Ecole Supérieure de l'Education et de la Formation
Université IBN ZOHR
Agadir

Filières LEM et LEI
Semestre 2
2019-2020

Devoir $n°2$
Développements limités et applications
Responsable du Module : Mouna HADDADI

Exercice 1 :
Soit f l'application définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

$$x \mapsto \ln(1 + x + x^2)$$

1. Étudier la position du graphe de f par rapport à sa tangente en 0.
2. Étudier la position du graphe de f par rapport à sa tangente en 1.

Exercice 2 :

1. Ecrire le développement limité de $\dfrac{1}{1+x}$ au voisinage de 0, à l'ordre 3.
2. En déduire le développement limité de $\dfrac{1}{1+e^x}$ au voisinage de 0, à l'ordre 3.
3. Soit $\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}$. En utilisant ce qui précède, déterminer l'asymptote au graphe de f pour $x \to +\infty$.

Exercice 3 :
Soit f la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{1 + x + x^2}$

1. Déterminer le développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de 0.
2. En déduire l'équation de la tangente au point d'abscisse 0 et la position de la tangente par rapport à la courbe.
3. Déterminer une équation de l'asymptote en $+\infty$ ainsi que la position de cette asymptote par rapport à la courbe.

Exercice 4 :
Soit f l'application de $U =]-1, 1[\cup]1, +\infty[$ dans $\mathbb{R}$, définie pour tout $x \in U$ par :

$$f(x) = (x^2 - 1) \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$$

1. Donner le développement limité de f à l'ordre 3, dans un voisinage de 0.
   En déduire que le graphe de f admet une tangente (T) au point d'abscisse 0. Donner une équation cartésienne de (T) et préciser la position du graphe par rapport à (T).
2. En utilisant un développement asymptotique de f en $+\infty$, démontrer que le graphe de f admet une asymptote (A).
   Donner une équation cartésienne de (A) et préciser la position du graphe de f par rapport à (A).