Zadanie 3 – znalezienie dwóch największych wartości własnych i odpowiadających im wektorów własnych.
Do rozwiązania tego zadania napisałam program w języku C++

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{19}{12} & \frac{13}{12} & \frac{5}{6} & \frac{5}{6} & \frac{13}{12} & -\frac{17}{12} \\ \frac{13}{12} & \frac{13}{12} & \frac{5}{6} & \frac{5}{6} & -\frac{11}{12} & \frac{13}{12} \\ \frac{5}{6} & \frac{5}{6} & \frac{5}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{5}{6} & \frac{5}{6} \\ \frac{5}{6} & \frac{5}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{5}{6} & \frac{5}{6} & \frac{5}{6} \\ \frac{13}{12} & -\frac{11}{12} & \frac{5}{6} & \frac{5}{6} & \frac{13}{12} & \frac{13}{12} \\ -\frac{17}{12} & \frac{13}{12} & \frac{5}{6} & \frac{5}{6} & \frac{13}{12} & \frac{19}{12} \end{bmatrix}$$

Metoda potęgowa służy do wyznaczenia maksymalnej co do modułu wartości własnej i odpowiadającego jej wektora własnego, gdy macierz A jest symetryczna.

W metodzie potęgowej iterujemy wielokrotnie $\mathbf{A}\mathbf{y}_k = \mathbf{z}_k$ $\mathbf{y}_{k+1} = \frac{\mathbf{z}_k}{\|\mathbf{z}_k\|}$

Unormowany wektor własny odpowiada największej wartości własnej. $\lambda_1 = \|\mathbf{z}_k\|$

Aby obliczyć drugą co do modułu wartość własną używamy wektora który został wyliczony oraz poprzednio znalezionego wektor własnego. Nowy wektor y_k musi być ortogonalny do poprzednio znalezionego wektora własnego.

Wówczas wartość własna: $|\lambda| = \left|\frac{z^k}{y^{k-1}}\right|$ $z_k = z_k - e_1(e_1^T z_k)$

Uzyskane wyniki:

Lambda1: 4
Wektor własny dla lambda1:
[0.4082482905 0.4082482905 0.4082482905 0.4082482905 0.4082482905 0.4082482905]

Lambda2: 2.212167402
Wektor własny dla lambda2:
[0.5807405478 0.04851559736 0.06024418279 0.06024418279 0.02855826599 -0.7783027768]