12 広義固有空間 (その3)

演習 12.1 次の行列を広義固有空間分解 (定理 9.4) に沿ってブロック対角化 (さらに、できれば三角化) せよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 13 & -7 \\ -5 & 19 & -10 \end{pmatrix} \qquad (2) \begin{pmatrix} 3 & -3 & -1 \\ 3 & -4 & -2 \\ -4 & 7 & 4 \end{pmatrix} \qquad (3) \begin{pmatrix} -2 & -7 & 2 & -5 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & -1 & 5 \\ 1 & 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad (5) \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

[コメント] 「ブロック対角化」の意味は授業で説明しますが、要するに、基底の変換により定理 9.5 の証明中に書いてあるような形にすることです。また、基底の取り方を工夫すればさらに三角化できるはずなので、できれば挑戦してみてください。