Memoria de la práctica 2
Algorítmica

FCO. JAVIER SÁEZ MALDONADO
LAURA GÓMEZ GARRIDO
LUIS ANTONIO ORTEGA ANDRÉS
PEDRO BONILLA NADAL
DANIEL POZO ESCALONA

Universidad de Granada
6 de abril de 2017

Índice

1. Problema

Sea un vector v de números de tamaño n, todos distintos, de forma que existe un índice p (que no es ni el primero ni el último) tal que a la izquierda de p los números están ordenados de forma creciente y a la derecha de p están ordenados de forma decreciente; es decir

$$\forall\, i,j \leq p,\ i < j \Rightarrow v[i] < v[j] \quad y \quad \forall\, i,j \geq p,\ i < j \Rightarrow v[i] > v[j]$$

(de forma que el máximo se encuentra en la posición p). Diseñe un algoritmo "divide y vencerás" que permita determinar p. ¿Cuál es la complejidad del algoritmo? Compárelo con el algoritmo "obvio" para realizar esta tarea. Realizar también un estudio empírico e híbrido de la eficiencia de ambos algoritmos.

2. Solución

2.1. El algoritmo obvio

Lo primero que se nos pedía hacer en la práctica era la implementación de un algoritmo que realice nuestro problema de forma obvia. Como los números no están repetidos y son ascendentes hasta el índice p, este $v[p]$ es el máximo del vector. Por tanto, nos bastaría encontrar el índice t tal que:

$$v[t-1] < v[t] \quad y \quad v[t] > v[t+1]$$

Así,nuestro algoritmo en ***c++*** sería:

```
int fuerzaBruta(int* v, int n){
   for(int i=1; i < n-1; ++i){
      if(v[i] > v[i+1])
      return i;
   }
}
```

Este algoritmo es de orden lineal y queremos mediante la estrategia "divide y vencerás" encontrar un algoritmo de orden menor.

2.2. Divide y vencerás

Utilizamos ahora la estrategia **Divide y Vencerás** para crear un algoritmo de orden logarítmico. El algoritmo consiste en ir mirando en la mitad del vector (sea esta mitad la posición p) y comparando si los elementos en las posiciones $p-1$, p y $p+1$ están en orden ascendente, y en cuyo caso realizar de nuevo esta operación sobre el vector que queda a la izquierda de esta posición, o si están en orden descendente, y entonces realizar esta operación sobre el vector que queda a la derecha de esta posición.

Siguiendo este algoritmo escrito en texto, el resultante escrito en el lenguaje ***c++*** es:

```
int divideYVenceras(int* v, int n){
   int k = n/2;
   if(n==1)
      return 0; //Caso trivial

   if(n==2)
      return v[0]>v[1]? 0:1 ; //Entre dos elementos, devuelve el
          mayor.

   if(v[k] > v[k+1]){

      if(v[k] > v[k-1])
         return k;

      //else
      return divideYVenceras(v,k);

   }

   //else
   return k + 1 + divideYVenceras(v+k+1,n-k-1);
}
```

Sabemos que nuestro método utiliza la técnica divide y vencerás pues lo que estamos haciendo es dividir el vector en mitades de forma sucesiva.

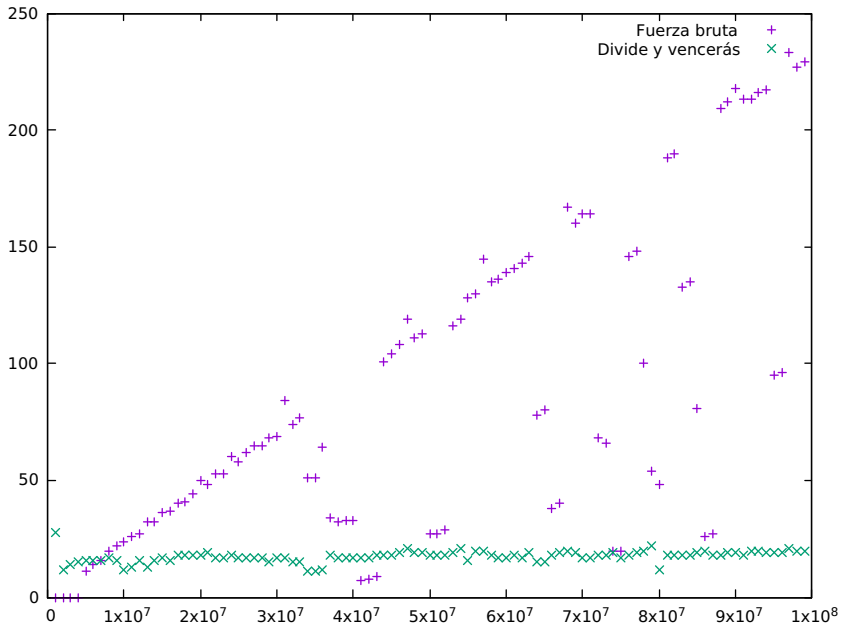
2.2.1. La complejidad del algoritmo

Es un algoritmo de complejidad $log(n)$, dado que para un vector de tamaño n, examinará primero el vector original, después un vector de tamaño $n/2$, después de uno de $n/4$, y así sucesivamente. Por lo tanto para un vector de

tamaño 2^n, hará n examinaciones. Así pués, para uno de tamaño n, realizará $log_2(n)$. Por esto, es de orden logarítmico.

2.2.2. Eficiencia práctica

Para comparar la eficiencia entre algoritmos, hemos realizado prácticas empíricas. Para el algoritmo lineal realizamos 100 ejecuciones, con n desde 10^6 hasta 10^8, con 2 ejecuciones del algoritmo cada ejecución del programa; para el logarítmico las mismas ejecuciones, con 10^5 ejecuciones del algoritmo cada ejecución del programa, y obtuvimos los resultados adjuntos en la entrega en el fichero "ejecuciones.dat", que dan lugar a la siguiente gráfica:



2.2.3. Eficiencia híbrida

Una vez sabemos que la eficiencia es de orden logarítmico, realizaremos una aproximación por mínimos cuadrados a una función de tipo $alog(bx) + c$ par el algoritmo divide y vencerás y otra de tipo $ax + b$ para el de orden lineal.

Lo hacemos mediante la herramienta de la GNU: *gnuplot*. Para ello, primero creamos las funciones:

```
gnuplot> f(x) = a*x+ b
gnuplot> g(x) = a*log(x) + b
```

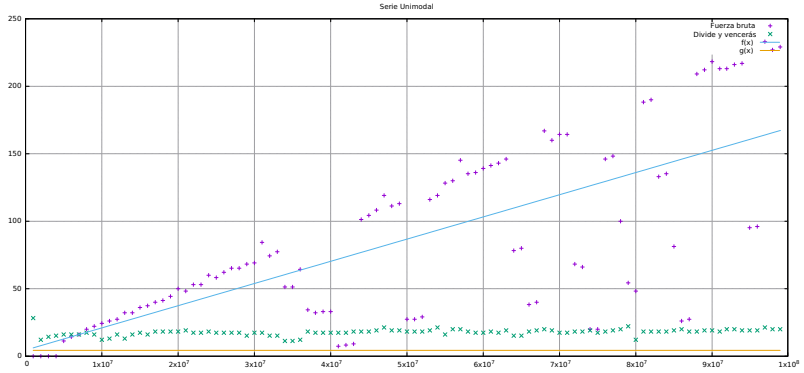
Y ahora, los ajustamos a los datos, sabiendo que debido a nuestro formato de salida, en la primera columna están los tamaños del vector, en la segunda el tiempo del algoritmo de fuerza bruta y en la tercera el tiempo del algoritmo divide y vencerás.

```
gnuplot> fit f(x) "ejecuciones.dat" using 1:2 via a,b
gnuplot> fit g(x) "ejecuciones.dat" using 1:3 via a,b
```

Y por último realizamos el gráfico con GNUPLOT mediante:

```
gnuplot> plot ''ejecuciones.dat'' using 1:2 title ''Fuerza
    bruta'', ''ejecuciones.dat'' using 1:3 title ''Divide y
    venceras'', f(x), g(x)
```

Obteniendo el gráfico:



3. Conclusión

Como podemos ver en los resultados expuestos, el algoritmo de orden logarítmico de divide y vencerás es claramente mejor a el de orden lineal, lo cual muestra la superioridad de este estilo de algoritmo frente a la fuerza bruta.