

## KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

### DINAMIKA ROTASI BENDA TEGAR

#### A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini, Ananda diharapkan dapat:

1. memahami konsep momen gaya dan momen inersia;
2. merumuskan hubungan antara momen gaya dan percepatan sudut;
3. memahami konsep energi kinetik rotasi dan gerak menggelinding;
4. merumuskan hubungan antara momen inersia dan momentum sudut; dan
5. menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan dinamika rotasi.

#### B. Uraian Materi

**Dinamika rotasi** adalah ilmu yang mempelajari tentang gerak rotasi (berputar) dengan memperhatikan aspek penyebabnya, yaitu momen gaya. Momen gaya atau yang lebih dikenal dengan torsi ini akan menyebabkan terjadinya percepatan sudut. Suatu benda dikatakan melakukan gerak rotasi (berputar) jika semua bagian benda bergerak mengelilingi poros atau sumbu putar. Sumbu putar benda terletak pada salah satu bagian dari benda tersebut.

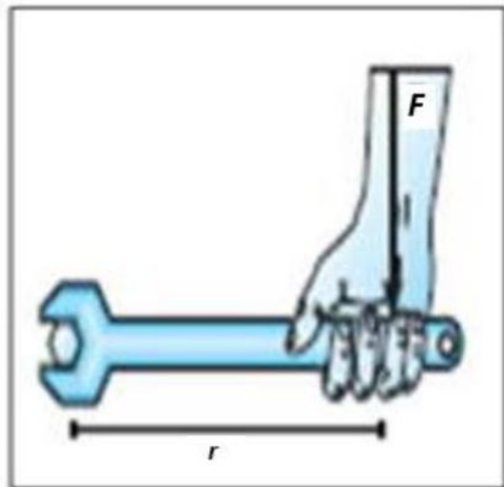
**Benda tegar** merupakan benda yang tidak mengalami perubahan bentuk akibat pengaruh gaya, sehingga dalam melakukan pergerakan, benda tersebut tidak mengalami perubahan bentuk dan volume benda. Benda tegar dapat melakukan gerak translasi dan rotasi

##### 1. Momen Gaya/ Torsi ( $\tau$ )

###### Apakah Momen Gaya/ Torsi Itu?

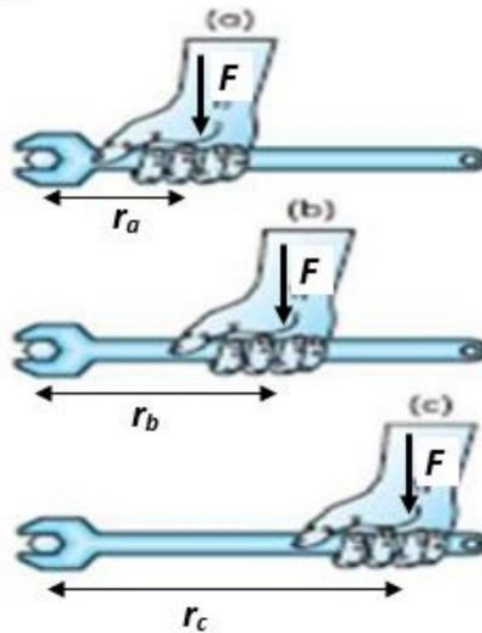
Untuk melihat suatu benda diam menjadi bergerak translasi (lurus), anda perlu mengerjakan gaya pada benda itu. Analog dengan itu, untuk membuat suatu benda tegar berotasi (berputar) terhadap suatu poros tertentu, anda perlu mengerjakan *torsi* (dari bahasa latin *torquere*; memutar) pada suatu benda.

**Momen gaya** atau **torsi ( $\tau$ )** merupakan besaran vektor yang mengakibatkan benda berotasi atau berputar. Besaran-besaran apakah yang berkaitan dengan torsi? Perhatikan gambar berikut !



Berdasarkan Gambar di atas, orang memberikan gaya kepada kunci sehingga kunci dapat memutar baut. Baut berfungsi sebagai **sumbu rotasi**, sedangkan perpanjangan garis gaya disebut **garis kerja gaya**. Jika gaya ( $F$ ) yang diberikan tangan (garis kerja gaya) tegak lurus terhadap lengan kunci, maka lengan kunci ini berfungsi sebagai **lengan gaya**. Namun, jika gaya yang diberikan tidak tegak lurus lengan kunci, maka **lengan gaya merupakan jarak yang tegak lurus dari sumbu rotasi dengan garis kerja gaya ( $r$ )**.

Untuk memahami konsep Momen Gaya /Torsi ( $\tau$ ), Perhatikan beberapa kejadian berikut !



Sekarang Anda coba perhatikan Gambar di atas, Untuk memutar baut, kedudukan tangan seperti gambar (c) lebih mudah dilakukan daripada kedudukan tangan pada gambar (b) dan (a). Sementara kedudukan tangan seperti gambar (b) lebih mudah dilakukan daripada seperti gambar (a). Gaya ( $F$ ) yang diperlukan untuk memutar baut pada kedudukan (c) lebih kecil dari gaya yang diperlukan pada gambar (b) atau (a). Berdasarkan fakta ini, besar gaya putar atau momen gaya tidak hanya ditentukan oleh besar gaya, tetapi juga panjang lengan gaya ( $r$ ). Hubungan ketiga faktor ini, diberikan dengan persamaan berikut.

$$\tau = r \times F$$

atau

$$\tau = r F \sin \theta$$

Dimana :

$\tau$  = Momen Gaya (Nm)

$F$  = Gaya yang bekerja (N)

$r$  = Lengan Momen (m)

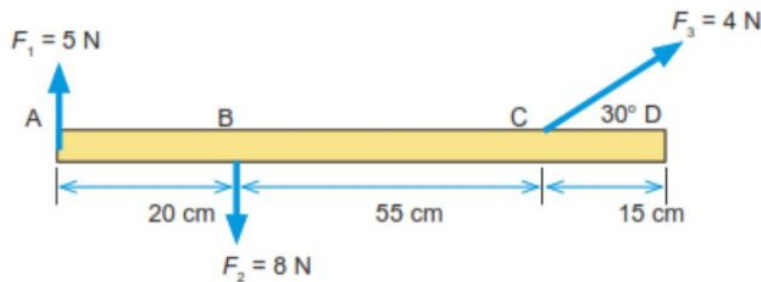
$\theta$  = sudut yang terbentuk antara garis kerja gaya  $F$  terhadap lengan momen  $r$

Seperti halnya gaya  $F$ , torsi  $\tau$  juga termasuk **besaran vektor**, yang memiliki besar dan arah. Bedanya, arah torsi hanya dua, searah atau berlawanan arah jarum jam. Kedua arah torsi ini cukup dibedakan dengan memberikan tanda **positif** (berlawanan dengan perputaran arah jarum jam), atau **negatif** (searah

dengan perputaran arah jarum jam). Supaya konsisten dengan aturan matematika maupun aturan arah pada momentum sudut dan *gaya Lorentz* (pelajaran kelas XII).

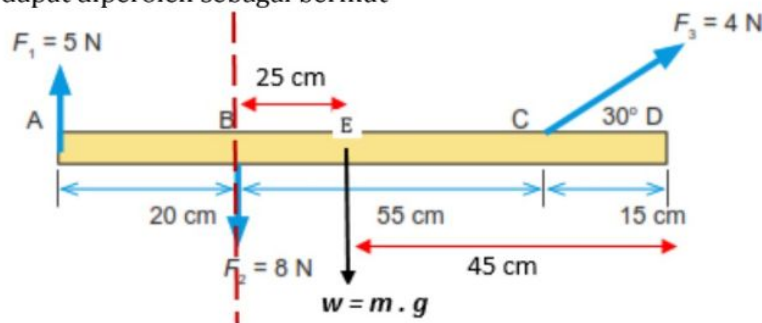
**Contoh Soal 1 :**

Tiga buah gaya bekerja pada batang AD yang bermassa 2 kg seperti pada gambar. Hitunglah resultan momen gaya terhadap titik B ! ( dimana  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



**Jawab :**

Untuk menentukan momen gaya yang bekerja pada titik B pada benda tegar AD yang bermassa 2 kg, maka uraian vektor – vektor gaya yang bekerja pada benda dapat diperoleh sebagai berikut



$$\tau_B = \tau_{BA} + \tau_{BE} + \tau_{BC}$$

$$\tau_B = (-r_{BA} \cdot F_1) + (-r_{BE} \cdot W) + (r_{BC} \cdot F_{3y})$$

$$\tau_B = (-0,2 \cdot 5) + (-0,25 \cdot 2 \cdot 10) + (0,55 \cdot F_3 \cdot \sin 30^\circ)$$

$$\tau_B = (-1) + (-5) + \left(0,55 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}\right)$$

$$\tau_B = (-1) + (-5) + (1,1)$$

$$\tau_B = (-1) + (-5) + (1,1)$$

$$\tau_B = -4,9 \text{ Nm}$$

Jadi, resultan momen gaya terhadap titik B (B sebagai poros) adalah **4,9 Nm** dengan arah **searah putaran jarum jam**

## 2. Momen Inersia ( $I$ )

**Momen inersia ( $I$ )** merupakan besaran yang menyatakan ukuran kecenderungan benda untuk tetap mempertahankan keadaannya (kelembaman). Pada gerak rotasi, momen inersia juga dapat menyatakan

ukuran kemampuan benda untuk mempertahankan kecepatan sudut rotasinya. Benda yang sukar berputar atau benda yang sulit dihentikan saat berputar memiliki momen inersia yang besar, dan sebaliknya.

**Momen inersia** didefinisikan sebagai hasil kali antara massa partikel dan kuadrat jarak partikel dari sumbu rotasi. Secara matematis, momen inersia dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$I = m \cdot r^2$$

Dimana :

$I$  = Momen inersia ( $\text{kgm}^2$ )

$m$  = massa partikel (kg)

$r$  = jarak partikel dari sumbu pusat rotasi (m)

Jika terdapat sejumlah partikel dengan massa masing-masing  $m_1, m_2, m_3, \dots$  dan memiliki jarak  $r_1, r_2, r_3, \dots$  terhadap poros, maka momen inersia totalnya adalah penjumlahan momen inersia setiap partikel, yaitu sebagai berikut.

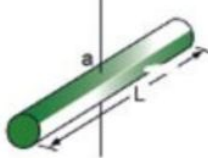
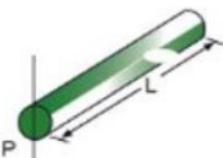
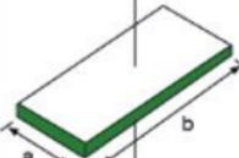
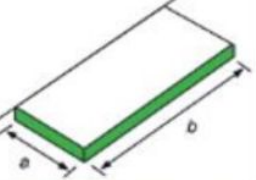
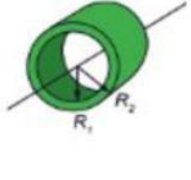
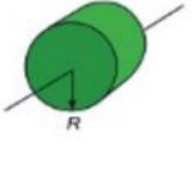
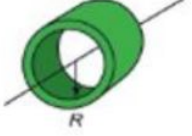


$$I = \sum_i m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots$$

Atau secara pengintegralan dapat ditulis dengan persamaan:

$$I = \int r^2 dm$$

Berdasarkan konsep momen inersia  $I$  yang telah dipaparkan di atas, berikut beberapa persamaan momen inersia benda tegar yang teratur bentuknya dan berotasi pada sumbu tertentu seperti tertera pada gambar tabel berikut:



$I = \frac{1}{12} M \cdot L^2$ 	$I = \frac{1}{3} M L^2$ 	$I = \frac{1}{2} M (a^2 + b^2)$ 
(a) Batang silinder, poros melalui pusat.	(b) Batang silinder, poros melalui ujung.	(c) Pelat segiempat, poros melalui pusat.
$I = \frac{1}{3} M a$ 	$I = \frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2)$ 	$I = \frac{1}{2} M R^2$ 
(d) Pelat segiempat tipis, poros sepanjang tepi.	(e) Silinder berongga.	(f) Silinder pejal.
$I = M R^2$ 	$I = \frac{2}{5} M R^2$ 	$I = \frac{2}{3} M R^2$ 
(g) Silinder tipis berongga.	(h) Bola pejal.	(i) Bola tipis berongga.

### Menentukan Momen Inersia Benda Tegar dengan prinsip Teorema Sumbu Sejajar

Berdasarkan tabel di atas, kita telah mengetahui bahwa momen inersia batang silinder bermassa  $M$  dengan panjang  $L$  yang porosnya melalui pusat massa (tabel a) adalah  $I_{pm} = \frac{1}{12} M L^2$ . Untuk mendapatkan Momen Inersia Batang silinder yang bergerak pada ujung batang maka dapat digunakan dengan prinsip *Teorema Sumbu Sejajar* dengan persamaan sebagai berikut :

$$I_s = I_{pm} + M d^2$$

Dimana :

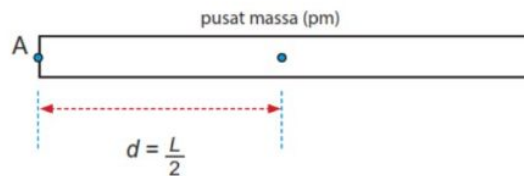
$I_s$  = Momen Inersia titik pusat rotasi ( $\text{Nm}^2$ )

$I_{pm}$  = Momen Inersia benda di pusat massa ( $\text{Nm}^2$ )

$M$  = Massa benda (kg)

$d$  = Jarak antara titik pusat massa ke titik rotasi (m)

sehingga untuk mendapatkan momen inersia batang silinder yang bergerak pada ujung batang dapat diperoleh :



$$I_s = I_{pm} + Md^2$$

$$I_A = I_{pm} + Md^2$$

$$I_A = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$I_A = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{4}ML^2$$

$$I_A = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{3}{12}ML^2$$

$$I_A = \frac{4}{12}ML^2$$

$$I_A = \frac{1}{3}ML^2$$

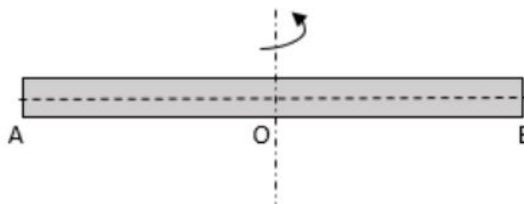
**Terbukti** sesuai dengan “tabel b”

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa besar momen inersia benda tegar dipengaruhi oleh :

- Bentuk atau ukuran benda
- Massa benda
- Sumbu pusat rotasi

### **Contoh Soal 2 :**

Perhatikan gambar !



Batang AB massa 2 kg diputar melalui titik A, ternyata momen inersia nya 8 kg.m<sup>2</sup>, Tentukan momen inersia batang tersebut jika diputar dititik O ! (dimana panjang AO = OB)

**Jawab :**

Telah diperoleh dari tabel momen inersia benda tegar pada batang bahwa

$$I_O = \frac{1}{12} M L^2 \quad \text{dan} \quad I_A = \frac{1}{3} M L^2$$

Jadi diperoleh

$$\frac{I_O}{I_A} = \frac{\frac{1}{12} M L^2}{\frac{1}{3} M L^2}$$

$$\frac{I_O}{I_A} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{I_O}{8} = \frac{1}{4}$$

$$I_O = 2 \text{ kg.m}^2$$

Jadi, jika batang tersebut iputar di tengah, maka batang tersebut memiliki momen inersia sebesar  $2 \text{ kg.m}^2$

### 3. Hubungan antara Momen Gaya ( $\tau$ ), Momen Inersia ( $I$ ) dan Percepatan Sudut ( $\alpha$ )

Untuk mendapatkan hubungan antara Momen Gaya ( $\tau$ ), Momen Inersia ( $I$ ) dan Percepatan Sudut ( $\alpha$ ), maka kita dapat menganalogikan dengan menerapkan hukum Newton II translasi, yaitu :

$$\sum F = m \cdot a$$

$$F = m \cdot a$$

$$F = m \cdot (r \cdot \alpha)$$

$$F \cdot r = m \cdot r \cdot (r \cdot \alpha)$$

$$F \cdot r = m \cdot r^2 \cdot \alpha$$

Diperoleh

$$\tau = I \cdot \alpha$$

atau

$$\sum \tau = I \cdot \alpha$$

disebut **Hukum Newton II Gerak rotasi**

Dimana :

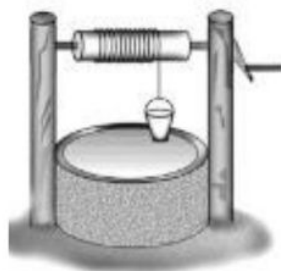
$\tau$  = Momen Gaya (N.m)

$I$  = Momen Inersia (kg.m<sup>2</sup>)

$\alpha$  = Percepatan Sudut (rad/s<sup>2</sup>)

#### **Contoh Soal 3 :**

Perhatikan gambar berikut !



Sebuah silinder pejal berjari-jari 15 cm, dan bermassa 2 kg dijadikan katrol pada sebuah sumur seperti gambar di samping. Batang yang dijadikan poros memiliki permukaan licin sempurna. Seutas tali yang massanya dapat diabaikan, digulung pada silinder. Kemudian, sebuah ember bermassa 1 kg diikatkan pada ujung tali. Tentukan percepatan ember saat jatuh ke dalam sumur..!

#### **Jawab :**

*Diketahui*

Massa Katrol  $M = 2 \text{ kg}$

Jari-jari katrol  $r = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$

Momen Inersia Katrol silinder pejal  $I = \frac{1}{2}MR^2$

Massa Ember  $m = 1 \text{ kg}$

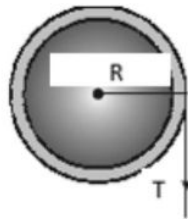
*Ditanya*

Percepatan Ember  $a = \dots?$

Dalam menjawab kasus seperti ini, Ananda harus mengidentifikasi benda-benda yang bergerak, dalam hal ini adalah katrol silinder pejal dan ember

- Lihat Katrol (mengalami gerak rotasi)

*Berlaku Hukum Newton II rotasi*



$$\tau = I\alpha$$

$$RT = I \frac{a}{R}$$

$$T = I \frac{a}{R^2} \dots (a)$$

- Lihat Ember (mengalami gerak translasi)

*Berlaku Hukum Newton II translasi*



$$\Sigma F = ma$$

$$mg - T = ma \dots (b)$$

Dari persamaan (a) disubstitusi ke persamaan (b) diperoleh

$$m \cdot g - I \frac{a}{R^2} = m \cdot a$$

$$m \cdot g = m \cdot a + I \frac{a}{R^2}$$

$$m \cdot g = a \left( m + \frac{I}{R^2} \right)$$

$$a = \frac{m \cdot g}{\left( m + \frac{I}{R^2} \right)}$$

Dengan memasukkan nilai momen inersia  $I$ , maka dapat ditulis

$$a = \frac{m \cdot g}{\left( m + \frac{\frac{1}{2}MR^2}{R^2} \right)}$$

$$a = \frac{m \cdot g}{\left( m + \frac{1}{2}M \right)}$$

$$a = \frac{1 \cdot 10}{\left( 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \right)}$$

$$a = \frac{10}{2} = 5 \text{ m/s}^2$$



Jadi, percepatan yang dialami ember ketika menuruni sumur adalah  $5 \text{ m/s}^2$

#### 4. Energi Kinetik Rotasi ( $Ek_{rot}$ )

Benda yang berputar pada poros nya memiliki suatu bentuk energi yang disebut energi kinetik rotasi ( $Ek_{rot}$ ). Persamaan energi kinetik rotasi ini dapat diturunkan dari konsep energi kinetik translasi yaitu :

$$Ek_{Trans} = \frac{1}{2} m v^2$$

Dengan menganggap benda bergerak rotasi, maka kecepatan linier benda dapat ditulis  $v = r \cdot \omega$ , sehingga diperoleh :

$$Ek_{rot} = \frac{1}{2} m (r \cdot \omega)^2$$

$$Ek_{rot} = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2$$

Sehingga persamaan  $Ek_{rot}$  dapat ditulis :

$$Ek_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Dimana :

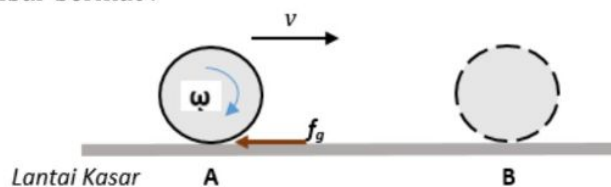
$Ek_{rot}$  = Energi Kinetik Rotasi (Joule)

$I$  = Momen Inersia benda ( $\text{kg.m}^2$ )

$\omega$  = Kecepatan Sudut benda (rad/s)

#### Gerak Menggelinging

Perhatikan gambar berikut !



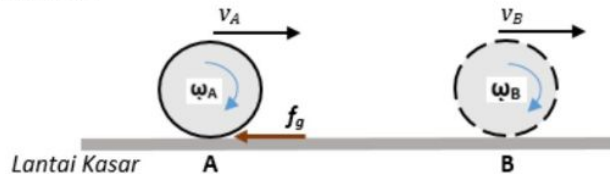
Pada gambar di atas, suatu benda bergerak menggelinging, maka benda tersebut melakukan gerak translasi (memiliki  $v$ ) sekaligus gerak rotasi memiliki ( $\omega$ ). Oleh karena itu, energi kinetik yang dimiliki benda juga terdiri atas energi kinetik translasi dan rotasi, sehingga diperoleh :

$$Ek_{tot} = Ek_{trans} + Ek_{rot}$$

$$Ek_{tot} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$$

### **Hukum Kekekalan Energi Mekanik pada Gerak Menggelinding**

Benda yang mengalami gerak menggelinding pasti terjadi pada lantai yang kasar, sehingga pada lantai tersebut bekerja gaya gesekan ( $f_g$ ). Pada kasus ini, gaya gesekan ( $f_g$ ) dapat dimasukkan dalam gaya yang terdapat pada dalam diri sistem gerak, sehingga akan berlaku Hukum Kekekalan Energi Mekanik, dengan memasukkan  $Ek_{rot}$  sebagai variabel tambahan pada Energi Kinetik total. Perhatikan gambar kejadian berikut !



Dalam kasus ini Hukum Kekekalan Energi Mekanik dapat ditulis :

$$\begin{aligned}
 EM_A &= EM_B \\
 EP_A + EK_A &= EP_B + EK_B \\
 EP_A + (EK_{A.trans} + EK_{A.rot}) &= EP_B + (EK_{B.trans} + EK_{B.rot}) \\
 m \cdot g \cdot h_A + \left( \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega_A^2 \right) &= m \cdot g \cdot h_B + \left( \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega_B^2 \right)
 \end{aligned}$$

#### **Contoh soal 4 :**

Sebuah silinder pejal bermassa 2 kg bergerak menggelinding dengan kecepatan 4 m/s. Tentukan besar Energi Kinetik yang dimiliki oleh silinder pejal tersebut. (dimana momen inersia silinder pejal  $I = \frac{1}{2} MR^2$ )

#### **Jawab :**

Karena silinder pejal bergerak menggelinding, maka silinder pejal mengalami gerak translasi dan rotasi, sehingga Energi Kinetik Total pada silinder pejal tersebut dapat ditulis :

$$\begin{aligned}
 Ek_{tot} &= Ek_{trans} + Ek_{rot} \\
 Ek_{tot} &= \frac{1}{2} M \cdot v^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 \\
 Ek_{tot} &= \frac{1}{2} M \cdot v^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} MR^2 \right) \left( \frac{v}{R} \right)^2 \\
 Ek_{tot} &= \frac{1}{2} M \cdot v^2 + \frac{1}{4} M \cdot v^2 \\
 Ek_{tot} &= \frac{3}{4} M \cdot v^2 \\
 Ek_{tot} &= \frac{3}{4} (2) \cdot (4)^2
 \end{aligned}$$

$$Ek_{tot} = 24 \text{ Joule}$$

Jadi, besar energi kinetik silinder pejal yang menggelinding tersebut adalah **24 Joule**

## 5. Momentum Sudut ( $L$ )

**Momentum sudut ( $L$ )** didefinisikan sebagai perkalian silang antara vektor momentum linear benda  $\mathbf{p}$  dan vektor posisi  $\mathbf{r}$ .

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$$

Secara matematis, penurunan persamaan momentum sudut  $L$  dapat berawal dari konsep momentum linier  $\mathbf{p}$ , dan dapat ditulis:

$$\mathbf{p} = m \cdot \mathbf{v}$$

Dengan menganggap benda bergerak rotasi, maka kecepatan linier benda dapat ditulis  $\mathbf{v} = \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\omega}$ , sehingga diperoleh :

$$\mathbf{p} = m \cdot (\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\omega})$$

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} = m \cdot \mathbf{r} \cdot (\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\omega})$$

$$\mathbf{L} = m \cdot \mathbf{r}^2 \cdot \boldsymbol{\omega}$$

Sehingga momentum sudut  $L$  persamaannya dapat ditulis :

$$\mathbf{L} = I \cdot \boldsymbol{\omega}$$

Dimana :

$\mathbf{L}$  : Momentum sudut (kg. m<sup>2</sup>/s)

$I$  : Momen inersia benda (kg.m<sup>2</sup>)

$\boldsymbol{\omega}$  : Kecepatan sudut (rad/s)

### Hukum Kekekalan Momentum Sudut

Hukum kekekalan momentum linier menyatakan bahwa jika pada suatu sistem tidak ada resultan gaya yang bekerja ( $\Sigma F = 0$ ) momentum linier sistem adalah kekal (konstan). Pada gerak rotasi jika tidak ada resultan momen gaya/torsi ( $\Sigma \tau = 0$ ) maka juga akan berlaku hukum kekekalan momentum sudut, sehingga secara konseptual dapat ditulis :

$$\begin{aligned} L_1 &= L_2 \\ I_1 \cdot \omega_1 &= I_2 \cdot \omega_2 \end{aligned}$$

Hukum Kekekalan Momentum Sudut berbunyi :

*"Jika tidak ada resultan momen gaya luar yang bekerja pada sistem ( $\Sigma \tau = 0$ ), maka momentum sudut sistem adalah kekal (konstan)"*

Atau dapat ditulis

$$\text{Jika } \tau = \frac{dL}{dt} = 0, \text{ maka } L = \text{konstan}$$

**Contoh soal 5 :**

Seorang penari balet yang berputar dengan lengan terentang dan kelajuan 3 rad/s memiliki momen inersia 12 kg.m<sup>2</sup>. Jika saat lengannya merapat ke tubuh, momen inersianya menjadi 4 kg.m<sup>2</sup>, maka berapakah laju putaran kecepatan sudut ketika lengannya merapat tersebut?

**Jawab**

Karena tidak ada gaya luar yang bekerja pada sistem penari balet tersebut, maka berlaku Hukum Kekekalan Momentum Sudut

$$L_1 = L_2$$

$$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$

$$(12)(3) = (4) \omega_2$$

$$36 = (4) \omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{36}{4}$$

$$\omega_2 = 9 \text{ rad/s}$$

**Jadi**, ketika tangan penari balet direntangkan, maka kecepatan sudut penari balet tersebut adalah **9 rad/s**

**C. Rangkuman**

Dari hasil pemaparan tentang Dinamika rotasi benda tegar dapat ditulis beberapa rangkuman, yaitu :

1. **Momen gaya** atau **torsi ( $\tau$ )** merupakan besaran vektor yang mengakibatkan benda berotasi atau berputar.

$$\sum \tau = I \cdot \alpha$$

2. **Momen inersia ( $I$ )** didefinisikan sebagai hasil kali antara massa partikel dan kuadrat jarak partikel dari sumbu rotasi. Secara matematis, momen inersia dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$I = m \cdot r^2$$

3. Hubungan antara **Momen gaya** atau **torsi ( $\tau$ )** dengan **Momen inersia ( $I$ )** dapat ditulis dengan  $\sum \tau = I \cdot \alpha$

4. Energi kinetik total benda yang bergerak menggelinding adalah

$$Ek_{tot} = Ek_{trans} + Ek_{rot}$$

$$Ek_{tot} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$$

5. Pada gerak rotasi jika tidak ada resultan momen gaya/torsi ( $\sum \tau = 0$ ) maka juga akan berlaku hukum kekekalan momentum sudut, sehingga secara konseptual dapat ditulis:

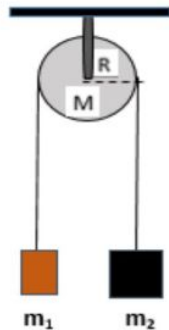
$$L_1 = L_2$$

$$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$



## D. Latihan Soal

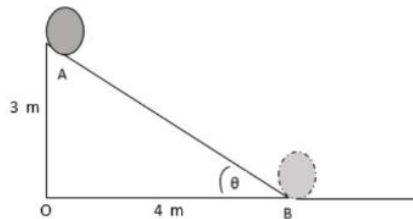
1. Perhatikan gambar di bawah ini !



sebuah katrol berupa silinder pejal memiliki massa  $M$  sebesar 4 kg, menghubungkan benda yang bermassa  $m_1 = 2$  kg dan  $m_2 = 4$  kg dengan seutas tali tak bermassa sehingga mengakibatkan katrol tersebut berotasi. Jika percepatan gravitasi bumi  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , dan momen inersia katrol  $I = \frac{1}{2}MR^2$ , tentukan :

- Percepatan ( $a$ ) yang dialami oleh beban  $m_1$  dan  $m_2$
- Besar tegangan tali yang bekerja pada benda  $m_1$  ( $T_1$ )
- Besar Tegangan tali yang bekerja pada benda  $m_2$  ( $T_2$ )

2. Perhatikan gambar berikut !

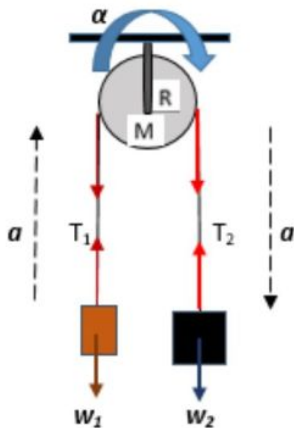


Sebuah bola pejal homogen ( $I = \frac{2}{3}MR^2$ ) bermassa  $M = 2$  kg menuruni dari puncak bidang miring yang kasar, sehingga bola pejal tersebut menggelinding yang terlihat seperti gambar di samping. Jika  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , Tentukan :

- Besar percepatan ( $a$ ) bola pejal tersebut ketika menuruni bidang miring
- Kecepatan bola pejal ketika berada didasar bidang miring (gunakan cara konsep Kinematika)
- Kecepatan bola pejal ketika berada didasar bidang miring (gunakan cara konsep hukum kekekalan energi mekanik)

**Pembahasan Soal Latihan****Nomor 1**

Perhatikan uraian vektor pada gambar berikut !



- Lihat Katrol (Mengalami rotasi)

Berlaku Hukum Newton II Rotasi

$$\sum \tau = I \alpha$$

$$\tau_1 + \tau_2 = I \alpha$$

$$(-T_1 R) + (T_2 R) = \left(\frac{1}{2} M R^2\right) \left(\frac{a}{R}\right)$$

$$T_2 - T_1 = \frac{1}{2} M \cdot a \quad \dots\dots\dots(1)$$

- Lihat benda 1 (mengalami gerak translasi)

Berlaku Hukum Newton II Translasi

$$\sum F_1 = m_1 a$$

$$T_1 - w_1 = m_1 a$$

$$T_1 - m_1 g = m_1 a$$

$$T_1 = m_1 a + m_1 g \quad \dots\dots\dots(2)$$

- Lihat benda 2 (mengalami gerak translasi)

Berlaku Hukum Newton II Translasi

$$\sum F_2 = m_2 a$$

$$-T_2 + w_2 = m_2 a$$

$$-T_2 + m_2 g = m_2 a$$

$$T_2 = m_2 g - m_2 a \quad \dots\dots\dots(3)$$

a. Menentukan percepatan linier yang dialami kedua benda (a)

Substitusi Persamaan (2) dan (3) ke persamaan (1) diperoleh :

$$T_2 - T_1 = \frac{1}{2} M \cdot a$$

$$(m_2 g - m_2 a) - (m_1 a + m_1 g) = \frac{1}{2} M \cdot a$$

$$m_2 g - m_2 a - m_1 a - m_1 g = \frac{1}{2} M \cdot a$$

$$m_2 g - m_1 g = \frac{1}{2} M \cdot a + m_2 a + m_1 a$$

$$(m_2 - m_1) g = \left(\frac{1}{2} M + m_2 + m_1\right) a$$

$$a = \frac{(m_2 - m_1) g}{\left(\frac{1}{2} M + m_2 + m_1\right)}$$

Dengan memasukkan nilai-nilai dari setiap variabel diperoleh :

$$a = \frac{(4 - 2)10}{\left(\frac{1}{2} \cdot 4 + 4 + 2\right)}$$

$$a = \frac{20}{8} \quad \text{sehingga diperoleh} \quad a = \frac{5}{2} \text{ m/s}^2$$

Jadi percepatan linier yang dialami kedua benda tersebut adalah  $\frac{5}{2} \text{ m/s}^2$

b. Menentukan  $T_1$ 

Lihat benda 1 dan diperoleh persamaan (2), sehingga dapat ditulis :

$$T_1 = m_1 a + m_1 g$$

$$T_1 = \left(2 \cdot \frac{5}{2}\right) + (2 \cdot 10)$$

$$T_1 = (5) + (20)$$

$$T_1 = \mathbf{25 \text{ Newton}}$$

**Jadi**, besar tegangan tali yang menahan benda 1 ( $T_1$ ) adalah **25 Newton**

c. Menentukan  $T_2$ 

Lihat benda 2 dan diperoleh persamaan (3), sehingga dapat ditulis :

$$T_2 = m_2 g - m_2 a$$

$$T_2 = (4 \cdot 10) - \left(4 \cdot \frac{5}{2}\right)$$

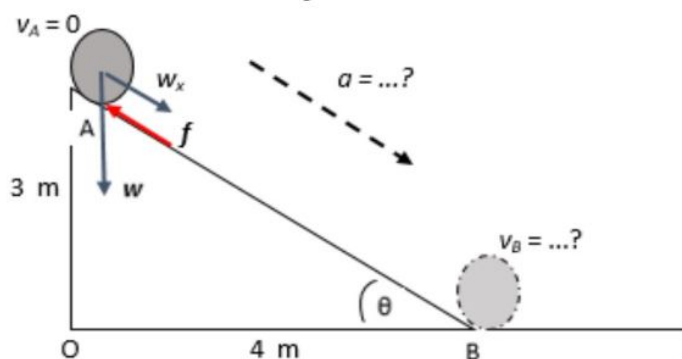
$$T_2 = (40) - (10)$$

$$T_2 = \mathbf{30 \text{ Newton}}$$

**Jadi**, besar tegangan tali yang menahan benda 2 ( $T_2$ ) adalah **30 Newton**

**Nomor 2**

Perhatikan uraian vektor pada sistem berikut !



Diketahui :

Massa bola pejal  $M = 2 \text{ kg}$

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2}$$

$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$AB = \sqrt{9 + 16}$$

$$AB = 5 \text{ meter}$$

$$w_x = w \sin \theta$$

$$w_x = M \cdot g \cdot \sin \theta$$

Ditanya :

a.  $a = \dots\dots\dots?$

b.  $v_B = \dots\dots\dots?$  (cara konsep Kinematika)

c.  $v_B = \dots\dots\dots?$  (cara konsep Hk. Kekekalan EM)

a. Menentukan besar percepatan ( $a$ ) yang dialami bola pejal

Karena lintasan kasar, maka bola pejal menggelinding, sehingga bola pejal mengalami gerak rotasi dan gerak translasi

- Bola Pejal Berotasi

$$\sum \tau = I \alpha$$

$$\tau_1 = I \alpha$$

$$(f \cdot R) = \left(\frac{2}{3}MR^2\right) \left(\frac{a}{R}\right)$$

$$f = \frac{2}{3}M \cdot a \dots\dots\dots(1)$$

- Bola Pejal Bertranslasi

$$\sum F = M \cdot a$$

$$w_x - f = M \cdot a$$

$$M \cdot g \cdot \sin \theta - f = M \cdot a \quad \dots\dots\dots(2)$$

- Persamaan (1) di substitusi ke persamaan (2) diperoleh

$$M \cdot g \cdot \sin \theta - f = M \cdot a$$

$$M \cdot g \cdot \sin \theta - \frac{2}{3} M \cdot a = M \cdot a$$

$$(g \cdot \sin \theta) - \left(\frac{2}{3} a\right) = a$$

$$(g \cdot \sin \theta) = a + \left(\frac{2}{3} a\right)$$

$$(g \cdot \sin \theta) = \frac{5}{3} a$$

$$a = \frac{3}{5} (g \cdot \sin \theta)$$

Sehingga diperoleh:

$$a = \frac{3}{5} \left(10 \cdot \frac{3}{5}\right)$$

$$a = \frac{18}{5} \text{ m/s}^2$$

Jadi, besar percepatan yang dialami bola pejal tersebut ketika menuruni bidang miring adalah  $\frac{18}{5} \text{ m/s}^2$

b. Menentukan besar kecepatan bola pejal di titik B (cara konsep Kinematika)

Benda mengalami percepatan konstan, sehingga bola pejal tersebut bergerak GLBB ketika menuruni bidang miring, sehingga berlaku persamaan

$$v_t^2 = v_o^2 + 2 a \Delta s$$

$$v_B^2 = v_A^2 + 2 a \Delta s_{AB}$$

$$v_B^2 = 0^2 + (2) \left(\frac{18}{5}\right) (5)$$

$$v_B^2 = 36$$

$$v_B = 6 \text{ m/s}$$

Jadi, besar kecepatan yang dialami bola pejal tersebut ketika berada dititik terendah B adalah  $6 \text{ m/s}$

c. Menentukan besar kecepatan bola pejal di titik B (cara konsep Hk. Kekekalan EM)

Karena pada sistem bola pejal tidak ada gaya luar yang mempengaruhi sistem, maka berlaku Hukum Kekekalan Energi Mekanik, sehingga diperoleh :

$$EM_A = EM_B$$

$$EP_A + EK_A = EP_B + EK_B$$

$$EP_A + (EK_{A.trans} + EK_{A.rot}) = EP_B + (EK_{B.trans} + EK_{B.rot})$$

$$M \cdot g \cdot h_A + \left(\frac{1}{2} M \cdot v_A^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega_A^2\right) = M \cdot g \cdot h_B + \left(\frac{1}{2} M \cdot v_B^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega_B^2\right)$$



$$M \cdot g \cdot h_A + (0) = (0) + \left( \frac{1}{2} M \cdot v_B^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{2}{3} MR^2 \right) \cdot \left( \frac{v_B^2}{R^2} \right) \right)$$

$$M \cdot g \cdot h_A = \left( \frac{1}{2} M \cdot v_B^2 + \frac{2}{6} M \cdot v_B^2 \right)$$

$$M \cdot g \cdot h_A = \frac{5}{6} M \cdot v_B^2$$

$$v_B^2 = \frac{6}{5} \cdot g \cdot h_A$$

$$v_B = \sqrt{\frac{6}{5} \cdot g \cdot h_A}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{6}{5} \cdot (10) \cdot (3)}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{180}{5}}$$

$$v_B = \sqrt{36}$$

$$v_B = 6 \text{ m/s}$$

**Jadi**, besar kecepatan yang dialami bola pejal tersebut ketika berada dititik terendah B adalah **6 m/s**

#### **TERBKTI:**

Hasil jawaban soal 2.a dan 2.b sama, maka dapat disimpulkan bahwa dalam gerak menggelinding walaupun sistem terdapat gaya gesekan, ternyata masih tetap berlaku Hukum Kekekalan Energi Mekanik, karena dengan adanya gaya gesekan tersebut membuat sistem benda (bola pejal) mengalami energi kinetik rotasi.

## **E. Penilaian Diri**

Isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda pada kolom Jawaban.

No	Pertanyaan	Jawaban	
		Ya	Tidak
1	Apakah Ananda memahami konsep Momen Gaya ( $\tau$ ), Momen Inersia ( $I$ ) dan hubungan antara keduanya?		
2	Apakah Ananda mengetahui dan memahami konsep-konsep turunan dari pemaparan dinamika rotasi seperti Hukum Newton II rotasi, energi kinetik rotasi ( $Ek_{rot}$ ), gerak menggelinding, hukum kekekalan mekanik pada gerak menggelinding dan Hukum kekekalan momentum sudut yang merupakan konsep turunan pembelajaran sebelumnya (KD kelas X)?		
3	Apakah Ananda mampu memahami dan menganalisa contoh-contoh soal dan latihan soal yang diberikan telah diberikan tentang konsep Dinamika Rotasi Benda Tegar?		
<b>Jumlah</b>			

**Catatan:**

- Jika ada jawaban “Tidak” maka segera lakukan review pembelajaran.
- Jika semua jawaban “Ya” maka Anda dapat melanjutkan kegiatan Pembelajaran berikutnya