合作博弈理论及其发展*

李军林　李　岩

标志着博弈论体系建立的划时代著作,是 von Neumann 与 Morgenstern 的《博弈理论与经济行为》(1944)。在该书中,作者首次提出了合作博弈的概念。但是,这个概念与随后发展起来的、并且目前已经成为主流经济学的主要分析工具——非合作博弈论是有区别的。事实上,在非合作博弈理论还没有完全建立起来之前,合作博弈理论一直是博弈论专家们研究关注的领域。后来由于随着非合作博弈论的兴起以及它的广泛应用,合作博弈论却受到了人们的冷遇。这实在是对合作博弈的误解和不公平。从学理的层面上讲,我们几乎可以肯定地说,如果没有合作博弈论前期对整个博弈论的奠基性工作,以及对非合作博弈的基础所起到的必不可少的补充作用,那么非合作博弈不一定会取得现在的辉煌!因此,尽管近年来大部分的研究集中在非合作博弈论,但这不能代表非合作博弈要比合作博弈更为重要。不论是非合作博弈,还是合作博弈,它们都反应了针对不同类型的策略所做的分析和论述,都是博弈论中对不同情形进行分析的重要的模型方法,并且都能使我们理解策略的推理给予启发。

一、联盟博弈

合作博弈(cooperative games)又被称为联盟博弈(coalitional games)。在合作博弈中,合作(cooperation)是指"大家为了共同的目标而一起行动",通俗地讲,在行为人集合中由若干个行为人组成一个团体,他们达成一个协议且彼此合作,以一个分配方案来分配合作为团体所带来的总收益。为了把这样的问题可以纳入到我们的博弈分析中来,一般先做一些简单的技术处理,即引入联盟(coalition)的概念,它是合作博弈的主要分析工具。一般地,若用 N 表示所有行为人的集合,那么这个集合的任意非空子集(如 $S,T\subseteq N$)就被称为是联盟,其中 N 被称为是一个大联盟(grand coalition)。而且,对于由两个以上的行为人为共同目标而一起行动的行为人所组成的集体(也就是一个联盟)而言,我们可以假设个人不得不先搁置自己的效用函数,而来创造一个符合他们集体利益的联盟的效用函数。当然,这样的处理是有些难度。因为我们在博弈论中始终不能放弃的是以个体效用为最大化的个人决策模型。因此,合作博弈模型也应该是建立在这个基础之上。这样我们就把合作问题处理成为了不同的联盟获取不同的收益问题,这也就是为什么我们又把合作博弈称作为联盟博弈的缘故。

在一个由 N 个行为人所组成博弈中,若要讨论和分析由此产生的联盟之间相互作用,这其实是一项非常复杂的工作。对此,博弈论专家们给出了一个被称作为可转移效用(transferable utility)的假设,这是对联盟的约束。通常,这一重要假定是为了保证行为人的效用可以在行为人之间自由地转让,在技术上可以假设存在一种类似于货币等价物的特殊中介商品(有些教科书干脆就称为是货币),这样每个行为人给予任何其他行为人的任意这样的"货币"数量,就相当于自己减少了这么多"货币"单位的效用,而其他行为人也增加了这么多"货币"单位的效用。

给定了可转移效用假设以后,就可以引出了特征函数的概念。这时,一个博弈的合作可能性可以用一个对联盟 S 都指定一个实数 v(S) 的特征函数(characteristic function) v 来描述。特征函数的概念是由 von Neumann 在 1928 年给出的,它是 N 人合作博弈理论最基本的分析工具。他的主要思想是用一个数字指标来衡量每个联盟的潜在的收益值。特征函数表示的是,从行为人集合的所有联盟的集合到实数集合的一个函数。因此,不同的联盟对应着不同的实数值。此处,v(S) 被称为联盟 S 的值(worth),表示集合 S 的行为人无需求助于 S 之外的行为人所能得到的可转移效用的总量。一般规定对于空集 Ø,

* 本文得到了中国人民大学"十五""211 工程"的项目资助。

令 $v(\emptyset)=0$。这样一个联盟博弈就可以用一个特征函数来表示。在具体研究和实际应用中，一般假设特征函数 v 具有超可加性，即，对任意 $S,T\subseteq N$，且 $S\cap T=\emptyset$，总是有 $v(S\cup T)\geq(S)+v(T)$。超可加性意味着 S 与 T 一起行动能至少做得与各自分开一样好，这是一个联盟博弈中的普遍假设。

如果说标准形式(normal formal)和扩展形式(extensive formal)是非合作博弈的主要表述形式的话，那么特征函数形式则是合作博弈的主要表述形式。使用特征函数的概念，我们就可以把任何一个联盟博弈用一个特征函数来表示。

然而，这个特征函数的概念并没有得到广泛的应用。因为用一个数字代表联盟的价值要求效用是可转移的(transferable)。对于效用不可转移的情况，需要一个不同的特征函数的概念。可是很多博弈在策略最优问题和谈判问题之间没有清楚的划分。这使得在使用特征函数对博弈进行分析的过程中出现了信息丢失的情况。在本文中我们主要讨论可转移效用(或支付)的联盟博弈，对不可转移效用的支付联盟博弈仅略有提及，不做详细介绍。

二、联盟博弈解的概念

在联盟博弈中，解的概念很多、也很复杂，而且很难找到一个像非合作博弈中具有纳什均衡那样具有核心地位的解的概念。因此，博弈论专家从合作博弈的不同角度，给出了具有不同特征的解的概念，虽然这些概念之间即有联系，但又存在着较大的区别。应该说，合作博弈解概念的发展演变轨迹也正反映出了合作博弈本身的发展轨迹。下面我们主要介绍几个比较重要的解概念。

(一)核及其应用

最简单的合作博弈所分析的问题是：有两个效用可转移的个人，还有一个固定的不能达成协议的点(disagreement point)，双方就特定收益的分配问题进行讨价还价(bargaining)。在这种情况下，妥协(split the difference)是惟一的合理解。从这种基本的情况开始，合作博弈沿着以下三个方向发展：(I)增加更多的参与人，于是提出了联盟的问题。(II)增加更多的策略，于是提出了威胁的问题。(III)效用由可转移变为不可转移，于是提出了个人之间比较的问题。

核(core)的概念无疑是沿着第一个方向发展的。在上个世纪 50 年代早期，Gillies(1953)引进了核的概念作为 von Neumann - Morgenstern 关于稳定集研究的一个工具，Shapley 和 Shubik 把它发展为一个解的概念。后来，他们又把这个概念推广到支付不可转移的情形中去。

令 $v=(v(S))_{S\subseteq N}$ 是任一个具有可转移效用的联盟博弈，用 $N=\{1,2,......N\}$ 表示所有行为人的集合。一个收益分配(payoff allocation)就是指 R^N 中的任一向量 $x=(x_i)_{i\in N}$，其中每个分量 x_i 都可以理解为是集合 N 中行为人 i 的效用收益。进一步来说，一个收益分配 y 对联盟 S 是可行的(feasible for a coalition S)，当其仅当：$\sum_{i\in S}y_i\geq v(S)$。故 S 中的行为人可以通过他们之间分配共同合作所得的值 v(S)，来实现每个行为人各自在这个分配中的收益。当我们不具体针对某个特定的联盟而说一个分配是可行的时，那就意味着它对大联盟 N 也是可行的。

这样，我们就将核正式定义为所有可行的支付向量 $\alpha=(\alpha_i)_{i\in S}$ 的集合，该支付向量满足 $\sum_{i\in S}\geq v(S)$，对所有 $S\subseteq N$。核的条件是对帕累托最优条件和个人理性条件的直接一般化。在这一点上，核的思想与非合作博弈中的纳什均衡有些类似：如果没有偏离是有利的，则一个结果是稳定的。在核的情形中，一个稳定的结果是指：如果没有联盟能偏离并获得一个对它的所有成员都更好的结果。由我们前面对联盟的超可加性假设可知，稳定性条件是联盟不能获得一个超过它的成员现有收益的总和的收益。

由上面的简单分析，我们也可以给出一个核的等价定义，即：核是一个满足对每个联盟 S 并有 $v(S)\leq(x(S)$ 的可行收益向量 $x(x_i)_{i\in N}$ 的集合。所以，在几何上，效用可转移情况下的核是一个闭的、凸的、多面的分配集合(imputation set)空间。

尽管在逻辑上核作为联盟博弈的解是非常吸引人的，但是核的最大问题就是，在很多情况下，它常常是一个空集，即：合作博弈无解。对这一问题的处理，是 Shapley 等人的贡献，即后来被人们称作是 Bondareva - Shapley 定理，这个定理给出了一个可转移支付联盟博弈存在核的充分必要条件(Bondareva, 1963; Shapley, 1967)。

还有一些情况，尽管核是非空的，但又很极端，可能很大。特别是在行为人的数量很大时，核的敏感性也很大，也就是说这个概念非常不稳定。在这种情况下，这时 ε - 核(ε - core)的概念就是对核的概念做出的进一步扩展。设 ε 为任意正数，对于所有的 $S\subseteq N$，如果帕累托最优 α 满足 $\sum_{S}\alpha_i\geq v(S)-s\varepsilon$，那么 α 的集合是强 ε - core；如果对于所有的 $S\subseteq N$，

帕累托最优 α 满足 $\sum_{S}\alpha_i \geq v(S) - s\varepsilon$，那么 α 的集合是弱 ε - core，其中 s 代表联盟 S 中参与人的数量。强 ε - core，弱 ε - core 都是准核（near - core），它们反映了与形成一个实际联盟相关的成本与摩擦。但 ε - core 并不能代替核在模型中的作用。到目前为止对 ε - core 的主要应用是当 ε 趋近于零的时候，它可以作为对核本身的近似。

早期在经济模型中的关于核概念的应用见 Shapley（1955，1959）。核理论的最主要应用是在研究有价格体系的经济（economies with price systems）和有核的市场博弈（market games with cores）之间的关系。运用核理论可以证明随着竞争者数量的增加核是收敛的。

核与经济的竞争均衡集合间的关系首先由 Edgeworth（1881）注意到，也被称为是 Edgeworth 猜想。Edgeworth 的工作与现代博弈理论概念间的关系是被 Shubik（1959）重新认识的。后来由 Debreu 和 Scarf（1963）与 Aumann（1965）证明了这个 Edgeworth 的古典猜想，即对于大市场博弈，核实质上等价于竞争（瓦尔拉斯）均衡集。一个一般的结论就是：在一个竞争经济中每个竞争分配都在核中。

Edgeworth（1881）的目的在于解释众多互动的竞争者的存在是如何导致一个被经济行为者视为给定而接受的价格体系出现，并因而导致一个瓦尔拉斯均衡结果。在当时，Edgeworth 的工作没有立刻产生反响。后来随着合作博弈理论的兴起，人们在该理论中重新发现了他的解概念，才有了对其理论的现代表述，并且这个解的概念以“核”而知名。

另外，利用交换经济和完全平衡博弈之间的关系，我们可以研究一些互投赞成票来通过对双方都有利的议案的政治问题。

（二）Shapley 值

核概念在力图说明联盟的竞争力量是如何形成一个可能结果的。但正如我们前面所分析的那样，联盟博弈的核可能是空的，或者非常之大。这就使核作为一个预测理论在应用时陷入了困境。我们所希望的最好的方法是导出一种理论，它对每个联盟型博弈都只能局中人惟一的期望收益配置。我们现在将要探讨的另一个联盟博弈的解的概念，值（value），就与此有关，Shapley 值公理化地探讨了这个问题。值的性质在于规范性，因此，在一个可行的分配中，它要兼顾公平性或公正性的原则。

值理论（value theory）开始的时候按照两种独立的思想发展起来。第一条路径是两人讨价还价问题的“最大化得到的产品”解，最早由 F. Zeuthen（1930）提出，然后 Nash（1950）和 Harsanyi（1956）通过另外一种方法得到了这个解。第二条路径是根据 von Neumann - Morgenstern 特征函数表示的 n 人博弈的解的 Shapley 值公式。不久 Nash（1953）把讨价还价解扩展到了两人博弈的一般情况，但此时两个解的概念之间仍没有什么联系，只有两人效用可转移博弈的“妥协”解是相同的。Harsanyi（1959）做出的扩展使得该理论的这两个分支结合成一个一致的单一模型。这个领域后来的发展可以大概看做是 Harsanyi 综合的修改、扩展或选择性的证明。

因此，在可转移效用的联盟博弈中，另一个中心概念就是 Shapley 值。Shapley 值是沿着方向 I 扩展了妥协解，即研究了 n 人效用可转移联盟博弈解的情况。我们可以把这理解为，一个行为人所能加入的各种联盟时所做出的贡献，也就是由于他的加入，各种联盟总和收益的增长。它可用一些公式计算来得出联盟中的行为人的平均边际值，进而来得到 Shapley 值。

我们假设值是外部对称的，因为任何参与人的不同都应该使他们通过 v(S) 的数值感觉出来，而不是通过这些数字插入的函数形式看出来。

值公式被假设为完全线性的，这是为了技术上的方便，或者线性是由一个启发式的考虑推导出来的。可行性和帕累托最优也是很重要的条件。

因此，Shapley 值的一般特征是对称性、线性性、有效性（或称帕累托最优）和哑公理（我们也可以称为是虚拟行为人，dummy）。

这四条特性完整地描述了 Shapley 值。给定一个博弈，Shapley 值给博弈指派了一个惟一的结果，它是一个确定的数值。与之相反，核解则指派了一个集合。我们必须指出 Shapley 值不必属于核。在某种意义上，我们已经知道了这一点，因为夏普利值对所有的博弈都有定义，而核在某些博弈中是空集。

在应用方面，Shapley 值对成本分摊问题（cost - sharing）应用分析解释是由 Shubik（1962）提出的，后又经过许多人得到了发展（Roth & Verrecchia，1979；Billrea、Heath & Raanan，1978）。

（三）合作博弈的其他解概念

核与夏普利值只是博弈论专家已经研究过的具有可转移效用的联盟博弈众多解概念中的两个。在核的定义中，除了有一个可行性的约束假设之外，并没有限制一个联盟的可置信偏离。特别是核的概念假设任何偏离是事件的结束并且忽略了这样的事

实:即一个偏离可能导致两个不同最终结果的反应。下面我们所研究的解概念考虑了由此所引发的偏离的各种限制。

1.核仁。并不是每个博弈都存在核,所以需要对核的概念做出进一步扩展。我们引入超额的概念。联盟相对于给定支付向量的超额(excess)可以定义为联盟的值超过它支付向量的数量。通过不断最小化最大超额,可以将准核(near - core)——最小的非空 ε - 核(ε - core)缩小到一个点,这个点就是核仁(nucleolus)(Maschler, Plege & Shapley, 1972)。核仁是博弈的连续函数,即特征值 v(S)的连续函数(Schmeidler, 1969b; Kohlberg, 1971)。如果核存在,核仁是它的有效的中心(center);如果核不存在,核仁代表了它的"潜在的"(latent)位置。

Sobolev (1975)提出了一种利用函数方程(functional equation)来解释决定核仁的方法。Kalai, Maschler, Owen(1975)研究了核仁解的稳定性。一个结论是:任一可转移支付的联盟博弈的核仁是非空的。

直观上核仁的解释在很大程度上取决于人与人之间效用可比性的假设。当货币可以被作为有固定边际价值的可转移效用的一个较好近似的时候,核仁在对税收和津贴方面可以给出一个满意的解释(Shubik,1982)。

2.内核。另外一个对核概念的扩展是内核(kernel),它是与核仁密切相关的解。内核是一个可以被参与人在最终结果中作为运用手段获得收益的讨价还价武器(bargaining weapon)的解。内核(kernel)可以被正式定义为对于任意两个参与人 i 和 j,满足$\max\limits_{\substack{i\in S\\ j\notin S}} e(S,\alpha) = \max\limits_{\substack{j\in T\\ i\notin T}} e(T,\alpha)$ 的所有分配(imputation)α 的集合 K (Davis 和 Maschler,1965)。这是一个简化形式的定义,尽管它们与超可加性博弈中的定义是等价的。在一个可转移支付联盟博弈中,核仁是内核的一个子集(Peleg, 1965)。任一可转移支付联盟的内核都是非空的(Schmeidler,1969)。

通过在无转移支付博弈和转移支付博弈(side - payment game)之间建立联系,Billera (1972)的进一步工作是提出了关于转移支付博弈内核解概念的一般化,但除了它的存在性以外,对它的性质了解很少。

3.稳定集。von Neumann 和 Morgenstern 所研究的第一个解概念就是现在被我们称为稳定集(stable set)的概念。这个解所隐含的思想及稳定的逻辑是:不满意 v(N)现有分配结果的联盟 S 可以置信地提出这样一个 v(N)的稳定分配 x 来反对,即对 S 的所有成员都更好并由对自己实行$(x_i)i\in S$的威胁来支持(通过 S 的成员间分配 v(S)的值),否则对现存联盟分配的反对可能引起别的联盟进一步的反对过程,在此过程结束时,偏离联盟的一些成员的状况会更好。

von Neumann 和 Morgenstern 利用早期所提出的特征方程的分析工具对博弈进行了分析,他们将稳定集定义为任意一个既是内部稳定又是外部稳定的分配,该稳定集是分配空间中优于它的补集的任意子集。其中外部稳定性(external stability)是指一个分配集中成员要比所有该集合以外的分配占优;内部稳定性(internal stability)是指分配集中的成员之间不存在任何占优的联盟。稳定集的数量不是惟一的,有时候它们之间是互相交叉的,但是没有一个稳定集完全位于另一个稳定集内部。一个稳定集同时是一个最小化的外部稳定集和最大化的内部稳定集。如果核存在,每个稳定集中都包含有它,因为在核中的点是非占优的。如果核恰好是外部稳定的,那么它是一个惟一的稳定集。但是当不存在核的时候,稳定集之间是不相关的,在形式上也有很大不同(Shapley, 1953b;Lucas, 1968b, 1969a, 1972)。

在很长时间内,稳定集的一般存在性问题一直是博弈论中的主要问题,在 1964 年,效用不可转移情况下的这个问题得到了解决,对于效用可转移的情况,这个问题也在同年得到了解决(Stearns, 1964, 1965; Lucas, 1968a, 1969b)。稳定集吸引了很多数学家,有很多文献研究了解决特殊种类博弈的稳定集,如四人博弈,简单博弈(simple game),配额博弈,或对称博弈,或其他有特殊性质的博弈,如有限性,对称性,歧视,或不一般的病态的特征(unusual pathological feature)。经验表明大多数博弈都含有大量的稳定集,还有一些理论的提出有利于对定义和稳定性条件进行修正,这些修正的目标是减少多样性,但这些理论并没有得到广泛的接受。

von Neumann 和 Morgenstern 提出的稳定集应该被看做是行为的标准,或传统、社会习俗、正教的教规(canon of orthodoxy)或道德标准,任何预期的结果都可以得到验证。因为假设所有的参与人都知道这个行为标准,无论何时,一个"异端的"(heretical)违背常规的分配被提出来,它很快会受到一个优于它的"正统的"(orthodox)分配的反驳。但是稳定集理论没有对行为的标准进行预测。它也没有对知道行为标准时的结果做出预测。通过研究一个给定的社

会的或经济的程序产生的分配集合的占优的性质，稳定集理论可以告诉我们该过程是否是稳定的。

4.讨价还价集。von Neumann - Morgenstern 稳定集的概念考虑的是分配集合的稳定性，Aumann 和 Maschler(1964)引入了讨价还价集(bargaining set)的概念，并提供了几个可选择的定义，我们先讨论其中的一个形式(我们记为 $M_1^{(i)}$)。讨价还价集背后的思想是，一个行为人在对另一个行为人所提出的一个支付配置反对时，倘若他害怕另一个行为人可能会针对他的异议而提出一个反异议时，那他就有可能不对所提出的支付配置表示异议。

讨价还价集是相对于行为人集合的某一个划分而定义的。$M_1^{(i)}$ 考虑的是单个分配的稳定性。但在某种意义上，讨价还价集 $M_1^{(i)}$ 不是一个解而是一个解集。使用这个特殊的解的概念不可能包含所有可能的结果的集合。相反，如果每个稳定集都只有一个解，那么使用这个解的概念的所有结果的集合一般不是一个稳定集。还有另外一个讨价还价集的概念 $M^{(i)}$(Aumann 和 Maschler, 1964)，在这个讨价还价集中，不考虑单个的参与人 i 和 j，而是考虑互为对手的参与人的集合 I 和 J，集合 I 和 J 是不相交的。不难证明，核(core)是 v 相对于{N}讨价还价集的一个(可能是空的)子集。对于讨价还价集的存在性，Peleg(1963)证明了，对于任一划分 Q，若 I(Q)非空，则 v 相对于 Q 的讨价还价集是非空的。随后，他又证明了对于所有可转移支付博弈，对于另一个讨价还价集 $M^{(i)}$ 总会至少含有一个元素。而且 Aumann 和 Maschler(1964)也进一步证明了 $M^{(i)} \subset M_1^{(i)}$。

直觉上我们会猜想如果我们把两个策略上完全独立的博弈放在一起，那么它们的解可以直接相加。对于稳定集来说，这是不成立的，对于内核这也是不成立的。Peleg(1965)提供的一个例子说明了这种情况。合作解忽略了过程，讨价还价和交流沟通并没有被直接处理。然而讨价还价集和内核的结构在某种程度上受对简单实验的观察的影响，因此它们与过程的联系更为紧密。

还有其他的一些解概念我们仅做简单的介绍。

5.Nash - Selten 值。Nash - Selten 值只沿着方向Ⅱ扩展了妥协解，研究了两人效用可转移情况下的解。可以通过求解在

$$v(S)=\begin{cases}0 & \text{如果 S 失败}\\ 1 & \text{如果 S 取胜}\end{cases}$$

中的“合作”和“竞争”的博弈来得到。在两人效用可转移的情况下，Selten 的值和纳什合作解是一致的(Nash, 1953; Selten, 1960)。Nash - Selten 值可以用一种非常简单和直观的方法表示出来。

6.Zeuthen - Nash 值。Zeuthen - Nash 值只沿着方向Ⅲ进行了扩展，研究了两人效用不可转移的情况下合作博弈的解。这个解可以通过最大化效用产品得到(Zeuthen, 1930; Nash, 1950; Harsanyi, 1956)。

7.Harsanyi - Selten 值。Harsanyi - Selten 值沿着Ⅰ和Ⅱ两个方向对妥协(split - the - difference)解进行了扩展，研究了 n 人效用可转移的情况。

8.纳什合作值。纳什合作值(Nash cooperative value)是沿着Ⅱ和Ⅲ两个方向扩展了妥协解，研究了两人非合作博弈情况下的解。为得到这个解，我们将博弈分成非合作威胁博弈(noncooperative threat game)和合作的纯讨价还价博弈(cooperative pure bargaining game)两类。纳什的两个贡献使得无转移支付讨价还价博弈和不变或可变威胁的讨价还价博弈得到公理化，它使得我们更容易研究联盟的公平和效率。

纳什最初对固定威胁(fixed threats)的两人讨价还价博弈给出了五个公理。(1)效用函数线性转换的解的不变性；(2)解的帕累托最优或有效性；(3)一个非自然结算点(a natural no - settlement)的存在性；(4)对称性；(5)不相关选择的独立性。这五个公理导致了一个要求最大化个人效用积的公平分配方案。

9.一般值。一般值(general value)沿着Ⅰ、Ⅱ和Ⅲ三个方向扩展了妥协解，研究了 n 人不可转移博弈的解。为了得到这个解，引入了权重(weights)，并且寻找一个可行的 Harsanyi - Selten 值。

以上更多的是对可转移效用联盟博弈的解概念所进行的分析和讨论。下面我们简单地谈一下在效用不可转移合作博弈中的一些最基本情况。

为了把分析从可转移博弈转到非可转移博弈理论上，我们应该预期将“非交换中介”引入到博弈中会产生的怎样效果，否则该博弈的规则不会发生变化。我们把其称作为博弈的“转移值”(transfer value)，它在不可转移博弈中第一次用一个公式表达出来。但是参与人的效用是特殊的基数效用形式，就不能保证转移值在最初的公式中是一个可行的结果。假设它恰好是可行的，我们就可以证明它是公平的，因为它在转移支付面前是公平的，并且不接受转移支付只从结果集中去掉一些无关的选择。然而我们应该证明：除了转移值之外，没有一个有效率的结果可以是公平的，因为它至少对一个行为人而言，

得到的比转移值要多,并且至少对另一个行为人而言,得到的比转移值要少,无论转移值是否可行的这都是成立的。最后,我们注意如果转移值是可行的,那它就自动是有效率的。

因此在等价原则下,在效用不可转移的情况下评价一个博弈的问题就等价于重新调节个人效用的问题,所以转移值可以在不使用转移支付的情况下得到。这种调节的存在性可以用拓扑的观点来证明(Shapley, 1969)。它并不总是惟一的,但是一个等式和变量的计算表明,除非退化,否则只有一个零维的解集(Debreu, 1970)。

三、合作博弈的应用

合作博弈的一个比较成熟应用是在政治学方面特别是对投票问题的分析。

Shapley 值最初是被用于特征函数形式的一般博弈的。Shapley 和 Shubik(1954)考虑了将它应用于简单博弈,并且建议把它当做投票系统中权力的优先测量。这种测量后来被称为 Shapley - Shubik 权力系数(power index)。Banzhaf(1965)提出一个新的与 Shapley - Shubik 权力系数在某种程度上不同的权力系数——Banzhaf 权力系数。他的目的是帮助解决一些法律的冲突,这些冲突是关于选举系统中法制的公平标准。

Shapley - Shubik 系数决定于 N 的等概率排列,然而 Banzhaf 系数决定于 N 的等概率的联合。Dubey(1975)提供了 Banzhaf 系数的公理化处理。尽管 Banzhaf 系数是作为 Shapley - Shubik 系数的替代品提出的,并且被一些政治学家所研究,然而可以证明 Shapley - Shubik 值所包含的一些必要的性质没有包含在 Banzhaf 系数中。进一步,如 Dubey 和 Shapley(1979)所指出的,对于有一或两个主要参与人的海洋博弈(oceanic game),参数的研究产生了更少的不确定性和直观上比对 Banzhaf 系数更令人满意的对 Shapley - Shubik 系数的改变。有对意识形态说明的在投票中的应用最早由 Owen(1971)提出,Shapley(1977)对其进行了扩展。Shapley - Shubik 系数和 Banzhaf 系数可以应用于多重的结构。一个例子是由三个组成部分的立法系统:总统,参议院,众议院(Shapley & Shubik, 1954)。

最早用一种近似于博弈分析的方法对权力进行定义的尝试是由 Dahl(1957)做出的。他提出了一个关于个人 i 相对于个人 j 的权力(power)的测量方法,将 i 可以迫使 j 做那些他本来不会做的事的程度减去 j 可以迫使 i 做那些他本来不会做的事的程度。Dahl 用条件概率将这一测量数学化。Allingham(1975)将 Dahl 的概念应用于一般投票系统时,认为可以将它看成是 Banzhaf 系数的变形的公式。Coleman(1971)在关于权力问题的考虑中,将阻止行为和发起行为的权力(power)区别开来。因此他计算了这两个系数,这两个系数与 Banzhaf 系数直接相联系。Rae(1969)通过研究投票系统对选举的反映来对权力进行处理。他的基本的思想是计算有多少种方法可以使得投票者发现他的投票与最终结果相同。

在合作投票的情况下,通常有少数的大投票者(major voters)和很多的小投票者(minority voters)。海洋博弈理论(Milnor & Shapley, 1961; Shapley, 1961)是用来解决这种问题的。在一个海洋博弈中,只有几个有限的参与人,剩下的构成了一个无限参与人的海洋。作为一个更详细的和在一定程度上是动态的合作控制(corporate control)模型的起始点,这个模型是很有启发性的。

合作博弈的另一个重要应用就是我们前面所谈到的成本分摊问题(cost - sharing)。它最初是由 Shubik 所提出来的,后来该理论也经过了许多发展,这包括 Roth 和 Verrecchia(1979);Billera、Heath 和 Raanan(1978)等人的工作。

参考文献:

①Aumann, 1964a, Markets with a continuum of traders, Econometrica 32:39 - 50.

②Aumann, 1964b, Utility theory without the completeness axiom: A correction, Econometrica 32:210 - 212.

③Davis & Maschler, 1965, The kernel of a cooperative game, NRQL 12:223 - 259.

④Debreu, 1970, Economies with a finite set of equilibria, Econometrica 38:387 - 392.

⑤Debreu & Scarf, 1963, A limit theorem on the core of an economy, International Economic Review 4:235 - 246.

⑥Dubey, Neyman & Weber, 1981, Value theory without efficiency, Mathematics of Operations Research 6:122 - 128.

⑦Dubey & Shapley, 1979, Mathematical properties of the Banzhaf power index, Mathematics of Operations Research 4:99 - 131.

⑧Gillies, 1953, Discriminatory and bargaining solutions to a class of symmetric n - person games, AnMS 28:325 - 342.

⑨Harsanyi, 1956, Approaches to the bargaining problem before and after the theory of games: A critical discussion of Zeuthen's, Hick's and Nash's theories, Econometrica 24:144 - 157.

⑩Harsanyi, 1963, A simplified bargaining model for the n - person cooperative game, International Economics Review 4:194 - 220.

实际经济周期理论面临的新挑战

罗华荣　罗大庆

标准的实际经济周期(Real Business Cycle, RBC)理论认为,经济周期主要是由周期性发生的、变化不定的技术冲击所造成的。但是,RBC理论的这一核心观点,一直以来都受到来自各方的置疑和挑战。其焦点曾经一度集中于:对代表技术冲击程度的"索洛残差"的估计表明,如果RBC理论成立,那么就意味着整体技术水平有可能发生40%的倒退,而这显然是不符合现实的。因此,20世纪90年代以来,RBC理论对其模型本身和索洛残差进行了一些关键性的修正和完善,使得在其经济模型中发生技术水平倒退的可能性越来越小。但是,最新一轮对RBC理论的挑战,又将焦点指向了技术冲击本身,即置疑技术冲击是否为经济周期性波动的主要原因。一些学者从不同的角度、用不同的方法提出了他们的怀疑。

一、技术冲击与工时

标准的RBC模型认为,积极的技术冲击(技术进步)会带来劳动生产率的提高和劳动时间(工时)的增加,或者说,技术冲击(或劳动生产率)与工时之间存在着较高的正相关关系。对此,RBC理论的直观解释是:在技术进步的作用下,劳动生产率的提高使得劳动的边际产量增加,于是增加劳动的投入变得更加有利可图;而劳动投入的增加会使总产出增加,从而带来就业增长和经济繁荣。但是,RBC模型的这一预测却与从实际经济数据得出的结果全然不符——工时与劳动生产率之间的相关关系几乎为零且常为负相关。为了对这一矛盾做出合理的解释,一些学者将非技术冲击引入了RBC模型,例如Christiano & Eichenbaum(1992)引入了政府购买冲击,Bencivenga (1992)引入了偏好冲击。他们认为,非技术冲击会对劳动供给产生影响,从而导致工时和劳动生产率的逆向互动;而这种逆向互动可能抵消技术冲击带来的二者的同向互动。这样,这些拓展后的模型,就在RBC理论的基本框架内,特别是在不削弱技术冲击的重要影响力的前提下,对工时与劳动生产率之间近乎零的相关关系提出了解释。

然而,Gali(1999)认为,在引入非技术冲击后,虽

⑪Kailai & Smorodinsky, 1975, Other solutions to Nash's bargaining problem, Econometrica 43:513－518.

⑫Lucas, 1972, An overview of the mathematical theory of games, Management Science 18:3－19.

⑬Milnor & Shapley, 1961, Values of large games, II: Oceanic games, Mathematics of Operations Research 3:290－307.

⑭Nash, 1950, The bargaining problem, Econometrica 18:155－162.

⑮Nash, 1953, Two person cooperative games, Econometrica 21: 128－140.

⑯Osborne & Rubinstein, 1994, A Course in Game Theory, MIT Press.

⑰Peleg, 1963, Solutions to cooperative games without side payments, Transactions of the AMS 106: 280－292.

⑱Rasmusen, 1989, Games and Information: An Introduction to Game Theory. Cambridge University Press.

⑲Rosenthal, 1972, Cooperative games in effectiveness form, Journal of Economic Theory 51:88－101.

⑳Scarf, 1967, The core of an n－person game, Econometrica 35: 50－69.

㉑Schmeidler, 1969, Competitive equilibria in markets with a continuum of traders and incomplete preferences, Econometrica 37: 578－585.

㉒Selten, 1964, Valuation of n－person games. In Dresher, Shapley & Tucker(eds.) Advances in Game Theory, Princeton University Press.

㉓Shapely, 1977, A comparison of power indices and a nonsymmetric generalization, RAND Publication p－5872.

㉔Shubik, 1982, Game Theory in the Social Sciences: Concepts and Solutions, MIT Press.

㉕李军林 李天有:《讨价还价理论及其最近的发展》,《教学与研究》,2004年第10期。

(作者单位:中国人民大学经济学院)

(责任编辑:李仁贵)