

Equivalências, Tautologias e Contradições

Prof. Ph.D. Marco Simões

Equivalência Lógica

- Duas proposições são logicamente equivalentes quando os resultados de suas tabelas verdade são idênticos
- Consequencia: uma proposição pode ser substituída por outra equivalente → É apenas uma outra forma de dizer
- Equivalência entre p e q pode ser representada por:
 - $p \Leftrightarrow q$
 - $p = q$



Equivalências Básicas

Esta proposição	Equivale a esta	Exemplo
$p \wedge p$	p	André é inocente e inocente = André é inocente.
$p \vee p$	p	Ana foi ao cinema ou ao cinema = Ana foi ao cinema
$p \wedge q$	$q \wedge p$	O cavalo é forte e veloz = O cavalo é veloz e forte
$p \vee q$	$q \vee p$	O carro é branco ou azul = O carro é azul ou branco
$p \leftrightarrow q$	$q \leftrightarrow p$	Amo se, e somente se, vivo = Vivo se, e somente se amo
$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q \wedge q \rightarrow p$	Amo se, e somente se, vivo = Se amo então vivo, e se vivo então amo



Demonstrando algumas equivalências básicas ...

p	p	$p \wedge p$

p	p	$p \vee p$

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$



Demonstrando algumas equivalências básicas ...

p	p	$p \wedge p$
V	V	V
F	F	F

p	p	$p \vee p$
V	V	V
F	F	F

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	F	F

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V



Equivalências da Condicional

Esta proposição	Equivale a esta	Exemplo
$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$	Se chove então me molho = Se não me molho então não chove
$p \rightarrow q$	$\sim p \vee q$	Se estudo então passo no concurso = Não estudo ou passo no concurso



p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$

p	q	$\sim p$	$p \rightarrow q$	$\sim p \vee q$



UNIVERSIDADE
CATÓLICA DO SALVADOR
UCSAL

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

De outro jeito:

p	q	$\sim p$	$p \rightarrow q$	$\sim p \vee q$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

$$\sim (\sim (p \rightarrow q))$$

$$\sim (p \wedge \sim q)$$

$$\sim p \vee q$$



UNIVERSIDADE
CATÓLICA DO SALVADOR
UCSAL

Equivalência da Disjunção Exclusiva

Esta proposição	Equivale a esta	Exemplo
$p \underline{\vee} q$	$(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$	Ou chove ou faz sol = Chove não faz sol ou faz sol e não chove

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$q \wedge \sim p$	$(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$	$p \underline{\vee} q$
V	V	F	F	F	F	F	F
V	F	F	V	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	F



Lembrando que:

$$\sim(p \leftrightarrow q) = p \underline{\vee} q$$

Logo:

$$\sim(p \leftrightarrow q) = (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$



UNIVERSIDADE
CATÓLICA DO SALVADOR
UCSAL

$$\begin{aligned} & \sim (p \leftrightarrow q) \\ & \sim ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \\ & \sim (p \rightarrow q) \vee \sim (q \rightarrow p) \\ & (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p) \end{aligned}$$



Categorias das proposições

- **Tautologia:** são verdadeiras para todos os valores possíveis de interpretação
- **Contradição:** são falsas para todos os valores possíveis de interpretação
- **Contingências:** podem ser verdadeiras ou falsas a depender da interpretação dada



Exemplos

- $p \vee \sim(p \wedge q)$
- $(p \wedge q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$
- $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
- $p \vee (q \wedge \sim q) \leftrightarrow p$



Hora de Praticar!



UNIVERSIDADE
CATÓLICA DO SALVADOR
UCSAL

Problema 1

(engenheiro de petróleo Petrobrás Gesgranrio 2010) Dos slogans abaixo, o que é equivalente a “Se beber, então não dirija” é

- a) “Se não dirigir, então beba”.
- b) “Não beba nem dirija”.
- c) “Não beba ou não dirija”.
- d) “Se não beber, então dirija”.
- e) “Beba e não dirija”.



Problema 2

Concurso: MPE-SP - 2015 - Analista Técnico Científico | Prova: VUNESP - 2016 - MPE-SP - Analista Técnico Científico - Engenheiro de Computação

Uma afirmação equivalente à afirmação –

Se Glória é dançarina ou cantora, mas não ambos, então Fábio não é ator.

é:

- a) Se Fábio não é ator, então Glória é dançarina ou cantora, mas não ambos.
- b) Se Fábio é ator, então Glória não é dançarina nem cantora ou Glória é dançarina e cantora.
- c) Se Fábio é ator, então Glória não é dançarina, mas é cantora.
- d) Se Glória não é dançarina nem cantora ou é dançarina e cantora, então Fábio é ator.
- e) Se Fábio não é ator, então Glória é dançarina, mas não é cantora ou Glória não é dançarina, mas é cantora.

Problema 3

(FT_98) Chama-se tautologia a toda proposição que é sempre verdadeira, independentemente da verdade dos termos que a compõem. Um exemplo de tautologia é:

- a) se João é alto, então João é alto ou Guilherme é gordo
- b) se João é alto, então João é alto e Guilherme é gordo
- c) se João é alto ou Guilherme é gordo, então Guilherme é gordo
- d) se João é alto ou Guilherme é gordo, então João é alto e Guilherme é gordo
- e) se João é alto ou não é alto, então Guilherme é gordo

Problema 4

Considere as proposições compostas segundo a lógica sentencial abaixo:

$$\text{I} - (p \vee q) \rightarrow p$$

$$\text{II} - (p \wedge q) \rightarrow p$$

$$\text{III} - (p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$$

É(São) tautologia(s) a(s) proposição(ões):

- a) proposição I, somente.
- b) proposição II, somente.
- c) proposição III, somente.
- d) proposições II e III, somente.
- e) proposições I, II e III.



Problema 5

CESPE 2014 TC-DF Tautologia, Tabela-verdade

José, Luís e Mário são funcionários públicos nas funções de auditor, analista e técnico, não necessariamente nessa ordem. Todo ano os três tiram um mês de férias e, no ano passado, no mesmo mês que José saiu de férias, ou Luís ou Mário também saiu.

Com base nessas informações, julgue o item que se segue.

Considerando-se as proposições

“A: José tirou férias em janeiro de 2016”;

“B: Luís tirou férias em janeiro de 2016”; e

“C: Mário tirou férias em janeiro de 2016”,

é correto afirmar que a proposição $(A \wedge \sim C) \rightarrow B$ não é uma tautologia, isto é, dependendo de A, B ou C serem verdadeiras ou falsas, ela pode ser verdadeira ou falsa.

☐ Certo

☐ Errado



UNIVERSIDADE
CATÓLICA DO SALVADOR
UCSAL