Lab Calcul Matriciel

Le Pivot de Gauss

Matrice de transvection

On appelle matrice élémentaire de transvection toute matrice carrée de la forme :

$$T_{i,j} = I_n + a\, E_{i,j}$$

Avec I_n la matrice identité et $E_{i,j}$ la matrice de coefficients $\left(e_{j,l}\right)_{j,l\leq n}$ vérifiants :

$$e_{k,l} = \begin{cases} 1 \;\; si \;\; k = i \; et \; l = j \\ \quad 0 \; sinon \end{cases}$$

1. Ecrire une fonction Mat_Transvection(n,i,j,a) qui retourne la matrice de transvection $T_{i,j}$ de taille n

2. Soit la matrice suivante :

$$A = \begin{matrix} 4 & 5 & 14 \\ 1 & 11 & 23 \\ 0 & 2 & -5 \end{matrix}$$

Multipliez A à gauche par la matrice de transvection T (n=3,i=1,j=3,a=1). Visualisez le résultat et commentez.

Faites de même pour une multiplication à droite.

Matrice de permutation

On appelle matrice de permutation $P_{i,j}$toute matrice carrée obtenue en permutant les lignes i et j de la matrice identité I_n.

Exemple la matrice $P_{1,3}$:

$$A = \begin{matrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{matrix}$$

1. Ecrire une fonction Mat_Permutation(n,i,j) qui retourne la matrice de permutation $P_{i,j}$ de taille n

2. Faites le même test que celui de la question 1.2 précédente avec la matrice de permutation P(n=3,i=1,j=3) et commentez.

Pivot de Gauss

Soit A la trice suivante :

$$A = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{matrix}$$

1. Utilisez les fonctions Définies précédemment pour retrouvez la matrice identité I_4 grace aux permutations de lignes(ou de colonnes) et de combinaison linaires de ces lignes (ou colonnes) .

2. Comment peut on retrouvez la matrice inverse A^{-1} a partir des permutation faites ?