

Tarea - Aplicación en GPS

May 15, 2021

Universidad Ricardo Palma

Unidad de Postgrado

Maestría en Ciencia de los datos

Tarea: Aplicaciones en GPS

- Código: 202020627
- Alumno: Manosalva López Anthony

1 Aplicaciones en GPS - Desarrollo de Programa en Python

1.1 Importando librerías

```
[3]: from sympy import *  
init_printing(use_latex=True)
```

1.2 Funciones

```
[4]: def round_expr(expr, num_digits):  
    return expr.xreplace({n : round(n, num_digits) for n in expr.atoms(Number)})
```

```
[39]: def solucion_gps(posiciones, tiempo):  
  
    x = Symbol('x')  
    y = Symbol('y')  
    z = Symbol('z')  
    t = Symbol('t')  
  
    print("\n- Datos arrojados por los satelites:\n")  
  
    print("\n* Posiciones \n")  
    display(Matrix(posiciones))  
  
    print("\n* Tiempo \n")  
    display(Matrix(tiempo))
```

```

eq1 = (x - posiciones[0][0])**2 + (y - posiciones[0][1])**2 + (z -
↪posiciones[0][2])**2 - (4.7*(t - tiempo[0]))**2
eq2 = (x - posiciones[1][0])**2 + (y - posiciones[1][1])**2 + (z -
↪posiciones[1][2])**2 - (4.7*(t - tiempo[1]))**2
eq3 = (x - posiciones[2][0])**2 + (y - posiciones[2][1])**2 + (z -
↪posiciones[2][2])**2 - (4.7*(t - tiempo[2]))**2
eq4 = (x - posiciones[3][0])**2 + (y - posiciones[3][1])**2 + (z -
↪posiciones[3][2])**2 - (4.7*(t - tiempo[3]))**2

eq1 = expand(eq1)
eq2 = expand(eq2)
eq3 = expand(eq3)
eq4 = expand(eq4)

print("\n- Ecuaciones\n")
display(eq1)
display(eq2)
display(eq3)
display(eq4)

ec1 = simplify(eq1-eq2).expand()
ec2 = simplify(eq3-eq1).expand()
ec3 = simplify(eq1-eq4).expand()

# Redondeo
ec1 = round_expr(ec1, 13)
ec2 = round_expr(ec2, 13)
ec3 = round_expr(ec3, 13)

print("\n- Restando la primera de cada una de las tres restantes, obtenemos:
↪\n")
display(ec1)
display(ec2)
display(ec3)

sol = solve([ec1, ec2, ec3], [x,y,z])

# Redondeando las soluciones
# for s in sol.keys():
#     sol[s] = round_expr(sol.get(s), 10)

print("\n- Resolviendo las ecuaciones con la variable t\n")
#display(sol)

Sx = sol[(x)]
Sy = sol[(y)]

```

```

Sz = sol[(z)]

display(Matrix([Sx, Sy, Sz]))

print("\n- Sustituyendo los valores en la primera ecuación obtenemos la_
→siguiente ecuación igualada a 0:\n")
eq_final = eq1.subs(x, Sx).subs(y, Sy).subs(z, Sz)
eq_final = eq_final.expand()
display(eq_final)

valores_t = solve(eq_final, t)

#Redondeo
for vt in range(0, len(valores_t)):
    valores_t[vt] = round_expr(valores_t[vt], 5)

print("\nDesarrollando la ecuación obtenemos los valores de t\n")
display(Matrix(valores_t))

print("\n- Ahora sustituimos ambos valores en las ecuaciones para x,y,z,_
→obtenemos:\n")
print("\n* Primera solución: (x,y,z) = \n")
sol1 = [
    Sx.subs(t, valores_t[0]),
    Sy.subs(t, valores_t[0]),
    Sz.subs(t, valores_t[0]),
]
display(Matrix(sol1))

print("\n* Segunda solución: (x,y,z) = \n")
sol2 = [
    Sx.subs(t, valores_t[1]),
    Sy.subs(t, valores_t[1]),
    Sz.subs(t, valores_t[1]),
]
display(Matrix(sol2))

print("\n- Para poder decidir que valores son los correctos, verificamos_
→ahora que conjunto de valores pertenecen a un punto en la superficie_
→terrestre, es decir, si están en la esfera con radio 1.\n")
get_solution(x,y,z, sol1, sol2, valores_t)

def get_solution(x,y,z, sol1, sol2, valores_t):
    eq_esfera_1 = x**2 + y**2 + z**2
    v1 = eq_esfera_1.subs(x, sol1[0]).subs(y, sol1[1]).subs(z, sol1[2])

```

```

v2 = eq_esfera_1.subs(x, sol2[0]).subs(y, sol2[1]).subs(z, sol2[2])

if abs(1 - v1) < abs(1 - v2):
    print("\nLa mejor solución es:\n\n(x,y,z)=")
    sol1 = [round(x,5) for x in sol1]
    display(sol1)
    print("\nt = \n")
    display(round_expr(valores_t[0],0))
else:
    print("\nLa mejor solución es:\n\n(x,y,z)=")
    sol2 = [round(x,5) for x in sol2]
    display(sol2)
    print("\n Para t =")
    display(round_expr(valores_t[1],0))

```

1.3 Solución de Ejercicios

1.3.1 Ejercicio 0

```

[40]: posiciones = [
        [2.6871 , 0.997843 , 0.808889],
        [1.28081 , 1.66812 , 1.05613 ],
        [0.754194 , 2.66006 , 0.695377],
        [0.534611 , 0.945304 , 0.693213]
    ]

tiempo = [
    5.44013,
    5.63532,
    5.49932,
    5.84649
]

```

```

[41]: solucion_gps(posiciones, tiempo)

```

- Datos arrojados por los satelites:

* Posiciones

$$\begin{bmatrix} 2.6871 & 0.997843 & 0.808889 \\ 1.28081 & 1.66812 & 1.05613 \\ 0.754194 & 2.66006 & 0.695377 \\ 0.534611 & 0.945304 & 0.693213 \end{bmatrix}$$

* Tiempo

$$\begin{bmatrix} 5.44013 \\ 5.63532 \\ 5.49932 \\ 5.84649 \end{bmatrix}$$

- Ecuaciones

$$\begin{aligned} & -22.09t^2 + 240.3449434t + 1.0x^2 - 5.3742x + y^2 - 1.995686y + z^2 - 1.617778z - 644.883369992351 \\ & -22.09t^2 + 248.9684376t + 1.0x^2 - 2.56162x + 1.0y^2 - 3.33624y + 1.0z^2 - 2.11226z - 695.969898720616 \\ & -22.09t^2 + 242.9599576t + x^2 - 1.508388x + 1.0y^2 - 5.32012y + z^2 - 1.390754z - 659.929000049051 \\ & -22.09t^2 + 258.2979282t + x^2 - 1.069222x + y^2 - 1.890608y + z^2 - 1.386426z - 753.408174283903 \end{aligned}$$

- Restando la primera de cada una de las tres restantes, obtenemos:

$$\begin{aligned} & -8.6234942000001t - 2.81258x + 1.340554y + 0.494482z + 51.0865287282652 \\ & 2.6150142t + 3.865812x - 3.324434y + 0.227024z - 15.0456300567001 \\ & -17.9529848000001t - 4.304978x - 0.105078y - 0.231352z + 108.524804291552 \end{aligned}$$

- Resolviendo las ecuaciones con la variable t

$$\begin{bmatrix} 25.7874174198384 - 4.27677436415681t \\ 23.982400936813 - 3.92943867601058t \\ 3.76626225775786t - 21.6530788724859 \end{bmatrix}$$

- Sustituyendo los valores en la primera ecuación obtenemos la siguiente ecuación igualada a 0:

$$25.826018664648t^2 - 307.072892772163t + 912.700700683267$$

Desarrollando la ecuación obtenemos los valores de t

$$\begin{bmatrix} 5.89006 \\ 5.99999 \end{bmatrix}$$

- Ahora sustituimos ambos valores en las ecuaciones para x,y,z, obtenemos:

* Primera solución: (x,y,z) =

$$\begin{bmatrix} 0.596957991699107 \\ 0.837769699546129 \\ 0.530433401369223 \end{bmatrix}$$

* Segunda solución: (x,y,z) =

$$\begin{bmatrix} 0.126812021396187 \\ 0.405806354796926 \\ 0.944458756185419 \end{bmatrix}$$

- Para poder decidir que valores son los correctos, verificamos ahora que conjunto de valores pertenecen a un punto en la superficie terrestre, es decir, si están en la esfera con radio 1.

La mejor solución es:

(x,y,z)=

[0.12681, 0.40581, 0.94446]

Para t =

6.0

1.3.2 Ejercicio 1

```
[42]: posiciones_1 = [
        [1.95456 , 1.72328 , 0.580083],
        [1.26142 , 1.23289 , 1.25014 ],
        [1.61222 , 2.3943  , 0.538768],
        [1.515   , 2.43419 , 0.599708]
    ]

    tiempo_1 = [
        36.5946,
        36.692 ,
        36.5709,
        36.5762
    ]

    solucion_gps(posiciones_1, tiempo_1)
```

- Datos arrojados por los satelites:

* Posiciones

$$\begin{bmatrix} 1.95456 & 1.72328 & 0.580083 \\ 1.26142 & 1.23289 & 1.25014 \\ 1.61222 & 2.3943 & 0.538768 \\ 1.515 & 2.43419 & 0.599708 \end{bmatrix}$$

* Tiempo

$$\begin{bmatrix} 36.5946 \\ 36.692 \\ 36.5709 \\ 36.5762 \end{bmatrix}$$

- Ecuaciones

$$\begin{aligned} & -22.09t^2 + 1616.749428t + 1.0x^2 - 3.90912x + 1.0y^2 - 3.44656y + z^2 - 1.160166z - 29575.0228139055 \\ & -22.09t^2 + 1621.05256t + 1.0x^2 - 2.52284x + 1.0y^2 - 2.46578y + 1.0z^2 - 2.50028z - 29735.1562175719 \\ & -22.09t^2 + 1615.702362t + 1.0x^2 - 3.22444x + 1.0y^2 - 4.7886y + z^2 - 1.077536z - 29535.2225584567 \\ & -22.09t^2 + 1615.936516t + 1.0x^2 - 3.03x + 1.0y^2 - 4.86838y + z^2 - 1.199416z - 29543.8284426182 \end{aligned}$$

- Restando la primera de cada una de las tres restantes, obtenemos:

$$\begin{aligned} & -4.3031320000002t - 1.38628x - 0.98078y + 1.340114z + 160.133403666398 \\ & -1.0470659999999t + 0.68468x - 1.34204y + 0.08263z + 39.800255448823 \\ & 0.8129120000001t - 0.87912x + 1.42182y + 0.03925z - 31.1943712872708 \end{aligned}$$

- Resolviendo las ecuaciones con la variable t

$$\begin{bmatrix} 60.6237118328833 - 1.63105904138537t \\ 59.7833744441117 - 1.59017173357737t \\ 0.359983433685852t - 13.0269711676862 \end{bmatrix}$$

- Sustituyendo los valores en la primera ecuación obtenemos la siguiente

ecuación igualada a 0:

$$-16.7714121887183t^2 + 1230.91605667415t - 22583.953442173$$

Desarrollando la ecuación obtenemos los valores de t

$$\begin{bmatrix} 36.40601 \\ 36.98769 \end{bmatrix}$$

- Ahora sustituimos ambos valores en las ecuaciones para x,y,z, obtenemos:

* Primera solución: (x,y,z) =

$$\begin{bmatrix} 1.24335981547505 \\ 1.89156616980477 \\ 0.0785893732401206 \end{bmatrix}$$

* Segunda solución: (x,y,z) =

$$\begin{bmatrix} 0.294605684218077 \\ 0.966595360435321 \\ 0.287984472514657 \end{bmatrix}$$

- Para poder decidir que valores son los correctos, verificamos ahora que conjunto de valores pertenecen a un punto en la superficie terrestre, es decir, si están en la esfera con radio 1.

La mejor solución es:

(x,y,z)=

$$[0.29461, 0.9666, 0.28798]$$

Para t =

37.0

1.3.3 Ejercicio 2

```
[44]: posiciones_2 = [  
        [1.37811, 2.40965, 0.826757],  
        [0.637932, 1.32333, 2.58917],  
        [1.11962, 2.17206, 0.891593],  
        [1.51895, 1.02577, 1.68003]  
    ]  
  
    tiempo_2 = [  
        16.4717,  
        16.5721,  
        16.5432,  
        16.6277  
    ]  
  
    solucion_gps(posiciones_2, tiempo_2)
```

- Datos arrojados por los satelites:

* Posiciones

$$\begin{bmatrix} 1.37811 & 2.40965 & 0.826757 \\ 0.637932 & 1.32333 & 2.58917 \\ 1.11962 & 2.17206 & 0.891593 \\ 1.51895 & 1.02577 & 1.68003 \end{bmatrix}$$

* Tiempo

$$\begin{bmatrix} 16.4717 \\ 16.5721 \\ 16.5432 \\ 16.6277 \end{bmatrix}$$

- Ecuaciones

$$\begin{aligned} & -22.09t^2 + 727.719706t + 1.0x^2 - 2.75622x + 1.0y^2 - 4.8193y + z^2 - 1.653514z - 5985.00121322845 \\ & -22.09t^2 + 732.155378t + x^2 - 1.275864x + 1.0y^2 - 2.64666y + 1.0z^2 - 5.17834z - 6057.81410906248 \\ & -22.09t^2 + 730.878576t + 1.0x^2 - 2.23924x + 1.0y^2 - 4.34412y + z^2 - 1.783186z - 6038.76889757595 \\ & -22.09t^2 + 734.611786t + 1.0x^2 - 3.0379x + 1.0y^2 - 2.05154y + 1.0z^2 - 3.36006z - 6101.2702830398 \end{aligned}$$

- Restando la primera de cada una de las tres restantes, obtenemos:

$$-4.435672t - 1.480356x - 2.17264y + 3.524826z + 72.8128958340258$$

$$3.1588700000001t + 0.51698x + 0.47518y - 0.129672z - 53.767684347501$$

$$-6.8920800000001t + 0.28168x - 2.76776y + 1.706546z + 116.269069811351$$

- Resolviendo las ecuaciones con la variable t

$$\begin{bmatrix} 46.8256516987491 - 2.74769494839977t \\ 74.4617991741252 - 4.36385548256644t \\ 44.9055987358806 - 2.58537064770756t \end{bmatrix}$$

- Sustituyendo los valores en la primera ecuación obtenemos la siguiente ecuación igualada a 0:

$$11.1872035882146t^2 - 378.802875111869t + 3206.54519518663$$

Desarrollando la ecuación obtenemos los valores de t

$$\begin{bmatrix} 16.8592 \\ 17.00117 \end{bmatrix}$$

- Ahora sustituimos ambos valores en las ecuaciones para x,y,z, obtenemos:

* Primera solución: (x,y,z) =

$$\begin{bmatrix} 0.50171302259136 \\ 0.890686819111679 \\ 1.31831791007681 \end{bmatrix}$$

* Segunda solución: (x,y,z) =

$$\begin{bmatrix} 0.111622992767849 \\ 0.271150608830681 \\ 0.951273048107531 \end{bmatrix}$$

- Para poder decidir que valores son los correctos, verificamos ahora que conjunto de valores pertenecen a un punto en la superficie terrestre, es decir, si están en la esfera con radio 1.

La mejor solución es:

(x,y,z)=

[0.11162, 0.27115, 0.95127]

Para t =

17.0

1.3.4 Ejercicio 3

```
[45]: posiciones_3 = [  
        [0.539902 , 2.19469 , 0.515066],  
        [2.45447 , 0.975447 , 0.980592],  
        [1.85353 , 1.17735 , 1.9077 ],  
        [0.720784 , 1.60063 , 1.85784 ]  
    ]  
  
    tiempo_3 = [  
        5.57658,  
        5.60392,  
        5.58193,  
        5.59462  
    ]  
  
    solucion_gps(posiciones_3, tiempo_3)
```

- Datos arrojados por los satelites:

* Posiciones

| | | |
|----------|----------|----------|
| 0.539902 | 2.19469 | 0.515066 |
| 2.45447 | 0.975447 | 0.980592 |
| 1.85353 | 1.17735 | 1.9077 |
| 0.720784 | 1.60063 | 1.85784 |

* Tiempo

| |
|---------|
| 5.57658 |
| 5.60392 |
| 5.58193 |
| 5.59462 |

- Ecuaciones

$$\begin{aligned} & -22.09t^2 + 246.3733044t + x^2 - 1.079804x + 1.0y^2 - 4.38938y + z^2 - 1.030132z - 681.586769575416 \\ & -22.09t^2 + 247.5811856t + 1.0x^2 - 4.90894x + y^2 - 1.950894y + z^2 - 1.961184z - 685.775098302603 \\ & -22.09t^2 + 246.6096674t + 1.0x^2 - 3.70706x + 1.0y^2 - 2.3547y + 1.0z^2 - 3.8154z - 679.817904601641 \\ & -22.09t^2 + 247.1703116t + x^2 - 1.441568x + 1.0y^2 - 3.20126y + 1.0z^2 - 3.71568z - 684.87886890464 \end{aligned}$$

- Restando la primera de cada una de las tres restantes, obtenemos:

$$\begin{aligned} & -1.2078812t + 3.829136x - 2.438486y + 0.931052z + 4.188328727187 \\ & 0.236363t - 2.627256x + 2.03468y - 2.785268z + 1.7688649737748 \\ & -0.7970072t + 0.361764x - 1.18812y + 2.685548z + 3.292099329224 \end{aligned}$$

- Resolviendo las ecuaciones con la variable t

$$\begin{bmatrix} 8.13417170483446 - 1.22095037506101t \\ 16.3693040879592 - 2.69105031060639t \\ 4.92039157413472 - 0.729306496683019t \end{bmatrix}$$

- Sustituyendo los valores en la primera ecuación obtenemos la siguiente ecuación igualada a 0:

$$-12.8256404413196t^2 + 145.113987100439t - 408.960710619013$$

Desarrollando la ecuación obtenemos los valores de t

$$\begin{bmatrix} 5.31435 \\ 6.00002 \end{bmatrix}$$

- Ahora sustituimos ambos valores en las ecuaciones para x,y,z, obtenemos:

* Primera solución: (x,y,z) =

$$\begin{bmatrix} 1.64561392263511 \\ 2.06812052486593 \\ 1.04460150000931 \end{bmatrix}$$

* Segunda solución: (x,y,z) =

$$\begin{bmatrix} 0.808445002299115 \\ 0.222948330224014 \\ 0.544537988098237 \end{bmatrix}$$

- Para poder decidir que valores son los correctos, verificamos ahora que conjunto de valores pertenecen a un punto en la superficie terrestre, es decir, si están en la esfera con radio 1.

La mejor solución es:

(x,y,z)=

[0.80845, 0.22295, 0.54454]

Para t =

6.0

1.3.5 Ejercicio 4

```
[46]: posiciones_4 = [
        [1.9975 , 0.520202 , 1.95371],
        [0.520811 , 1.0911 , 1.44409],
        [1.95991 , 1.00399 , 0.691907],
        [0.936643 , 0.583767 , 2.19417]
    ]

    tiempo_4 = [
        10.5166,
        10.7481,
        10.6717,
        10.5803
    ]

    solucion_gps(posiciones_4, tiempo_4)
```

- Datos arrojados por los satelites:

* Posiciones

$$\begin{bmatrix} 1.9975 & 0.520202 & 1.95371 \\ 0.520811 & 1.0911 & 1.44409 \\ 1.95991 & 1.00399 & 0.691907 \\ 0.936643 & 0.583767 & 2.19417 \end{bmatrix}$$

* Tiempo

$$\begin{bmatrix} 10.5166 \\ 10.7481 \\ 10.6717 \\ 10.5803 \end{bmatrix}$$

- Ecuaciones

$$\begin{aligned} & -22.09t^2 + 464.623388t + 1.0x^2 - 3.995x + y^2 - 1.040404y + 1.0z^2 - 3.90742z - 2435.0515619855 \\ & -22.09t^2 + 474.851058t + x^2 - 1.041622x + 1.0y^2 - 2.1822y + 1.0z^2 - 2.88818z - 2548.32618900908 \\ & -22.09t^2 + 471.475706t + 1.0x^2 - 3.91982x + 1.0y^2 - 2.00798y + z^2 - 1.383814z - 2510.39566743525 \\ & -22.09t^2 + 467.437654t + x^2 - 1.873286x + y^2 - 1.167534y + 1.0z^2 - 4.38834z - 2466.78283929946 \end{aligned}$$

- Restando la primera de cada una de las tres restantes, obtenemos:

$$\begin{aligned} & -10.22766999999999t - 2.953378x + 1.141796y - 1.01924z + 113.274627023583 \\ & 6.852318t + 0.07518x - 0.967576y + 2.523606z - 75.3441054497548 \\ & -2.81426599999999t - 2.121714x + 0.12713y + 0.48092z + 31.7312773139656 \end{aligned}$$

- Resolviendo las ecuaciones con la variable t

$$\begin{bmatrix} 12.6958315777924 - 1.11050139733397t \\ 5.61128782034389t - 60.897231790751 \\ 6.12890161323468 - 0.530781382232953t \end{bmatrix}$$

- Sustituyendo los valores en la primera ecuación obtenemos la siguiente ecuación igualada a 0:

$$10.9114932319455t^2 - 252.831660657317t + 1460.85853587649$$

Desarrollando la ecuación obtenemos los valores de t

$$\begin{bmatrix} 11.00007 \\ 12.17106 \end{bmatrix}$$

- Ahora sustituimos ambos valores en las ecuaciones para x,y,z, obtenemos:

* Primera solución: (x,y,z) =

$$\begin{bmatrix} 0.480238498836211 \\ 0.82732688768327 \\ 0.290269266792233 \end{bmatrix}$$

* Segunda solución: (x,y,z) =

$$\begin{bmatrix} -0.820147521583158 \\ 7.39808875763002 \\ -0.33127041880532 \end{bmatrix}$$

- Para poder decidir que valores son los correctos, verificamos ahora que conjunto de valores pertenecen a un punto en la superficie terrestre, es decir, si están en la esfera con radio 1.

La mejor solución es:

(x,y,z)=

[0.48024, 0.82733, 0.29027]

t =

11.0

1.3.6 Ejercicio 5

```
[47]: posiciones_5 = [
        [0.858612, 1.82128, 0.917149],
        [1.46621, 1.29383, 0.934071],
        [1.26943, 2.20292, 0.965437],
        [1.91226, 1.68888, 1.3802]
    ]

    tiempo_5 = [
        0.657103,
```

```

        0.705031,
        0.555515,
        0.561975
    ]

solucion_gps(posiciones_5, tiempo_5)

```

- Datos arrojados por los satelites:

* Posiciones

```

[0.858612  1.82128  0.917149]
[1.46621   1.29383  0.934071]
[1.26943   2.20292  0.965437]
[1.91226   1.68888  1.3802  ]

```

* Tiempo

```

[0.657103]
[0.705031]
[0.555515]
[0.561975]

```

- Ecuaciones

```

-22.09t2 + 29.03081054t + x2 - 1.717224x + 1.0y2 - 3.64256y + z2 - 1.834298z - 4.64267865598781
-22.09t2 + 31.14826958t + 1.0x2 - 2.93242x + 1.0y2 - 2.58766y + z2 - 1.868142z - 6.28399135908749
-22.09t2 + 24.5426527t + 1.0x2 - 2.53886x + 1.0y2 - 4.40584y + z2 - 1.930874z + 0.57947179494875
-22.09t2 + 24.8280555t + 1.0x2 - 3.82452x + 1.0y2 - 3.37776y + 1.0z2 - 2.7604z + 1.43763275719375

```

- Restando la primera de cada una de las tres restantes, obtenemos:

```

-2.11745904t + 1.215196x - 1.0549y + 0.033844z + 1.6413127030997
-4.48815784t - 0.821636x - 0.76328y - 0.096576z + 5.2221504509366
4.20275504t + 2.107296x - 0.2648y + 0.926102z - 6.0803114131816

```

- Resolviendo las ecuaciones con la variable t

$$\begin{bmatrix} 2.17207692205668 - 1.59347332177828t \\ 4.14815032976053 - 3.90798479481557t \\ 2.80912103738016 - 2.02965705351794t \end{bmatrix}$$

- Sustituyendo los valores en la primera ecuación obtenemos la siguiente ecuación igualada a 0:

$$-0.15898986137606t^2 - 1.02198860265576t + 1.18095747408884$$

Desarrollando la ecuación obtenemos los valores de t

$$\begin{bmatrix} -7.428 \\ 0.99998 \end{bmatrix}$$

- Ahora sustituimos ambos valores en las ecuaciones para x,y,z, obtenemos:

* Primera solución: (x,y,z) =

$$\begin{bmatrix} 14.0083974735027 \\ 33.1766631447685 \\ 17.8854145445296 \end{bmatrix}$$

* Segunda solución: (x,y,z) =

$$\begin{bmatrix} 0.57863551302459 \\ 0.240243800784237 \\ 0.779504632130085 \end{bmatrix}$$

- Para poder decidir que valores son los correctos, verificamos ahora que conjunto de valores pertenecen a un punto en la superficie terrestre, es decir, si están en la esfera con radio 1.

La mejor solución es:

(x,y,z)=

$$[0.57864, 0.24024, 0.7795]$$

Para t =

1.0

[]:

[]: