

Aplicações do Geogebra e as Figuras Planas Irregulares: Encontrando a Área do Estado da Paraíba

Joel Silva de Oliveira¹, Cibelle F. C de Assis²

¹Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Campina Grande (UFCG-2014) e Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB-2017).

²Centro de Ciências Aplicadas e Educação – Universidade Federal da Paraíba (UFPB-Campus IV/Litoral Norte), Pós-Doutoranda Edumatec (UFPE/Brasil) - ENS (Ifé - França).

Joel.bsr@gmail.com,cibelle@dceufpb.br

Resumo. Este artigo trata-se de um recorte da dissertação "A Engenharia Didática como referencial para a ação pedagógica reflexiva: o caso da área de figuras planas irregulares com o GeoGebra". Tratou-se de uma Pesquisa Intervenção de análise qualitativa baseada nas orientações da Engenharia Didática - ED. Neste artigo, nosso objetivo é apresentar e discutir a atividade "Encontrando a área do Estado da Paraíba com o GeoGebra" considerando a fase Concepção e análise a priori da ED e os recursos do software. Acreditamos que a proposta oferece novas alternativas para o ensino e para a aprendizagem relativos ao cálculo de área regiões irregulares.

Abstract. This article is about a cut of the dissertation "The Didactic Engineering as a reference for the reflexive pedagogical action: the case of the area of irregular flat figures with GeoGebra". It was a Research Intervention of qualitative analysis based on the guidelines of Didactic Engineering - ED. In this article, our objective is to present and discuss the activity "Finding the State of Paraíba with GeoGebra" considering the phase Conception and a priori analysis of the ED and the software resources. We believe that the proposal offers new alternatives for teaching and learning related to the calculation of area irregular regions.

1. Introdução

Quando nos propomos a dissertar sobre os problemas que estão presentes no processo de ensino-aprendizagem de Geometria, tínhamos em mente realizar um trabalho com relevância educacional: fosse por considerar um conteúdo pouco abordado ou também pela pouca utilização de recursos tecnológicos para tratar do tema. Consideramos que a busca por melhores metodologias de ensino é uma questão importante na área da Educação e no campo da Didática.

Conceber e discutir uma proposta que permita trazer significados para o ensino do cálculo da área de figuras planas irregulares é hoje fundamental para despertar nos alunos uma verdadeira motivação para o aprendizado, e quando utilizamos como auxílio um software de Geometria Dinâmica como o caso do *GeoGebra*, podemos promover aprendizagens que podem ser construtivas e significativas.

Nossas inquietações com relação ao processo de ensino-aprendizagem do conteúdo sobre áreas de figuras planas irregulares nos levaram a desenvolver uma experiência metodológica buscando melhores resultados na sua compreensão por parte dos alunos, mas também a partir de uma postura reflexiva do professor. Para tanto, baseamo-nos nos princípios da Engenharia Didática – ED segundo Artigue (1996, *apud* CARNEIRO, 2005) e outros pesquisadores, particularmente, nos seus fundamentamos e nas duas primeiras fases, Análises Prévias e Concepções e análises *a priori*.

Neste artigo apresentamos a atividade *Encontrando a área do Estado da Paraíba com o GeoGebra* como recorte da dissertação intitulada *A Engenharia Didática como referencial para a ação pedagógica reflexiva: o caso da área de figuras planas irregulares com o GeoGebra* (OLIVEIRA, 2017), na qual buscamos respostas para a seguinte pergunta norteadora: como o cálculo de áreas de figuras planas irregulares pode ser mediado pelo software GeoGebra?

Traçamos como objetivo geral investigar aspectos relativos ao ensino do cálculo de áreas de figuras planas irregulares que podem ser trabalhados com o suporte do GeoGebra. Para alcançar tal objetivo, delineamos os objetivos específicos a seguir: Identificar saberes docentes necessários para a elaboração de uma proposta de ensino sobre o cálculo de áreas de figuras planas irregulares a partir da Engenharia Didática; levantar formas de utilização do GeoGebra para o ensino de áreas de figuras planas irregulares; Estruturar uma proposta didática considerando as fases Análises prévias e Concepção e *análise à priori*.

Neste artigo focaremos na atividade produzida. Inicialmente apresentaremos a atividade, seu objetivo, os conteúdos matemáticos, as ferramentas e os recursos do GeoGebra que compuseram o momento de *concepção da tarefa*. Em seguida, discutiremos as estratégias de soluções geométricas e numéricas que foram associadas como análises a *priori*. Finalmente, concluímos com uma discussão sobre como o cálculo de áreas de figuras planas irregulares pode ser mediado pelo software GeoGebra através e a partir das possibilidades desenvolvidas com o mesmo apresentadas neste artigo.

2. Considerações Metodológicas

Podemos caracterizar esta pesquisa como qualitativa. Minayo (2011) afirma que uma pesquisa dessa natureza se preocupa com um nível de realidade que, simplesmente não pode ser somente quantificado possuindo certa subjetividade.

O nosso estudo também pode ser considerado como uma Pesquisa Intervenção devido ao caráter aplicado da pesquisa, a necessidade de diálogo com um referencial teórico e a probabilidade de produzir conhecimento (DAMIANI, 2013).

Metodologicamente, a pesquisa foi estruturada em três momentos. O primeiro, compreendeu a elaboração e aplicação de um questionário diagnóstico, bem como a sua análise (correspondendo à dimensão Análise prévia da ED), contendo questões de matemática sobre área de figuras planas regulares e irregulares. O segundo, compreendeu a identificação e elaboração das variáveis didáticas (OLIVEIRA, 2017) em jogo determinantes para a consecução da proposta de ensino a partir do questionário. E por fim, o terceiro momento, realizamos a concepção da proposta de atividade

visando trabalhar área de figuras irregulares curvas, utilizando o GeoGebra (correspondendo à fase Concepção e análise *a priori*).

Neste artigo nos limitaremos a apresentar os recursos do software e discutir a proposta de atividade elaborada, mas não nos deteremos em discutir as variáveis didáticas.

3. O GeoGebra como recurso para o cálculo de área de figuras planas irregulares

Entre as tecnologias com suporte nos programas computacionais atuais que tem desempenhado um papel importante nos processos de ensino e aprendizagem, têm-se os *softwares* educacionais. De fato, os *softwares* trouxeram a possibilidade de modificar a relação, por exemplo, com os objetos geométricos e de conceitos desse ramo da Matemática ao permitir a movimentação das figuras de maneira interativa.

Entre os *softwares* educacionais disponíveis atualmente, escolhemos para o suporte desta pesquisa o *GeoGebra*. Candido (2013), ao escrever sobre o mesmo em seu trabalho, apresenta inúmeras possibilidades de como se fazer uma boa utilização e cita que pode ser utilizado em diversos níveis de ensino, desde o Fundamental até o Ensino Superior.

O GeoGebra é um Software de matemática dinâmica que integra Geometria, álgebra e cálculo. Foi desenvolvido para aprender e ensinar matemática nas escolas. Markus Hohenwarter, professor de Matemática Austríaco, criou o GeoGebra como parte de sua Dissertação de Mestrado em Educação Matemática e Ciência da Computação, na Universidade de Salzsburgo na Áustria. Continuou o Desenvolvimento do Software durante o seu Doutorado em Educação Matemática (CANDIDO, 2013, p. 16).

Com o GeoGebra é possível trabalhar tanto com a Geometria Euclidiana Plana como é o caso do cálculo de áreas de figuras poligonais e irregulares, como a Geometria Espacial. O nosso objetivo é dar ênfase as peculiaridades do ensino de cálculo de áreas de figuras planas irregulares, sendo assim, utilizamos apenas a interface e os recursos de duas dimensões do *GeoGebra*.

O *GeoGebra* permite construções bem precisas que podem ser modificadas e animadas e ainda é possível a exploração das figuras geométricas de diferentes vistas. A figura a seguir ilustra a tela principal no GeoGebra com alguns objetos geométricos.

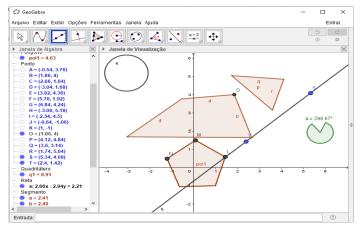


FIGURA 1: Tela principal do GeoGebra com algumas construções

Mostramos com essa imagem algumas das possibilidades de construção nesse *software*, onde as mesmas podem ser animadas e suas propriedades observadas de diferentes vistas. Na imagem, no lado esquerdo vemos a "Janela de Álgebra" que nos mostra algebricamente tudo que aparece na "Janela de Visualização" além de podermos inserir no espaço "Entrada" algumas fórmulas para facilitar a apresentação.

Miskulin e Silva (2010) afirmam que muitos *softwares* foram criados com o intuito de reforçar a destreza computacional. Para as autoras, no nosso país é utilizado entre outros recursos, a instrução programada ou instrução assistida por computadores, na qual a relação do estudante como um certo conhecimento se processa de maneira passiva, controlada, sem a interação aluno-objeto do conhecimento.

Sabemos que em muitas escolas, brasileiras e em nível internacional, softwares cada vez mais sofisticados são utilizados como meros recursos didáticos, sem uma postura teórico-filosófica que lhes dê a consistência teórica-metodológica. Sendo assim, tais programas não atuam efetivamente no processo de ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos, pois não existe envolvimento, ou mesmo interação, por parte dos alunos, ou seja, nesse contexto somente prevalece o aspecto "utilização" do artefato (MISKULIN e SILVA, 2010, p. 110).

A partir da citação acima percebemos um reflexo da carência da formação docente para utilizar as tecnologias, não basta ter a tecnologia ao nosso alcance, devemos saber utilizá-la eficientemente. As TIC proporcionam uma nova linguagem e, como consequência, novas formas de pensar, portanto, as abordagens sobre o modo como refletirmos sobre essas formas de pensar precisa atualizar-se por parte dos educadores. Devemos pensar, em como será dada a formação de professores para o século XXI e, no nosso caso, a formação de professores de Matemática, principalmente os alunos de licenciaturas, ou seja, os futuros professores. Acreditamos que é nesse estágio onde a interferência positiva possui maiores chances de serem admitidas.

Os *softwares* geométricos permitem que os alunos criem suas próprias construções geométricas, saiam da passividade e se mostrem ativos no desenvolvimento de conhecimentos, potencializando suas aprendizagens. E mais, os recursos computacionais possibilitam uma interação entre os alunos, porque os mesmos permitem realizações de trabalhos em grupos, possibilitando a discussão das dificuldades, fazendo com que o conhecimento seja consolidado de forma dinâmica, e atrativa (BRAZÃO, 2015, p. 116).

4. A atividade: Encontrando a área do Estado da Paraíba com o GeoGebra

A atividade consistiu em encontrar uma área aproximada para a região do Estado da Paraíba e comparar tais resultados com a área dada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE. Para tanto, propomos estratégias de solução e a mobilização de ferramentas do software.

Entre as estratégias, propomos trabalhar com polígonos em torno do mapa, no qual os alunos podem fazer manipulações de modo a contornar internamente e externamente tal mapa a fim de fazer aproximações. Também propomos utilizar como estratégia de cálculos a composição e decomposição de polígonos, de modo que tal atividade sirva de base para que os alunos possam generalizar para outras situações que

envolvam o cálculo de área desse tipo de figuras. Também propomos a estratégia da livre manipulação, ou seja, o aluno tem a possibilidade de conjecturar situações e buscar justificativas para os resultados encontrados.

Dentre os conteúdos matemáticos considerados destacamos: Cálculo de área de figuras planas (regulares, irregulares); média aritmética e áreas aproximadas pelo Teorema de Pick; Mapas e escalas.

Os Recursos do GeoGebra explorados nessa atividade foram a malha quadriculada, as ferramentas 'Mover' (ferramenta útil para fazer ajustamentos entre a figura e os polígonos que utilizaremos para efetuar os devidos cálculos); Polígono (construções de figuras planas em torno, bem como no interior da região do mapa da Paraíba); e também a ferramenta Área para encontramos as respectivas áreas das figuras que serão obtidas.

Nesta atividade consideramos a escolha pelo tipo de polígono, ou seja, ao tipo de construção feita pelo aluno, quando o mesmo utiliza a ferramenta Polígono e escolhe aleatoriamente um tipo de construção livre. Tais construções corroboram para um melhor desenvolvimento da atividade em busca de uma solução por aproximação mais próxima possível da área dada pelo IBGE. Utilizaremos também a medida para saber quanto vale um centímetro no GeoGebra comparado com o valor real, para isso usamos Distância, comprimento e/ou perímetro.

Esta atividade foi desenvolvida tomando como ponto de partida a situação apresentada no enunciado a seguir.

Enunciado: Observe o mapa da Paraíba. Como podemos encontrar a área da Paraíba fornecida pelo IBGE usando as ferramentas do GeoGebra? (Segundo dado do IBGE, a superfície do Estado da Paraíba possui área de 56.585 km²).

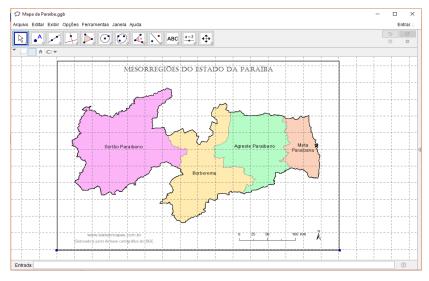


FIGURA 2: Atividade proposta no GeoGebra

Como se trata de uma proposta de atividade, desenvolvemos a solução dos itens que citaremos, mas quando o aluno vier a executar a atividade, com a mediação docente podem aparecer diferentes explorações com as ferramentas do *GeoGebra*.

Nossa proposta é que os alunos encontrem diferentes estratégias que permitam calcular a área da figura apresentada bem como utilizar ferramentas do GeoGebra livremente. No entanto, para estruturar a atividade, pensamos em algumas diretrizes para os professores. Assim, a atividade foi composta por três itens a), b) e c). Para cada um, a seguir, apresentaremos elementos da sua concepção e algumas estratégias de solução.

4.1 Estratégia por excesso

a) Crie polígono(s) ao redor (externamente) do mapa aproximando ao máximo as bordas da imagem. Qual seria a área desse(s) polígono(s)? Essa área seria uma boa aproximação para área do mapa?

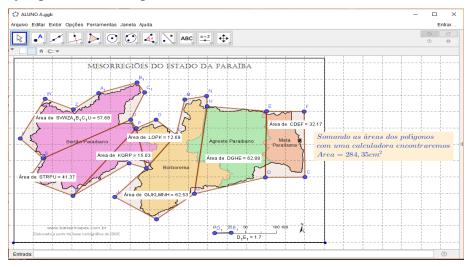


FIGURA 3: Exemplo para uma possível resposta ao item a)

Note que para a resposta, temos polígonos que contornam cada região da Paraíba. Observemos também que essa área é maior do que a que procuramos, pois foram traçados os polígonos contornando externamente, sendo assim, o aluno deve perceber que a mesma é uma aproximação por sobra. Neste caso usamos a calculadora para somar as áreas encontradas pelo *GeoGebra*.

A partir da área encontrada, uma nova situação de investigação é proposta aos alunos: como eles podem comparar com a área dada pelo IBGE? Neste caso os dados da questão podem ajudar o aluno a pensar em novas hipóteses e que consigam através de alguns estímulos, que pode ser um incentivo do docente, investigar e aprender mais.

No caso do exemplo anterior, é preciso aproximar a área em cm² em km². Como encontramos a área total dos polígonos como sendo 284,35 cm², multiplicamos pelo valor de 25.000.000 cm (valor real), pois esse valor é correspondente a 1,7cm na imagem (valor da figura), valor esse encontrado pela distância entre os pontos A e B da escala dada.

Dessa maneira 284,35*25.000.000= 7.108.750.000 cm² de área, mas é conveniente colocar esse valor em uma unidade mais apropriada, ou seja, por se tratar de uma região muito grande o mais viável é utilizarmos a medida km². Assim, dividimos o valor por 100.000, pois 1 km equivale a 1000 m e 1 m equivale a 100 cm,

logo 1000*100 = 100.000. Portanto, com a calculadora encontraríamos em km² uma área de 71.087,5 km², uma área bem acima da área que o IBGE fornece, como esperado. Quanto a pergunta se essa área é uma boa aproximação para a área real, a resposta é relativa, uma vez que os polígonos desenhados externamente ao mapa podem ser melhores aproximados e, os quadradinhos da malha podem ser melhores ajustados o que podem gerar área em cm² menores do que a encontrada e que ao serem convertidas nos dariam áreas mais próximas da real.

4.2 Estratégia por falta

b) Observe que no item (a) foi pedido que você desenhasse polígonos ao redor da figura. Agora construa polígono(s) no interior da mesma de modo que você obtenha uma área também aproximada da região do mapa da Paraíba. Qual a comparação entre as duas áreas? Essa área seria uma boa aproximação para área do mapa?

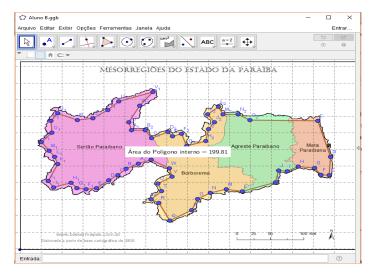


FIGURA 4: Exemplo para possível resposta ao item b)

Nesta resposta utilizamos pontos interligados obtendo como área 199,81 cm². Ao fazermos as operações para converter esse valor, encontramos a área de aproximadamente, $49.952,5~\rm km²$.

Como alternativa para os itens a) e b), poderíamos propor aos alunos a utilização da malha quadriculada como referência para o cálculo através da contagem das unidades de área (quadrados da malha). No entanto, para fazer a conversão para o valor real da área que se aproxime do valor do IBGE, é necessário que mostremos aos alunos uma noção básica de convenção de valores de áreas, assim como também a utilização adequadamente da escala presente na questão. O trabalho com a *malha quadriculada* é importante, pois o aluno terá as distâncias de cada lado do quadrado como referência no momento de convenção da unidade.

Na continuidade da atividade é pertinente pedir que os alunos reflitam sobre entre as áreas encontradas quais se aproximam da área dada pelo IBGE ou ainda perguntar o que se pode fazer com as respostas dos itens a) e b) para que se aproximem

ao máximo da área dada pelo IBGE. Neste caso, a atividade pode ser conduzida para o cálculo da média das áreas (excesso e falta).

4.3 Estratégia utilizando o Teorema de Pick

c) Agora utilizando o teorema de Pick, como calcular a área da região da Paraíba? Esta área é mais próxima ou não das áreas anteriormente calculadas?

Para essa proposta serão utilizados os pontos internos e os que passam sobre os lados da região que terá a sua área calculada, a fim de utilizar o Teorema de Pick.

Nesse item uma ferramenta importante para sua solução é a malha quadriculada hachurada sobre a região que desejamos calcular, pois ela é útil no momento de traçarmos os pontos interiores a figura, pois partiremos da malha para retirar os dados necessários ao teorema de Pick. Quanto a esse teorema vale ressaltar que a fórmula de Pick é mais um recurso útil para o cálculo de área de polígonos simples com seus vértices sobre os pontos de uma malha quadriculada. O teorema afirma que "A área de um polígono simples representado em uma malha quadriculada é dada por A = B/2 + I - 1. Onde I é a quantidade de pontos interiores do polígono e B é a quantidade de pontos da borda do polígono" (DAFNE, 2015, p. 2).

No primeiro momento cabe uma discussão a respeito da disposição dos pontos sobre a região do mapa da Paraíba, identificando os pontos que ficariam dispostos sobre a borda e os que ficariam no interior do mapa. Recomendamos o uso de cores diferentes para os pontos de modo a facilitar os cálculos utilizando a fórmula de Pick. Como exemplo, trazemos a figura a seguir.

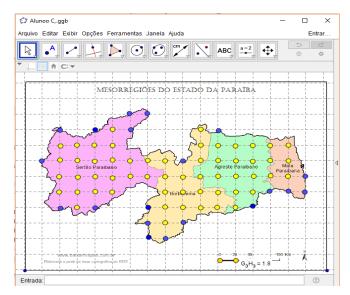


FIGURA 5: Exemplo para possível resposta ao item c)

Quando traçamos os pontos conforme a figura, poderemos utilizar a fórmula de Pick, que é dada por A=B/2+I-1, onde o B são os pontos que estão sobre a extremidade da região, e o I são os pontos que estão no interior da mesma. Dessa maneira os pontos amarelos correspondem a I=56, os pontos que estão sobre a borda

somam B = 19. Usando a fórmula de Pick verificamos que A = 19/2 + 56 - 1 ou A = 64.5 u.a.

Na escala dada pelo IBGE, cada 1 cm equivale a 25 km, ou seja, devemos a priori saber quanto vale 1 cm na malha dada pelo GeoGebra. Usando a medida entre dois pontos encontramos a distância de 1,8 cm. Assim a área do quadrado é 3,24 cm², e, portanto, a cada 1 cm² da escala dada pelo IBGE equivale a 3,24 cm² no *GeoGebra*, fazendo as multiplicações necessárias para saber o valor aproximado em km² teremos, como anteriormente em outros cálculos, multiplicar por 25.000.000 e depois dividir tal valor por 100.000. Logo (3,24*25.000.000) /100.000 = 810 km².

Como a área encontrada pela fórmula de Pick foi de 64,5 u.a, e a unidade de área quadrada em km² no *GeoGebra* foi de 810, temos 64,5*810 km² = 52.245 km². Portanto, o método que mais se aproximou do valor real da área dada pelo IBGE.

Tabela 1: comparativo de cada um dos três itens

Item (a)		Item (b)		Item (c)	
Valor real IBGE	Valor aproximado	Valor real IBGE	Valor aproximado	Valor real IBGE	Valor aproximado
56.585km²	71.087,5km²	56.585km²	49.952,5km²	56.585km²	52.245km²

Sobre os três modelos apresentados de resolução, cabe destacar que o que envolveu o teorema de Pick aproximou-se baste do valor dado pelo IBGE, quando consideramos apenas os dados obtidos a partir de possíveis desenhos dos alunos, desse modo as duas primeiras soluções também podem ser validadas uma vez que os alunos podem ser motivados a calcular a média aritmética das duas regiões, tanto a externa quanto a interna ao mapa da Paraíba, como exemplo, vejamos a partir dos dados que encontramos aqui nessa proposta, $(71.087,5 + 49.952,5)/2 = 60.520 \text{ km}^2$, uma área que podemos, sem dúvida considerar próxima da área dada pelo IBGE. Cabe destacar aqui o uso essencial da ferramenta GeoGebra, uma vez que com ele foi possível chegar a tais resultados.

5. Considerações finais

O emprego das Tecnologias da Informação e Comunicação - TIC na educação, deve ser usada como ferramenta auxiliadora que propicie liberdade e criatividade para alunos e professores. Não basta simplesmente manter uma perspectiva comum a muitos docentes, de que o simples uso dessas ferramentas em sala de aula já é suficiente para resolver todos os problemas presentes no processo de ensino-aprendizagem.

A utilização das TIC na Educação possui uma relação próxima com os saberes docentes. Quer seja pela sua relação com o cotidiano, mas principalmente com relação aos experienciais que se desenvolvem na prática, como cita Tardif (2002). O uso da tecnologia pode facilitar o desenvolvimento de saberes, proporcionando um melhor desenvolvimento dos mesmos. Assim como os saberes que os docentes já detêm podem ser melhorados e aprofundados ao se utilizar ferramentas tecnológicas no ensino de áreas de figuras planas irregulares, como exemplo.

Para os alunos, ao inserirmos a tecnologia, principalmente *softwares* geométricos em sala de aula, espera-se promover uma aproximação com o objeto matemático do estudo de modo que seja possível suprir deficiências encontradas em sala de aula ao passo que supere a limitação da exposição de conteúdos e de desenhos geométricos feitos no quadro.

Essa atividade foi proposta como meio de contornar dificuldades que foram identificadas na nossa pesquisa mas também aquelas que podem surgir no ensino do cálculo de área de figuras planas irregulares em outros contextos. Propomos o uso do *software* de Geometria Dinâmica *GeoGebra*, e diferentemente de algumas abordagens comuns aquelas dos livros didáticos, os alunos podem conseguir dar respostas realmente próximas da área de regiões que deseja calcular mas também descobrir e experimentar diferentes estratégias.

Referencias

- Brazão, A. L. (2015). Geometria Euclidiana plana e suas Aplicações no Ensino Básico. 153f. Dissertação (Mestrado) Curso de Matemática, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo USP, São Carlos. Cap. 10.
- Candido, W. M. (2013). Uso do *GeoGebra* no ensino de Matemática com atividades de aplicação em Geometria analítica: as cônicas. 2013. 58 f. Dissertação (Mestrado) Curso de Matemática, Universidade Federal de Rondônia, Porto Velho Ro, 2013. Disponível em: http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/225/2011_00064_WINDSON_MOREIRA_CANDIDO.pdf?sequence=1">http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/225/2011_00064_WINDSON_MOREIRA_CANDIDO.pdf?sequence=1">http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/225/2011_00064_WINDSON_MOREIRA_CANDIDO.pdf?sequence=1">http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/225/2011_00064_WINDSON_MOREIRA_CANDIDO.pdf?sequence=1">http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/225/2011_00064_WINDSON_MOREIRA_CANDIDO.pdf?sequence=1">http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/225/2011_00064_WINDSON_MOREIRA_CANDIDO.pdf?sequence=1">http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/225/2011_00064_WINDSON_MOREIRA_CANDIDO.pdf?sequence=1">http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/225/2011_00064_WINDSON_MOREIRA_CANDIDO.pdf?sequence=1">http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/225/2011_00064_WINDSON_MOREIRA_CANDIDO.pdf?sequence=1">http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/225/2011_00064_WINDSON_MOREIRA_CANDIDO.pdf?sequence=1">http://bitstream/handle/123456789/225/2011_00064_WINDSON_MOREIRA_CANDIDO.pdf?sequence=1">http://bitstream/handle/123456789/225/2011_00064_WINDSON_MOREIRA_CANDIDO.pdf?sequence=1">http://bitstream/handle/123456789/225/2011_00064_WINDSON_MOREIRA_CANDIDO.pdf
- Carneiro, V. C. G. Engenharia Didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. Zetetike, v. 13, n. 23, p. 87-119, 2005.
- Dafne, A. Teorema de Pick e o estudo de Área e Perímetro no Geoplano online. RENOTE, v. 13, n. 2. 2015.
- Damiani, M. F *et al.* Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. Cadernos de Educação. FaE/PPGE/UFPel. Disponível em https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822/3074. Acesso em: 23. nov. 2016.
- Minayo, M. C. S. (org.). Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.
- Miskulin, R. G. S. e Silva, M. R. C. Cursos de Licenciaturas de Matemática a distância: uma realidade ou uma utopia? In: JAHN, A. P.; ALLEVATO, N. S. G. Tecnologias e Educação Matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores. 7. ed. Recife PE. SBEM, 2010. Cap. 2. p. 105-124.

- Oliveira, J. S. A Engenharia Didática como referencial para a ação pedagógica reflexiva: o caso da área de figuras planas irregulares com o *GeoGebra*. 2017. 119 f. Dissertação (Mestrado) Curso de Educação Matemática, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.
- Tardif, M. Saberes docentes e formação profissional. 4. ed. Rio de Janeiro RJ: Vozes, 2002. 325 p.