Travaux dirigés
Série n°2

Exercice 1 :

Déterminer la nature (convergente ou divergente) et la valeur éventuelle des intégrales

1°) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \ln(1+\frac{1}{t^2})dt;$ 2°) $\displaystyle\int_{\frac{2}{\pi}}^{+\infty} \frac{\cos(\frac{1}{t})}{t^2\sqrt{\sin(\frac{1}{t})}}dt;$ 3°) $\displaystyle\int_0^{+\infty} t^3e^{-t}dt.$

Exercice 2 :

1°) Pour quels $n \in \mathbb{N}$, l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{dt}{(1+t^2)^n}$ existe-t-elle ?

2°) À l'aide d'une intégration par parties, exprimer I_{n+1} à l'aide de I_n, lorsque ces deux intégrales existent.

3°) Calculer I_n.

Exercice 3 :

1°) A l'aide du changement de variable $u = \sqrt{t^2+1}$, calculer

$$F(x) = \int_1^x \frac{dt}{t\sqrt{t^2+1}}$$

2°) Montrer que l'intégrale suivante

$$\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t\sqrt{t^2+1}}$$

Converge.

3°) Calculer la valeur de l'intégrale suivante

$$\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t\sqrt{t^2+1}}$$

Exercice 4 :

Soient a et b deux paramètres réels. Discuter selon leurs valeurs de la convergence de

$$\int_2^{+\infty} \frac{dt}{t^a(\ln(t))^b}$$

On pourra :

1°) Lorsque $a \neq 1$, utiliser les règles de Riemann (voir la cinquième Proposition du chapitre II).

2°) Lorsque $a = 1$, calculer explicitement $\displaystyle\int_2^n \frac{dt}{t(\ln(t))^b}$ pour n réel destiné à tendre vers $+\infty$.