Chapitre II

Notions de Cinématique

I. Généralités

L'objet de la cinématique est l'étude des mouvements des corps en fonction du temps, sans tenir compte des causes qui le produisent.

L'étude du mouvement d'un corps est l'étude des positions successives de ce corps par rapport à un repère pris comme référence (en général, un trièdre de référence ou référentiel). La notion de temps est aussi prise en considération.

En mécanique, dans l'étude des mouvements, on tient compte des forces qui les provoquent.

II. Cinématique du point

II. 1. Définitions

a. *Point matériel*

Un point matériel est défini comme étant un élément de matière, de dimensions négligeables, que l'on assimile à un point géométrique. En réalité, on étudie le mouvement du centre de masse d'un corps, point au quel est supposé concentré toute la masse du corps.

b. Trajectoire

C'est le lieu des positions successives occupées par un point mobile. Celle–ci peut être rectiligne ou bien curviligne. Elle peut être ouverte ou fermée.

c. Equation du mouvement (ou équation Horaire)

C'est la relation qui lie le chemin parcouru, au temps nécessaire à le parcourir.

d. Définition intrinsèque du mouvement

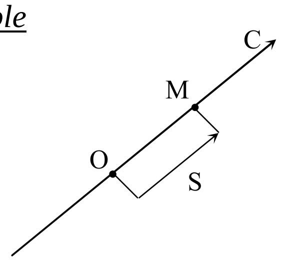
Le mouvement d'un point M est parfaitement défini si l'on connaît

- la trajectoire C
- la position, à chaque instant « t » du point M sur la trajectoire C. On fait le choix d'une origine et d'un sens positif (indiqué par une flèche).

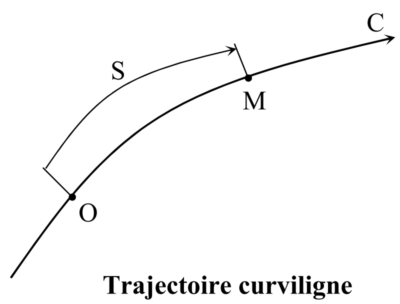
OM est défini par la fonction OM= S= f(t)

II. 2. Trajectoire ouverte

Exemple



Trajectoire rectiligne ouverte



Trajectoire curviligne ouverte

Une position de M est définie par son abscisse curviligne (S) par rapport à l'origine O. Valeur absolue de ce nombre S : longueur de l'arc OM.

- Signe + si M se déplace dans le sens positif de la trajectoire
- Signe - si M se déplace dans le sens négatif de la trajectoire

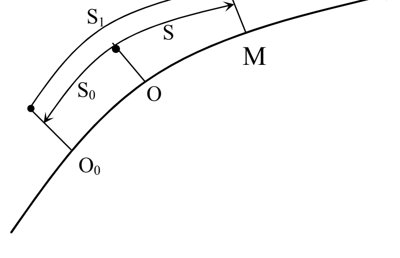
A une abscisse curviligne S donnée, correspond un seul point M est réciproquement, à un point M donné, correspond une seule abscisse curviligne.

Changement d'origine

Si O_o est une seconde origine.

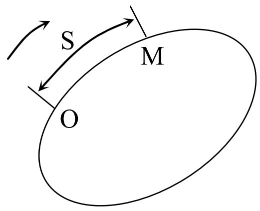
- S l'abscisse de M par rapport à O ;
- S_1 l'abscisse de M par rapport à O_o ;
- S_0 l'abscisse de O_o par rapport O.

On a $S = S_o + S_1$



II. 3. Trajectoire fermée

A une abscisse curviligne S donnée, correspond un seul point M, mais la réciproque n'est plus vraie ici.



Trajectoire fermée

A un point donné M, correspond une infinité d'abscisses curvilignes qui sont données par la relation

$$s = S + kL$$

s : l'une des abscisses ;

S = OM (mesuré dans le sens positif)

L : longueur de la courbe

K : entier positif, négatif ou nul.

II. 4. Origine du temps, instant

a. <u>l'instant origine</u>

l'instant origine étant précisé en rapport avec une position définie du mobile dont on étudie le mouvement, les autres instants seront définis, par rapport à l'instant origine, par un nombre algébrique ayant pour :

- valeur absolue : la mesure de l'intervalle de temps qui sépare l'instant origine de l'instant considéré ;
- Le signe + : si l'instant considéré est postérieur à l'instant origine ;
- Le signe - : si l'instant considéré est antérieur à l'instant origine.

b. <u>Changement d'origine du temps</u>

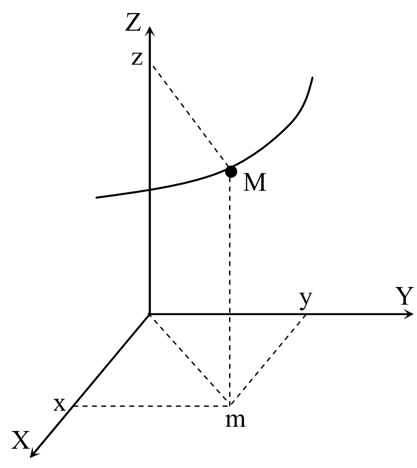
Si un même instant est défini, par rapport à deux origines de temps, par les nombres respectifs t et t_1 et si le nombre t_0 définit l'intervalle de temps qui sépare la deuxième origine de la première, on a :

$$t = t_0 + t_1$$

c. <u>Définition analytique du mouvement</u>

On choisit un repère Oxyz. La position d'un Point M (donc son mouvement) sera définie si l'on connaît, à chaque instant, ses coordonnées en fonction du temps, soit les trois équations :

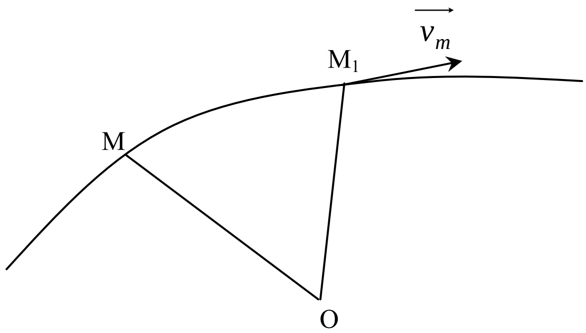
$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \\ z = h(t) \end{cases}$$



III. Vitesse

Soit un mobile M, assimilé à un point, sur une trajectoire quelconque, au temps « t », il est dans la position M ; au temps « t_1 » il est dans la position M_1. On définit :

- la vitesse moyenne ;
- la vitesse instantanée.



III. 1. Vitesse moyenne

La vitesse moyenne $\overrightarrow{v_{moy}}$ est la vitesse d'un point mobile qui irait de M à M_1 pendant le temps « Δt » d'un mouvement rectiligne et uniforme.

$$\overrightarrow{v_{moy}} = \frac{\overrightarrow{MM_1}}{t_1 - t} = \frac{\overrightarrow{MM_1}}{\Delta t}$$

III. 2. Vitesse instantanée ou vitesse à l'instant « t »

C'est la limite du rapport $\frac{\overrightarrow{MM_1}}{\Delta t}$ lorsque $t_1 \to t$, c'est-à-dire lorsque $\Delta t \to 0$. On la note par $\overrightarrow{v(t)}$ ou simplement $\overrightarrow{v}$.

$$\overrightarrow{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM}}{t_1 - t} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

III. 3. Expression vectorielle (ou géométrique) de la vitesse

En introduisant l'abscisse curviligne s, on peut écrire

$s = OM = s(t)$

$s_1 = M_0M_1 = s(t + dt)$

$\overrightarrow{v} = \frac{ds}{dt}\overrightarrow{\tau} = s'\,\overrightarrow{\tau}$ $\qquad$ $\overrightarrow{\tau}$: Vecteur unitaire de la tangente en M

$\frac{ds}{dt} = s'$: vitesse algébrique instantanée

Remarque

Le vecteur vitesse est donc toujours orienté dans le sens du mouvement : sur une trajectoire orientée, si le mobile se déplace dans le sens positif, le vecteur vitesse est dirigé dans le sens positif. Si le mobile se déplace dans le sens négatif, le vecteur vitesse est dirigé dans le sens négatif.

III. 4. Expression du vecteur-vitesse (Composantes)

III. 4. 1. En coordonnées cartésiennes

La trajectoire du mobile M est définie par les coordonnées de la position en fonction du temps, c'est-à-dire par les coordonnées du vecteur position.

$$\overrightarrow{OM} = \begin{cases} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{cases}$$

Le vecteur vitesse est défini par les coordonnées du vecteur dérivée de $\overrightarrow{OM}$ par rapport au temps :

$$\overrightarrow{v_M} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\,\overrightarrow{r}}{dt} = \begin{cases} x' = \dfrac{dx(t)}{dt} \\ y' = \dfrac{dy(t)}{dt} \\ z' = \dfrac{dz(t)}{dt} \end{cases}$$

Le vecteur vitesse s’écrira alors :

$$\overrightarrow{v_M} = \frac{dx}{dt}\overrightarrow{i} + \frac{dy}{dt}\overrightarrow{j} + \frac{dz}{dt}\overrightarrow{k}$$

Son module sera donné par :

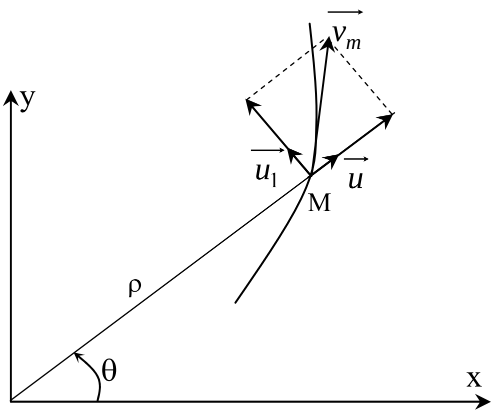
$$v_M = \left|\overrightarrow{v_M}\right| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}$$

III. 4. 1. En coordonnées polaires : Trajectoire dans le plan Oxy.

La trajectoire du mobile M est défini par $\begin{cases} \rho = OM = \rho(t) \\ \theta = \theta(t) \end{cases}$

Le vecteur vitesse est donné par :

$$\overrightarrow{v_M} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\rho\,\overrightarrow{u}}{dt} = \frac{d\rho}{dt}\overrightarrow{u} + \rho\frac{d\,\overrightarrow{u}}{dt}$$



Or on sait que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u_1}$ sont perpendiculaires $\frac{d\overrightarrow{u}}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_1}$

$$\Rightarrow \quad \overrightarrow{v_M} = \frac{d\rho}{dt}\overrightarrow{u} + \rho\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_1}$$

Ce qui signifie que le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_M}$ est la somme géométrique de deux vecteurs :

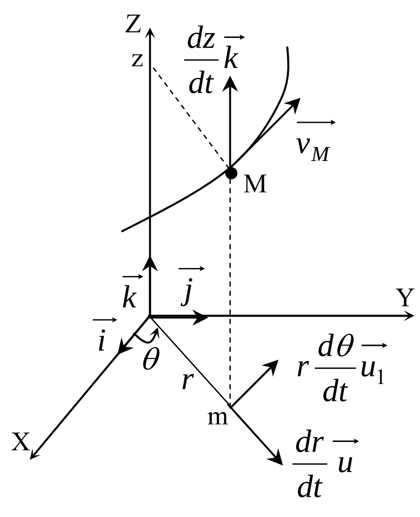
- le premier $\left(\frac{d\rho}{dt}\overrightarrow{u}\right)$ radial
- le second $\left(\rho\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_1}\right)$ est perpendiculaire au premier

III. 4. 2. En coordonnées semi-polaires

La trajectoire du point M

est définie par $\begin{cases} r = OM = r(t) \\ \theta = \theta(t) \\ z = z(t) \end{cases}$

Le vecteur vitesse est, par analogie au résultat précédent, sera donné par :



$$\overrightarrow{v_M} = \frac{dr}{dt}\overrightarrow{u} + r\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_1} + \frac{dz}{dt}\overrightarrow{k}$$

Il suffit d'ajouter la composante suivant Oz.

IV. Accélération

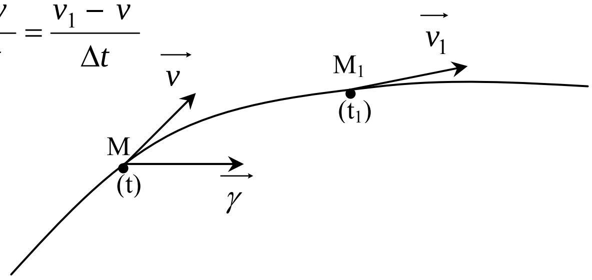
Soit $\overrightarrow{v}$ la vitesse d'un mobile à l'instant « t », et $\overrightarrow{v_1}$ sa vitesse à l'instant « t_1 ». On définit alors :

- L'accélération moyenne ;
- L'accélération instantanée.

IV. 1. Accélération moyenne

L'accélération moyenne entre les instants « t » et « t_1 » est par définition :

$$\overrightarrow{\gamma_{moy}} = \frac{\overrightarrow{v_1} - \overrightarrow{v}}{t_1 - t} = \frac{\overrightarrow{v_1} - \overrightarrow{v}}{\Delta t}$$



IV. 2. Accélération instantanée

C'est la limite du rapport précédent lorsque $t_1 \to t$, c'est-à-dire lorsque $\Delta t \to 0$.

$$\overrightarrow{\gamma} = \frac{d\overrightarrow{v}}{dt}$$

IV. 3. Expression du vecteur accélération

a. Expression vectorielle

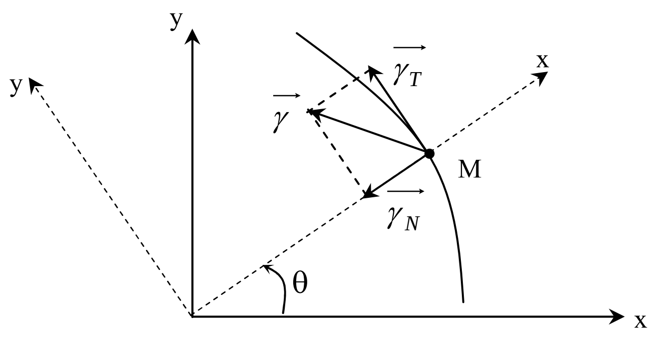
Elle est donnée par

$$\overrightarrow{\gamma} = \frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = \frac{dv}{dt}\overrightarrow{\tau} + \frac{v^2}{r}\overrightarrow{n} = \overrightarrow{\gamma_t} + \overrightarrow{\gamma_n}$$

$\overrightarrow{\tau}$: vecteur unitaire de la tangente directe au point M, à la trajectoire orientée ;

$\overrightarrow{n}$: vecteur unitaire porté par la normale principale au point M et orienté vers le centre de la courbure ;

r : rayon de courbure de la trajectoire au point M à l'instant considéré.



On peut donc considérer $\vec{\gamma}$ comme étant la somme de deux vecteurs :

$$\vec{\gamma} = \vec{\gamma_t} \quad (\textit{accélération tangentielle}) \; + \; \vec{\gamma_n} \quad (\textit{accélération normale})$$

avec $\vec{\gamma_t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$ (dérivée seconde de l'abscisse « s » par rapport au temps)

$\gamma_n = \frac{v^2}{r}$, $v^2 > 0$ et $r > 0$ $\Rightarrow$ γ_n est toujours dirigée vers le centre de la courbure de la trajectoire).

Cas particuliers

✓ $\vec{\gamma_t} = 0$ cela veut dire que $\frac{dv}{dt} = 0$ (mouvement uniforme), reste la composante normale.

Pour que l'accélération $\vec{\gamma}$ se réduise à une accélération normale $\vec{\gamma_n}$, il faut et il suffit que le mouvement soit uniforme.

✓ $\vec{\gamma_n} = 0$ cela veut dire que :

soit $v = 0$ $\rightarrow$ point immobile

soit $r = \infty$ $\rightarrow$ trajectoire droite

Il reste dans ce cas la composante tangentielle seulement.

b. Expression analytique du vecteur accélération (composantes)

b. 1. *En coordonnées cartésiennes*

On sait que $\vec{v} : \begin{cases} x' = \frac{dx}{dt} \\ y' = \frac{dy}{dt} \\ z' = \frac{dz}{dt} \end{cases}$ d'où $\vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dt} : \begin{cases} x'' = \frac{d^2x}{dt^2} \\ y'' = \frac{d^2y}{dt^2} \\ z'' = \frac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$

Module de l'accélération :

$$\gamma = \left|\vec{\gamma}\right| = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2} = \sqrt{x''^2 + y''^2 + z''^2}$$

b. 2. *En coordonnées polaires*

Nous savons que la vitesse d'un mobile exprimée en coordonnées polaires est donnée par :

$$\overrightarrow{v}=\frac{d\rho}{dt}\overrightarrow{u}+\rho\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_1}$$

Cela veut dire que $\frac{d\overrightarrow{u}}{dt}=\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_1}$ et de la même façon $\frac{d\overrightarrow{u_1}}{dt}=-\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u}$.

L'accélération $\overrightarrow{\gamma}=\frac{d\overrightarrow{v}}{dt}$ sera obtenue alors par

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\gamma}&=\frac{d\overrightarrow{v}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{d\rho}{dt}\overrightarrow{u}+\rho\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_1}\right)=\frac{d^2\rho}{dt}\overrightarrow{u}+\frac{d\rho}{dt}\frac{d\overrightarrow{u}}{dt}+\frac{d\rho}{dt}\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_1}+\rho\frac{d^2\theta}{dt^2}\overrightarrow{u_1}+\rho\frac{d\theta}{dt}\frac{d\overrightarrow{u_1}}{dt}\\
&=\frac{d^2\rho}{dt^2}\overrightarrow{u}+\frac{d\rho}{dt}\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_1}+\frac{d\rho}{dt}\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_1}+\rho\frac{d^2\theta}{dt^2}\overrightarrow{u_1}-\rho\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\overrightarrow{u}\\
&=\left[\frac{d^2\rho}{dt^2}-\rho\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\overrightarrow{u}+\left[2\frac{d\rho}{dt}\frac{d\theta}{dt}+\rho\frac{d^2\theta}{dt^2}\right]\overrightarrow{u_1}\end{aligned}$$

or $\frac{1}{\rho}\frac{d}{dt}\left(\rho^2\frac{d\theta}{dt}\right)=2\frac{d\rho}{dt}\frac{d\theta}{dt}+\rho\frac{d^2\theta}{dt^2}$

finalement $\overrightarrow{\gamma}=\left[\frac{d^{2\rho}}{dt^2}-\rho\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\overrightarrow{u}+\frac{1}{\rho}\frac{d}{dt}\left(\rho^2\frac{d\theta}{dt}\right)\overrightarrow{u_1}$

En coordonnées polaires (ρ : rayon polaire), les deux composantes de l'accélération sont donc :

$$\gamma_\rho=\frac{d^{2\rho}}{dt^2}-\rho\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \quad \textit{suivant } \overrightarrow{u}$$

$$\gamma_n=\frac{1}{\rho}\frac{d}{dt}\left(\rho^2\frac{d\theta}{dt}\right) \quad \textit{suivzant } \overrightarrow{u_1}$$

$$\overrightarrow{u}\perp\overrightarrow{u_1}$$

IV.4. Applications

Exercice 01

Un corps se déplace selon l'axe des x suivant la loi $x(t)=2t^3+5t^2+5$, x est en mètre et t en seconde. Trouver

1- sa vitesse et son accélération à chaque instant ;

2- sa position, sa vitesse et son accélération pour t=2 s et t=3s ;

3- sa vitesse et son accélération moyennes entre t=2 s et t=3 s.

Exercice 02

Un mobile en mouvement rectiligne a une accélération $\gamma=1/t^2$. Sa vitesse initiale à l'instant $t_0=1s$ et au point $x=1$ est nulle.

1- quelle est sa vitesse instantanée $v(t)$?

2- quelle est sa position instantanée $x(t)$?

Exercice 03

Monter que pour un mouvement rectiligne uniformément varié, on a :

$$v^2 - v_0^2 = 2\gamma_0 (x - x_0)$$

V. Cinématique du solide

Un corps solide est un corps dont les différents points demeurent à distances constantes les uns des autres.

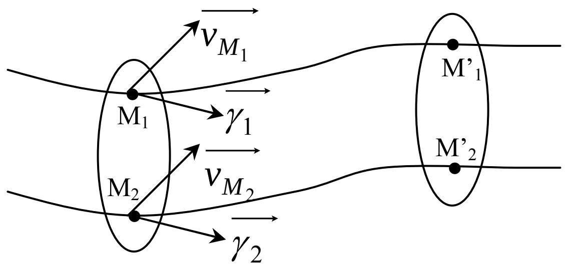
V. 1. Mouvement de translation

Définition : c'est un mouvement par rapport à un système de référence, tel que tout vecteur lié à deux points quelconque du corps, reste équipolle à lui même.

Propriétés du mouvement de translation

✓ *Trajectoires*

Les trajectoires des différents points d'un solide en mouvement de translation se déduisent les unes des autres par translation. Ce sont des courbes identiques, superposables.



✓ *Vitesse*

A chaque instant, les vecteurs vitesses de chacun des points d'un solide en mouvement de translation sont équipollents. La réciproque est vraie.

$\overrightarrow{v_{M_1}} = \overrightarrow{v_{M_2}}$ à un instant quelconque.

✓ *Accélération*

A chaque instant les vecteurs accélérations de chacun des points d'un solide en mouvement de translation sont équipollents. La réciproque est vraie.

$\overrightarrow{\gamma_1} = \overrightarrow{\gamma_2}$ à un instant quelconque.

Conséquence

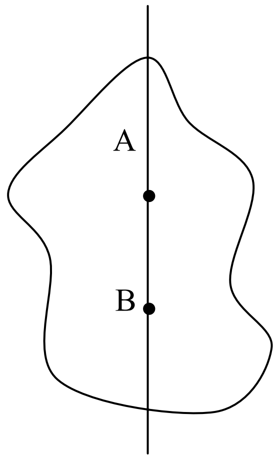
Le mouvement d'un corps solide en translation sera parfaitement défini par le mouvement de l'un de quelconques de ses points.

On appellera donc trajectoire, vitesse et accélération du mouvement du solide, la trajectoire, la vitesse et l'accélération de l'un de ses points.

V. 2. Mouvement de rotation

<u>*Définition*</u>

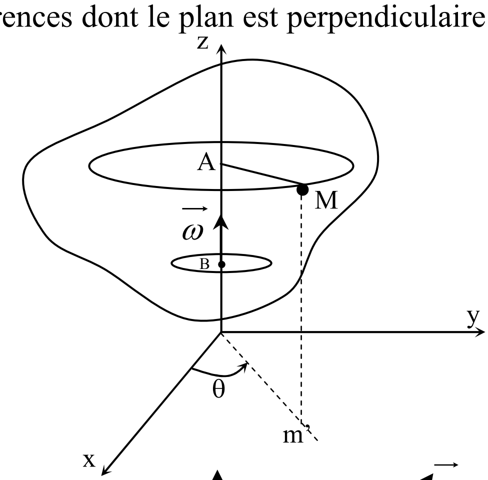
C'est un mouvement dans lequel deux points du solide restent fixes. Si A et B sont les deux points fixes, il en résulte que tous les points de la droite AB sont fixes; cette droite est l'axe de rotation. Oxyz est choisi tel que AB soit sur Oz.



<u>*Propriétés du mouvement de rotation*</u>

✓<u>*Trajectoire*</u>

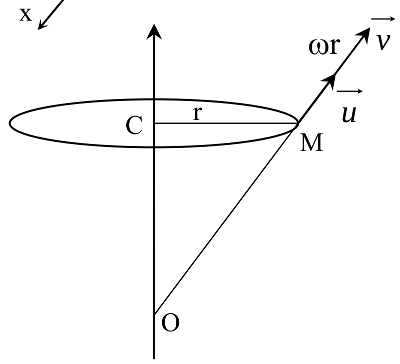
Tous les points du solide décrivent des circonférences dont le plan est perpendiculaire à l'axe de rotation.



✓<u>*Vitesse angulaire*</u>

A chaque instant, tous les points du solide ont la même vitesse angulaire, qui est la vitesse angulaire du solide : ω.

$\overrightarrow{\omega}$ est le vecteur rotation $\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$ *ou* $\omega = \theta'$



✓ <u>*Vitesse linéaire d'un point du solide*</u>

$$v = \omega \cdot r \qquad \overrightarrow{v} = \omega \cdot r\,\overrightarrow{u}$$

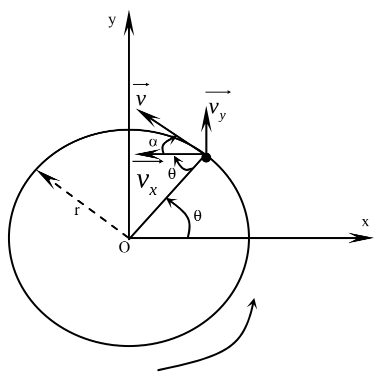
On peut montrer que :

$$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}$$

(O point quelconque de l'axe de rotation)

✓ <u>*Composantes de la vitesse*</u>

$$\begin{cases} v_x = -\omega\, r \cos\alpha = -\omega\, r \sin\theta \\ v_y = \omega\, r \sin\alpha = \omega\, r \cos\theta \\ v_z = 0 \end{cases}$$



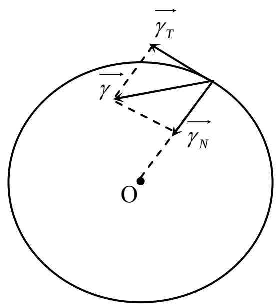
✓ <u>*Accélération*</u>

L'accélération sera celle d'un mouvement circulaire.

✓ *Accélération angulaire*

$$\theta'' = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

✓ *Accélération d'un point*



$$\overrightarrow{\gamma_M} = \frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = \frac{dv}{dt}\overrightarrow{\tau} + \frac{v^2}{r}\overrightarrow{n}$$

Dans ce cas :

$v = \omega \cdot r$ et r= constante

donc $\overrightarrow{\gamma_M} = r\frac{d\omega}{dt}\overrightarrow{\tau} + \omega^2 r\overrightarrow{n}$

composantes de $\overrightarrow{\gamma_M}\begin{cases}\overrightarrow{\gamma_T} = r\frac{d\omega}{dt}\overrightarrow{\tau} & \textit{suivant la tangente} \\ \overrightarrow{\gamma_N} = \omega^2 r\overrightarrow{n} & \textit{toujours dirigée vers le centre}\end{cases}$

V. 3. Mouvement hélicoïdal

✓*Définition*

C'est un mouvement dans lequel une droite (axe de mouvement) du solide reste fixe en pouvant glisser sur elle-même et un point du corps non situé sur l'axe de rotation décrit une hélice circulaire autour de cet axe.

✓*Trajectoire*

Chacun des points du solide décrit une hélice. Pour un point M quelconque, on a

$$z = a \cdot \theta + b$$

Pas de l'hélice : c'est la quantité $p = 2\pi a$

p est le déplacement suivant l'axe Oz correspondant à $\theta = 2\pi$ soit un tour.

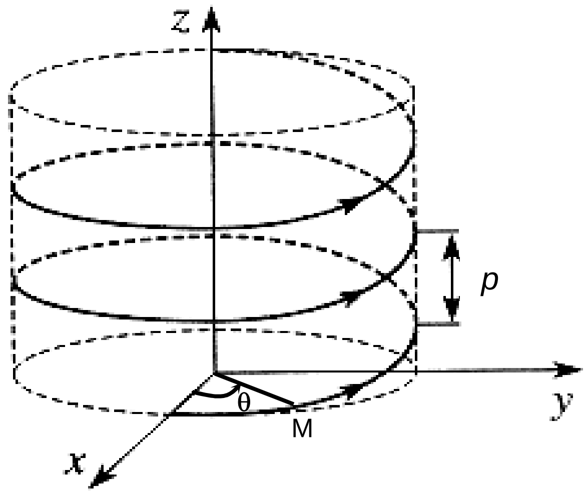
Remarque

Dans un mouvement hélicoïdal, tous les points du solide décrivent, simultanément autour de l'axe, des hélices circulaires de même pas (mais de rayon différent)

✓*Vitesse*

La vitesse de chacun des points est composée de deux vecteurs

$\overrightarrow{v_M}$ a pour composantes $\begin{cases} v_t = r\frac{d\theta}{dt} = r\theta' & \textit{due à la rotation, située} \\ & \textit{dans un plan } \perp Oz \\ v_t = \frac{dz}{dt} = z' & \textit{due au glissement suivant} \\ & \textit{l'axe parrallèle à } Oz \end{cases}$



V.4. Applications

Exercice 01

Les coordonnées polaires d'un point en mouvement sont $\overrightarrow{OM} = r\,\overrightarrow{u_r}$ et $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{OM}) = \theta$, $\overrightarrow{u_r}$ étant le vecteur unitaire de l'axe $\overrightarrow{OM}$.

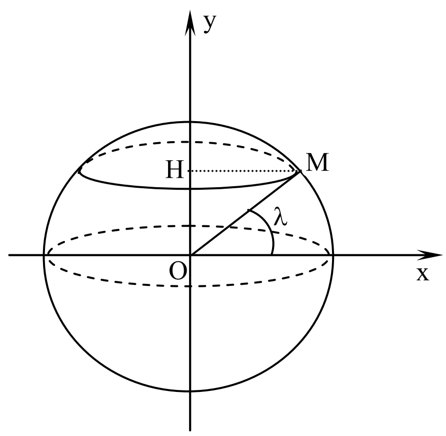
1. Quelles sont les composantes radiales et tangentielles de la vitesse $\vec{v}$?
2. Quelles sont les composantes radiales et tangentielles de l'accélération $\vec{\gamma}$?

Exercice 02

Une sphère de rayon R est mise en rotation à la vitesse angulaire constante ω, autour d'un axe (Δ) passant par son centre O.

1. Déterminer la vitesse linéaire v d'un point M situé sur la sphère à latitude λ (angle entre OM et le plan équatorial de la sphère) ;
2. En déduire le module de l'accélération γ du point M ;
3. Application numérique. Calculer v et γ dans le cas où le point M est un point situé sur la surface de la terre (la terre étant assimilée à une sphère de centre O et de rayon R).

On donne R= 6380 km, λ=45° et période de révolution de la terre, T=24 h.

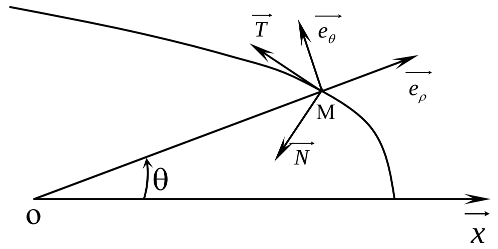


Exercice 03

Une particule soumise à des champs électriques et magnétiques complexes est en mouvement dans un référentiel galiléen. Les équations de la trajectoire sont, en coordonnées polaires :

$$\begin{cases} r = r_0 \cdot e^{-\frac{t}{a}} \\ \theta = \dfrac{t}{a} \end{cases}$$

Avec, r_0 et a constantes positives.



1. Calculer le vecteur vitesse de la particule;
2. Montrer que l'angle $\left(\vec{v}, \vec{e_\theta}\right)$ est constant. Que vaut cet angle?
3. Calculer le vecteur accélération de la particule;
4. Montre que l'angle $\left(\vec{\gamma}, \vec{N}\right)$ est constant. Que vaut cet angle? (on se servira de la question 2);
5. Calculer le rayon de courbure de la trajectoire.

VI. Changement du système de référence

VI. 1. Composition des mouvements (mouvement relatif)

Considérons :

- un repère S, matérialisé par un trièdre Oxyz
- un repère S_1, matérialisé par un trièdre $O_1x_1y_1z_1$ en mouvement par rapport à S
- un point M, en mouvement, défini par x,y,z dans le repère S et par x_1, y_1, z_1 dans le repère S_1

Par changement de coordonnées on peut passer du mouvement de M par rapport à S_1 au mouvement de M par rapport à S.

Il suffit d'appliquer la relation vectorielle : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO_1} + \overrightarrow{O_1M}$

Pour étudier un mouvement bien défini, on utilise les définitions suivantes :

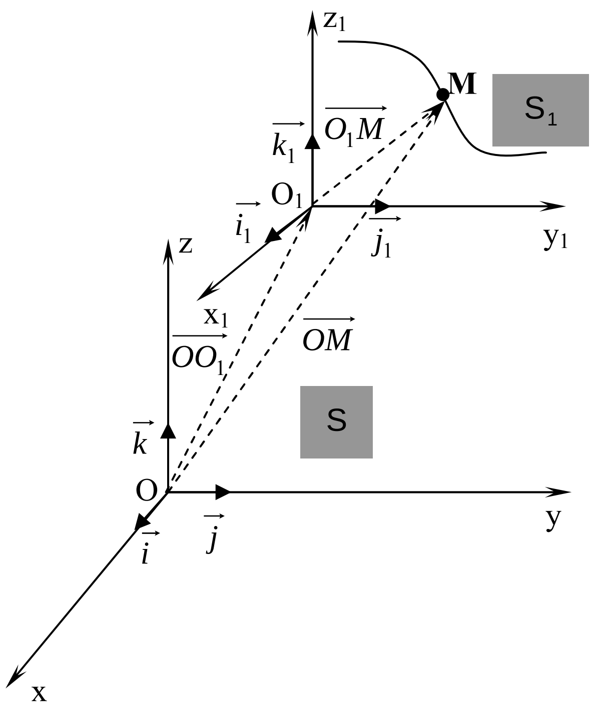
☛ le trièdre Oxyz (repère S) est le *repère absolu* ou *référentiel absolu* ;

☛ le trièdre $O_1x_1y_1z_1$ (repère S_1) est le *repère relatif* ou *référentiel relatif* ;

☛ le mouvement du point M par rapport à « S » s'appelle *mouvement absolu ;*

☛ le mouvement du point M par rapport à « S_1 » s'appelle *mouvement relatif ;*

☛ le mouvement de « S_1 » par rapport à « S » s'appelle *mouvement d'entraînement ;*



VI. 2. Compositions des vitesses

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO_1} + \overrightarrow{O_1M}$ $\qquad$ $\overrightarrow{v_a}$ vitesse absolue du point M

$$\overrightarrow{v_a} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO_1}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}$$

Or $\quad \overrightarrow{O_1M} = x_1\overrightarrow{i_1} + y_1\overrightarrow{j_1} + z_1\overrightarrow{k_1}$ $\quad$ dans le repère S_1

Il vient $\overrightarrow{v_a} = \underbrace{\frac{d\overrightarrow{OO_1}}{dt} + x_1\frac{d\overrightarrow{i_1}}{dt} + y_1\frac{d\overrightarrow{j_1}}{dt} + z_1\frac{d\overrightarrow{k_1}}{dt}}_{\overrightarrow{v_e}} + \underbrace{\frac{dx_1}{dt}\overrightarrow{i_1} + \frac{dy_1}{dt}\overrightarrow{j_1} + \frac{dz_1}{dt}\overrightarrow{k_1}}_{\overrightarrow{v_r}}$

donc $\quad \overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_e} + \overrightarrow{v_r}$

avec : $\quad \overrightarrow{v_r} = \frac{dx_1}{dt}\overrightarrow{i_1} + \frac{dy_1}{dt}\overrightarrow{j_1} + \frac{dz_1}{dt}\overrightarrow{k_1}$

$$\overrightarrow{v_e} = \frac{d\overrightarrow{OO_1}}{dt} + x_1\frac{d\overrightarrow{i_1}}{dt} + y_1\frac{d\overrightarrow{j_1}}{dt} + z_1\frac{d\overrightarrow{k_1}}{dt}$$

Cas particuliers

- si les repères S et S_1 sont fixes alors $\overrightarrow{v_e} = 0$ et $\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_r}$

- si le repère S_1 est en mouvement rectiligne et uniforme par rapport à S, alors $\overrightarrow{v_e} = \frac{d\overrightarrow{OO_1}}{dt}$

Remarque

La dérivée d'un vecteur unitaire : $\dfrac{d\vec{u}}{dt}$ est obtenu par :

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\vec{u_1} = \vec{\omega} \wedge \vec{u} \qquad\qquad \frac{d\theta}{dt} = \omega \text{ : vitesse angulaire}$$

De ce fait, la vitesse d'entraînement s'écrira alors :

$$\vec{v_e} = \frac{d\overrightarrow{OO_1}}{dt} + x_1\left(\vec{\omega} \wedge \vec{i_1}\right) + y_1\left(\vec{\omega} \wedge \vec{j_1}\right) + z_1\left(\vec{\omega} \wedge \vec{k_1}\right)$$
$$+ \vec{\omega} \wedge \left[x_1\vec{i_1} + y_1\vec{j_1} + z_1\vec{k_1}\right]$$

$$\vec{v_e} = \frac{d\overrightarrow{OO_1}}{dt} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O_1M}$$

V. 3. Compositions des accélérations

$$\vec{\gamma_a} = \frac{d\vec{v_a}}{dt} = \frac{d\vec{v_e}}{dt} + \frac{d\vec{v_r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{d\overrightarrow{OO_1}}{dt} + x_1\frac{d\vec{i_1}}{dt} + y_1\frac{d\vec{j_1}}{dt} + z_1\frac{d\vec{k_1}}{dt}\right]$$
$$+ \frac{d}{dt}\left[\frac{dx_1}{dt}\vec{i_1} + \frac{dy_1}{dt}\vec{j_1} + \frac{dz_1}{dt}\vec{k_1}\right]$$

$$\Rightarrow \vec{\gamma_a} = \frac{d^2\overrightarrow{OO_1}}{dt^2} + \frac{dx_1}{dt}\frac{d\vec{i_1}}{dt} + x_1\frac{d^2\vec{i_1}}{dt^2} + \frac{dy_1}{dt}\frac{d\vec{j_1}}{dt} + y_1\frac{d^2\vec{j_1}}{dt^2} + \frac{dz_1}{dt}\frac{d\vec{k_1}}{dt} + z_1\frac{d^2\vec{k_1}}{dt^2}$$
$$+ \frac{d^2x_1}{dt^2}\vec{i_1} + \frac{dx_1}{dt}\frac{d\vec{i_1}}{dt} + \frac{d^2y_1}{dt^2}\vec{j_1} + \frac{dy_1}{dt}\frac{d\vec{j_1}}{dt} + \frac{d^2z_1}{dt^2}\vec{k_1} + \frac{dz_1}{dt}\frac{d\vec{k_1}}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{\gamma_a} = \underbrace{\frac{d^2\overrightarrow{OO_1}}{dt^2} + x_1\frac{d^2\vec{i_1}}{dt^2} + y_1\frac{d^2\vec{j_1}}{dt^2} + z_1\frac{d^2\vec{k_1}}{dt^2}}_{\vec{\gamma_e}} + \underbrace{\frac{d^2x_1}{dt^2}\vec{i_1} + + \frac{d^2y_1}{dt^2}\vec{j_1} + \frac{d^2z_1}{dt^2}\vec{k_1}}_{\vec{\gamma_r}}$$
$$\underbrace{+ 2\left[\frac{dx_1}{dt}\frac{d\vec{i_1}}{dt} + \frac{dy_1}{dt}\frac{d\vec{j_1}}{dt} + \frac{dz_1}{dt}\frac{d\vec{k_1}}{dt}\right]}_{\vec{\gamma_c}}$$

$$\Rightarrow \vec{\gamma_a} = \vec{\gamma_e} + \vec{\gamma_r} + \vec{\gamma_c} \qquad \begin{cases} \vec{\gamma_e} : \textit{accélération d'entraînement} \\ \vec{\gamma_r} : \textit{accélération relative} \\ \vec{\gamma_c} : \textit{accélération complémentaire} \\ \quad \textit{ou accélération deCoriolis} \end{cases}$$

Remarque

En utilisant le fait que $\dfrac{d\vec{u}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{u}$

L'accélération de Coriolis devient:

$$\vec{\gamma_c} = 2\left(\frac{dx_1}{dt}\frac{d\vec{i_1}}{dt} + \frac{dy_1}{dt}\frac{d\vec{j_1}}{dt} + \frac{dz_1}{dt}\frac{d\vec{k_1}}{dt}\right)$$

$$= 2\left(\frac{dx_1}{dt}\vec{\omega} \wedge \vec{i_1} + \frac{dy_1}{dt}\vec{\omega} \wedge \vec{j_1} + \frac{dz_1}{dt}\vec{\omega} \wedge \vec{k_1}\right)$$

$$= 2\vec{\omega} \wedge \left(\frac{dx_1}{dt}\vec{i_1} + \frac{dy_1}{dt}\vec{j_1} + \frac{dz_1}{dt}\vec{k_1}\right)$$

$$= 2\vec{\omega} \wedge \vec{v_r}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{\gamma_c} = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v_r}$$

L'accélération d'entraînement devient :

$$\vec{\gamma_e} = \frac{d^2\overrightarrow{OO_1}}{dt^2} + x_1\frac{d^2\vec{i_1}}{dt^2} + y_1\frac{d^2\vec{j_1}}{dt^2} + z_1\frac{d^2\vec{k_1}}{dt^2}$$

$$= \frac{d^2\overrightarrow{OO_1}}{dt^2} + x_1\frac{d}{dt}\left(\vec{\omega} \wedge \vec{i_1}\right) + y_1\frac{d}{dt}\left(\vec{\omega} \wedge \vec{j_1}\right) + z_1\frac{d}{dt}\left(\vec{\omega} \wedge \vec{k_1}\right)$$

$$= \frac{d^2\overrightarrow{OO_1}}{dt^2} + x_1\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{i_1} + x_1\vec{\omega} \wedge \frac{d\vec{i_1}}{dt} + y_1\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{j_1} + y_1\vec{\omega} \wedge \frac{d\vec{j_1}}{dt}$$

$$+ z_1\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{k_1} + z_1\vec{\omega} \wedge \frac{d\vec{k_1}}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{\gamma_e} = \frac{d^2\overrightarrow{OO_1}}{dt^2} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \left(x_1\vec{i_1} + y_1\vec{j_1} + z_1\vec{k_1}\right) + \vec{\omega} \wedge \left(x_1\frac{d\vec{i_1}}{dt} + y_1\frac{d\vec{j_1}}{dt} + z_1\frac{d\vec{k_1}}{dt}\right)$$

$$= \frac{d^2\overrightarrow{OO_1}}{dt^2} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \overrightarrow{O_1M} + \vec{\omega} \wedge \left(x_1\vec{\omega} \wedge \vec{i_1} + y_1\vec{\omega} \wedge \vec{j_1} + z_1\vec{\omega} \wedge \vec{k_1}\right)$$

$$= \frac{d^2\overrightarrow{OO_1}}{dt^2} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \overrightarrow{O_1M} + \vec{\omega} \wedge \left\{\vec{\omega} \wedge \left(x_1\vec{i_1} + y_1\vec{j_1} + z_1\vec{k_1}\right)\right\}$$

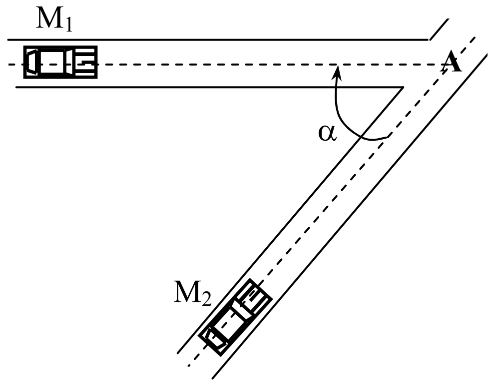
$$\Rightarrow \quad \vec{\gamma_e} = \frac{d^2\overrightarrow{OO_1}}{dt^2} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \overrightarrow{O_1M} + \vec{\omega} \wedge \left(\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O_1M}\right)$$

VI. 4. Applications

Exercice 01

Deux Voitures M_1 et M_2 se déplacent à des vitesses constantes $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ selon deux directions, comme il est montré dans la figure, et se dirigent toutes les deux vers un point fixe A.

Déterminer la vitesse de la voiture M_1 par rapport à la voiture M_2.

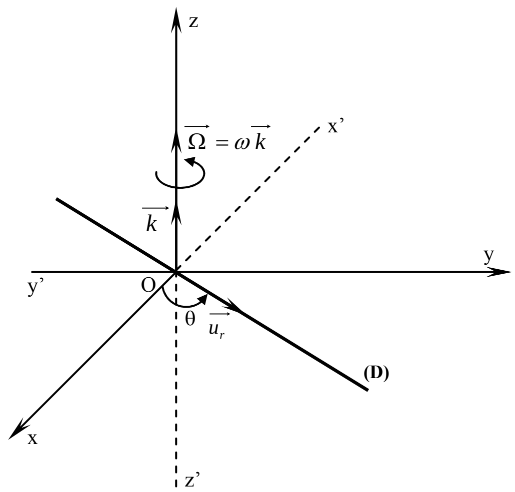


Exercice 02

Un anneau de faibles dimensions, assimilable à un point matériel M de masse m, glisse sans frottement sur une tige rigide (D). La tige (D) tourne dans un plan horizontal (Oxy) autour de l'axe vertical Oz avec la vitesse angulaire $\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$, où θ représente l'angle orienté $(\vec{i},\vec{u_r})$ et $\overrightarrow{u_r}$ un vecteur unitaire de (D) voir Fig. 4.

Le mouvement du point matériel M sur la droite (D) est décrit par l'équation horaire :

$$r = r_0(1 + \sin \omega t)$$



où r_0 est une constante positive et $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = r\vec{u_r}$.

On appelle mouvement relatif de M son mouvement sur la droite (D) et mouvement absolu son mouvement par rapport au repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Déterminer, pour l'anneau, dans la base $(\vec{u_r}, \vec{u_\theta})$:

1. la vitesse et l'accélération relatives ;
2. la vitesse et l'accélération d'entraînement ;
3. l'accélération de Coriolis.

Exercice 03

Soit le système de la Figure ci-dessous qui est composé de deux tiges. La première tige est en rotation autour du centre O_0 relativement au référentiel galiléen. Une seconde tige est en rotation autour du centre O_1 relativement à la première tige.

1. On s'intéresse au mouvement de la tige (2) relativement à un référentiel R_1 lié à la tige (1). On travaillera dans le repère $(\vec{i_1}, \vec{j_1}, \vec{k_1})$. L'angle $\psi(t)$ évolue de manière quelconque.

a. En se plaçant en coordonnées polaires dans le référentiel R_1, donner la position, la vitesse et l'accélération du point M ;

b. Sur un schéma, tracer les vecteurs $\vec{e_\rho}, \vec{e_\theta}, \overrightarrow{v_{/R_1}(M)}, \overrightarrow{\gamma_{/R_1}(M)}$ ainsi que les vecteurs accélération tangentielle et accélération normale $\overrightarrow{\gamma_{N/R_1}(M)}$ et $\overrightarrow{\gamma_{T/R_1}(M)}$;

c. Donner en coordonnées cartésiennes, les vecteurs position, vitesse, accélération du point M relativement au référentiel R_1 ;

2. On se place maintenant dans le référentiel R_0. On travaillera dans la base $(\vec{i_1}, \vec{j_1}, \vec{k_1})$. L'angle $\theta(t)$ évolue de manière quelconque. Tous les résultats seront donnés en coordonnées cartésiennes en projection sur la base (x_1, y_1, z_1).

a. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{\omega_{R_1/R_2}}$ dans la base (1) ;

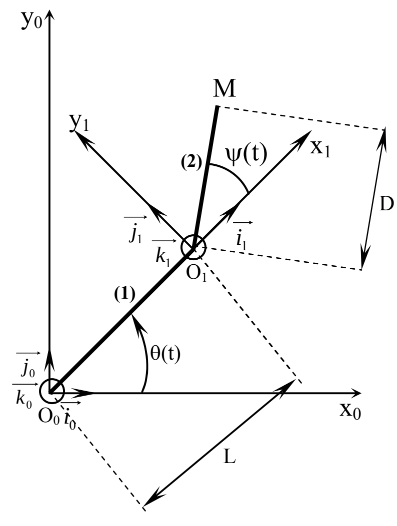
b. Calculer la vitesse du point P appartenant à (1), point coïncidant au point M, relativement au référentiel R_0, en projection dans la base (1). (Vitesse d'entraînement);

c. Calculer l'accélération du point P appartenant à (1), point coïncidant au point M, relativement au référentiel R_0, en projection dans la base (1);

d. Calculer l'accélération de Coriolis du point M de vitesse relative $\overrightarrow{v_{/R_1}(M)}$, relativement au référentiel R_0, en projection dans la base (1) ;

e. Déduire des questions précédentes la vitesses et l'accélération absolue du point M : $\overrightarrow{v_{/R_0}(M)}$ et $\overrightarrow{\gamma_{/R_0}(M)}$.

Fig. 5



VII. Mouvements les plus courants

VII. 1. Mouvement rectiligne uniforme

Il se caractérise par :

✓ une trajectoire rectiligne (une droite)

✓ une vitesse constante (v= cste)

✓ une accélération γ nulle (γ=0)

$$\gamma = 0 \qquad or \qquad v = \frac{dx}{dt} = cste$$

$$\Rightarrow dx = vdt \qquad donc \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} vdt = v\int_{t_0}^{t} dt$$

Donc d'une façon générale

$$x - x_0 = v \cdot (t - t_0)$$

On peut distinguer trois cas :

- $t_0 = 0$; $x_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = v \cdot t$;
- $t_0 = 0$; $x_0 = x_0 \quad \Rightarrow \quad x = v \cdot t + x_0$;
- $t_0 = t_0$; $x_0 = x_0 \quad \Rightarrow \quad x = v \cdot (t - t_0) + x_0$

VII. 2. Mouvement circulaire uniforme

- la trajectoire est circulaire (circonférence) :
- vitesse linéaire et angulaire sont des constantes.

<u>*Loi du mouvement*</u>

Espace parcouru : $S = v \cdot t + S_0$ vitesse linéaire v=cste

S_0 : abscisse circulaire à l'instant origine

v : vitesse constante

S : abscisse du mobile à l'instant t.

Vitesse angulaire :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = Cste \quad (rd / s)$$

Relation entre v et ω.

$$v = \omega \cdot R = R\frac{d\theta}{dt} \qquad \begin{cases} R: \ rayon \ \ du \ cercle \\ v \ \ en \ \ m/s \ \ vitesse \ \ linéaire \\ \omega \ \ en \ \ rd/s \ \ vitesse \ \ angulaire \end{cases}$$

Si « T » est la durée d'un tour (période), alors la distance parcourue en 1 Tour est :

$$v \cdot T = 2\pi R$$

$$\Rightarrow v = \frac{2\pi}{T} R = \omega \cdot R \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f \qquad (f : \textit{fréquence})$$

Souvent, la vitesse de rotation est exprimée en tour par seconde (n tr/s) ou bien en tours par minute (N tr/mn).

Dans ce cas, on écrit :

$$\omega = 2\pi \cdot n = 2\pi \frac{N}{60} = \frac{N\pi}{30} \quad rd/s$$

Avec une abscisse circulaire nulle à l'instant origine (S_0=0), on a :

$$S = v \cdot t = \omega R t = \frac{N\pi}{30} R t$$

Angle balayé en radians :

$$\theta = \omega t \quad et \quad \theta = \theta_0 + \omega t \quad avec \quad \theta_0 \quad à \ l'instant \ origine$$

Il existe une analogie complète entre un mouvement rectiligne uniforme et un mouvement circulaire uniforme.

<u>*Accélération d'un point*</u> (dans un mouvement circulaire uniforme)

- $\overrightarrow{\gamma_t} = 0 \quad car \quad \omega = cste \quad \frac{d\omega}{dt} = 0$

- $\overrightarrow{\gamma_n} = \omega^2 R \overrightarrow{n}, \qquad \overrightarrow{n}$: *vecteur unitaire dirigé vers le centre*

d'où $\gamma = \gamma_n = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} \qquad car \quad \omega^2 = \frac{v^2}{R^2}$

VII. 3. Mouvement rectiligne uniformément varié

✓ trajectoire rectiligne ;

✓ accélération constante et non nulle.

$$\gamma = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = cste$$

Si la vitesse croit, le mouvement est uniformément accéléré ;

Si la vitesse décroit, le mouvement est uniformément retardé (ou décéléré).

Nous admettons, pour simplifier, que l'origine du temps correspond à l'origine du mouvement, on distingue trois cas :

<u>1</u>

<u>*1er cas*</u> :

$$x_0 = 0 \quad , \quad v_0 = 0$$
$$\gamma = cste$$
$$v = \gamma \cdot t$$
$$x = \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2$$

<u>*2me cas*</u> :

$$x_0 = 0 \quad , \quad v_0 \neq 0$$
$$\gamma = cste$$
$$v = \gamma \cdot t + v_0$$
$$x = \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2 + v_0 \cdot t$$

<u>*3me cas*</u> :

$$x_0 \neq 0 \quad , \quad v_0 \neq 0$$
$$\gamma = cste$$
$$v = \gamma \cdot t + v_0$$
$$x = \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

VII. 4. Mouvement circulaire uniformément varié

✓ trajectoire circulaire

✓ l'accélération angulaire est constante

$$\omega' = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \theta'' = cste$$

Si la vitesse angulaire croit, le mouvement est uniformément accéléré ;

Si la vitesse angulaire décroit, le mouvement est uniformément retardé (ou décéléré).

Nous admettons pour simplifier que l'origine du temps correspond à l'origine du mouvement, on distingue trois cas :

<u>*1er cas*</u> :

$$S_0 = 0 \quad , \quad \theta_0 = 0 \quad , \quad \omega_0 = 0 \ \textit{ vitesse angulaire initiale nulle}$$
$$\omega' = \theta'' = cste$$
$$\omega = \omega' t$$
$$\theta = \frac{1}{2}\omega' t^2$$

$\underline{2^{me}\ cas}$:

$$S_0 = 0 \quad , \quad \theta_0 = 0 \quad , \quad \omega_0 \neq 0 \ \ vitesse\ \ angulaire\ \ initiale \quad non\ nulle$$

$$\omega' = \theta'' = cste$$

$$\omega = \omega' t + \omega_0 \qquad avec \quad v = \omega R \qquad et \quad s = v\, t$$

$$\theta = \frac{1}{2}\omega' t^2 + \omega_0 t \qquad R : rayon\ \ correspondant\ \ au\ \ point\ considéré$$

$\underline{3^{me}\ cas}$:

$$S_0 \neq 0 \quad , \quad \theta_0 \neq 0 \quad , \quad \omega_0 \neq 0$$

$$\omega' = \theta'' = cste$$

$$\omega = \omega' t + \omega_0 \qquad avec \quad v = \omega R \ \ et \quad S = v\, t + S_0$$

$$\theta = \frac{1}{2}\omega' t^2 + \omega_0 t + \theta_0$$

Accélération d'un point situé au rayon R

$$\vec{\gamma}\begin{cases} \overrightarrow{\gamma_t} = R\dfrac{d\omega}{dt}\vec{\tau} & \gamma_t = R\dfrac{d\omega}{dt} = R\,\omega' \\ \overrightarrow{\gamma_n} = \omega^2 R\,\vec{n} & \gamma_n = \omega^2 R = \dfrac{v^2}{R} \end{cases}$$

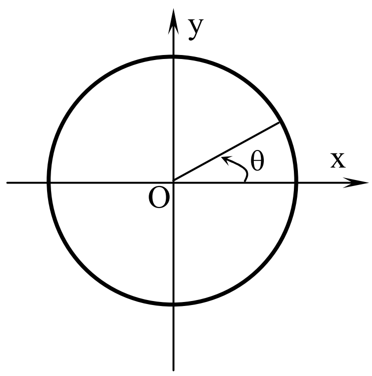
VII. 5. Application

Exercice

On considère une roue turbine tournant à la vitesse de rotation de N_0= 10 000 tr/mn. Après coupure du courant la turbine s'arrête en 3 mn.

1. A quel type de mouvement avons-nous à faire après la coupure du courant? que peut on en déduire en ce qui concerne l'accélération ?
2. Déterminez l'équation du mouvement $\theta(t) = f(t)$ et calculer les valeurs de la vitesse angulaire et l'accélération angulaire, sachant qu'à t=0 on a θ_0=0.
3. Calculer le nombre de tours qu'effectue la turbine jusqu'à l'arrêt.

Rq : On exprimera les angles en radian.



VII. Terminologie (المصطلحات)

Point matériel…………………………………………...نقطة مادية
Dimensions…………………………………..…….الأبعاد
Cinématique du point ………………………..……حركيات النقطة المادية
Assimilé à un point……………………………….….يعتبر كنقطة مادية
Concentré en un point……………………………..…متمركز في نقطة
Négligeable……………………………………....مهمل
Centre de masse…………………………………..….مركز الكتلة
Trajectoire………………………………………...مسار
Successives ……………………………………….متتالية
Rectiligne………………………………………….خطي
Curviligne………………………………………....منحني
Equation du mouvement………………………………..معادلة الحركة
Equation horaire…………………………………..……المعادلة الزمنية
Définition intrinsèque du mouvement………………..….تعريف ضمني للحركة
Composante……………………………………….…مركبة
Abscisse curviligne………………………………….. فاصلة منحنية
Ordonnée…………………………………...……….الترتيبية
Mobile……………………………………………...متحرك
Intervalle………………………………………….مجال
Antérieur…………………………………………...قبلي
Postérieur……………………………………………بعدي
Changement d'origine……………………………..……تحويل أو تغيير المبدأ
Mouvement rectiligne et uniforme………………….……..حركة مستقيمة منتظمة
Vitesse instantanée……………………………..……… سرعة لحظية
Vitesse moyenne……………………………………...سرعة متوسطة
Vitesse linéaire…………………………………….….سرعة خطية
Vitesse angulaire……………………………………...سرعة زاوية
Vitesse de rotation ………………………………….سرعة دورانية
Vitesse initiale…………………………………………سرعة إبتدائية
Tangent…………………………..…………………..مماسي
Coordonnées cartésiennes………………………..…………إحداثيات ديكارتية
Par analogie……………………………………..……..بالتماثل/بالمماثلة
Vecteur unitaire……………………………………….شعاع الوحدة
Expression……………………………………….……عبارة
Rayon de courbure…………………………………….نصف قطر الإنحناء
Centre de courbure…………………………………...مركز الإنحناء
Constant…………………………………………..…ثابت
Point immobile………………………………………نقطة ساكنة
Cinématique du solide ……………………………….حركيات الجسم الصلب
Mouvement de translation………………………………حركة إنسحابية
Mouvement de rotation…………………………………حركة دورانية
Repère…………………………………………………معلم
Fréquence…………………………………………….تواتر/تردد
Angle balayé………………………………………….زاوية ممسوحة
Mouvement rectiligne uniformément varié……………….حركة مستقيمة متغيرة بانتظام