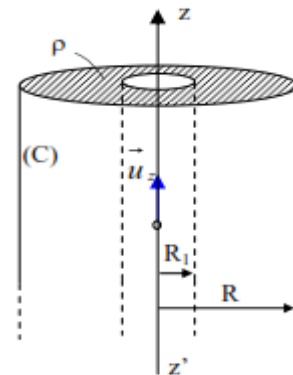


TD D'ÉLECTRICITÉ

Filières : LEESM, LEESI
Série N° : 3

EXERCICE : 1

Une couronne cylindrique (C) d'axe $Z'Z$ et de rayon intérieur R_1 et extérieur R de longueur infinie, porte une charge volumique répartie entre les surfaces de deux cylindres avec une densité constante $\rho > 0$ (Figure 2)



1. Précisez les invariances du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ et déterminer sa direction ?
2. En utilisant le théorème de Gauss, donner les expressions du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace :
 - a. $r \leq R_1$
 - b. $R_1 \leq r \leq R$
 - c. $r \geq R$
 - d. Le champ $\vec{E}(M)$ est-il continu à la traversée des deux surfaces de la couronne cylindrique (C) ?
3. On fait tendre $R_1 \rightarrow R$, la charge totale de la distribution volumique de la couronne cylindrique est alors répartie sur la surface d'un cylindre creux de longueur infinie et de rayon R . Soit σ la densité de charges du cylindre creux.
 - a. Exprimer σ en fonction de ρ , R_1 et R ?
 - b. Retrouver les expressions de $\vec{E}(M)$ créée par un cylindre creux ?
4. On se place maintenant dans le cas où $R_1 = 0$ et on suppose que le rayon R est négligeable devant la longueur du cylindre chargé. La charge totale de la distribution volumique peut être considérée répartie uniformément sur un fil infini. On désigne par λ la densité linéique du fil.
 - a. Exprimer λ en fonction de ρ et R ?
 - b. En déduire l'expression du champ $\vec{E}(M)$ créée par le fil ?
 - c. Retrouver $\vec{E}(M)$ créée par un fil de longueur infinie à partir du théorème de Gauss ?
 - d. En déduire l'expression du potentiel $V(M)$ créée par le fil infini à une constante additive près qu'on notera K ?

EXERCICE : 2

Une sphère de rayon R portant une densité volumique uniforme de charge ρ (constante).

1. Déterminer la charge totale de la sphère Q ?
2. Calculer son énergie électrostatique en utilisant la relation :

$$w = \iiint \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 d\tau$$

On donne : $d\tau = r^2 \sin \theta d\varphi d\theta dr$ en coordonnées sphériques.

EXERCICE : 3

On considère deux fils rectilignes, de longueurs infinies, portant des distributions linéiques de charges de densités constantes $+\lambda$ et $-\lambda$ ($\lambda > 0$). Ces deux fils sont parallèles entre eux et perpendiculaire au plan (Oxy). On désigne par A(-a/2, 0) et B(+a/2, 0) les intersections respectives du fil chargé $(-\lambda)$ et celui chargé à $(+\lambda)$ avec le plan (Oxy).

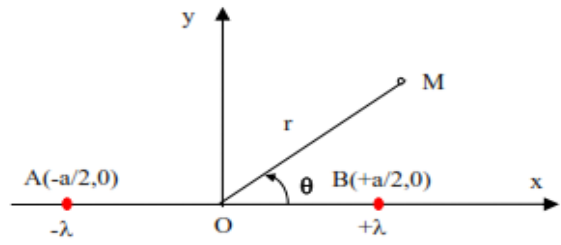


Figure 2

L'origine O du repère (Oxy) est le milieu de AB (AB = a), (Figure 2). Soit M un point du plan (Oxy) repéré en coordonnées polaires par (r, θ) avec $r = OM$ et $\theta = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OM})$.

On désigne par $V(M)$ et $\vec{E}(M)$ respectivement le potentiel et le champ électrostatique créés par les deux fils en un point M très éloigné des fils : $r \gg a$.

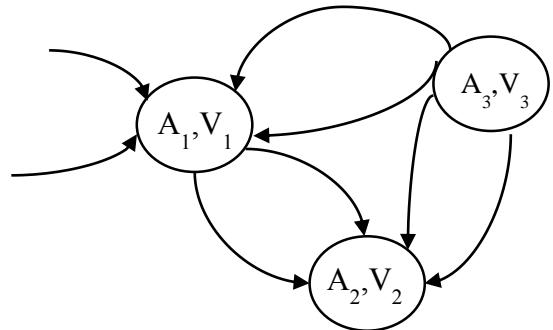
1. En utilisant les résultats de **Ex 1- 4- d)**, donner les expressions du potentiel $V_{-\lambda}(M)$ créés par le fil en A et du potentiel $V_{+\lambda}(M)$ créée par le fil en B (à constante additive près).
2. Sachant que le point O est pris comme origine du potentiel : $V(O) = 0$, en déduire l'expression du potentiel $V(M)$ créée par les deux fils ?
3. Dans le cadre de l'approximation dipolaire ($r \gg a$), exprimer les distance AM et BM en fonction de r, a et θ ?
4. Montrer que : $V(M) = \frac{\lambda a \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 r}$
5. Montre que les deux fils chargés se comportent comme un dipôle électrostatique isolé dont on précisera le moment dipolaire \vec{p} ?
6. En déduire les composantes radiale et orthoradiale du champ électrostatique $\vec{E}(M)$, son module et sa direction ?

On donne : * $\vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{u}_z$ où $f(r, \theta, z)$ est une fonction scalaire
 * pour $x \ll 1$, $\text{Log}(1+x) \cong x$ (au 1^{er} ordre)

EXERCICE : 4

Soient trois conducteurs A_1 , A_2 et A_3 en équilibre électrostatique ayant les potentiels respectif V_1 , V_2 et V_3 . La condition des lignes de champ est donnée sur la figure . On prend $V(\infty)=0$

1. Comparer les potentiels V_1 , V_2 et V_3 ?
2. Donner les signes de V_1 , V_2 et V_3 ?
3. Peut- ou avoir des lignes de champ qui commencent en A_2 et qui partent vers l'infini ?



EXERCICE : 5

On charge un condensateur de capacité C sous une différence de potentiel V_0 . Puis, ce condensateur étant isolé on le relie à un condensateur de capacité C' initialement neutre.

1. Calculer les charge portées par chacun des condensateurs en fonction de C , C' et V_0 ?
2. Calculer la différence de potentiel V aux bornes de C et C' en fonction de C , C' et V_0 ?