

# Universidade Estadual de Maringá

Graduação em Estatística - Dep. de Estatística

Disciplina: **DES8076 - Modelos Mistos**

Professor: **Prof. Vanderly Janeiro (DES/UEM)**

## 1ª Lista de exercícios

1. Considere os modelos:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}, \quad \varepsilon_{ij} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2) \quad (1)$$

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \varepsilon_{ij}, \quad \varepsilon_{ij} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2) \quad (2)$$

em que:

- $\mu$  denota a média geral;
- $\alpha_i$  o efeito fixo do  $i$ -ésimo tratamento;
- $\beta_j$  o efeito fixo do  $j$ -ésimo bloco, modelo (1);
- $b_j$  o efeito aleatório do  $j$ -ésimo bloco,  $b_j \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_b^2)$ , modelo (2);
- $\varepsilon_{ij}$  o efeito aleatório de resíduo,  $\varepsilon_{ij} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$ ;
- $\beta_j$  e  $\varepsilon_{ijk}$  são independentes.

para  $i = 1, 2, j = 1, 2, 3$ .

**Pede-se:**

- a. Obtenha e apresente (em uma tabela) a esperança das somas de quadros médios para uma possível decomposição dos modelos em somas de quadrados.
  - b. Escreva na forma matricial as matrizes de variâncias e covariâncias, dos resíduos, dos efeitos aleatórios e de  $Y$ , para os modelos.
  - c. A inversa e o determinante de  $\text{Var}(Y)$ .
  - d. Escreva o logaritmo da função de verossimilhança para estes modelos.
2. Na página 03 do arquivo **eNote-3.pdf** é apresentado o modelo

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \delta_k + \varepsilon_{ij}.$$

Obtenha a esperança do quadrado médio de  $\delta_k$  em duas possibilidades: a primeira  $\delta_k$  de efeito fixo e a segunda como efeito aleatório.

3. Faça o exercício 02 que esta na página 43 do arquivo `eNote-1.pdf`. <https://www2.compute.dtu.dk/courses/02429/enotepdfs/eNote-1.pdf>
4. Faça o exercício 01 e 02 que esta na página 27 do arquivo `eNote-3.pdf`. <https://www2.compute.dtu.dk/courses/02429/enotepdfs/eNote-3.pdf>
5. Faça o exercício 02 que esta na página 29 do arquivo `eNote-3.pdf`. <https://www2.compute.dtu.dk/courses/02429/enotepdfs/eNote-4.pdf>
6. Considere um estudo sobre os efeitos aprendizagem de jogadas repetidas de videogame, onde se espera que a idade (`age`) tenha efeito. O resultado quantitativo é a pontuação (`score`) do videogame (em milhares de pontos). As variáveis explicativas são faixa etária (`agegrp`) do sujeito e `trial` que representa o horário em que o sujeito jogou o jogo (1, 3 ou 5) e a variável `id` identifica os sujeitos. Banco de dados:

|   | <code>id</code> | <code>age</code> | <code>agegrp</code> | <code>trial</code> | <code>score</code> |
|---|-----------------|------------------|---------------------|--------------------|--------------------|
| 1 | SY              | 34               | (30,40]             | 1                  | 14.3               |
| 2 | SY              | 34               | (30,40]             | 3                  | 27.6               |
| 3 | SY              | 34               | (30,40]             | 5                  | 33.2               |
| 4 | ZN              | 43               | (40,50]             | 1                  | 15.9               |
| 5 | ZN              | 43               | (40,50]             | 3                  | 22.0               |
| 6 | ZN              | 43               | (40,50]             | 5                  | 33.6               |
| 7 | ME              | 26               | (20,30]             | 1                  | 13.1               |
| 8 | ME              | 26               | (20,30]             | 3                  | 28.1               |
| 9 | ME              | 26               | (20,30]             | 5                  | 43.0               |

- a. Escreva um modelo para o  $i$ -ésimo sujeito na  $j$ -ésima tentativa. Porque você considera esse modelo adequado aos dados.
- b. Converta o modelo do item (a) para a forma matricial explicitando as matrizes.