

Informe de la práctica 2 del parcial

Amaia Vicario

26 de noviembre de 2021

Introducción

Se ha escogido la matriz diagonalmente dominante:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 5 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 5 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 5 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 5 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 5 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 5 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 5 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 5 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 5 \end{pmatrix}$$

Por lo que los métodos iterativos Jacobi y Gauss-Seidel no divergen y todas las filas son linealmente independientes, por lo que el sistema es compatible determinado, es decir, tiene solución única.

Como criterio de convergencia se ha tomado la diferencia entre el resultado de una iteración y la siguiente. También se podría haber tomado la norma suprema de la diferencia entre el resultado de cada método respecto al resultado del método de LU, el cual da la solución exacta.

Comparación de resultados

El método de Gauss-Seidel es una optimización del método de Jacobi (se usan los resultados de una iteración para la misma iteración), por lo que resulta natural que el número de iteraciones necesarias sea menor para cada tolerancia. Como se puede observar en la figura 1, a medida que el número de iteraciones necesario para Jacobi se hace mayor, la ventaja de usar Gauss-Seidel es más notoria.

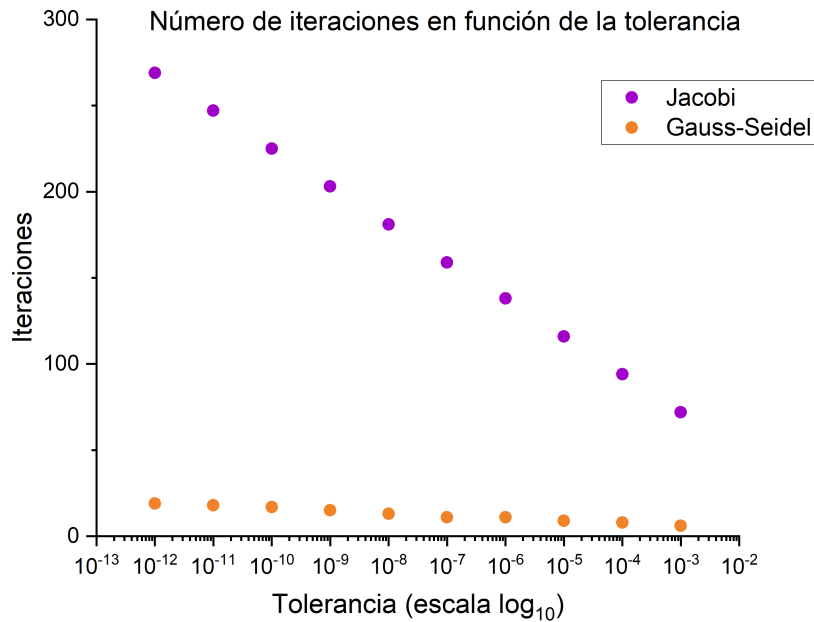


Figura 1: Número de iteraciones necesario para cumplir con cada tolerancia según el método iterativo escogido.

Vemos que a la mayor precisión, todos los métodos coinciden en el rango de error $\pm 1 \times 10^{-11}$, es decir, son satisfactorios:

$$\begin{aligned}
 x_{LU} &= (-0,5263157894737 \quad -0,3040935672515 \quad -0,08187134502924 \quad 0,140350877193 \quad 0,3625730994152 \\
 &\quad 0,5847953216374 \quad 0,8070175438596 \quad 1,029239766082 \quad 1,251461988304 \quad 1,473684210526) \\
 x_{Jacobi} &= (-0,5263157894735 \quad -0,3040935672512 \quad -0,08187134502901 \quad 0,1403508771932 \quad 0,3625730994154 \\
 &\quad 0,5847953216377 \quad 0,8070175438599 \quad 1,029239766082 \quad 1,251461988304 \quad 1,473684210527) \\
 x_{Gauss-Seidel} &= (-0,5263157894739 \quad -0,3040935672515 \quad -0,08187134502922 \quad 0,1403508771931 \quad 0,3625730994153 \\
 &\quad 0,5847953216375 \quad 0,8070175438597 \quad 1,029239766082 \quad 1,251461988304 \quad 1,473684210526)
 \end{aligned}$$

Cómo se podrían mejorar los resultados

En ambos casos se ha tomado como valores iniciales el vector cero, pero se podría haber mejorado este primer haciendo una primera aproximación de la forma:

$$\begin{aligned}
 &for \ (int \ i = 0; \ i < n; \ i++) \\
 &\quad d[i] = b[i]/A[i][i];
 \end{aligned}$$

Donde d es el vector solución, b el vector de términos independientes y A la matriz del sistema.