

15/10/22

4. parentheses

$$a) ((\neg(\neg P)) \leftrightarrow ((\neg((\neg(\neg(P \vee Q))) \rightarrow R)) \wedge P))$$

$$(\neg\neg P) \leftrightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow R \wedge P).$$

$$b) (\neg P \rightarrow (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg\neg R \vee \neg P))$$

$$\neg P \rightarrow (Q \vee R) \leftrightarrow (P \wedge Q) \leftrightarrow \neg\neg R \vee \neg P$$

$$c) ((P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow (\neg Q)))$$

$$(P \vee Q) \rightarrow P \rightarrow \neg Q$$

5.

$$a) P \vee \neg Q \rightarrow R \leftrightarrow \neg R$$

$$b) Q \rightarrow \neg P \wedge Q$$

$$c) \neg P \vee Q \leftrightarrow Q$$

$$d) \neg\neg P \rightarrow Q \leftrightarrow P \wedge P \neg\neg R$$

15/10/22

6. metacálculo polonês

$$a) (\neg \neg P \vee Q) \Delta \rightarrow (P \rightarrow Q)) \wedge P_{10.000}$$

$$(\overset{1}{\neg} \overset{2}{\neg} P \overset{3}{\vee} Q) \overset{4}{\Delta} \rightarrow (P \overset{5}{\rightarrow} Q)) \overset{6}{\wedge} P_{10.000}$$

$$\vee \neg \neg P Q (\overset{4}{\Delta}) \rightarrow P Q \overset{6}{\wedge} P_{10.000}$$

$$\Delta \vee \neg \neg P Q \rightarrow P Q (\overset{6}{\wedge}) P_{10.000}$$

$$\wedge \Delta \vee \neg \neg P Q \rightarrow P Q P_{10.000}$$

$$b) P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$$

$$P \overset{1}{\rightarrow} ((Q \overset{2}{\rightarrow} R) \overset{3}{\rightarrow} ((P \overset{4}{\rightarrow} R) \overset{5}{\rightarrow} (P \overset{6}{\rightarrow} R)))$$

$$\rightarrow P (\overset{1}{\rightarrow}) Q R \overset{3}{\rightarrow} \rightarrow P R \overset{5}{\rightarrow} \rightarrow P R$$

$$\rightarrow \rightarrow P Q R (\overset{3}{\rightarrow}) P R \overset{5}{\rightarrow} \rightarrow P R$$

$$\rightarrow \rightarrow \rightarrow P Q R P R (\overset{5}{\rightarrow}) \rightarrow P R$$

$$\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow P Q R P R \rightarrow P R$$

15/10/22

$$c) ((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q$$

$$(P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P \vee Q$$

$$\neg P \vee P \leftrightarrow \neg P \vee Q$$

$$\vee \neg P \vee P \leftrightarrow \neg P \vee Q$$

$$d) ((\neg(\neg P)) \leftrightarrow (\neg(\neg(\neg(P \vee Q))) \rightarrow R)) \wedge P$$

$$((\neg(\neg P)) \leftrightarrow (\neg(\neg(\neg(P \vee Q))) \rightarrow R)) \wedge P$$

$$\neg \neg P \leftrightarrow (\neg(\neg(\neg(P \vee Q))) \rightarrow R) \wedge P$$

$$\neg \neg P \leftrightarrow \neg \neg \neg(P \vee Q) \rightarrow R \wedge P$$

$$\leftrightarrow \neg \neg \neg P \neg \neg \neg(P \vee Q) \rightarrow R \wedge P$$

$$\neg \neg \neg \neg P \leftrightarrow P \vee P \rightarrow R \wedge P$$

$$\rightarrow \neg \neg \neg \neg P \leftrightarrow P \vee P \rightarrow R \wedge P$$

$$\wedge \rightarrow \neg \neg \neg \neg P \leftrightarrow P \vee P \rightarrow R \wedge P$$

Exercícios

1.

a. $(P \vee Q) \vee (P \vee Q)$

b. $(P \vee Q) \rightarrow ((Q \leftrightarrow P) \vee \neg \neg R)$

c. $\neg \neg P$

d. $\vee Q$

e. $(P \wedge Q) \rightarrow ((Q \leftrightarrow \neg R))$

2. a) Sim, os símbolos proposicionais são fórmulas, quanto os símbolos verdades / true e false.

b. 2 tipos os símbolos verdade e os proposicionais, true e false, $P, Q, R, S, P_1, Q_1, R_1, S_1, \dots$

c. Sim, $\neg P$ é uma fórmula da lógica Proposicional

15/10/22

3.

* comprimento

a) $((\neg \neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \wedge P_{10.000}$

$$\text{comp}[H] = \text{comp}[(\neg \neg P \vee Q)] + 1, \text{comp}[(\leftrightarrow P \rightarrow Q)] + 1,$$

$$\text{comp}[\wedge P_{10.000}] + 1 = 3 \text{ e } 5.$$

b) $P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$

$$\text{comp}[H] = \text{comp}[P \rightarrow ((Q \rightarrow R))] + 1, \text{comp}[\rightarrow ((P \rightarrow R))] + 1,$$

$$\text{comp}[(\rightarrow P \rightarrow R))] + 1 = 3 \text{ e } 7.$$

c) $((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q$

$$\text{comp}[H] = \text{comp}[P] + 1, \text{comp}[(\rightarrow \neg P)] + 1,$$

$$\text{comp}[(\leftrightarrow \neg P)] + 1, \text{comp}[(\vee Q)] + 1 = 4 \text{ e } 2.$$

d) $\neg (P \rightarrow \neg P)$

$$\text{comp}[H] = \text{comp}[(\neg P \rightarrow \neg P)] + 1 + 1 = 2.$$

3. * subformulas

$$a) ((\neg\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \wedge P_{10.000}$$

$$((\neg\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \wedge P_{10.000}$$

$$((\neg\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$$

$$(\neg\neg P \vee Q)$$

$$(P \rightarrow Q)$$

$$\wedge P_{10.000}$$

$$P, Q$$

$$\neg\neg P$$

$$b) P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$$

$$P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$$

$$P, Q, R$$

$$Q \rightarrow R$$

$$P \rightarrow R$$

$$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$$

$$(Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$$

$$(P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$$

$$c) ((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q$$

$$((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q$$

$$P, Q$$

$$(P \rightarrow \neg P)$$

$$(P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P$$

$$\neg P$$

$$\neg P \vee Q$$