Afleveringsopgave 2b

(2.12) Opgave

Find værdimængden for følgende funktioner:

a. $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ givet ved, at $f(x, y) = x - y$.

b. $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ givet ved, at $f(x, y) = x^2 + y^2$.

c. $f : \mathcal{D}(f) \to \mathbb{R}$ givet ved, at $f(x, y) = \frac{1}{x^2+y^2}$, hvor $\mathcal{D}(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$.

d. $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ givet ved, at $f(x, y) = \frac{7}{x^2+y^2+1}$.

Opgave a)

Funktionsforskriften $f(x, y) = x - y$ kan det ses, at f kan antage en vilkårlig funktionsværdi, fra to vilkårlige værdier af x og y. Der eksisterer altså en grænseværdi for alle punkter. Derved:

$Vm(f) =]-\infty ; \infty[$

Opgave b)

Funktionsforskriften $f(x, y) = x^2 + y^2$ kan det ses, at f kan antage en vilkårlig positiv funktionsværdi, fra to vilkårlige værdier af x og y. Funktionen er kontinuer, og der eksisterer en grænseværdi for alle punkter. Derved:

$Vm(f) =]0; \infty[$

Opgave c)

Funktionsforskriften $f(x,y)=\frac{1}{x^2+y^2}$ betragtes. Jeg kan konkludere, at der ikke findes en definerbar funktionsværdi for $x^2+y^2=0$. Grænseværdien for f(x,y) for x^2+y^2 gående mod 0 vil dog være ∞ . Hvis (x^2+y^2) bliver nogle vilkårligt store positive værdier, så vil brøkens resultat være vilkårligt stor. Derved:

$$Vm(f) =]0;\infty[$$

Opgave d)

Funktionsforskriften $f(x,y)=\frac{7}{x^2+y^2+1}$ betragtes. $x^2 \; og \; y^2$ kan kun blive positive tal:

Den største værdimængde må derved være når $x^2+y^2=0$, da funktionsværdien bliver mindre, desto større værdier $x^2 \; og \; y^2$ antager. $x \; og \; y$ kan dog antage vilkårligt høje positive værdier, der gør funktionsværdien mindre:

$$\lim_{(x,y)\to(\infty,\infty)}\left(\frac{7}{x^2+y^2+1}\right)=0$$

Derved må det gælde at;

$$Vm(f) =]0;7]$$