## **Intégrations**

## Intégration par parties

**Hypothèses** : soit u et v deux fonctions de classes  $C_1$  (dérivables et continues sur  $\mathbb R$ ) sur  $I \subset \mathbb R$  et  $(a,b) \in I^2$ , alors :

Formule:

$$\left[\int_a^b u'(x)v(x)dx=\left[u(x)v(x)
ight]_a^b-\int_a^b u(x)v'(x)dx
ight]$$

Démonstration : à connaître par coeur

$$egin{aligned} &[u(x)v(x)]_a^b = \int_a^b (uv)'(x)dx \ &= \int_a^b (u'v+uv')(x)dx = \int_a^b u'(x)v(x)dx + \int_a^b u(x)v'(x)dx \ &\Leftrightarrow \int_a^b u'(x)v(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x)dx \end{aligned}$$

## Intégration par changement de variables

Soient I et T deux intervalles de  $\mathbb{R}$ .  $(\alpha, \beta) \in J^2$ , f une fonction continue sur I.  $\varphi$  une fonction de classe  $C_1$  de J vers I.

alors:

$$oxed{\int_{arphi(lpha)}^{arphi(eta)}f(t)dt=\int_{lpha}^{eta}f(arphi(t))arphi'(t)dt}$$

 $d\'{e}monstration:$ 

$$egin{aligned} \int_{arphi(lpha)}^{arphi(eta)} f(t)dt &= [F(t)]_{arphi(eta)}^{arphi(lpha)}, F'(t) = f(t) \ &= F(arphi(eta)) - F(arphi(lpha)) = F \circ arphi(eta) - F \circ arphi(lpha) \ &= [F \circ arphi(t)]_{lpha}^{eta} = \int_{lpha}^{eta} F \circ arphi'(t)dt \ &\int_{lpha}^{eta} F' \circ arphi(t) imes arphi'(t)dt = \int_{lpha}^{eta} f \circ arphi(t) imes arphi'(t)dt \ &= \int_{lpha}^{eta} f(arphi(t)) imes arphi'(t)dt \end{aligned}$$