

Module d'analyse numérique Travaux Dirigés (Serie 3)

Exercice 1. Le but est d'évaluer à l'aide de la méthode des trapèzes, l'intégrale:

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin(x)}{x} dx,$$

avec une erreur inférieure à 10^{-2} .

1. Donner l'expression de l'erreur de Trapèze.
2. Calculer $f''(x)$. Trouver les extremums de f'' .
3. déduire que $\sup_{c \in [0, \pi]} (f''(c)) = \frac{1}{3}$.
4. Trouver le nombre de subdivision n pour évaluer l'intégrale:

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin(x)}{x} dx,$$

avec une erreur inférieure à 10^{-2} .

5. Calculer $I_{\text{Trapèze}}$

Exercice 2. L'espérance de vie dans un pays a évolué dans le temps selon le tableau suivant :

Année	1975	1980	1985	1990
Espérance	72,8	74,2	75,2	76,4

Utiliser l'interpolation de Lagrange pour estimer l'espérance de vie en 1977 et 1983.

Exercice 3. La courbe des puissances classées d'un service d'électricité représente la proportion de l'année où la demande d'électricité atteint ou dépasse un niveau de puissance donné. Plus la puissance est grande, plus petite est la proportion de l'année où la demande dépasse cette valeur. Cette courbe est donc par définition décroissante.

Pour une année donnée, on dispose des données et de la table de différences divisées suivantes:

i	x_i	$f(x_i)$	$f[x_i, x_{i-1}]$	$f[x_i, x_{i-1}, x_{i-2}]$	$f[x_i, x_{i-1}, x_{i-2}, x_{i-3}]$
0	0,0	30,0			
1	0,1	29,0	-10		
2	0,2	24,0	-50	-200,0	566,667
3	0,5	19,0	-16,67	83,33	-87,30
4	0,8	18,0	-3,33	22,22	-91,27
5	0,9	16,0	-20,0	41,67	-1316,67
6	1,0	0,0	-160,0	-700,0	

1. *Donnez une approximation de $f(0,3)$ à l'aide du polynôme d'interpolation de Newton de degré 3 passant par les 4 premiers points. Est-ce que cette approximation vous semble acceptable? Justifiez votre réponse.*
2. *Donnez une approximation de l'erreur d'interpolation commise à la question 1). et indiquez les chiffres significatifs de l'approximation de $f(0,3)$ obtenue à la question 1..*
3. *Donnez les expressions des polynômes de Lagrange $L_0(x)$, $L_1(x)$, $L_2(x)$ et $L_3(x)$ de degré 3 qui permettent de calculer une approximation de $f(0,3)$. Cette approximation doit être la plus précise possible. (On ne calculera pas cette approximation).*