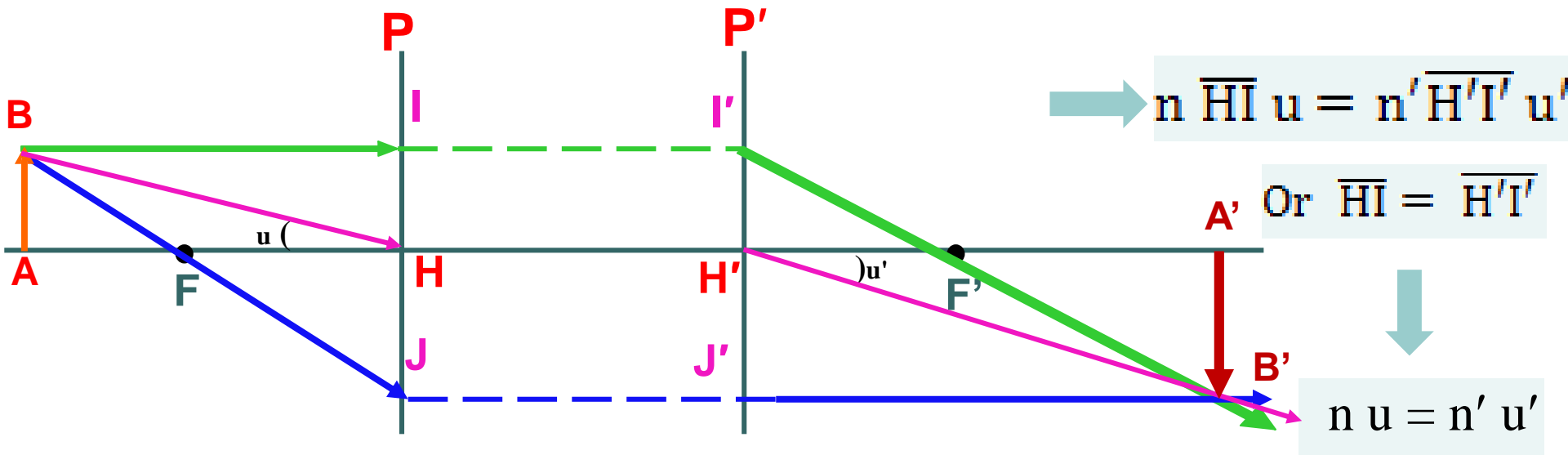


$$\frac{n'}{\overline{H'A'}} - \frac{n}{\overline{HA}} = V = \frac{n'}{f'}$$



\therefore Grandissement

On applique la formule de Lagrange-Helmholtz au couple HI , $H'I'$



Dans l'approximation de Gauss

$$u = \frac{\overline{AB}}{\overline{HA}} \quad u' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{H'A'}} \quad \Rightarrow \quad n \frac{\overline{AB}}{\overline{HA}} = n' \frac{\overline{A'B'}}{\overline{H'A'}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n}{n'} \frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}} = \gamma}$$



∴ Formules des systèmes centrés

$$f = \overline{HF}$$

$$f' = \overline{H'F'}$$

Relation de Descartes

$$\frac{f'}{\overline{H'A'}} + \frac{f}{\overline{HA}} = 1$$

Relations avec origine au points principaux

$$\frac{n'}{\overline{H'A'}} - \frac{n}{\overline{HA}} = V = \frac{n'}{f'} \quad \gamma = \frac{n}{n'} \frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}}$$

Relations avec origine aux foyers

$$\overline{FA} \overline{F'A'} = f f'$$

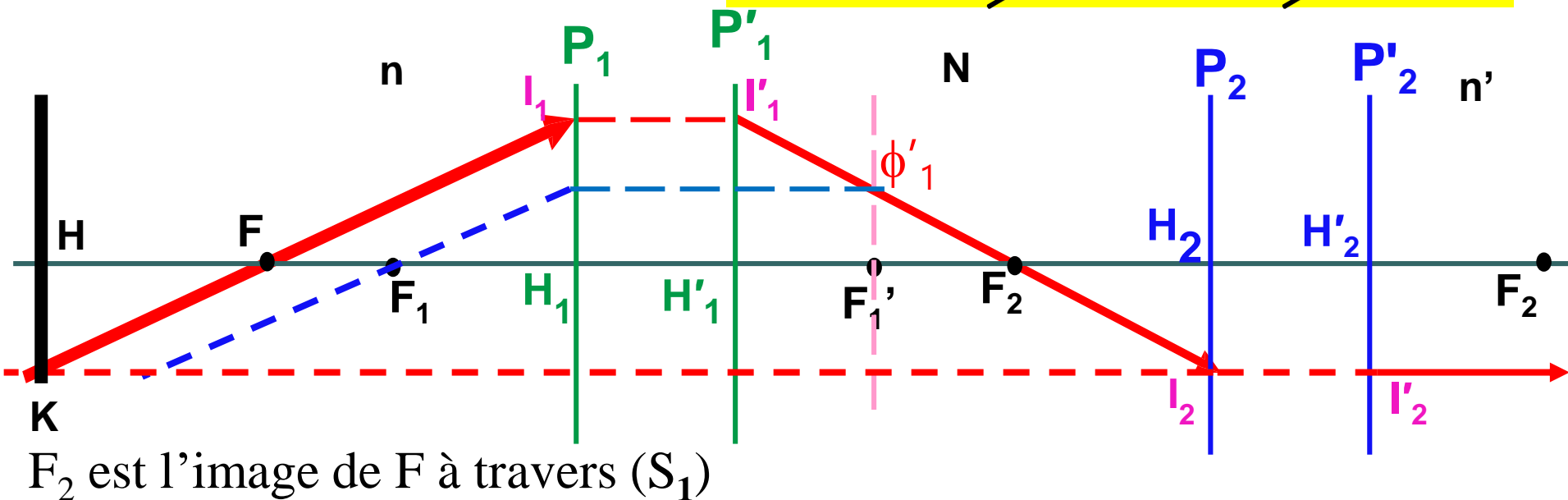
$$\gamma = - \frac{\overline{F'A'}}{f'} = - \frac{f}{\overline{FA}}$$

Association de deux systèmes centrés

Détermination du foyer objet

$$A \xrightarrow{(S_1)} A_1 \xrightarrow{(S_2)} A'$$

$$A \equiv F \xrightarrow{(S_1)} A_1 \equiv F_2 \xrightarrow{(S_2)} A' \rightarrow \infty$$

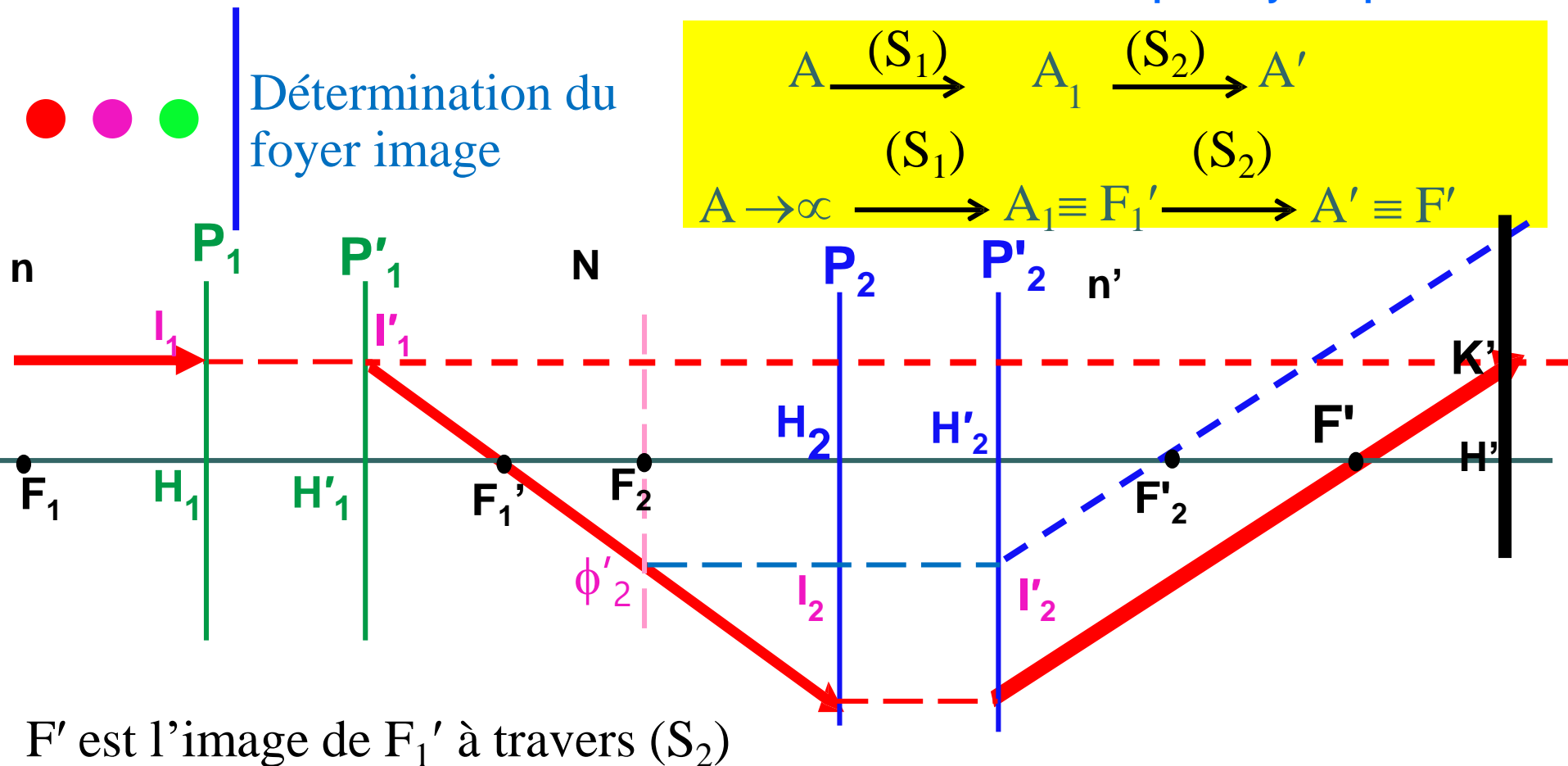


F_2 est l'image de F à travers (S_1)

Formule de Newton appliquée à S_1

$$\overline{F_1 F} \overline{F'_1 F_2} = f_1 f'_1$$

$\Rightarrow \overline{F_1 F} = \frac{f_1 f'_1}{\Delta}$ avec $\Delta = \overline{F'_1 F_2}$ appelé intervalle optique



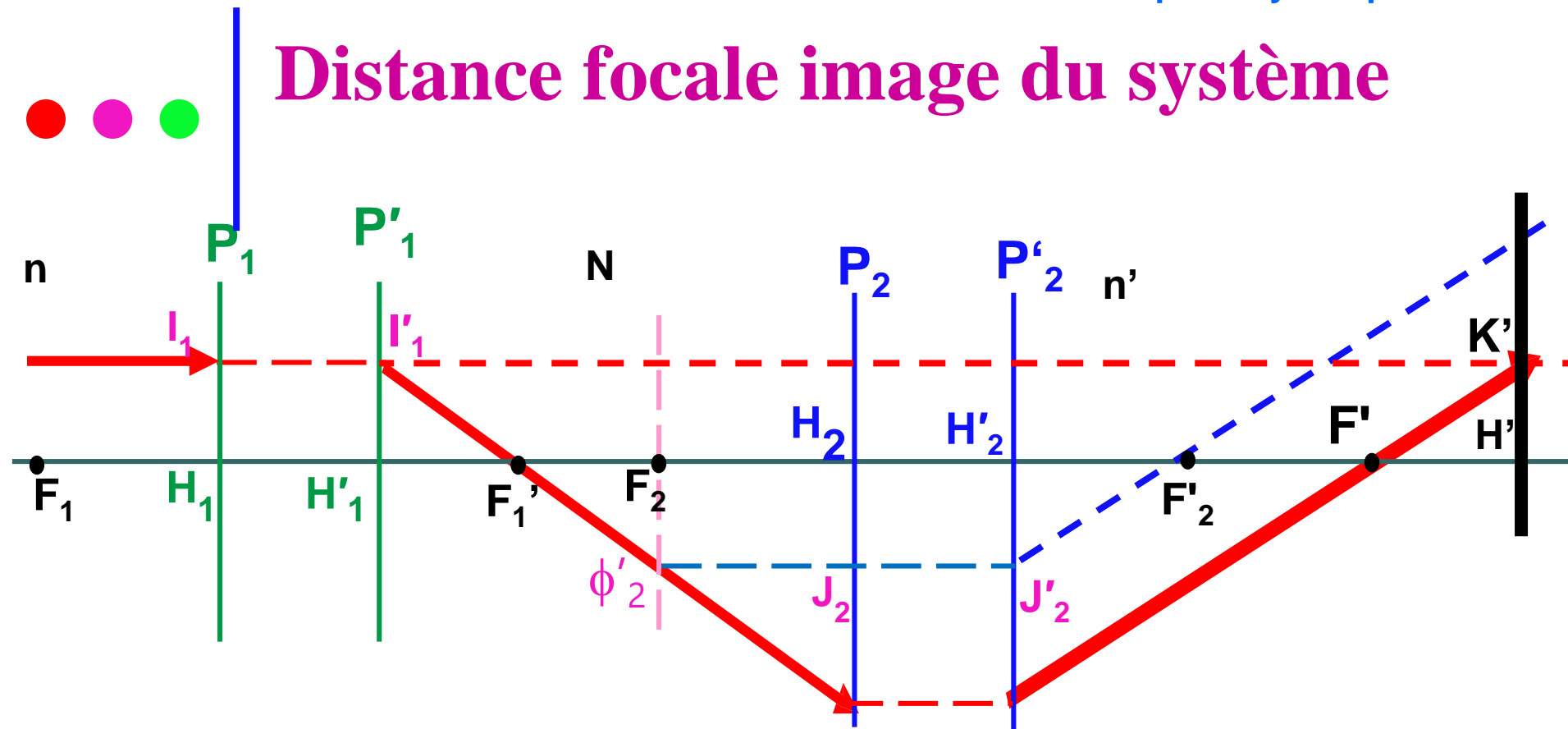
Formule de Newton appliquée à S_2

$$\overline{F_2 F'_1} \overline{F'_2 F'} = f_2 f'_2$$



$$\overline{F'_2 F'} = - \frac{f_2 f'_2}{\Delta}$$

Distance focale image du système

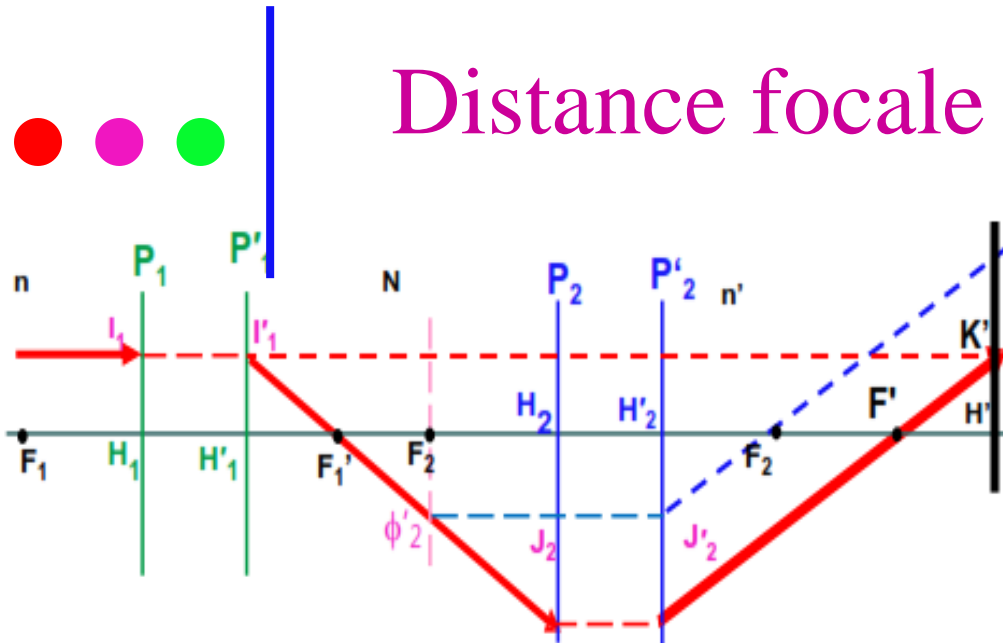


$$\frac{\overline{H'K'}}{\overline{H'_2J'_2}} = \frac{\overline{F'H'}}{\overline{F'_2H'_2}} = \frac{f'}{f'_2}$$

$$\frac{\overline{H'_1I'_1}}{\overline{F_2\emptyset_2}} = \frac{\overline{F'_1H'_1}}{\overline{F'_1F_2}} = -\frac{f'_1}{\Delta}$$

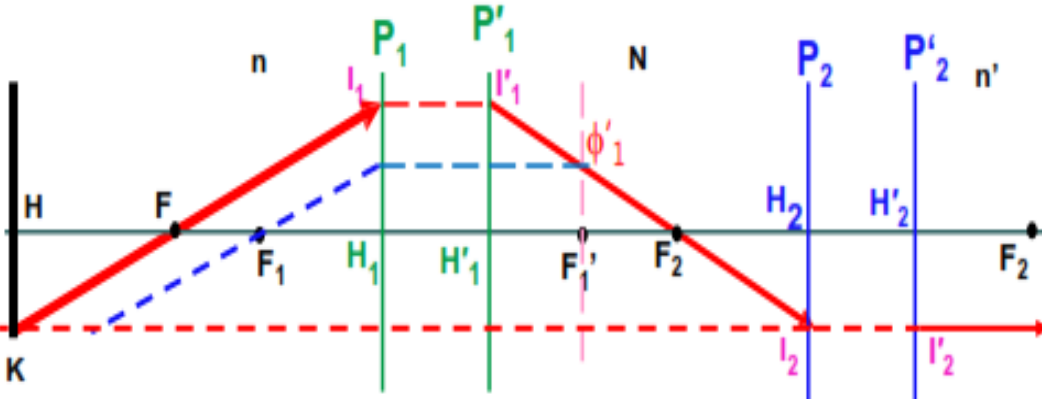
Or $\frac{\overline{H'_1I'_1}}{\overline{F_2\emptyset_2}} = \frac{\overline{H'K'}}{\overline{H'_2J'_2}} \Rightarrow \frac{f'}{f'_2} = -\frac{f'_1}{\Delta} \Rightarrow \boxed{f' = \overline{H'F'} = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}}$

Distance focale objet du système



Pour le calcul de f , on imagine un **changement de sens** de propagation de la lumière.


→ il suffit de remplacer f_2' par f_1 et f_1' par f_2 et Δ par $-\Delta$ dans l'expression de f'



$$f = \overline{HF} = \frac{f_1 f_2}{\Delta}$$

On a $\frac{f'}{f} = -\frac{f_1' f_2'}{f_1 f_2}$ Or $\frac{f_1'}{f_1} = -\frac{N}{n}$; $\frac{f_2'}{f_2} = -\frac{n'}{N}$ → $\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$

Vergence du système (Formule de Gullstrand)



$$V = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f} \xrightarrow{f' = \overline{H'F'} = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}} V = -\frac{n' \Delta}{f'_1 f'_2}$$

$$\Delta = \overline{F'_1 F_2} = \overline{F'_1 H'_1} + \overline{H'_1 H_2} + \overline{H_2 F_2} \longrightarrow \Delta = -f'_1 + e + f_2$$

$$\longrightarrow V = -\frac{n' \Delta}{f'_1 f'_2} = -\frac{n'(-f'_1 + e + f_2)}{f'_1 f'_2} = \frac{n'}{f'_2} - \frac{n' e}{f'_1 f'_2} - \frac{n' f_2}{f'_1 f'_2}$$

Or $\frac{f_2}{f'_2} = -\frac{N}{n'} \longrightarrow N = -\frac{n' f_2}{f'_2} \longrightarrow V = \frac{N}{f'_1} + \frac{n'}{f'_2} - \frac{N}{f'_1} \frac{n'}{f'_2} \frac{e}{N}$

$$\longrightarrow V = V_1 + V_2 - e \frac{V_1 V_2}{N} \quad \text{(Formule de Gullstrand)}$$

N : l'indice du milieu intermédiaire
n et n' : ceux des milieux extrêmes

avec $e = \overline{H'_1 H_2}$

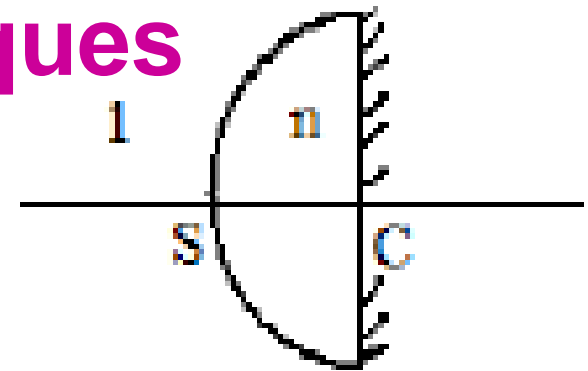


Systèmes catadioptriques

- ❖ De tels systèmes sont constitués par des dioptres et des miroirs. On montre qu'ils sont équivalents à un miroir de sommet Σ et de centre Ω tels que :
- ❖ Ω est l'image du centre C du miroir réel à travers le système dioptrique dans le sens de la lumière réfléchie;
- ❖ Σ est l'image du sommet S du miroir réel à travers le système dioptrique dans le sens de la lumière réfléchie.

Systèmes catadioptriques

Exemple :



Le centre du miroir plan (∞) a pour image Ω à travers le dioptre sphérique

$$\begin{array}{c} \infty \\ n \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} \Omega \\ 1 \end{array}$$

$$\frac{n}{\infty} - \frac{1}{\overline{S\Omega}} = \frac{n-1}{\overline{SC}}$$



$$\overline{S\Omega} = \frac{\overline{SC}}{n-1}$$

Le sommet du miroir plan C a pour image Ω à travers le dioptre sphérique

$$\begin{array}{c} C \\ n \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} \Sigma \\ 1 \end{array}$$

$$\frac{n}{\overline{SC}} - \frac{1}{\overline{S\Sigma}} = \frac{n-1}{\overline{SC}}$$



$$\frac{1}{\overline{S\Sigma}} = \frac{n}{\overline{SC}} - \frac{n-1}{\overline{SC}} = \frac{1}{\overline{SC}}$$



$$\overline{S\Sigma} = \overline{SC}$$

A retenir de ce troisième chapitre

Origine au

Formule de conjugaison

Grandissement transversal

Points principaux

$$\frac{n'}{H'A'} - \frac{n}{HA} = \frac{n'}{f'} = V$$

$$\frac{f}{HA} + \frac{f'}{H'A'} = 1$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n}{n'} \frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}}$$

Foyers

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = ff'$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{f}{FA} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$$

Points principaux : $H \rightarrow H' / \gamma = 1$ Points nodaux : $N \rightarrow N' / G = 1$ Points cardinaux H, H', F et F' :

$$\overline{F_1F} = \frac{f_1 f'_1}{\Delta}; \quad \overline{F'_2F'} = -\frac{f_2 f'_2}{\Delta}; \quad \overline{HF} = f = \frac{f_1 f_2}{\Delta}; \quad \overline{H'F'} = f' = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}$$

Distances focales: $\frac{\overline{HF}}{\overline{H'F'}} = \frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'}$

La vergence: $V = \frac{n'}{\overline{H'F'}} = -\frac{n}{\overline{HF}}$

Formule de Lagrange- Helmholtz $\Rightarrow G\gamma = \frac{n}{n'}$

Formule de Gullstrand: $V_s = V_{s_1} + V_{s_2} - \frac{e}{N} V_{s_1} V_{s_2}$