Parâmetros de Denavit-Hatenberg (DH)



Apesar de termos dado valores não nulos para d2, d3, d4, d5, a2 e a4, na cinemática implementada no software de controle consideramos todos eles como sendo zero, para que os pontos da garra e do pulso fiquem alinhados com a origem, de forma que seja possível definir um plano que vertical que corte o braço robô, que passe pela origem da base, pelo pulso e pelo ponto da garra.

Detalhes do a4 e do a1



Cálculos da Cinemática Direta

Cálculos da Cinemática Direta – Resultado e Otimizações de Fórmulas

Utilizamos rotações em ângulos fixos em torno de X, Y e Z, respectivamente, cujos ângulos são , e , respectivamente. Para encontrar os ângulos , e , faremos:

As fórmulas para e são válidas para . Se :

Se :

Para achar as coordenadas x, y e z da garra, basta fazer o seguinte cálculo:

Cinemática Inversa – Encontrando a matriz de transformação

No software de controle, são fornecidas as coordenadas x, y, z, Rx, Ry e Rz, sendo que estas três últimas correspondem aos ângulos , e , respectivamente. A matriz a ser encontrada tem a seguinte forma:

Onde é a matriz de rotação para a posição XYZ alvo. Para achar , faz-se:

onde

Para achar , faz-se:

Cinemática Inversa – Projetando o ponto x, y, z alvo no plano que corta o braço robô



J3

Mesmo que o ponto sempre esteja no plano do braço robô, o ponto XYZ alvo da garra nem sempre estará, por conta dos ângulos , e , que podem, por exemplo, fazer a garra apontar para a direção do vetor mostrado na figura. Para fazer a projeção do XYZ alvo da garra, seguem os cálculos:

Fórmula de Rodriques:

A nova matriz de rotação passa a ser (apenas para a cinemática inversa):

De forma que o ponto XYZ alvo da garra passa a ser:

E as rotações passam a ser

As fórmulas para e são válidas para . Se :

Se :

Teste de Colisão da garra com a base fixa:

Consiste, basicamente, de representar a colisão da garra como um cruzamento de um segmento de reta (que representa a garra) com uma de várias áreas delimitadas de planos no espaço tridimensional (estas áreas representam as faces da base fixa).

Para a reta formada pela posição alvo e pelo pulso da garra :

Equação paramétrica da reta da garra:

Equação simétrica:

Para a base fixa, parte contendo o servo da junta J0:

Equação geral dos planos para e :

Plano 1, no lado positivo do eixo Y: e :

Plano 2, no lado negativo do eixo Y: e :

Plano 3: no lado positivo do eixo X: e :

Plano 4: no lado negativo do eixo X: e

Plano 5: Lado positivo do eixo Z: e :

Plano 6: Lado positivo do eixo Z (base maior): e

Logo, a condição para detecção de colisão de um ponto da garra com a base fixa é:

Caso nem o ponto da garra e nem o ponto do pulso colidam com a base, devemos verificar se a reta representante da garra colide com a base. Para isso, a equação da reta da garra é:

E a equação geral dos planos da base é:

Se a reta da garra de alguma forma se cruza com um plano da base, faz-se:

Um detalhe a ser observado é que, em qualquer situação em que a garra colida com a base, sem colidir o pulso e a posição alvo obrigatoriamente vai cair em uma colisão com um de 2 planos: o plano 5 ou o plano 6. Testando estes 2 planos, elimina a necessidade de testar os demais planos.

Para cada plano a ser testado (5 e 6), deve-se:

1. Variar os parâmetros , , , , e ;
2. Testar se . Se for verdade, vai para o passo 3. Caso contrário, a posição alvo é estritamente paralela ao plano e significa que não há nenhuma colisão entre a garra e o plano corrente. Voltar para o passo 1, se houver mais algum plano a ser testado.
3. Calcula o valor de t, e substitui na fórmula da reta da garra.
4. Testa se:
   1. O ponto XYZ calculado está entre a posição alvo e o pulso da garra e
   2. O ponto XYZ está dentro dos limites do plano testado.
   3. Se a resposta for verdadeira para ambas as condições, significa que haverá colisão da garra com a base para a posição alvo. Caso contrário, volta para o passo 1, se houver mais algum plano para ser testado. Caso todos os planos tenham sido testados e a resposta for falta para ambas as condições, significa que não haverá colisão da garra com a base para a posição alvo.

Cálculos da Cinemática Inversa – θ1 e θ5

Para o cálculo de (todas as soluções), temos:

(soluções 1 e 2)

Conhecido , temos, para :

Conhecido , temos, para :

(solução 3)

(solução 4)

Cinemática Inversa – Abordagem geométrica para θ2,θ3 e θ4



d1

θ2

-θ3

θ4

L1

L2

L3 + Lg

J1

J2

J3

J4

Para esta abordagem, trataremos o pulso da garra (J4) como se estivesse junto com J3, de forma que px, py e pz se referem aos valores de coordenada de J3. Isso torna possível a abordagem geométrica como se o braço robô fosse um manipulador planar.

Para θ3, temos, a partir do triângulo formado por J1, J2 e J3:

Como θ3 será sempre menor ou igual a zero, então:

Logo:

Para θ2, calculamos os ângulos e :

Como  será sempre maior ou igual à zero, então:

Logo:

Logo, para θ4, temos:

Braço robô na posição de repouso



d1

L3 + Lg

J3

J4

θ2

-θ3

θ4

J1

J2

Observe que, nesta posição, o deve assumir valor negativo, pois está no lado negativo do eixo , o que justifica a fórmula do ser:

de forma que o ângulo seja calculado no quadrante correto.