

Układy równań liniowych

Anton Matsviayuk, 191550, gr. 1

Wstęp:

W ramach tego projektu przeprowadziłem analizę dwóch metod iteracyjnych wykorzystywanych do rozwiązywania układów równań liniowych. Skoncentrowałem się na metodach Jacobiego i Gaussa-Seidla, badając ich efektywność i skuteczność dla różnych przypadków. Oprócz tych metod, przeanalizowałem także metodę bezpośrednią, jaką jest faktoryzacja LU.

Wartości:

$a_1 = 10$

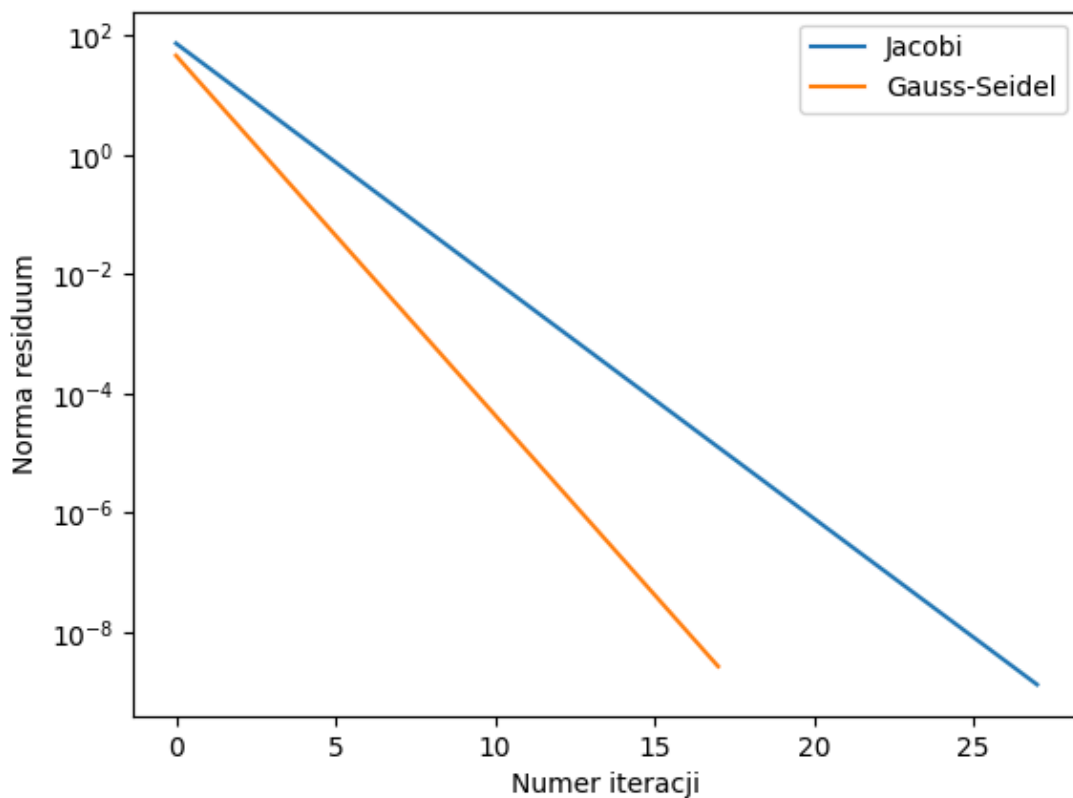
$a_2 = a_3 = -1$

$N = 950$

$f = 1$

Zadanie B:

Zaimplementowałem metody Jacobiego i Gaussa-Seidla do rozwiązywania układów liniowych.



Dla metody Jacobiego otrzymałem następujące wyniki:

Czas wykonania: 4.76

Liczba iteracji: 28

Dla metody Gaussa-Seidla otrzymałem następujące wyniki:

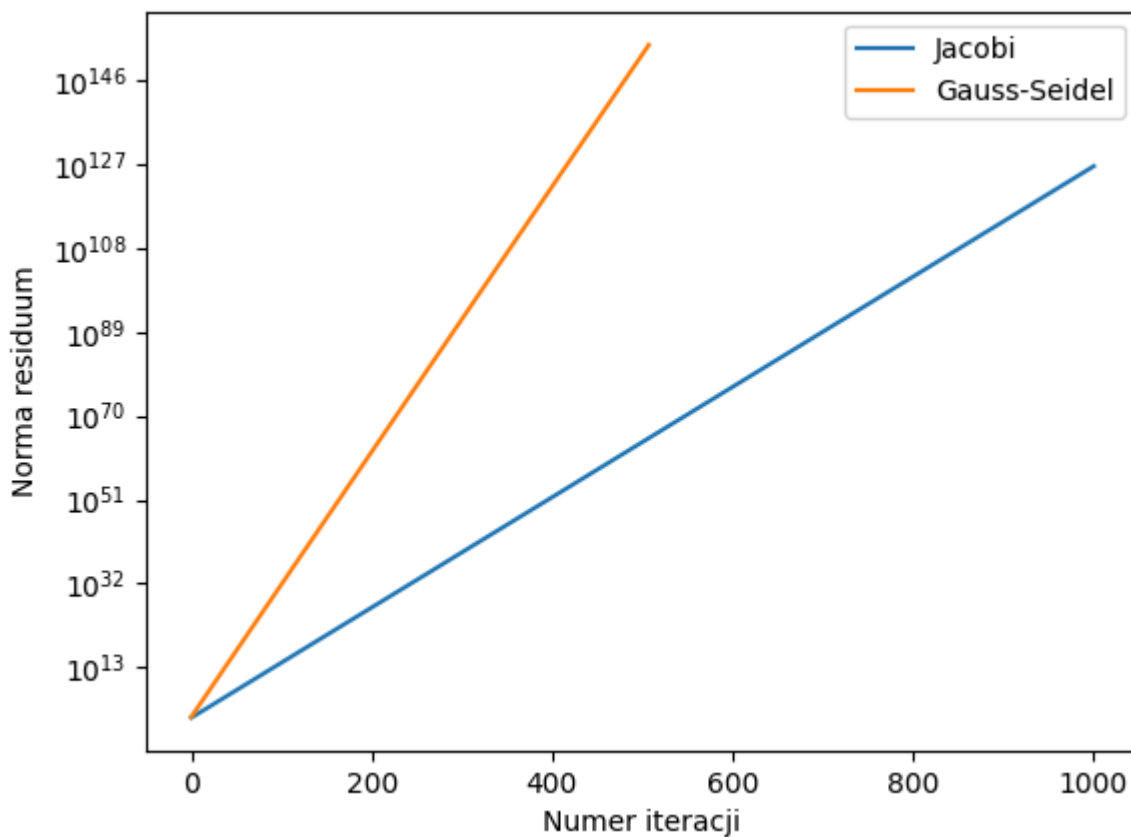
Czas wykonania: 3.11

Liczba iteracji: 18

Na podstawie otrzymanych wartości możemy stwierdzić, że w danym przypadku metoda Gaussa-Seidla jest bardziej efektywna od metody Jacobiego skoro jest szybsza o 0.75s i wykonuje się za mniejszą liczbę iteracji.

Zadanie C

W tym zadaniu implementuję takie same metody co dla poprzedniego zadania, tylko pod warunkiem, że za tym razem $a_1 = 3$, a nie 10, jak wcześniej



Dla metody Jacobiego otrzymałem następujące wyniki:

Czas wykonania: 164.00

Liczba iteracji: 1001

Dla metody Gaussa-Seidla otrzymałem następujące wyniki:

Czas wykonania: 164.80

Liczba iteracji: 1001

W **Zadaniu D** zaimplementowałem metodę faktoryzacji LU i zastosowałem ją do wyniku otrzymanego w zadaniu C.

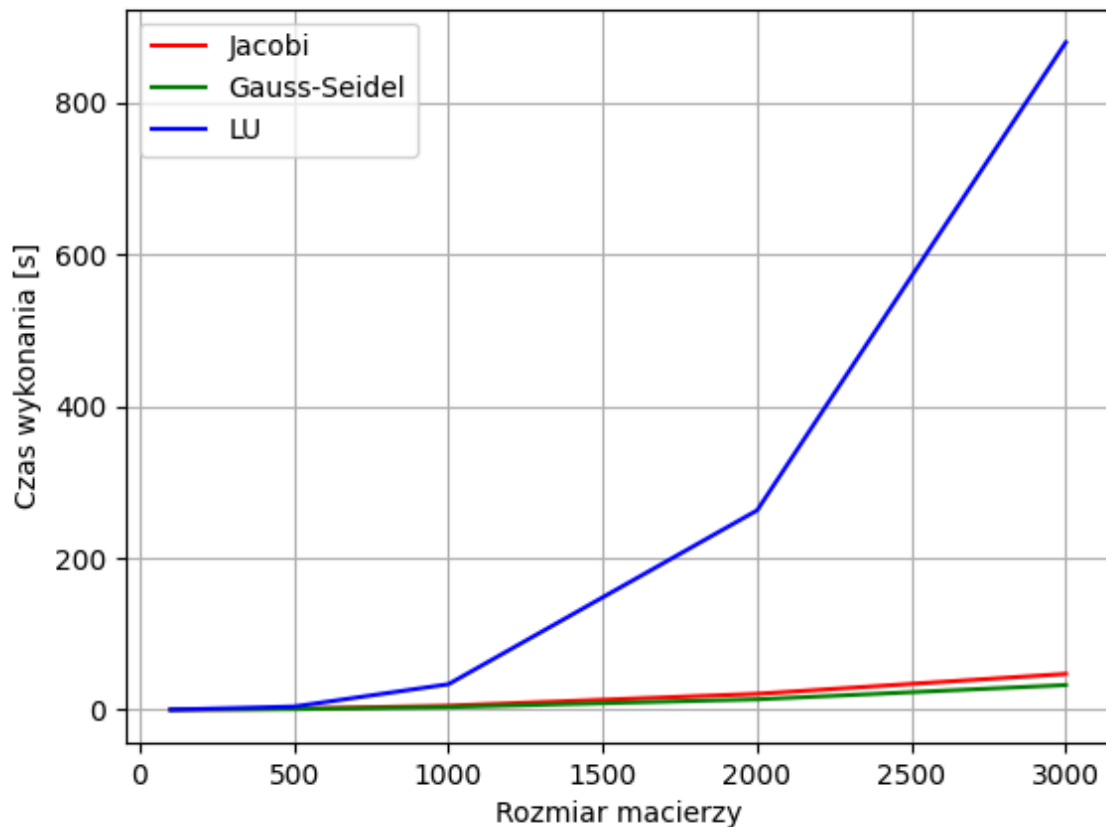
Czas wykonania: 28.90

Norma residuum: $1.90e-13$

Na podstawie tych danych możemy stwierdzić, że metoda LU może być używana do znajdowania rozwiązań podobnych równań, ponieważ daje odpowiedź z dużą dokładnością (norma residuum jest wartością prawie zerową).

Zadanie E

Stworzymy wykres zależności czasu wyznaczenia rozwiązania dla trzech badanych metod w zależności od liczby niewiadomych $N = \{100, 500, 1000, 2000, 3000 \dots\}$ dla macierzy opisanej w zadaniu A.



Z wykresu łatwo zauważyć, że wraz ze wzrostem rozmiaru macierzy, metoda bezpośrednia zaczyna obliczać znacznie dłużej, podczas gdy metody iteracyjne spowalniają znacznie mniej.

Zadanie F

Po przeprowadzeniu analizy możemy wyciągnąć kilka wniosków. Metody iteracyjne, choć szybkie i niezależne od rozmiaru danych wejściowych, nie zawsze są skuteczne dla wszystkich przypadków. Jednakże oferują one możliwość znalezienia rozwiązań o określonej dokładności, co może zmniejszyć liczbę iteracji i czas wykonania. Warto zaznaczyć, że metoda Gaussa-Seidla wydaje się być bardziej efektywna niż metoda Jacobiego.

Z kolei metoda bezpośrednia ma swoje zalety. Jest niezależna od zawartości macierzy i stosunkowo łatwa w implementacji. Dlatego może być bardziej preferowana niż metody iteracyjne, szczególnie gdy rozmiar danych nie jest duży i szybkość obliczeń nie jest kluczowa.