



**Université Paris Denis Diderot**  
**UFR des Sciences de la Terre, de l'Environnement et des Planètes**

***Stage de Licence 2***

Responsable :

**Clément NARTEAU**

Rapport de Stage de :

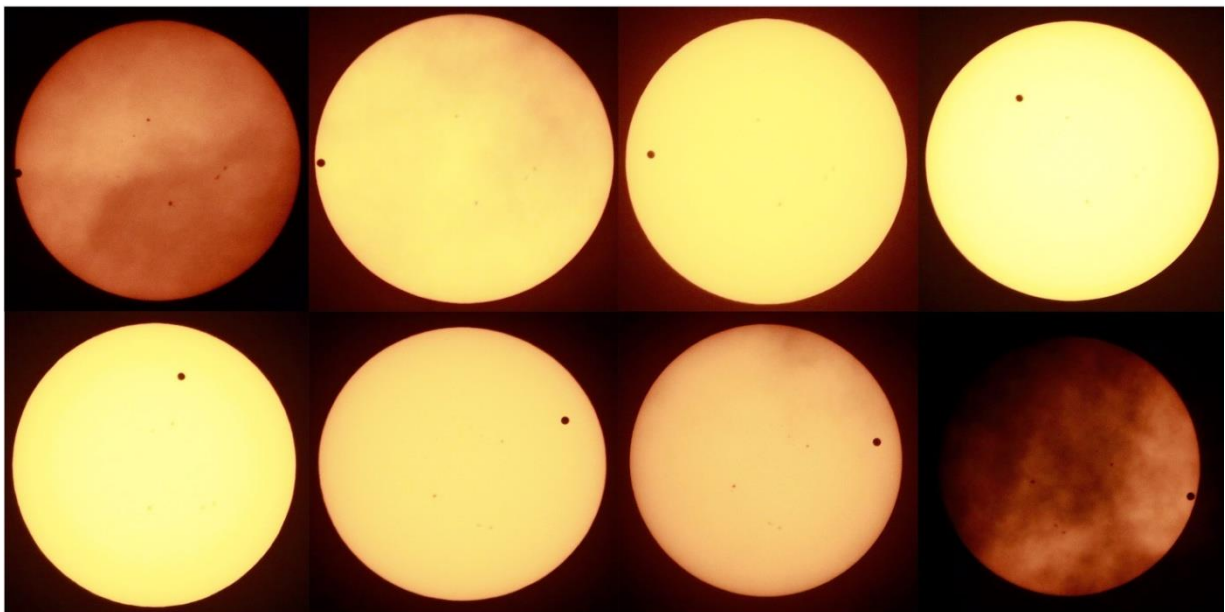
**Amande ROQUE-BERNARD**

Sous la direction de :

**Sébastien CHARNOZ\***

Intitulé du stage :

*Détermination de critères de sélection d'exoplanètes susceptibles d'avoir des lunes  
dans le cadre de la mission spatiale CHEOPS*



**Figure 1** : Transit de Venus devant le Soleil, Juin 2012. Source : © NASA  
De gauche à droite, puis de haut en bas

\* Membre de l'Agence Spatiale Européenne, de l'Equipe de Recherche de Cosmochimie, Astrophysique et Géophysique Expérimentale à l'Institut de Physique du Globe de Paris



# Table des matières

<b>RESUME / SUMMARY .....</b>	<b>V</b>
<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
<b>Les exoplanètes et leur intérêt .....</b>	<b>1</b>
<b>La mission CHEOPS .....</b>	<b>1</b>
Organisation .....	1
Objectifs de la mission et apports pour la science .....	1
Positionnement de mon étude dans la mission .....	2
Méthodes employées et limites .....	2
<b>PROBLEMATIQUE PHYSIQUE ET MATHEMATIQUE, PARAMETRISATION.....</b>	<b>5</b>
<b>Physique .....</b>	<b>5</b>
Force de gravité.....	5
Force de marée.....	5
Orbite synchrone.....	5
Limite de Roche .....	6
Sphère de Hill.....	6
Moment cinétique.....	7
<b>Système d'équations et variabilité des paramètres .....</b>	<b>7</b>
Rotations et Révolutions .....	7
Couple de force et détermination d'un système d'équations .....	8
Rôle du facteur de dissipation.....	10
Approche analytique, étude quantitative .....	10
Temps caractéristique.....	11
<b>METHODE, RESULTATS ET ANALYSE .....</b>	<b>12</b>
<b>Outils employés et précision .....</b>	<b>12</b>
<b>Application aux Exoplanètes.....</b>	<b>13</b>
Méthode de détermination du facteur Q, de la masse et du rayon de la planète .....	13
Synchronisation avec l'étoile, initialement .....	14
Période de rotation .....	16
Influence de la masse de la lune .....	17
<b>ETUDE SYSTEMATIQUE .....</b>	<b>19</b>
<b>Paramètres planétaires .....</b>	<b>19</b>
Catégorisation par masse et choix de rayon .....	19
Facteur Q.....	20
Période de Rotation .....	20
<b>Paramètres liés à l'étoile .....</b>	<b>21</b>
Masse stellaire .....	21
Echelle de temps.....	21

---

<b>Paramètres lunaires.....</b>	<b>22</b>
Masse .....	22
Densité .....	22
Demi grand axe .....	22
<b>Stratégie de sélection.....</b>	<b>22</b>
<b>Résultats .....</b>	<b>23</b>
Catalogue CHEOPS .....	23
Catalogue RV .....	25
<b>Quelques cas particuliers.....</b>	<b>27</b>
Dépendance de la masse de la planète .....	27
Rotateur rapide .....	27
<b>CONCLUSION .....</b>	<b>29</b>
<b>PERSPECTIVES .....</b>	<b>29</b>
<b>REMERCIEMENTS.....</b>	<b>30</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE ET RÉFÉRENCES .....</b>	<b>31</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>A</b>

## RESUME / SUMMARY

L'étude que j'ai effectuée durant ce stage se place dans le cadre à plus grande envergure des projets de recherche de la mission spatiale CHEOPS. Celle-ci se focalise sur les recherches liées aux potentielles avancées scientifiques que pourrait nous apporter une étude poussée des exoplanètes.

Elles sont au cœur de nombreuses questions scientifiques actuelles : Y a-t-il des systèmes stellaires semblables à notre système solaire ? Y a-t-il d'autres planètes habitables ? Possèdent-elles des lunes ?

Les lunes sont tellement nombreuses eu sein du Système Solaire qu'il est étonnant qu'aucune exolune ne fut encore découverte. Est-ce une question de limite de détection ou est-ce un phénomène particulier dans notre système ?

Mon stage porte donc sur l'étude de la stabilité d'un système exoplanète-exolune, sous l'influence des marées.

L'objectif est de déterminer les meilleures conditions de 'survie' à long terme des lunes autour de leurs planètes (centaines de millions d'années, quelques milliards), tout en tenant compte des limites de détection par satellite. Le but ultime est de sélectionner les quelques exoplanètes que la Mission CHEOPS étudiera de manière plus approfondie.

Pour mener cette étude, j'ai utilisé des algorithmes de programmation (développés sous IDL) pour modéliser la dynamique de tels systèmes.

J'ai interprété mes résultats afin de déterminer quelles conditions initiales vont être favorables pour une 'survie' à long terme.

J'ai pu tirer quelques conclusions quant aux tendances d'évolution, ce qui m'a permis de focaliser l'étude systématique des exoplanètes.

J'ai finalement pu mettre en place une stratégie de sélection au sein des exoplanètes.

*The analysis I made during this internship is part of the space mission CHEOPS, a much bigger search project. This mission focuses on the prospective scientific advances that a closer look of exoplanets could bring us.*

*They are the center of numerous actual scientific topics : is there any stellar system similar to our solar system ? Is there any other habitable planet ? Do they have any moon ?*

*There are so many moons in the Solar System that it is surprising not to have yet discovered exomoon. Is it a question of detection or a particular phenomenon in our system ?*

*The purpose of my internship is to study the stability of an exoplanet-exomoon system, under the influence of tides.*

*The objective is to determine the best conditions for the long term stability of moons orbiting their parent planets (ranging from a few hundred of million years to a few billion years), considering the limits of detection by satellites. The ultimate goal is to select few exoplanets which will be studied more deeply by the CHEOPS Mission.*

*To achieve my objectives, I used programming algorithms (designed by IDL) in order to model the evolution of such systems.*

*Then I interpreted my results to determine the initial conditions required for long term stability.*

*I drew some conclusions about the trend of the evolution allowing me to focus the systematic study of the exoplanets.*

*I was finally able to set up a strategic selection for exoplanets.*



# INTRODUCTION

## Les exoplanètes et leur intérêt



Une exoplanète, ou planète extrasolaire, est une planète située en dehors de notre système solaire.

La première exoplanète découverte, en 1995, par Didier QUELOZ et Michel MAYOR de l'Observatoire de Genève, orbite autour d'une étoile (une naine jaune) située à cinquante-et-une années-lumière, dans la constellation de Pégase. Cette exoplanète se nomme par conséquent 51-Pegasi b. Depuis, plus de mille huit cents exoplanètes ont été confirmées.

Leur étude permet d'en apprendre plus sur la formation planétaire, ainsi que sur la formation et l'évolution des satellites et anneaux.

Le système solaire regorge de lunes, or aucune des deux planètes proches du Soleil (Mercure et Vénus) n'en possède : il a vite été démontré que généralement les planètes proches de leur étoile ont tendance à perdre leurs lunes à cause des effets de marées.

Actuellement, aucune exolune n'a encore été découverte, et il est compliqué de déterminer quel type d'exolune est associé à quel type d'exoplanète.

Il s'agit donc d'étudier cette dynamique planète-lune, d'explorer cet environnement, et la diversité des mécanismes, gouvernés par les effets de marées.

## La mission CHEOPS

Le lancement du satellite de la mission CHEOPS (CHaracterising ExOPlanet Satellite – Satellite de Caractérisation d'Exoplanète) est prévu pour 2017.

C'est une mission de type S, c'est-à-dire à – relativement – petit budget (0.05 milliards d'Euro).

C'est la première S-mission sélectionnée par l'ESA, European Spatial Agency (l'Agence Spatiale Européenne).

## Organisation

La mission est un projet conjoint entre l'ESA et la Suisse.

L'ESA est responsable de la partie technique (assemblage et lancement du satellite, notamment) et la Suisse du consortium.

Celui-ci est composé de dix pays :

- La Suisse
- La Suède, la France, le Royaume-Uni, et le Portugal en tant que SOC (Science Operation Center)
- L'Allemagne, la Belgique, l'Italie, l'Autriche, et la Hongrie pour les contributeurs.

## Objectifs de la mission et apports pour la science

La mission comporte deux objectifs principaux :

- La recherche par transit sur des étoiles de grande luminosité, déjà répertoriées.  
*[J'expliciterai la méthode de transit dans le point suivant]*  
Le satellite ne pourra se concentrer que sur une étoile à la fois.
- La mesure précise des rayons de planètes de taille comprise entre la Terre et Neptune.  
Ce genre d'étude a déjà été mené lors de la mission Kepler, mais dans le cas d'étoiles de luminosité inférieure. Un certain nombre des cibles potentielles ont été découvertes lors de cette mission.

Les objectifs scientifiques sont donc :

1. la détermination de la relation entre la masse et le rayon des planètes  
A l'heure actuelle nous pouvons déterminer la masse (par la méthode des vitesses radiales – explicitée dans

- le point suivant), ainsi que le rayon (par la méthode de transit), or cela se fait de manière indépendante.
2. l'identification de planètes avec des atmosphères (quel type de planète est le plus à même d'avoir des atmosphères)
  3. l'étude des contraintes liées aux migrations planétaires (évolution orbitale)
  4. l'étude des transferts d'énergie dans les atmosphères des Jupiters Chaudes (Une des classifications des exoplanètes est basée sur notre système solaire – en fonction de la taille et de la masse, ainsi les exoplanètes peuvent être de type 'Terre', 'Super Terre', 'Mini Neptune'... D'autres prennent en compte la température, la composition, la position par rapport à l'étoile...)
  5. le choix de cibles pour de futurs équipements de spectroscopie
  6. la détection d'exolunes et d'exoanneaux

## Positionnement de mon étude dans la mission

Le travail que j'ai effectué durant ce stage devrait permettre de déterminer une approche préférentielle pour le dernier point : j'ai aidé à la sélection de 'targets' susceptibles d'abriter des exolunes.

## Méthodes employées et limites

La détection de planètes se fait principalement de deux façons :

- par vitesse radiale
- par transit

La détection par transit sera celle employée par le satellite, mais je vais tout de même rappeler succinctement le principe et l'intérêt de la première méthode.

### Vitesse radiale – Spectroscopie/Vélocimétrie Doppler

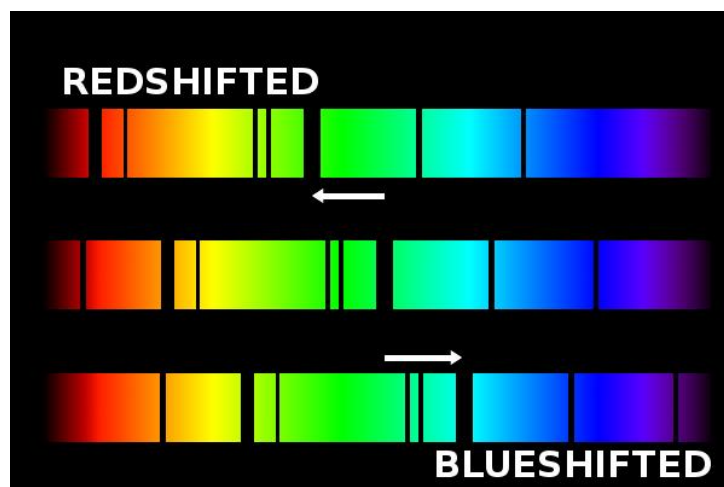
**C'est l'application de l'effet Doppler-Fizeau au spectre de l'étoile** : une variation de vitesse radiale change la longueur de l'onde.

Un décalage de raies spectrales caractéristiques permet de déterminer un mouvement apparent de l'étoile par rapport à l'observateur (i.e. la Terre).

Ces raies caractéristiques sont typiquement des raies d'absorption propres à l'hydrogène et à l'hélium, compte tenu de la composition d'une étoile.

Ainsi nous observons deux déplacements possibles (cf **Figure 2**) :

- vers le bleu, « blueshift », qui traduit un rapprochement
- vers le rouge, « redshift », qui traduit un éloignement.



**Figure 2** : Spectres d'absorption (raies absorbées en noir). Haut : spectre déplacé vers le rouge, centre : spectre de référence, bas : spectre déplacé vers le bleu. Source : Christopher S. Baird



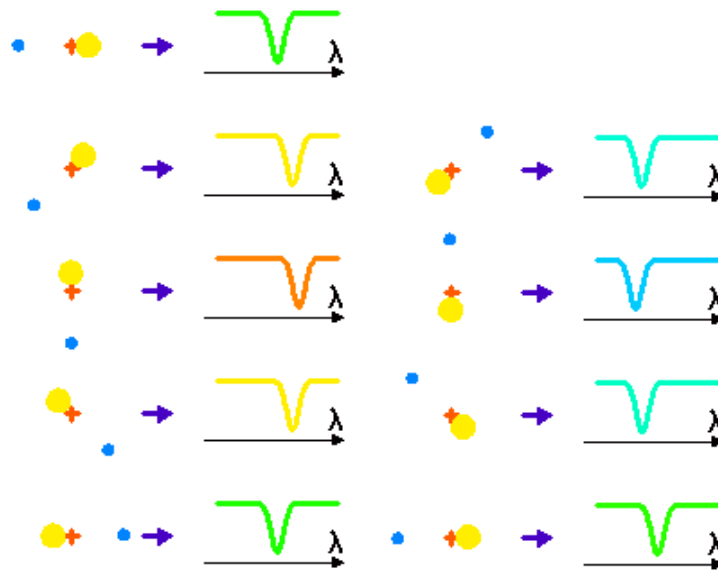
### En quoi cela nous indique-t-il la présence d'une exoplanète ?

Si une étoile est suffisamment éloignée d'un quelconque autre astre, elle est isolée de toute forme de force (gravité ou/et marées), et est donc immobile dans son référentiel (outre sa propre rotation).

Si nous ajoutons une planète, nous obtenons un système à deux corps orbitant autour d'un barycentre. Comme la masse de l'étoile est nettement supérieure à celle de la planète, le centre de gravité de ce système est beaucoup plus proche de l'étoile que de la planète. Ainsi l'étoile décrit une petite orbite et la planète une bien plus grande.

Durant son mouvement orbital, l'étoile va donc alternativement s'éloigner puis se rapprocher de l'observateur. Sur le spectre, cela se traduit par une périodicité de « blueshift/redshift » (cf **Figure 3**).

Cette méthode permet également de déterminer la masse de la planète, étant donné que la position du barycentre dépend des masses des deux astres.

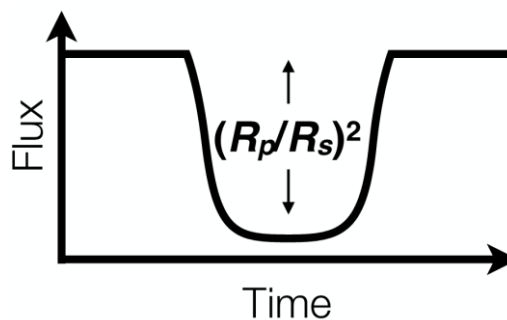


**Figure 3 :** De haut en bas puis de gauche à droite : « redshift » puis « blueshift » pour une raie. Le pic correspond à la raie d'absorption. Point bleu : planète, point jaune : étoile, croix rouge : barycentre. Source : Observatoire de Paris

### Détection par transit

Il s'agit d'étudier la variation de luminosité de l'étoile au cours du temps.

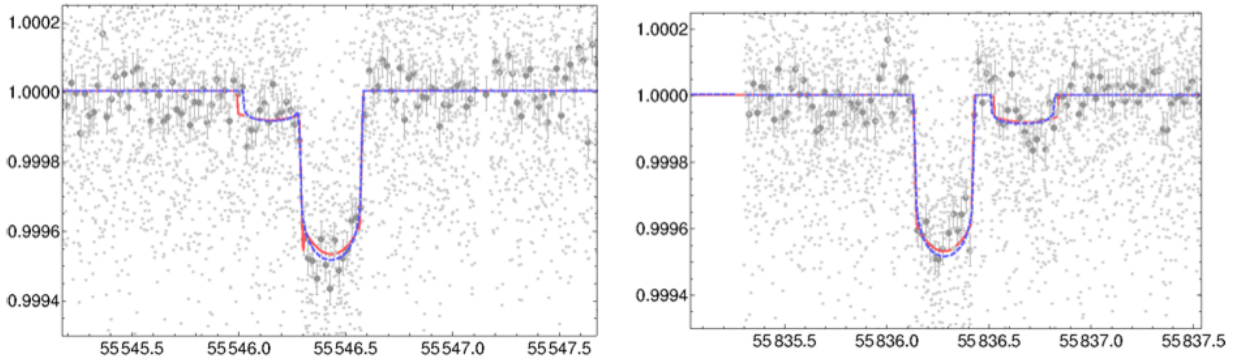
Nous observons un phénomène de transit quand un objet vient s'intercaler entre l'étoile et l'observateur, obstruant ainsi une partie de la luminosité stellaire apparente. Graphiquement, cela se traduit par une chute du flux lumineux. Comme cette chute est proportionnelle à la surface cachée, et que nous considérons des astres sphériques, il est simple de déterminer le rayon de l'objet obstruant, i.e de la planète.



**Figure 4 :** Graphique schématique d'un transit planétaire.  $R_p$  : rayon planétaire,  $R_s$  : rayon de l'étoile. Source : <http://cheops.unibe.ch/>

### Cas d'exolune :

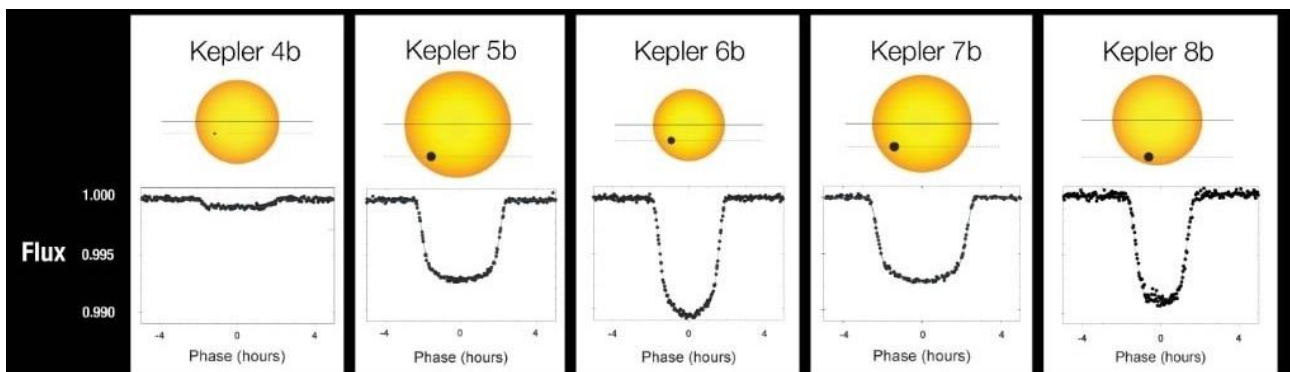
Dans l'hypothèse de la présence d'un satellite, nous devrions observer d'autres variations de flux, ajoutées à celle causée par la planète. Ainsi, si la lune semble être en avance par rapport à sa planète, elle cachera une partie de l'étoile, et une légère diminution devrait apparaître sur la courbe de flux, avant la chute due au passage de la planète. Si la lune est en retard, cette diminution viendra après.



**Figure 5 :** Résultats de simulation de transit avec lune (de type 'Terre') et planète (Kepler-22b) dans le cadre du projet HEK (the Hunt of Exomoon with Kepler). Source : Kipping et al, 2013. Ligne bleue : allure de la luminosité à partir des points de mesure. Ligne rouge : blind retrieval. Nous observons bien des « crevasses » correspondant au passage de la lune avant/après la planète.

### Limites de cette méthode :

- Pour avoir un transit, il faut que les trois points de repères (étoile – planète – observateur) soient alignés. Par conséquent, cette méthode de détection se restreint aux planètes passant près de cet axe. Ainsi des planètes proches de leur étoile ont plus de chance d'être découvertes, même si leurs orbites ne sont pas sur l'axe. En effet, même si leurs orbites sont légèrement inclinées par rapport à l'axe étoile-observateur, à grande distance, il se peut qu'au moment de leur passage, elles ne recouvrent pas une partie de l'étoile, et qu'il n'y ait donc pas de transit.
- Nous avons également vu que la chute de flux était proportionnelle aux rayons des deux astres. Par conséquent, pour déterminer la présence d'une exoplanète, il est nécessaire que le rapport des rayons ne soit pas trop petit (cf Figure 6).
- Malheureusement, pour la détection d'exolune, il est également nécessaire que le rapport des rayons de la planète et de la lune soit assez grand.



**Figure 6 :** Variations de luminosité dues à différents transits. Nous remarquons l'influence de la taille de la planète par rapport à celle de l'étoile. Notation : 'Kepler' satellite de détection, numéro indicatif de l'étoile, lettre indicative de l'exoplanète (b la première détectée autour de l'étoile). Source : ©NASA

### ENCADRÉ CHEOPS I

De ce fait, la mission CHEOPS cherche à étudier des exoplanètes avec des masses comprises entre 1 et 45 masses terrestres, orbitant autour d'étoiles de type solaire, entre 0.1 et 1.6 ua.

**NB :** une 'ua' est une 'unité astronomique' (la distance Terre-Soleil) et vaut 150Mkm.

# PROBLEMATIQUE PHYSIQUE ET MATHEMATIQUE, PARAMETRISATION

## Physique

A partir du moment où nous considérons une lune à une distance  $r$  de la planète, plusieurs forces entrent en jeu.

### Force de gravité

C'est l'attraction de deux corps, sous l'effet de leurs masses (expression en norme) :

$$F_g = G \frac{M_{\text{planète}} M_{\text{lune}}}{r^2} \quad (1)$$

- $G$  la constante de gravitation universelle en  $m^3 kg^{-1} s^{-2}$  ( $6.67 \cdot 10^{-11}$ )
- $M_{\text{planète}}$  et  $M_{\text{lune}}$  les masses de la planète et de la lune, en  $kg$
- $r$  la distance entre les deux corps, en  $m$
- $F_g$  en *Newton*

Elle est notamment responsable de la forme des orbites et de la sphéricité des corps.

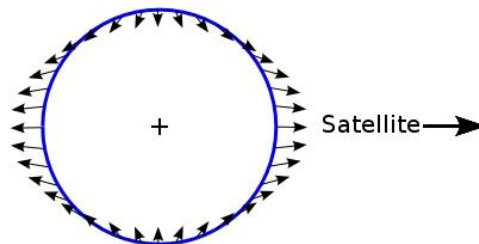
### Force de marée

**C'est une conséquence de la force gravitationnelle : elle résulte d'une attraction gravitationnelle différentielle.**

L'effet de marées provient du fait que les corps considérés ne sont pas des points matériels (comme nous les considérons généralement) mais des sphères. De ce fait, la force gravitationnelle exercée n'est pas la même en tout point de ces corps, d'où une attraction « différentielle ».

Ces effets sont deux conséquences :

- La déformation des corps (étirement dans la direction radiale)  
En regardant la force exercée en chaque point de la surface du corps, et en y soustrayant celle exercée au centre, nous pouvons obtenir l'attraction différentielle en chaque point, donc la force de marée en ces points.



**Figure 7 :** Représentation des forces de marée sur un corps. La longueur des flèches (vecteurs) est proportionnelle à l'intensité de la force. Les pointes correspondent à l'allure des déformations (champ de marée dans le référentiel du centre de la planète)

- Un changement des vitesses de rotation et de révolution, lié à la zone orbitale dans laquelle la lune se situe.

### Orbite synchrone

**C'est la distance à laquelle se trouve la lune afin que sa période de révolution soit égale à la période de rotation de la planète.**

D'après la troisième loi de Kepler, le rapport entre le carré de la période de révolution d'un satellite sur le cube de son demi grand-axe est une constante connue :

$$\frac{T_l^2}{a_l^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{planète}} \Leftrightarrow T_l = \sqrt{\frac{4\pi^2 a_l^3}{GM_p}} \Leftrightarrow a_l^3 = \sqrt[3]{\frac{GM_p T_l^2}{4\pi^2}} \quad (2)$$

- $T_l$  la période de révolution de la lune en s
- $a_l$  le demi grand axe de la lune en m (pour une orbite elliptique, il s'agit de la moitié du plus grand axe de symétrie)

Par conséquent, si la période de révolution du satellite est égale à la période de rotation de la planète  $T_{rot-p}$ , nous pouvons déterminer la distance pour l'orbite synchrone  $R_s$ :

$$R_s = \sqrt[3]{\frac{GM_p T_{rot-p}^2}{4\pi^2}} \quad (3)$$

**A cette distance, la lune est en régime stable.**

Nous distinguons donc deux cas :

- En dessous de l'orbite synchrone : une zone délimitée par  $R_s$  et la limite de Roche
- Au dessus : une seconde zone délimitée par  $R_s$  et le Rayon de Hill

## Limite de Roche

**En deçà de cette limite aucun satellite à partir d'une certaine masse ne peut exister.**

$$a_R = 2,456 R_p \sqrt[3]{\frac{\rho_p}{\rho_l}} \quad (4)$$

- $a_R$  la limite, en m
- $R_p$  le rayon de la planète, en m
- $\rho_p$  et  $\rho_l$  les masses volumique de la planète et de la lune, respectivement

Plus nous nous rapprochons de la planète, plus les forces de marée sont importantes. Au niveau de la limite de Roche, l'intensité est telle que la lune se disloque en morceaux. Nous pouvons donc avoir des débris dans cette zone, qui peuvent éventuellement former des anneaux.

## Sphère de Hill

**C'est la sphère d'influence du champ gravitationnel de la planète.**

Si un satellite dépasse le rayon de cette sphère, il s'échappe et est perdu pour la planète.

Il peut éventuellement être attrapé par l'influence stellaire et donc orbiter autour de l'étoile un certain temps, avant de s'y écraser.

$$R_H = a_p \sqrt[3]{\frac{M_p}{3M_{étoile}}} \quad (5)$$

- $R_H$  le rayon de Hill en m
- $a_p$  le demi grand axe de l'orbite de la planète, en m
- $M_{étoile}$  la masse de l'étoile en kg

Dans l'hypothèse d'une planète sans étoile (hypothèse absurde car par définition une planète est un astre orbitant forcément autour d'une étoile), sa sphère de Hill serait théoriquement infinie. Par conséquent, il est logique que plus nous nous éloignons de l'étoile, plus la sphère s'agrandit : nous ressentons moins l'influence gravitationnelle stellaire. Nous avons bien une relation de proportionnalité entre la distance à l'étoile (demi grand axe) et le rayon de Hill.

## Moment cinétique

C'est une quantité qui décrit la rotation (i.e. ici le fait de tourner) d'un objet :

$$L = \alpha m r^2 \omega \quad (6)$$

- $L$  le moment en  $kg \, m^2 s^{-1}$
- $m$  la masse de l'objet en rotation, en  $kg$
- $\omega$  la vitesse angulaire en  $rad. s^{-1}$
- $\alpha$  la constante du moment d'inertie, sans dimension, fixée à 0,3 pour la suite
- $r$  la distance entre l'objet et un axe/point (i.e la lune par rapport à la planète, ou bien la planète par rapport à son axe de révolution la traversant)

Nous pouvons également définir le moment d'inertie :

$$I = \alpha m r^2 \quad (7)$$

- $I$  en  $kg \, m^2$

Il caractérise la résistance d'un objet à la rotation par rapport à un axe ou à un point.

Par conséquent :  $L = I \omega$ .

Le moment cinétique total d'un tel système peut être décomposé comme :

$$L_{\text{système}} = L_{\text{révolution planétaire}} + L_{\text{rotation planétaire}} + L_{\text{révolution lunaire}} \quad (8)$$

Nous pouvons considérer dans le cas présent que le moment lié à la révolution planétaire est toujours constant.

Du fait de la conservation du moment cinétique **total**, nous pouvons expliquer l'évolution orbitale de la lune selon sa position initiale par rapport à l'orbite synchrone :

- quand nous sommes en dessous de l'orbite synchrone,  $r < R_s$  (la distance diminue), pour que le moment cinétique soit conservé, il faut que l'autre variable augmente, c'est-à-dire la vitesse angulaire. Donc quand la lune se rapproche, elle tourne plus vite autour de la planète et celle-ci tourne plus vite sur elle-même.
- dans le cas où nous sommes au-dessus, l'inverse se produit.

Par conséquent, une accélération traduit un rapprochement, et un ralentissement un éloignement.

## Système d'équations et variabilité des paramètres

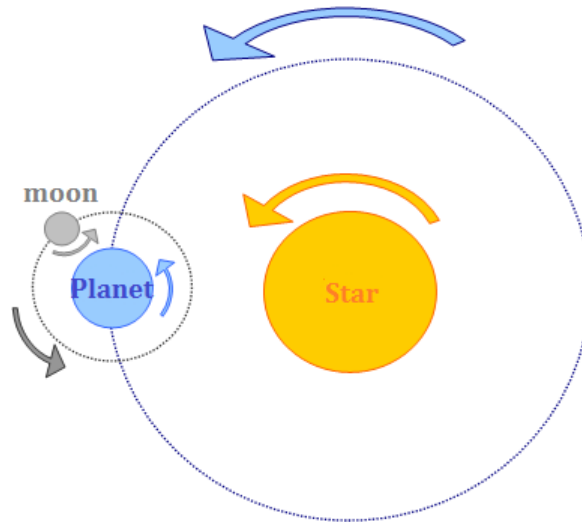
### Rotations et Révolutions

Il s'agit de mettre en équation l'évolution d'un système composé :

- d'une étoile en rotation
- d'une planète en rotation, et en révolution autour de cette étoile
- d'une lune en rotation, et en révolution autour de cette planète,

sous l'effet des forces de gravité et des forces de marée s'appliquant entre :

- l'étoile et la planète
- la planète et la lune



**Figure 8 :** Schéma des mouvements angulaires d'un système étoile-planète-lune. Les flèches indiquent le sens du mouvement. Jaune : Rotation stellaire, grande bleue : révolution de la planète autour de son étoile-hôte, petite bleue : rotation de la planète, grande grise : révolution de la lune autour de sa planète, petite grise : rotation de la lune

Dans l'expression  $L_{\text{système}}$  (cf Eq. 8) vue précédemment, seulement trois mouvements angulaires sur cinq sont pris en compte. En effet, nous pouvons ne pas considérer :

- la rotation stellaire, car nous ne prenons pas en compte les effets de marées stellaires (jugée minime)
- la rotation lunaire : nous faisons l'hypothèse que la période de rotation de la lune est égale à sa période de révolution (synchronisation de la lune avec la planète). Cette hypothèse est basée sur l'observation des satellites du Système Solaire : ceux-ci sont tous synchronisés avec leur planète.

**NB :** une lune peut être synchronisée avec sa planète, mais la planète peut ne pas être synchronisée avec sa lune (le premier cas n'implique pas le second).

Exemple de la Terre et de la Lune : la Lune présente toujours la même face à la Terre, mais la Terre ne présente pas toujours la même face à la Lune.

## HYPOTHÈSE I

Les lunes sont synchronisées avec leurs planètes.

## HYPOTHÈSE II

Nous faisons l'hypothèse que tous les mouvements angulaires sont 'progrades' (par opposition à 'rétrograde'), c'est-à-dire qu'ils s'effectuent tous dans le même sens.

## Couple de force et détermination d'un système d'équations

Pour mettre en équation ce système, il faut s'intéresser au 'couple de force'.

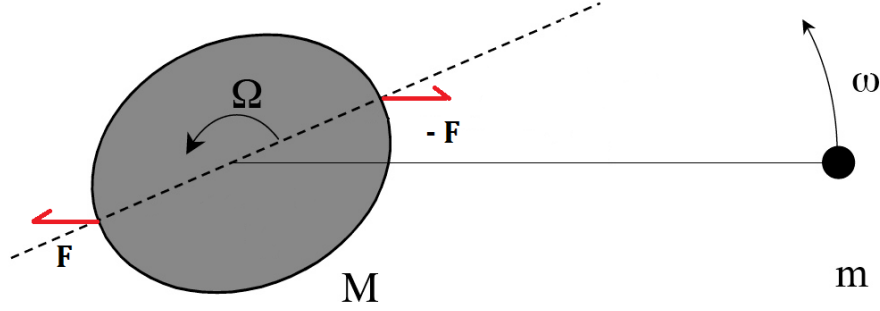
**C'est un ensemble d'actions mécaniques qui provoque une variation du moment cinétique de l'objet sur lequel elles sont appliquées** (sans déplacer le centre de gravité de l'objet) : ici ce sont les effets de marées.

Nous parlons de 'couple' car ce sont des forces qui agissent à l'opposé l'une de l'autre mais qui sont égales en norme (cf Figure 9).

Dans le cas des planètes, et comme ce sont des objets déformables, le couple de force de marée permet d'expliquer cet étirement radial observé.

Nous prenons en compte dans un premier temps les effets de marées exercés sur la planète par l'étoile et par la lune.

L'expression des couples de force dépend de la distance, i.e. du demi grand axe.



**Figure 9 :** Schéma de la déformation due au couple de force des effets de marées et à la rotation planétaire  $\Omega$ .

La variation du moment cinétique de la planète est proportionnelle au couple de force  $\Gamma$  exercé.

$$\frac{dL_{\text{planète}}}{dt} = \Gamma \quad (9)$$

Avec la troisième loi de Newton d'action-réaction, nous pouvons également déterminer une expression de cette variation pour la lune :

$$\frac{dL_{\text{lune}}}{dt} = -\Gamma \quad (10)$$

Avec la troisième loi de Kepler, nous pouvons utiliser une expression du moment cinétique dépendant uniquement de la distance :

$$L = \sqrt{Gmr}$$

Expression générale (11).

Comme  $G$  et la masse sont des constantes, nous voyons directement que la variation n'est qu'une histoire de distance.

Par conséquent, en couplant les relations des variations pour la planète et pour la lune et en développant l'expression de  $\Gamma$ , nous obtenons un système d'équations différentielles, d'ordre 1, homogène et linéaire, à coefficients constants.

Pour la suite de mes recherches, je me suis basée sur celui exposé dans l'article de Sasaki et al [The Astrophysical Journal, 2013], qui repasse en vitesses angulaires :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dn_m}{dt} = -\frac{9}{2} \frac{k_{2p} R_p^5}{Q_p} \frac{GM_m}{(GM_p)^{8/3}} n_m^{16/3} \text{sgn}(\Omega_p - n_m) \\ \frac{dn_p}{dt} = -\frac{9}{2} \frac{k_{2p} R_p^5}{Q_p} \frac{1}{(GM_p)(GM_s)^{2/3}} n_p^{16/3} \text{sgn}(\Omega_p - n_p) \\ \frac{d\Omega_p}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{k_{2p} R_p^3}{Q_p} \frac{(GM_m)^2}{\alpha(GM_p)^3} n_m^4 \text{sgn}(\Omega_p - n_m) \\ \quad - \frac{3}{2} \frac{k_{2p} R_p^3}{Q_p} \frac{1}{\alpha(GM_p)} n_p^4 \text{sgn}(\Omega_p - n_p). \end{array} \right. \quad (12)$$

Nous y retrouvons certaines des grandeurs déjà vues ('m' correspond à 'moon' et 's' à 'star'), plus :

- $k_{2p}$ , le nombre de Love, qui représente la déformation de la planète due aux effets de marées. Pour la suite des études, cette variable a été fixée comme constante, égale à 0.5
- $n_m$  et  $n_p$  des vitesses angulaires, qui correspondent aux 'moyens mouvements' de la lune et de la planète, respectivement. Décrivant des orbites elliptiques, leurs vitesses angulaires de révolution ne sont pas constantes au cours du mouvement. Ceci découle de la seconde loi de Kepler (le segment reliant l'astre et l'un des foyers de l'orbite balaie des aires égales en des temps égaux) et de la conservation du moment cinétique. De ce fait,  $n$  correspond à la vitesse angulaire moyennée sur une révolution

### HYPOTHÈSE III

Les orbites sont supposées circulaires pour négliger la variation d'excentricité.  
 $n$  est donc constant sur une orbite.

- $\Omega_p$  la vitesse angulaire de rotation de la planète
- $R_p$  le rayon de la planète, en  $m$
- $Q_p$  le facteur de dissipation d'énergie de la planète, qui est un indicateur de l'intensité des forces de marée

' $sgn(x - y)$ ' correspond à la fonction 'signe' :

- Si  $x - y < 0$ , alors  $sgn(x - y) = -1$
- Si  $x - y > 0$ , alors  $sgn(x - y) = +1$
- Si  $x - y = 0$ , la fonction n'est pas définie (dans le programme, on définit comme égale à 0)

### Rôle du facteur de dissipation

Il y a en principe deux catégories de valeurs pour  $Q$  selon le type de planètes :

- Entre 10 et 500 pour les planètes telluriques
- Autour de  $10^3 - 10^4$  et plus pour les planètes gazeuses

**Plus  $Q$  est petit, plus les forces de marée sont importantes.**

Prenons l'exemple de la Terre et de la Lune : Les marées sont très importantes sur la Terre.

Ceci est lié au fait qu'une très grande partie de l'énergie est dissipée sous forme de chaleur à cause de la friction des eaux contre les fonds marins. De ce fait, le facteur  $Q$  est fortement diminué. Généralement, la valeur de  $Q$  prise pour la Terre est de 10. La grande partie d'énergie dissipée permet la déformation de la Terre : les marées.

En effet une expression de  $Q$  est :

$$Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E} \quad (13)$$

- $E$  l'énergie
- $\Delta E$  la variation d'énergie (i.e. la dissipation) sur une période

### Approche analytique, étude quantitative

En regardant le système d'équations, nous remarquons dans un premier temps que :

- Si  $\Omega_p - n_m > 0$ , alors la lune tourne autour de la planète plus lentement que la planète sur elle-même, elle est donc au-dessus de l'orbite synchrone. Par conséquent  $\frac{dn_m}{dt} < 0$ ,  $n_m$  diminue, la lune s'éloigne.
- Si  $\Omega_p - n_m < 0$ , alors la lune se rapproche (en dessous de l'orbite synchrone).

Cette analyse est donc cohérente avec le raisonnement de la fin de la partie "Moment cinétique".

**TABLEAU RÉCAPITULATIF**

	Position de la lune par rapport à $R_s$	Variation du moment cinétique de la lune	Tendance de l'évolution de la lune
$\Omega_p < n_m$	En dessous	Augmentation	Rapprochement, possiblement : $\Rightarrow$ destruction par effets de marées $\Rightarrow$ écrasement sur la planète
$\Omega_p = n_m$	Au même niveau	$\emptyset$	Stable
$\Omega_p > n_m$	Au-dessus	Diminution	Eloignement, possible échappement



Dans un second temps, nous pouvons nous intéresser à l'influence des paramètres :

- Puissance positive (au numérateur) : quand les quantités  $R_p$  et  $M_m$  augmente, alors les variations  $\left| \frac{dn}{dt} \right|$  augmentent.  
Par conséquent, ces quantités auront tendance à faire évoluer le système plus rapidement si nous les faisons augmenter.
- Puissance négative (au dénominateur) : avec le même raisonnement que précédemment, nous déduisons que l'augmentation des quantités  $Q_p$ ,  $M_p$  et  $M_s$  entraîne un ralentissement de l'évolution du système.

## Temps caractéristique

**C'est le temps au bout duquel le système devrait avoir atteint un équilibre.**

Pour la révolution de la planète autour de son étoile, une expression de ce temps est :

$$\tau_{rev} = \frac{n_p(t=0)}{\frac{dn_p}{dt}(t=0)} \quad (14)$$

Avec des ordres de grandeurs, et dans le cas de Super Terre (pour des valeurs dans les gammes de CHEOPS : une exoplanète de trente masses terrestres, trois rayons terrestres, à une demi unité astronomique, orbitant autour d'une étoile de masse solaire, avec un facteur de dissipation de l'ordre de 300), nous avons  $\tau_{rev} \approx 10^{13} \text{ans}$ , ce qui correspond à dix milles milliards d'années (milles fois supérieur à l'âge de l'Univers).

Par conséquent, nous pouvons considérer que le sous-système planète-étoile (révolution) est stable, et  $n_p$  comme invariant.

Nous pouvons également nous pencher sur le cas de la rotation de la planète.

Dans le cadre de la mission CHEOPS, nous nous intéressons à des planètes très proches de leurs étoiles (parfois bien plus proche que la Terre du Soleil, cf *ENCADRÉ CHEOPS I*). A une telle proximité, nous pouvons faire l'hypothèse que les planètes ont une tendance à la synchronisation avec leurs étoiles.

## HYPOTHÈSE IV

Du fait de leur proximité à leurs étoiles, les planètes sont synchronisées avec elles.

[Je testerai la pertinence de cette hypothèse, cf *RESULTATS ET ANALYSE – Synchronisation avec l'étoile*]

Calculons un temps caractéristique correspondant.

Nous cherchons la valeur de  $\tau_{rot}$  tel que  $\Omega_p(\tau_{rot}) = n_p(\tau_{rot}) = n_p(t=0)$ .

Nous ne prenons pas en compte la lune, pour ne considérer qu'un cas à deux corps planète-étoile.

De ce fait, un facteur dans l'expression de  $\Omega_p$  peut être négligé. Ainsi nous obtenons une expression seulement proportionnelle à  $n_p$ .

Le temps caractéristique vaut donc :

$$\tau_{rot} = \frac{n_p(t=0) - \Omega_p(t=0)}{\frac{d\Omega_p}{dt}(t=0)} \quad (15)$$

Avec des ordres de grandeurs, et encore dans le cas de Super Terre (comme précédemment),  $\tau_{rot} \approx 10^9 \text{ans}$ , ce qui est significatif à l'échelle de l'âge de l'étoile : sans lune, pour les conditions du calcul, nous devrions nous attendre à ce que la planète soit synchronisée avec son étoile au bout d'un milliard d'années.

# METHODE, RESULTATS ET ANALYSE

## Outils employés et précision

Pour résoudre le système, une approche asymptotique a été utilisée (avec la méthode de Runge-Kutta).  
Je me suis servie d'un programme déjà écrit par Sébastien CHARNOZ.

Avant de m'intéresser aux 'targets CHEOPS' (présélection des exoplanètes à étudier), j'ai effectué un travail sur les paramètres afin de me familiariser avec le programme et la physique impliquée.

### Exemple de Pluton et Charon

L'étude de ce système a permis de constater la précision de la méthode employée.

Pluton, une planète naine et sa lune Charon possèdent plusieurs particularités :

- Un rapport de masse de l'ordre de 10%, ce qui est élevé et est nettement supérieur à la moyenne dans le système solaire (plutôt vers 0.1% - 0.01%)
- C'est un système qui est totalement synchronisé : Pluton et Charon sont synchronisées l'une avec l'autre, autrement dit, le même point de Pluton fait toujours face au même point de Charon.

Nous savons dorénavant que Charon s'est formé à partir des débris d'une collision entre Pluton et un impact [R. Canup, *Science* 307, 2005].

J'ai donc cherché, à partir des conditions initiales (à la suite de l'impact), à déterminer si les résultats que j'obtenais avec le programme correspondaient à la situation actuelle.

Comme Charon doit s'être formée à partir d'un impact/de débris, je décide de la placer à la limite de Roche (pour le calcul de la limite, les masses volumiques des deux astres sont connues).

Grâce au papier de R. Canup, j'obtiens une valeur pour la période de rotation de Pluton après impact, qui est de 2.6h.

Il me reste à estimer Q.

Etant donné que Pluton est composé d'une couche d'azote gelée, puis une seconde épaisse de glace d'eau et d'un noyau rocheux, je décide de faire des tests avec 300 et 1000.

*[J'explicitai plus tard comment des valeurs de Q ont pu être déterminées – de façon hypothétique – en fonction de la composition générale de la planète considérée]*

Voici mes résultats pour  $Q = 1000$ , sur six millions d'années (cf **Figure 10**):

→ Comment lire ce genre de graphique ?

Sont tracées l'évolution des vitesses angulaires de rotation de Pluton (en rouge, 'planet rotation rate') et de révolution de Charon (en bleu, 'moon mean motion') au cours du temps.

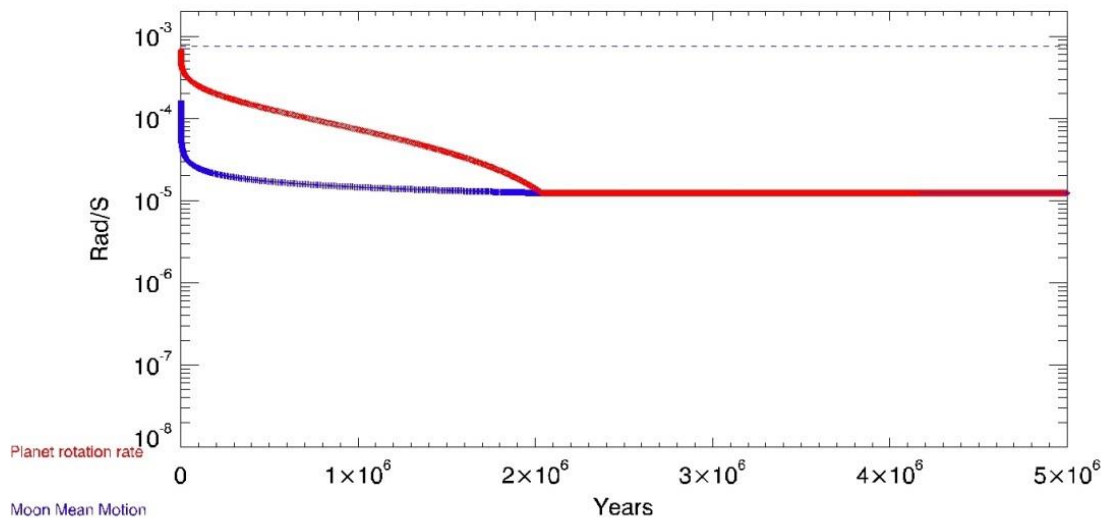
Je rappelle qu'une **accélération** (i.e. une augmentation) **traduit un rapprochement, et un ralentissement** (i.e. une diminution) **un éloignement**.

Nous observons une diminution des vitesses angulaires, jusqu'à ce qu'elles convergent vers la même valeur.

Si les deux astres ont une même vitesse angulaire à la fin, cela signifie que la période de rotation de Pluton est égale à la période de révolution de Charon, ce qui est actuellement le cas (une simulation sur 5 milliards d'années – âge du système solaire – affiche encore ce résultat).

Pluton et Charon se sont donc progressivement éloignées l'une de l'autre, se ralentissant et arrivant à un moment où leur vitesse angulaire est la même, les « verrouillant » en position synchrone.

La simulation est donc correcte sur ce point.



**Figure 10** : Résultat graphique de la simulation, pour  $Q = 1000$ , pointillé : limite de Roche

Il reste donc à vérifier que la vitesse angulaire de convergence du graphique ne diverge pas de la valeur actuelle, qui est de  $1.3 \cdot 10^{-5} \text{ rad. s}^{-1}$  (valeur calculée à partir de la distance Pluton-Charon dans la littérature).

D'après le programme nous avons  $1.24 \cdot 10^{-5} \text{ rad. s}^{-1}$  (valeur de sortie).

[une diminution de  $Q$  ne fait varier la valeur de la vitesse qu'à partir de la quatrième décimale]

L'erreur relative est donc :  $\frac{|\omega_{\text{simulation}} - \omega_{\text{référence}}|}{\omega_{\text{référence}}} = \frac{1,3 - 1,24}{1,3} = 4.7 \cdot 10^{-2}$  soit 4.7%, ce qui est extrêmement peu.

**La méthode est donc fiable et précise.**

## Application aux Exoplanètes

Dans cette étude sur les paramètres, j'ai choisi plusieurs systèmes fictifs afin de balayer les gammes de valeurs qui nous intéressent (voire même au-delà parfois).

**J'ai décidé de ne présenter que les résultats qui me permettent déjà d'orienter les recherches pour la mission CHEOPS, et qui ont permis d'avoir une idée plus précise des conditions favorables à la 'survie' d'une lune.**

### Masse et densité de la lune

La masse de la lune est toujours définie comme un certain pourcentage de celle de la planète.

Une densité (pour la limite de Roche) est prédéfinie dans le programme, sauf précision pour des cas particuliers.

### HYPOTHÈSE V

Nous considérons des lunes de type rocheuses, avec une densité de  $3000 \text{ kg. m}^{-3}$ .

## Méthode de détermination du facteur $Q$ , de la masse et du rayon de la planète

Dans un premier temps, il me fallait définir des gammes de valeurs pour le facteur de dissipation.

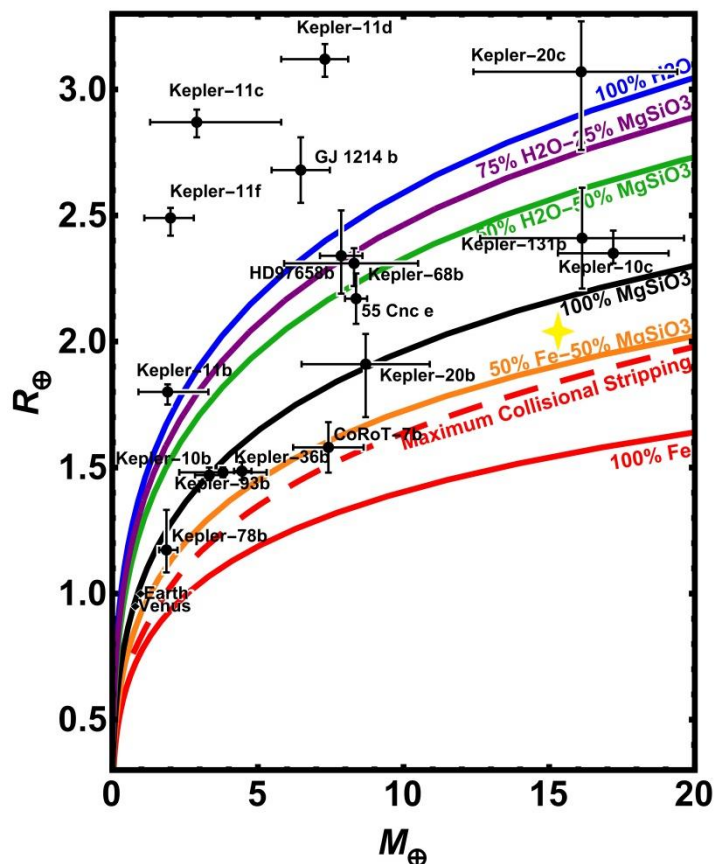
Etant encore peu familière du concept, Valéry LAINEY<sup>1</sup> a pu me fournir des premières valeurs indicatives pour commencer mon étude.

Ces quatre valeurs sont au début basées sur la composition supposée de la planète :

- 10 et 300 pour les planètes telluriques (silicatées)
- 300 et 1000 pour les intermédiaires
- 1000 et 3000 pour les gazeuses

<sup>1</sup> Chercheur en planétologie et dynamique orbitale à l'IMCCE Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Ephémérides, associé à l'Observatoire de Paris

Pour déterminer un type de planète à partir de la masse, j'ai utilisé plusieurs diagrammes 'masse vs rayon', avec des courbes de composition (cf ANNEXE, **Figure 26**).



**Figure 11 :** Exemple de diagramme 'masse vs rayon', ici avec des courbes indiquant la composition : fer, silicate, gaz. Sont également plotées quelques exoplanètes découvertes lors de la mission Kepler. Sources : Zeng and Sasselov [2013 et 2014]. '⊕' est le symbole astronomique de la Terre.

Par exemple, pour quinze masses terrestres, et deux rayons terrestres, je me situe entre les courbes '50% de fer – 50% de silicate' et '100% silicatée' (indiqué par la petite étoile jaune sur le diagramme), par conséquent une valeur de  $Q$  peut être 300.

### Synchronisation avec l'étoile, initialement

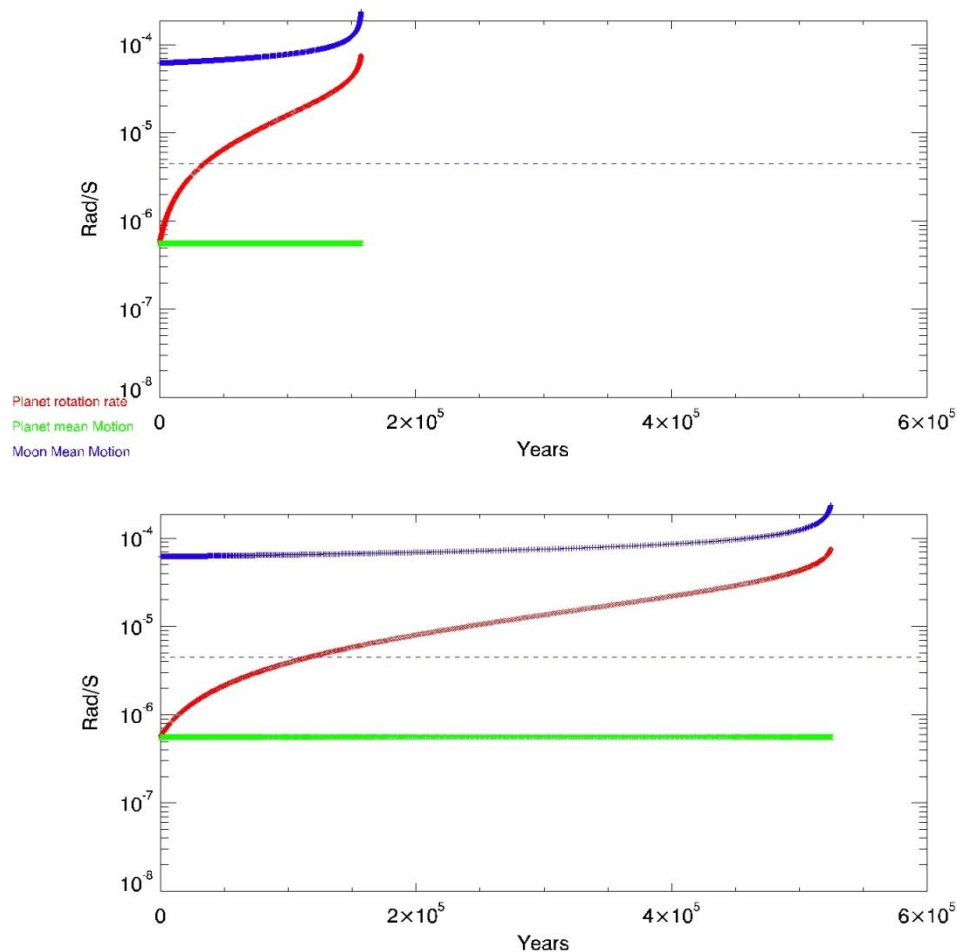
Dans cette partie, je vais présenter quelques résultats partant de l'hypothèse IV afin d'en tester la pertinence. Je vais donc faire varier l'intensité des forces de marées (avec le facteur de dissipation), puis la position initiale de la lune par rapport à la planète.

#### Variation de $Q$

Voici mes paramètres initiaux :

	Étoile	Planète	Lune
<b>Masse</b>	Une masse solaire	20 masses terrestres	1% de la planète
<b>Rayon</b>		2 rayons terrestres	
<b>Demi grand axe</b>		0.5 ua	10 rayons planétaires
<b>Période de rotation</b>		= période de révolution	
<b><math>Q</math></b>		300 1000	

Ainsi que mes résultats graphiques :



**Figure 12** : En haut : résultats pour  $Q = 300$ , en bas pour 1000. Ligne en pointillé : 30% du rayon de Hill, courbe verte : vitesse angulaire de la révolution de la planète

Nous remarquons premièrement que la planète ne reste pas synchronisée avec son étoile (les courbes rouges et vertes ne sont pas confondues). Dès les premiers instants, la planète voit sa vitesse angulaire de rotation augmenter, à cause des forces de marée.

Deuxièmement, nous voyons l'effet de la valeur de  $Q$  : sur une même échelle de temps, quand les forces de marée diminuent (cas où  $Q$  vaut 1000), la planète et la lune se rapproche l'une de l'autre plus lentement (leurs vitesses angulaires augmentent).

Troisièmement, dans les deux cas la lune est détruite par les forces de marées (ce n'est pas vraiment visible sur le graphique, mais elle atteint la limite de Roche - la courbe bleue « rebique » vers le haut - la simulation s'est arrêtée).

⇒ Pour une première conclusion, **la présence de la lune semble désynchroniser la planète de son étoile.**

Voyons maintenant l'influence de la distance entre la planète et la lune.

#### Variation du demi grand axe de la lune

	Étoile	Planète	Lune
Masse	Une masse solaire	20 masses terrestres	1% de la planète
Rayon		2 rayons terrestres	
Demi grand axe		0.4 ua	10 rayons planétaires 20
Période de rotation		= période de révolution	
Q		300	

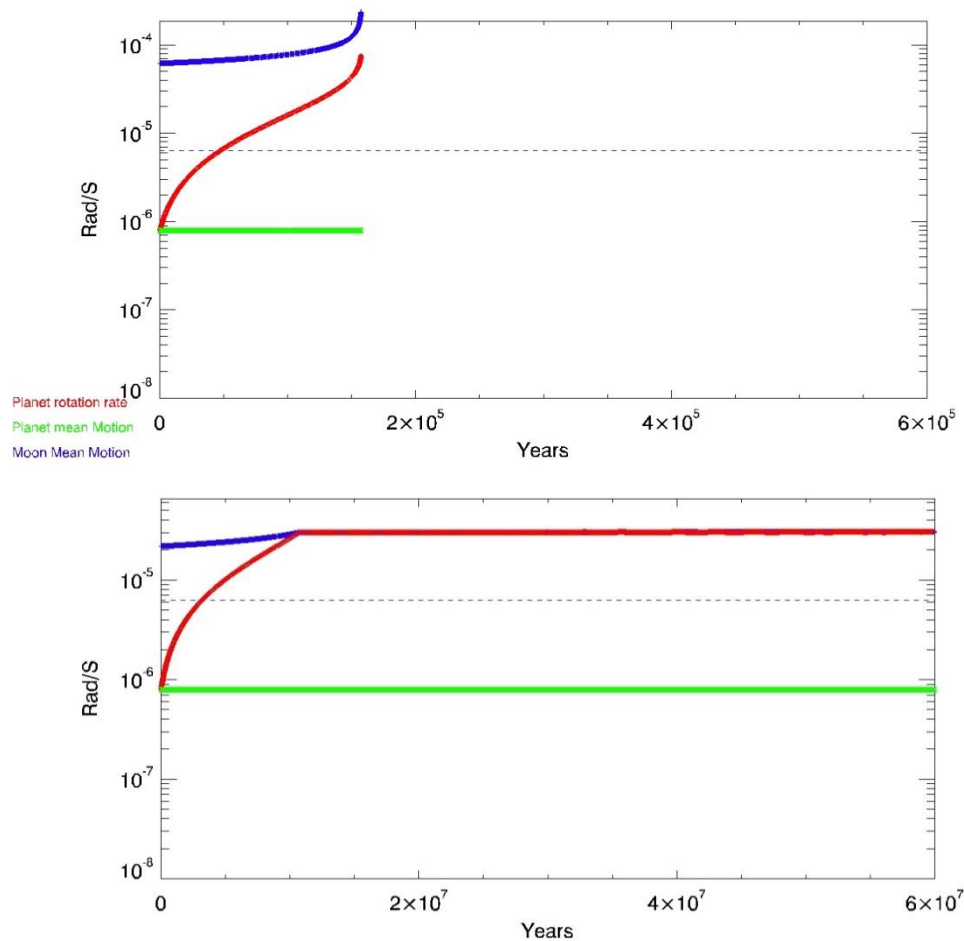


Figure 13 : En haut : résultats pour 10 rayons planétaire, en bas pour 20.

**NB :** attention aux échelles de temps différentes entre les deux graphiques

Etant donné que la planète est initialement synchronisée avec son étoile, sa rotation est très lente et donc son orbite synchrone très éloignée. Par conséquent, même à plusieurs dizaines de rayons planétaires, la lune se situe en deçà de  $R_s$ . Nous avons vu que, dans ce cas-là, la lune devrait avoir tendance à se rapprocher, voire à dépasser la limite de Roche. Or nous observons que la 'survie' de la lune est possible, et même que celle-ci est stable puisque synchronisée avec sa planète (courbes confondues).

⇒ Pour une deuxième conclusion, **il semble qu'il soit plus favorable pour la lune d'être relativement éloignée de sa planète.**

## Période de rotation

L'hypothèse IV concernant la période de rotation de la planète étant pas valable à long terme, nous pouvons faire une seconde hypothèse à ce sujet, basée sur les observations du Système Solaire.

### HYPOTHÈSE VI

Pour des planètes telluriques, nous prenons environ 24h comme période de rotation, et pour des géantes gazeuses environ 10h (rotateur rapide).

### En deçà de l'orbite synchrone

Mes résultats (non exposés ici) ont montré que pour de tels rotateurs, la lune ne survivait pas plus de quelques millénaires si elle était placée initialement en dessous de l'orbite synchrone.

En effet pour des périodes de l'ordre de quelques dizaines d'heures, cette orbite est assez basse, et la lune est très rapidement et fortement attirée par la planète à cause des effets de marées, si elle se trouve en dessous.

⇒ Ces résultats semblent confirmer que **la survie de la lune dépend en grande partie de sa position**, surtout au-dessus de l'orbite synchrone.

### Influence de la masse de la lune

Nous avons vu que la lune semblait désynchroniser la planète de son étoile. C'était dans le cas d'une lune assez massive (1% est en effet assez massif).

Il serait donc intéressant de faire varier la masse de la lune.

	Étoile	Planète	Lune
<b>Masse</b>	Une masse solaire	30 masses terrestres	2% de la planète 1% 0.1%
<b>Rayon</b>		3 rayons terrestres	
<b>Demi grand axe</b>		0.5 ua	30 rayons planétaires
<b>Période de rotation</b>		24h	
<b>Q</b>		300	

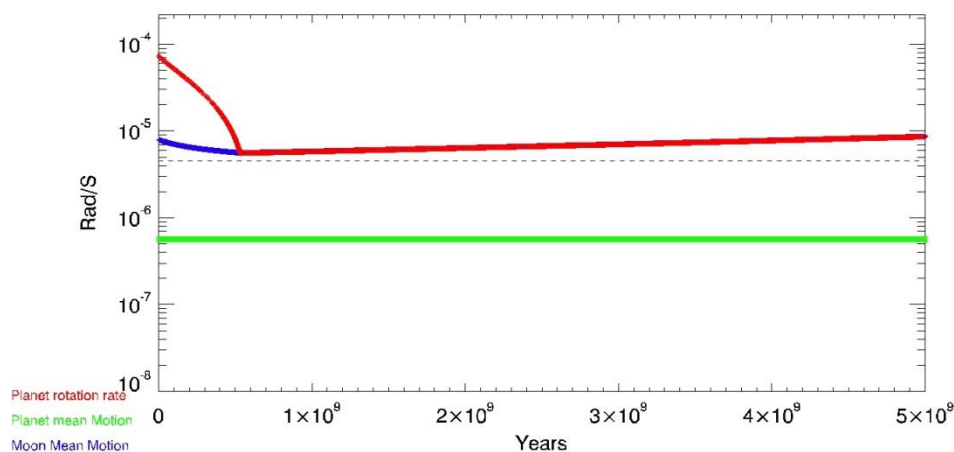


Figure 14 : résultat graphique pour un rapport de masse de 2%

Dans le cas ci-dessus, nous observons la même allure de courbes que pour Pluton et Charon (même dynamique). Ci-dessous, nous remarquons que la planète a eu une tendance à la synchronisation avec son étoile (entouré en jaune).

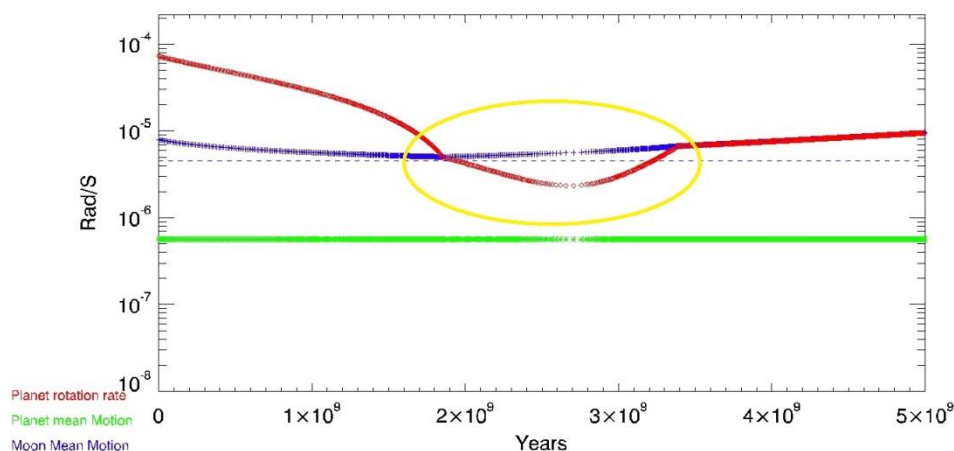
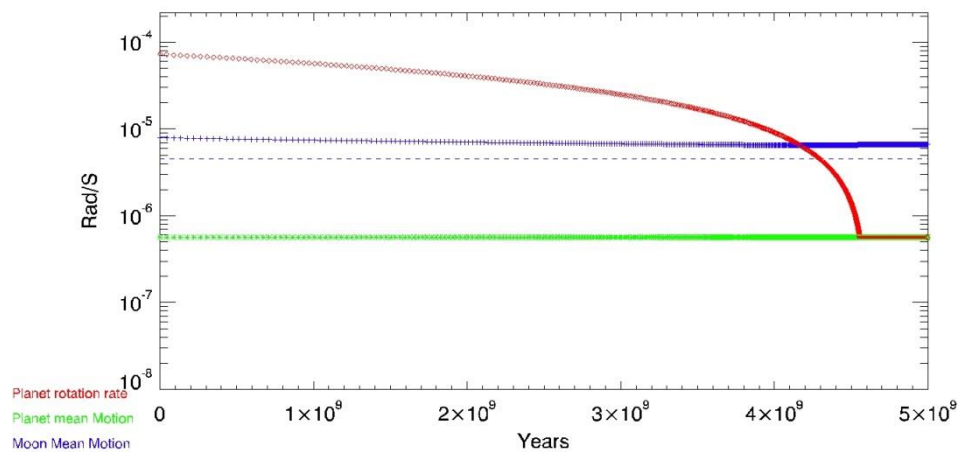


Figure 15 : pour 1%



**Figure 16 : pour 0.1%**

Pour une masse nettement inférieure de la lune, la planète s'est en effet synchronisée avec l'étoile.

⇒ Pour conclure, **il semble que la présence d'une lune de quelques pourcents de la masse de la planète semble empêcher la synchronisation planète – étoile.**

Pour toutes ces simulations, j'avais employé une méthode que je qualifierais de « manuelle » : j'avais en effet huit paramètres d'entrée dans mon programme, dont je devais entrer la valeur à chaque fois (si je décidais de changer la valeur d'une variable, je devais le faire manuellement).

Lors de la suite de mon stage, une seconde approche a été adoptée : une méthode « systématique ».



## ETUDE SYSTEMATIQUE

Comme il n'est pas vraiment possible d'étudier individuellement chaque 'target' CHEOPS de la liste fournie (environ une centaine), une autre approche a été employée.

Pour chaque exoplanète, seulement sa masse et celle de l'étoile, ainsi que le demi grand axe, sont connus (découvertes par vitesse radiale).

Nous avons écrit un second programme qui extrait les quelques données que nous avons sur ces exoplanètes potentielles, et qui exécute plusieurs simulations pour chacune, de manière systématique.

Il s'agit donc :

- De catégoriser par masse les exoplanètes  
Si la masse de la planète est comprise dans une certaine gamme de valeurs, le programme effectuera certaines simulations adaptées à cette gamme.
- De définir des cas d'études en fonction des catégories de masses  
Ces cas d'étude correspondent à différentes configurations du système, impliquant l'exoplanète considérée à chaque fois, c'est-à-dire :
  - déterminer des valeurs de rayon à attribuer pour chaque gamme de masse  
C'est une variable inconnue, il faut donc balayer plusieurs densités/compositions possibles pour une gamme de masse donnée.
  - déterminer des valeurs de Q correspondantes
  - établir des hypothèses quant aux périodes de rotation à prendre en compte
  - choisir quel type de lune est à considérer

## Paramètres planétaires

### Catégorisation par masse et choix de rayon

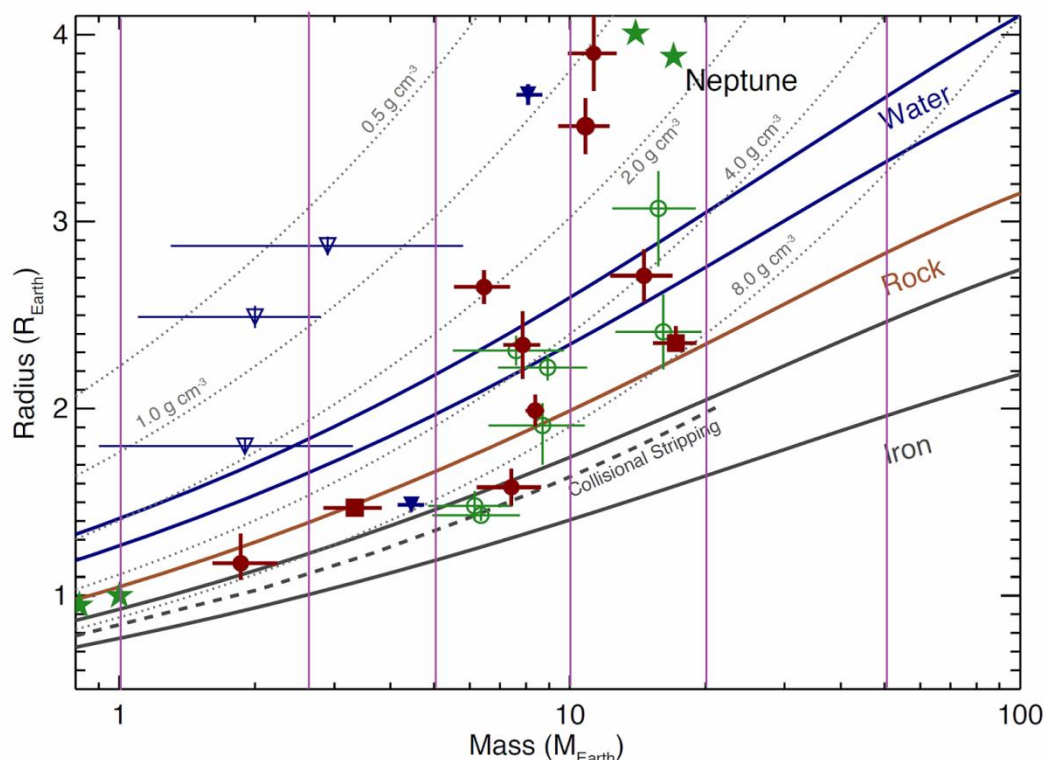
Pour ce faire, j'ai utilisé d'autres diagrammes de masse en fonction du rayon, avec des valeurs plus étendues.

J'ai d'abord déterminé cinq catégories de masse, en fonction des allures des courbes de composition (comme vues précédemment avec la **Figure 11** : fer, silicate, gaz) : ni trop 'étroites', ni trop 'larges' afin de pouvoir considérer que pour une même valeur de rayon, ma composition n'était pas radicalement différente au sein d'une même gamme de masses.

Ensuite, pour chacune de ces catégories, j'ai donc fait le choix de trois valeurs de rayons afin de balayer des compositions intermédiaires, entre les courbes des pôles purs.

Au final, mes valeurs sont donc :

Catégories ( $M_{\oplus}$ )	$M_p \in [1 ; 2.5[$	$M_p \in [2.5 ; 5[$	$M_p \in [5 ; 10[$	$M_p \in [10 ; 20[$	$M_p \in [20 ; 50[$
Rayon ( $R_{\oplus}$ )	1.15	1.25	1.75	2	2.25
	1.4	1.75	2.25	2.5	3.2
	2	2.5	3	3.25	4.2



**Figure 17 :** Diagramme présentant les courbes d'isodensité et de composition, pour des échelles de masse plus étendues, en fonction du rayon. Sont également plotées quelques exoplanètes. Les étoiles vertes sont les planètes du Système Solaire. Les lignes verticales violettes représentent les délimitations de mes gammes de masse. Source : Dumusque et al, 2014.

## Facteur Q

Après plus ample discussion avec Valéry LAINEY, il s'avère qu'il est pratiquement impossible de caractériser Q pour une exoplanète si sa structure interne n'est pas connue.

Par exemple, nous avons vu une valeur de 10 (due aux océans) pour la Terre.

En omettant les océans, la Terre ressemble assez à Mars. Mars a un facteur Q estimé à 80 (JACOBSON 2010, LAINEY et al 2007). Or d'après RAY et al (2001), cette nouvelle valeur pour la Terre est 260 (donc vingt-six fois supérieure à la première valeur).

D'autres exemples de comparaison (entre Jupiter et Saturne notamment) au sein du Système Solaire indiquent clairement que la masse et le rayon (supposé) d'une exoplanète ne sont pas des données suffisantes pour une correcte estimation de la dissipation d'énergie : il est nécessaire de connaître la composition intérieure.

Par conséquent, lors de la suite des recherches, des valeurs extrêmes de Q seront systématiquement testées (peu, moyennement et beaucoup dissipatif).

Dissipation	Faible	Moyenne	Intermédiaire	Importante
Q	5000	500	50	10

## Période de Rotation

(cf **HYPOTHÈSE VI**)

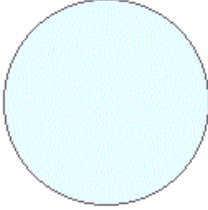
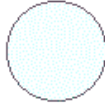





Je considère également une période de rotation égale à celle de révolution, afin de ne pas négliger le cas où la planète est synchronisée avec son étoile (cf **HYPOTHÈSE IV**). La **Figure 13** (en bas) montre qu'une synchronisation planète – lune est possible avec de telles conditions initiales.

## Paramètres liés à l'étoile

### Masse stellaire

En regardant de plus près le tableau de données sur les exoplanètes CHEOPS fourni, il s'est avéré que pour certaines des planètes les masses des étoiles manquaient. J'ai donc dû effectuer des recherches afin de les déterminer. Comme ce sont en fait des valeurs qui ne sont pas connues (étrangement...), j'ai dû faire des estimations pour les masses.

Je me suis donc basée sur leur 'classe spectrale'.

	<u>Main Sequence Stars</u>						
							
Spectral Type:	O	B	A	F	G	K	M
Temperature:	40 000K	20 000K	8500K	6500K	5700K	4500K	3200K
Radius (Sun=1):	10	5	1.7	1.3	1.0	0.8	0.3
Mass (Sun=1):	50	10	2.0	1.5	1.0	0.7	0.2
Luminosity (Sun=1):	100 000	1000	20	4	1.0	0.2	0.01

**Table 1 :** Classification des étoiles de la séquence principale  
Source : <http://www.atlasoftheuniverse.com/startype.html>

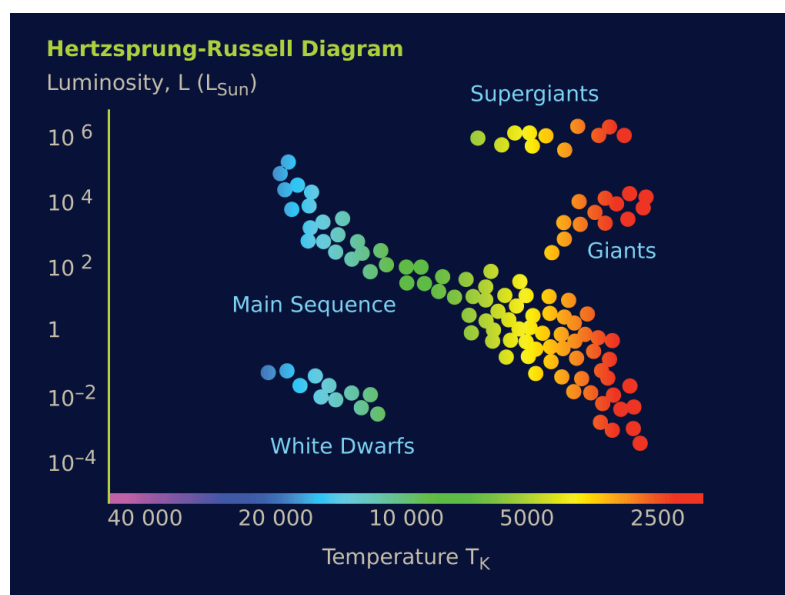
Les masses manquante correspondent à des étoiles qui sont de type F à K.

### ENCADRÉ CHEOPS II

Les cibles potentielles de la mission orbitent toutes autour d'étoiles de masse comprise entre 0.3 et 1.7 masses solaires.

### Echelle de temps

Ensuite il faut définir sur quelle échelle de temps il est pertinent d'étudier l'évolution de ces systèmes. Celle typiquement choisie correspond à l'âge de l'étoile, en supposant que les exoplanètes se sont formées rapidement après.



**Figure 18 :** Diagramme HR indiquant la relation entre le type d'étoile, sa luminosité et sa température (liée à la couleur d'émission). Source : <http://astronomy.starrynight.com/>

Pour les gammes de masses qui nous intéressent, nous nous situons sur la séquence principale de ce diagramme (*une étoile située sur cette séquence ne brûle que de l'hydrogène et de l'hélium*), dans la zone jaune-orange-rouge, et nous savons que ces étoiles ont une durée de vie de l'ordre de quelques milliards d'années.

Par conséquent, pour une première estimation, nous considérons une échelle de cinq milliards d'années.

## Paramètres lunaires

### Masse

Nous avons déjà une première limitation car nous savons que nous ne sommes actuellement pas en mesure de détecter des masses inférieures à celle de la Terre.

Puisque que notre exoplanète CHEOPS la plus massive est presque de 50 masses terrestres, cela représente déjà 2% en terme de rapport de masses.

Nous avons également vu qu'une masse d'au moins 1% de celle de la planète était favorable à la synchronisation planète – lune (**Figures 14 à 16**).

Par conséquent, je décide de prendre des valeurs entre 1% et 10% (cas de Pluton – Charon), ainsi qu'une masse terrestre afin que cette valeur soit automatiquement testée, et également un cas extrêmement massif.

Pour les deux premières gammes de masse, imposer une lune d'une masse terrestres revient surtout à étudier un système 'planète double' plutôt que 'planète – lune'.

Masses lunaires	1%	5%	10%	20% (cas extrême)	$1M_{\oplus}$ (imposée)
-----------------	----	----	-----	----------------------	----------------------------

### Densité

(cf **HYPOTHÈSE V**)

Du fait d'une telle proximité à l'étoile, nous supposons que les lunes ne peuvent être composées que d'éléments réfractaires, ce qui justifie notre hypothèse.

### Demi grand axe

J'ai montré qu'une distance de plusieurs dizaines de rayons planétaires était une condition initiale favorable à la synchronisation planète – lune.

Par conséquent, je choisis :

Demi grand axe lunaire (en rayons planétaires)	10	20	30
---	----	----	----

Avec le choix de ces valeurs, j'élimine déjà les cas (un certain nombre du moins) pour lesquels je sais que la lune dépassera la limite de Roche, et donc ne survivra pas.

## Stratégie de sélection

Avec tous ces paramètres, nous obtenons un total de 540 configurations ( $3 \text{ rayons planétaires} \times 4 \text{ valeurs de } Q \times 3 \text{ périodes de rotation} \times 5 \text{ masses lunaires} \times 3 \text{ demis grands axes lunaires} = 540 \text{ configurations}$ ).

Il faut réfléchir à une méthode d'analyse des résultats rapide et efficace.

Le but étant de déterminer lesquelles des exoplanètes sont les plus susceptibles d'avoir des lunes, je décide de **définir un pourcentage de succès, qui correspond donc à un pourcentage de survie**, et qui permet de déterminer un classement au sein des exoplanètes.

L'exoplanète avec le pourcentage le plus élevé est par conséquent le meilleur candidat.

Je considère donc un succès si :

- La lune ne s'est pas échappée (elle n'est pas au-delà du rayon de Hill)
- La lune n'a pas été détruite par les forces de marée (n'est pas en dessous de la limite de Roche).

Il reste normalement deux possibilités :

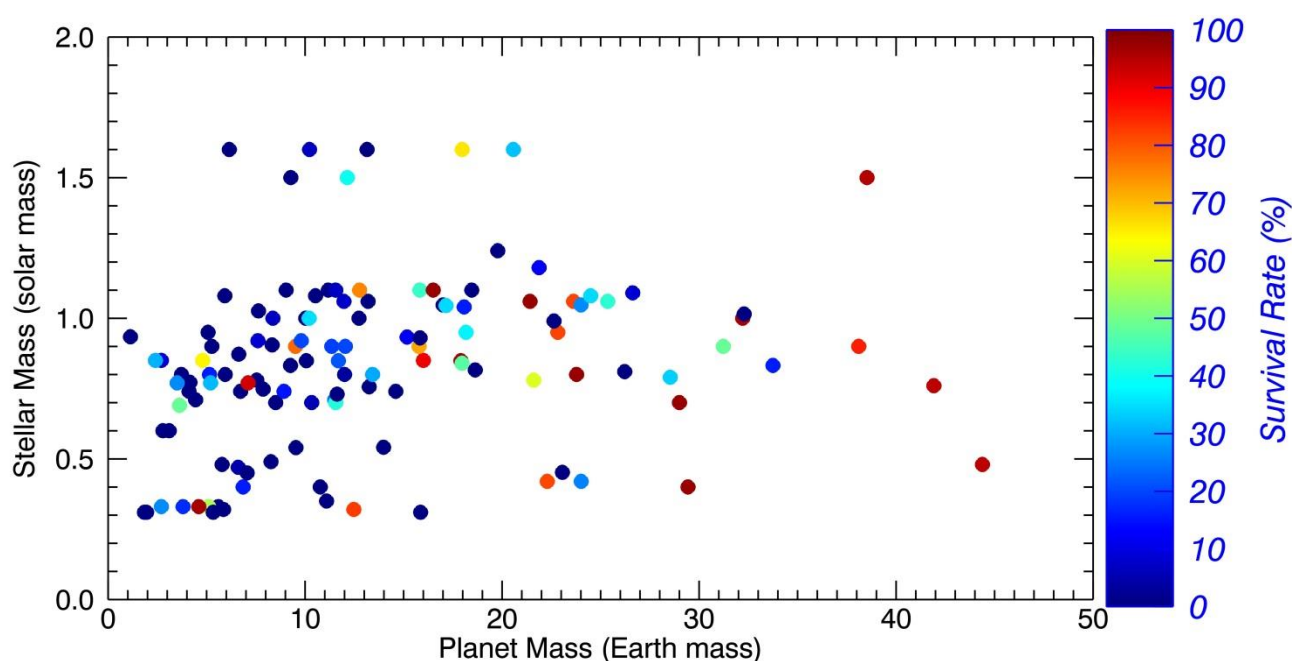
- Elle s'est synchronisée avec la planète (ou bien elle y tend)
- Elle n'a que peu bougé de sa position initiale (soit parce que c'est une position plutôt stable, soit parce que l'échelle de temps est trop courte par rapport à la vitesse d'évolution du système)

## Résultats

Pour des raisons de temps de calculs, ces résultats correspondent à des échelles de temps de cinq cents millions d'années et non de cinq milliards (résultats trop long à obtenir sinon). Mais nous supposons qu'ils sont toujours valables, et que les pourcentages auraient certainement décroît de manière homogène entre les planètes. Cela n'a donc pas d'influence sur les conclusions globales.

## Catalogue CHEOPS

Les résultats montrent que le taux de survie dépend seulement du demi grand axe de la planète.



**Figure 19 :** Dépendance du taux de survie en fonction de la masse de la planète et de celle de l'étoile autour de laquelle elle orbite

Ce graphique ne montre aucune corrélation entre le pourcentage de survie et la masse de la planète / celle de l'étoile. Par conséquent, la survie de la lune ne semble pas dépendre de ces deux paramètres.

Ces résultats sont retrouvés en traçant deux graphiques séparés : le taux de survie en fonction de la masse de la planète, puis en fonction de celle de l'étoile (cf ANNEXE, **Figure 27 et 28**).

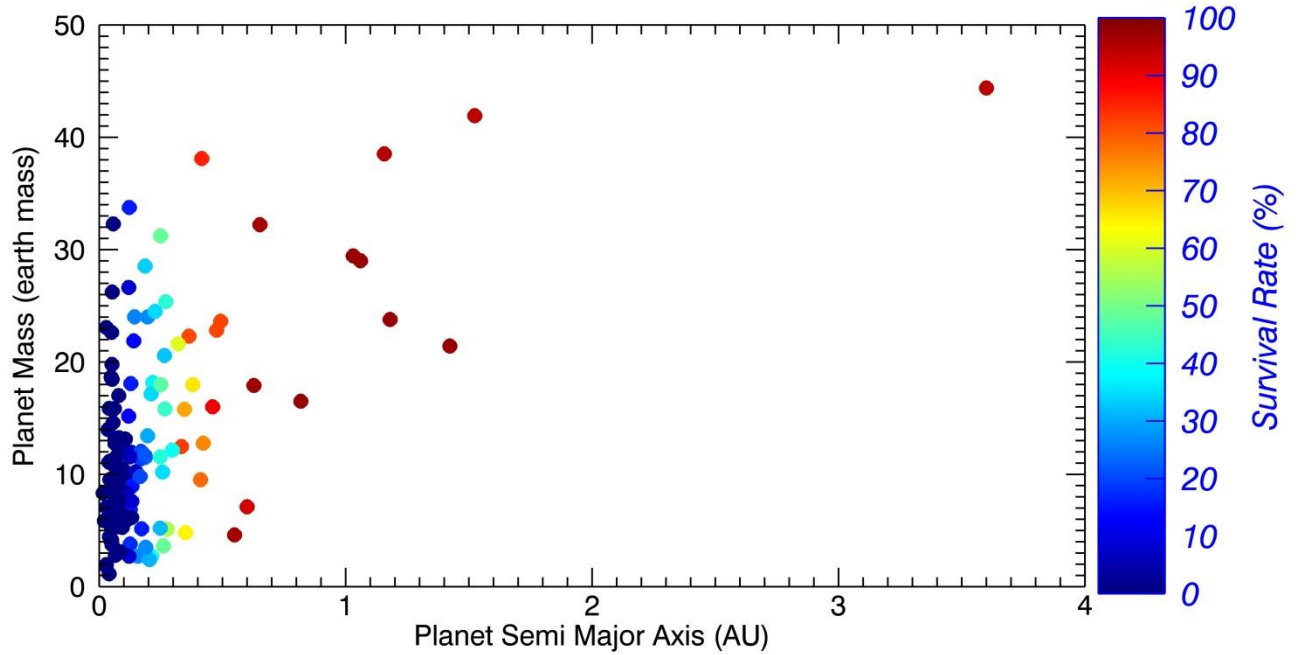


Figure 20 : Dépendance du taux de survie en fonction de la distance à l'étoile et de la masse de la planète

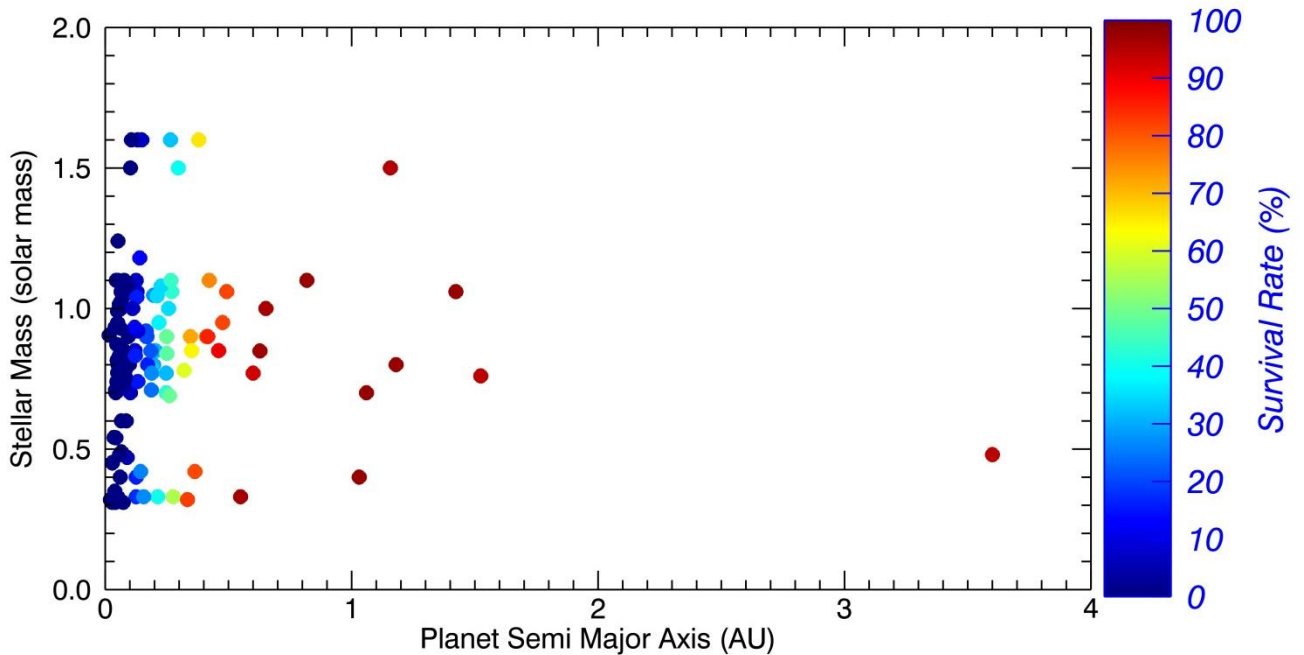


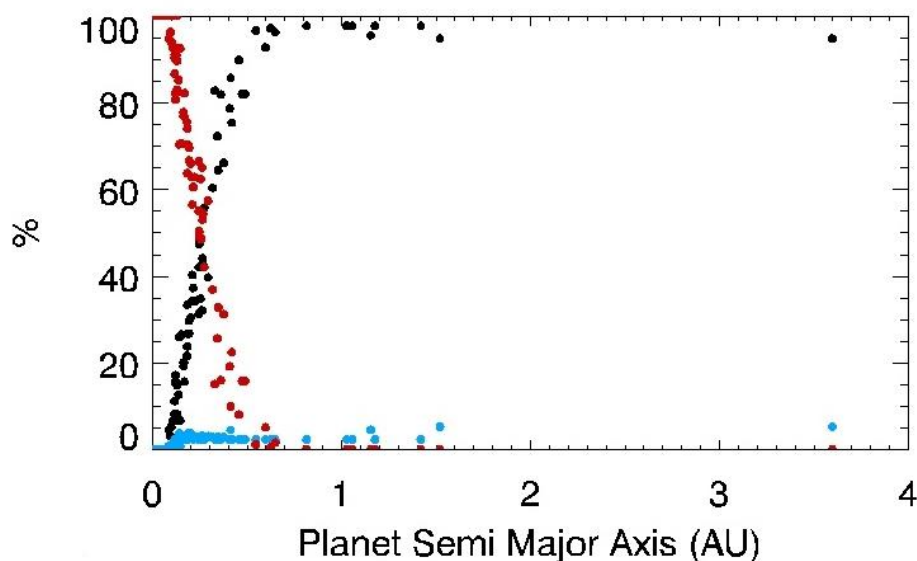
Figure 21 : Dépendance du taux de survie en fonction de la distance et de la masse de l'étoile

Ces deux graphiques montrent clairement le lien entre le pourcentage de survie et la distance à l'étoile : **plus nous sommes éloignés, plus ce pourcentage augmente.**

Ces résultats sont confirmés en traçant le pourcentage seulement en fonction du demi grand axe (cf Figure 22) :

- Le pourcentage de lunes échappées diminue au profit de celui de survie.
- A partir de  $\frac{1}{3}$  d'une unité astronomique, nous avons au moins 50% de réussite, allant en croissant.

Nous remarquons aussi qu'il y a peu de fluctuations du taux (peu élevé) de destruction (cas où la lune a traversé la limite de Roche), ce qui n'est pas étonnant étant donné que je n'avais pas pris en compte les conditions initiales menant à ces cas-là. Cette répartition est retrouvée dans tous les graphiques (cf ANNEXE, Figure 27 et 28).



**Figure 22 :** Dépendance du pourcentage de survie (noir), d'échappement (rouge) et de destruction (bleu) en fonction du demi grand axe de la planète.

## Catalogue RV

Afin d'étendre mes résultats, et par la même occasion de déterminer si l'échantillon de planètes pré-sélectionnées par CHEOPS était représentatif, j'ai travaillé sur un catalogue d'exoplanètes plus étendu comprenant presque toutes les exoplanètes découvertes par vitesse radiale (RV), i.e. environ quatre cent cinquante.

Il y a de nombreuses bases de données d'exoplanètes sur internet, je me suis donc servie de celle fournie sur <http://exoplanets.org/table>.

### Actualisation des paramètres

Pour ces exoplanètes, la gamme de masse était nettement plus large. Par conséquent, j'ai dû adapter mes précédentes hypothèses (cf ANNEXE, **Figure 26**) : je me suis servie des nuages de points (exoplanètes plotées) pour mes estimations de rayons, c'est-à-dire que j'ai pris certaines des valeurs de rayons dans les nuages plutôt que de me baser sur les courbes de composition.

Les périodes de rotation et demis grands axes lunaires restent les mêmes.

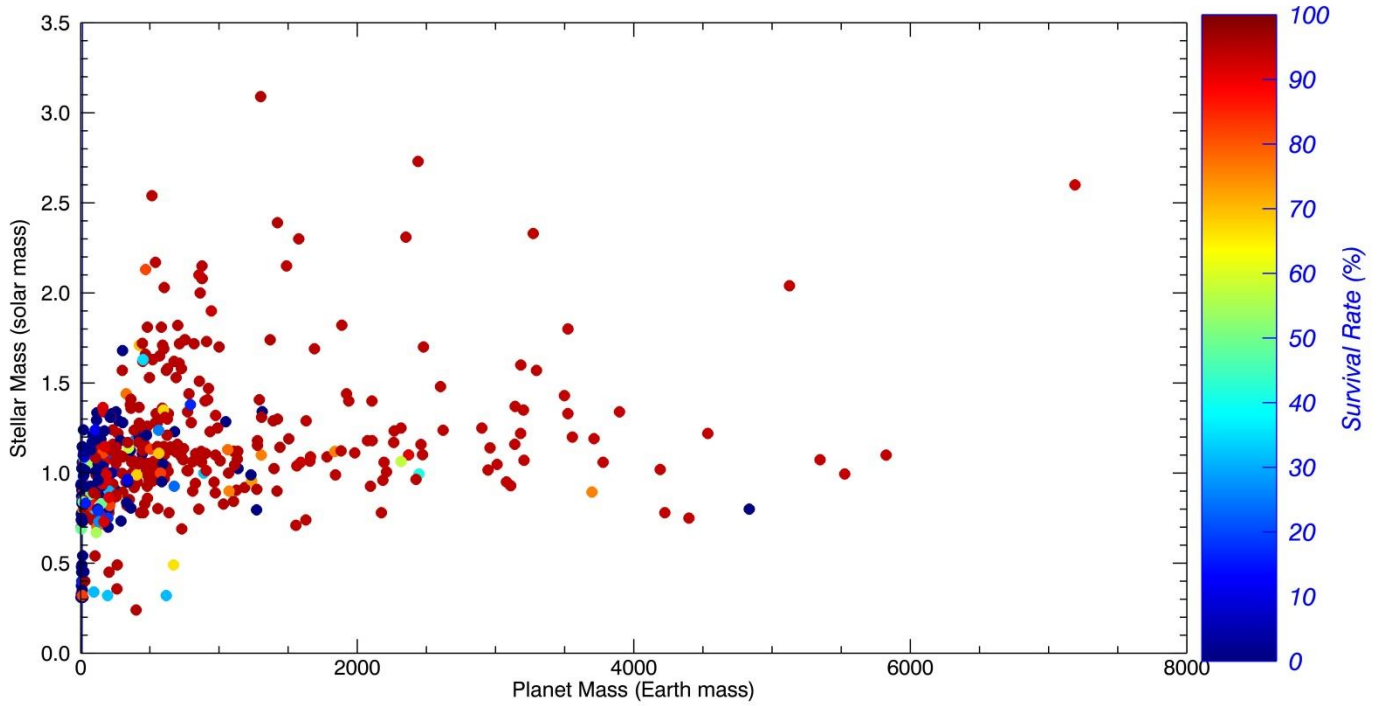
Catégories ( $M_{\oplus}$ )	$M_p \in [1 ; 50 [$	$M_p \in [50 ; 200 [$	$M_p \in [200 ; 1000 [$	$M_p \in [1000 ; 8000 [$
<b>Rayons</b> ( $R_{\oplus}$ )	Inchangés	3.2 4.5 7.5	9 13 16	13 17
<b>Dissipation</b> (Q)	Inchangés	500 5 000 10 000 50 000		
<b>Masses lunaires</b> (%)	Inchangées	0.0001 0.001 0.01 0.05 0.1		

### Résultats

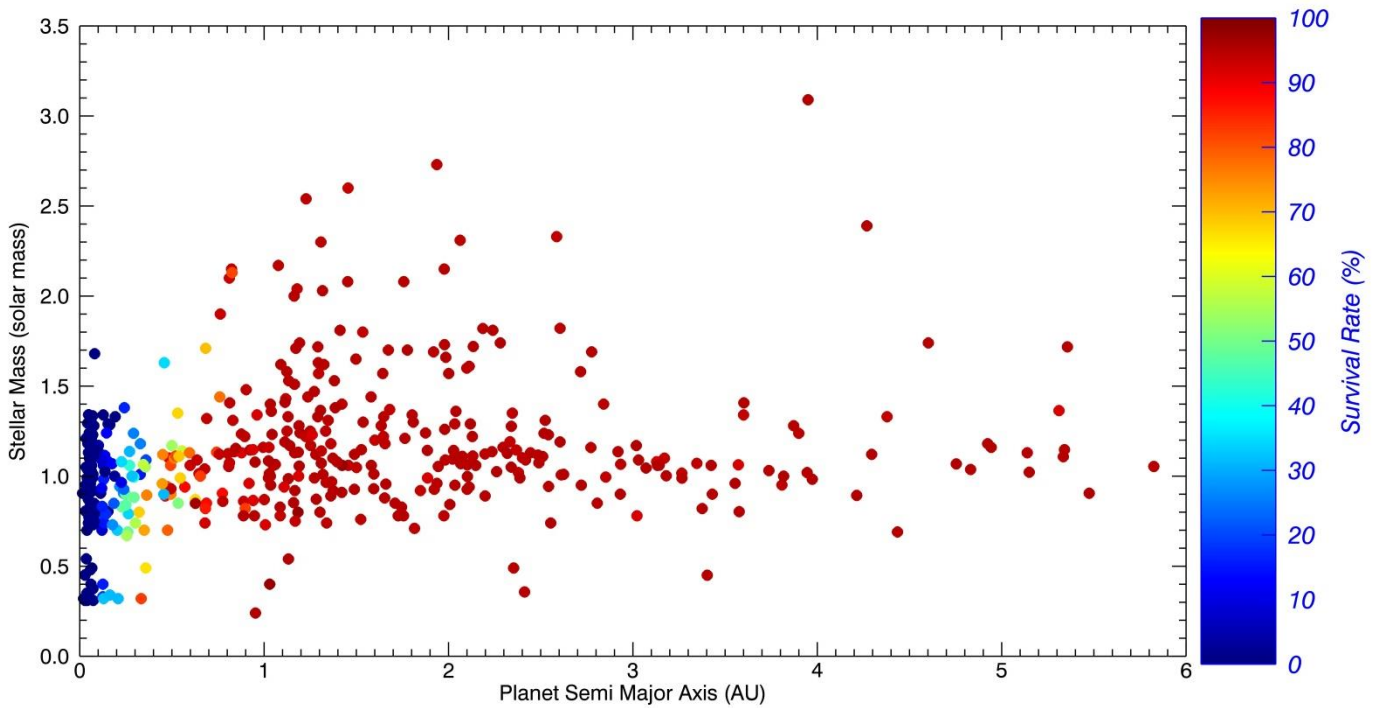
Nous obtenons les mêmes que précédemment (cf ANNEXE, **Figure 29 à 31**):

- Le taux de survie ne dépend que du demi grand axe (cf **Figure 23** et **24**)
- Il y a peu de fluctuation pour le taux de destruction (cf **Figure 25**)
- Le taux d'échappement décroît au profit de celui de survie (cf **Figure 25**)





**Figure 23 :** Dépendance du taux de survie en fonction de la masse de la planète et de celle de l'étoile autour de laquelle elle orbite (cas RV)

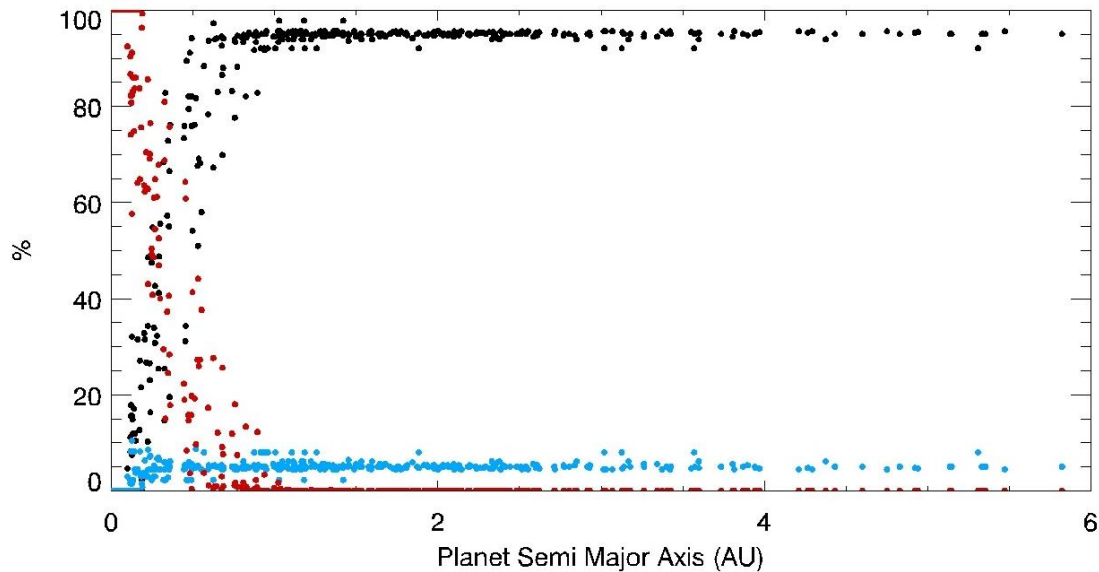


**Figure 24 :** Dépendance du taux de survie en fonction de la distance et de la masse de l'étoile (cas RV)

Nous observons de nouveau que plus nous nous éloignons, plus nous avons de chance de conserver notre lune, surtout à partir de  $\frac{1}{3}$  d'une unité astronomique, où nous dépassons les 50% de survie.

Sur la **Figure 25**, nous avons en effet la même allure de nuages que pour la **Figure 22**.





**Figure 25 :** Dépendance du pourcentage de survie (noir), d'échappement (rouge) et de destruction (bleu) en fonction du demi grand axe de la planète (cas RV).

Nous retrouvons donc tous nos résultats :

- Le catalogue CHEOPS est donc représentatif
- Bien que les gammes de masse pour les planètes RV soient plus vastes, les résultats sont inchangés.

## Quelques cas particuliers

J'ai effectué d'autres séries de simulations afin de m'intéresser plus précisément à certains paramètres ou configurations, notamment :

- Le lien entre le facteur  $Q$ , la masse de la planète et la survie de la lune
- Des cas avec des rotateurs plus rapides

## Dépendance de la masse de la planète

Le fait qu'il faille estimer plusieurs valeurs pour le facteur de dissipation pour chaque planète peut avoir inhibé une potentielle corrélation entre la masse de la planète et la survie de la lune.

J'ai donc supposé une valeur unique pour toutes les exoplanètes du catalogue, de ce fait la même force de marée est exercée par chaque planète.

J'ai pris le cas d'une valeur de 1000, plutôt moyennement dissipatif.

Les résultats montrent que la survie de la lune ne dépend pas de la masse planétaire (cf ANNEXE, **Figure 32**), mais seulement du demi grand axe. Ce sont sensiblement les mêmes.

## Rotateur rapide

J'ai considéré des périodes de rotation deux fois supérieures à celle centrifuge (en deçà, les forces centrifuges sont plus importantes que celle de gravité et la cohésion de la planète n'est plus permise). De cette façon, je peux prendre en compte une distance de 5 rayons planétaires (en plus des cas précédents) et donc une lune plus proche.

Je balaie de nouveau plusieurs valeurs de  $Q$ .

Nous avons de nouveau les mêmes résultats généraux concernant les paramètres liés à la survie de la lune.

La seule différence est que nous dépassons les 50% de survie pour une distance un peu plus grande que précédemment, plutôt une  $1/2$  unité astronomique, au lieu d'un  $1/3$  (cf ANNEXE, **Figure 33**).

Nous observons également une certaine diminution du taux de destruction (cf ANNEXE, **Figure 34**).



## CONCLUSION

Durant ce stage, j'ai caractérisé des systèmes exoplanète-exolune, sous l'influence des forces de marée.

Mes résultats ont montré que la survie de la lune dépendait fortement de son demi grand axe : en effet plus elle était éloignée, plus elle était stable (favorable à la synchronisation avec sa planète).

Malheureusement, ces premiers résultats étaient fortement basés sur des estimations et des hypothèses (parfois basées sur d'autres résultats).

Par conséquent, il a été nécessaire d'établir de nombreuses hypothèses (seulement trois variables sur neuf sont connues) lors de l'étude systématique.

Celle-ci a confirmé que la survie de la lune dépendant (seulement) du demi grand axe planétaire (compte tenu des seules données fournies) : nous pouvons espérer au moins 50% de survie si la planète se situe à une distance supérieure au tiers d'une unité astronomique.

Cette étude montre que l'évolution d'un système planète-lune est grandement dépendante des distances.

## PERSPECTIVES

### *Caractérisation de la période rotation*

Pour caractériser certaines des inconnues, des méthodes peuvent éventuellement être mises en place. Notamment une, basée sur l'étude des courbes de transit planétaire, et proposée par Sébastien CHARNOZ, quant à la période de rotation de la planète, et qui pourrait donner des indications sur la présence possible d'une lune.

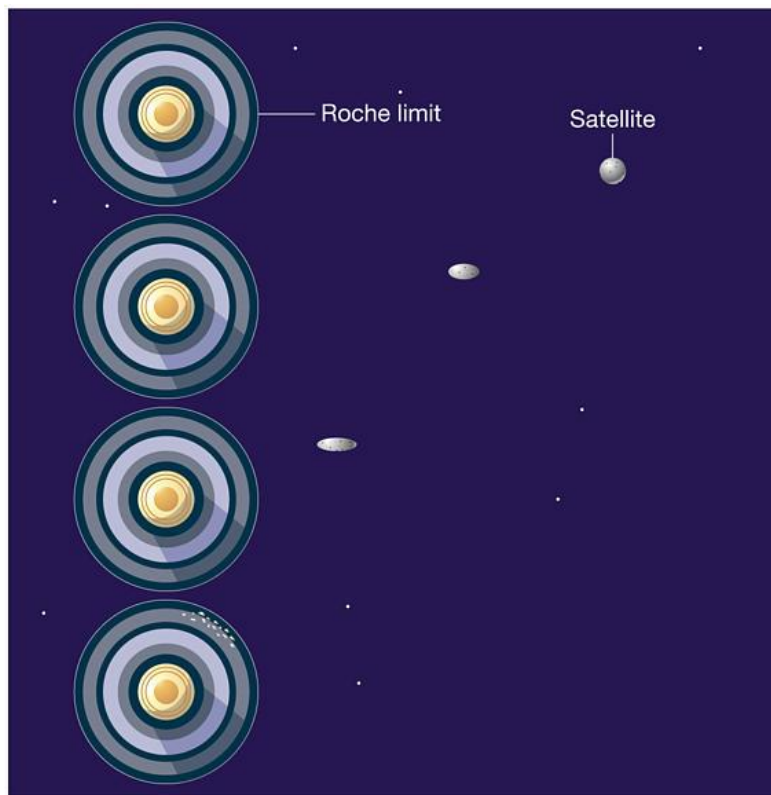
Comme j'ai montré que la masse de la lune influait sur la synchronisation des planètes avec leurs étoiles (quand la masse de la lune augmente, il y a une tendance à la désynchronisation), il s'agirait de mesurer l'aplatissement de la planète due à sa propre rotation : si cet aplatissement est relativement important, la planète tourne plutôt vite sur elle-même, si il est faible, la planète tourne lentement, peut-être assez lentement pour supposer qu'elle est synchronisée avec son étoile (sa période de rotation vaut sa période de révolution).

Cet aplatissement pourrait être caractérisé à partir des courbes de transit (chute plus ou moins brutale de flux).

Ainsi avec le transit, nous pourrions donc déterminer l'aplatissement, relié à la période de rotation, reliée à la possible présence/absence d'une lune.

## Exoanneaux

Les cas (bien que rares il semblerait, mais possibles) des lunes détruites peuvent être considérés dans le cadre de recherches sur les exoanneaux.



Copyright © 2005 Pearson Prentice Hall, Inc.

Les débris issus de la destruction (la force de marée est plus importante que celle de cohésion de la lune) peuvent éventuellement former des anneaux en deçà de la limite de Roche.

Ce sont des objets célestes non encore découverts en dehors de notre Système Solaire.

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon maître de stage Sébastien CHARNOZ pour sa disponibilité et son dynamisme contagieux. C'est grâce à sa vision particulière et poétique des Sciences de l'Univers (UE dont il était mon enseignant) que j'ai décidé de lui demander à effectuer un stage.

Je remercie également Valéry LAINEY pour m'avoir accordée du temps et avoir répondu à mes questions par rapport au paramètre de dissipation.

Je remercie Kévin BAILLIE pour son aide (même si je l'agaçais parfois) en programmation.

Sans oublier Etienne JAUPART, mon fidèle camarade de bureau !

## BIBLIOGRAPHIE ET RÉFÉRENCES

### Livres

- André BRAHIC, *Planètes et Satellites : Cinq Leçons d'Astronomie*, Chapitre 3 : les Mouvements : Tout Tourne ! , 2001, ed. Vuibert,
- Jack J. LISSAUER and Imke De PATER, *Fundamental Planetary Science : Physics, Chemistry and Habitability*, 2. Dynamics : 2.1 the Two-Body Problem, and 2.6 Tides, 2013, Cambridge University Press

### Articles et Revues

- Takashi SASAKI, Jason W. BARNES and David P. O'BRIEN, *Outcomes and Duration of Tidal Evolution in a Star-Planet-Moon System*, The Astrophysical Journal, July 2012
- René HELLER et al. , *Formation, Habitability, and Detection Of Extrasolar Moons*, Astrobiology, Vol. 14, August 2014
- Sébastien CHARNOZ et al. , *Accretion of Saturn's Mid-Sized Moons During the Viscous Spreading of Young Massive Rings : Solving the Paradox of Silicate-Poor Rings Versus Silicate-Rich Moons*, Icarus, October 2011
- Robin M. CANUP, *A Giant Impact Origin of Pluto-Charon*, Science, 2005

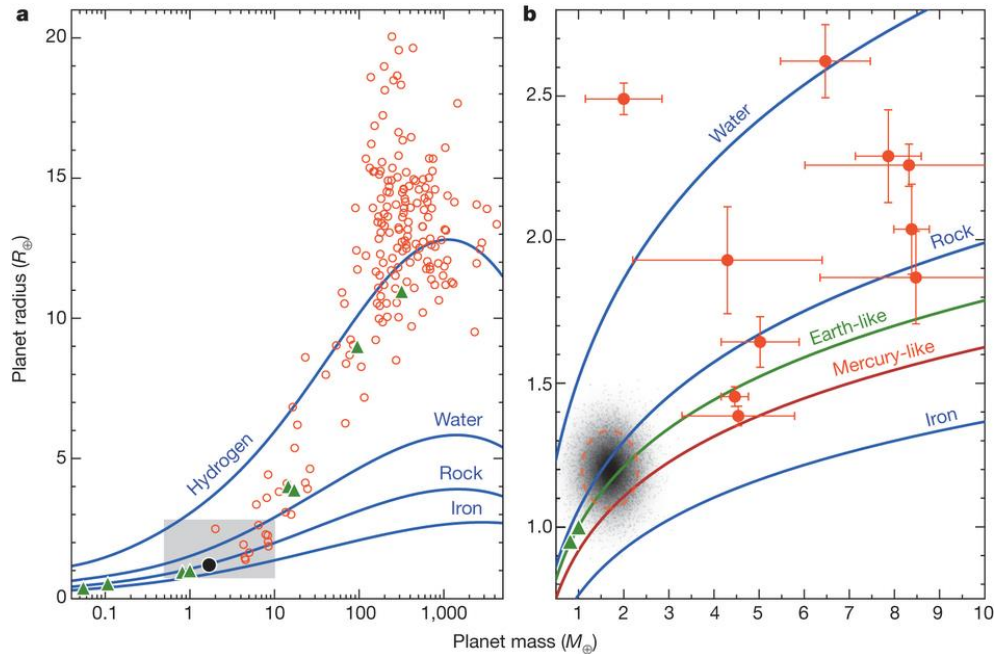
### Figures

- David M. KIPPING et al. , *The Hunt for Exomoons with Kepler (HEK) : III. The First Search for an Exomoon Around a Habitable-Zone Planet*, The Astrophysical Journal, September 2013
- Andrew W. HOWARD et al. , *A Rocky Composition for an Earth-Sized Exoplanet*, Nature, November 2013
- Li ZENG and Dimitar SASSELOV, *A Detailed Model Grid for Solid Planet from 0.1 through 100 Earth Masses*, Publications of the Astronomical Society of the Pacific, March 2013
- Li ZENG and Dimitar SASSELOV, *The Effect of Temperature Evolution on the Interior Structure of H<sub>2</sub>O-Rich Planets*, The Astrophysical Journal, April 2014
- Xavier DUMUSQUE et al, *The Kepler-10 Planetary System Revisited by HARPS-N : A Hot Rocky World and a Solid Neptune-Mass Planet*, The Astrophysical Journal, May 2014



## ANNEXES

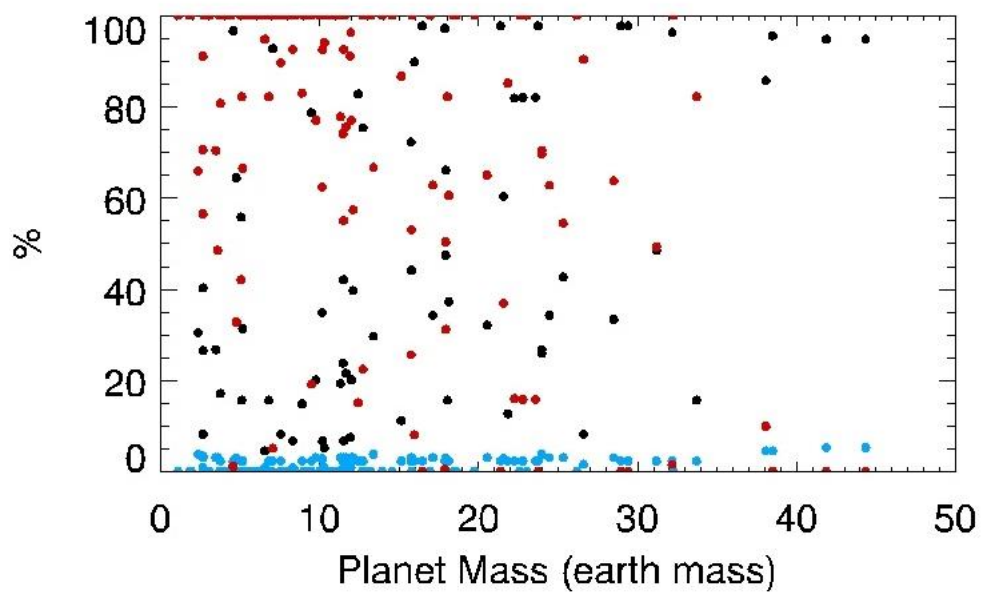
### Diagramme 'Masse vs Rayon'



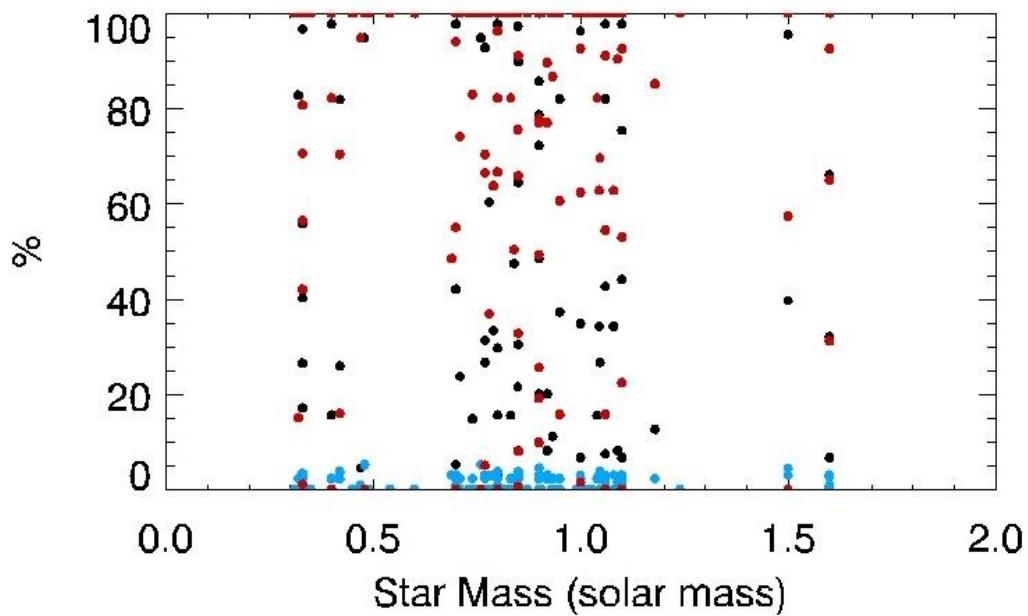
**Figure 26 :** Diagramme présentant les courbes indiquant une composition similaire à la Terre, ou à Mercure. Triangles verts : planètes du système solaire. Cercles rouges : exoplanètes, avec leurs barres d'incertitudes sur (b). Sources : Fisher et al, [2013]

### Graphiques

- Catalogue CHEOPS

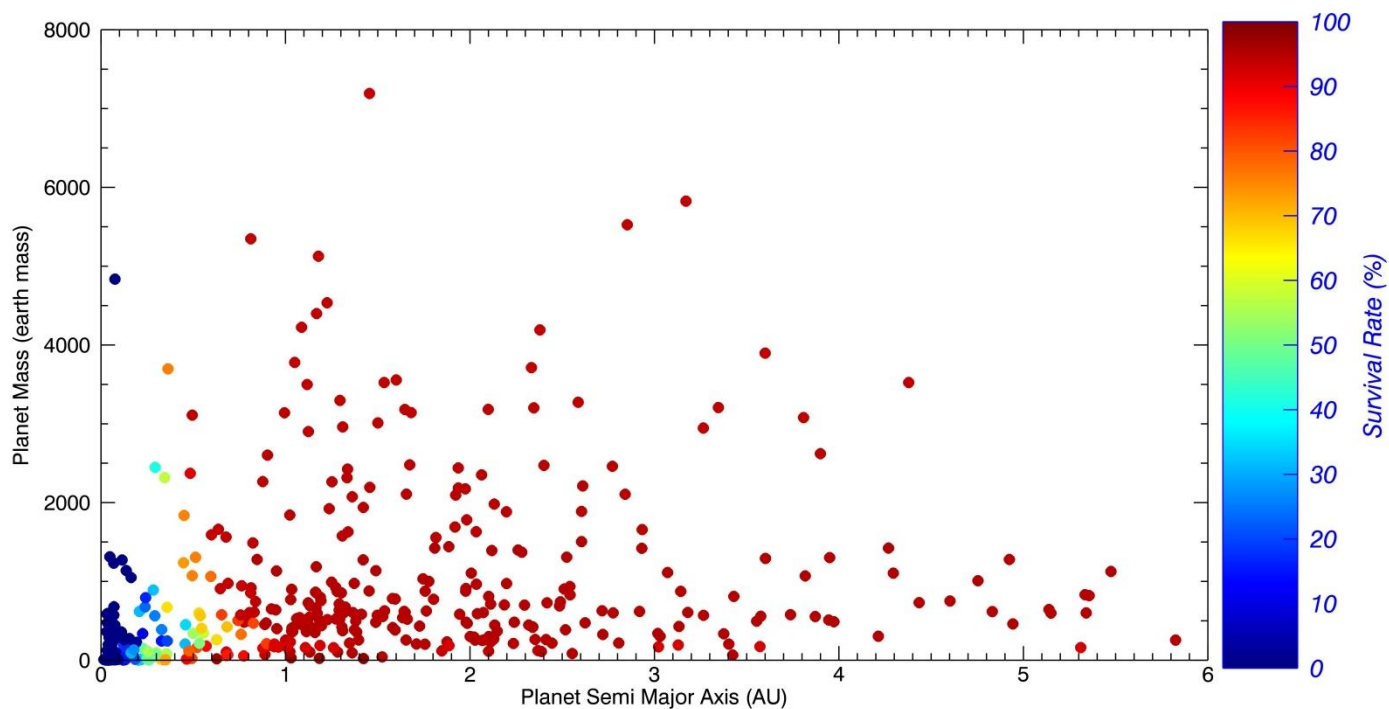


**Figure 27 :** Dépendance du pourcentage de survie (noir), d'échappement (rouge) et de destruction (bleu) en fonction de la masse de la planète.



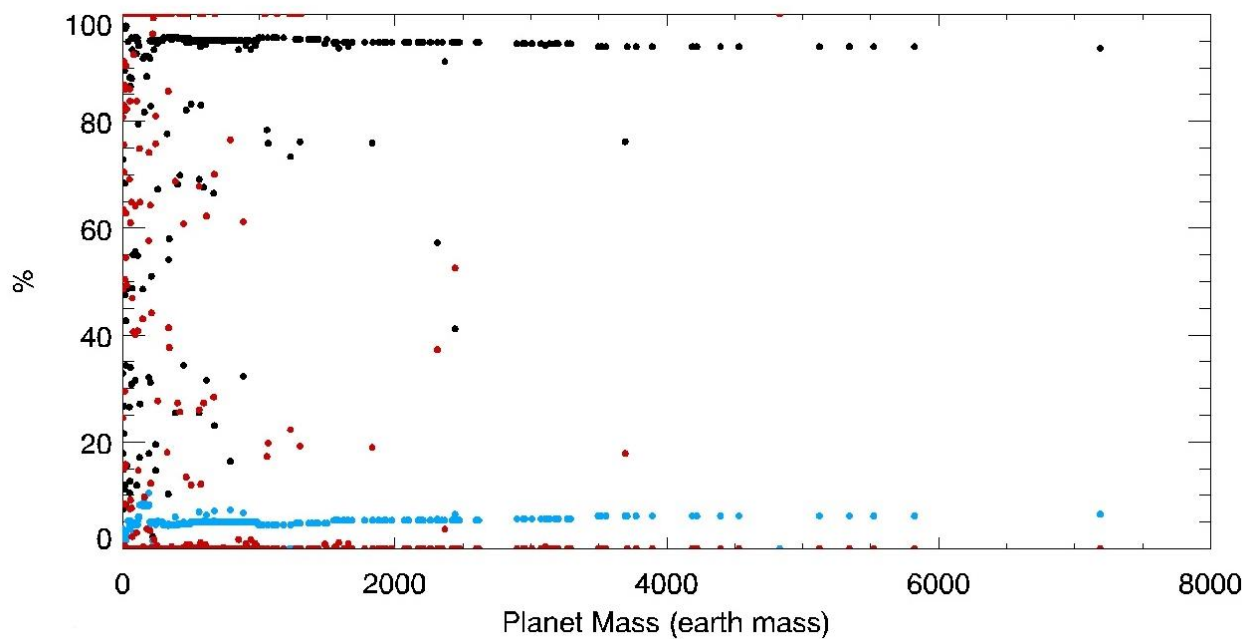
**Figure 28 :** Dépendance du pourcentage de survie (noir), d'échappement (rouge) et de destruction (bleu) en fonction de la masse de l'étoile.

- Catalogue RV

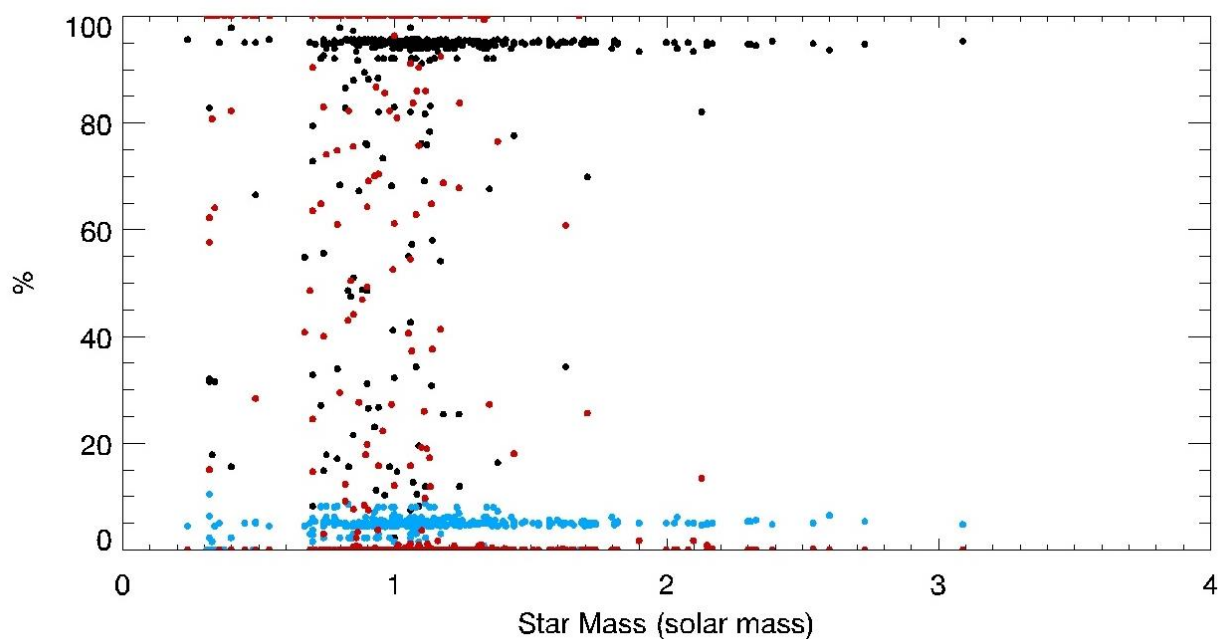


**Figure 29 :** Dépendance du taux de survie en fonction de la distance à l'étoile et de la masse de la planète (cas RV)

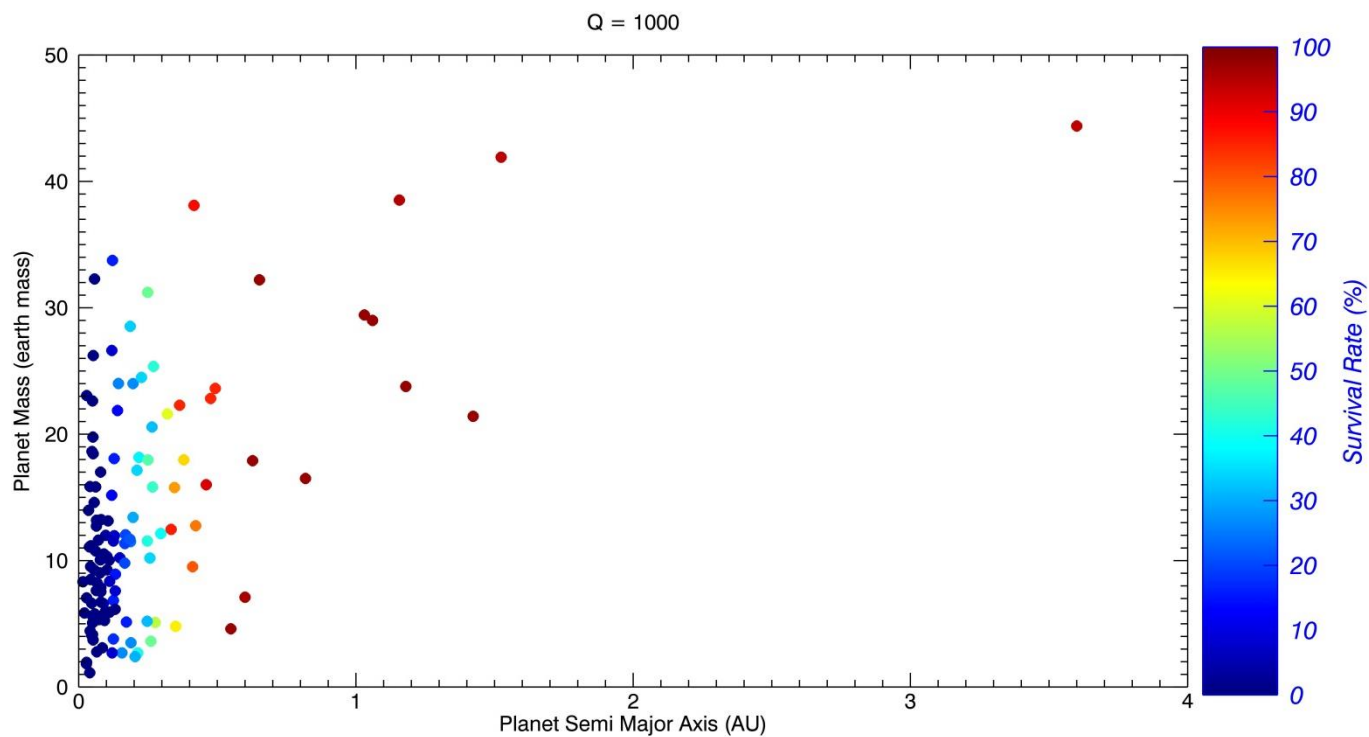




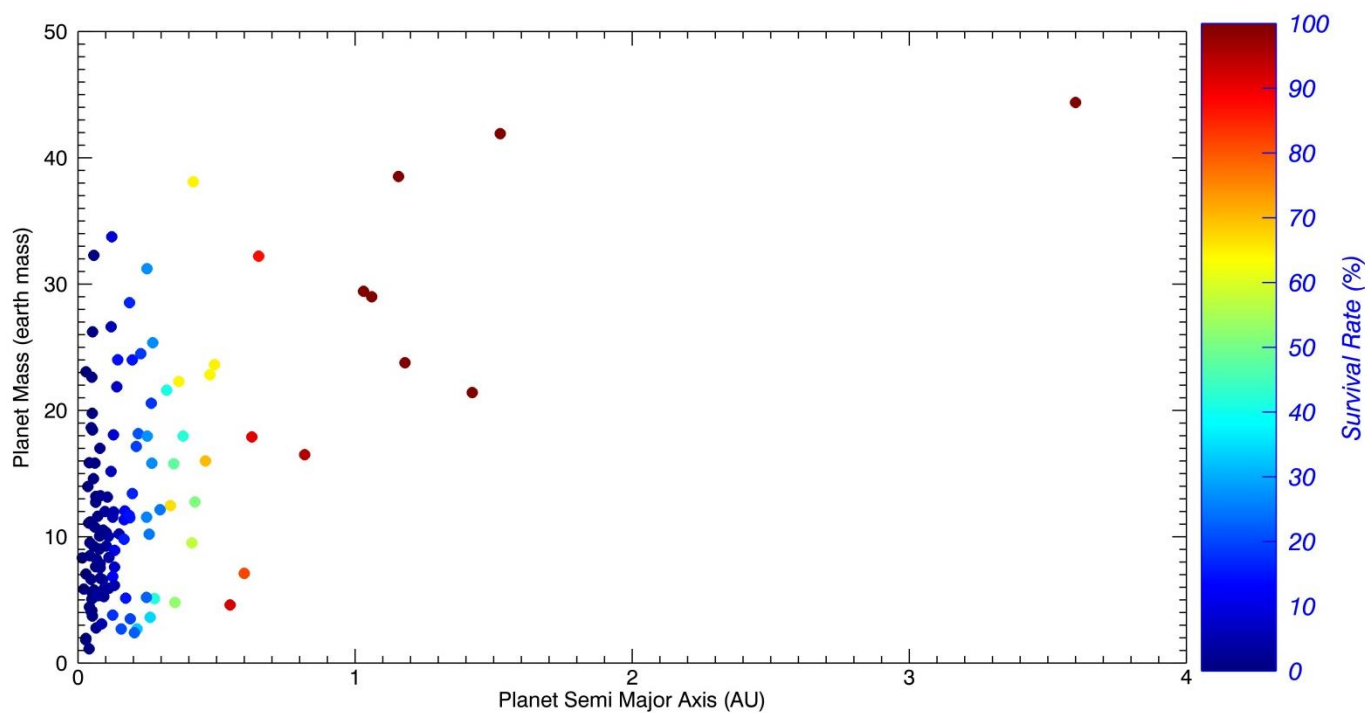
**Figure 30 :** Dépendance du pourcentage de survie (noir), d'échappement (rouge) et de destruction (bleu) en fonction de la masse de la planète (cas RV)



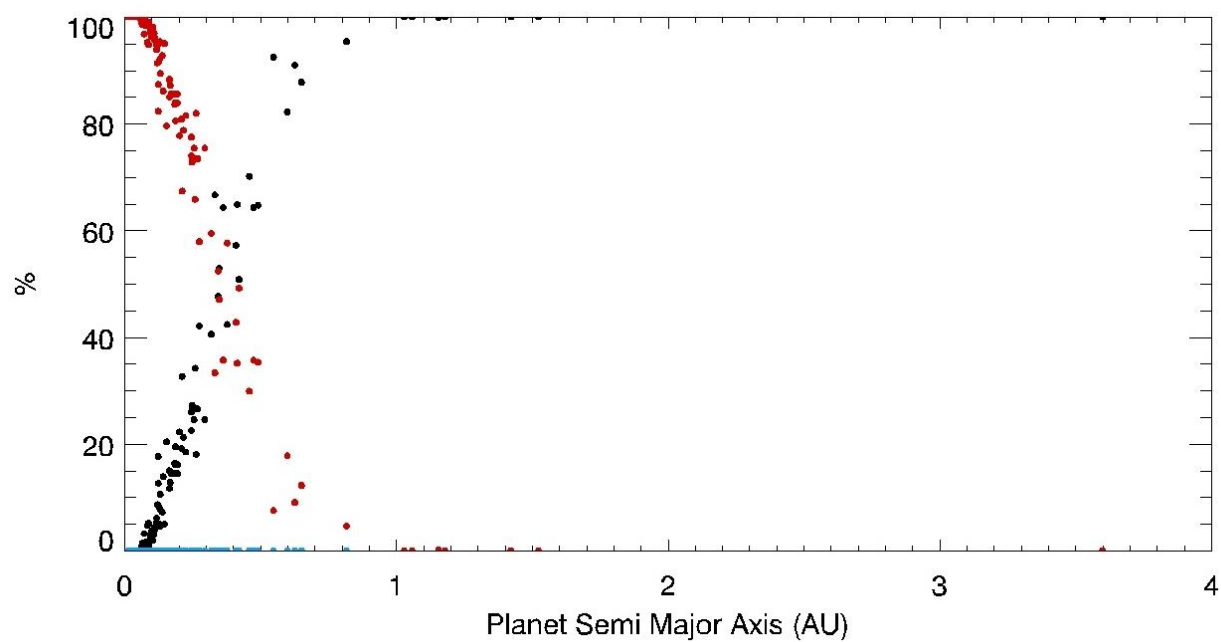
**Figure 31 :** Dépendance du pourcentage de survie (noir), d'échappement (rouge) et de destruction (bleu) en fonction de la masse de l'étoile (cas RV)



**Figure 32 :** Dépendance du taux de survie en fonction de la distance à l'étoile et de la masse de la planète  
(cas à  $Q$  fixé à 1000)



**Figure 33 :** Dépendance du taux de survie en fonction de la distance à l'étoile et de la masse de la planète  
(cas pour une période de rotation rapide)



**Figure 34 :** Dépendance du pourcentage de survie (noir), d'échappement (rouge) et de destruction (bleu) en fonction de la masse de la planète (cas pour une période de rotation rapide)