**Parâmetros de Denavit-Hatenberg (DH)**



Apesar de termos dado valores não nulos para d2, d3, d4, d5, a2 e a4, na cinemática implementada no software de controle consideramos todos eles como sendo zero, para que os pontos da garra e do pulso fiquem alinhados com a origem, de forma que seja possível definir um plano vertical que corte o braço robô pela origem da base, pelo pulso e pelo ponto da garra.

**Detalhes do a4 e do a1**



**Cálculos da Cinemática Direta**

**Cálculos da Cinemática Direta – Resultado e Otimizações de Fórmulas**

Utilizamos rotações em ângulos fixos em torno de X, Y e Z, respectivamente, cujos ângulos são , e , respectivamente. Para encontrar os ângulos , e , faremos:

As fórmulas para e são válidas para . Se :

Se :

Para achar as coordenadas x, y e z da garra, basta fazer o seguinte cálculo:

**Cinemática Inversa – Encontrando a matriz de transformação**

No software de controle, são fornecidas as coordenadas x, y, z, Rx, Ry e Rz, sendo que estas três últimas correspondem aos ângulos , e , respectivamente. A matriz a ser encontrada tem a seguinte forma:

Onde é a matriz de rotação para a posição XYZ alvo. Para achar , faz-se:

onde

Para achar , faz-se:

**Cinemática Inversa – Projetando o ponto x, y, z alvo no plano que corta o braço robô**



J3

Mesmo que o ponto sempre esteja no plano do braço robô, o ponto XYZ alvo da garra nem sempre estará, por conta dos ângulos , e , que podem, por exemplo, fazer a garra apontar para a direção do vetor mostrado na figura. Para fazer a projeção do XYZ alvo da garra, seguem os cálculos:

Fórmula de Rodriques:

A nova matriz de rotação passa a ser (apenas para a cinemática inversa):

De forma que o ponto XYZ alvo da garra passa a ser:

E as rotações passam a ser

As fórmulas para e são válidas para . Se :

Se :

**Teste de Colisão da garra com a base fixa**

Consiste, basicamente, em representar a colisão da garra como um cruzamento de um segmento de reta (que representa a garra) com uma de várias áreas delimitadas de planos no espaço tridimensional (estas áreas representam as faces da base fixa).

Para a reta formada pela posição alvo e pelo pulso da garra :

Onde é o vetor direção da garra.

Equação paramétrica da reta da garra:

Equação simétrica:

Para a base fixa, parte contendo o servo da junta J0:

Equação geral dos planos para e :

Plano 1: lado positivo do eixo Y: e :

Plano 2: lado negativo do eixo Y: e :

Plano 3: lado positivo do eixo X: e :

Plano 4: lado negativo do eixo X: e

Plano 5: lado positivo do eixo Z: e :

Plano 6: lado positivo do eixo Z (base maior): e

Logo, a condição para detecção de colisão de um ponto da garra com a base fixa é:

Caso nem o ponto da garra e nem o ponto do pulso colidam com a base, devemos verificar se a reta representante da garra colide com a base. Para isso, a equação da reta da garra é:

E a equação geral dos planos da base é:

Se a reta da garra de alguma forma se cruza com um plano da base, faz-se:

Um detalhe a ser observado é que, em qualquer situação em que a garra colida com a base, sem colidir o pulso e a posição alvo, obrigatoriamente vai cair em uma colisão com um de 2 planos: o plano 5 ou o plano 6. Testando estes 2 planos, elimina a necessidade de testar os demais planos.

Para cada plano a ser testado (5 e 6), deve-se:

1. Variar os parâmetros , , , , e ;
2. Testar se . Se for verdade, vai para o passo 3. Caso contrário, a posição alvo é estritamente paralela ao plano e significa que não há nenhuma colisão entre a garra e o plano corrente. Voltar para o passo 1, se houver mais algum plano a ser testado.
3. Calcula o valor de t, e substitui na fórmula da reta da garra.
4. Testa se:
   1. O ponto XYZ calculado está entre a posição alvo e o pulso da garra e
   2. O ponto XYZ está dentro dos limites do plano testado.
   3. Se a resposta for verdadeira para ambas as condições, significa que haverá colisão da garra com a base para a posição alvo. Caso contrário, volta para o passo 1, se houver mais algum plano para ser testado. Caso todos os planos tenham sido testados e a resposta for falsa para ambas as condições, significa que não haverá colisão da garra com a base para a posição alvo.

**Teste de colisão da garra com a base giratória**

Para esta abordagem, precisaremos das coordenadas x, y e z da garra, coordenadas , e do pulso, do ângulo e do ângulo (ou dos ângulos , e ). Lembrar que x, y e z devem ser coordenadas projetadas no plano vertical do braço robô.



d1

θ2

-θ3

θ4

L1

L2

L3 + Lg

J1

J2

J3

J4

Para esta abordagem, trataremos o pulso da garra (J4) como se estivesse junto com J3, de forma que px, py e pz se referem aos valores de coordenada de J3. Isso torna possível tratar o braço robô como se fosse um manipulador planar, de forma que, independente do ângulo , a base giratória seja tratada como se fosse uma base fixa retangular, com tamanho fixo.

O ângulo de inclinação da garra em relação ao eixo :

A equação da reta sobre a qual está a garra pode ser obtida como a seguir:

Fazendo , teremos como equação da reta da garra:

O problema de usar esta equação da reta é que, no momento que assumir o ângulo de 90° ou -90° graus, o valor de vai para infinito. Se for este o caso, usaremos:

significando que a garra está na posição vertical.

Para a base giratória, podemos definir as seguintes relações:

Nosso teste de colisão com a base giratória precisa ser mais abrangente, ou seja, ele precisa detectar como colisão, tanto posições dentro da base giratória como posições “atrás” da base giratória (posições que fazem a garra atravessar a base giratória). Portanto, podemos eliminar o limite inferior das relações da base giratória, resultando no seguinte:

Ou seja, qualquer ponto da garra ou do pulso que atenda estas condições será detectado como ponto de colisão com a base giratória. Caso nem o ponto da garra e nem o ponto do pulso colidam com a base fixa, será necessário testar se algum ponto entre o pulso e o ponto garra colide com a base giratória. Uma colisão nessas condições obrigatoriamente vai ocorrer com as duas arestas da base giratória, de forma que só será necessário testar o cruzamento de uma delas com o segmento de reta da garra.

Assumindo , se for testar com o segmento vertical da base giratória que fica do lado positivo do eixo X’ (), verificar se:

Se for testar com o segmento horizontal da base giratória que fica do lado positivo do eixo Z’ (), poderíamos verificar se:

exceto se , o que nos faz concluir que a condição computacionalmente mais adequada é a que testa o segmento vertical da base giratória. Em ambos os casos, se a condição for verdadeira, haverá colisão da garra com a base giratória.

Assumindo , haverá colisão da garra com a base giratória se:

**Colisão com o segmento L1 – requisitos**

Para detecção de colisão da garra com o segmento L1, serão necessários os valores de , , , e .

**Colisão com o segmento L1 – primeira abordagem – para**

Ainda no mesmo referencial, testar a colisão com o segmento L1 será como testar se o segmento de reta da garra cruza com o segmento de reta do segmento L1. Para isso, podemos definir a fórmula do segmento L1 como segue:

Esta fórmula se torna um problema quando . Podemos, então, usar a forma paramétrica dela:

Para a equação da garra usaremos a forma paramétrica da mesma que assume a seguinte forma:

Sendo P um ponto no plano X’Z’, P0 o ponto do pulso da garra, v o vetor direção do segmento de reta da garra e t um valor entre 0 e 1. Ou seja:

Substituindo as equações paramétricas do segmento de reta da garra na equação do segmento L1, teremos:

Se , significa que a garra não colide com o segmento L1. Caso contrário, devemos calcular o valor de t e substituir na equação paramétrica da reta da garra. Dado que o ponto do segmento L1 onde se encontra a junta 2 é definido por:

Devemos testar se o ponto calculado na equação paramétrica da garra pertence ao segmento L1. Para isso, devemos testar se:

Se esta condição for verdade, significa que a garra colide com o segmento L1. Caso contrário, a garra não colide com o segmento L1.

Esta abordagem é falha para , pois faz tender para infinito.

**Colisão com o segmento L1 – segunda abordagem – para**

Nesta abordagem, trataremos o caso em que . Igualando as equações paramétricas do segmento L1 com o segmento da garra, teremos:

Resolvendo a primeira equação para t, teremos:

Se , significa que a garra não colide com o segmento L1. Caso contrário, devemos calcular o valor de t e substituir na equação paramétrica do segmento de reta da garra. Dado que o ponto em que se encontra a junta 2 (fim do segmento L1) é definido por:

Devemos testar se o ponto calculado pertence também ao segmento de reta do segmento L1, ou seja, se:

Se esta condição for verdadeira, a garra colide com o segmento L1. Caso contrário, a garra não colide com o segmento L1.

**Cálculos da Cinemática Inversa – θ1 e θ5**

Para o cálculo de (todas as soluções), temos:

(soluções 1 e 2)

Conhecido , temos, para :

Conhecido , temos, para :

(solução 3)

(solução 4)

**Cinemática Inversa – Abordagem geométrica para θ2,θ3 e θ4**



d1

θ2

-θ3

θ4

L1

L2

L3 + Lg

J1

J2

J3

J4

Para esta abordagem, trataremos o pulso da garra (J4) como se estivesse junto com J3, de forma que px, py e pz se referem aos valores de coordenada de J3. Isso torna possível a abordagem geométrica como se o braço robô fosse um manipulador planar.

Para θ3, temos, a partir do triângulo formado por J1, J2 e J3:

Como θ3 será sempre menor ou igual a zero, então:

Logo:

Para θ2, calculamos os ângulos e :

Como  será sempre maior ou igual à zero, então:

Logo:

Logo, para θ4, temos:

**Braço robô na posição de repouso**



d1

L3 + Lg

J3

J4

θ2

-θ3

θ4

J1

J2

Observe que, nesta posição, o deve assumir valor negativo, pois está no lado negativo do eixo , o que justifica a fórmula do ser:

de forma que o ângulo seja calculado no quadrante correto.