

# Cálculo de Predicados: Quantificadores

Prof. Ph.D. Marco Simões

# Proposições Categóricas

- Grande parte da atenção de Aristóteles se concentrou no entendimento sobre o que ele chamou de Proposições Categóricas
- São proposições que falam sobre categorias de objetos ou seres vivos
  - Exemplo: Móveis, cadeiras, médicos, engenheiros, aves, mamíferos, animais
  - Tudo pode ser incluído dentro ou fora de uma certa categoria



# Proposições Categóricas: Universais x Particulares

## Universais

- Afirmam algo sobre toda a categoria
  - Ex: Todos os cachorros são leais
- Relacionam duas categorias ( cachorros x leais)

## Particulares

- Afirmam a existência de pelo menos um exemplo dentro da categoria
  - Ex: Algumas mulheres gostam de cachorro



# Termo e Predicado

- Dada uma proposição simples qualquer, pode-se destacar dela dois entes: o **termo** e o **predicado**
- O termo pode ser entendido como o **sujeito da sentença** declarativa e o predicado, **o que se declara a respeito do termo**.
  - Ex1: **Amanda** **é a responsável pelo destaque**

Termo: Amanda

Predicado: é a responsável pelo destaque



UNIVERSIDADE  
CATÓLICA DO SALVADOR  
**UCSAL**

# Termo e Predicado

- Ex2: Antônio não foi um bom profissional

Termo: Antônio

Predicado: não foi um bom profissional

- Ex3: Eles foram ao baile

Termo: Eles

Predicado: foram ao baile



UNIVERSIDADE  
CATÓLICA DO SALVADOR  
**UCSAL**

# Cálculo de Predicados: formalização

- Um termo será sempre escrito em **letras minúsculas**
- O predicado será representado por uma palavra que descreva a propriedade principal expressa no predicado, sempre iniciando com **letra maiúscula**.
  - Ex1: Responsavel(amanda)
  - Ex2:  $\sim$  BomProfissional(antonio)
  - Ex3: Baile(eles)



# Proposições Categóricas e Funções Proposicionais

- As proposições categóricas caracterizam-se por serem Universais ou Particulares
- Funções proposicionais podem ser utilizadas para representar as proposições categóricas.
- Função proposicional: os termos sempre serão variáveis e o seu valor lógico **só poderá ser definido se for uma proposição universal ou particular**



# Funções Proposicionais: exemplo

- No conjunto dos inteiros, a seguintes função é proposicional:

➤  $x - 7 > 3$

- Se for uma proposição universal, é falsa (**Para todo** inteiro  $x$ ,  $x-7>3$  é falso)
- Se for uma proposição particular, é verdadeira (**Existe algum**  $x$  inteiro, para o qual  $x-7>3$  é verdade. Neste caso qualquer valor de  $x>10$  torna proposição verdadeira)





# Funções Proposicionais - Exemplos

- A proposição “prestaram concurso e foram aprovados” é uma função proposicional, pois não pode-se avaliar seu valor lógico sem enquadrá-la como uma proposição universal ou particular:
  - Todos que prestaram concurso foram aprovados
  - Alguns dos que prestaram concurso foram aprovados



# Quantificadores

## Quantificador Universal

- Uma proposição é quantificada universalmente quando refere-se à **todo elemento do conjunto do domínio do predicado**.
- O símbolo para o quantificador universal é  $\forall$
- Lê-se: Qualquer que seja OU Para todo

## Quantificador Existencial

- Uma proposição é dita quantificada existencialmente quando refere-se à **algum elemento do conjunto do domínio do predicado**.
- O símbolo para o quantificador existencial é  $\exists$
- Lê-se: Existe OU Há algum



## Retomando os exemplos

$\forall x \in \mathbb{Z}, x - 3 > 7$  **Falso**

$\exists x \in \mathbb{Z}, x - 3 > 7$  **Verdade**

$\forall x, \text{Concurso}(x) \rightarrow \text{Aprovado}(x)$

$\exists x, \text{Concurso}(x) \wedge \text{Aprovado}(x)$

Nestes dois formatos, é possível avaliar o valor lógico a partir dos dados do concurso



## Outro exemplo

Todos os Homens são mortais. Sócrates é Homem. Portanto, Sócrates é mortal.

$\forall x, \text{Homem}(x) \rightarrow \text{Mortal}(x)$

$\text{Homem}(\text{socrates})$

$\therefore \text{Mortal}(\text{socrates})$



# Proposições Categóricas

- Proposições **Universais Positivas** : Todos
  - Proposições **Universais Negativas** : Nenhum
  - Proposições **Particulares Positivas** : Algum
  - Proposições **Particulares Negativas** : Algum não
- 
- Aristóteles organizou os quatro tipos de proposições categóricas básicas (os tipos listados acima) numa estrutura chamada de o quadrado das oposições



# O quadrado das oposições

## Exemplo montado sobre um gato dormindo

Quadrado das oposições	Formas afirmativas	Formas negativas
Formas Universais	<ul style="list-style-type: none"><li>• Todos os gatos estão dormindo</li><li>• Não existe um gato que não esteja dormindo</li><li>• Nenhum gato não está dormindo</li><li>• Todo gato está dormindo</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Nenhum gato está dormindo</li><li>• Todos os gatos não estão dormindo</li><li>• Não existe um gato que esteja dormindo</li><li>• Não existe um gato dormindo</li></ul>
Formas Particulares	<ul style="list-style-type: none"><li>• Alguns gatos estão dormindo</li><li>• Nem todos os gatos não estão dormindo</li><li>• Ao menos um gato está dormindo</li><li>• Há um gato dormindo</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Nem todos os gatos estão dormindo</li><li>• Alguns gatos não estão dormindo</li><li>• Há ao menos um gato que não está dormindo</li><li>• Nem todo gato está dormindo</li></ul>

**Expressa relações diferentes entre a categoria dos gatos e a categoria das coisas que estão dormindo**

# Negação dos quantificadores

$$\sim (\forall x, P(x)) = \exists x, \sim P(x)$$

$$\sim (\exists x, P(x)) = \forall x, \sim P(x)$$



# O quadrado das oposições

Quadrado das oposições	Formas afirmativas	Formas negativas
<b>Formas Universais</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Todos os gatos estão dormindo</li> <li>• Não existe um gato que não esteja dormindo</li> <li>• Nenhum gato não está dormindo</li> <li>• Todo gato está dormindo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nenhum gato está dormindo</li> <li>• Todos os gatos não estão dormindo</li> <li>• Não existe um gato que esteja dormindo</li> <li>• Não existe um gato dormindo</li> </ul>
<b>Formas Particulares</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Alguns gatos estão dormindo</li> <li>• Nem todos os gatos não estão dormindo</li> <li>• Ao menos um gato está dormindo</li> <li>• Há um gato dormindo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nem todos os gatos estão dormindo</li> <li>• Alguns gatos não estão dormindo</li> <li>• Há ao menos um gato que não está dormindo</li> <li>• Nem todo gato está dormindo</li> </ul>





# Hora de Praticar!



UNIVERSIDADE  
CATÓLICA DO SALVADOR  
**UCSAL**

# Exercício 1

Considerando como verdadeira a proposição  
“Todo estudante de Engenharia gosta de Matemática”,  
é possível inferir que

- a) todo estudante que gosta de Matemática cursa Engenharia.
- b) nenhum estudante de Engenharia gosta de Matemática.
- c) algum estudante de Engenharia não gosta de Matemática.
- d) algum estudante de Engenharia gosta de Matemática
- e) todo estudante que não gosta de Matemática cursa Engenharia.



## Exercício 2

Suponha que as seguintes afirmações são verdadeiras:

- Todos os corredores de maratona são pessoas dedicadas.
- Nenhuma pessoa dedicada é arrogante.

Logo, podemos concluir que:

- a) algumas pessoas arrogantes são dedicadas.
- b) nenhum corredor é arrogante.
- c) nenhum corredor é uma pessoa dedicada.
- d) algumas pessoas arrogantes são corredores.
- e) algumas pessoas são dedicadas e arrogantes.



# Exercício 3

Sabe-se que é verdade que:

**Todo professor é inteligente.**

**Algum professor é doutor.**

Logo, deduz-se que:

- a) Todo professor inteligente é doutor.
- b) Algum professor doutor não é inteligente.
- c) Algum professor não doutor não é inteligente.
- d) Algum professor inteligente é doutor.
- e) Todo professor doutor não é inteligente.



UNIVERSIDADE  
CATÓLICA DO SALVADOR  
**UCSAL**

## Exercício 4

Marcelo foi chamado para uma reunião com seu chefe. Nessa reunião ocorreu o seguinte diálogo:

- Chefe: Pedro disse que todos os relatórios que ele recebeu foram avaliados.
- Marcelo: Não é verdade o que Pedro disse.

Se o chefe considerou que Marcelo falou a verdade, ele pode concluir logicamente que, dos relatórios recebidos por Pedro:

- a) pelo menos um relatório não foi avaliado;
- b) um único relatório não foi avaliado;
- c) nenhum relatório foi avaliado;
- d) mais da metade dos relatórios não foram avaliados;
- e) somente um relatório foi avaliado.



## Exercício 5

Se não é verdade que “todo ladrão é mau”  
então é verdade que:

- a) todo ladrão é bom.
- b) nenhum ladrão é mau.
- c) quem não é ladrão é bom.
- d) ao menos um ladrão não é mau.
- e) quem não é ladrão não é bom.

