

$$\begin{aligned}
& a_i^\dagger a_j^\dagger a_k a_l = \quad j > l > k > i \\
& \left[ \begin{array}{c} \text{---} \boxed{\sigma_i^+} \quad \bullet_k \quad \bullet_l \quad \bullet_j \\ \text{---} \bullet_i \text{---} \bullet_k \text{---} \bullet_l \text{---} \boxed{\sigma_j^+} \\ \text{---} \bullet_i \text{---} \boxed{\sigma_k^-} \quad \bullet_l \quad \bullet_j \\ \text{---} \bullet_i \text{---} \bullet_k \text{---} \boxed{\sigma_l^-} \quad \bullet_j \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{---} \boxed{\sigma_i^+} \quad \bullet_k \quad \bullet_l \quad \bullet_j \\ \text{---} \bullet_i \text{---} \boxed{\sigma_k^-} \quad \bullet_l \quad \bullet_j \\ \text{---} \bullet_i \text{---} \bullet_k \text{---} \boxed{\sigma_l^-} \quad \bullet_j \\ \text{---} \bullet_i \text{---} \bullet_k \text{---} \bullet_l \text{---} \boxed{\sigma_j^+} \end{array} \right] \\
& = - \left[ \boxed{\sigma_i^+} \text{---} \boxed{\sigma_k^-} \quad \boxed{\sigma_l^-} \text{---} \boxed{\sigma_j^+} \right]
\end{aligned}$$