UNIVERSITE IBN ZOHR
Ecole Supérieur de l'Education et de la Formation - Agadir
ESEFA

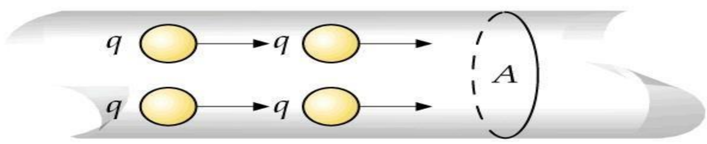
Année universitaire
2019 / 2020
Semestre 2

Partie II

Chapitre I : COURANT ET RESISTANCE ELECTRIQUE

I-1 Notion du courant électrique

Nous avons vu en électrostatique qu'il était possible d'électriser un matériau (A), par différents moyens (frottement, chauffage…). Si l'on met ensuite ce conducteur de charge Q_A en contact avec un autre matériau (B), le deuxième devient à son tour électrisé, c'est à dire qu'il a acquis une certaine charge Q_B. Cela signifie que lors du contact des charges se sont déplacées de l'un vers l'autre (de A vers B). Ce déplacement de charges est appelé ″courant électrique″ et on peut définir alo



Où les unités sont les Ampères (symbole A). La définition précédante de I ne nous renseigne pas sur son signe, il faut choisir une convention.

Exemple : soit (Q_A >0) la charge du conducteur initialement chargé (A). On a affaire ici à une décharge de (A) vers (B). Si l'on désire compter positivement le courant de (A) vers (B) il faut mettre un signe moins à l'expression ci-dessus. $I = -\frac{dQ}{dt}$

Nous appellerons ligne de courant la trajectoire d'un porteur de charge libre. Cette trajectoire étant orientée dans le sens du mouvement.

I-2 Densité et intensité de courant électrique

I-2-1 Vecteur densité de courant

Soit $\vec{V}$ la vitesse à un instant donné d'un porteur de charge q, en un point N où le nombre de porteur de charge par unité de volume est n ; nous appellerons le vecteur densité de courant $\vec{j}$ le vecteur :

$$\vec{j} = n\,q\,\vec{V} = \rho_N \vec{V}$$

où ρ_N est la densité volumique de porteur de charge au point N.

Suivant le matériau, les porteurs de charges responsables du courant peuvent être différents. Dans un métal, ce sont des électrons, dits de conduction. Dans un gaz constitué de particules ionisées, un plasma, ou bien dans un électrolyte, il peut y avoir plusieurs espèces chargées en présence. En toute généralité, on doit donc définir la densité locale de courant de la forme :

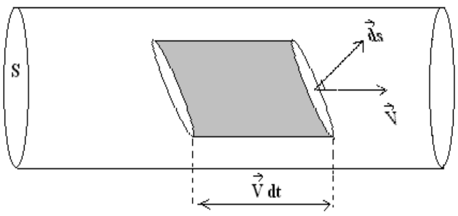
$$\vec{j} = \sum_{\alpha} n_{\alpha}\, q_{\alpha} . \vec{V}_{\alpha}$$

où l'on fait une sommation sur toutes les éspèces (électrons et ions) en présence. Dans le cas particulier d'un cristal composé d'ions immobiles (dans le référentiel du laboratoire) et d'électrons en mouvement, on a : $\vec{j} = -n_e\, e . \vec{V}_e$

où e est la charge élémentaire et n_e la densité locale d'électrons libres. La densité de courant (donc le sens attribué à I) est ainsi dans le sens contraire du déplacement réel des électrons.

I-2-2 Intensité de courant

On appelle intensité **I** d'un courant électrique à travers une surface S le flux, à travers cette surface, du vecteur densité de courant $\vec{j}$: $I = \iint_S \vec{j} . \vec{ds}$



Plaçons nous dans le cas d'un seul type de porteurs de charges et calculons la quantité $(I dt)$ pour une surface S d'un fil conducteur dans lequel se trouve (n) porteurs de charges q, animés d'une vitesse V. Pendant un instant (dt) ces charges parcourent une distance $\vec{V}\, dt$. Soit $\vec{ds}$ un élément infinitésimale de surface mesuré sur la section du fil, orienté dans une direction arbitraire : $I\, dt = \iint_S \vec{j} . \vec{ds}\; dt = \iint_S n\, q\, \vec{V}\, dt . \vec{ds}$

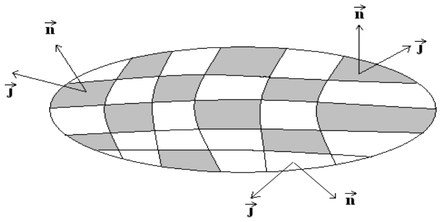
Or $\vec{V}\, dt . \vec{ds}$ est le volume du petit cylindre oblique de base ds et de génératrice $V\, dt$. Alors $n\, q\, \vec{V} dt\, \vec{ds}$ est la quantité de charges électriques mobiles contenue dans ce cylindre. Mais d'autre part, les charges qui traversent la surface ds pendant le temps dt sont celles situées à une distance de ds inférieure ou égale à $V\, dt$; c'est à dire les charges contenues dans le petit cylindre oblique.

La quantité $I dt$ est la quantité de charges qui traverse la surface S entre les instants t et $t + dt$:

$$dQ = I\, dt \quad \text{où} \quad I = \frac{dQ}{dt}$$

Unité : $[I] = \left[\frac{\text{Coulomb}}{\text{Seconde}}\right] = [\text{Ampère}]$

I-2-3 La conservation des charges



Soit S une surface fermée entourant un volume τ d'un conducteur. Supposons que la charge volumique ρ soit une fonction de temps. Pendant un intervalle de temps dt, la variation de la charge qui en résulte dans un volume élémentaire dτ, s'écrit :

$$dq = \frac{\partial \rho}{\partial t} dt\, d\tau$$

d'où la variation de charge pour le volume τ : $q = \int_\tau \frac{\partial \rho}{\partial t} dt\, d\tau$

Par ailleurs, l'intensité du courant traversant un élément de surface d*S* est :

$$dI = \vec{j} \bullet d\vec{S} = \vec{j} \bullet \vec{n}\, dS$$

où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire de la normale sortante. La charge totale transférée pendant le même intervalle de temps est donc : $q' = dt \int_S \vec{j} \bullet \vec{n}\, dS$

ce qui s'écrit, d'après le théorème d'Ostrograsky : $q' = dt \int_\tau div\, \vec{j}\, d\tau$

La loi de conservation de la charge pour un système isolé entraîne que : $q' + q = 0$

alors $$\int_\tau \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau + \int_\tau div\, \vec{j}\, d\tau = 0$$

Cela étant vrai pour tout volume (τ), on en déduit que : $$div\, \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

Cette équation constitue l'équation de continuité, qui régit tout phénomène de transfert de charges. Elle traduit l'idée que dans un circuit, il ne peut y avoir d'accumulation de charges, ni de courant : c'est la formulation locale de la loi de conservation de la charge électrique.

<u>Remarque</u> :
Un régime est dit stationnaire (permanent) si la distribution des charges et des courants est indépendante du temps. Par conséquent $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. *Autrement dit, la charge contenue dans le volume dτ est renouvelée par le passage du courant, sans aucune variation de la charge volumique. C'est le cas du courant continu. L'équation de continuité s'écrit :* $div\, \vec{j} = 0$. *Cette*

relation équivalente à $\iint_S \vec{j}.\vec{ds} = 0$ *exprime que le flux I de la densité de courant* $\vec{j}$ *est conservatif.*

I-3 La loi d'Ohm microscopique

Soit un matériau conducteur comportant des ions positifs fixes ⊕ et des électrons libres de se déplacer. Si le système est en équilibre : $I = 0$ et $\vec{E} = 0$ alors le potentiel est constant.

Admettons que $\vec{E} = \vec{Cte}$ sur une portion du matériau. Les électrons sont soumis à la force de coulomb $\vec{F}$: $\vec{F} = q\vec{E} = c^{ste}$ or $\vec{F} = m\vec{\psi} \Rightarrow \vec{\psi} = \vec{Cte} \Rightarrow \vec{V}$ est croissante (non borné)

Mais, expérimentalement on constate que I est fini, par conséquent j est fini car $I = js$ et $j = nqV$ alors V est aussi finie. Donc il y a une contradiction ($\vec{\psi} = \vec{Cte}$ et $\vec{V}$ croissante).

Les électrons ne se déplacent donc pas librement à l'intérieur du conducteur, car ils sont freinés par des collisions avec les impuretés contenues dans celui-ci. Donc les électrons ont une vitesse limitée à l'intérieur du conducteur.

Une hypothèse plus simple pour expliquer cette valeur limite de la vitesse consiste à traduire ces collisions par une force de frottement f proportionnelle à la vitesse (moyenne) $\vec{V}$ des électrons ($f = -k\vec{V}$). La relation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$m\frac{d\vec{V}}{dt} = q\vec{E} - k\vec{V}$$

Cette équation montre qu'en régime permanent (stationnaire, mais non statique), la charge q atteint une vitesse limite $\vec{V} = \mu\vec{E}$ où $\mu = q/k$ est appelé la **mobilité** des charges. Or $\vec{j} = nq\vec{V}$

donc $$\vec{j} = \gamma\vec{E} \qquad \text{avec } \gamma = nq\mu$$

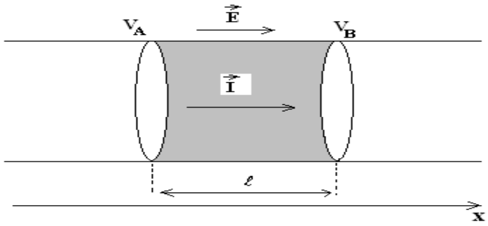
Le coefficient de proportionnalité γ est appelé la **conductivité** du milieu. On définit également la résistivité du milieu : $\eta = 1/\gamma$. La conductivité est une grandeur locale positive, dépendant uniquement des propriétés du matériau.

Remarque :

Cette loi implique que les lignes de champ électrostatique sont également des lignes de courant, indiquant donc le chemin pris par les charges électriques. Par ailleurs, comme γ est positive, cela implique que le courant s'écoule dans la direction des potentiels décroissants.

I-4 Résistance d'un conducteur : loi d'Ohm macroscopique

Considérons une portion AB de longueur ℓ d'un conducteur parcouru par un courant I. S'il existe un courant, cela signifie qu'il y a une chute de potentiel entre A et B :



$dV = -E\,dx \Rightarrow U = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl}$. On définit alors la résistance de cette portion par :

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl}}{\iint_S \gamma\,\vec{E}\cdot\vec{ds}}$$

où l'unité est l'Ohm (symbol Ω). Dans le cas simple d'un conducteur filiforme de section S où sur une longueur ℓ le champ électrostatique est uniforme, on obtient le lien entre la résistance d'un conducteur (propriété macroscopique) et sa résistivité (propriété microscopique) :

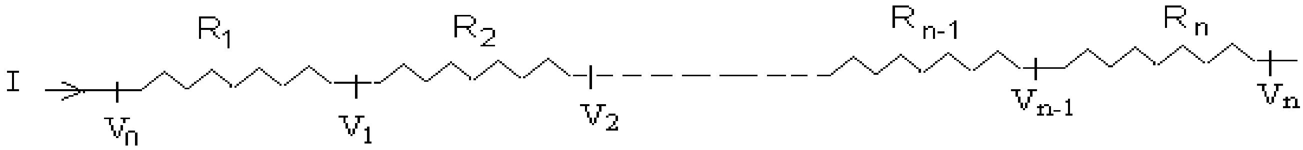
$$U = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}.\vec{dl} = E\ell\ , \quad \textbf{Or}\ \ j = \gamma E \ \ \text{et} \ \ I = jS \ \ \textbf{alors :}\ U = V_A - V_B = \frac{\ell}{\gamma S} I = RI$$

avec $\quad R = \dfrac{\ell}{\gamma S} = \eta \dfrac{\ell}{S}$

Unités : $\quad R = \dfrac{V_A - V_B}{I} \Rightarrow \dfrac{[\text{Volt}]}{[\text{Ampère}]} = [\text{Ohm}]\ (\Omega), \qquad \eta = R\dfrac{S}{\ell} \Rightarrow \dfrac{\Omega\,m^2}{m} = \Omega\,m$

I.4.1 Résistances en séries

Soient n résistances R_i mises bout à bout dans un circuit et parcourues par un courant I. La différence de potentiel aux bornes de la chaîne de résistances est simplement la somme des différences de potentiels entre les bornes de chaque résistance :



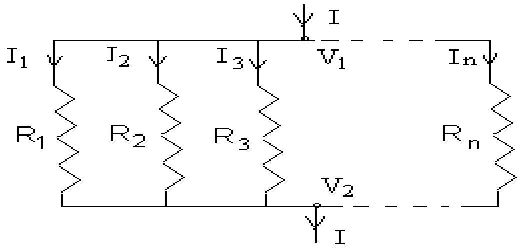
$$U = (V_0 - V_1) + (V_1 - V_2) + \cdots + (V_{n-1} - V_n) = R_1 I + R_2 I + \cdots + R_n I$$

c'est à dire analogue à celle obtenue par une résistance unique dont la valeur est :

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

I.4.2 Résistances en parallèles

Soient n résistances mises en parallèles sous une tension $U = V_1 - V_2$ et alimentées par un courant I. Le courant se sépare alors en n courants dans chacune des n branches : $I_i = \frac{U}{R_i}$. En vertu de la conservation du courant,



on a : $I = \sum_{i=1}^{n} I_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{U}{R_i} = \frac{U}{R}$. C'est à dire que l'ensemble des n branches est analogue à une résistance équivalente en série :

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$