

13 直和についての注意

V をベクトル空間, V_1, V_2 を V の部分空間とすると,

$$V_1 + V_2 \text{ が直和} \Leftrightarrow V_1 \cap V_2 = \{0\}$$

が成立する (教科書の定理 6.10). ただ, これは 3 つ以上の部分空間に間違って適用してしまいやすいので注意が必要である.

演習 13.1 V をベクトル空間, V_1, V_2, V_3 を V の部分空間とする. このとき $V_1 \cap V_2 = \{0\}$, $V_1 \cap V_3 = \{0\}$, $V_2 \cap V_3 = \{0\}$ であっても $V_1 + V_2 + V_3$ が直和にならない場合がある. そのような例を挙げよ.

[コメント] この場合, 例えば

$$V_1 + V_2 + V_3 \text{ が直和} \Leftrightarrow V_1 \cap V_2 = \{0\} \text{ かつ } (V_1 + V_2) \cap V_3 = \{0\}$$

などは成立する.