

UNIVERSITÉ PARIS 7 - DENIS DIDEROT
SCIENCES DE LA TERRE, DE L'ENVIRONNEMENT ET DES PLANÈTES
STAGE DE LICENCE 3

Responsable :
GIOVANNI OCCHIPINTI

Rapport de Stage de :
AMANDE ROQUE-BERNARD

Sous la direction de :
SÉBASTIEN CHARNOZ¹

**Simulation de transits lunaires :
détermination de critères de détectabilité
dans le cadre de la mission CHEOPS**

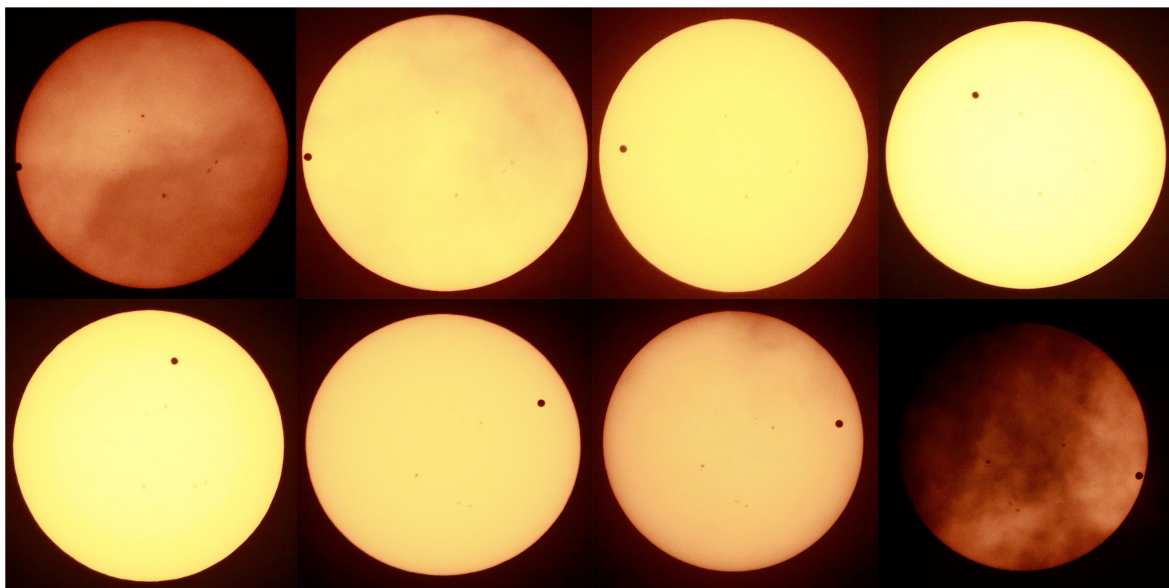


FIGURE 1 – *Transit de Venus devant le Soleil, ©NASA, Juin 2012*

Année Universitaire 2015–2016

1. Membre de l'Equipe de Cosmochimie, Astrophysique et Géophysique Expérimentale

Table des matières

1	Introduction	4
1.1	Contexte et Intérêt Scientifique	4
1.2	Choix du type de système d'étude	4
1.2.1	Sélection pour la planète	4
1.2.2	Hypothèse concernant la lune	5
1.3	Concepts physiques	5
1.3.1	Transits astronomiques	5
1.3.2	Assombrissement centre bord (<i>Limb Darkening</i>)	6
2	Simulation et Transit	7
2.1	Construction d'une courbe de transit	7
2.1.1	Prise en compte de l'ACB, Limites aux bords, Modèle planaire	7
2.1.2	Modèle simplifié de transit	8
2.1.3	Modèle physique : Limite de Roche & Rayon de Hill, Révolutions	9
2.2	Diversité des transits lunaires	11
2.3	Etude sur les passages lunaires	12
3	Méthode de détection, Tests Statistiques	14
3.1	Bruit	14
3.1.1	Scintillation (<i>Flickering</i> ou <i>Twinkling</i>)	14
3.1.2	Bruit de mesure	14
3.2	Principe de la méthode	14
3.3	Application Statistique	16
3.3.1	Sensibilité & Spécificité	17
3.3.2	Confiance positive & négative	18
4	Conclusion & Perspectives	19

Résumé

Le but du stage de troisième année de licence est d'avoir un aperçu du monde professionnel, du monde de la recherche.

Ayant déjà effectué un stage sur les "exolunes" en juin et juillet dernier, également avec Sébastien CHARNOZ, ce stage a donc été pour moi l'expérience d'un travail sur un projet à long terme.

La détection par transit (cf. transit de Vénus devant le Soleil en couverture) est une méthode efficace de découverte d'exoplanètes. Le but de ce stage-ci a été de tester les limites de cette méthode pour la découverte d'exolunes. Les lunes sont des objets célestes fréquents dans le système solaire, il est donc intéressant de chercher à en détecter en dehors, sachant qu'il existe une multitude d'exoplanètes.

En premier lieu, il a été nécessaire d'écrire un programme de simulation de transit qui permettait de calculer des courbes de transits pour un large éventail de configurations orbitales planète - lune, tout en incluant le bruit instrumental pour simuler des observations synthétiques. En second lieu, il a fallu mettre en place une méthode d'analyse de ces transits afin de détecter la présence d'une exolune. Enfin, à l'aide d'une approche Monte Carlo, nous avons caractériser les performance de notre outils de détection.

Pour cette étude est pris comme exemple la planète CoRoT (**CO**nvection, **RO**tation, et **T**ransits planétaires) 9b.

Les résultats ont montré que, pour des lunes de taille terrestre, orbitant autour d'une planète de taille jovienne (Jupiter), i.e. CoRoT 9b, celles-ci étaient aisément détectées.

Remerciements

Je tiens à remercier mon maître de stage Sébastien CHARNOZ pour sa disponibilité et son dynamisme contagieux, et pour m'avoir offert cette seconde opportunité.

Je remercie également Gyula SZABO pour nous avoir fourni ses données de simulations de *flickering* qui m'ont servies pour mon algorithme de transit.

1 Introduction

1.1 Contexte et Intérêt Scientifique

L'étude que j'ai effectuée durant ce stage se place dans le cadre à plus grande envergure des projets de recherche de la mission spatiale CHEOPS (**CH**aracterising **ExO**Planet **Satellite** - Satellite de Caractérisation d'Exoplanète), dont le lancement du satellite est prévu pour 2018.

Celle-ci se focalise sur les recherches liées aux potentielles avancées scientifiques que pourrait nous apporter une étude poussée des exoplanètes. Elles sont au coeur de nombreuses questions scientifiques actuelles : Y a-t-il des systèmes stellaires semblables à notre système solaire ? Y a-t-il d'autres planètes habitables ? Possèdent-elles des lunes ?

Les lunes sont tellement nombreuses eu sein du Système Solaire qu'il est étonnant qu'aucune exolune n'ait été encore découverte. Est-ce une question de limite de détection ou est-ce un phénomène particulier dans notre système ?

L'un des objectifs de la mission CHEOPS est de répondre à cette question.

Le but de ce stage est donc de déterminer dans quelle mesure il est possible de détecter une exolune.

1.2 Choix du type de système d'étude

1.2.1 Sélection pour la planète

Ce stage de troisième année de licence étant la suite logique du précédent stage, les conclusions tirées à partir de ces résultats ont donc servi de base d'étude.

Le but de ce premier stage était de déterminer quel(s) paramètre(s) physique(s) influençai(en)t la survie ("stabilité" à long terme) d'une lune (hypothétique) autour de sa planète, en considérant les effets de marées. Sachant que si la lune est trop proche, la force de marée finira par la disloquer, et si elle est trop loin, elle tendra à s'échapper. Ces paramètres étaient notamment les suivants :

- les masses et rayons stellaires et planétaires
- la distance étoile - planète (= demi grand axe)

Une étude statistique a été effectuée, sur un échantillon comprenant une centaine d'exoplanètes, pour des masses allant de la masse de la Terre, à quelques masses joviennes. Plus de 500 configurations pour chaque exoplanète ont été testées. Les résultats ont clairement montré que, parmi les paramètres connus, seule la valeur du demi grand axe de la planète influait sur la probabilité de survie.

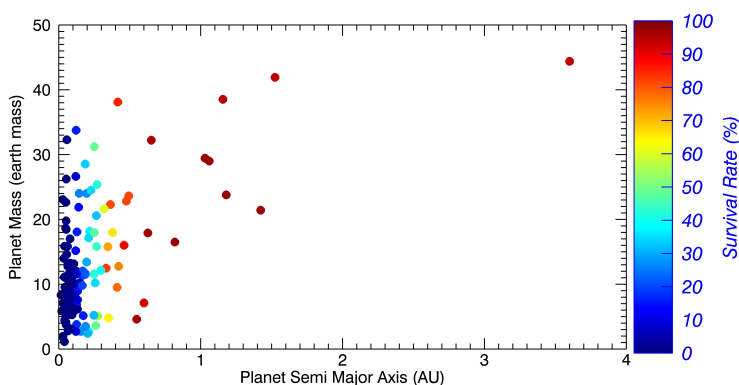


FIGURE 2 – Taux de survie de la lune en fonction de la masse de la planète et de sa distance à l'étoile (exemple de résultats pour un petit échantillon), chaque point représente une exoplanète, Charnoz et Roque-Bernard, 2015

Pour la suite, il faut donc considérer les planètes situées à *au moins* (idéalement) 0.3 unité astronomique (seuil pour dépasser les 50% de survie) de leur étoile. Heller et al [2] ont montré, à partir

de simulations d'évolution de disques d'accrétion, qu'il était possible de former des lunes de taille martienne autour de planètes ayant des dimensions comparables à celles de Jupiter. Le champs de sélection est donc restreint à ces exoplanètes-là.

De plus, la mission ne s'intéresse qu'aux exoplanètes découvertes par transit (voir explication dans la partie suivante). Ne sont pas prises en compte celles découvertes par le télescope Kepler, ce qui élimine nombre de candidates. Parmi les quelques possibilités restantes, CoRoT 9b semble la meilleure option (cf. caractéristiques tableau 2.1.2), elle servira donc de modèle pour l'étude.

1.2.2 Hypothèse concernant la lune

La densité lunaire prise lors de la précédente étude était de 3000 kg.m^{-3} (densité moyenne d'une roche) car à une telle proximité de l'étoile (inférieure à une unité astronomique), il est raisonnable de penser que la lune a une composition majoritaire en éléments réfractaires. Concernant son rayon, la valeur de la Terre est choisie. Il n'est pas impossible qu'il puisse y avoir une lune d'une telle taille autour d'une planète avec des dimensions joviennes même si la Terre est deux fois plus large que Ganymède, la plus grande lune de Jupiter. De plus, nous ne sommes pas sûrs de pouvoir détecter un plus petit objet.

1.3 Concepts physiques

1.3.1 Transits astronomiques

Transit Primaire

Le transit primaire correspond au passage de la planète devant son étoile (The Exoplanet Handbook [3]), dans la ligne de visée observateur (Terre) - étoile. Cela se traduit par une chute du flux lumineux lorsque l'on observe la luminosité de l'étoile au cours du temps. Nous obtenons donc ce genre de profil :

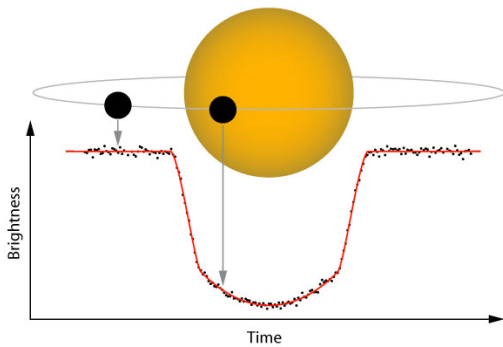


FIGURE 3 – Allure d'une courbe de Transit,
©Institute for Astronomy-University of Hawaiï

La profondeur de transit ΔF (amplitude de la chute) permet de déterminer le rayon de l'exoplanète (en première estimation). En considérant des disques pour les surfaces, nous avons :

$$\Delta F \propto \left(\frac{R_{\text{Planet}}}{R_{\text{Star}}}\right)^2 \quad (1)$$

Transit Secondaire

Le transit secondaire est observé quand la planète passe *derrière* l'étoile. En effet, du fait de son mouvement périodique autour de l'étoile, progressivement la face éclairée de la planète est de plus en plus visible, impliquant une augmentation tout aussi progressive de l'intensité lumineuse apparente. Quand la planète passe derrière, la partie éclairée nous est donc cachée, il y a une chute.

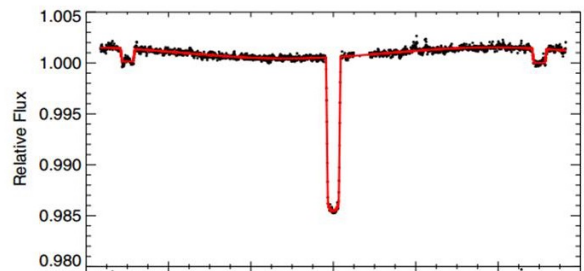


FIGURE 4 – Transits primaires (grande amplitude) et secondaires (faibles amplitudes), Zellem et al [4]

Cette étude porte premièrement sur les transits primaires.

1.3.2 Assombrissement centre bord (*Limb Darkening*)

La luminosité (L) de l'étoile n'est pas homogène sur tout son disque. En effet, elle est plus sombre au bord, et plus lumineuse au centre (cf. fig. 6). L'assombrissement centre bord (ACB pour la suite) est un effet dû à :

– la décroissance de la température (T), et selon la loi de Stefan-Boltzmann (σ la constante)

$$L = \sigma T^4 \quad (2)$$

– la décroissance de la densité,
lorsque nous nous éloignons du centre (structure en oignon).

L'intensité lumineuse $I(\psi)$ (normalisée par la valeur de l'intensité moyenne I_0) peut être calculée en tenant compte de l'ACB comme un polynôme de fonctions cosinus, où généralement $N = 4$:

$$\frac{I(\psi)}{I_0} = 1 + \sum_{k=1}^N A_k (1 - \cos(\psi))^k \quad (3)$$

et où A_k sont des coefficients dépendant de la température, de la magnitude stellaire et de la métallicité.

Les recherches dans le but de préciser cette dépendance (recherche d'une relation mathématique entre ces grandeurs, d'une table de données, cf. papier de Claret [1]) ont été malheureusement peu fructueuses. Par conséquent, pour la suite, les valeurs des constantes solaires seront utilisées.

Dans ce cas, l'expression de l'intensité lumineuse est :

$$\frac{I(\psi)}{I_0} = \sum_{k=0}^2 a_k \cos(\psi)^k \quad (4)$$

avec

$$\sum_{k=0}^2 a_k = 1 \quad (5)$$

Dans le cas du soleil, $a_0 = 1 - a_1 - a_2 = 0.3$, $a_1 = 0.93$, $a_2 = -0.23$.

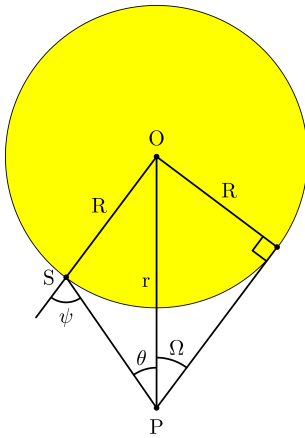


FIGURE 5 – Définition de l'angle d'observation ψ , O : centre de l'étoile, P : observateur, S : Satellite, R : rayon stellaire, r : distance observateur-centre stellaire.



FIGURE 6 – Effet de l'ACB dans le cas du Soleil - image de la photosphère vue à travers un filtre, taches solaires visibles. ©NASA Juin 1992

2 Simulation et Transit

La première étape consiste à mettre au point un programme qui génère des transits, en prenant en compte les phénomènes physiques associés.

2.1 Construction d'une courbe de transit

2.1.1 Prise en compte de l'ACB, Limites aux bords, Modèle planaire

ACB

À chaque instant t (comme origine des temps est pris le moment où la planète est alignée avec le centre de l'étoile, cf. configuration en fig. 13 par exemple), la luminosité de l'étoile vaut :

$$L(t) = 1 - \Delta F_i(t) \quad (6)$$

Et la profondeur de transit :

$$\Delta F_i(t) = f_i(t) \left(\frac{R_i}{R_{Star}} \right)^2 \quad (7)$$

Avec f_i la fonction du *limb darkening* :

si $i = \text{planète}$:

$$f_i(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } |distance(t)_i| > R_{Star} \\ \sum_{k=0}^2 a_k \cos(\psi(t))^k & \text{si } |distance(t)_i| < R_{Star} \end{cases} \quad (8)$$

si $i = \text{lune}$:

$$f_i(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } |distance(t)_i| > R_{Star} \text{ ou } distance(t)_i = distance(t)_p \\ \sum_{k=0}^2 a_k \cos(\psi(t))^k & \text{si } |distance(t)_i| < R_{Star} \text{ et } distance(t)_i \neq distance(t)_p \end{cases} \quad (9)$$

Et la fonction $\psi(t)$ est déterminée de la manière suivante :

$$\psi(t) = \arcsin\left(\frac{distance(t)}{R_{Star}}\right) \quad (10)$$

Limites aux bords

Lorsque la planète (et de même pour la lune) commence à pénétrer devant le disque solaire (de même quand elles sortent), cette progression se fait sous forme d'un croissant (deux disques qui s'intersectent). Il y a donc une chute progressive de la luminosité. Notre modèle ne prend pas en compte cet aspect : la planète est considérée comme un point devant l'étoile et la lune comme un point devant l'étoile et la planète. Nous faisons l'hypothèse raisonnable que $R_{Moon} \ll R_{Planet} \ll R_{Star}$.

Modèle Planaire

Pour simplifier et éviter d'intégrer trop de paramètres au problème, nous considérons que l'observateur se situe dans le plan équatorial de l'étoile, et que les mouvements de la planète et de la lune sont toujours dans ce plan. Autrement dit, il n'y a pas d'inclinaison par rapport au plan de visée.



FIGURE 7 – Schéma du modèle planaire, non à l'échelle

2.1.2 Modèle simplifié de transit

Dans cette première approche, la planète est considérée comme un point passant devant l'étoile. La lune est considérée comme un second point précédant ou suivant sa planète à une distance fixe. Par conséquent le transit planétaire est aussi long que le transit lunaire.

En effet les deux astres ont donc une vitesse constante :

$$Velocity = \frac{Distance}{Transiting Time} \quad \text{avec} \quad Distance = R_{Star} \quad (11)$$

Une durée de transit peut arbitrairement être choisie pour la planète, de même qu'un retard ou une avancée pour la lune.

Selon cette configuration, deux allures de transit sont possibles :

- quand la lune est en avance (cf. fig. 8.(a)), elle arrive avant la planète devant l'étoile ("queue" i.e. la lune, qui précède la chute due à l'arrivée de la planète, cf. fig. 9),
- quand elle est en retard (cf. fig. 8.(b)), elle arrive et sort du disque stellaire après la planète ("queue" qui suit, cf. fig. 10, 11).

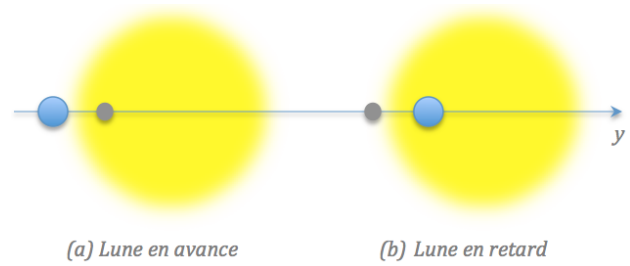


FIGURE 8 – Schéma du retard, de l'avancée, d'une lune

Ci-dessous des exemples pour une planète de la taille de Jupiter, dont le transit dure 3.5 heures, avec une lune ayant un rayon deux fois supérieur à celui de la Terre (pour améliorer sa visibilité sur les figures).

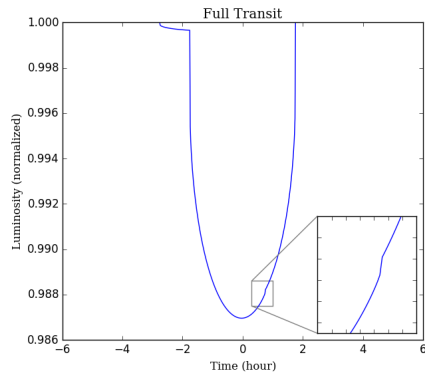


FIGURE 9 – Transit d'une lune en avance d'une heure, zoom : sortie de la lune

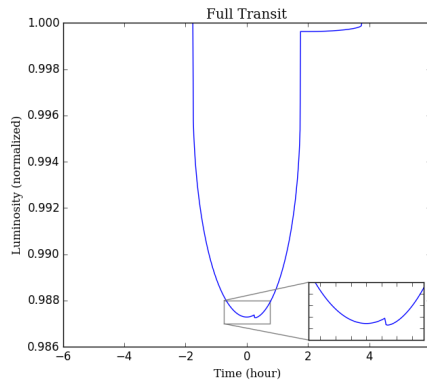


FIGURE 10 – Transit d'une lune en retard de deux heures, zoom : entrée de la lune

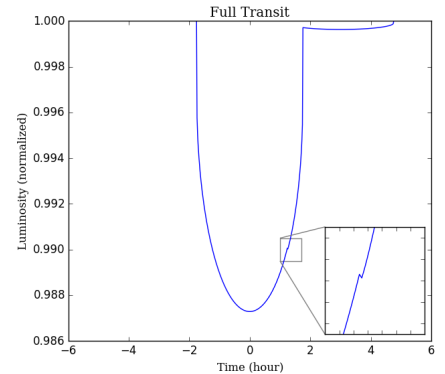


FIGURE 11 – Transit d'une lune en retard de trois heures, zoom : entrée de la lune

Bien que la taille de la lune ait été augmentée, nous remarquons que son passage ne forme qu'une petite structure en comparaison du transit planétaire.

Ces résultats donnent néanmoins une première idée de ce qu'il faut chercher si nous espérons détecter une lune.

Pour la suite, nous travaillerons sur CoRoT 9b, avec une lune de taille terrestre.

Caractéristiques de CoRoT 9b

Masse de la planète	0.844 Masse jovienne
Masse de l'étoile	0.99 Masse solaire
Rayon de la planète	1.05 Rayon jovien
Rayon de l'étoile	0.94 Rayon solaire
Distance à l'étoile	0.407 unité astronomique
Durée du transit (= $\tau_{transit}$)	8h

2.1.3 Modèle physique : Limite de Roche & Rayon de Hill, Révolutions

Le précédent modèle ne prenait pas en compte le fait que la lune tourne autour de sa planète et la planète elle-même autour de l'étoile.

De plus, la lune ne peut être située que dans une certaine gamme de distance de sa planète.

Limite de Roche & Rayon de Hill

La distance de la lune à la planète est toujours comprise entre la limite de Roche et le rayon de Hill.

En deçà de la limite de Roche a_R , aucune lune n'est viable, les forces de marées (effets différentiels de la force gravitationnelle) disloqueront rapidement la lune. En revanche, il peut y avoir des débris (par exemple les anneaux de Saturne).

$$a_R = 2.456 R_{Planet} \sqrt[3]{\frac{\rho_{Planet}}{\rho_{Moon}}} \quad (12)$$

Des lunes ayant des densités différentes admettent des limites de Roches différentes. Celles-ci diminuent quand les densités augmentent (les lunes deviennent plus "résistantes" aux effets de marées).

Pour CoRoT 9b, la limite de Roche équivaut à 0.02 rayon planétaire, ce qui représente une très petite distance, mais ce n'est pas étonnant car sa densité n'est que de 1.6 g.m^{-3} (similaire à celle de Jupiter).

La sphère de Hill correspond à la sphère d'influence gravitationnelle de la planète. Au delà, l'attraction stellaire domine, la lune s'échappe et se met en orbite autour de l'étoile. Le rayon de cette sphère vaut :

$$R_H = a_{Planet} \sqrt[3]{\frac{M_{Planet}}{3M_{Star}}} \quad (13)$$

Puisque nous considérons des planètes situées à moins d'une unité astronomique de leur étoile, leurs sphères sont relativement petites bien que ce soit des planètes plus massives que Mercure ou Venus. Pour CoRoT 9b, cette distance représente 54 rayons planétaires.

Prise en compte des révolutions

Puisque la planète et la lune effectuent des révolutions (sens trigonométrique), nous devons déterminer à quelle distance D (distance projetée) elles se situent par rapport au centre de l'étoile à chaque instant.

En définissant θ comme l'angle entre la ligne de visée et la droite joignant l'étoile à la planète (demi grand axe a_{Planet}), ou joignant la planète à la lune (demi grand axe a_{moon}), nous avons :

$$D_{ij}(t) = a_i \sin(\theta_{ij}(t)) \quad (14)$$

où

$$\theta_{ij}(t) = \theta_{ij}^0 + \omega_i t \quad (15)$$

– Pour la planète (cf. fig. 12) :

Selon la définition de notre origine des temps : $\theta_{ps}^0 = 0$.

Sa vitesse angulaire vaut :

$$\omega_{Planet} = \sqrt{\frac{G (M_{Star} + M_{Planet})}{a_{Planet}^3}} \quad (16)$$

Mais nous pourrions ne pas prendre en compte la masse de la planète comparée à celle de l'étoile.

– Pour la lune (cf. fig. 13) :

$$D_{ms}(t) = D_{mp}(t) + D_{ps}(t) \quad (17)$$

En premier lieu, une variable α (finalement peu facile à manipuler) a été introduite comme le rapport entre la période de révolution de la lune (τ_{Moon}) et la durée du transit planétaire ($\tau_{transit}$).

Dans ce cas, la vitesse angulaire vaut :

$$\omega_{Moon} = \frac{2\pi}{\tau_{Moon}} \quad \text{avec} \quad \tau_{moon} = \alpha \tau_{transit} \quad (18)$$

Ce qui nous donne la distance de la lune à la planète :

$$a_{Moon} = \sqrt[3]{\frac{G M_{Planet}}{\omega_{Moon}^2}} \quad (19)$$

En second lieu, il a été choisi de définir la distance en premier (plus intuitif), puis de déterminer la vitesse angulaire en fonction, ce qui correspond à adapter l'équation (16) pour la lune.

Concernant θ_{mp}^0 , il est sélectionné entre 0 et 2π .

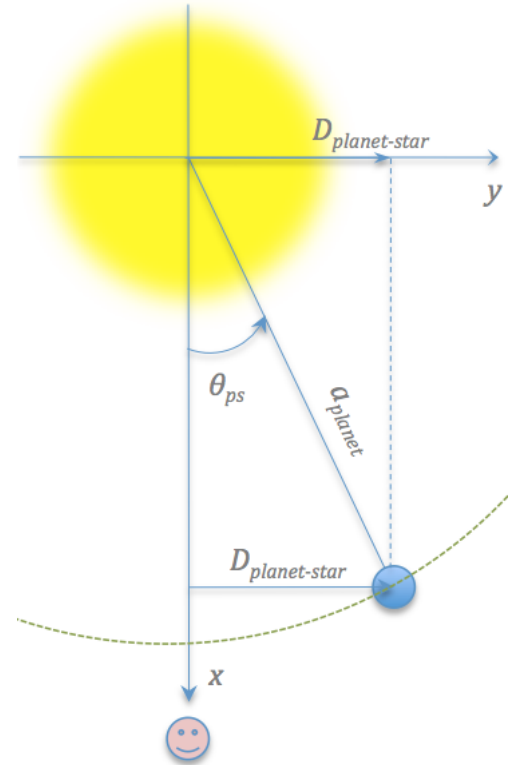


FIGURE 12 – Schéma des paramètres géométriques de la planète, pointillés verts : trajectoire de révolution de la planète

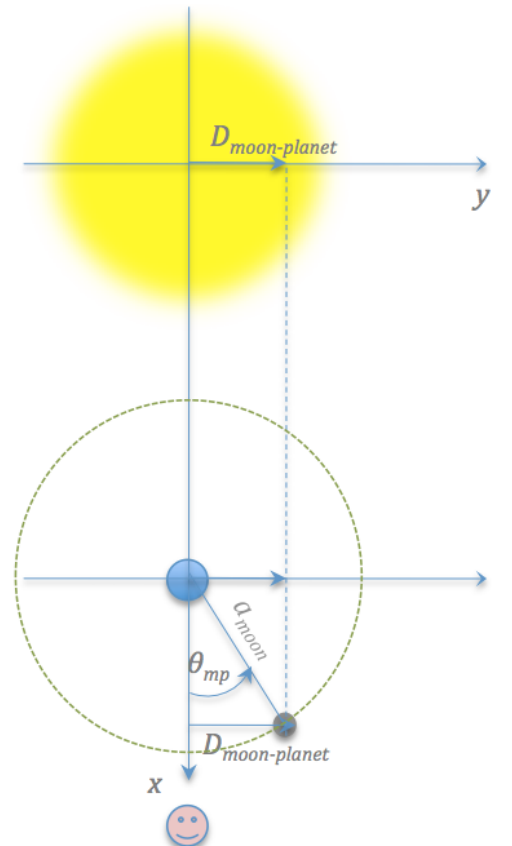


FIGURE 13 – Schéma des paramètres géométriques de la lune, pointillés verts : trajectoire de révolution de la lune

2.2 Diversité des transits lunaires

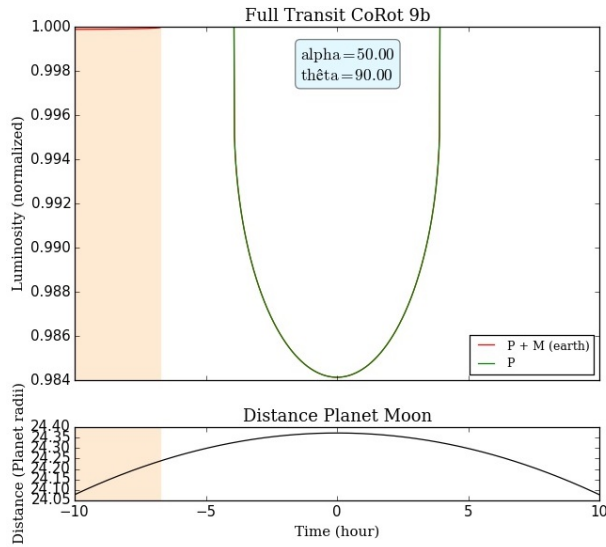


FIGURE 14 – *Cas d'une lune loin de sa planète*

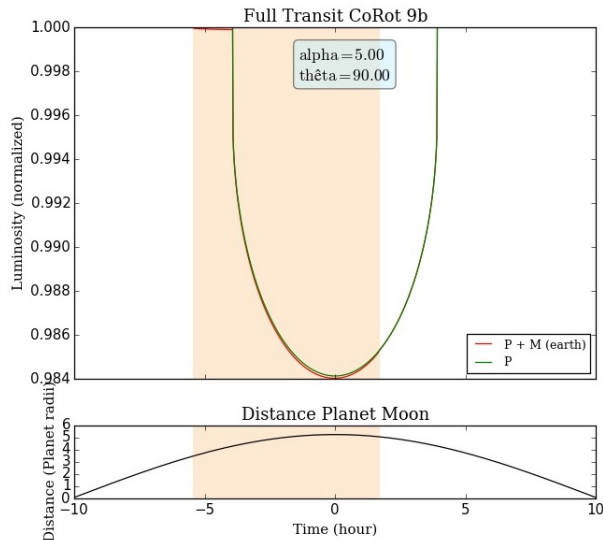


FIGURE 15 – *Cas intermédiaire*

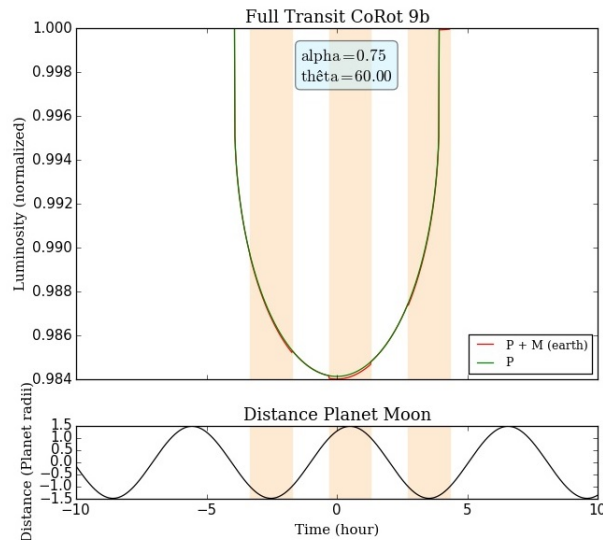


FIGURE 16 – *Cas d'une lune proche*

(Les passages lunaires sont marqués par des bandes orangées.)

Une étude sur l'influence des paramètres $\{a_{Moon}, \theta_{mp}^0\}$ permet de mettre en évidence trois principaux types de transit lunaire :

- quand la lune transite en dehors de la planète, avant (transit fig. 14) ou après,
- quand la lune transite en même temps que la planète, mais longuement (transit fig. 15),
- quand la lune transite en même temps que la planète, et effectue plusieurs petits transits (transit fig. 16).

La durée du transit et le nombre de passages sont un indicateur de la distance de la lune.

En effet dans le troisième cas, la lune effectue plusieurs transits car elle tourne rapidement autour de la planète (grande vitesse angulaire), elle est alternativement derrière/devant (quand la distance projetée vaut zéro, cf. graphique de la distance fig. 16) et dans le champs de vision : elle est donc proche. Dans ce genre de cas, la lune transite toujours en même temps que la planète, avec éventuellement un retard ou une avancée, mais de très courte durée.

Les cas pour lesquels le transit lunaire arrive à une période éloignée de celui de planète indiquent que la lune est relativement loin (transit fig. 14).

Quand la lune est loin, selon sa position (en terme d'angle θ) lorsque la planète entre devant le disque stellaire :

- un long transit peut être observé (transit fig. 15)
- aucun transit ne peut être visible car la lune reste cachée derrière la planète, ou bien elle est devant la planète, dans son ombre.

2.3 Etude sur les passages lunaires

En simulant une centaine de distances a_{Moon} possibles entre la limite de Roche et le rayon de Hill, pour une centaine d'angles θ_{mp}^0 entre 0 et 2π (1000 configurations possible, 100 angles fois 100 distances), nous pouvons déterminer dans quelle(s) configuration(s) la lune transite le plus longtemps/souvent.

Les premiers résultats pour un temps d'observation de 20h montrent qu'une lune relativement proche de sa planète est plus souvent visible (histogramme haut gauche fig. 17). En effet, dans le cas de lunes éloignées, celles-ci peuvent transiter en dehors de la fenêtre d'observation, donc leurs temps totaux de passage sont inférieurs comparés aux temps pour des lunes qui transitent toujours en même temps que la planète.

Nous pouvons donc agrandir la fenêtre "à la sphère de Hill", ce qui dans la cas de CoRoT 9b correspond à 47h. Pour cette durée, nous sommes sûrs de voir le transit d'une lune à n'importe quelle distance située dans l'intervalle de stabilité. En regardant les nouveaux résultats (histogramme haut gauche fig. 18), la répartition est homogène, montrant bien que les transits précédemment en dehors de la période d'observation ont dorénavant été comptés.

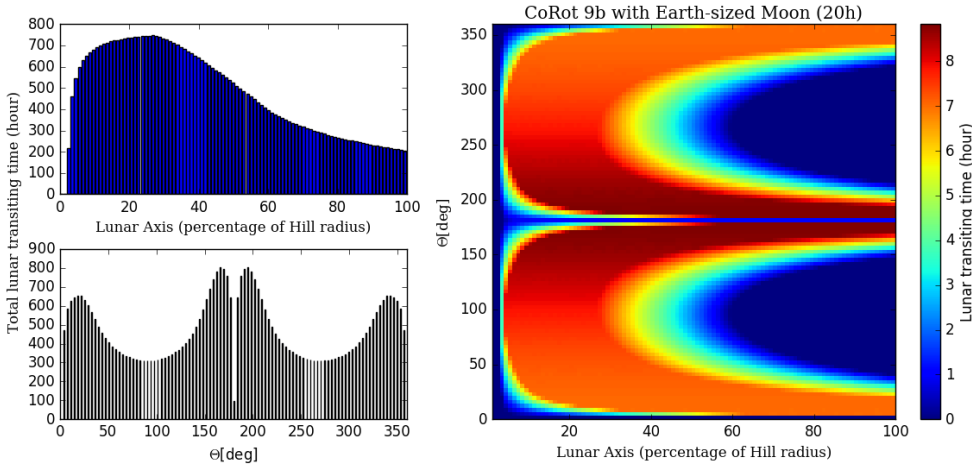


FIGURE 17 – Résultats des temps totaux de passages pour CoRoT 9b pour une période d'observation de 20h

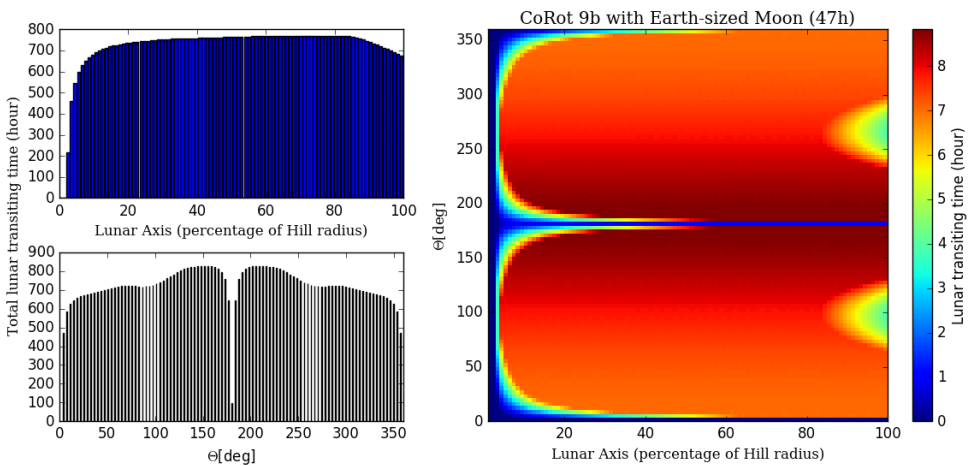


FIGURE 18 – Résultats des temps totaux de passages pour CoRoT 9b pour une période d'observation de 47h

En revanche, la répartition des temps de visibilité en fonction de l'angle au temps 0 est symétrique et bien marqué pour une période de 20h. Cela met notamment en évidence trois types de zone, délimitées par des gammes d'angles θ_{mp}^0 :

- les zones de transit cachées par la planète
- les zones hors transit (en dehors du disque stellaire)
- les zones de transit visibles.

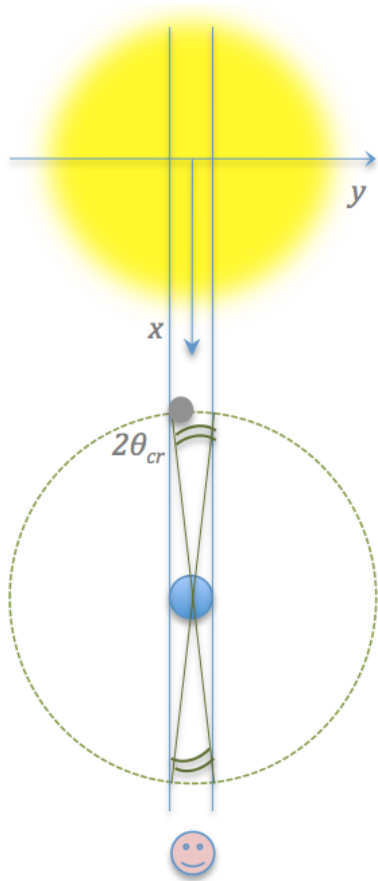


FIGURE 19 – Schéma de l'angle critique

Les zones pour lesquelles la lune est cachée par la planète, qu'elle soit devant ou derrière, sont définies par un angle critique θ_{cr} (cf. fig. 19). Cet angle dépend du rayon de la planète et du demi grand axe lunaire. Pour un rayon donné, si la distance augmente, l'angle diminue. En revanche pour une distance donnée, si le rayon augmente, l'angle également.

La valeur de cet angle n'est que de quelques degrés, voire moins. Ces zones de non-visibilité sont celles ayant un angle θ_{mp}^0 égal à $\pi \pm \theta_{cr}$ ou $0 \pm \theta_{cr}$ (cf. milieu et bords histogramme bas gauche fig. 17).

Pour un $\theta_{mp}^0 \in [\theta_1, \theta_2]$ modulo π , intervalle centré sur $\pm \pi/2$, la lune est en dehors du disque stellaire, elle ne transite donc plus (cf. fig. 20). Cet intervalle $[\theta_1, \theta_2]$ modulo π dépend du rayon de l'étoile et du demi grand axe lunaire.

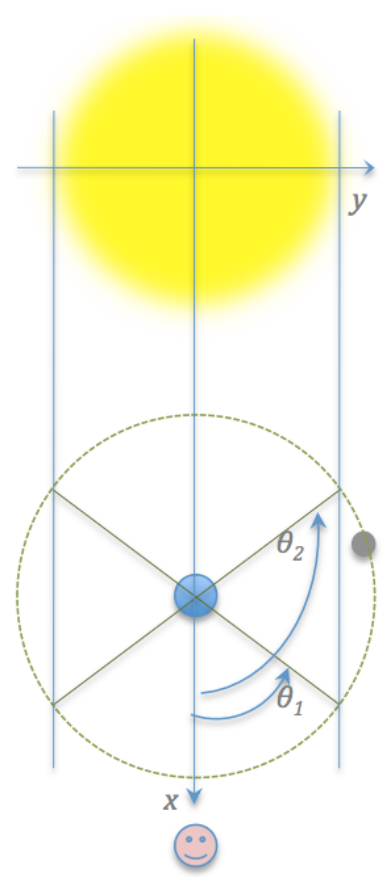


FIGURE 20 – Schéma des zones hors transit

Pour un rayon stellaire donné, si la distance lune - planète augmente, l'intervalle augmente. Pour une distance donnée, si le rayon augmente, l'intervalle diminue. Cet intervalle correspond aux zones de creux (cf. histogramme bas gauche fig. 17).

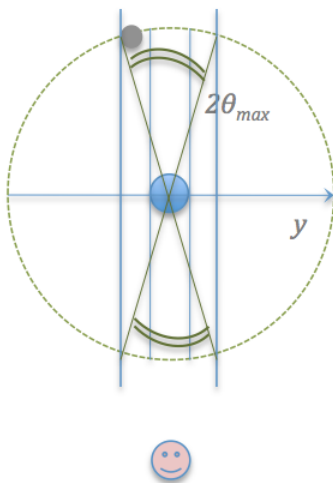


FIGURE 21 – Schéma de l'angle pour le plus de visibilité

Pour toutes les autres valeurs d'angles, la lune transite.

Les pics sur l'histogramme (bas fig. 17) montrent qu'il y a des zones pour lesquelles nous espérons très souvent voir la lune. Les angles correspondants sont trop proches de ceux de la zone critique pour être compris dans l'intervalle $[\theta_1, \theta_2]$ hors transit. Puisque nous avons une symétrie selon l'axe (Ox) , nous devrions nous attendre à ce qu'elle soit aussi selon (Oy) .

Lors de son transit, la planète avance selon (Oy) (cf. fig. 12). Pour un angle initial $\theta_{mp}^0 \in [-\theta_{max}, +\theta_{max}]$, la lune se retrouvera rapidement dans l'intervalle droit hors transit lors de sa révolution, elle sera en avance, donc sortira du disque tôt. En revanche, pour un angle initial $\theta_{mp}^0 \in [\pi - \theta_{max}, \pi + \theta_{max}]$, la lune sera en retard, mais comme la planète aura avancé, l'intervalle gauche hors transit ne sera plus défini donc la lune transitera encore.

Cette relation entre angle et temps est toute fois moins marquée pour une durée d'observation de 47h. Puisque nous agrandissons la fenêtre d'observation, nous ajoutons les transits qui arrivent tardivement, en dehors de celui de la planète. Pour ces cas-là, la configuration de la figure 20 est plus rarement réalisée, ce qui diminue la profondeur des "creux" (cf. histogramme bas gauche fig. 18).

3 Méthode de détection, Tests Statistiques

Maintenant que nous avons un algorithme générateur de transit performant (qui traduit bien la gamme des possibilités), la seconde étape consiste à mettre en place une méthode d'analyse numérique de ces transits (comment détecter la présence d'une lune) et à tester son efficacité (fiabilité des résultats).

3.1 Bruit

3.1.1 Scintillation (*Flickering* ou *Twinkling*)

En réalité, la luminosité d'une étoile n'est pas constante au cours du temps. Cette fluctuation est généralement de l'ordre de quelques dizaines de ppm ('partie par million', égal à 10^{-6}). Elle est notamment due aux turbulences atmosphériques de l'étoile.

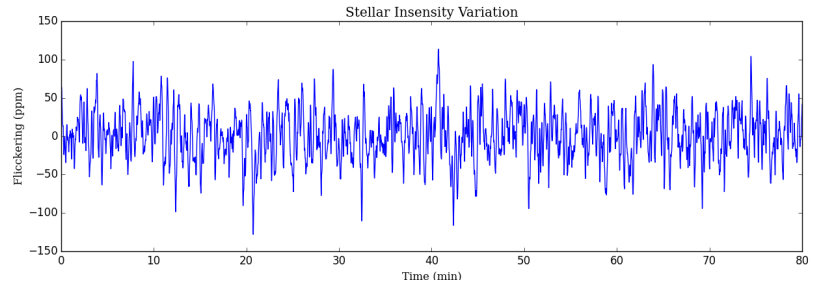


FIGURE 22 – *Fluctuation temporelle de la luminosité d'une étoile*

Le *flickering* est considéré comme un signal périodique. Il est implémenté dans notre programme en utilisant une simulation fournie par G. SZABO², travaillant également sur la mission CHEOPS.

3.1.2 Bruit de mesure

Le bruit de mesure est dû à l'instrumentation (l'électronique), et est estimé à 200ppm, à partir de test (valeur fournie par S. CHARNOZ, à partir des documents de spécification CHEOPS). Il sera généré comme un bruit gaussien.

Pour la suite, ces deux bruits seront pris en compte et intégrés dans les simulations.

3.2 Principe de la méthode

La méthode adoptée consiste à analyser localement les courbes bruitées de transit. En effet, puisque la lune est une petite structure, une analyse globale ne sera pas en mesure de détecter de si petites variations.

Après quelques tests, nous avons décidé de découper chaque transit par morceau d'une heure ($= \tau_{scale}$), ce qui permet de garder assez de points (une mesure est générée toutes les minutes), mais ne détruit pas l'intégrité du transit.

². Gothard Astrophysical Observatory and Multidisciplinary Research Center, Eötvös Loránd University, Hungary

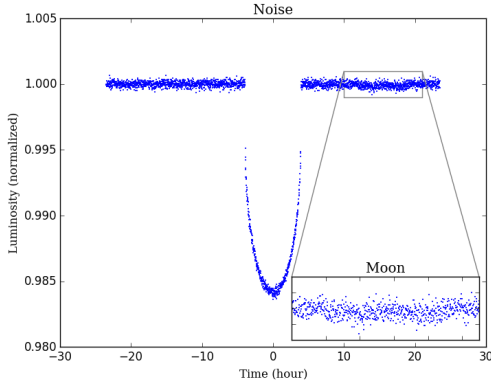


FIGURE 23 – Exemple de cas : signal bruité

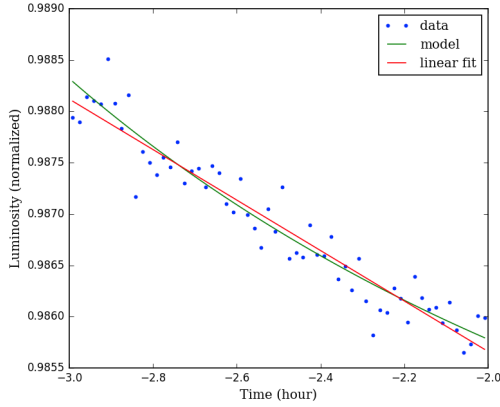


FIGURE 24 – Exemple de cas : fit

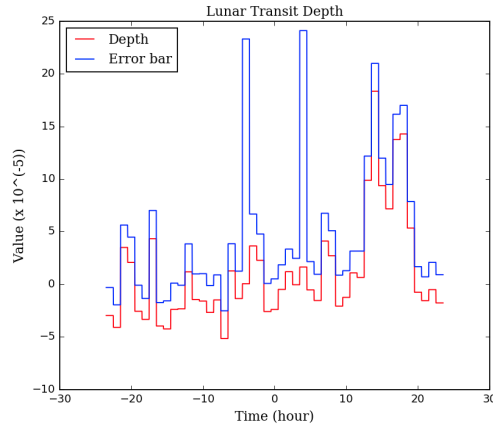


FIGURE 25 – Exemple de cas : profondeur du transit et incertitude

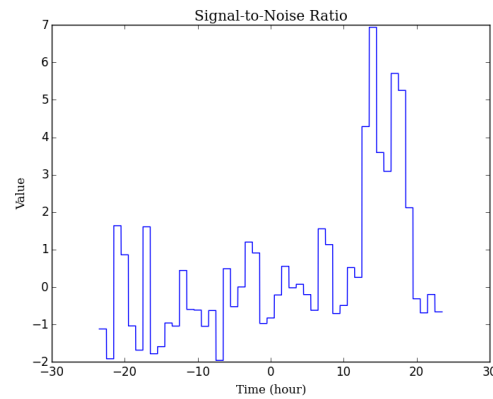


FIGURE 26 – Exemple de cas : Rapport signal sur bruit

Calcul de la profondeur du transit lunaire

Sur chaque morceau, la moyenne des points est calculée, et est comparée à la moyenne des points d'un modèle (cf. fig. 24) sur le même morceau de temps. Est pris comme référence pour le modèle le transit planétaire généré sans bruit.

$$Depth_{Moon} = \bar{x}_{Planet} - \bar{x}_{Data} \quad (20)$$

De cette façon, un pic dans le graphique de la profondeur apparaît quand il y a un transit lunaire (cf. fig. 25, entre 10h et 20h).

Intervalle d'incertitude de la profondeur

L'écart-type est calculé par rapport à un *fit* (cf. fig. 24) linéaire $ax + b$ sur chaque intervalle :

$$s_{Moon} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (data_k - (at_k + b))^2} \quad (21)$$

En effet, pour des intervalles d'une heure, le nuage de point est presque linéaire, même sur les portions incurvées. Ce *fit* permet d'avoir une meilleure précision sur l'incertitude de la moyenne ($= Depth_{Moon}$).

L'erreur sur cette moyenne (intervalle d'incertitude) est donc (pour un petit échantillonnage par rapport à la taille de la population) :

$$e_{Moon} = \frac{s_{Moon}}{\sqrt{N}} \quad (22)$$

Aux endroits de "décrochement", c'est-à-dire quand la planète entre et sort, le *fit* est "grossier" (cf. fig 34), ce qui induit une plus grande erreur (pics vers -4h et 4h, fig. 25).

Rapport 'Signal-sur-Bruit'

Ayant calculé la profondeur et l'erreur, nous pouvons définir le rapport "signal-sur-bruit" :

$$r_{Moon} = \frac{Depth_{Moon}}{e_{Moon}} \quad (23)$$

Plus ce rapport est élevé, plus le signal est fiable.

Dans un premier temps, nous estimons que si à un moment ce rapport dépasse 3 (cf. fig. 26, entre 10h et 20h), il y a un transit lunaire : c'est le critère de détection.

3.3 Application Statistique

Maintenant, nous devons tester l'efficacité de la méthode. Pour ce faire, un grand nombre de transits sont générés de manière aléatoire, selon un tirage avec une distribution uniforme :

- si $k \in [0, 24]$: un transit lune + planète est généré, $\{a_{Moon}, \theta_{mp}^0\}$ sont tirés aléatoirement (distribution uniforme)
- si $k \in [25, 49]$: seulement un transit planétaire est généré.

Puis les bruits dus au *flickering* et à l'instrumentation sont ajoutés.

La méthode 'par morceau' est ensuite testée.

Puisqu'il s'agit d'un test diagnostique, le résultat peut être :

- un vrai positif, quand il y a une détection et qu'effectivement un transit lunaire a eu lieu,
- un vrai négatif, quand il n'y a pas de détection et qu'effectivement aucun transit lunaire n'a été généré,
- un faux positif, quand il y a une détection alors qu'aucun transit lunaire n'a été généré,
- un faux négatif, quand il n'y a pas de détection alors qu'il y a une lune.

Le test est le meilleur possible quand il y a peu de faux positifs et de faux négatifs.

Les premiers résultats (fig. 27) sont plutôt satisfaisants : il y a relativement peu de faux positifs, et presque aucun faux négatif.

Afin de contraindre un peu plus le test, nous pouvons augmenter de 0.5 le seuil du rapport signal-sur-bruit, ce qui donne de meilleurs résultats (fig. 28) : la portion de faux positifs a diminué.

En ne considérant que les cas où un transit lunaire a été généré, c'est-à-dire en ne comptant que les faux positifs et les vrais négatifs, nous pouvons tracer l'histogramme des résultats en fonction de la distance de la lune (cf. fig. 29) dans le but de mettre en évidence une corrélation éventuelle entre type de détection et demi grand axe lunaire. Dans l'hypothèse où la lune est plus facilement détectable quand elle transite en dehors de la planète, quand son transit n'est pas noyé dans celui de la planète (cas exposé fig. 23), donc quand elle n'est pas très proche de CoRoT 9b, nous devrions avoir de meilleurs résultats quand cette distance augmente.

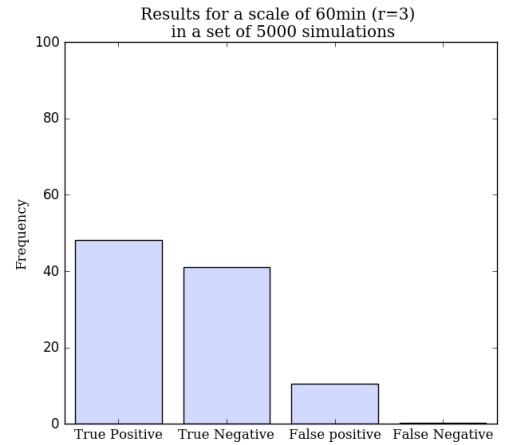


FIGURE 27 – Histogramme des détections pour un rapport limite de 3

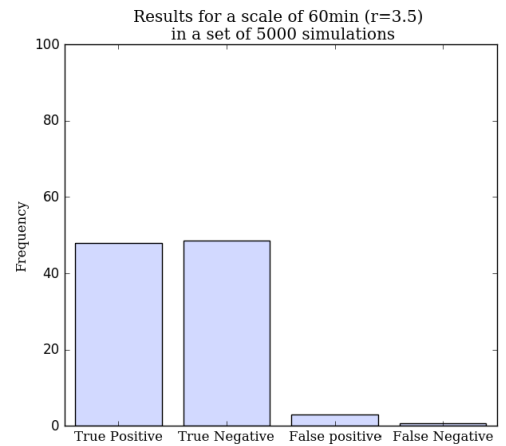


FIGURE 28 – Histogramme des détections pour un rapport limite de 3.5

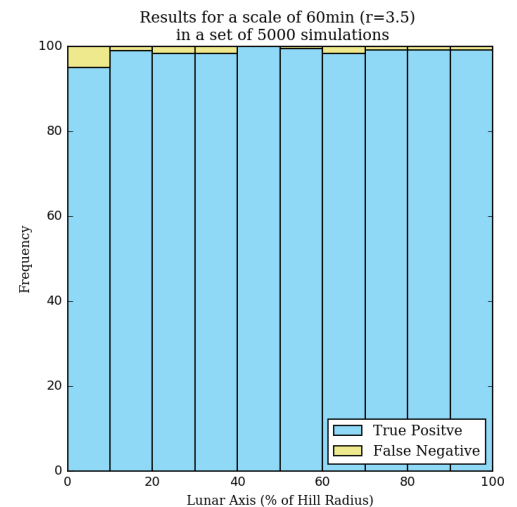


FIGURE 29 – Histogramme des détections selon le demi grand axe lunaire

Or cette hypothèse n'est pas vraiment vérifiée : il n'y pas de nette dépendance. Pour une lune de taille terrestre, la méthode fonctionne bien indépendamment de la position de la lune.

3.3.1 Sensibilité & Spécificité

Nous pouvons introduire les notions de "sensibilité" et de "spécificité" : ce sont des indicateurs de détection.

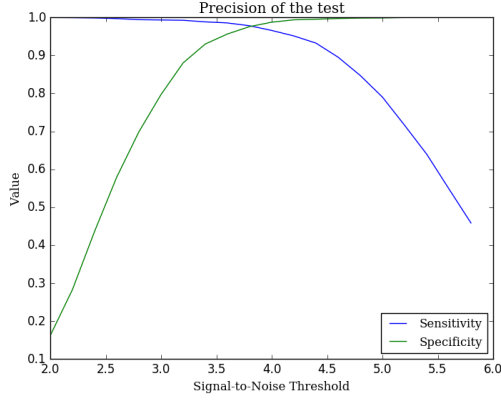


FIGURE 30 – Variation de la sensibilité et de la spécificité en fonction du rapport limite

La sensibilité indique la probabilité de détecter avec cette méthode une lune si il y en a une :

$$Sensitivity = \frac{True\ Positive}{True\ positive + False\ Negative} \quad (24)$$

La spécificité indique la probabilité de ne pas détecter avec cette méthode une lune si il n'y en a pas :

$$Specificity = \frac{True\ Negative}{True\ Negative + False\ Positive} \quad (25)$$

Plus ces valeurs sont proches de 1, plus le test est bon.

Nous remarquons que pour un rapport signal-sur-bruit compris entre 3.5 et 4, les valeurs pour la sensibilité et la spécificité sont très proches de 1 (cf. croisement des courbes fig. 30) : dans cet intervalle, cette méthode est à la fois efficace sur la détection et la non-détection.

Nous pouvons également faire des tests avec plusieurs temps de découpage dans le but de déterminer le couple $\{r_{Moon}, \tau_{scale}\}$ qui permet d'obtenir les meilleurs résultats.

Globalement, les résultats sont similaires (cf. fig. 31), mais légèrement meilleurs en augmentant τ_{scale} . Nous remarquons que le rapport r_{Moon} optimum diminue quand τ_{scale} devient plus grand.

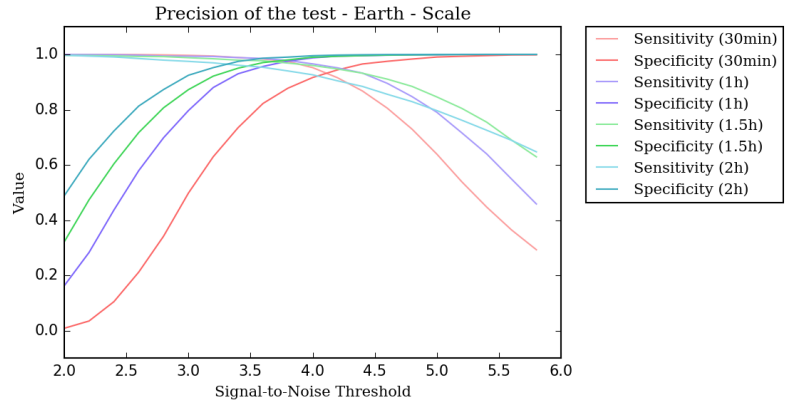


FIGURE 31 – Variation de la sensibilité et de la spécificité en fonction du rapport limite et du découpage en temps

En effet, en diminuant τ_{scale} , le nombre de points pour le calcul pour les équations (20), (21) et (22) devient plus petit. Le signal ressort donc moins fortement, et une lune est détectée pour un r_{Moon} plus bas.

3.3.2 Confiance positive & négative

Pour juger de la fiabilité en nos résultats, nous définissons les notions de "confiance positive" et de "confiance négative".

La première notion renseigne sur la probabilité qu'un résultat dit positif soit vrai, et la seconde sur la probabilité qu'un résultat dit négatif soit vrai.

$$\text{Positive Confidence} = \frac{\text{True Positive}}{\text{True Positive} + \text{False Positive}} \quad (26)$$

$$\text{Negative Confidence} = \frac{\text{True Negative}}{\text{True Negative} + \text{False Negative}} \quad (27)$$

Pour la gamme de r_{Moon} autour de 3.5, celle qui permet les meilleures valeurs pour le couple $\{\text{Sensitivity}, \text{Specificity}\}$, les résultats indiquent une fiabilité d'au moins 90%.

Autrement dit, quand il y a une détection ou non-détection, nous sommes sûr à au moins 90% que ce soit réellement le cas.

Cette méthode est donc relativement performante !

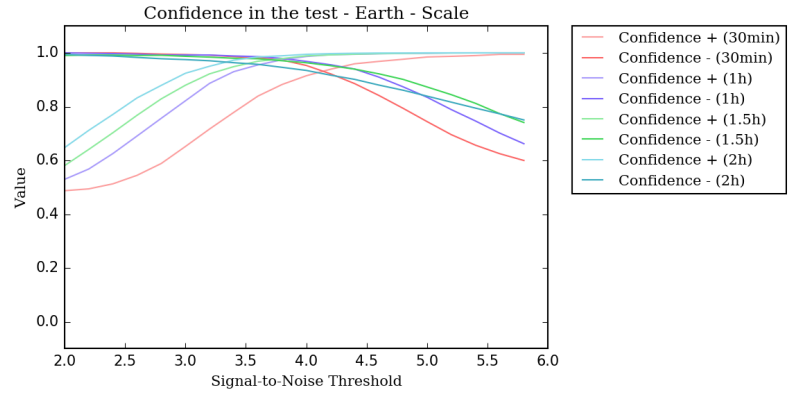


FIGURE 32 – Variation des confiances positives et négatives en fonction du rapport limite et du découpage en temps

4 Conclusion & Perspectives

Les résultats sur les allures de courbes de transit ont montré qu'il n'était pas nécessaire de se focaliser sur le transit planétaire : la lune peut très bien transiter à une période différente de la planète, et son transit peut prendre bien des formes (long, court, etc).

En ce qui concerne leur détection, celle-ci est assez indépendante du demi grand axe lunaire : par conséquent il n'est pas essentiel de centrer la recherche sur toute la fenêtre d'observation de la sphère de Hill. De plus, nous savons qu'en réalité si la lune dépasse 50% du rayon de Hill, elle tendra inévitablement à s'échapper. Il est donc peu probable qu'il y ait une lune dans cette zone. Réduire la fenêtre d'observation permet aussi de gagner du temps pour observer plusieurs passages de la planète (une étude sur plusieurs transits pour une même planète peut permettre de confirmer ou d'infirmer la présence d'une lune).

Finalement, si une lune de taille terrestre existe autour de CoRoT 9b, nous avons bien des chances de la détecter !

Bien que la méthode soit relativement simple, nous n'avons pas encore contrôlé que, pour les cas de détection, quand le critère de détection était vérifié (r_{Moon} plus grand qu'une certaine valeur) cela correspondait à un morceau où la lune transite effectivement. Il se peut que le critère soit vérifié pour un morceau et non pour celui d'à côté alors que la lune transite à côté. Mais, vu la précision de la méthode (le signal est quand même aisément visible à l'oeil nu), cette situation représente certainement très peu de cas.

Le modèle et les simulations sont construits à partir du rayon de CoRoT 9b donné dans la littérature. Nous avons vu que la lune était une très petite structure, mais non négligeable. S'il y a en réalité une lune autour de CoRoT, et qu'elle transite en même temps que la planète, il se peut que la valeur du rayon planétaire soit entachée d'une certaine erreur. En effet celle-ci a été calculée à partir de la profondeur (par rapport à la luminosité moyenne de l'étoile), et si cette profondeur est augmentée localement à cause de la lune, cela crée une légère augmentation de la valeur du rayon.

Il se peut donc, en considérant d'autres exoplanètes, que certaines d'entre elles aient vu leur rayon surestimé parce qu'elles avaient des lunes, que nous ne cherchions pas à détecter !

Dernièrement, il serait intéressant d'étendre l'étude à des lunes de tailles plus petites, comme celle de Ganymède. Les résultats préliminaires montrent qu'il n'est pas aussi facile de détecter des lunes plus petites que la Terre. Il faudrait donc développer une autre méthode, ou affiner l'actuelle.

Références

- [1] A. Claret and S. Bloemen. Gravity and Limb-darkening coefficients for the Kepler, CoRoT, Spitzer, uvby, UBVRIJHK, and Sloan photometric systems. *Astronomy & Astrophysics*, February 2011.
- [2] R. Heller and T. Pudritz. Water ice lines and the formation of giant moons around Super-Jovian Planets. *The Astrophysical Journal*, May 2015.
- [3] M. Perryman. *The Exoplanet Handbook*. Cambridge University Press, 2014.
- [4] R. Zellem and al. The $4\mu\text{m}$ Full-Orbit phase curve of the hot Jupiter HD 209458b. *The Astrophysical Journal*, July 2014.

Figures Annexes

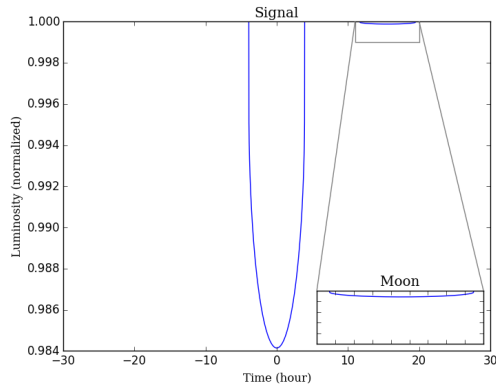


FIGURE 33 – Exemple de cas : signal non bruité

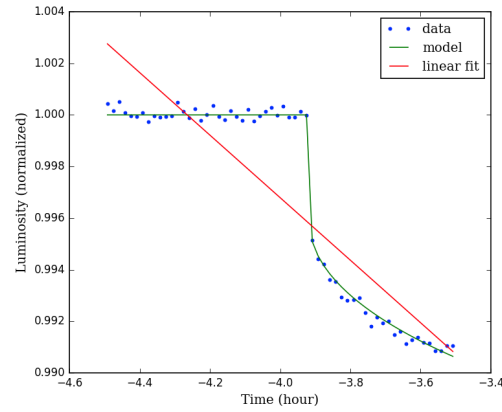


FIGURE 34 – Exemple de cas : modèle, décrochement & fit

Table des figures

FIGURE 1 : Transit Vénusien	1
FIGURE 2 : Taux de survie de la lune	4
FIGURE 3 : Allure d'une courbe de transit primaire	5
FIGURE 4 : Transits primaires et secondaires	5
FIGURE 5 : Schéma de l'angle d'observation	6
FIGURE 6 : Illustration du <i>Limb Darkening</i> solaire	6
FIGURE 7 : Schéma du modèle planaire	7
FIGURE 8 : Schéma du retard, de l'avancée, d'une lune	8
FIGURE 9 : Transit d'une lune en avance	8
FIGURE 10 : Transit d'une lune en retard	8
FIGURE 11 : Transit d'une lune plus en retard	8
FIGURE 12 : Schéma des paramètres géométriques de la planète	10
FIGURE 13 : Schéma des paramètres géométriques de la lune	10
FIGURE 14 : Transit d'une lune lente	11
FIGURE 15 : Transit d'une lune à une distance intermédiaire	11
FIGURE 16 : Transit d'une lune rapide	11
FIGURE 17 : Cas multiples pour CoRoT 9b sur 20h	12
FIGURE 18 : Cas multiples pour CoRoT 9b sur 47h	12
FIGURE 19 : Schéma de l'angle critique	13
FIGURE 20 : Schéma des zones hors transit	13
FIGURE 21 : Schéma de l'angle pour le plus de visibilité	13
FIGURE 22 : Scintillation de l'étoile	14
FIGURE 23 : Exemple pour le test statistique - bruit	15
FIGURE 24 : Exemple pour le test statistique - modèle et <i>fit</i>	15
FIGURE 25 : Exemple pour le test statistique - profondeur du transit lunaire	15
FIGURE 26 : Exemple pour le test statistique - rapport signal sur bruit	15
FIGURE 27 : Histogramme des détections pour un rapport limite de 3	16
FIGURE 28 : Histogramme des détections pour un rapport limite de 3.5	16
FIGURE 29 : Histogramme des détections selon le demi grand axe lunaire	16
FIGURE 30 : Variation de la sensibilité et de la spécificité	17
FIGURE 31 : Variation de la sensibilité et de la spécificité ($\{r_{Moon}, \tau_{scale}\}$)	17
FIGURE 32 : Variation des confiances positives et négatives ($\{r_{Moon}, \tau_{scale}\}$)	18
FIGURE 33 : Exemple pour le test statistique - signal	20
FIGURE 34 : Exemple pour le test statistique - <i>fit</i> grossier	20