Partie II

Chapitre III : LES LOIS ET THEOREMES REGISSANT LES CIRCUITS ELECTRIQUES

III.1 lois de Kirchhoff

Les lois de l'électrocinétique, connues sous le nom de lois de Kirchhoff, sont en effet de simples lois de conservation. Elles sont utiles à la résolution des circuits à courant continu.

III-1-1 Lois des nœuds (Conservation du courant)

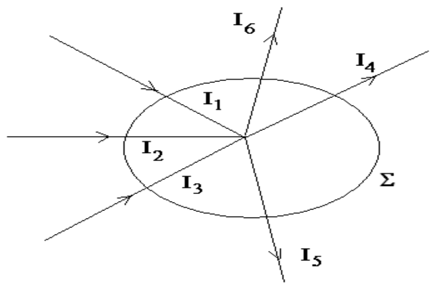
Soit un nœud quelconque du circuit sur lequel arrive un certain nombre de fils. Sur chacun de ces fils, circule un courant. En régime permanent, la conservation de la charge électrique se traduit par la conservation du courant : en aucun point du circuit il ne peut y avoir accumulation (ou perte) de charges. Cela signifie donc que l'ensemble des courants entrants componse exactement les courants sortants :

$$div\,\vec{j} = 0$$

$$\oiint_{\Sigma} \vec{j}.\vec{ds} = 0$$

$$\oiint_{\Sigma} \overrightarrow{j_{entrant}}.\vec{ds} + \oiint_{\Sigma} \overrightarrow{j_{sortant}}.\vec{ds} = 0$$

$$-I_{entrant} + I_{sortant} = 0$$

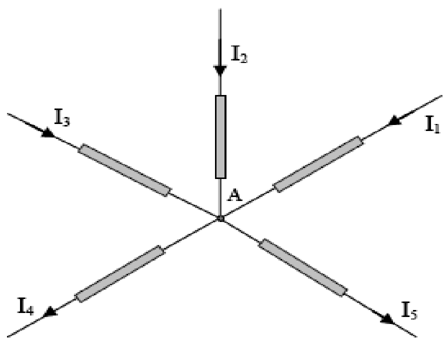


Remarque :

Lois des nœuds : La somme des intensités des courants qui arrivent en un nœud est égale à la somme des intensités qui partent de ce nœud. On écrit aussi : $\sum_i I_{entrant} = \sum_j I_{Sortant}$

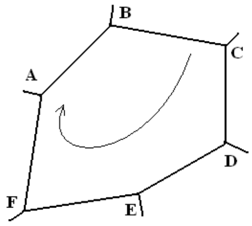
Exemple :

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$
$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$



III-1-2 Loi des mailles (Conservation de l'énergie)

Une maille est un circuit fermé pris dans le réseau (Figure). Si l'on choisit un sens de parcourt sur la maille, la somme de toutes les différences de potentiels est nulles lorsqu'un tour complet a été effectué.



$$(V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_E) + (V_E - V_F) = 0$$

Pour un circuit fermé quelconque la loi d'Ohm s'écrit :

$$\boxed{\pm \sum_i e_i \pm \sum_j e'_j \pm \sum_k R_k I_k = 0}$$

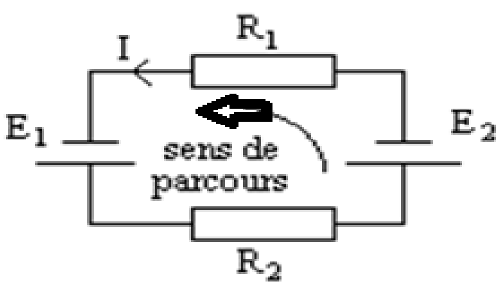
Suivant le sens de parcourt choisi, nous avons les conventions suivantes :

$+e_i$	**Si on rentre du côté (+) du générateur.**
$-e_i$	**Si on rentre du côté (-) du générateur.**
$+e'_j$	**Si on rentre du côté (+) du récepteur.**
$-e'_j$	**Si on rentre du côté (-) du récepteur.**
$+R_k I_k$	**Si le sens de I_k est le même que le sens de parcourt.**
$-R_k I_k$	**Si le sens de I_k est opposé au sens de parcourt.**

Exemple :

$$R_1 I - E_1 + R_2 I + E_2 = 0$$

$$R_1 I + R_2 I = E_1 - E_2$$



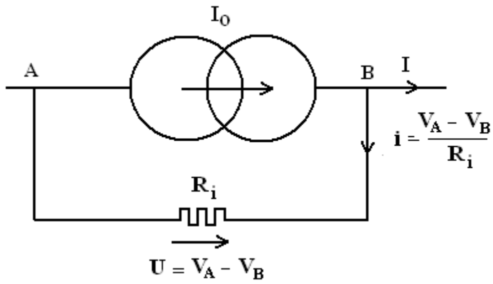
III-2 Le théorème de Thévenin

Enoncé : tout réseau linéaire compris entre deux bornes A et B, aussi compliqué soit-il, est équivalent à un générateur de tension de fem **e** et de résistance interne **r** telles que :

- $e = E_{th}$ est la tension mesurée entre A et B en circuit ouvert ;
- $r = R_{th}$ est la résistance équivalente du réseau, vue entre A et B lorsque l'on a enlevé toutes les fem et fcem en en gardant les résistances.

Ce générateur équivalent est dit **générateur de Thévenin**

III-3 Le théorème de Norton



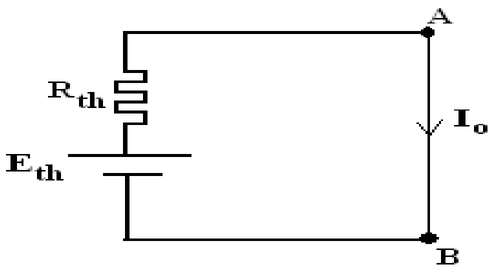
Enoncé : tout réseau linéaire compris entre deux bornes A et B est équivalent à un générateur de courant dont le courant principal I_0 est le courant de court-circuit du dipôle et dont la résistance interne montée en parallèle est la résistance équivalente vue des deux bornes du dipôle lorsqu'on a enlevé toutes les forces électromotrice.

Ce générateur équivalent est dit **générateur de Norton**

On schématise le réseau linéaire par un générateur de thévenin et on court-circuite les bornes A et B :

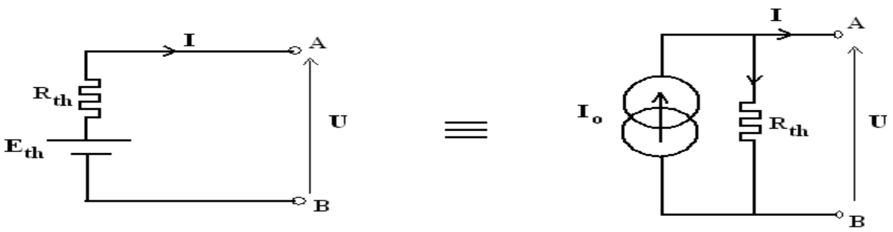
$$I_0 = \frac{U_{th}}{R_{th}}$$

$$I = \frac{U_{th}}{R_{th}} - \frac{V_A - V_B}{R_{th}}$$



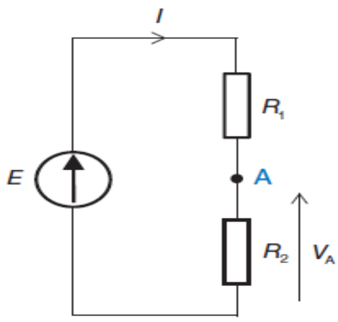
III-4 Equivalence entre représentation de Thévenin et Norton

L'application respective des théorèmes de Thévenin et Norton permet de montrer l'équivalence de deux circuits suivants : $E_{th} = R_{th}\ I_0$



III-5 Les ponts diviseurs

III-5-1 Le pont diviseur de tension



Le circuit en face représente un pont de deux résistances placées en série et alimentées par un générateur de tension parfait. Les deux résistances sont ainsi parcourues par le même courant. On s'intéresse au potentiel V_A au point A, point commun aux deux résistances R_1 et R_2, autrement dit, à la tension aux bornes de R_2. Par simple application de la loi d'Ohm, on peut écrire : $I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2}$ d'où $V_A = E\frac{R_2}{R_1 + R_2}$

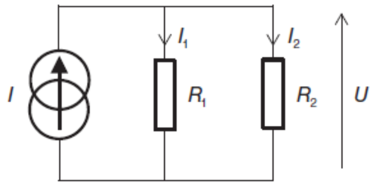
Le principe du pont diviseur de tension

Le potentiel au point commun de deux résistances est égal à la tension qui règne aux bornes de l'ensemble multiplié par la résistance connectée au potentiel le plus bas et divisé par la somme des deux résistances.

Important

Le principe du pont diviseur de tension ne peut s'appliquer que si les deux résistances sont parcourues par le même courant.

III-5-2 Le pont diviseur de courant



Le circuit de la figure en face représente un pont de deux résistances placées en parallèle et alimentées par un générateur de courant parfait. Les trois dipôles sont ainsi soumis à la même différence de potentiel U.

On s'intéresse aux valeurs des deux courants I_1 et I_2 qui parcourent respectivement les deux résistances R_1 et R_2. Si on considère que la source de courant alimente l'association en parallèle des

deux résistances, on obtient, par une simple application de la loi d'Ohm : $U = I\dfrac{R_2 R_1}{R_1 + R_2}$

Par conséquent : $$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \qquad et \qquad I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

Le principe du pont diviseur de courant

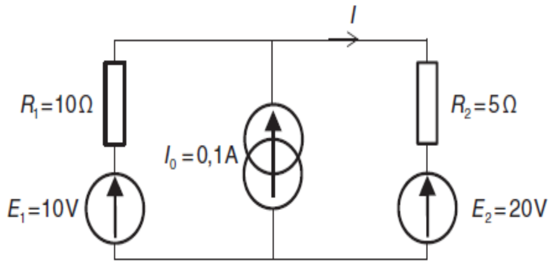
Lorsqu'une source de courant I alimente deux résistances associées en parallèle, chacune des résistances est parcourue par le courant I multiplié par la valeur de l'autre résistance et divisé par la somme des deux.

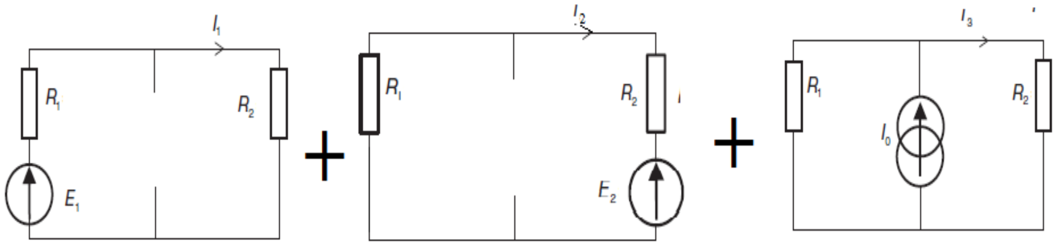
III-6 Principe de superposition

***Enoncé* :** *Dans un circuit linéaire possédant plusieurs générateurs de tension, et à condition que ces sources soient indépendantes, tout potentiel en un point quelconque (ou tout courant dans une branche du circuit) est égal à la somme des potentiels (ou des courants) créés séparément par chaque générateur, les autres générateurs étant éteints, c'est-à-dire court-circuités. Si le circuit contient des générateurs de courant, le principe reste valable si les sources sont indépendantes : on effectue les calculs avec chaque source prise séparément en remplaçant les générateurs de courant par des circuits ouverts.*

Exemple : Dans le circuit suivant, on cherche à calculer le courant I ?

D'après le principe de superposition, ce courant est la somme de trois courants I_1 , I_2 et I_3 correspondant respectivement aux contributions de chaque générateur E_1 , E_2 et I_0. On calcule alors successivement chaque courant en ne laissant subsister, à chaque fois, qu'un seul des trois générateurs.



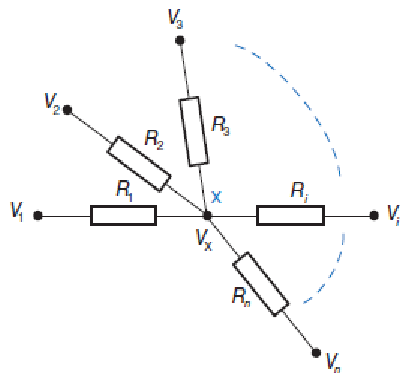


$$I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_2} \qquad I_2 = -\frac{E_2}{R_1 + R_2} \qquad I_3 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_0$$

Rappel

Lorsqu'on annule un générateur de tension, on le court-circuite, et lorsqu'on annule un générateur de courant, on le remplace par un circuit ouvert.

III-7 Le théorème de Millman



Le théorème de Millman permet d'exprimer le potentiel en un nœud quelconque d'un réseau en fonction des potentiels aux nœuds voisins.

Le potentiel V_X s'exprime en fonction des potentiels aux noeuds voisins de la manière suivante :

$$V_X = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \cdots + \frac{V_n}{R_n}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{V_i}{R_i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}}$$

On peut définir également la conductance d'un dipôle résistif par l'inverse de sa résistance.

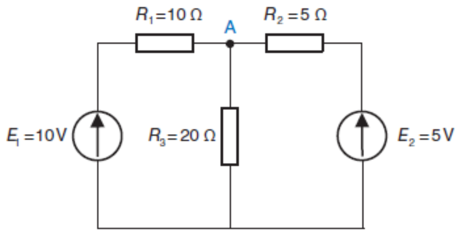
Soit : $G_i = \frac{1}{R_i}$ unité : siemens (S)

Ainsi, le théorème de Millman peut aussi s'écrire :

$$V_X = \frac{\sum_{i=1}^{n} G_i V_i}{\sum_{i=1}^{n} G_i}.$$

Exemple :

On considère le circuit de la figure suivante dans lequel on cherche à calculer le potentiel au point A. L'application du théorème de Millman en ce point est immédiate.



$$V_A = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{0}{R_3} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2}} = \frac{\frac{10}{10} + \frac{5}{5}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{5}} = 5{,}7\ \text{V}$$