

# Modelo discreto equivalente y el problema del acceso al medio

Software de comunicaciones

---

Iñaki Amatria Barral

Mayo 2020

Modelo discreto equivalente

El problema del acceso al medio

## Modelo discreto equivalente

---

Una modulación

$$M: X_2^k \longrightarrow S_M = \{s_0(t), s_1(t), \dots, s_{m-1}(t)\}$$

es una aplicación biyectiva —1 a 1— que mapea palabras binarias de longitud  $k$  con señales continuas del mundo real.

## Modelo discreto equivalente ii

Por ejemplo, una modulación arbitraria con  $M = 4$  niveles, mapea palabras binarias de longitud  $k = \log_2(M) = 2$  como

$$00 \mapsto s_0(t)$$

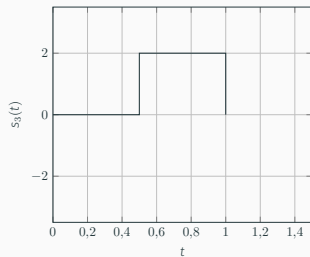
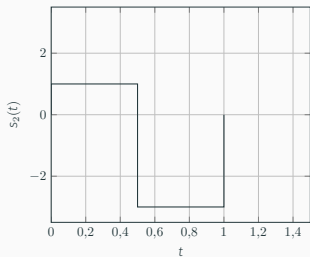
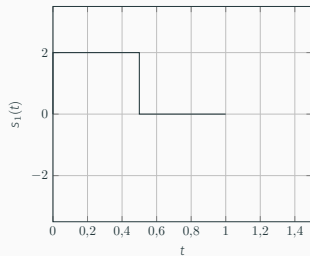
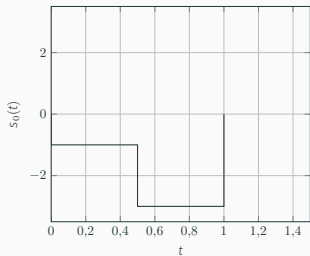
$$01 \mapsto s_1(t)$$

$$10 \mapsto s_2(t)$$

$$11 \mapsto s_3(t)$$

donde  $s_0(t)$ ,  $s_1(t)$ ,  $s_2(t)$  y  $s_3(t)$  podrían ser...

## Modelo discreto equivalente iii



## Modelo discreto equivalente iv

El proceso de modulación es sencillo. Partiendo de una palabra binaria arbitraria, (1) agrupamos los bits, (2) elegimos la señal correspondiente y (3) la transmitimos por el canal.

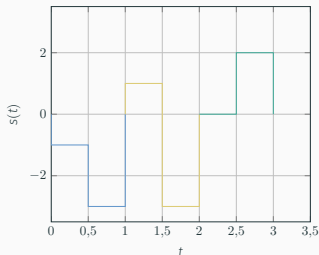


Figura 1: Palabra 001011 modulada.

## Modelo discreto equivalente v

En cuanto a la demodulación, aunque de forma teórica es una operación igual de sencilla

$$M^{-1}: S_M \longrightarrow X_2^k$$

el mundo real es mucho más complicado. De forma general, la entrada a la función de demodulación es una señal  $r(t) = s(t) + n(t)$ , donde  $r(t) \notin S_M$ .

De forma *naive*, podemos intentar calcular

$$d_i = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} [s_i(t) - r(t)]^2 dt}$$

para todas las señales de la modulación.



## Modelo discreto equivalente vi

Para solucionar este problema, y hacer que los procesos de modulación y demodulación sean más sencillos, aparece el modelo discreto equivalente.

La idea fundamental detrás de este modelo es representar los elementos  $s_i(t)$  pertenecientes a  $S_M$  como vectores  $s_i$ . Es decir

$$s_i(t) \longrightarrow s_i = [s_{i0}, s_{i1}, \dots, s_{i(n-1)}]$$

## Modelo discreto equivalente vii

Más formalmente, buscamos representar las señales del conjunto  $S_M = \{s_0(t), s_1(t), \dots, s_{m-1}(t)\}$  como

$$s_i(t) = \sum_{j=0}^{N-1} s_{ij} \phi_j(t)$$

donde los elementos del conjunto  $\phi(t) = \{\phi_0(t), \dots, \phi_{n-1}(t)\}$  forman una base ortonormal y los elementos  $s_{ij}$  son las coordenadas de la señal  $s_i(t)$  en dicha base.

## Modelo discreto equivalente viii

Para que los elementos de  $\phi(t)$  formen una base ortonormal, se tiene que cumplir que sean (1) ortogonales entre sí

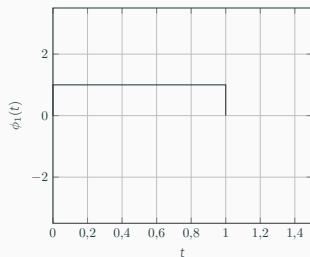
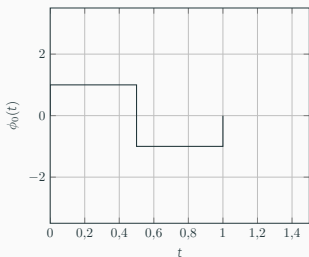
$$\begin{aligned} \langle \phi_i(t), \phi_j(t) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_i(t) \phi_j(t) dt = 0 \\ \forall i, j &= 0, \dots, n-1, i \neq j \end{aligned}$$

y que estén (2) normalizados

$$\begin{aligned} \langle \phi_i(t), \phi_i(t) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_i(t) \phi_i(t) dt = 1 \\ \forall i &= 0, \dots, n-1 \end{aligned}$$

## Modelo discreto equivalente ix

En el ejemplo anterior, podemos definir una base ortonormal con dos elementos  $\phi_0(t)$  y  $\phi_1(t)$  que tienen la siguiente forma



## Modelo discreto equivalente x

Con la base definida, podemos expresar las señales de la modulación en función de los elementos de la base  $\phi_0(t)$  y  $\phi_1(t)$  como

$$s_0(t) = \phi_0(t) - 2\phi_1(t) \quad \longrightarrow \quad s_0 = \begin{bmatrix} 1, -2 \end{bmatrix}$$

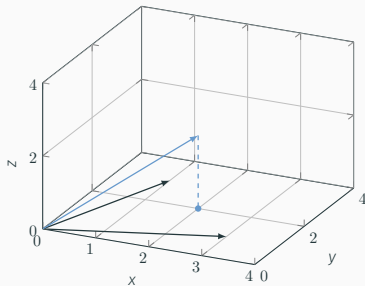
$$s_1(t) = \phi_0(t) + \phi_1(t) \quad \longrightarrow \quad s_1 = \begin{bmatrix} 1, 1 \end{bmatrix}$$

$$s_2(t) = 2\phi_0(t) - \phi_1(t) \quad \longrightarrow \quad s_2 = \begin{bmatrix} 2, -1 \end{bmatrix}$$

$$s_3(t) = -\phi_0(t) + \phi_1(t) \quad \longrightarrow \quad s_3 = \begin{bmatrix} -1, 1 \end{bmatrix}$$

## Modelo discreto equivalente xi

Además, con una base definida, podemos proyectar las señales recibidas sobre el subespacio vectorial que forman los elementos de la base  $\phi(t)$ .



## Modelo discreto equivalente xii

Formalmente, obtenemos las coordenadas de la señal recibida

$$r(t) \longrightarrow r = [r_0, \dots, r_{n-1}]$$

proyectandola sobre cada elemento de la base  $\phi(t)$  como

$$\begin{aligned} r_j &= \int_{-\infty}^{\infty} r(t) \phi_j(t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} [s_i(t) + n(t)] \phi_j(t) dt \\ &= \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} s_i(t) \phi_j(t) dt}_{s_{ij}} + \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} n(t) \phi_j(t) dt}_{n_j} \\ &= s_{ij} + n_j \end{aligned}$$

Entonces, con el vector que recibimos definido en base a  $\phi(t)$ , podemos calcular que señal fue transmitida con mayor probabilidad usando un detector MAP (Máximo a posteriori).

$$\begin{aligned} S_{MAP} &= \text{avg max } P(s_i | r) \\ &= \text{avg max } \sum_{j=0}^{N-1} (r_j - s_{ij})^2 \end{aligned}$$



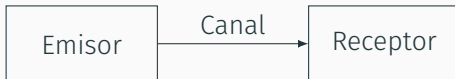
Además, el modelo discreto equivalente permite que (1) podamos analizar la constelación de la modulación, de la cuál podemos sacar propiedades importantes; y (2) las operaciones de modulación y demodulación se pueden implementar de forma fácil en hardware.

## El problema del acceso al medio

---

# El problema del acceso al medio i

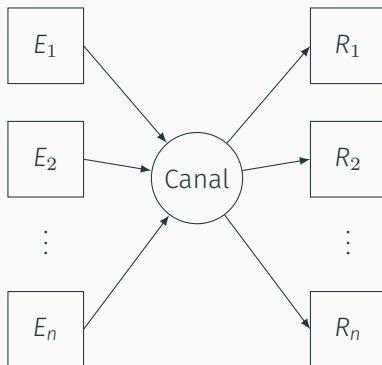
Idealmente, nuestro escenario de comunicaciones es el siguiente



Es decir, (1) un emisor, (2) un receptor y (3) un canal dedicado por el que podemos transmitir mensajes.

## El problema del acceso al medio ii

Sin embargo, un escenario real se semeja más a la siguiente figura



Surgen problemas, ¿qué pasa si varios usuarios intentan transmitir a la vez?

## El problema del acceso al medio iii

Para solucionar estos problemas, surgen los protocolos de acceso al medio. Estos protocolos determinan en qué orden transmiten los usuarios y qué hacer en caso de que se produzcan colisiones.

Existen protocolos de acceso al medio (1) estáticos, como TDMA o FDMA; y (2) dinámicos, como CSMA/CD o CSMA/CA.

Los **protocolos estáticos** se basan en la idea de asignar un trozo del recurso compartido a cada usuario. Normalmente estos protocolos son centralizados, por lo que existe un único punto de fallo.

La ventaja más significativa es que no se producen colisiones. Sin embargo, se desperdician recursos si hay usuarios inactivos y es necesario gestionar el alta y baja de usuarios.

Los **protocolos dinámicos** reparten el recurso en base al escenario actual de comunicaciones. Como el escenario puede variar, estos protocolos suelen ser distribuidos.

De forma general, aprovechan mejor el canal y las altas y bajas de usuarios se gestionan de manera sencilla. Sin embargo, se pueden producir colisiones, que hacen que el uso del canal no sea tan eficiente.