Implementações de Cálculo Numérico

```
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 1 do capítulo 1.1 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2ª
Edição)
* Executado como : python bisseccao 1.1-1.py < letra > <a> <b> < numero de iterações >
            <le>tra> -> qual as letras o exercício (a, b ou c)
            \langle a \rangle e \langle b \rangle -> representam o intervalo [a,b]
* Parâmetros usados para teste:
                     python bisseccao 1.1-1.py a 2 3 20
                     python bisseccao 1.1-1.py b 1 2 20
                     python bisseccao 1.1-1.py c 6 7 20
,,,,,,
import sys
import math
def fa(x):
        return x^{**}3 - 9 \# essa \ eh \ a \ funcao (a)
def fb(x):
        return 3*x**3 + x**2 - x - 5 \# essa eh a funcao (b)
def fc(x):
        return (math.cos(x) * math.cos(x)) + 6 -x #essa eh a funcao (c)
# a tolerancia eh o numero de casas finais
def bisseccao (letra,a,b,n):
        if(letra == 'a'):
               def f(x):
                       return fa(x)
        elif(letra == 'b'):
               def f(x):
                       return fb(x)
        else:
               def f(x):
                       return fc(x)
        if f(a) * f(b) >= 0:
               print ('Erro! f(a)f(b) < 0 não ocorre')
               return None
        else:
               i = 1
               #while ((b-a)/2.0 \geq tolerancia):
               while (i \le n):
```

```
return c
                       elif f(a)*f(c) < 0:
                              b = c
                               i = i + 1
                       else:
                               a = c
                              i = i + 1
               return c
def main (argv):
       if(len(sys.argv) != 5):
               sys.exit("Parâmetros errados: bisecao 1.1-1.py <letra> <a> <b> <numero de
iterações>")
       if(sys.argv[1] not in ['a','b','c']):
               sys.exit("Parâmetro de letra errado! São apenas válidos a, b ou c.")
       res = bisseccao (sys.argv[1], int(sys.argv[2]), int (sys.argv[3]), int(sys.argv[4]))
       if (res!= None):
               print ('\n\tA raiz da letra é: '),
               print res,
               print ('\n')
if name == " main ":
       main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
,,,,,,
* Resolução do exercício 2 do capítulo 1.1 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2ª
Edição)
* Executado como : python bisseccao 1.1-2.py <letra> <a> <b> <numero de iterações>
            <le>tra> -> qual as letras o exercício (a, b ou c)
            \langle a \rangle e \langle b \rangle -> representam o intervalo [a,b]
* Parâmetros usados para teste:
                     python bisseccao 1.1-2.py a 0 1 27
                     python bisseccao 1.1-2.py b -1 0 27
                    python bisseccao 1.1-2.py c 1 2 27
*****
```

c = (a+b)/2.0if f(c) == 0:

```
import sys
import math
def fa(x):
       return x^{**}5 + x - 1 #essa eh a funcao (a)
def fb(x):
       return math.sin(x) - 6*x - 5 #essa eh a funcao (b)
def fc(x):
       return math.log(x) + x**2 - 3 \#essa \ eh \ a \ funcao \ (c)
# a tolerancia eh o numero de casas finais
def bisseccao (letra,a,b,n):
       if(letra == 'a'):
               def f(x):/
                       return fa(x)
       elif (letra == 'b'):
               def f(x):
                       return fb(x)
       else:
               def f(x):
                       return fc(x)
       if f(a) * f(b) >= 0:
               print ('Erro! f(a)f(b) < 0 não ocorre')
               return None
       else:
               i = 1
               #while ((b-a)/2.0 > tolerancia):
               while (i \le n):
                       c = (a+b)/2.0
                       if f(c) == 0:
                               return c
                       elif f(a)*f(c) < 0:
                               b = c
                               i = i + 1
                       else:
                               a = c
                               i = i + 1
               return c
def main (argv):
       if(len(sys.argv) != 5):
               sys.exit("Parâmetros errados: bisecao 1.1-2.py < letra> <a> <b> <numero de
iterações>")
```

```
if(sys.argv[1] not in ['a','b','c']):
               sys.exit("Parâmetro de letra errado! São apenas válidos a, b ou c.")
       res = bisseccao (sys.argv[1], int(sys.argv[2]), int (sys.argv[3]), int(sys.argv[4]))
       if (res!= None):
               print ('\n\tA raiz da letra é: '),
               print res,
               print ('\n')
if name == " main ":
       main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 4 do capítulo 1.1 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2ª
Edição)
* Executado como : python bisseccao 1.1-4.py < letra > <a> <b> < numero de iterações >
            <le>tra> -> qual as letras o exercício (a, b ou c)
            \langle a \rangle e \langle b \rangle -> representam o intervalo [a,b]
* Parâmetros usados para teste:
                     python bisseccao 1.1-4.py a 1 2 27
*
                     python bisseccao 1.1-4.py b 1 2 27
                     python bisseccao 1.1-4.py c 2 3 27
import sys
import math
def fa(x):
       return x**2 - 2 #essa eh a funcao (a)
def fb(x):
       return x^{**2} - 3 #essa eh a funcao (b)
def fc(x):
       return x^{**}2 - 5 #essa eh a funcao (c)
# a tolerancia eh o numero de casas finais
def bisseccao (letra,a,b,n):
       if(letra == 'a'):
               def f(x):
                       return fa(x)
       elif (letra == 'b'):
               def f(x):
```

```
return fb(x)
       else:
               def f(x):
                       return fc(x)
       if f(a) * f(b) >= 0:
               print ('Erro! f(a)f(b) < 0 não ocorre')
               return None
       else:
               i = 1
               #while ((b-a)/2.0 > tolerancia):
               while (i \le n):
                       c = (a+b)/2.0
                       if f(c) == 0:
                              return c
                       elif f(a)*f(c) < 0:
                              b = c
                              i = i + 1
                       else:
                              a = c
                              i = i + 1
               return c
def main (argv):
       if(len(sys.argv) != 5):
               sys.exit("Parâmetros errados: bisecao 1.1-2.py < letra> <a> <b> <numero de
iterações>")
       if(sys.argv[1] not in ['a','b','c']):
               sys.exit("Parâmetro de letra errado! São apenas válidos a, b ou c.")
       res = bisseccao (sys.argv[1], int(sys.argv[2]), int (sys.argv[3]), int(sys.argv[4]))
       if (res!= None):
               print ('\n\tA raiz da letra é: '),
               print res,
               print ('\n')
if __name__ == "__main__":
       main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5 do capítulo 1.1 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2ª
Edição)
```

```
* Executado como : python bisseccao_1.1-5.py <letra> <a> <b> <numero_de_iterações>
            <letra> -> qual as letras o exercício (a, b ou c)
            \langle a \rangle e \langle b \rangle -> representam o intervalo [a,b]
* Parâmetros usados para teste:
                     python bisseccao_1.1-5.py a 1 2 27
                     python bisseccao 1.1-5.py b 1 2 27
                     python bisseccao 1.1-5.py c 1 2 27
import sys
import math
def fa(x):
        return x**3 - 2 #essa eh a funcao (a)
def fb(x):
        return x**3 - 3 #essa eh a funcao (b)
def fc(x):
        return x^{**}3 - 5 #essa eh a funcao (c)
# a tolerancia eh o numero de casas finais
def bisseccao (letra,a,b,n):
        if(letra == 'a'):
               def f(x):
                       return fa(x)
        elif (letra == 'b'):
               def f(x):
                       return fb(x)
        else:
               def f(x):
                       return fc(x)
        if f(a) * f(b) >= 0:
               print ('Erro! f(a)f(b) < 0 não ocorre')
               return None
        else:
               i = 1
               #while ((b-a)/2.0 > tolerancia):
               while (i \le n):
                       c = (a+b)/2.0
                       if f(c) == 0:
                               return c
                       elif f(a)*f(c) < 0:
                               b = c
                               i = i + 1
                       else:
                               a = c
```

return c

```
def main (argv):
       if(len(sys.argv) != 5):
               sys.exit("Parâmetros errados: bisecao 1.1-2.py < letra> <a> <b> <numero de
iterações>")
       if(sys.argv[1] not in ['a','b','c']):
               sys.exit("Parâmetro de letra errado! São apenas válidos a, b ou c.")
       res = bisseccao (sys.argv[1], int(sys.argv[2]), int (sys.argv[3]), int(sys.argv[4]))
       if (res!= None):
               print ('\n\tA raiz da letra é: '),
               print res,
               print ('\n')
if __name__== "__main__":
       main(sys.argv[1:])
                                                 Lista 2
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 1 do capítulo 1.2 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2ª
Edição)
* Executado como : python ponto-fixo 1.2-1.py < letra > <x>
            <letra> -> qual as letras o exercício (a, b ou c)
            <x> -> representam o chute inicial xo
* Parâmetros usados para teste:
                    python ponto-fixo 1.2-1.py a 1
                    python ponto-fixo 1.2-1.py b 1
                    python ponto-fixo_1.2-1.py c 1
import math
import sys
def ga(x):
       return (2*x + 2) **(1/3.0) #essa é a função (a)
def gb(x):
       return math.log(7-x) #essa é a função (b)
```

```
def gc(x):
       return math.log(4 - math.sin(x)) #essa é a função (c)
MAX = 200 #constante do número máximo de iterações
def ponto fixo(letra,x):
       if (letra == 'a'):
               def g(x):
                       return ga(x)
       elif (letra == 'b'):
               def g(x):
                       return gb(x)
       else:
               def g(x):
                       return gc(x)
       i = 0
       erro = 1
       x novo = x
       while ((erro >.5E-8) and (i < MAX)):
               print '\t\t',i,'\t', x novo,'\t', g(x novo)
               x_antigo = x_novo
               x \text{ novo} = g(x \text{ novo})
               i = i + 1
               erro = abs(x novo - x antigo)/(abs(x novo) + 0.000000001)
       if (i == 200):
               print 'Limite de 200 iterações atingido'
       else:
               print 'A raiz é: ',
               print ("%.8f" % x_novo)
def main (argv):
       if (len(sys.argv) != 3):
               sys.exit('Parâmetros errados: ponto fixo.py <letra> <x>')
       print '\tTABELA:\n\n\t\ti\txi\tg(xi)\n'
       res = ponto_fixo (sys.argv[1], float (sys.argv[2]))
if __name__ == '__main__':
       main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 2 do capítulo 1.2 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2<sup>a</sup>
Edição)
```

```
* Executado como : python ponto-fixo 1.2-2.py < letra> < x>
            <le>tra> -> qual as letras o exercício (a, b ou c)
            <x> -> representam o chute inicial xo
* Parâmetros usados para teste:
                    python ponto-fixo 1.2-2.py a 1
*
                    python ponto-fixo_1.2-2.py b 0
                    python ponto-fixo 1.2-2.py c 1
import math
import sys
def ga(x):
       return (1 + 2 * x ** 5.0) / (1 + 3*x**4.0) #essa é a função (a)
def gb(x):
       return (math.\sin(x) - 5)/6.0 #essa é a função (b)
def gc(x):
       return (3 - math.log(x)) ** (1/2.0) #essa é a função (c)
MAX = 200 #constante do número máximo de iterações
def ponto fixo(letra,x):
       if (letra == 'a'):
               def g(x):
                       return ga(x)
       elif(letra == 'b'):
               def g(x):
                      return gb(x)
       else:
               def g(x):
                       return gc(x)
       i = 0
       erro = 1
       x novo = x
       while ((erro >.5E-8) and (i < MAX)):
               print '\t\t',i,'\t', x_novo,'\t', g(x_novo)
               x antigo = x novo
               x \text{ novo} = g(x \text{ novo})
               i = i + 1
               erro = abs(x novo - x antigo)/(abs(x novo) + 0.000000001)
       if (i == 200):
               print 'Limite de 200 iterações atingido'
       else:
               print 'A raiz é: ',
               print ("%.8f" % x novo)
```

```
def main (argv):
       if (len(sys.argv) != 3):
               sys.exit('Parâmetros errados: ponto fixo.py <letra> <x>')
       print '\tTABELA:\n\n\t\ti\txi\tg(xi)\n'
       res = ponto_fixo (sys.argv[1], float (sys.argv[2]))
if name == ' main ':
       main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 4 do capítulo 1.2 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2<sup>a</sup>
Edição)
*
* Executado como : python ponto-fixo 1.2-2.py <letra> <x>
            <letra> -> qual as letras o exercício (a, b ou c)
            <x> -> representam o chute inicial xo
* Parâmetros usados para teste:
                    python bisseccao 1.2-4.py a 1
                    python bisseccao 1.2-2.py b 1
                    python bisseccao 1.2-2.py c 1
import math
import sys
def ga(x):
       return (2*x + 2/x ** 2) / 3.0 \#essa \'e a função (a)
       return (2*x + 3 / x ** 2) / 3.0 \#essa \'e a função (b)
def gc(x):
       return (2*x + 5 / x ** 2) / 3.0 \#essa \'e a função (c)
MAX = 200 #constante do número máximo de iterações
def ponto fixo(letra,x):
       if (letra == 'a'):
               def g(x):
                      return ga(x)
       elif (letra == 'b'):
               def g(x):
                      return gb(x)
       else:
               def g(x):
                      return gc(x)
```

```
i = 0
       erro = 1
       x novo = x
       while ((erro >.5E-8) and (i < MAX)):
               print '\t\t',i,'\t', x_novo,'\t', g(x_novo)
               x antigo = x novo
               x \text{ novo} = g(x \text{ novo})
               i = i + 1
               erro = abs(x novo - x antigo)/(abs(x novo) + 0.000000001)
       if (i == 200):
               print 'Limite de 200 iterações atingido'
       else:
               print '\nA raiz é: ',
               print ("%.8f" % x novo)
               print 'O número de iterações necessárias foi: ',
               print ("%d" % i)
               print 'Chute inicial: ',
               print ("%d\n" % x)
def main (argv):
       if (len(sys.argv) != 3):
               sys.exit('Parâmetros errados: ponto fixo.py <letra> <x>')
       print '\tTABELA:\n\n\t\ti\txi\tg(xi)\n'
       res = ponto fixo (sys.argv[1], float (sys.argv[2]))
if name == ' main ':
       main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 6 do capítulo 1.2 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2<sup>a</sup>
Edição)
* Executado como : python ponto-fixo 1.2-6.py <letra> <x>
            <le>tra> -> qual as letras o exercício (a, b ou c)
            <x> -> representam o chute inicial xo para todas as letras
                                python ponto-fixo 1.2-6.py <letra> <xa> <xb> <xc>
                                <le>tra> -> qual das letras do exercícios (a, b ou c)
            <xi>-> chute para o exercício i
* Parâmetros usados para teste:
                    python ponto-fixo 1.2-6.py a 1
                    python ponto-fixo 1.2-6.py b 0 2 0
                    python ponto-fixo_1.2-2.py c 0 0.5 0
```

```
* PS: ga3 e ga2 retornam a mesma raiz!!!
*****
import math
import sys
\# g(x)'s
def ga1(x):
       return ((6*x + 1)/2.0) ** (1/3.0) #essa é a primeira g(x) função (a)
def ga2(x):
       return (2*x**3 - 1)/6.0 #essa é a segunda g(x) função (a)
def ga3(x):
       return (x^{**}3 + 1) / (3^*x^{**}2 - 6)#essa é a terceira g(x) função (a)
def gb1(x):
       return (x - math.exp(x-2)) ** (1/3.0)#essa é a primeira g(x) função (b)
def gb2(x):
       return math.\exp(x-2) + x**3 \# essa \'e a segunda g(x) função (b)
def gb3(x):
       return math.\exp(x)/(\text{math.}\exp(2)*(1-x**2)) #essa é a terceira g(x) função (b)
def gc1(x):
       return (6 *x**3 + math.exp(2*x)-1)/5#essa é a primeira g(x) função (c)
def gc2(x):
       return ((1 + 5 *x - math.exp(2*x))/6) ** (1/3.0)#essa é a segunda g(x) função (c)
def gc3(x):
       return (math.exp(2*x) - 1)/(5-6*x**2)#essa é a terceira g(x) função (c)
\# s(x)'s (derivada de g(x))
def sa1(x):
       return 1/((3*x + 1/2.0) ** (2/3.0))
def sa2(x):
       return x**2
def sa3(x):
       return (x*(x**3 - 6*x - 2))/(3*(x**2 - 2)**2)
def sb1(x):
       return (1 - \text{math.exp}(x - 2))/(3 * (x - \text{math.exp}(x-2))**(2/3.0))
def sb2(x):
       return 3 * x**2 + math.exp(x-2)
def sb3(x):
       return (math.exp(x-2) * (-x**2 + 2*x + 1))/(x**2 -1) **2
def sc1(x):
       return (2 * (9*x**2 + math.exp(2*x)))/5
       return (5-2 * math.exp(2*x))/(3 * 6 ** (1/3.0)* (5*x - math.exp(2*x) + 1) ** (2/3.0))
def sc3(x):
       return (5-18 * x**2)/(-12*x**3 + 10*x + 2)
```

```
def ponto_fixo(letra,x,*outros):
       for k in range(3):
               if (letra == 'a'):
                       if(k == 0):
                               def g(x):
                                       return ga1(x)
                               def s(x):
                                       return sa1(x)
                       elif(k == 1):
                               def g(x):
                                       return ga2(x)
                               def s(x):
                                       return sa2(x)
                               if outros:
                                       x = outros[0]
                       else:
                               def g(x):
                                       return ga3(x)
                               def s(x):
                                       return sa3(x)
                               if outros:
                                       x = outros[1]
               elif(letra == 'b'):
                       if(k == 0):
                               def g(x):
                                       return gb1(x)
                               def s(x):
                                       return sb1(x)
                       elif(k == 1):
                               def g(x):
                                       return gb2(x)
                               def s(x):
                                       return sb2(x)
                               if outros:
                                       x = outros[0]
                       else:
                               def g(x):
                                       return gb3(x)
                               def s(x):
                                       return sb3(x)
                               if outros:
                                       x = outros[1]
               else:
                       if(k == 0):
                               def g(x):
                                       return gc1(x)
                               def s(x):
                                       return sc1(x)
                       elif(k == 1):
```

```
return gc2(x)
                               def s(x):
                                      return sc2(x)
                               if outros:
                                      x = outros[0]
                       else:
                              def g(x):
                                      return gc3(x)
                               def s(x):
                                      return sc3(x)
                               if outros:
                                      x = outros[1]
               i = 0
               erro = 1
               erro antigo = 0
               x novo = x
               while ((erro >.5E-6) and (i < MAX)):
                       print '\t\t',i,'\t', x novo,'\t', g(x novo)
                       x antigo = x novo
                       x_novo = g(x_novo)
                       i = i + 1
                       erro antigo = erro
                       erro = abs(x_novo - x_antigo)/(abs(x_novo) + 0.000000001)
               if (i > MAX):
                       print 'Limite de 200 iterações atingido'
               \#elif (erro == x \text{ novo }):
                       print 'g(x) diverge'
               else:
                       print '\nA raiz é: ',
                       print ("%.8f" % x_novo)
                       print 'S por erros: ',
                       print("%.4f" % (erro/erro antigo))
                       print 'S por calculo',
                       print ("%.4f" % s(x_novo))
                       print 'g(x) converge'
def main (argv):
       if (len(sys.argv) < 3):
               sys.exit('Parâmetros errados: ponto fixo.py < letra> <x1> <x2> <x3>')
       if (len (sys.argv) == 3):
               print '\tTABELA:\n\n\t\ti\txi\tg(xi)\n'
               res = ponto fixo (sys.argv[1], float (sys.argv[2]))
       else:
               print '\tTABELA:\n\n\t\ti\txi\tg(xi)\n'
               res = ponto fixo (sys.argv[1], float (sys.argv[2]), float (sys.argv[3]),float
(sys.argv[4])
```

def g(x):

```
if __name__ == '__main__':
       main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 3 do capítulo 1.4 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2ª
Edição)
* Executado como : python newton 1.4-3.py <letra> <x>
            <le>tra> -> qual as letras o exercício (a, b ou c)
            <x> -> representam o chute inicial xo para todas as letras
* Parâmetros usados para teste:
                    python newnton 1.4-3.py a
                    python newnton 1.4-3.py b
                    python newnton 1.4-3.py c
*****
import math
import sys
def fa(x):
       return 27*x**3 + 54*x**2 + 36*x + 8
def dfa(x):
       return 9*(3*x + 2)**2
def ddfa(x):
       return 54*(3*x + 2)
def fb(x):
       return 36*x**4 - 12*x**3 + 37*x**2 - 12*x + 1
def dfb(x):
       return 2*(72*x**3 - 18*x**2 + 37*x - 6)
def dffb(x):
       return 432*x**2 - 72*x + 74
def newton (letra,x):
       if(letra == 'a'):
              def f(x):
                      return fa(x)
              def df(x):
                      return dfa(x)
       else:
              def f(x):
                      return fb(x)
              def df(x):
                      return dfb(x)
       aux = 1;
```

```
i = 0
       print '\t\t',i,'\t', x
       while(aux != 0):
               aux = df(x)
               if(aux != 0):
                       x1 = x - f(x)/df(x)
                       t = abs(x1 - x)
                       i = i + 1
                       print '\t\t',i,'\t', x1,'\t', t
                       if t == 0:
                              break
                       x = x1
       return x
def multiplicidade (letra, x):
       if (letra == 'a'):
               def df(x):
                       return dfa(x)
               def ddf(x):
                       return ddfa(x)
       else:
               def df(x):
                       return dfb(x)
               def ddf(x):
                       return ddfb(x)
       derivada primeira = df(x)
       if (derivada primeira != 0):
               print '\nA raiz tem multiplicidade 1 já que f(x) = \%.12f % derivada primeira
       else:
               derivada segunda = ddf(x)
               print '\nA raiz tem multiplicidade 2 já que a f(x) = \%.12f' % derivada primeira
               print 'e f'(x) = %f' %derivada_segunda
def modified newton (letra,x, tolerancia = 0.00000001):
       i = 0
       if(letra == 'a'):
               def f(x):
                       return fa(x)
               def df(x):
                       return dfa(x)
               def ddf(x):
                       return ddfa(x)
       else:
               def f(x):
                       return fb(x)
               def df(x):
                       return dfb(x)
```

```
def ddf(x):
                      return ddfb(x)
       while(True):
               aux = ((df(x) * df(x)) - (f(x) * ddf(x)))
               if(aux != 0):
                      x1 = x - (f(x) * df(x))/((df(x) * df(x)) - (f(x) * ddf(x)))
                      t = abs(x1 - x)
                      i = i + 1
                      print '\t\t',i,'\t',x1,'\t',t
                      if t < tolerancia:
                              break
                      x = x1
               else:
                      break
       return x
def main (argv):
       if (len(sys.argv) != 3):
               sys.exit('Parâmetros errados: ponto fixo.py <letra> <x>')
       else:
               print '\tTABELA NEWTON:\n\n\t\ti\txi\terro\n'
               res n = newton(sys.argv[1], float(sys.argv[2]))
               print'\n\tTABELA NEWTON MODIFICADO:\n\n\t\ti\txi\terro\n'
               res m = modified newton(sys.argv[1],float(sys.argv[2]))
               print'\n\nA raiz aproximada ao máximo pelo Método de Newton é ', "%f" % res n
               multiplicidade(sys.argv[1],res n)
               print '\nA raiz aproximada pelo Método de Newton Modificado é',"%f\n" %res m
if name == ' main ':
       main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5 do capítulo 1.4 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2<sup>a</sup>
* Executado como : newton 1.4-5.py < x >
            <x> -> representam o chute inicial xo
* Parâmetros usados para teste:
                    python newton 1.4-5.py 1
*****
```

```
import math
import sys
import sympy
def f(x):
       return math.pi*x**2*10 + 2/3.0 * math.pi*x**3 - 400
def df(x):
       return x*(6.28319*x+62.8319)
def newton (x, tolerancia = 0.00001):
       while(True):
              aux = df(x)
              if(aux != 0):
                      x1 = x - f(x)/df(x)
                      t = abs(x1 - x)
                      print ("%.8f" % x1)
                      if t < tolerancia:
                             break
                      x = x1
              else:
                      print("Algoritmo interrompido. (divisão por zero) ")
                      break
       return x
def main (argv):
       if (len(sys.argv) != 2):
              sys.exit('Parâmetros errados: newton 1.4-5.py \langle x \rangle')
       res = newton (float(sys.argv[1]))
       print 'Resposta: %0.4f' % res
if name == ' main ':
       main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5 do capítulo 1.4 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2ª
Edição)
* Executado como : newton 1.4-6.py <x>
            <x> -> representam o chute inicial xo
* Parâmetros usados para teste:
                    python newton 1.4-6.py 1
*
```

```
111111
```

```
import math
import sys
import sympy
def f(x):
       return math.pi*x**2*10 + 2/3.0 * math.pi*x**3 - 60
def df(x):
       return x*(6.28319*x+62.8319)
def newton (x, tolerancia = 0.00001):
       while(True):
               aux = df(x)
               if(aux != 0):
                      x1 = x - f(x)/df(x)
                      t = abs(x1 - x)
                      print ("%.8f" % x1)
                      if t < tolerancia:
                              break
                      x = x1
               else:
                      print("Algoritmo interrompido. (divisão por zero) ")
                      break
       return x
def main (argv):
       if (len(sys.argv) != 2):
               sys.exit('Parâmetros errados: newton 1.4-6.py \langle x \rangle')
       res = newton (float(sys.argv[1]))
       print 'Resposta: %0.4f' % res
if __name__ == '__main__':
       main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5 do capítulo 1.4 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2<sup>a</sup>
Edição)
* Executado como : newton 1.4-7.py <x1> <x2> <x3> <x4>
            <x> -> representam o chute inicial xo
* Parâmetros usados para teste:
                    python newton_1.4-7.py -1 1.5 0
```

```
*****
import math
import sys
import sympy
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
def graph ():
       x = np.arange(-2.0, 2.1, 0.5)
       y = f(x)
       plt.plot(x,y)
       plt.show()
def f(x):
       return np.exp(np.sin(x)**3) + x**6 - 2*x**4 - x**3 - 1
def df(x):
       return (6*x**3-8*x-3)*x**2+3*np.exp(np.sin(x)**3)*(np.sin(x)**2)*np.cos(x)
def ddf(x):
       return (6*x*(5*x**3 - 4*x-1) - 3*np.exp(np.sin(x))**3)*(np.sin(x)**3) +
3*np.exp(np.sin(x)**3)*(3*(np.sin(x)**3) + 2)*np.sin(x)*np.cos(x)**2
def dddf(x):
       return 3*(2*(20*x**3 - 8*x - 1)*np.sin(x)**3 - np.sin(x)**2*(6*x*(-5*x**3 + 4*x + 1) + 9)
* np.exp(np.sin(x)**3) * np.sin*(x)**3 + 7*np.exp(np.sin(x)**3))*np.cos(x)
           + np.exp(np.sin(x)**3)(9*np.sin(x)**6 + 18*np.sin(x)**3+2)*np.cos(x)**3)
def newton (x, tolerancia = 0.000001):
       while(True):
              aux = df(x)
              if(aux != 0):
                     x1 = x - f(x)/df(x)
                      t = abs(x1 - x)/(abs(x1) + 0.000001)
                     if t < tolerancia:
                             break
                     x = x1
              else:
                      print("Algoritmo interrompido. (divisão por zero) ")
                      break
       return x
def multiplecidade():
       print ok
def multiplicidade quadrada (x):
       derivada primeira = df(x)
       derivada segunda = ddf(x)
```

```
if (derivada primeira != 0):
               return 1
def multiplicidade linear(x):
       derivada segunda = ddf(x)
       derivada terceira = dddf(x)
       if (derivada segunda !=0):
               return 2
       else:
               return 3
def main (argv):
       if (len(sys.argv) != 4):
               sys.exit('Parâmetros errados: newton 1.4-7.py \langle x1 \rangle \langle x2 \rangle \langle x3 \rangle')
       graph()
       raiz1 = newton(float(sys.argv[1]))
       raiz2 = newton(float(sys.argv[2]))
       raiz3 = newton(float(sys.argv[3]))
       print 'Raizes: '
       for i in range(1,4):
               if i == 1:
                       aux = raiz1
               elif i == 2:
                       aux = raiz2
               else:
                       aux = raiz3
               mul = multiplicidade quadrada(aux)
               if mul == 1:
                       print "%.6f" %aux,
                       print', convergência quadrada;'
               else:
                       print aux,
                       print',convergência linear e m=',mul
if name == ' main ':
       main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5 do capítulo 1.4 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2ª
Edição)
```

```
* Executado como : newton 1.4-10.py <x1> <x2> <x3> <x4> <x5>
           <xi>-> representam o chute inicial xi
* Parâmetros usados para teste:
                   python newton 1.4-10.py 0 1 -1.5 0.8 -0.5
,,,,,,
import math
import sys
import sympy
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
def graph ():
       x = np.arange(-2.0, 2.1, 0.5)
       y = f(x)
       plt.plot(x,y)
       plt.show()
def f(x):
       return 54*x**6 + 45*x**5 - 102*x**4 - 69*x**3 + 35*x**2 + 16*x - 4
def df(x):
       return 324*x**5 + 225*x**4 - 408*x**3 - 207*x**2 + 70*x + 16
def ddf(x):
       return 2*(810*x**4 + 450*x**3 - 612*x**3 + 35*x**2 + 16*x)
def newton (x, tolerancia = 0.000000001):
       while(True):
              aux = df(x)
              if(aux != 0):
                     x1 = x - f(x)/df(x)
                      t = abs(x1 - x)/(abs(x1) + 0.000001)
                     if t < tolerancia:
                             break
                     x = x1
              else:
                      print("Algoritmo interrompido. (divisão por zero) ")
                      break
       return x
def multiplicidade(x):
       derivada primeira = df(x)
       if (derivada primeira != 0):
              return 1
       elif (derivada segunda !=0):
```

```
return 2
       elif (derivada terceira !=0):
              return 3
       else:
              return 0
def main (argv):
       if (len(sys.argv) != 6):
              sys.exit('Parâmetros errados: newton 1.4-7.py <x1> <x2> <x3> <x4> <x5>')
       graph()
       raiz1 = newton(float(sys.argv[1]))
       raiz2 = newton(float(sys.argv[2]))
       raiz3 = newton(float(sys.argv[3]))
       raiz4 = newton(float(sys.argv[4]))
       raiz5 = newton(float(sys.argv[5]))
       print '\nRaizes: '
       for i in range(1,6):
              if i == 1:
                      aux = raiz1
              elif i == 2:
                      aux = raiz2
              elif i == 3:
                      aux = raiz3
              elif i == 4:
                      aux = raiz4
              else:
                      aux = raiz5
              mul = multiplicidade(aux)
              if mul == 1:
                      print "%.6f" %aux,
                      print', convergência quadrada;'
              else:
                      print aux,
                      print',convergência linear e m=',mul
if name == ' main ':
       main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5 do capítulo 1.4 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2ª
```

Edição)

```
* Executado como : newton 1.4-11.py
* Parâmetros usados para teste:
                   python newton 1.4-11.py
*
******
import math
import sys
import sympy
def f(x):
       return (15 + (1.36 / x^{**2})) * (x - 0.003183) - (0.0820578*320)
def df(x):
       return (15*(x**3 - 0.0906667*x + 0.000577184))/x**3
def newton (x, tolerancia = 0.0001):
       while(True):
              aux = df(x)
              if(aux != 0):
                     x1 = x - f(x)/df(x)
                     t = abs(x1 - x)/(abs(x1) + 0.000001)
                     if t < tolerancia:
                             break
                     x = x1
              else:
                     print("Algoritmo interrompido. (divisão por zero) ")
                     break
       return x
def main (argv):
       x = (0.0820578*320)/15
       raiz = newton(x)
       print "\nChute inicial = \%f" \% x,
       print " e raiz = %.6f"%raiz
if name == ' main ':
       main(sys.argv[1:])
```

```
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5 do capítulo 1.4 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2ª
Edição)
* Executado como : newton 1.4-11.py
* Parâmetros usados para teste:
                    python newton 1.4-11.py
** ** **
import math
import sys
import sympy
def f(x):
       return (15 + (1.36 / x^{**2})) * (x - 0.003183) - (0.0820578*320)
def df(x):
       return (15*(x**3 - 0.0906667*x + 0.000577184))/x**3
def newton (x, tolerancia = 0.0001):
       while(True):
              aux = df(x)
              if(aux != 0):
                      x1 = x - f(x)/df(x)
                      t = abs(x1 - x)/(abs(x1) + 0.000001)
                      if t < tolerancia:
                             break
                      x = x1
              else:
                      print("Algoritmo interrompido. (divisão por zero) ")
                      break
       return x
def main (argv):
       x = (0.0820578*320)/15
       raiz = newton(x)
       print "\nChute inicial = \%f" \% x,
       print " e raiz = %.6f"%raiz
if __name__ == '__main__':
       main(sys.argv[1:])
```

```
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5 do capítulo 1.4 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2ª
Edição)
* Executado como : newton 1.4-11.py
* Parâmetros usados para teste:
                    python newton 1.4-11.py
*****
import math
import sys
import sympy
def f(x):
       return (15 + (1.36 / x^{**2})) * (x - 0.003183) - (0.0820578*320)
def df(x):
       return (15*(x**3 - 0.0906667*x + 0.000577184))/x**3
def newton (x, tolerancia = 0.0001):
       while(True):
              aux = df(x)
              if(aux != 0):
                      x1 = x - f(x)/df(x)
                      t = abs(x1 - x)/(abs(x1) + 0.000001)
                      if t < tolerancia:
                             break
                      x = x1
              else:
                      print("Algoritmo interrompido. (divisão por zero) ")
                      break
       return x
def main (argv):
       x = (0.0820578*320)/15
       raiz = newton(x)
       print "\nChute inicial = \%f" \% x,
       print " e raiz = \%.6f"%raiz
if __name__ == '__main__':
```

```
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5 do capítulo 1.4 (Timothy Sauer. Numerical Analysis. Pearson, 2ª
Edição)
* Executado como : secante 1.5-7.py < x1 > < x2 > < x3 > < x4 >
            <x> -> representam o chute inicial xo
* Parâmetros usados para teste:
                    python secante 1.5-7.py -1 1.5 0
,,,,,,
import math
import sys
import sympy
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
def graph ():
       x = np.arange(-2.0, 2.1, 0.5)
       y = f(x)
       plt.plot(x,y)
       plt.show()
def f(x):
       return 54*x**6 + 45*x**5 - 102*x**4 - 69*x**3 + 35*x**2 + 16*x - 4
def secante(x0,x1, tolerancia=0.00000001, NMAX=200):
       n=1
       while n<=NMAX:
              x2 = x1 - (f(x1)*(x1-x0))/(f(x1)-f(x0))
              t = abs(x2 - x1)
              if t < tolerancia:
                      return x2
              else:
                      x0 = x1
                      x1 = x2
       return False
def main (argv):
       graph()
       print "Raizes:"
       raiz1 = secante (1.0,-1.0)
       print "(1) %.6f com os chutes iniciais 1 e -1" %raiz1
```

```
raiz2 = secante (0.0,-1.0)

print "(2) %.6f com os chutes iniciais 0 e -1" %raiz2

raiz3 = secante (1.0,2.0)

print "(3) %.6f com os chutes iniciais 1 e 2" %raiz3

raiz4 = secante (0.0,0.4)

print "(4) %.6f com os chutes iniciais 0 e 0.4" %raiz4

raiz5 = secante (-2.0,-1.5)

print "(5) %.6f com os chutes iniciais -2 e -1.5" %raiz5

if __name__ == '__main__':

main(sys.argv[1:])
```

```
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução da Decomposição LU
* Executado como : decomposicao LU.py
* Parâmetros usados para teste:
                    python decomposicao LU.py
*
,,,,,,
import math
import sys
import pprint
def mult(M1, M2):
  truple = zip(*M2)
  return [[sum(em1*em2 for em1,em2 in zip(m1,m2)) for m2 in truple] for m1 in M1]
def permut(m):
  n = len(m)
  identidade = [[float(i == j) for i in xrange(n)] for j in xrange(n)]
  for j in xrange(n):
     row = max(xrange(j, n), key=lambda i: abs(m[i][j]))
     if i != row:
       identidade[j], identidade[row] = identidade[row], identidade[j]
  return identidade
def lu(A):
  n = len(A)
  L = [[0.0] * n \text{ for } i \text{ in } xrange(n)]
  U = [[0.0] * n \text{ for i in } xrange(n)]
```

```
p = permut(A)
  pA = mult(p, A)
  for j in xrange(n):
     L[j][j] = 1.0
     for i in xrange(j+1):
       s1 = sum(U[k][j] * L[i][k] for k in xrange(i))
       U[i][j] = pA[i][j] - s1
     for i in xrange(j, n):
       s2 = sum(U[k][j] * L[i][k] for k in xrange(j))
       L[i][j] = (pA[i][j] - s2) / U[j][j]
  return (L, U, p)
def main (argv):
  A = [[7,3,-1,2],[3,8,1,-4],[-1,1,4,-1],[2,-4,-1,6]]
  L,U,p = lu(A)
  print "A: "
  pprint.pprint(A)
  print "P: "
  pprint.pprint(p)
  print "L: "
  pprint.pprint(L)
  print "U: "
  pprint.pprint(U)
  """for part in lu(A):
     pprint(part, widentidadeth=19)
  print
  B = [[11,9,24,2],[1,5,2,6],[3,17,18,1],[2,5,7,1]]
  for part in lu(B):
     pprint(part)
  print"""
if __name__ == '__main__':
  main(sys.argv[1:])
```

```
* Resolução do método da Decomposição de Cholesky
* Executado como : decomposicao cholesky.py
* Parâmetros usados para teste:
                   python decomposicao cholesky.py
import math
import sys
import pprint
def cholesky(A):
  L = [[0.0] * len(A) for in xrange(len(A))]
  for i in xrange(len(A)):
     for j in xrange(i+1):
       s = sum(L[i][k] * L[j][k]  for k in xrange(j))
       L[i][j] = math.sqrt(A[i][i] - s) if (i == j) else \setminus
             (1.0 / L[j][j] * (A[i][j] - s))
  return L
def main (argv):
  m1 = [[4, 2, -4],
      [2, 10, 4],
      [-4, 4, 9]
  g = cholesky(m1)
  gt = zip(*g)
  print "M1:"
  pprint.pprint(m1)
  print "G:"
  pprint.pprint(g)
  print "Gt:"/
  pprint.pprint(gt)
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do método da Resolução de Sistemas Triangulares Superiores
* Executado como : sistema triangular superior.py
* Parâmetros usados para teste:
                    python sistema triangular superior.py
*****
```

```
import math
import sys
import pprint
import numpy as np
def triangular superior (U,b):
  n = np.size(b)
  X = []
  a = 0.
  while a<n:
     x.append(0.)
     a = a + 1
  x[n-1] = b[n-1]/U[n-1][n-1]
  i = n - 1
  while i \ge 0:
     s = b[i]
    j = i + 1
     while j < n:
       s = s - U[i][j] * x[j]
       j = j + 1
     x[i] = s/U[i][i]
     i = i - 1
  return x
def main (argv):
  U = [[5.,2.,1.],
     [0.,-1/5.,17/5.],
     [0.,0.,13.]
  b = [0.,-7.,-26.]
  res = triangular superior(U,b)
  res = ["\%.2f" \% r for r in res]
  print "X:"
  pprint.pprint(res)
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
                                              Lista 5
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5.1 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 5-1.py
* Parâmetros usados para teste:
                    python franco 5-1.py
,,,,,,
```

```
import sys
from pprint import pprint
from numpy import array, zeros, diag, diagflat, dot
def jacobi(A,b,N=25,x=None):
  #Cria um chute inicial se necessário
  if x is None:
     x = zeros(len(A[0]))
  D = diag(A)
  R = A - diagflat(D)
  # Itera por N vezes
  for i in range(N):
     x = (b - dot(R,x)) / D
  return x
def main (argv):
  A = array([[4,-1,0,-1,0,0],
         [-1,4,-1,0,-1,0],
         [0,-1,4,0,0,-1],
         [-1,0,0,4,-1,0],
         [0,-1,0,-1,4,-1],
         [0,0,-1,0,-1,4]]
  b = array([100,0,0,100,0,0])
  guess = None
  sol = jacobi(A,b,N=25,x=guess)
  print "A:"
  pprint(A)
  print "b:"
  pprint(b)
  print "x:"
  pprint(sol)
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5.2 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
```

```
* Executado como : franco 5-2.py.py
* Parâmetros usados para teste:
                    python franco 5-2.py.py
,,,,,,
import sys
import numpy as np
from scipy.linalg import solve
def gauss(A, b, x, n):
  L = np.tril(A)
  U = A - L
  m = len(x)
  x \text{ novo} = x[1]
  for i in range(n):
     \# x^{(k+1)} = L^{*(-1)}(b-Ux^{(k)})
     x = np.dot(np.linalg.inv(L), b - np.dot(U, x))
     x antigo = x novo
     for k in range(m):
       if x[k] > x novo:
          x \text{ novo} = x[k]
     t = abs(x novo - x antigo)/abs(x novo)
     if(t < 0.001):
       break
  return x
def main (argv):
  A = \text{np.array}([[20,-10,-4],[-10,25,-5],[-4,5,10]])
  b = [26,0,7]
  x = [1, 1, 1]
  n = 20
  print gauss(A, b, x, n)
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5.2 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 5-2.py.py
* Parâmetros usados para teste:
                    python franco_5-2.py.py
```

```
*****
import sys
import numpy as np
from scipy.linalg import solve
def gauss(A, b, x, n):
  L = np.tril(A)
  U = A - L
  m = len(x)
  x \text{ novo} = x[1]
  for i in range(n):
     \# x^{(k+1)} = L^{*(-1)}(b-Ux^{(k)})
     x = np.dot(np.linalg.inv(L), b - np.dot(U, x))
     x antigo = x novo
     for k in range(m):
       if x[k] > x novo:
          x_novo = x[k]
     t = abs(x novo - x antigo)/abs(x novo)
     if(t < 0.001):
       break
  return x
def main (argv):
  A = \text{np.array}([[20,-10,-4],[-10,25,-5],[-4,5,10]])
  b = [26,0,7]
  x = [1, 1, 1]
  n = 20
  print gauss(A, b, x, n)
if __name__ == '__main__':
  main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5.5 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 5.8.py
* Parâmetros usados para teste:
                    python franco_5.8.py
** ** **
import sys
```

```
from pprint import pprint
from numpy import array, zeros, diag, diagflat, dot
from scipy.linalg import solve
def jacobi(A,b,N=25,x=None):
  #Cria um chute inicial se necessário
  if x is None:
    x = zeros(len(A[0]))
  D = diag(A)
  R = A - diagflat(D)
  # Itera por N vezes
  for i in range(N):
    x = (b - dot(R,x)) / D
  return x
def main (argv):
  A = array([[10, 0, 0, 100, 0, 0],
         [10,-100, 0, 0,100, 0],
         [0, 0,100,-100, 0, 0],
         [1, 1, 0, 0, 0, -1],
         [-1, 0, 0, 1, 1, 0],
         [0, 1, -1, 0, 1, 0]
  b = array([20,0,0,0,0,0])
  guess = None
  sol = jacobi(A,b,N=25,x=guess)
  print "A:"
  pprint(A)
  print "b:"
  pprint(b)
  print "x:"
  pprint(sol)
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
```

```
* Resolução do exercício 5.9 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 5-9.py
* Parâmetros usados para teste:
                   python franco 5-9.py
import sys
from pprint import pprint
from numpy import array, zeros, diag, diagflat, dot, linalg
def converge dominante(A):
  n = len(A)
  soma = 0
  for i in range(n):
    i = i
     if j != 0:
       k = j-1
       while k \ge 0:
         soma = abs(A[i][k]) + soma
         k = k - 1
     if i != n-1:
       k = i+1
       while k <n:
         soma = abs(A[i][k]) + soma
          k = k+1
     if soma \geq A[i][i]:
       return False
       break
     soma = 0
  return True
def main (argv):
  A = array([[1,-0.5,0],[-0.5,1,-0.5],[0,-0.5,1]])
  B = array([[1,0.5,0],[0.5,1,0.5],[0,0.5,1]])
  bol = converge dominante(A)
  bol2 = converge dominante(B)
  print "A:"
  pprint(A)
  if bol:
     print "\n A matriz A é convergente."
     print "\n A matriz A não é convergente."
  print "B:"
```

```
pprint(B)
  if bol2:
     print "\n A matriz B é convergente."
  else:
     print "\n A matriz B não é convergente."
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5.10 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 5-10.py
* Parâmetros usados para teste:
                    python franco 5-10.py
,,,,,,
import sys
from pprint import pprint
from numpy import array, zeros, diag, diagflat, dot, linalg, tril
def sassenfeld(A):
  n = len(A)
  soma = 0
  B = [1] * len(A)
  for i in range(n):
    j = i
     if j != 0:
       k = j-1
       while k \ge 0:
         soma = abs(A[i][k])*B[k] + soma
         k = k - 1
     if j != n-1:
       k = j+1
       while k <n:
          soma = abs(A[i][k])*B[k] + soma
          k = k+1
     B[i] = soma/float(abs(A[i][j]))
     if B[i] > 1:
       return False
       break
     soma = 0
```

```
return True
def gauss(A, b, x, n):
  L = tril(A)
  U = A - L
  for i in range(n):
     \# x^{(k+1)} = L^{*(-1)}(b-Ux^{(k)})
     x = dot(linalg.inv(L), b - dot(U, x))
  return x
def main (argv):
  A = array([[10,-1,4],[1,10,9],[2,-3,-10]])
  b = [5,2,9]
  x = [1,1,1]
  n = 5
  print "A:"
  pprint(A)
  bol = sassenfeld(A)
     print "\n A matriz A é convergente por Sassenfeld."
  else:
     print "\n A matriz A não é convergente por Sassenfeld."
  res = gauss(A,b,x,n)
  print "x: "
  pprint(res)
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5.11 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 5-11.py
* Parâmetros usados para teste:
                    python franco 5-11.py
** ** **
import sys
from pprint import pprint
from numpy import array, zeros, diag, diagflat, dot, linalg, tril
```

```
def sassenfeld(A):
  n = len(A)
  soma = 0
  B = [1] * len(A)
  for i in range(n):
    j = i
     if j != 0:
       k = j-1
       while k \ge 0:
          soma = abs(A[i][k])*B[k] + soma
          k = k - 1
     if i != n-1:
       k = j+1
       while k <n:
          soma = abs(A[i][k])*B[k] + soma
          k = k+1
     B[i] = soma/float(abs(A[i][j]))
     if B[i] > 1:
       return False
       break
     soma = 0
  return True
def gauss(A, b, x, n):
  L = tril(A)
  U = A - L
  for i in range(n):
     \# x^{(k+1)} = L^{*(-1)}(b-Ux^{(k)})
     x = dot(linalg.inv(L), b - dot(U, x))
  return x
def main (argv):
  A = array([[50,-1,4],[1,50,9],[2,-3,-50]])
  b = [45,42,49]
  x = [1,1,1]
  n = 3
  print "A:"
  pprint(A)
  bol = sassenfeld(A)
  if bol:
     print "\n A matriz A é convergente por Sassenfeld."
     print "\n A matriz A não é convergente por Sassenfeld."
```

```
res = gauss(A,b,x,n)
  print "x: "
  pprint(res)
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5.12 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 5-12.py
* Parâmetros usados para teste:
                   python franco_5-12.py
*****
import sys
from pprint import pprint
from numpy import array, zeros, diag, diagflat, dot,linalg,tril
from scipy.linalg import solve
def sassenfeld(A):
  n = len(A)
  soma = 0
  B = [1] * len(A)
  for i in range(n):
    i = i
    if j != 0:
       k = j-1
       while k \ge 0:
         soma = abs(A[i][k])*B[k] + soma
         k = k - 1
    if j != n-1:
       k = j+1
       while k <n:
         soma = abs(A[i][k])*B[k] + soma
         k = k+1
    B[i] = soma/float(abs(A[i][j]))
    if B[i] > 1:
       return False
       break
    soma = 0
```

```
return True
def gauss(A, b, x, n):
  L = tril(A)
  U = A - L
  for i in range(n):
     \# x^{(k+1)} = L^{*(-1)}(b-Ux^{(k)})
     x = dot(linalg.inv(L), b - dot(U, x))
  return x
def main (argv):
  AI = array([[5,2,1],[2,4,1],[2,2,4]])
  bI = [0,2,1]
  x = [1,1,1]
  n = 5
  print "(I):"
  pprint(AI)
  bol = sassenfeld(AI)
  if bol:
     print "\n A matriz (I) é convergente por Sassenfeld."
     res = gauss(AI,bI,x,n)
     print "x para (I): "
     pprint(res)
     print "\n A matriz (I) não é convergente por Sassenfeld."
  AII = array([[5,4,1],[3,4,1],[3,3,6]])
  bII = [2,2,-9]
  x = [1,1,1]
  n = 5
  print "(II):"
  pprint(AII)
  bol = sassenfeld(AII)
     print "\n A matriz (II) é convergente por Sassenfeld."
     res = gauss(AII,bII,x,n)
     print "x para (II): "
     pprint(res)
  else:
```

```
print "\n A matriz (II) não é convergente por Sassenfeld."
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5.13 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 5-13.py
* Parâmetros usados para teste:
                    python franco 5-13.py
*
,,,,,,
import sys
from pprint import pprint
from numpy import array, zeros, diag, diagflat, dot, linalg, tril
from scipy.linalg import solve
def sassenfeld(A):
  n = len(A)
  soma = 0
  B = [1] * len(A)
  for i in range(n):
    j = i
     if j != 0:
       k = j-1
       while k \ge 0:
          soma = abs(A[i][k])*B[k] + soma
         k = k - 1
     if j != n-1:
       k = j+1
       while k <n:
         soma = abs(A[i][k])*B[k] + soma
          k = k+1
     B[i] = soma/float(abs(A[i][i]))
     if B[i] > 1:
       return False
       break
     soma = 0
  return True
def gauss(A, b, x, n):
  L = tril(A)
  U = A - L
```

```
for i in range(n):
     \# x^{(k+1)} = L^{*(-1)}(b-Ux^{(k)})
     x \text{ novo} = \text{dot}(\text{linalg.inv}(L), b - \text{dot}(U, x))
     erro = (linalg.norm(x - x novo))/linalg.norm(x novo)
     if erro < 0.01:
       return x novo
     x = x_novo
  return x
def main (argv):
  A = array([[2,-1,0,0],[-1,2,-1,0],[0,-1,2,-1],[0,0,-1,1]])
  b = [1,1,1,1]
  x = [1,1,1,1]
  n = 200
  print "A:"
  pprint(A)
  bol = sassenfeld(A)
  if bol:
     print "\n A matriz A é convergente por Sassenfeld."
  else:
     print "\n A matriz A não é convergente por Sassenfeld."
  res = gauss(A,b,x,n)
  print "x: "
  pprint(res)
  #print solve(A,b)
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5.18 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 5-18.py
* Parâmetros usados para teste:
                    python franco 5-18.py
*****
import sys
from pprint import pprint
from numpy import array, zeros, diag, diagflat, dot, linalg, tril
from scipy.linalg import solve
```

```
def sassenfeld(A):
  n = len(A)
  soma = 0
  B = [1] * len(A)
  for i in range(n):
     j = i
     if j != 0:
        k = j-1
        while k \ge 0:
          soma = abs(A[i][k])*B[k] + soma
          k = k - 1
     if j != n-1:
        k = j+1
        while k <n:
          soma = abs(A[i][k])*B[k] + soma
          k = k+1
     B[i] = soma/float(abs(A[i][j]))
     if B[i] > 1:
        return False
        break
     soma = 0
  return True
def gauss(A, b, x, n):
  L = tril(A)
  U = A - L
  for i in range(n):
     \# x^{(k+1)} = L^{*(-1)}(b-Ux^{(k)})
     x \text{ novo} = \text{dot}(\text{linalg.inv}(L), b - \text{dot}(U, x))
     erro = (linalg.norm(x - x_novo))/linalg.norm(x_novo)
     if erro < 0.01:
        return x novo
     x = x_novo
  return x
def main (argv):
  A = array([[2,-1,0,0],[-1,2,-1,0],[0,-1,2,-1],[0,0,-1,2]])
  b = [2,1,9,11]
  x = [1,1,1,1]
  n = 200
  print "A:"
  pprint(A)
```

```
bol = sassenfeld(A)
  if bol:
     print "\n A matriz A é convergente por Sassenfeld."
     print "\n A matriz A não é convergente por Sassenfeld."
  res = gauss(A,b,x,n)
  print "x: "
  pprint(res)
  #print solve(A,b)
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5.18 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 5-18.py
* Parâmetros usados para teste:
                    python franco_5-18.py
*
,,,,,,
import sys
from pprint import pprint
from numpy import array, zeros, diag, diagflat, dot, linalg, tril
from scipy.linalg import solve
def sassenfeld(A):
  n = len(A)
  soma = 0
  B = [1] * len(A)
  for i in range(n):
    i = i
     if j != 0:
       k = j-1
       while k \ge 0:
          soma = abs(A[i][k])*B[k] + soma
          k = k - 1
     if j != n-1:
       k = j+1
       while k <n:
          soma = abs(A[i][k])*B[k] + soma
         k = k+1
```

```
B[i] = soma/float(abs(A[i][j]))
     if B[i] > 1:
       return False
       break
     soma = 0
  return True
def gauss(A, b, x, n):
  L = tril(A)
  U = A - L
  for i in range(n):
     \# x^{(k+1)} = L^{*(-1)}(b-Ux^{(k)})
     x novo = dot(linalg.inv(L), b - dot(U, x))
     erro = (linalg.norm(x - x novo))/linalg.norm(x novo)
     if erro < 0.01:
       return x novo
     x = x novo
  return x
def main (argv):
  A = array([[2,-1,0,0],[-1,2,-1,0],[0,-1,2,-1],[0,0,-1,2]])
  b = [2,1,9,11]
  x = [1,1,1,1]
  n = 200
  print "A:"
  pprint(A)
  bol = sassenfeld(A)
  if bol:
     print "\n A matriz A é convergente por Sassenfeld."
     print "\n A matriz A não é convergente por Sassenfeld."
  res = gauss(A,b,x,n)
  print "x: "
  pprint(res)
  #print solve(A,b)
if __name__ == '__main__':
  main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
```

* Resolução do exercício 5.20 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)

```
* Executado como : franco_5-20.py
* Parâmetros usados para teste:
                    python franco_5-20.py
*
******
import sys
from pprint import pprint
from numpy import array, zeros, diag, diagflat, dot, linalg, divide, amax
def converge dominante(A):
  n = len(A)
  soma = 0
  for i in range(n):
    j = i
    if j != 0:
       k = j-1
       while k \ge 0:
          soma = abs(A[i][k]) + soma
     if j != n-1:
       k = j+1
       while k <n:
          soma = abs(A[i][k]) + soma
          k = k+1
     if soma \geq A[i][j]:
       return False
       break
     soma = 0
  return True
def converge_linha(A):
  n = len(A)
  diag = A.diagonal()
  x = [[0.0] * len(A) for _ in xrange(len(A))]
  for i in range(n):
     for j in range(n):
       x[i][j] = A[i][j]/float(diag[i])
  B = [0.0] * n
  soma = 0
  for i in range(n):
    j = i
     if j != 0:
```

```
k = j-1
       while k \ge 0:
          soma = abs(x[i][k]) + soma
          k = k - 1
     if j != n-1:
       k = j+1
       while k <n:
          soma = abs(x[i][k]) + soma
          k = k+1
     B[i] = soma
     soma = 0
  maior = amax(B)
  if maior < 1:
     return True
  else:
     return False
def converge coluna(A):
  n = len(A)
  diag = A.diagonal()
  x = [[0.0] * len(A) for _ in xrange(len(A))]
  for i in range(n):
     for j in range(n):
       x[i][j] = A[i][j]/float(diag[i])
  B = [0.0] * n
  soma = 0
  for i in range(n):
    j = i
     if j != 0:
       k = j-1
       while k \ge 0:
          soma = abs(x[k][i]) + soma
          k = k - 1
     if j != n-1:
       k = j+1
       while k <n:
          soma = abs(x[k][i]) + soma
          k = k+1
     B[i] = soma
     soma = 0
  maior = amax(B)
  print B
  if maior < 1:
     return True
  else:
```

```
return False
```

```
def main (argv):
  A = array([[1,2,-2],[1,1,1],[2,2,1]])
  bol= converge linha(A)
  print "A:"
  pprint(A)
  if bol:
     print "\n A matriz A é convergente pelo critério das linhas."
     print "\n A matriz A não é convergente pelo critério das linhas."
     bol = converge \ coluna(A)
     if bol:
       print "\n A matriz A é convergente pelo critério das colunas."
     else:
       print "\n A matriz A não é convergente pelo critério das colunas."
       bol = converge dominante(A)
       if bol:
          print "\n A matriz A é convergente porque é matriz dominante."
       else:
          print "\n A matriz A não é matriz dominante."
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:]
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 5.21 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 5-21.py
* Parâmetros usados para teste:
                    python franco 5-21.py
,,,,,,
import sys
from pprint import pprint
from numpy import array, zeros, diag, diagflat, dot, linalg, divide, amax
def converge linha(A):
  n = len(A)
  diag = A.diagonal()
  x = [[0.0] * len(A) for in xrange(len(A))]
  for i in range(n):
     for j in range(n):
```

```
x[i][j] = A[i][j]/float(diag[i])
  B = [0.0] * n
  soma = 0
  for i in range(n):
    j = i
    if i != 0:
       k = j-1
       while k \ge 0:
         soma = abs(x[i][k]) + soma
         k = k - 1
     if j != n-1:
       k = j+1
       while k <n:
          soma = abs(x[i][k]) + soma
          k = k+1
     B[i] = soma
     soma = 0
  maior = amax(B)
  if major < 1:
     return True
  else:
     return False
def main (argv):
  A = array([[20,3,1],[18,20,1],[1,4,6]])
  bol= converge_linha(A)
  print "A:"
  pprint(A)
  if bol:
     print "\n A matriz A é convergente pelo critério das linhas."
     print "\n A matriz A não é convergente pelo critério das linhas."
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
                                             Lista 8
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 10.1 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como: franco 10.1.py
```

```
* Parâmetros usados para teste:
                   python franco 10.1.py
,,,,,,
import sys
import math
from sympy import *
from sympy.matrices import *
import numpy as np
def lagrange(pontos, valor=None):
  x = Symbol("x")
  L = zeros(1, pontos.shape[0])
  i = 0
  for p in pontos:
     numerador = 1
     denominador = 1
     other pontos = np.delete(pontos, i, 0)
     for other p in other pontos:
       numerador = numerador * (x - other_p[0])
       denominador = denominador * (p[0] - other_p[0])
     L[i] = numerador / denominador
     i = i+1
  #reduzir os problemas com floats
  P = horner(L.multiply(pontos[..., 1])[0])
  Y = None
  if valor != None:
     Y = lambdify(x, P, 'numpy')
     Y = Y(valor)
  return P,Y
def main (argv):
  x = np.array([[1,0],[3,6],[4,24],[5,60]])
  P, Y = lagrange(x, 3.5)
  print "\npolinômio de interpolação: ",
  print P
  print "f(3.5) = \%f n \% Y
if __name__ == '__main__':
  main(sys.argv[1:])
```

```
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 10.2 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 10.2.py
* Parâmetros usados para teste:
                   python franco 10.2.py
*
*****
import sys
import math
from sympy import *
from sympy.matrices import *
import numpy as np
def lagrange(pontos, valor=None):
  x = Symbol("x")
  L = zeros(1, pontos.shape[0])
  i = 0
  for p in pontos:
    numerador = 1
    denominador = 1
    other pontos = np.delete(pontos, i, 0)
    for other p in other pontos:
       numerador = numerador * (x - other p[0])
       denominador = denominador * (p[0] - other p[0])
    L[i] = numerador / denominador
    i = i+1
  #reduzir os problemas com floats
  P = horner(L.multiply(pontos[..., 1])[0])
  Y = None
  if valor != None:
    Y = lambdify(x, P, 'numpy')
    Y = Y(valor)
  return P,Y
def main (argv):
  x = np.array([[0,0],[1/6.,0.5],[1/2.,1]])
  P, Y = lagrange(x, None)
  print "\npolinômio de interpolação: ",
  print P
```

```
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 10.7 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 10.7.py
* Parâmetros usados para teste:
                   python franco 10.7.py
*
,,,,,,
import sys
import math
from sympy import *
from sympy.matrices import *
import numpy as np
def f(x):
  return 7*x**5 - 3*x**2 - 1
def df(x):
  return x*(35*x**3 - 6)
def ddf(x):
  return 140*x**3 - 6
def dddf(x):
  return 420*x**2
def ddddf(x):
  return 840*x
def r3(x,x0,x1,x2,x3):
  derv = []
  derv.append(abs(ddddf(x0)))
  derv.append(abs(ddddf(x1)))
  derv.append(abs(ddddf(x2)))
  derv.append(abs(ddddf(x3)))
  maximo = max(derv)
  aux = ((abs(x - x0) * abs(x - x1) * abs(x - x2)*abs(x - x3))/24.) *maximo
  return abs(aux)
def lagrange(pontos, valor=None):
  x = Symbol("x")
```

```
L = zeros(1, pontos.shape[0])
  i = 0
  for p in pontos:
    numerador = 1
    denominador = 1
    other_pontos = np.delete(pontos, i, 0)
    for other p in other pontos:
       numerador = numerador * (x - other_p[0])
       denominador = denominador * (p[0] - other p[0])
    L[i] = numerador / denominador
    i = i+1
  #reduzir os problemas com floats
  P = horner(L.multiply(pontos[..., 1])[0])
  Y = None
  if valor != None:
    Y = lambdify(x, P, 'numpy')
    Y = Y(valor)
  return P,Y
def main (argv):
  x = \text{np.array}([-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3])
  res = f(x)
  print "\t\tx | ",
  for i in range(len(x)):
    print "\t %d"%x[i],
  print" |"
  _print"\t\t----|-----"
  print "\t (x)|",
  for i in range(len(res)):
    print"\t%d"%res[i],
  print"|"
  pontos = np.array([[-2,-237],[-1,-11],[0,-1],[1,3]])
  P,Y = lagrange(pontos)
  print "Lagrange = ",
  print P
  aux = r3(-0.5, -3, -2, -1, 0)
  print "R3 = ",
  print aux
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
```

```
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 10.7 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 10.7.py
* Parâmetros usados para teste:
                   python franco 10.7.py
*
import sys
import math
from sympy import *
from sympy.matrices import *
import numpy as np
def f(x):
  return 7*x**5 - 3*x**2 - 1
def df(x):
  return x*(35*x**3 - 6)
def ddf(x):
  return 140*x**3 - 6
def dddf(x):
  return 420*x**2
def ddddf(x):
  return 840*x
def r3(x,x0,x1,x2,x3):
  derv = []
  derv.append(abs(ddddf(x0)))
  derv.append(abs(ddddf(x1)))
  derv.append(abs(ddddf(x2)))
  derv.append(abs(ddddf(x3)))
  maximo = max(derv)
  aux = ((abs(x - x0) * abs(x - x1) * abs(x - x2)*abs(x - x3))/24.) *maximo
  return abs(aux)
def lagrange(pontos, valor=None):
  x = Symbol("x")
  L = zeros(1, pontos.shape[0])
  i = 0
  for p in pontos:
    numerador = 1
    denominador = 1
```

```
other pontos = np.delete(pontos, i, 0)
    for other p in other pontos:
       numerador = numerador * (x - other p[0])
       denominador = denominador * (p[0] - other p[0])
    L[i] = numerador / denominador
    i = i+1
  #reduzir os problemas com floats
  P = horner(L.multiply(pontos[..., 1])[0])
  Y = None
  if valor != None:
    Y = lambdify(x, P, 'numpy')
    Y = Y(valor)
  return P,Y
def main (argv):
  x = np.array([-3,-2,-1,0,1,2,3])
  res = f(x)
  print "\t\tx | ",
  for i in range(len(x)):
    print "\t %d"%x[i],
  print" |"
  print"\t\t----|------"
  print "t t(x)",
  for i in range(len(res)):
    print"\t%d"%res[i],
  print"|"
  pontos = np.array([[-2,-237],[-1,-11],[0,-1],[1,3]])
  P,Y = lagrange(pontos)
  print "Lagrange = ",
  print P
  aux = r3(-0.5, -3, -2, -1, 0)
  print "R3 = ",
  print aux
if __name__ == '__main__':
  main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 10.3 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 10.3.py
```

```
* Parâmetros usados para teste:
                   python franco 10.3.py
,,,,,,
import sys
import math
from sympy import *
from sympy.matrices import *
import numpy as np
def lagrange(pontos, valor=None):
  x = Symbol("x")
  L = zeros(1, pontos.shape[0])
  i = 0
  for p in pontos:
    numerador = 1
    denominador = 1
    other pontos = np.delete(pontos, i, 0)
    for other_p in other_pontos:
       numerador = numerador * (x - other_p[0])
       denominador = denominador * (p[0] - other p[0])
    L[i] = numerador / denominador
    i = i+1
  #reduzir os problemas com floats
  P = horner(L.multiply(pontos[..., 1])[0])
  Y = None
  if valor != None:
    Y = lambdify(x, P, 'numpy')
    Y = Y(valor)
  return P.Y
def main (argv):
  x = np.array([[1,1.5708],[2,1.5719],[3,1.5739]])
  P, Y = lagrange(x, 2.5)
  print "\npolinômio de interpolação: ",
  print P
  print "K(2.5) = \% f n \% Y
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
```

```
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 10.4 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 10-4.py
* Parâmetros usados para teste:
                   python franco 10-4.py
import sys
import math
from sympy import *
from sympy.matrices import *
import numpy as np
def lagrange(pontos, valor=None):
  x = Symbol("x")
  L = zeros(1, pontos.shape[0])
  i = 0
  for p in pontos:
    numerador = 1
    denominador = 1
    other pontos = np.delete(pontos, i, 0)
    for other p in other pontos:
       numerador = numerador * (x - other p[0])
       denominador = denominador * (p[0] - other p[0])
    L[i] = numerador / denominador
    i = i+1
  #reduzir os problemas com floats
  P = horner(L.multiply(pontos[..., 1])[0])
  Y = None
  if valor != None:
    Y = lambdify(x, P, 'numpy')
    Y = Y(valor)
  return P,Y
def main (argv):
  x = np.array([[2.8,16.44],[3.0,20.08],[3.2,24.53]])
  P, Y = lagrange(x,3.1)
  print "\npolinômio de interpolação: ",
  print P
  print "e^3.1 = \%f n''\%Y
```

```
if name == ' main ':
  main(sys.argv[1:])
# -*- coding: latin-1 -*-
* Resolução do exercício 10.5 (Neide Maria B. Franco. Cálculo Numérico. Pearson. 1ª Edição.)
* Executado como : franco 10-5.py
* Parâmetros usados para teste:
                   python franco 10-5.py
*
,,,,,,
import sys
import math
from sympy import *
from sympy.matrices import *
import numpy as np
def lagrange(pontos, valor=None):
  x = Symbol("x")
  L = zeros(1, pontos.shape[0])
  i = 0
  for p in pontos:
    numerador = 1
    denominador = 1
    other_pontos = np.delete(pontos, i, 0)
    for other p in other pontos:
       numerador = numerador * (x - other p[0])
       denominador = denominador * (p[0] - other p[0])
    L[i] = numerador / denominador
    i = i+1
  #reduzir os problemas com floats
  P = horner(L.multiply(pontos[..., 1])[0])
  Y = None
  if valor != None:
    Y = lambdify(x, P, 'numpy')
    Y = Y(valor)
  return P,Y
def main (argv):
```

```
x =np.array([[0,-1],[0.5,-1.15],[1,0.63]])
P, Y = lagrange(x,None)
print "\npolinômio de interpolação: ",
print P

if __name__ == '__main__':
    main(sys.argv[1:])
```