

# **LANGAGE DE MANIPULATION D'UN SCHEMA RELATIONNEL**

**ALGEBRE RELATIONNELLE**

# Opérateurs de manipulation d'une base de données relationnelle

## ■ Opérateurs unaires

### ■ Opérateurs de base

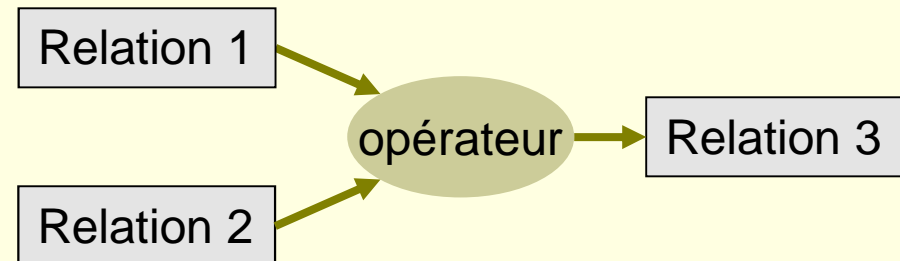
- Restriction ou sélection
- Projection
- Renommage



## ■ Opérateurs binaires

### ■ Opérateurs de base

- produit cartésien
- union
- différence



### ■ Autres opérateurs dérivés

- Jointures
- Division
- Intersection

# L'opérateur restriction

## ■ Définition

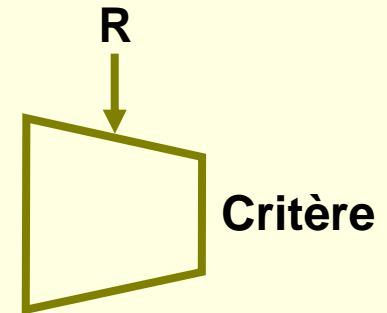
- Élimine un ou + ieurs tuples de la relation
- Sélectionne dans la relation des tuples dont les valeurs d 'attributs vérifient le critère de sélection énoncé dans la restriction

R				
	A1	A2	...	An

# L'opérateur restriction

## ■ Notation

$\sigma_{\text{critère de sélection}} (R)$



## ■ Lecture

- Restreindre R aux tuples vérifiant le critère de sélection
- Sélectionner dans R tous les tuples vérifiant le critère de sélection.

**Critère  
de  
sélection**

**Critère simple** : Attribut comparé à une valeur

Utilisation des opérateurs de comparaison ( $>$ ,  $<$ ,  $=$ ,  $<>$ , etc..)

**Composition de critères simples**

Utilisation des opérateurs logiques ( $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ )

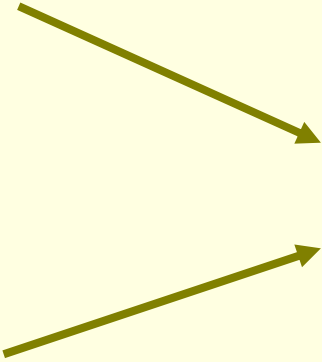
- critère simple  $\wedge$  critère simple
- critère simple  $\vee$  critère simple
- $\neg$  critère simple.

# Exemple de restriction

**R**

A	B	C
a1	b2	c3
a5	b2	c2
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a2	b2	c5
a8	b5	c3

$$R1 = \sigma_{A = 'a1'} ( R )$$



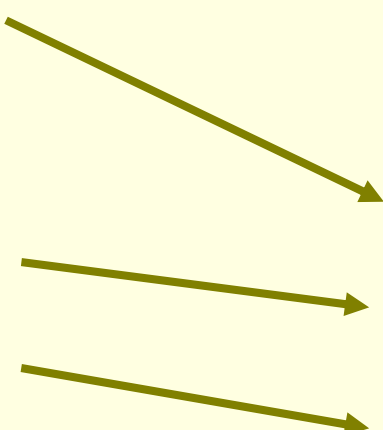
A	B	C
a1	b2	c3
a1	b9	c3

# Exemple de restriction

**R**

A	B	C
a1	b2	c3
a5	b2	c2
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a2	b2	c5
a8	b5	c3

**$R2 = \sigma_{A = 'a1' \vee B = 'b1'} (R)$**



A	B	C
a1	b2	c3
a6	b1	c1
a1	b9	c3

# Exemple de restriction

**R**

A	B	C
a1	b2	c3
a5	b2	c2
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a2	b2	c5
a8	b5	c3

$$R3 = \sigma_{A = 'a1' \wedge B = 'b1'} (R)$$

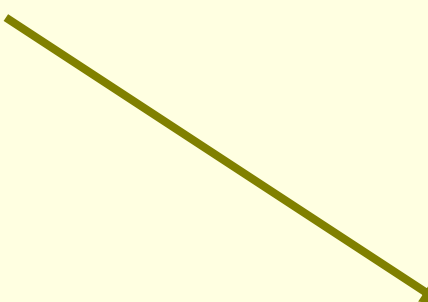
A	B	C

# Exemple de restriction

**R**

A	B	C
a1	b2	c3
a5	b2	c2
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a2	b2	c5
a8	b5	c3

$$R4 = \sigma_{A = 'a1' \wedge B = 'b2'} (R)$$



A	B	C
a1	b2	c3



# Exemple de schéma de base de données d'un organisme de voyage

---

- STATION (NomStation, Capacité, Lieu, Région, Tarif)
- ACTIVITE (NomStation, Libellé, Prix)
- CLIENT (IdClient, Nom, Prénom, Ville, Région, Solde)
- SEJOUR (IdClient, NomStation, DateSéjour, NbPLaces)

# Exemple d'instance de base de données d'un organisme de voyage

## STATION

NomStation	Capacité	Lieu	Région	Tarif
Venusa	350	Guadeloupe	Antilles	1200
Farniente	200	Seychelles	Océan Indien	1500
Santalba	150	Martinique	Antilles	2000
Passac	400	Alpes	Europe	1000

## ACTIVITE

NomStation	Libellé	Prix
Venusa	Voile	150
Venusa	Plongée	120
Farniente	Plongée	130
Passac	Ski	200
Passac	Piscine	20
Santalba	Kayac	50

# Exemple d'instance de base de données d'un organisme de voyage

## CLIENT

IdClient	Nom	Prénom	Ville	Région	Solde
10	Fogg	Phileas	Londres	Europe	12465
20	Pascal	Blaise	Paris	Europe	6763
30	Kerouac	Jack	NewYork	Amérique	9812

## SEJOUR

IdClient	NomStation	DateSéjour	NbPlaces
10	Passac	1998-07-01	2
30	Santalba	1996-08-14	5
20	Santalba	1998-08-03	4
30	Passac	1998-08-15	3
30	Venusa	1998-08-03	3
20	Venusa	1998-08-03	6
30	Farniente	1999-06-24	5
10	Farniente	1998-09-05	3

# Un exemple de requête algébrique

■ **Question :** Donnez toutes les stations des Antilles

■ **Réponse :**  $\sigma_{\text{région} = \text{' Antilles '}}$  (Station)

■ Sélection dans STATION de tous les tuples vérifiant région = « Antilles »



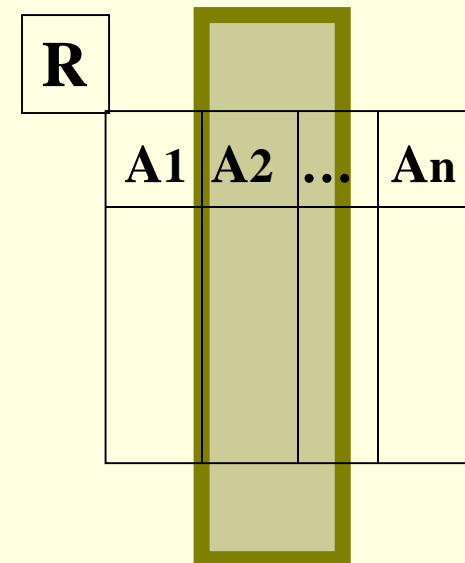
NomStation	Capacité	Lieu	Région	Tarif
Venusa	350	Guadeloupe	Antilles	1200
Santalba	150	Martinique	Antilles	2000

# L'opérateur projection

---

## ■ Définition

- Élimine une ou plusieurs colonnes de la relation
- Les doublons ne sont pas conservés

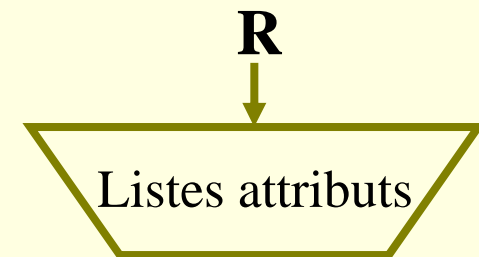


# L'opérateur projection

---

## ■ Notation

$\Pi_{\text{liste des attributs à projeter}}(R)$



## ■ Lecture

- Projeter R sur la « liste des attributs à projeter »

# Exemple de projection

**R**

A	B	C
a1	b2	c3
a5	b2	c2
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a2	b2	c5
a8	b5	c3

$$R1 = \Pi_A (R)$$

A
a1
a5
a6
a2
a8

a1 apparaît 2 fois dans R  
mais  
qu'une seule fois dans R1

# Exemple de projection

**R**

A	B	C
a1	b2	c3
a5	b2	c2
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a2	b2	c5
a8	b5	c3

**$R1 = \Pi_{B,C} (R)$**

B	C
b2	c3
b2	c2
b1	c1
b9	c3
b2	c5
b5	c3



# Exemple de projection

**R**

A	B	C
a1	b2	c2
a5	b2	c2
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a2	b2	c5
a8	b5	c3

$R1 = \Pi_{B,C} (R)$

B	C
b2	c2
b1	c1
b9	c3
b2	c5
b5	c3

# Exemple de projection

---

■ **Question :** Donnez le nom des stations et leur région.

■ **Réponse :**  $\Pi_{\text{NomStation, Region}} (\text{Station})$

Projeter STATION sur NomStation et Région



NomStation	Région
Venusa	Antilles
Farniente	Océan Indien
Santalba	Antilles
Passac	Europe

# Exemple de projection

- **Question** : Donnez toutes les région où il y a des stations
- **Réponse** :  $\Pi_{\text{Region}}$  (Station)
  - Projeter STATION sur Région



Région
Antilles
Océan Indien
Europe



Antilles n'est gardée qu'une seule fois dans la relation résultat

# L'opérateur de renommage

---

- Définition

Renomme une ou plusieurs colonnes de la relation.

- Notation

$$\rho_{A_i \rightarrow B_k, \dots, A_j \rightarrow B_l} (R)$$

- Lecture

- Renommer dans R, la colonne  $A_i$  en  $B_k$ , ....., la colonne  $A_j$  en  $B_l$

# Exemple de renommage

**R**

A	B	C
a1	b2	c3
a5	b2	c2
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a2	b2	c5
a8	b5	c3

**$R1 = \rho_{A \rightarrow X} (R)$**

X	B	C
a1	b2	c3
a5	b2	c2
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a2	b2	c5
a8	b5	c3

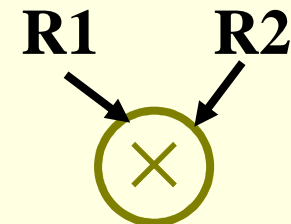
# L'opérateur produit cartésien

## ■ Définition

- C'est une relation R dont l'extension est le produit cartésien des extensions de deux relations R1 et R2
- R représente toutes les combinaisons de tuples possibles construites à partir de R1 et R2

## ■ Notation

$$R = ( R1 ) \times ( R2 )$$



# Exemple de produit cartésien

**R1**

A	B	C
a1	b2	c3
a5	b2	c2

**R2**

D	E
d1	e2
d5	e2
d8	e1

$$R3 = (R1) \times (R2)$$

A	B	C	D	E
a1	b2	c3	d1	e2
a1	b2	c3	d5	e2
a1	b2	c3	d8	e1
a5	b2	c2	d1	e2
a5	b2	c2	d5	e2
a5	b2	c2	d8	e1

# Exemple de produit cartésien

**R1**

A	B	D
a1	b2	c3
a5	b2	c2

**R2**

D	E
d1	e2
d5	e2
d8	e1

$$R3 = ( R1 ) \times ( R2 )$$

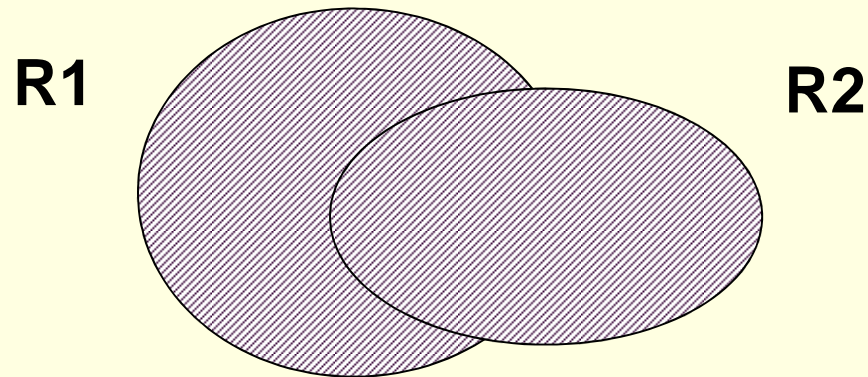
A	B	R1.D	R2.D	E
a1	b2	c3	d1	e2
a1	b2	c3	d5	e2
a1	b2	c3	d8	e1
a5	b2	c2	d1	e2
a5	b2	c2	d5	e2
a5	b2	c2	d8	e1



# L'opérateur union

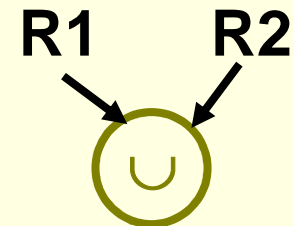
## ■ Définition

**R1 et R2 de même schéma**



## ■ Notation

$$R = ( R1 ) \cup ( R2 )$$



# Exemple d'union algébrique

**R1**

A	B	C
a1	b2	c3
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a8	b5	c3

**R2**

A	B	C
a1	b2	c3
a5	b2	c2
a6	b1	c1
a2	b2	c5

$$R = (R1) \cup (R2)$$

A	B	C
a1	b2	c3
a5	b2	c2
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a2	b2	c5
a8	b5	c3

Ces tuples ne sont pas pris  
car ils existent déjà dans R1

# Exemple d'union algébrique

- **Question :** Donnez les stations qui sont aux Antilles ou en Europe

- **Réponse :**  $\sigma_{\text{Région} = \text{'Antilles'}} (\text{Station}) \cup \sigma_{\text{Région} = \text{'Europe'}} (\text{Station})$



Stations qui sont aux Antilles



Stations qui sont en Europe

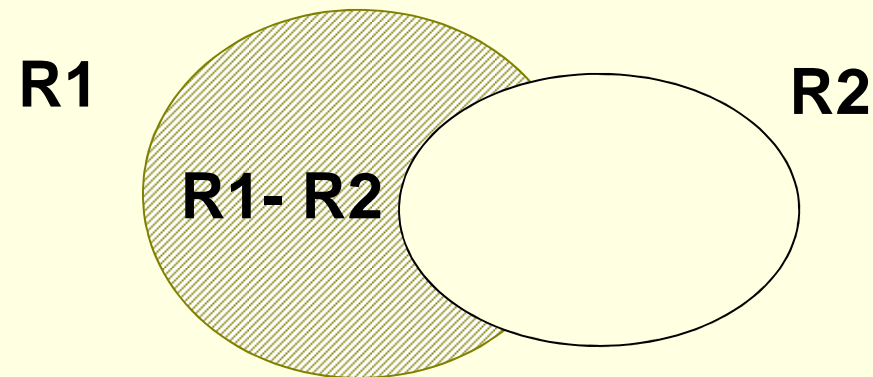


- $\sigma_{\text{Région} = \text{'Antilles'} \vee \text{Région} = \text{'Europe'}} (\text{Station})$

# L'opérateur différence

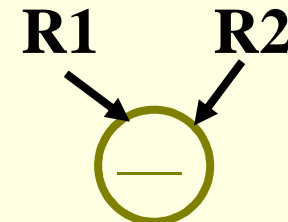
## ■ Définition

R1 et R2 de même schéma



## ■ Notation

$$R = ( R1 ) - ( R2 )$$



# Exemple de différence

**R1**

A	B	C
a1	b2	c3
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a8	b5	c3

**R2**

A	B	C
a1	b2	c3
a5	b2	c2
a6	b1	c1
a2	b2	c5

$$R = (R1) - (R2)$$

A	B	C
a1	b9	c3
a8	b5	c3

Ces tuples ne sont pas pris  
car ils existent dans R2

# Exemple de différence

**R1**

A	B	C
a1	b2	c3
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a8	b5	c3

**R2**

A	B	C
a1	b2	c3
a5	b2	c2
a6	b1	c1
a2	b2	c5

$$R = (R2) - (R1)$$

A	B	C
a5	b2	c2
a2	b2	c5

Ces tuples ne sont pas pris  
car ils existent dans R1

# Exemple de différence

- **Question :** Donnez les stations dont la capacité est supérieure à 200 mais qui ne sont pas aux Antilles

- **Réponse :**  $\sigma_{\text{capacité} > 200}(\text{Station}) - \sigma_{\text{Région} = \text{'Antilles'}}(\text{Station})$   


Stations dont la capacité >200      Stations qui sont aux Antilles

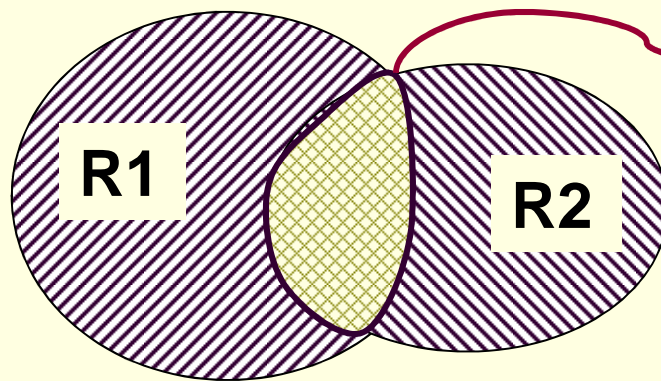


$$\sigma_{\text{Région} \neq \text{'Antilles'} \wedge \text{capacité} > 200}(\text{Station})$$

# L'opérateur intersection

## ■ Définition

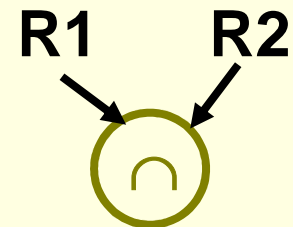
R1 et R2 de même schéma



$$R1 \cap R2 = R2 \cap R1$$

## ■ Notation

$$R = (R1) \cap (R2)$$





# Exemple d'intersection

**R1**

A	B	C
a1	b2	c3
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a8	b5	c3

**R2**

A	B	C
a1	b2	c3
a5	b2	c2
a6	b1	c1
a2	b2	c5

$$R = (R1) \cap (R2)$$

A	B	C
a1	b2	c3
a6	b1	c1

Ces tuples ne sont pas pris car ils  
n'existent pas à la fois dans R1 et dans R2

# Exemple d'intersection

- **Question** : stations qui sont aux Antilles et dont la capacité est supérieure à 200.

- **Réponse** :  $\sigma_{\text{Région} = \text{'Antilles'}} (\text{Station}) \cap \sigma_{\text{capacité} > 200} (\text{Station})$



Stations qui sont aux Antilles



Stations dont la capacité >200



$\sigma_{\text{Région} = \text{'Antilles'}} \wedge \text{capacité} > 200 (\text{Station})$

$\sigma_{\text{Région} = \text{'Antilles'}} (\sigma_{\text{capacité} > 200} (\text{Station}))$

# L'opérateur jointure

---

## ■ Définition

- Restriction du produit cartésien de deux relations selon un critère de sélection

## ■ Types

- $\theta$ -jointure  $\longrightarrow$  Forme la plus générale
- Jointure naturelle } Cas particuliers
- Auto-jointure }
- Semi-jointure  $\longrightarrow$  Forme dérivée

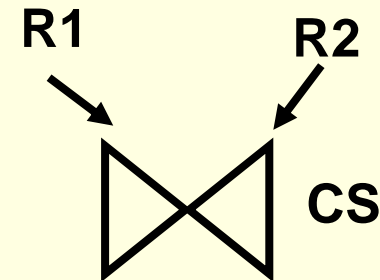
# L'opérateur $\theta$ -jointure

## ■ Définition

- Restriction du produit cartésien de deux relations R1 et R2 selon un critère de sélection CS :  $\sigma_{CS}(R1 \times R2)$
- Le critère de sélection CS est de la forme :
  - $\text{Prédicat}_1 [\text{OpérateurLogique } \text{prédicat}_2] \dots [\text{Opérateur logique } \text{prédicat}_n]$
  - $\text{OpérateurLogique} \in \{\vee, \wedge\}$
  - $\text{Prédicat}_i$  = un attribut de la relation R1 comparé à un attribut de la relation R2. L'opérateur de comparaison  $\in \{=, <, >, <=>\}$

## ■ Notation

$$R = R1 \underset{CS}{\bowtie} R2$$



# Exemple de $\theta$ -jointure

**R1**

A	B	C
a1	b2	c3
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a8	b5	c3

**R2**

B	D
b2	c3
b2	d2
b1	c1

$$R = R1 \bowtie R2$$
$$B = B \wedge C = D$$

A	B	C	D
a1	b2	c3	c3
a6	b1	c1	c1

# L'opérateur jointure naturelle

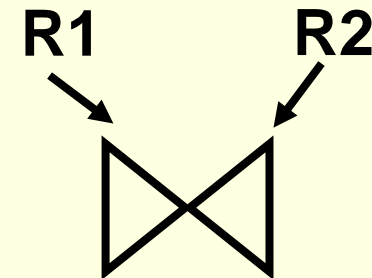
## ■ Définition

- C'est  $\theta$ -jointure où le critère de sélection est une égalité des attributs communs aux deux relations
- La relation résultat contient une seule fois les attributs identiques

## ■ Notation

$$R = R1 \bowtie R2$$

$$R = R1 \bowtie R2$$
$$A_i = A_i \wedge \dots \wedge A_k = A_k$$



# Exemple de jointure naturelle

**R1**

A	B	C
a1	b2	c3
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a8	b5	c3

**R2**

B	D
b2	d3
b2	d2
b1	d1
b2	d5

**R = R1  $\bowtie$  R2**

A	B	C	D
a1	b2	c3	d3
a1	b2	c3	d2
a1	b2	c3	d5
a6	b1	c1	d1

# Exemple de jointure naturelle

---

- **Question :** Donnez les stations avec pour chacune ses activités.
- **Réponse :**

**Station  $\infty$  Activité**

- ou encore

**Station  $\infty$  Activité**

NomStation=NomStation



# Exemple de jointure naturelle

<del>S.NomStation</del>	Capacité	Lieu	Région	Tarif	<del>A.NomStation</del>	Libellé	Prix
<del>Venusa</del>	350	Guadeloupe	Antilles	1200	<del>Venusa</del>	Voile	150
Venusa	350	Guadeloupe	Antilles	1200	<del>Venusa</del>	Plongée	120
Farniente	200	Seychelles	Océan Indien	1500	<del>Farniente</del>	Plongée	130
Santalba	150	Martinique	Antilles	2000	<del>Santalba</del>	Kayac	50
Passac	400	Alpes	Europe	1000	<del>Passac</del>	Ski	200
Passac	400	Alpes	Europe	1000	<del>Passac</del>	Piscine	20



**Station  $\infty$  Activité**

NomStation	Capacité	Lieu	Région	Tarif	Libellé	Prix
Venusa	350	Guadeloupe	Antilles	1200	Voile	150
Venusa	350	Guadeloupe	Antilles	1200	Plongée	120
Farniente	200	Seychelles	Océan Indien	1500	Plongée	130
Santalba	150	Martinique	Antilles	2000	Kayac	50
Passac	400	Alpes	Europe	1000	Ski	200
Passac	400	Alpes	Europe	1000	Piscine	20

# L'opérateur auto-jointure

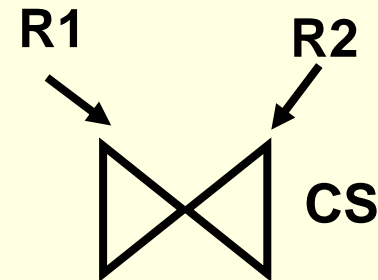
---

- Définition

- C 'est une  $\theta$ -jointure d'une relation avec elle même

- Notation

$$R = R1 \underset{CS}{\bowtie} R1$$



# Exemple d'auto-jointure

- **Question :** Les couples de stations pratiquant la même activité

- **Réponse :**

$$R1 = \rho_{\text{Nomstation} \rightarrow \text{NomStation1}} (\text{Activité})$$

$$R2 = \rho_{\text{Nomstation} \rightarrow \text{NomStation2}} (\text{Activité})$$

$$R3 = R1 \underset{\text{Nomstation1} > \text{NomStation2} \wedge \text{Libellé} = \text{Libellé}}{\infty} R2$$

$$R = \pi_{\text{NomStation1, NomStation 2}} (R3)$$

# Exemple d'auto-jointure

**ACTIVITE**

NomStation	Libellé	Prix
Venusa	Voile	150
Venusa	Plongée	120
Farniente	Plongée	130
Passac	Ski	200
Passac	Piscine	20
Santalba	Kayac	50

**ACTIVITE**

NomStation	Libellé	Prix
Venusa	Voile	150
Venusa	Plongée	120
Farniente	Plongée	130
Passac	Ski	200
Passac	Piscine	20
Santalba	Kayac	50



L'un des deux liens suffit car le couple (Farniente, Venusa) et le couple (Venusa, Farniente) représentent le même couple

# L'opérateur semi-jointure

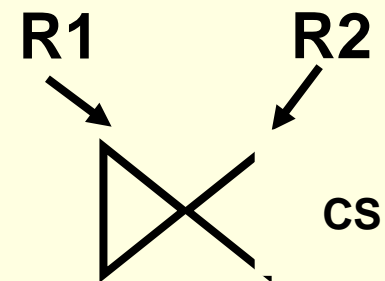
## ■ Définition

- C'est une  $\theta$ -jointure dont on garde que les attributs de l'une des deux relations
- C'est donc une  $\theta$ -jointure suivie d'une projection
- C'est un opérateur non commutatif

## ■ Notation

$$R = R1 \underset{CS}{\bowtie} R2$$

$$R = \Pi_{\text{liste des attributs de R1}} (R1 \underset{CS}{\bowtie} R2)$$



# Exemple de semi-jointure

R1		
A	B	C
a1	b2	c3
a6	b1	c1
a1	b9	c3
a8	b5	c3

R2	
B	D
b2	c3
b2	d2
b1	c1

$$R = R1 \bowtie R2$$
$$B = B \wedge C = D$$

A	B	C
a1	b2	c3
a6	b1	c1

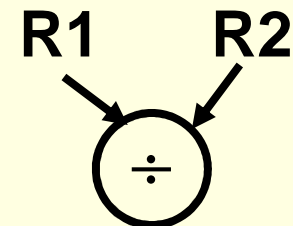
# L'opérateur Division

## ■ Définition

- C'est une opération binaire dont le résultat est la plus grande table  $R3$  telle que  $R2 \times R3 \subseteq R1$
- C'est aussi chercher les tuples de  $R3$  qui soient en combinaison avec tous les tuples de  $R2$  dans  $R1$

## ■ Notation

$R1 \div R2$



# L'opérateur division

Soit :  $R1(A1, A2, \dots, An, B1, B2, \dots, Bm)$  et  $R2(B1, B2, \dots, Bm)$

## ■ Définition de $R1 \div R2$

- Le schéma de  $R1 \div R2$  est  **$R(A1, A2, \dots, An)$**

- L'extension de  $R1 \div R2$  est :

$$\{(a1, a2, \dots, an) \in \prod_{A1, A2, \dots, An}(R1)$$
$$/ \forall \text{ le tuple } (b1, b2, \dots, bm) \in R2$$
$$\text{on a } (a1, a2, \dots, an, b1, b2, \dots, bm) \in R1 \}$$



# Exemple de division

**R1**

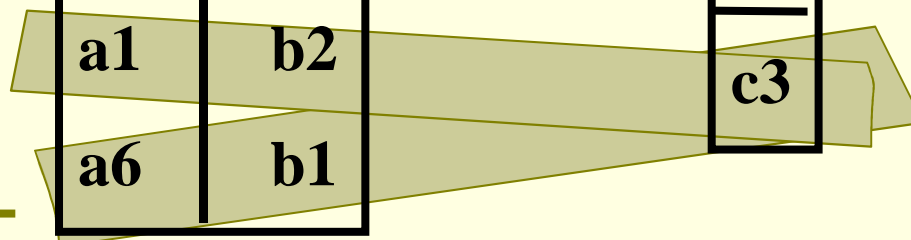
A	B	C
a1	b2	c3
a6	b1	c1
a6	b1	c3

**R2**

A	B
a1	b2
a6	b1

**$R1 \div R2$**

C
c3



# Exemple de division

---

- **Question :** Donnez les idclient des clients qui sont allés dans toutes les stations

- **Réponse :**

$$\Pi_{\text{IdClient, NomStation}} (\text{Sejour}) \div \Pi_{\text{NomStation}} (\text{Station})$$

# Exemple de division

IdClient	NomStation
10	Passac
30	Santalba
20	Santalba
30	Passac
30	Venusa
20	Venusa
30	Farniente
10	Farniente

NomStation
Venusa
Farniente
Santalba
Passac

IdClient
30