Injection, surjection et bijection

MATHÉMATIQUES S-1 SUP EPITA

Injection, surjection , bijection

Injection

Soient deux ensembles E et F et une application de $f : E \to F$, on dit que f est **injective** lorsque tout élément y de F admet au plus un antécédent par f :

$$\boxed{\forall (x, y) \in E^2, [f(x)] = f(y)] \Rightarrow (x = y)}$$

exemple : la fonction ci-dessous est **injective** car sur l'ensemble de départ et d'arrivée designé aucune image de F renvoie le même antécédant dans E.

$$f : \begin{cases} \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}^+ \\ x & \mapsto & x^2 - 1 \end{cases}$$

Surjection

Soient deux ensembles E et F et une application $f : E \to F$, on dit que f est surjective lorsque tout élément y de F possède au moins un antécédant dans par f :

$$\boxed{\exists y \in F, \forall x \in E, f(x) = y}$$

exemple : celle-ci n'est **pas surjective** car sur $\mathbb{R}^-$ dans F, y de F ne possède aucun antécédant par f.

$$f : \begin{cases} \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x^2 - 1 \end{cases}$$

Bijection

Lorsque f est à la fois surjective et injective :

$$\boxed{\forall y \in F, \exists ! x \in E, f(x) = y}$$

exemple :

$$f : \begin{cases} \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}^+ \\ x & \mapsto & x^2 - 1 \end{cases}$$

Image réciproque

Soit f une application de E dans F. On appelle **image reciproque** d'un sous-ensemble G de f et on note $f^{-1}(G)$, l'ensemble des antécédant de y par f :

$$f^{-1}(G) = \{x \in E, f(x) \in G\}.$$

NOTES :