Andreas Hald Søndergaard Mandøe
AU-id: AU715910

Aarhus Universitet
Studienummer: 202205776

Aflevering 8b

Opgave U26

a) Find real- og imaginærdel af følgende komplekse tal:

$$\frac{3+2i}{5-7i} \quad \text{og} \quad \frac{2-2i}{3+5i}.$$

Gør rede for dine udregninger.

b) Find argumentet for de komplekse tal $-1+i$ og $-2-2i$.
Gør rede for dine udregninger.

Andreas Hald Søndergaard Mandøe
AU-id: AU715910
Aarhus Universitet
Studienummer: 202205776

Opgave a, første tal)

For beregning af komplekse tal repræsenteret ved brøker, er det fordelagtigt at multiplicere både tæller og nævner med de konjugerede værdier til nævneren:

$$\frac{3+2i}{5-7i}$$

Konjugerede værdier for nævneren:

$$(5+7i)$$

Jeg ganger i tæller og nævner. Jeg benytter også at $i^2 = -1$

$$\frac{(3+2i)\cdot(5+7i)}{(5-7i)\cdot(5+7i)} = \frac{15+21i+10i+14i^2}{(5-7i)\cdot(5+7i)} = \frac{1+31i}{25+35i-35i+49}$$

Jeg forkorter udtrykket

$$\frac{1+31i}{25+35i-35i+49} = \frac{31\cdot i+1}{74}$$

Real- og imaginærværdierne adskilles:

$$\boldsymbol{\frac{31\cdot i+1}{74} = \frac{1}{74} + \frac{31i}{74}}$$

Realdelen bestemmes til $\boldsymbol{\frac{1}{74}}$ og imaginærdelen bestemmes til $\boldsymbol{\frac{31i}{74}}$

Opgave a, andet tal)

$$\frac{2-2i}{3+5i}$$

Jeg bestemmer den konjugerede værdi for nævneren:

$$3-5i$$

Jeg multiplicerer konjugerede værdi med både tæller og nævner:

$$(3+5i)\cdot(3-5i)=9-15i+15i-25i^2=9+25=34$$

Medfører at:

$$\frac{2-2i}{3+5i}=\frac{(2-2i)\cdot(3-5i)}{(3+5i)\cdot(3-5i)}=\frac{6-10i-6i+10i^2}{9-15i+15i-25i^2}=\frac{6-10-16i}{9+25}=\frac{-4-16i}{34}=\frac{-2-8i}{17}$$

Jeg adskiller real- og imaginærdel:

$$-\boldsymbol{\frac{2}{17}}-\boldsymbol{\frac{8i}{17}}$$

Realdelen bestemmes til $\boldsymbol{\frac{-2}{17}}$ og imaginærdelen bestemmes til $\boldsymbol{\frac{-8i}{17}}$

Andreas Hald Søndergaard Mandøe
AU-id: AU715910

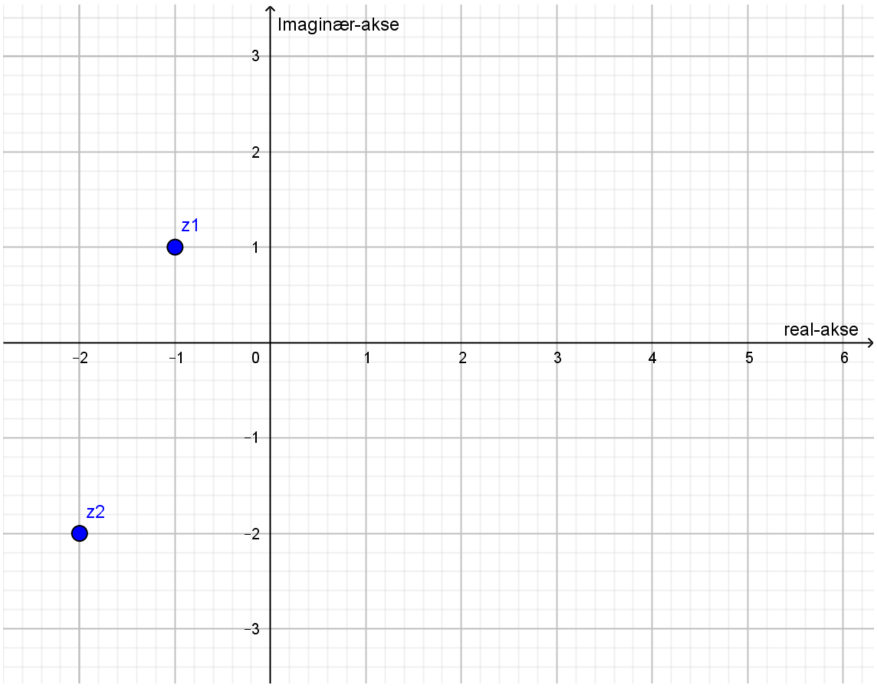
Aarhus Universitet
Studienummer: 202205776

Opgave b)

Jeg ønsker at finde argumentet for

$z_1 = -1 + i$ og $z_2 = -2 - 2i$

Jeg skitserer disse komplekse tal i det komplekse plan:



Argumentet for et komplekst tal $z = a + bi$ er givet ved vinklen θ målt fra x-aksen op til linjen fra (0,0) til (a,b). Jeg bestemmer argumentet ved anvendelse af trigonometri.

z_1 og z_2 ligger i hhv. 2. og 3. kvadrant. Derved skal jeg hhv. Lægge og trække π radianer, altså 180°, fra/til vinklen for at bestemme det rigtige argument:

$$\boldsymbol{\theta_{z_1} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{-1}\right) + 180^\circ = 135^\circ}$$

$$\boldsymbol{\theta_{z_2} = \tan^{-1}\left(\frac{-2}{-2}\right) - 180^\circ = -135^\circ}$$

De to argumenter kan ses ovenfor.