



Fundação Universidade Federal do ABC

Pró-reitoria de pesquisa

Av. dos Estados, 5001, Santa Terezinha, Santo André/SP, CEP 09210-580

Bloco L, 3º Andar, Fone (11) 3356-7617

iniciacao@ufabc.edu.br

Projeto de Iniciação Científica
submetido para avaliação no
Edital: 04/2021 PDPD

Nome do aluno: Amanda Fernandes de Lima

Nome do orientador: Marcelo Augusto Leigui de Oliveira

Título do projeto: Propagação de raios cósmicos em campos magnéticos galácticos e extragalácticos.

Palavras-chave do projeto: Astropartículas, Raios Cósmicos, Propagação em Campos Magnéticos.

Área do conhecimento do projeto: Física (Física de Partículas Elementares e Campos).

Bolsista: Sim, PDPD.

Sumário

1	Resumo	3
2	Introdução	4
3	Fundamentação Teórica	5
3.1	Descoberta dos raios cósmicos	5
3.2	Campos magnéticos	7
3.2.1	Campo magnético da Terra	9
3.2.2	Campos magnéticos galácticos	10
3.2.3	Campos magnéticos extragalácticos	11
4	Metodologia	12
4.1	Materiais e métodos	12
4.1.1	Campo magnético uniforme	13
4.1.2	Campo magnético variável	13
4.1.3	Campo magnético dipolar	13
4.1.4	Campos magnéticos galácticos	14
4.1.5	Fluxograma	16
4.2	Etapas da pesquisa	16
4.2.1	Instalação dos softwares utilizados	17
4.2.2	Estudo teórico	17
4.2.3	Simulações para o caso não relativístico	17
4.2.4	Relatório parcial	20
4.2.5	Estudo da relatividade e campos magnéticos	20
4.2.6	Análise de dados e relatório	20
5	Resultados e discussão	21
5.1	Campo magnético uniforme	21
5.2	Campo magnético variável	23
5.3	Campo Dipolar	26
5.4	Campo Galáctico	28
5.4.1	Modelo de espiral axissimétrica (ASS)	28
5.4.2	Modelo de espiral bissimétrica (BSS)	30
6	Conclusão e Perspectivas de trabalhos futuros	32
	Referências	33

1 Resumo

Com os avanços do estudo da astrofísica é notável que os campos magnéticos possuem grande importância na ciência, no entanto, são conhecidos apenas de modo qualitativo, sendo primordial uma análise dos campos galácticos e extragalácticos para entender as trajetórias de raios cósmicos nesses meios. Para tanto, nesse projeto de iniciação científica, inicialmente será trabalhado a interação de partículas carregadas em campos magnéticos, a qual ocorre através da força de Lorentz. Será desenvolvido, então, uma simulação computacional dessas propagações em algumas configurações básicas de campos magnéticos. Finalmente, obteremos, seja analiticamente, seja por simulação, importantes parâmetros da propagação de raios cósmicos galácticos, para serem confrontados com os resultados obtidos experimentalmente pelos grandes experimentos de raios cósmicos.

Palavras-chave: Astropartículas, Raios Cósmicos, Propagação em Campos Magnéticos.

2 Introdução

Os raios cósmicos primários são núcleos atômicos ionizados, formados por prótons e nêutrons, com alta energia produzidos no universo que atingem a superfície terrestre. No interior da atmosfera, os raios cósmicos (RCs) interagem e colidem com partículas atmosféricas, produzindo cascatas de RCs secundários, também conhecidos como chuviros atmosféricos. Para determinar a origem dos raios cósmicos é realizado um estudo indireto com a análise desses secundários, que emitem radiação, o que torna possível reproduzir o fluxo de raios primários que os deram origem, obtendo suas propriedades físicas, como energia e composição, e propriedades do meio intergaláctico [1].

A compreensão dos processos físicos que ocorrem durante a propagação de raios cósmicos nos meios interestelar e intergaláctico é um dos maiores problemas atuais da astrofísica, ainda não totalmente resolvidos [2]. O tema é importante, pois procura-se, inicialmente, identificar-se as fontes e, posteriormente, compreender-se os processos ocorridos durante a aceleração das partículas às ultra-altas energias ($E > 10^{18}$ eV). Esses ambientes de aceleração auxiliam no entendimento da formação do sistema solar, estando relacionado com a geração de estrelas massivas, evolução estelar e explosões de supernovas. Logo, são uma fonte valiosa de informação sobre o Cosmos.

Entretanto, uma vez que os raios cósmicos são partículas eletricamente carregadas, eles são defletidos nos campos magnéticos presentes no decorrer de sua propagação até a Terra, tornando muito difícil a correlação de suas direções de chegada com as fontes astrofísicas. Ademais, apesar de grandes esforços terem sido feitos nas últimas décadas, a intensidade e a estrutura dos campos magnéticos para além da heliosfera são pouco conhecidas [3]. Desta forma, faz-se necessário um maior detalhamento no estudo acerca do transporte de raios cósmicos em ambientes galácticos e extragalácticos, bem como das propriedades físicas dos campos magnéticos nestes meios.

O objetivo principal do projeto é o estudo e análise do comportamento de raios cósmicos em campos magnéticos com o desenvolvimento de uma simulação computacional que consistirá na implementação numérica da trajetória da partícula em passos temporais $\delta t \ll 2\pi/\omega_B$, onde ω_B é a chamada *frequência de giro* da partícula. Serão implementadas diferentes formulações para o campo \vec{B} , a saber: campo uniforme, campo variável e campo dipolar. Ao final das simulações, serão feitos gráficos tridimensionais da trajetória da partícula e também gráficos da variação de quantidades do período e do raio de Larmor da partícula (o raio da trajetória helicoidal).

3 Fundamentação Teórica

3.1 Descoberta dos raios cósmicos

O físico Domenico Pacini (1878-1934), em 1911, fez uma pesquisa [4] inserindo um eletroscópio no Golfo de Gênova para fazer a medição da condutividade residual do ar no aparelho, mas ele obteve resultados divergentes do previsto. Pacini percebeu que o instrumento descarregava mais lentamente no solo do que na altitude, porém não sabia o exato motivo disso [5].

Posteriormente, em 7 de agosto de 1912, o físico Victor Franz Hess (1883-1964) realizou experimentos dentro de um balão a 5.350m de altitude, utilizando um eletroscópio com um detector de ionização para investigar a condutividade elétrica na atmosfera e verificou um grande aumento dos efeitos ionizantes conforme a altura [6]. Com isso, Victor concluiu que a radiação deveria vir de fora da atmosfera terrestre, realizando a descoberta dos raios cósmicos — a nomenclatura foi escolhida pelo físico o Robert Millikan (1868 - 1953) [7].



Figura 1: Hess e a descoberta dos raios cósmicos. [5]

Apesar dos dados de Hess, o físico Werner Kolhörster (1887 - 1946) ainda estava cético com esses resultados, então repetiu sua pesquisa em outro balão em 1913, comprovando e medindo a 9 km de altitude uma ionização seis vezes maior do que no solo [8].

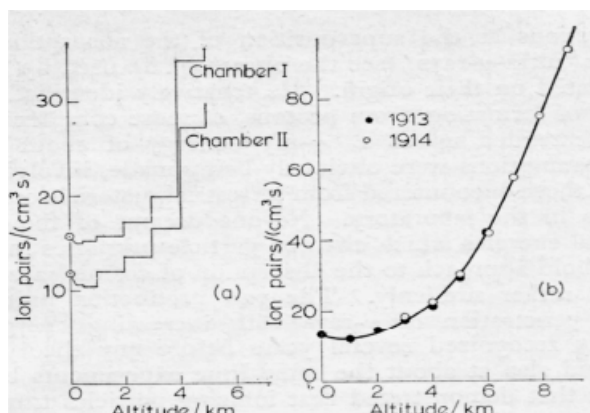


Figura 2: Taxa de ionização em função da altitude. À esquerda está o resultado obtido por Hess em 7 de agosto de 1912 e à direita a confirmação de Kolhorster em 1913/14 [9].

No entanto, por um período acreditava-se que essa radiação era eletromagnética, por isso o nome "raio cósmico", mas na década de 1930 foi concluído que os RCs deveriam ser eletricamente carregados, já que são afetados pelo campo magnético da Terra [10]. A partir dessa descoberta, Hess ganhou o prêmio Nobel em 1936.

Em 1938, as pesquisas do físico Pierre Auger (1899-1993) contribuíram para a análise dos RCs na Terra [11]. Auger descobriu que quando as partículas entram na atmosfera terrestre elas colidem com núcleos presentes, interagindo e formando um efeito de cascata, chamados de chuviros atmosféricos extensos, com a produção de outras partículas o que possibilitou o estudo indireto da trajetória do raio cósmico, na tentativa de localizar sua origem.

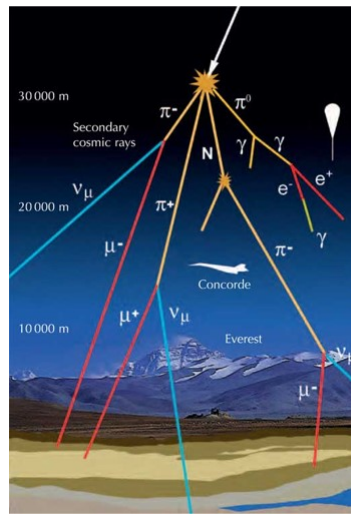


Figura 3: Representação dos chuviros atmosféricos. [12]

Antes da criação dos potentes aceleradores de partículas, os raios cósmicos atuaram como uma grande fonte de pesquisa na astrofísica, permitindo a descoberta de partículas subatômicas como o pósitron (em 1932), o múon (em 1937) e o pión (em 1947) [13].

Após anos de observações, atualmente associa-se que partículas com energia até 10^9 eV resultam de fenômenos solares, sendo chamados de raios cósmicos solares [14], já entre $E > 10^9$ eV e $E < 10^{16}$ eV podem derivar da morte de supernovas [15]. Considerando energias maiores, há um aumento na inclinação do espectro na região chamada de "joelho" ($E > 10^{16}$ eV), até esse nível o campo magnético da Via Láctea consegue confinar os RCs na galáxia. Em sequência, presume-se que a energias maiores que 10^{19} eV, no chamado "tornozelo" do espectro, a origem seja extragaláctica, podendo ser produzidos, predominantemente, em buracos negros. Entretanto, a origem dessa aceleração é ainda incerta [16].

Além disso, esses RCs de ultra-alta energia são difíceis de serem detectados, pois a quantidade de partículas que chega à atmosfera é menor, sendo de aproximadamente uma partícula por quilômetro quadrado por século [17]. Portanto, há dificuldades em medir a energia primária do raio cósmico e sua carga/massa nuclear, que são informações fundamentais para estudar as fontes da aceleração dessas partículas.

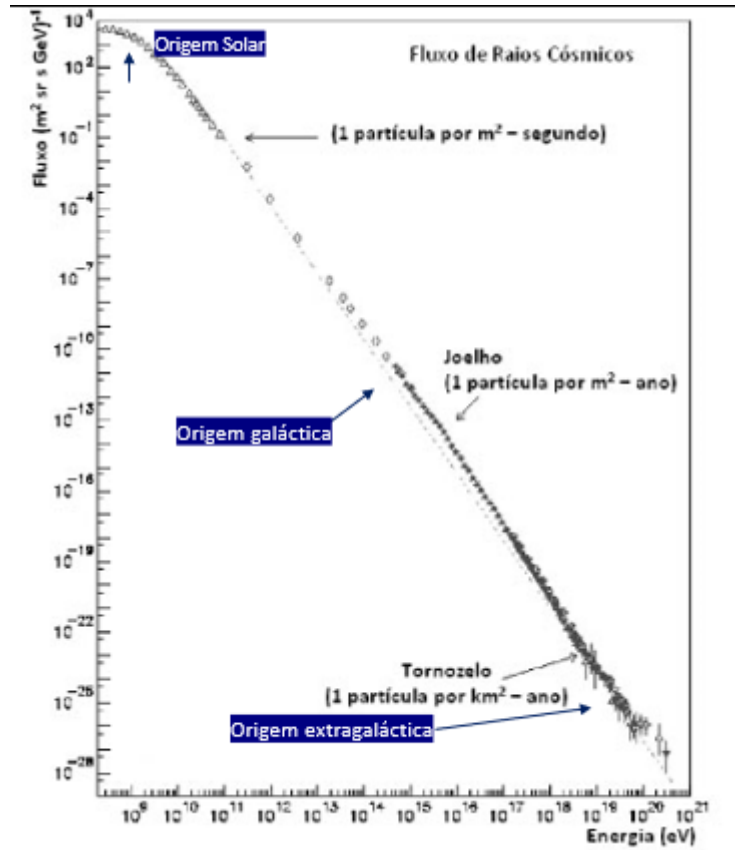


Figura 4: Espectro de energia dos raios cósmicos primários determinado pelo número de partículas incidentes por unidade de energia, por segundo, por unidade de área, por unidade de ângulo sólido.

Na atualidade, as investigações acerca dos RCs estão centradas em descobrir como eles se originaram, quais as fontes de aceleração tão alta, além de analisar suas composições para obter informações do cosmos.

3.2 Campos magnéticos

A astrofísica evoluiu com a descoberta dos raios cósmicos e dos chuveis atmosféricos, porém, ainda existem diversas questões em aberto. Os raios cósmicos galácticos precisam atravessar o meio interestelar para chegar na Terra, já os extragalácticos passam pelo meio interestelar da galáxia de origem e pelo meio intergaláctico até a Via Láctea para então chegar à Terra, havendo perda de informação no caminho. Isso ocorre principalmente devido aos campos magnéticos galácticos e extragalácticos, que alteram a trajetória da partícula dificultando a análise de suas fontes [18].

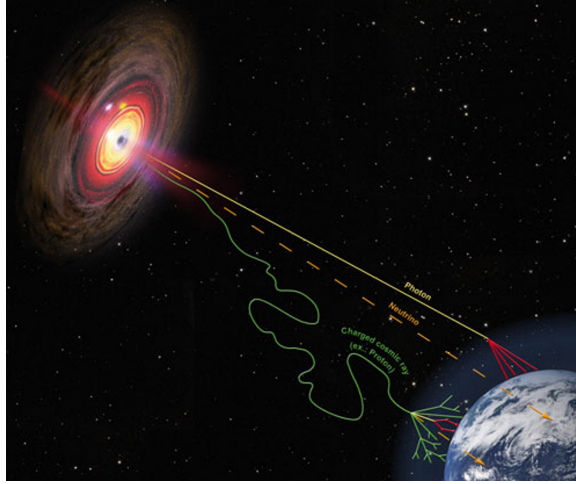


Figura 5: Trajetória do próton sendo defletida pelo campo magnético em comparação com a trajetória retilínea do fóton e do neutrino.

No entanto, apesar dos campos magnéticos desviarem os RCs, as direções de chegada das partículas permitem a restrição desses campos, que não são amplamente conhecidos, logo, isso ajuda nas pesquisas e estudos acerca dos processos astrofísicos que envolvem os campos [19].

Os campos magnéticos podem variar em muitas ordens de grandeza, os de menores dimensão estão em nível quântico e os maiores alcançam muito mais que vários Mpc (sendo $1\text{Mpc} = 3,26 \times 10^6$ anos-luz) [20]. No diagrama de Hillas (vide figura 6) temos diversos objetos astrofísicos de diferentes dimensões e intensidades de campo magnético, em escala logarítmica. Além disso, conseguimos observar quais deles conseguem confinar partículas de determinada composição e energia, por exemplo: prótons de 10^{20} eV ou núcleos de ferro de 10^{20} eV só podem ser confinados em objetos acima das linhas diagonais, baseando o cálculo somente na força de Lorentz. No quadro aparece ainda a fórmula relativa ao raio de Larmor já nas unidades adequadas aos problemas.

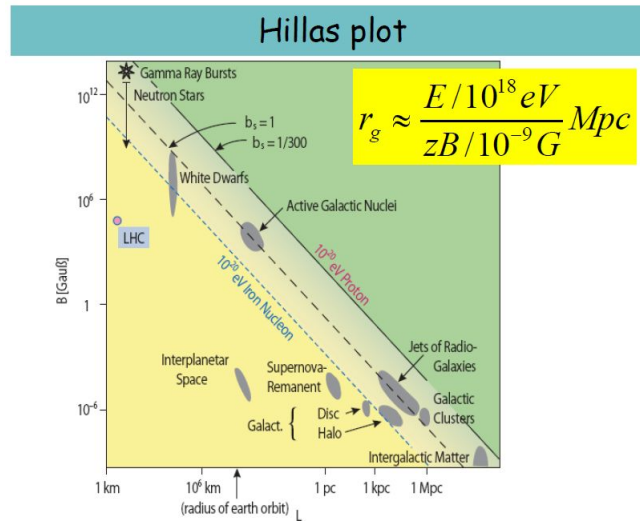
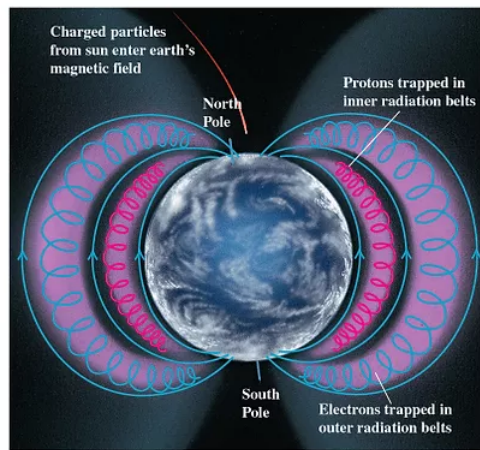


Figura 6: Diagrama de Hillas.

3.2.1 Campo magnético da Terra

O campo magnético Terrestre é dipolar (também é um tipo de campo variável) que é mais intenso em seus polos e mais fraco no meio. Esses extremos agem como espelhos magnéticos, refletindo as partículas e aprisionando-as nas linhas de campo, formando dois cinturões de radiação que protegem o planeta de radiações maiores [21].

O cinturão interno se situa na altitude de 1000 km até 3000 km e é constituído por prótons que se originam, principalmente, pelo decaimento de nêutrons gerado quando RCs ultra energéticos colidem com as partículas na atmosfera da Terra, um processo conhecido como CRAND (que no inglês significa Cosmic Ray Albedo Neutron Decay), e por erupções solares. Já o cinturão externo fica entre 20000 km e 30000 km e é formado também por partículas vindas do plasma dos ventos solares que, majoritariamente, são elétrons [22]. Esse conjunto é conhecido como cinturão de Van Allen, descoberto pelo físico James Alfred Van Allen (1914 - 2006) em 1957.



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

Figura 7: Cinturão de Van Allen com a representação da trajetória helicoidal das partículas aprisionadas.

O campo magnético sofre deformações constantes devido às tempestades solares [23], possibilitando que os RCs escapem e cheguem à superfície da Terra. Como visto no capítulo 3.1, a intensidade de radiação é diretamente proporcional à altitude, afetando principalmente o fluxo aéreo e os trabalhadores da área, que ficam expostos a níveis altos de radiação cósmica. Por isso, é fundamental a ampliação dos estudos da física para melhoramento tecnológico dos aparelhos e equipamentos [24].

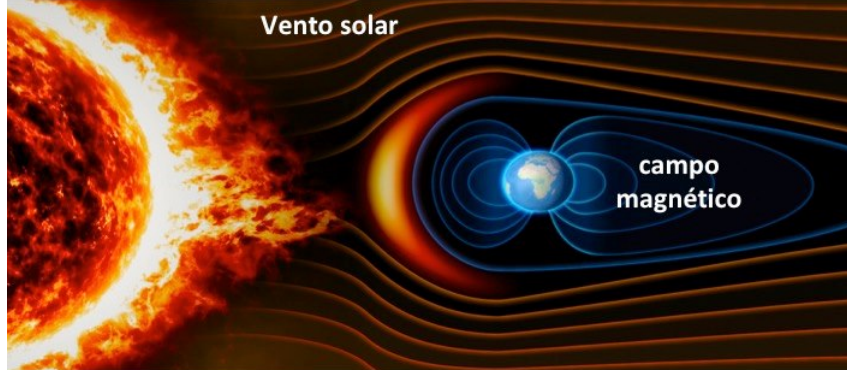


Figura 8: Vento solar modificando o campo magnético [23].

Existe uma anomalia magnética no Atlântico Sul que atinge grande parte do Brasil, na qual as linhas de campo ficam mais próximas da crosta e as partículas conseguem penetrar com maior facilidade na atmosfera, no entanto, sua origem ainda não é bem entendida. Essa anomalia afeta a interação dos RCs com a atmosfera e seu campo magnético, provocando diversas falhas em dispositivos e satélites [25].

3.2.2 Campos magnéticos galácticos

Estudos propõem que o campo magnético da via láctea tem estrutura espiral, mas os modelos propostos não são compatíveis com os dados atuais. Essa falta de precisão ocorre porque os campos não são totalmente compreendidos, para explicar esses desvios os cientistas alegam que a galáxia apresenta um campo magnético regular e um turbulento com menor tamanho, sendo aproximadamente 50 pc [26].

Os modelos mais utilizados são os modelos espirais simétricos. Eles são representados por vetores de campo magnético alinhados ao longo do plano galáctico, em coordenadas cilíndricas (conforme descrita matematicamente na seção 4.1.4). No modelo espiral axissimétrica (ASS), as linhas de campo estão ao longo dos braços espirais da galáxia, com sentido apontando para o centro galáctico. No modelo espiral bissimétrica (BSS), as linhas de campo estão ao longo dos braços espirais da galáxia, com sentidos alternados para o centro galáctico e para fora da galáxia.

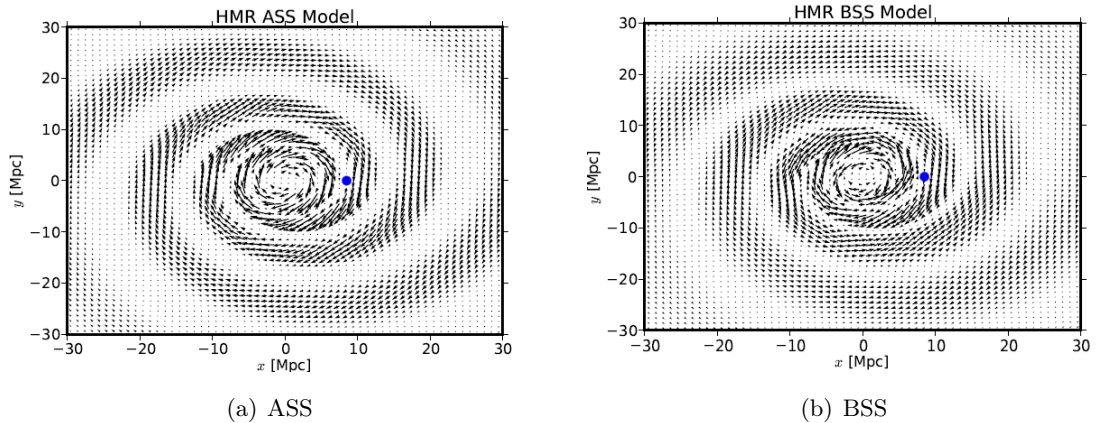


Figura 9: Modelos de espirais simétricos, sendo que o ponto azul nas figuras é a localização da Terra. [20]

Esse campo magnético está em coordenadas cilíndricas (ρ , ϕ , z) em que ρ é a distância até o raio da galáxia (radial), ϕ é a coordenada azimutal (o ângulo entre o eixo x e a projeção do ponto do campo) e z é a altura assim como nas coordenadas retangulares. As transformações matemáticas envolvidas serão abordadas mais profundamente na metodologia (Capítulo 4.1).

Experimentos realizados mostraram as interações dos RCs com o campo magnético terrestre, culminando na descoberta do efeito “leste-oeste” em que mais RCs primários de energias relativamente menores atingem o planeta pelo oeste. Desse modo, partículas com carga positiva vindas do oeste curvam-se em direção a superfície, já que chegam do leste viajam para longe da Terra (vide figura 10) [27].

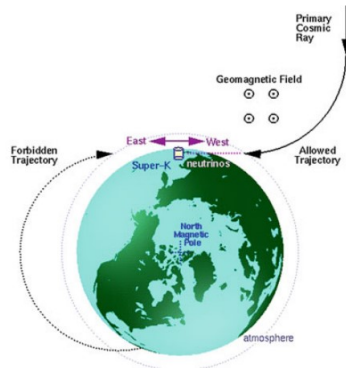


Figura 10: Trajetória dos raios cósmicos primários sendo influenciada pelo campo magnético da Terra.

3.2.3 Campos magnéticos extragalácticos

Como visto, a estrutura e força dos campos magnéticos galácticos e de aglomerados podem ser medidas, ainda que indiretamente. Nos campos magnéticos extragalácticos é muito mais complicado realizar estudos, por conseguinte, a sua intensidade, topologia e origem permanecem desconhecidas. Essa complexidade parte do fato de que a intensidade se distingue ao considerar as condições iniciais do campo, sendo difíceis de medir utilizando os métodos tradicionais [28].

O transporte de raios cósmicos no meio extragaláctico ocorre devido ao efeito GZK (Zatsepin-Kuzmin), que descreve as interações dos RCs ultra energéticos com a radiação cósmica de fundo (Cosmic Microwave Background - CMB), que possui temperatura de 2.7 K [29]. Analisando a situação do próton com alta energia, ele colide com os fótons do CMB, resultando na formação de píons ou pares de elétron-pósitron. Consequentemente, existe uma grande perda de energia, limitando a trajetória de propagação da partícula e reduzindo seu fluxo, por isso é tão difícil detectar partículas de fonte extragaláctica [30].

4 Metodologia

4.1 Materiais e métodos

O projeto será realizado a partir de uma modelagem computacional, para isso será implementado os seguintes conceitos matemáticos para a propagação de partículas em campos magnéticos:

Uma partícula com carga elétrica q , movendo-se com velocidade \vec{v} numa região com campo magnético \vec{B} , é acelerada pela força de Lorentz [31]:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B}, \quad (1)$$

onde deve-se tomar o momento relativístico, definido por: $\vec{p} = m_0\gamma\vec{v}$, sendo que $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ é o *fator de Lorentz*. Devido à natureza da força magnética, o vetor aceleração $\vec{a} = d\vec{v}/dt$ é sempre perpendicular à velocidade da partícula, ou seja, a aceleração é centrípeta, por conseguinte, a partícula não perde energia por causa da força magnética. Desse modo, considerando a aceleração centrípeta e pela Segunda Lei de Newton $F_b = m \cdot a$, tem-se:

$$F_b = qvB = \frac{mv^2}{r}. \quad (2)$$

A partir dessa equação é possível encontrar o raio da trajetória, chamado de "raio de Larmor":

$$r_L = \frac{mv_{\perp}}{qB}. \quad (3)$$

A velocidade angular da partícula, também denominada frequência do ciclotron, ou frequência de giro, é:

$$w = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}. \quad (4)$$

Já o período é calculado pelo valor da circunferência da trajetória dividido pela velocidade da partícula:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (5)$$

Como a partícula percorre uma trajetória helicoidal, a velocidade é dividida nas suas componente perpendicular (v_{\perp}) e paralela ($v_{//}$) em relação ao campo magnético, sendo:

$$\vec{v}_{\perp} = \frac{\vec{B}_o \times (\vec{v}_o \times \vec{B}_o)}{|\vec{B}_o|^2}; \quad (6)$$

$$\vec{v}_{//} = \vec{v}_o - \vec{v}_{\perp}. \quad (7)$$

Esse movimento gera um ângulo de passo, que descreve o quanto a partícula avança a cada giro:

$$\theta = \arctan \frac{|v_{//}|}{|v_{\perp}|}. \quad (8)$$

4.1.1 Campo magnético uniforme

O campo magnético uniforme é o mesmo em todos os pontos do espaço, sendo:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_0. \quad (9)$$

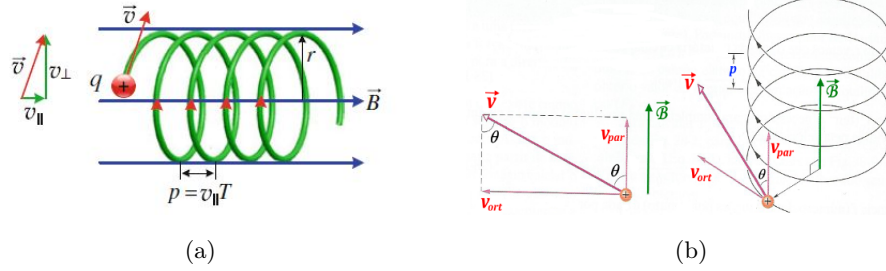


Figura 11: Trajetória helicoidal de uma partícula carregada positivamente num campo magnético uniforme, orientado (a) na direção x ($\vec{B} = B\hat{x}$) e (b) na direção z ($\vec{B} = B\hat{z}$), com velocidade \vec{v} , com o ângulo de passo e com componentes paralela e perpendicular ao campo.

4.1.2 Campo magnético variável

O campo magnético variável é uniforme em direção e sentido, porém o módulo varia conforme a posição \vec{r} , para isso é utilizado um fator de escala r_0 que define o quão rápido será a variação de $\vec{B}(\vec{r})$:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\vec{B}_0}{(r/r_0)}. \quad (10)$$

4.1.3 Campo magnético dipolar

Já no campo magnético dipolar, variam o módulo e sentido conforme a posição no espaço. Nessa pesquisa será retratado uma simplificação do campo terrestre, utilizando coordenadas esféricas:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}(r, \theta, \phi). \quad (11)$$

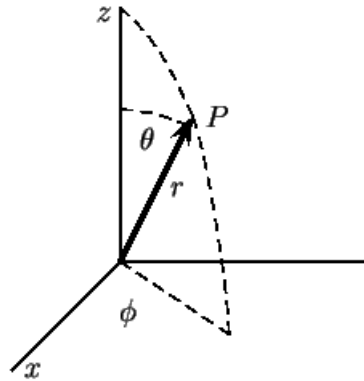


Figura 12: Representação das coordenadas esféricas no plano (x,y,z) .

Sendo que r é o módulo de \vec{r} , ϕ é o ângulo azimutal (entre os eixos x e y) e θ é o ângulo zenital (entre o eixo z e o plano xy). Partindo disso, é preciso fazer a transformação de coordenadas cartesianas para esféricas do seguinte modo:

$$r = \|\vec{r}\| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}; \quad (12)$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{\sqrt{r_x^2 + r_y^2}}{r_z} \right); \quad (13)$$

$$\phi = \arctan \left(\frac{r_y}{r_x} \right). \quad (14)$$

Por conseguinte, as componentes do campo magnético paralelas a \hat{r} , $\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$ podem ser calculadas seguindo as equações:

$$B_r = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi r^3} \cos \theta; \quad (15)$$

$$B_\theta = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sin \theta; \quad (16)$$

$$B_\phi = 0, \quad (17)$$

sendo que μ é o momento dipolar do campo magnético da Terra, que tomamos alinhado com o eixo \hat{z} e módulo 8×10^{22} J/T, e μ_0 a constante de permissividade magnética do vácuo equivalente a $4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A. Então, realizando-se a transformação completa das componentes do campo dipolar, para coordenadas cartesianas novamente, encontramos:

$$B_x = (B_\theta \cos \theta + B_r \sin \theta) \cos \theta, \quad (18)$$

$$B_y = B_r \cos \theta - B_\theta \sin \theta, \quad (19)$$

$$B_z = (B_\theta \cos \theta + B_r \sin \theta) \sin \theta. \quad (20)$$

4.1.4 Campos magnéticos galácticos

Como visto anteriormente, o campo galáctico é descrito em coordenadas cilíndricas e suas transformações são semelhantes ao campo dipolar:

$$\vec{B} = \vec{B}(\rho, \phi, z). \quad (21)$$

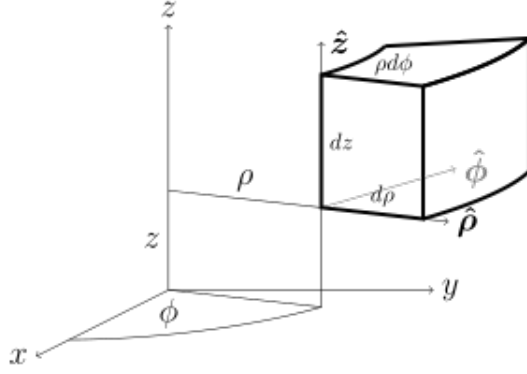


Figura 13: Coordenadas cilíndricas no plano.

Dessa forma, é preciso converter as coordenadas cartesianas para cilíndricas:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (22)$$

$$\phi = \arctan \frac{y}{x}, \quad (23)$$

$$z = z. \quad (24)$$

A dependência azimutal do campo magnético de configuração BSS é

$$B_s \rho = B_0(\rho) \cos(\theta - \beta \ln(\rho/\xi_0)). \quad (25)$$

Já na configuração ASS é:

$$B_s \rho = B_0(\rho) \cos^2(\theta - \beta \ln(\rho/\xi_0)), \quad (26)$$

onde $\xi_0 = 10.55$ kpc (constante), $\beta = \frac{1}{\tan p} = -5.67$, com o ângulo de passo $p = -10^\circ$ e $B_0(\rho)$ é:

$$B_0(\rho) = \frac{3r_0}{\rho} \tanh^3\left(\frac{\rho}{\rho_1}\right) \mu G, \quad (27)$$

com a distância do Sol até o centro da galáxia representada por $r_0 = 8.5$ kpc e $\rho_1 = 2$ kpc.

As componentes radial e azimutal do plano paralelas a ρ , ϕ e z são:

$$B_\rho = B_{s\rho} \sin p \left(\frac{1}{2 \cosh \frac{z}{z_1}} + \frac{1}{2 \cosh \frac{z}{z_2}} \right); \quad (28)$$

$$B_\theta = B_{s\rho} \cos p \left(\frac{1}{2 \cosh \frac{z}{z_1}} + \frac{1}{2 \cosh \frac{z}{z_2}} \right); \quad (29)$$

$$B_z = 0, \quad (30)$$

onde $z_1 = 0.3$ kpc e $z_2 = 4$ kpc.

Após isso, as componentes do campo magnético devem ser transformadas novamente em coordenadas cartesianas:

$$B_x = B_\rho \cos B_\phi; \quad (31)$$

$$B_y = B_\rho \sin B_\phi; \quad (32)$$

$$B_z = 0. \quad (33)$$

4.1.5 Fluxograma

Desse modo, com base nesses conceitos da matemática e da física é possível desenvolver um programa que simule a trajetória de partículas em diferentes campos magnéticos. O trabalho será desenvolvido utilizando programação orientada a objetos na linguagem C++, por meio do ambiente de desenvolvimento integrado (IDE) Dev-C++. Para a análise de dados será utilizado o software ROOT, responsável para geração e visualização de dados, para que possamos, enfim, atingir o objetivo da pesquisa. O fluxograma da estrutura da simulação utilizada está representado na Figura 14.

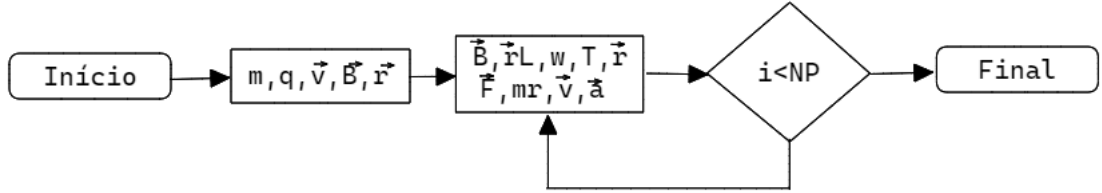


Figura 14: Fluxograma da simulação programa.

4.2 Etapas da pesquisa

Como foi apresentado, o projeto consiste em uma simulação computacional, portanto, as seguintes etapas foram realizadas:

1. Instalação dos softwares e estudos sobre a força de Lorentz, rigidez magnética, raio de Larmor e frequência de giro;
2. Simulação das propagações não-relativísticas e desenvolvimento de rotinas para a visualização tridimensional:
 - (a) Simulação no campo uniforme;
 - (b) Simulação no campo variável;
 - (c) Simulação no campo dipolar.
3. Elaboração do relatório parcial/projeto final;
4. Estudo da teoria da relatividade especial e extensão da simulação para o caso relativístico;

5. Estudo da configuração dos campos magnéticos galácticos e sua implementação na simulação;
6. Análise final de dados;
7. Elaboração do relatório final.

Etapa	Mês									
	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
1	x									
2.a		x								
2.b		x								
2.c			x							
3			x							
4				x	x					
5						x	x	x		
6									x	
7										x

4.2.1 Instalação dos softwares utilizados

Em primeiro momento foi necessário instalar a IDE Dec-C++ para programação em C++ e também instalar o software ROOT [32], que é um programa orientado a objetos desenvolvido em C++ pela Organização Europeia para a Pesquisa Nuclear (CERN) com diversos recursos para análise de dados. Com isso, o foco inicial foi aprender a utilizar essas ferramentas combinando a realização de exercícios básicos com o estudo da documentação dos pacotes do root [33].

4.2.2 Estudo teórico

Após definir as tecnologias, foi feito um estudo teórico em fontes bibliográficas para compreender o tema da pesquisa por completo, estudando as fórmulas e conceitos de análise vetorial, força de lorentz, funções de velocidade e trajetória, raio de Larmor, período e as outras apresentadas no capítulo 4.1 (Materiais e métodos).

4.2.3 Simulações para o caso não relativístico

Com a consolidação das bases do projeto, iniciou-se o desenvolvimento do programa para as simulações das propagações não-relativísticas e desenvolvimento de rotinas para a visualização tridimensional. A estrutura foi feita orientada a objetos e para facilitar a organização ele foi separado em programa principal, classe Mathematics — que comporta todas as funções da área matemática — e a classe Physics — que comporta todas as funções da área de física.

Assim, pode ficar melhor estruturado inserindo e separando as equações em métodos para serem utilizados no programa principal para simular a trajetória da partícula. Abaixo estão trechos de código das classes [34].

```

1 //Mathematics.cc
2 // System Headers:
3 #include <stdlib.h>
4 #include <stdio.h>
5 #include <math.h>
6 // Local Headers:
7 #include "Mathematics.h"
8 // Constructor
9 Mathematics::Mathematics ( )
10 {}
11 // Destructor
12 Mathematics::~~Mathematics ( )
13 {}
14 //Vector Product
15 double Mathematics::VecProd(double prod[3],double vec1[3], double vec2
    [3]){
16
17     prod[0]=(vec1[1]*vec2[2]-vec1[2]*vec2[1]);
18     prod[1]=-(vec1[0]*vec2[2]-vec1[2]*vec2[0]);
19     prod[2]=(vec1[0]*vec2[1]-vec1[1]*vec2[0]);
20
21     return 0;
22 }
23
24 //Modulus
25 double Mathematics::Mod(double vec[3])
26 {
27     double modulus=sqrt(vec[0]*vec[0]+vec[1]*vec[1]+vec[2]*vec[2]);
28     return modulus;
29 }

```

```

1 //Physics.cc
2 // System Headers:
3 #include <stdlib.h>
4 // Local Headers:
5 #include "Physics.h"
6 #include "Mathematics.h"
7 // Constructor
8 Physics::Physics ( )
9 {}
10 // Destructor
11 Physics::~~Physics ( )
12 {}
13 double Physics::FLorentz(double F[3], double q, double v[3], double B
    [3])

```

```

14 {
15
16     Mathematics * Math = new Mathematics();
17     double prod[3], modF;
18     Math->VecProd(prod, v, B);
19
20     for(int i=0; i<=2; i++) F[i]=q*prod[i];
21     modF=Math->Mod(F);
22
23     return modF;
24 }
25
26 //Particle trajectory
27 double Physics::Trajectory(double r[3], double r0[3], double v0[3], double
    a[3], double t)
28 {
29     for(int i=0; i<=2; i++) r[i]=r0[i]+v0[i]*t+0.5*(a[i]*t*t);
30     return 0;
31 }

```

Após implementar as fórmulas, é possível simular os diferentes tipos de campos magnéticos: constante, variável e dipolar, inserindo suas respectivas funções e chamando-as no looping principal e armazenando os dados em arquivos para posterior criação de gráficos, como mostra o trecho do código a seguir:

```

1 //LOOP PRINCIPAL
2 for(i=1; i<=NP; i++){
3     modr=Math->Mod(r0);
4
5     //modB=Phys->Dipole(B, r0);          Campo dipolar
6     //modB=Phys->VarB(B, B0, r0, rL0);   Campo variavel
7     //modB=Math->Mod(B);                  Campo constante
8
9     Math->Projections(vpar, vper, v0, B);
10    modvpar=Math->Mod(vpar);
11    modvper=Math->Mod(vper);
12
13    rL=Phys->Larmor(rL, m, q, modvper, modB);
14    w=Phys->Angvelocity(w, q, modB, m);
15    T=Phys->period(T, w);
16    if(i>1){
17        fprintf(outfile2, "%.3e %.3e %.3e \n", t*i, rL, T);
18    }

```

A última parte dessa etapa é a criação de macros no root, utilizando os dados obtidos no programa para visualizar as informações em forma de gráfico, como mostra a imagem abaixo.

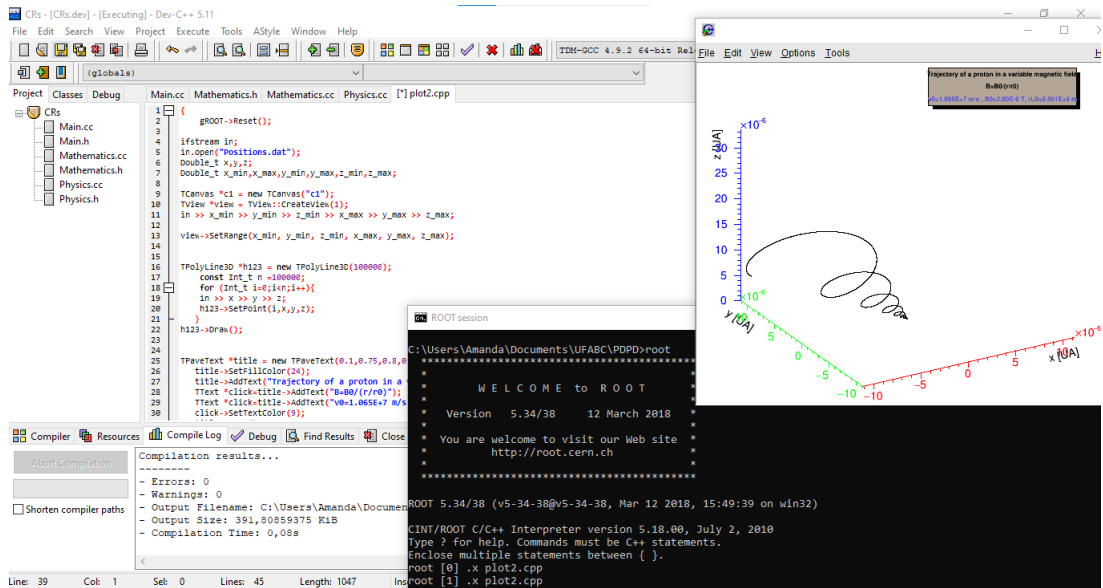


Figura 15: Imagem de parte do código da macro Root e como o gráfico é exibido.

4.2.4 Relatório parcial

Seguindo os dados obtidos com as etapas acima, a elaboração do relatório parcial foi realizada utilizando o sistema LaTeX, que auxilia na inserção de equações matemáticas.

4.2.5 Estudo da relatividade e campos magnéticos

Nessa fase foi estudado os conceitos teóricos da relatividade restrita, por se tratar de um projeto de PDPD o professor orientador Marcelo Augusto Leigui de Oliveira ministrou aulas sobre o tema durante os encontros do grupo de Raios Cósmicos, a fim de proporcionar os conhecimentos necessários para o desenvolvimento da simulação. Também foram realizados estudos teóricos acerca dos tipos de campos magnéticos galácticos e extragalácticos para inserir no programa. Abaixo está o trecho de código em que há o método para calcular a relatividade.

```
1 double Physics::Relativity(double mr, double modv, double m){
2     double c, gama;
3     c = 299792458; // (m/s)
4     gama = 1/sqrt(1-(pow(modv,2)/pow(c,2))); //Lorentz Factor
5     mr = gama * m; //relativistic mass
6     return mr;
7 }
```

4.2.6 Análise de dados e relatório

Na etapa final foi realizado a análise dos dados para que seja possível compará-los com os da literatura, realizando a elaboração deste relatório final.

5 Resultados e discussão

5.1 Campo magnético uniforme

Para o campo magnético uniforme não relativístico, em que a partícula percorre uma trajetória helicoidal constante, foi obtido os seguintes resultados (vide 16 e 17): dois prótons foram soltos na origem em um campo magnético no eixo y de módulo 2,0 T, logo, a partícula percorre sua trajetória ao longo do norte. Note que a partícula na imagem 15 parte com velocidade igual a 2.736×10^8 m/s, já na imagem 16 a velocidade é 1.634×10^8 m/s, assim, é perceptível que o raio de Larmor de 15 é maior, distanciando-se mais rapidamente da origem.

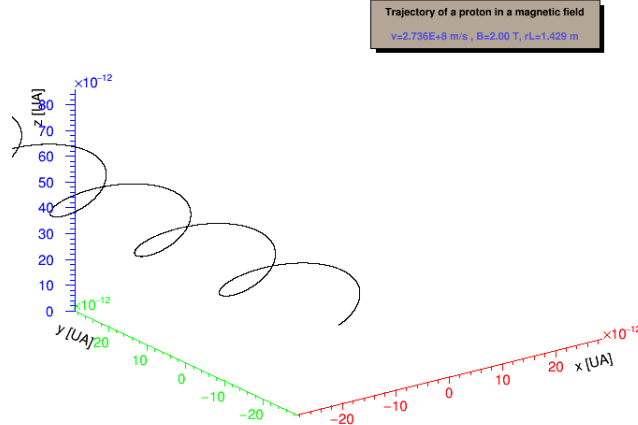


Figura 16: Trajetória de um próton não relativístico no campo magnético uniforme representada em unidades astronômicas (UA). A partícula tem velocidade inicial dada em termos da velocidade da luz: $v_x = c/1.2$, $v_y = c/3$ e $v_z = c/6$. O campo magnético é orientado na direção y , conforme o texto.

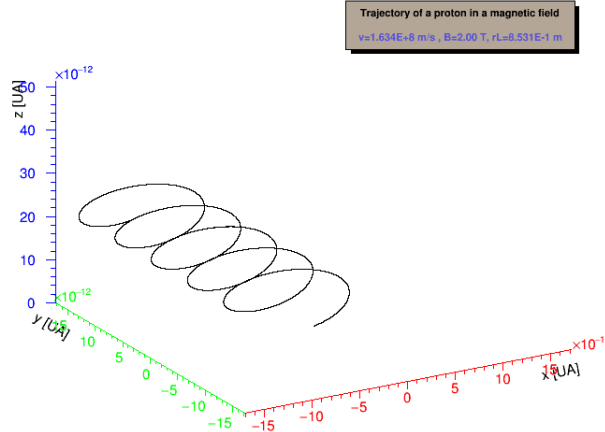


Figura 17: Trajetória de um próton não relativístico no campo magnético uniforme representada em unidades astronômicas (UA). A partícula tem velocidade inicial dada em termos da velocidade da luz: $v_x = c/1.9$, $v_y = c/10$ e $v_z = c/10$. O campo magnético é orientado na direção y , conforme o texto.

Já para o caso relativístico, foram feitas simulações com os módulos das velocidades iguais a $0.3c$, $0.7c$, $0.9c$, $0.99c$, $0.999c$, sendo que c corresponde à velocidade da luz (299.792.458 m/s) e com a partícula partindo origem com campo de 2×10^{-6} T direcionado para o norte, obtendo os seguintes resultados:

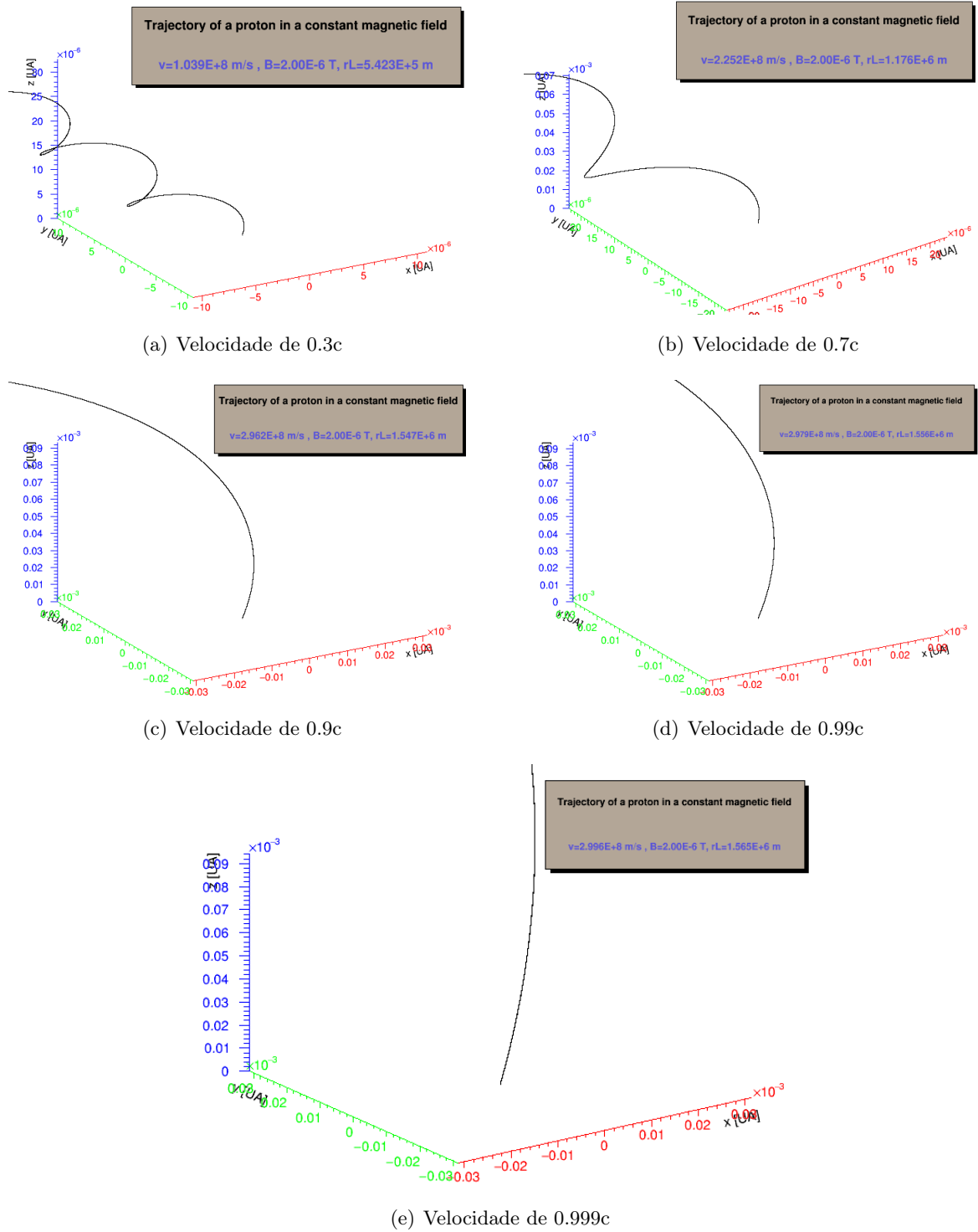


Figura 18: Trajetória de um próton relativístico no campo magnético uniforme representada em unidades astronômicas (UA), para diferentes fatores de Lorentz da partícula incidente. O campo magético é orientado na direção y , conforme o texto.

Com as figuras, é possível verificar a ação da relatividade no movimento da partícula, já que conforme se aproxima da velocidade da luz os conceitos da mecânica newtoniana não são suficientes para explicar os fenômenos, sendo necessário utilizar a teoria da relatividade. Assim,

de acordo com essa teoria, a partícula ganha mais massa quanto mais perto da velocidade da luz estiver, portanto, será mais difícil para ela rotacionar tendendo a uma trajetória retilínea. O gráfico abaixo representa os raios de Larmor de cada uma das trajetórias, podendo ser melhor visualizado essa análise.

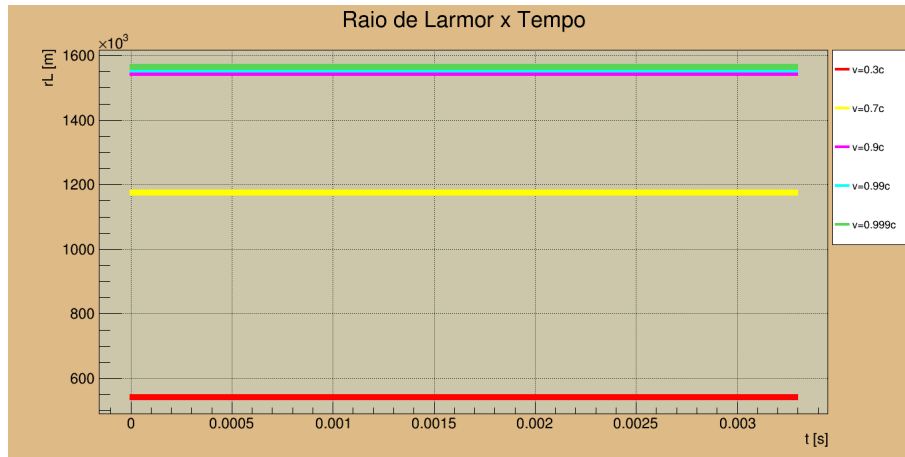
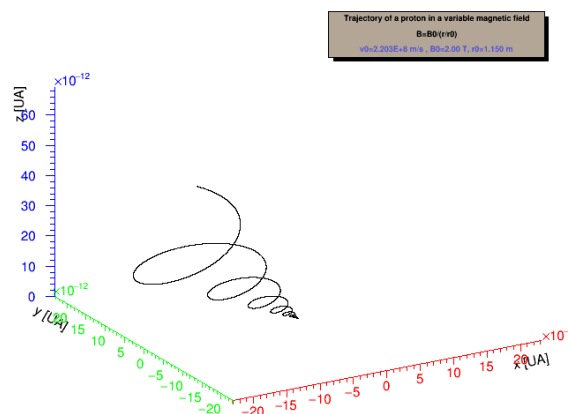


Figura 19: Raio de Larmor das trajetórias relativísticas anteriores em função do tempo.

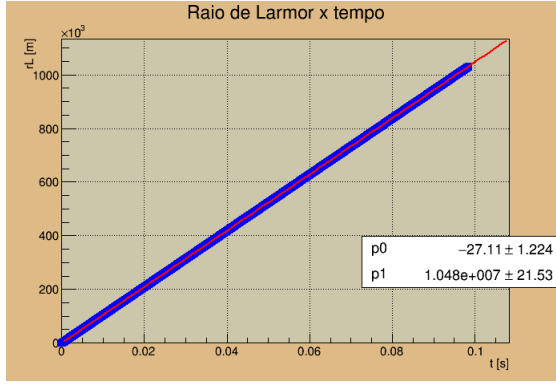
5.2 Campo magnético variável

O campo variável, que muda com a posição, forma uma trajetória helicoidal, semelhante a um furacão e a partir do seu estudo foram feitas as seguintes análises (vide figuras 20 e 21): em ambas situações o próton partiu da origem, na figura 20 ele está em um campo magnético inicial de 2,0T direcionado para o norte com módulo da velocidade igual a 2.203×10^8 m/s, já na figura 21 o campo magnético inicial é 2×10^{-6} T direcionado ao eixo z com módulo da velocidade igual a 1.629×10^8 m/s, assim, é possível desenhar o gráfico do raio e do período da trajetória em função do tempo e verificar que, como o raio de Larmor é inversamente proporcional ao campo, o valor do raio de larmor da figura 21 é maior em relação à figura 20.

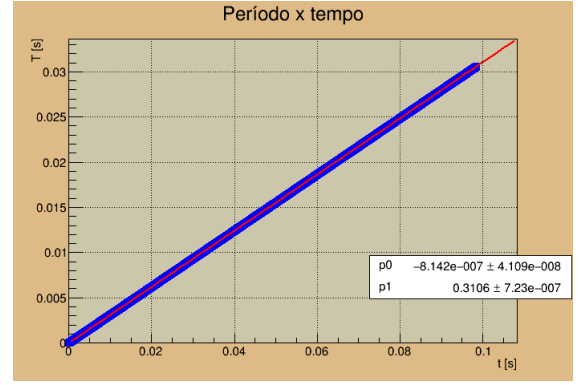


(a) Trajetória de um próton não relativístico no campo magnético variável com raio de Larmor inicial de 1150m.

Figura 20

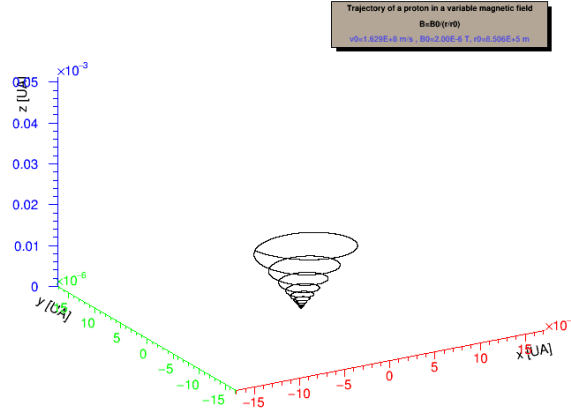


(a) Raio de Larmor da partícula em função do tempo, em que p_0 é o parâmetro zero e p_1 a inclinação.

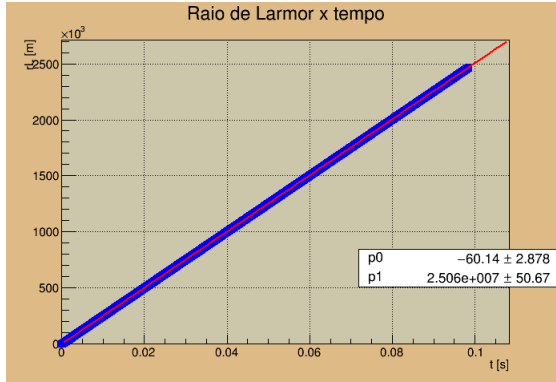


(b) Período da partícula em função do tempo

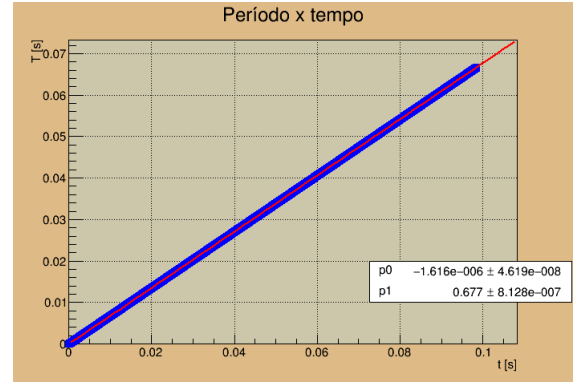
Figura 20



(c) Trajetória de um próton não relativístico no campo magnético variável com raio de Larmor inicial de 8506×10^5 m.



(d)

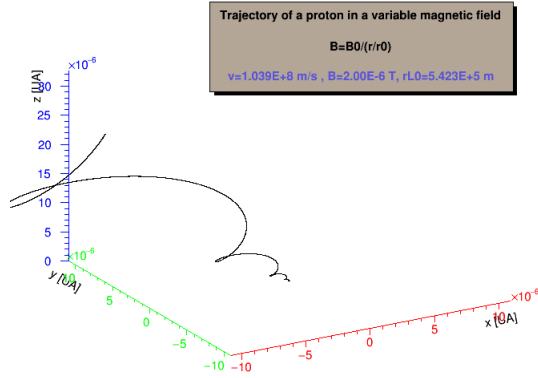


(e)

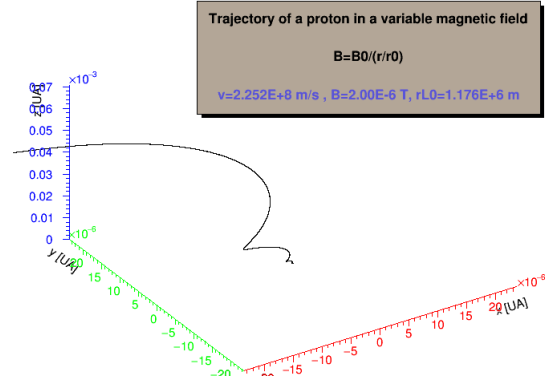
Figura 21

No caso relativístico, foram feitas simulações com a partícula na origem com campo magnético inicial de 2×10^{-6} T direcionado para o norte, os módulos das velocidades iguais a $0.3c$, $0.7c$, $0.9c$, $0.99c$, $0.999c$, assim como no campo constante sendo " c " a velocidade da luz ($299.792.458$ m/s),

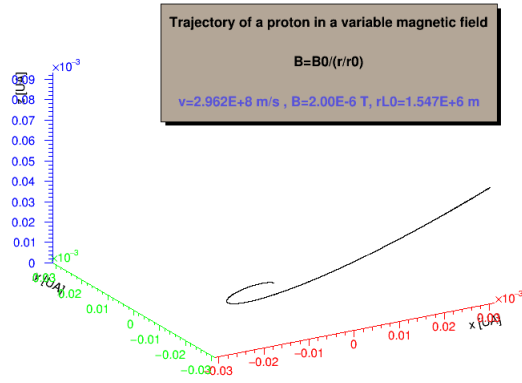
gerando as seguintes imagens.



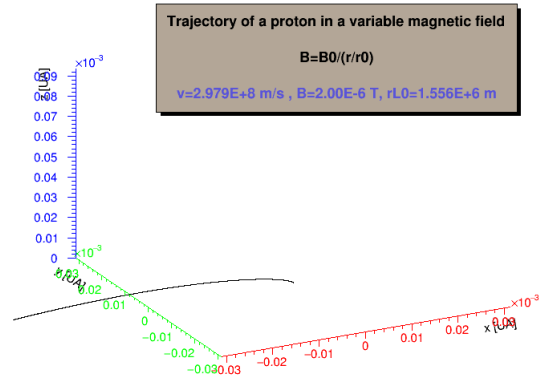
(a) Velocidade de 0.3c



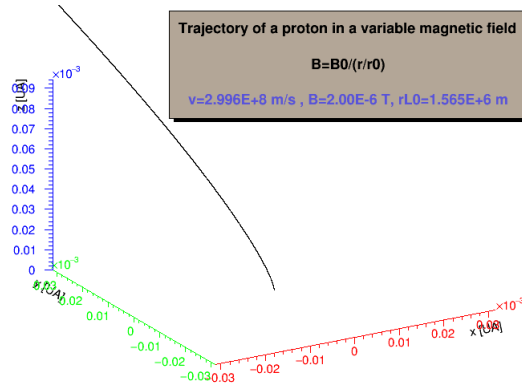
(b) Velocidade de 0.7c



(c) Velocidade de 0.9c



(d) Velocidade de 0.99c



(e) Velocidade de 0.999c

Figura 22: Trajetória de um próton relativístico no campo magnético variável representada em unidades astronômicas (UA).

Em paralelo com o campo anterior também pode ser observado os efeitos relativísticos na trajetória, aumentando a massa da partícula quanto maior a velocidade, o que consequentemente aumenta o coeficiente de inclinação do gráfico do raio de Larmor (Vide figura 23), crescendo rapidamente devido à dificuldade em rotacioná-la.

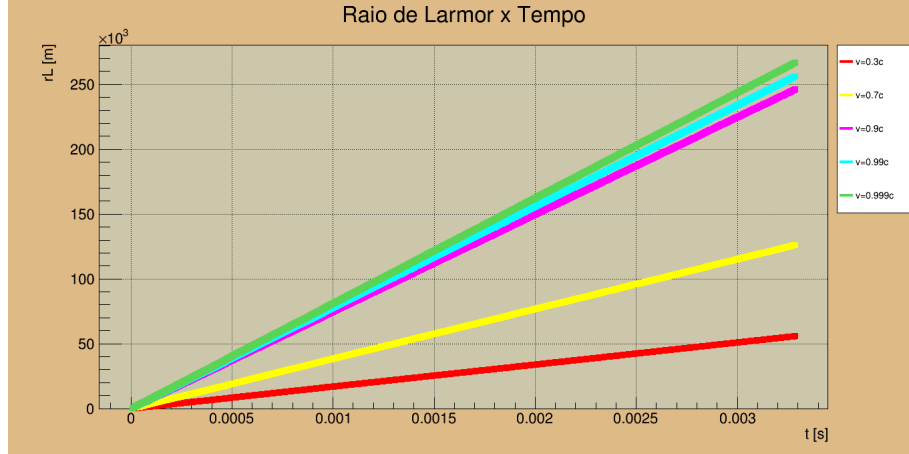
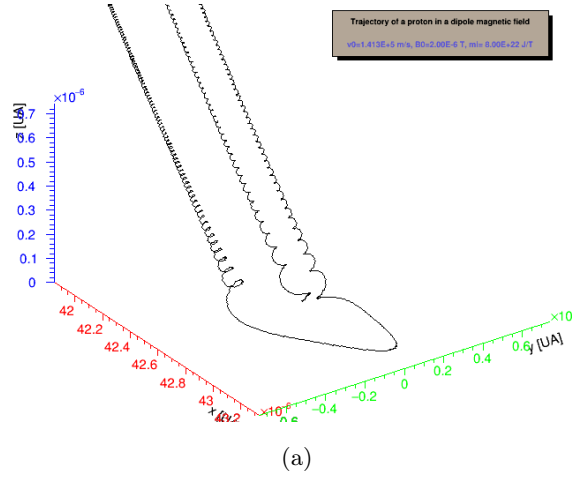


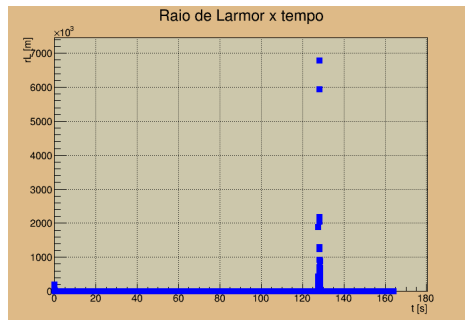
Figura 23: Raio de Larmor das trajetórias relativísticas anteriores em função do tempo.

5.3 Campo Dipolar

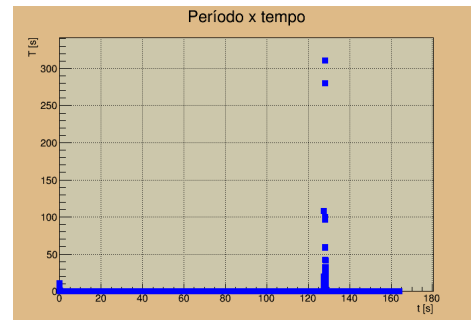
No campo dipolar — o campo simplificado da Terra — que varia o módulo e sentido conforme a posição, foram simuladas as seguintes situações: Na Figura 24, considerando o sistema tridimensional de coordenadas (x, y, z) em metros, o próton partiu do ponto $(6, 371 \times 10^6, 0, 0)$ m, ou seja, foi lançado no eixo x na distância do raio do planeta, em campo magnético de 2×10^{-6} T, com velocidade de 1.413×10^5 m/s e inclinação para cima.



(a)



(b)

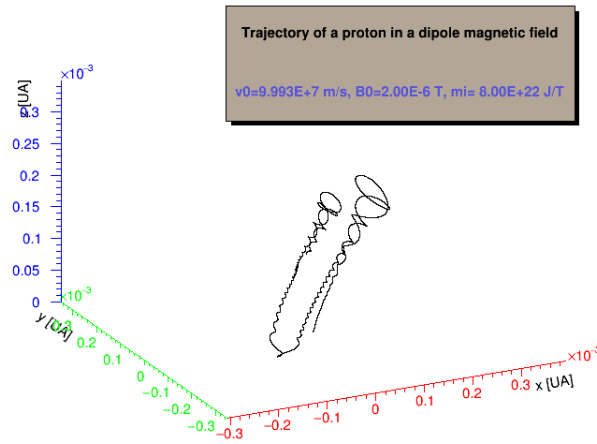


(c)

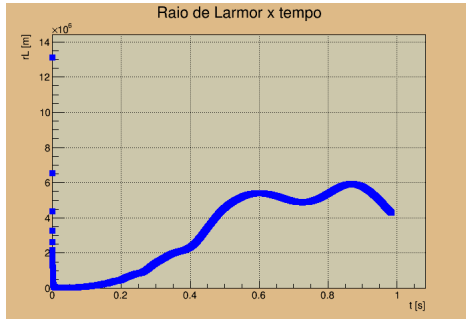
Figura 24: Trajetória de um próton relativístico no campo dipolar.

Com isso, tentou-se simular o que ocorre com a partícula no cinturão de van Allen, podendo visualizar o seu aprisionamento nas linhas de campo. Ao se aproximar da Terra a intensidade do campo fica mais forte, reduzindo a velocidade, assim, o próton chega a velocidade zero e inverte o sentido da sua trajetória, formando o desenho visto na figura.

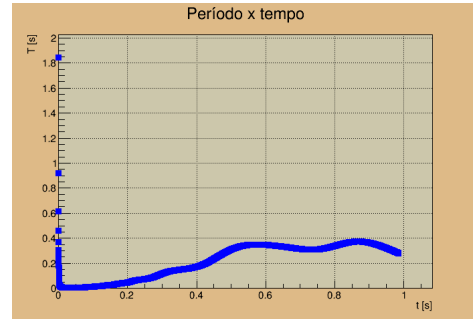
Na figura 25 foi simulada outra configuração para o campo dipolar, para poder observar melhor a variação da trajetória. A partícula foi solta do mesmo ponto $(6, 371 \times 10^6, 0, 0)$ m, com campo de intensidade 2×10^{-6} T e velocidade 9.993×10^7 m/s (aproximadamente 0.33 vezes a velocidade da luz).



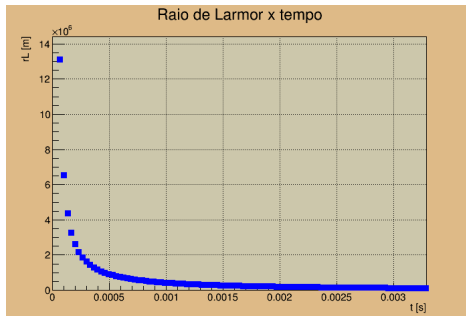
(a)



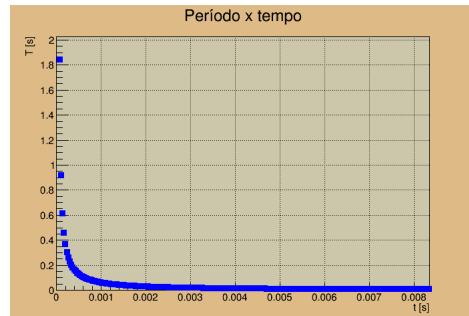
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 25: Trajetória de um próton relativístico no campo dipolar.

Semelhante ao caso anterior é possível verificar o que acontece no cinturão de Van Allen, nas figuras 25b e 25c têm-se os gráficos dos parâmetros de raio de larmor e período em relação ao tempo. Já nas figuras 25d e 25e foi dado um zoom nos gráficos desses parâmetros para que possa ter um maior entendimento sobre o que ocorre nos segundos iniciais, com isso, obteve-se que eles caem rapidamente em uma curva exponencial. Tal resultado indica que a partícula encontra-se perto do polo (campo magnético muito forte), entrando na curvatura do campo e depois saindo para outras linhas.

5.4 Campo Galáctico

5.4.1 Modelo de espiral axissimétrica (ASS)

Para o modelo ASS de campo galáctico foram simulados dois prótons soltos da origem com um campo magnético inicial de $2.27 \times 10^{-17} \text{T}$, o primeiro (figura 26) com 70% da velocidade da luz e o segundo (27) com 99% da velocidade da luz.

Na figura 26-a está representada a trajetória do próton no plano x,y,z com raio de Larmor inicial de $3.16 \times 10^{-3} \text{ kpc}$. Nesse caso a partícula não sofre tanto com os efeitos da relatividade, podendo observar percursos mais curvilíneos. Com essa imagem é possível perceber que o próton está entre os braços da espiral, a figura 26-b mostra uma vista superior, simulando a vista do disco galáctico.

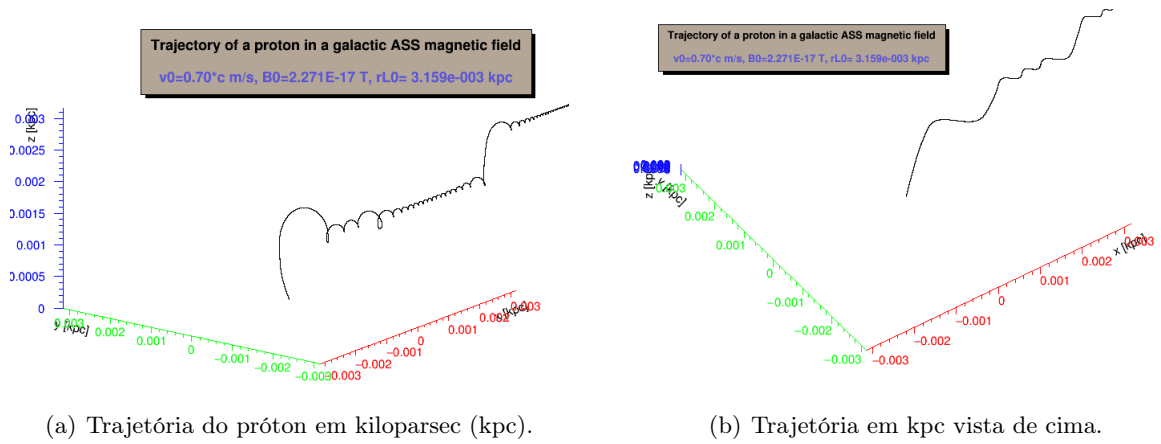
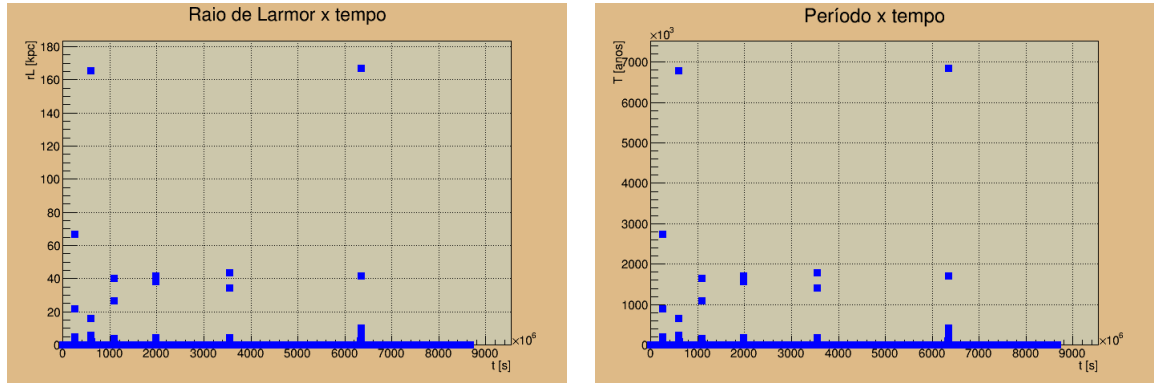


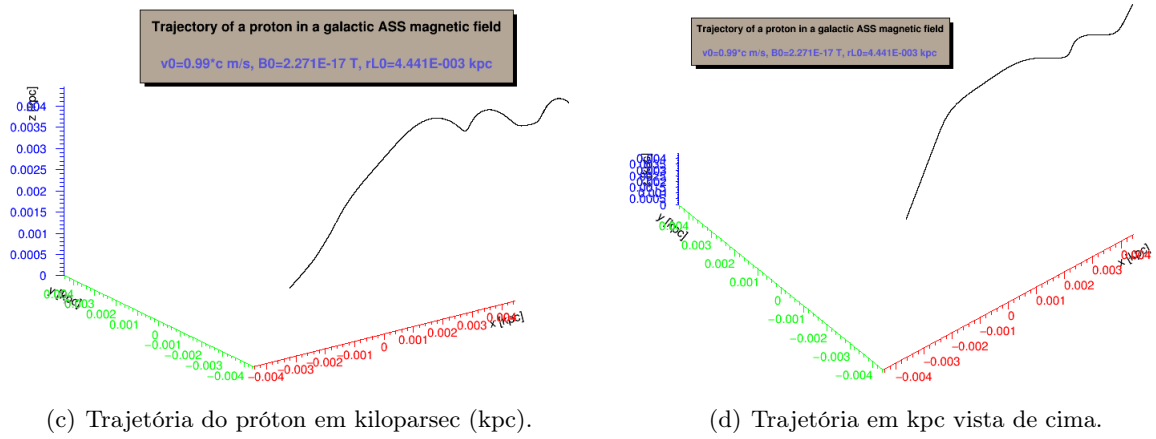
Figura 26: Trajetória de um próton relativístico no campo galáctico ASS.



(a) Raio de Larmor medido em kpc em função do (b) Período medido em anos em função do tempo em segundos.

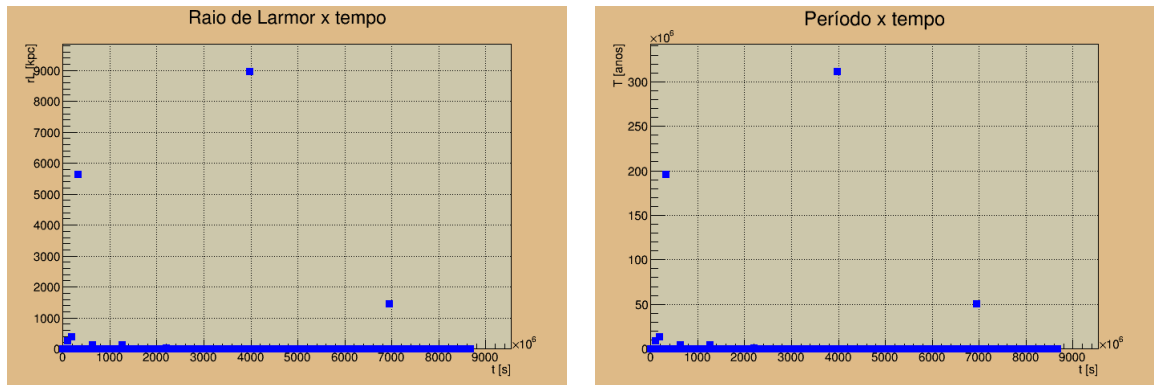
Figura 26: Trajetória de um próton relativístico no campo galáctico ASS com 70% da velocidade da luz.

Na figura 27, o raio de Larmor inicial é de 4.44×10^{-3} kpc o que torna evidente a ação de fenômenos relativísticos, já esse raio é maior em relação à figura anterior. Assim, é mais difícil para o próton espiralar nas linhas de campo, tendendo a um comportamento mais retilíneo.



(c) Trajetória do próton em kiloparsec (kpc).

(d) Trajetória em kpc vista de cima.



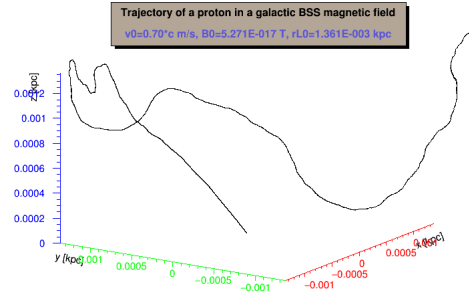
(e) Raio de Larmor medido em kpc em função do (f) Período medido em anos em função do tempo em segundos.

Figura 27: Trajetória de um próton relativístico no campo galáctico ASS com 99% da velocidade da luz.

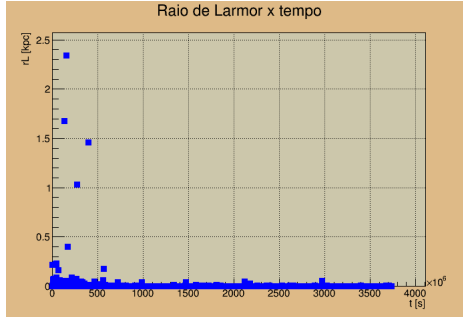
5.4.2 Modelo de espiral bissimétrica (BSS)

Para o campo galáctico BSS também foram utilizados prótons lançados bem próximos à origem, ambos com campo magnético de $5.27 \times 10^{-17} \text{T}$. Os casos para a velocidade inicial foram os mesmos do ASS, 70% e 99% da velocidade da luz, a fim de relacionar os resultados com a parte teórica e matemática.

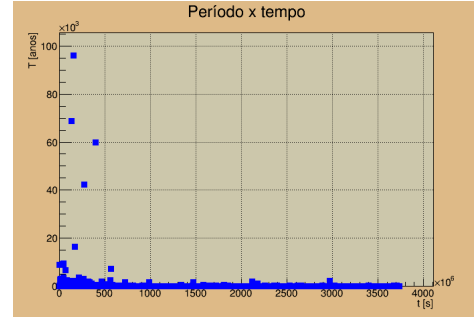
Conforme o esperado, a figura 28 apresentou raio de Larmor menor ($1.36 \times 10^{-3} \text{ kpc}$) que a figura 29 ($1.91 \times 10^{-3} \text{ kpc}$), pois sua velocidade é menor e sua massa relativística não sofre tanta alteração, possibilitando um caminho com mais pontos curvos. Apesar de ser possível realizar essa análise, as trajetórias exatas dessas partículas não são simples de simular. Isso deve-se principalmente à presença de um buraco negro supermassivo — o Sagittarius A* — no centro da Via Láctea, que influencia nos seus percursos de um modo desconhecido na astrofísica.



(a) Trajetória do próton em kiloparsec (kpc).

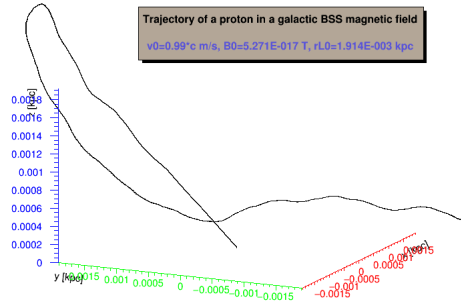


(b) Raio de Larmor medido em kpc em função do tempo em segundos.

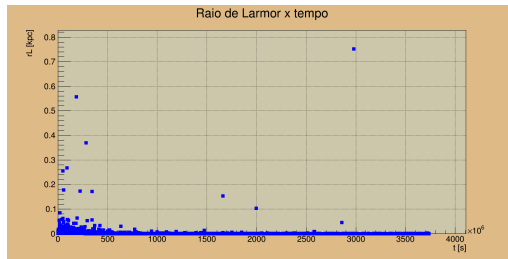


(c) Período medido em anos em função do tempo em segundos.

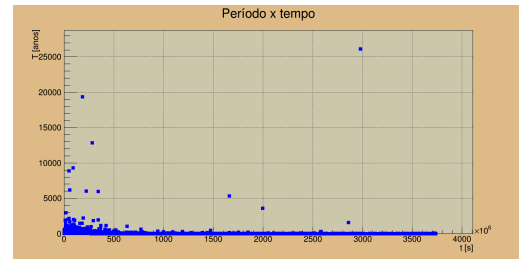
Figura 28: Trajetória de um próton relativístico no galáctico BSS com 70% da velocidade da luz .



(a) Trajetória do próton em kiloparsec (kpc).



(b) Raio de Larmor medido em kpc em função do tempo em segundos.



(c) Período medido em anos em função do tempo em segundos.

Figura 29: Trajetória de um próton relativístico no campo galáctico BSS com 99% da velocidade da luz.

6 Conclusão e Perspectivas de trabalhos futuros

A partir das observações apresentadas é possível concluir que o estudo acerca dos raios cósmicos é um ramo ainda muito nebuloso com diversas perguntas sem resposta. Essa dificuldade em resolver tais questões está relacionada com a deflexão do percurso das partículas ocasionada pelos campos magnéticos, o que foi o principal objeto de análise desse projeto.

Para o futuro dessa pesquisa pode ser implementado diferentes configurações e softwares, para que os códigos possam ser aprimorados gerando novos tipos de gráficos. A simulação também pode ser estendida para o campo extragaláctico, com o intuito de explorar melhor o que ocorre com a partícula nesse local. Desse modo, pode-se obter resultados mais precisos para serem comparados com os dados teóricos.

É fato que o descobrimento dessas partículas contribuiu para o desenvolvimento da astrofísica, já que elas estão relacionadas com diversos fenômenos que ocorrem no meio interplanetário. Ademais, como foi visto, os raios cósmicos interferem no comportamento de aparelhos em altitudes elevadas, logo, dispositivos lançados em órbita, como satélites e telescópios precisam estar preparados para esses efeitos, sendo fundamental a constante investigação na física para que ocorram avanços tecnológicos.

Portanto, realizar pesquisas na área para tentar prever o comportamento de raios cósmicos é extremamente importante. Com isso, será possível ampliar o entendimento dos campos magnéticos e como eles afetam essas partículas, melhorando a precisão na reconstrução de suas trajetórias.

Referências

- [1] GAISSER, T.K. *Cosmic Rays and Particle Physics*, Cambridge University Press, Cambridge (1990).
- [2] SPURIO, M. *Particles and Astrophysics — A Multi-Messenger Approach*, Springer, Heidelberg (2015).
- [3] BIERMANN, L., SCHLUTER, A. Cosmic Radiation and Cosmic Magnetic Fields. II. Origin of Cosmic Magnetic Fields. *Physical Review*, 82(6), 863–868. doi:10.1103/physrev.82.863 (1951).
- [4] PACINI, D. La radiazione penetrante alla superficie ed in seno alle acque, *Nuovo Cimento* VI/3, 93 (1912).
- [5] BUSTAMANTE, M. C. The discovery of cosmic rays or the problem of the atmospheric ionization. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 35, n. 2 (2013).
- [6] Hess, V. F. Concerning observations of penetrating radiation on seven free balloon flights. *Physikalische Zeitschrift* 13 (1912).
- [7] BANDEIRA, Y. B. Uma breve visão da Física dos raios cósmicos. Orientador: Prof. Dr. Luiz Mackedanz. 2018. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Física) - Universidade Federal do Rio Grande, [S. l.] (2018).
- [8] KOLHORSTER, W. *Phys. Z.* 14, 1153 (1913).
- [9] CARLSON, Per. Discovery of cosmic rays. American Institute of Physics, ed. 9. DOI 10.1063/1.4792532 (2013).
- [10] MEWALDT, R. A. Cosmic Rays. In: *Macmillan Encyclopedia of Physics*. Vol.1. Simon Schuster Macmillan, New York, NY. ISBN 9780028973593. <https://resolver.caltech.edu/CaltechAUTHORS:20141203-160046981>, (1996).
- [11] WATSON, A. The future's bright for the Pierre Auger Observatory. CERN Courier, IOP Publishing, (2006).
- [12] Cosmic rays: particles from outer space; <https://home.cern/science/physics/cosmic-rays-particles-outer-space>.
- [13] ANJOS, R. C. Propagação de raios cósmicos extragaláticos. Tese de doutorado, Universidade de São Paulo (2014).
- [14] MIROSHNICHENKO, L. *Solar Cosmic Rays: Fundamentals and Applications*, Springer, Dordrecht (2015).
- [15] PACINI, A.A. et al. Cosmic Rays and the Heliosphere, *Rev. Bras. Ensino Fís.*, Scielo (2014).

- [16] ANGELI, A. De; PIMENTA, M.J.M. Introduction to Particle and Astroparticle Physics, Springer (2015).
- [17] CHIRINOS, J. Introduction to Cosmic Rays, AIP Conference Proceedings **1123**, 39 (2009).
- [18] LAGO, B L. Estudo de raios cósmicos galácticos com o Observatório Auger. Orientador: João Ramos Torres de Mello Neto. 2007. Tese (Mestrado em Física) - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO (2007).
- [19] VALENTIM, R. A Estrutura do Campo Magnético do Meio Interestelar a partir de observações em Aglomerados Abertos. Orientador: Prof. Dr. Antonio Mário Magalhães. Dissertação (Mestrado em física) - UNIVERSIDADE DE SAO PAULO (2015).
- [20] P. Schiffer. Constraining Cosmic Magnetic Fields by a Measurement of Energy-Energy-Correlations with the Pierre Auger Observatory. Tese de doutorado, Aachen University, Alemanha (2011).
- [21] MACÊDO, C.; MACÊDO, M. A. Física B. Universidade Federal de Sergipe (2009).
- [22] LARA, Ana María Inostroza. MOVIMIENTO DE PARTÍCULAS CARREGADAS, COM VELOCIDADES RELATIVÍSTICAS, SOB AÇÃO DE CAMPO GEOMAGNÉTICO PERTURBADO. Dissertação (Mestrado em Geofísica Espacial/Ciências do Ambiente Solar-Terrestre) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, (2020).
- [23] TUFAILE, A.; TUFAILE, A. P. B. Magnetismo no tempo e no espaço (2015).
- [24] GIACAGLIA, G. E. O. A indústria aeroespacial: questões econômicas, tecnológicas e sociais. Scielo, DOI 10.1590/s0103-40141994000100011 (2005).
- [25] FEDERICO, C. A et al. ESTUDO DA DOSE DEVIDA À RADIAÇÃO CÓSMICA EM TRIPULAÇÕES NO ESPAÇO AÉREO BRASILEIRO. INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES REPOSITÓRIO DIGITAL DA PRODUÇÃO TÉCNICO CIENTÍFICA, (2009).
- [26] BATISTA, Rafael Alves. Da Deflexão de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos no Campo Magnético Galáctico. Orientador: Prof. Dr. Ernesto Kemp. Dissertação (Mestrado em física) - UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS (2012).
- [27] STANEV, T. High Energy Cosmic Rays, Praxis Publishing Ltd., Chichester (2010).
- [28] DUNDOVIC, A. et al. Propagation of ultrahigh energy cosmic rays in extragalactic magnetic fields: a view from cosmological simulations. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 462, p. 3660–3671. DOI: 10.1093/mnras/stw1903 (2016).
- [29] CASTRO, M. L. D. Flutuações Intrínsecas de Chuviros Atmosféricos Extensos e Composição Química de Raios Cósmicos UltraEnergéticos. Orientador: Prof. Dr. Ronald Cintra Shellard. Tese Doutorado em física, PUC, Rio de Janeiro (2012).

- [30] WATSON, Alan et al. Cosmic Rays in Galactic and Extragalactic Magnetic Fields, Springer. DOI 10.1007/s11214-011-9770-3 (2011)
- [31] SERWAY, R. A.; JEWETT, J. W. Principles of Physics – Electromagnetism, Vol. 3, Ed. 5 Cengage Learning (2014).
- [32] ROOT Data Analysis Framework, <https://root.cern.ch/>.
- [33] ROOT Data Analysis Framework, User's Guide, <https://root.cern.ch/root/html/doc/guides/users-guide/ROOTUsersGuide.html>.
- [34] <https://github.com/amandaflima/CosmicRays>.