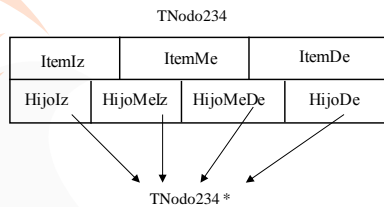


3.4. Árboles 2-3-4

DEFINICIONES

- Un árbol 2-3-4 es un árbol que está vacío o satisface las siguientes propiedades:
 - Los nodos pueden tener 2, 3 ó 4 hijos (2-nodo, 3-nodo ó 4-nodo)
 - Cumple las propiedades de árbol multicamino de búsqueda
 - Todas las hojas están en el mismo nivel
- Representación



```
class TArb234 {
public:
    .....
private:
    TNodo234 * farb;
};
```

1

3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. PROPIEDADES

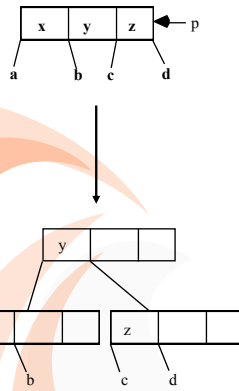
- Operaciones básicas:
 - Búsqueda (similar a los árboles multicamino de búsqueda)
 - Inserción (se realiza en las hojas. Se pueden producir reestructuraciones del árbol)
 - Borrado (se realiza en las hojas. Se pueden producir reestructuraciones del árbol)
- Propiedades:
 - En un árbol 2-3-4 de altura h tenemos:
 - $2^h - 1$ elementos si todos los nodos son del tipo 2-nodo
 - $4^h - 1$ elementos si todos los nodos son del tipo 4-nodo
 por lo que la altura de un árbol 2-3-4 con n elementos se encuentra entre los límites: $\log_4 (n+1)$ y $\log_2 (n+1)$
 - Las reestructuraciones se realizan desde la raíz hacia las hojas

2

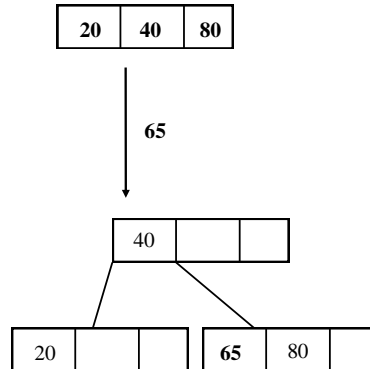
3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. INSERCIÓN (I)

- Existen 3 situaciones en las que se puede encontrar un 4-nodo: (1)



Es la raíz de un árbol 2-3-4:
(DIVIDERAIZ (p))

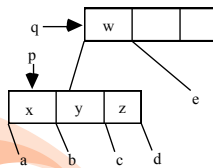


3

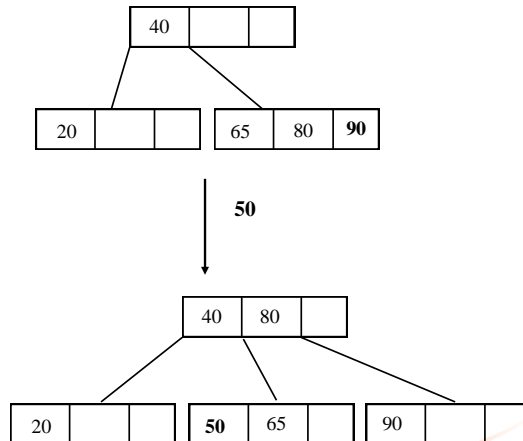
3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. INSERCIÓN (II)

- Existen 3 situaciones en las que se puede encontrar un 4-nodo: (2)



Su padre (q) es un 2-nodo:
(DIVIDEHIJODE2 (p, q))

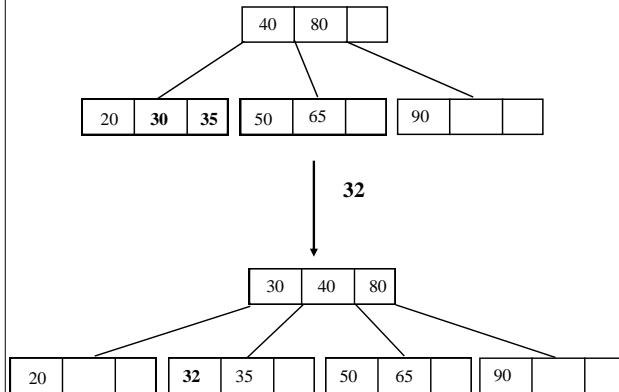
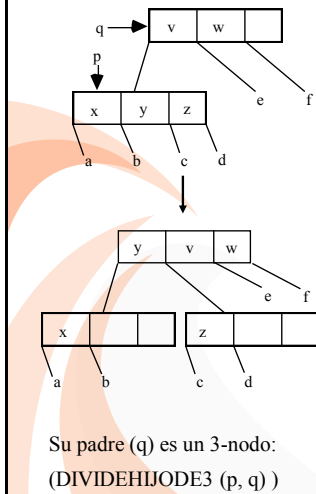


4

3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. INSERCIÓN (III)

- Existen 3 situaciones en las que se puede encontrar un 4-nodo: (3)



5

3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. INSERCIÓN (IV)

ALGORITMO insertar (A: TArb234, y: ítem)

si raíz es 4-nodo → DIVIDERAIZ

si en el camino hasta la hoja me encuentro un 4-nodo → DIVIDEHIJO

6

3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. INSERCIÓN (V)

```

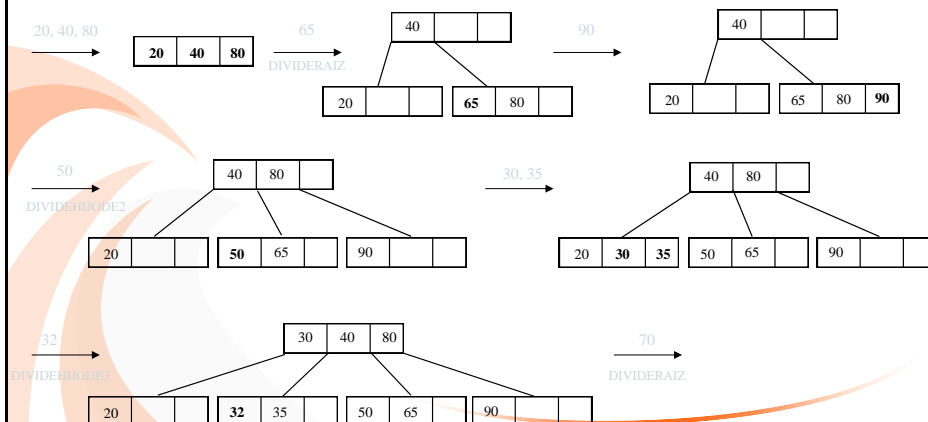
ALGORITMO insertar (A: Arb234, y: ítem)
VAR p, q: TNode234*; noencontrado: Boolean; B: Arb234; FVAR
p = A.farb; q = p;
si EsVacio( A ) entonces A = ENRAIZAR(A, y, B)
sino
  si p es 4-nodo entonces DIVIDERAIZ( A ) fsi
  noencontrado = VERDADERO;
  mientras noencontrado hacer
    si p es 4-nodo entonces
      si q es 2-nodo entonces DIVIDEHIJODE2( p, q );
      sino DIVIDEHIJODE3( p, q ); fsi
      p = q;
    fsi
  caso de COMPARAR( y, p ):
    0:// Clave de y coincide con clave en p
      ERROR, ETIQUETA EXISTENTE;
    1:// p apunta a un nodo hoja
      PONER( y, p ); noencontrado = FALSO;
    2:// clave( y ) < ItemIz.clave( p )
      q = p; p = p → Hilz;
    3:// ItemIz.clave(p) < clave(y) < ItemMe.clave(p)
      q = p; p = p → HiMeIz;
    4:// ItemMe.clave(p) < clave(y) < ItemDe.clave(p)
      q = p; p = p → HiMeDe;
    5:// clave(y) > ItemDe.clave(p)
      q = p; p = p → HiDe;
  fcaso
  fmientras
  fsi
FALGORITMO
  
```

7

3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. INSERCIÓN. EJEMPLO (VI)

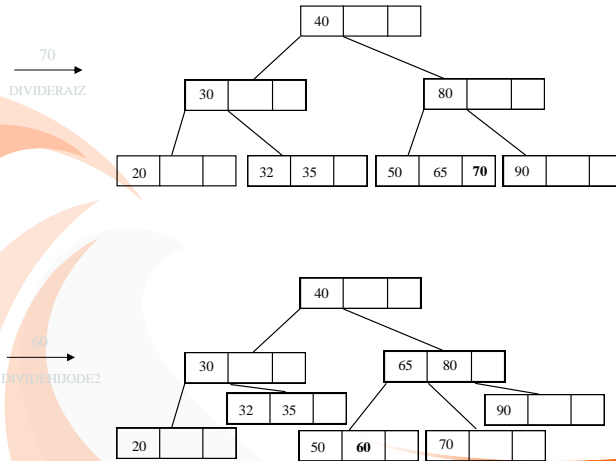
✦ **Ejemplo.** Insertar en un árbol 2-3-4 inicialmente vacío los siguientes ítems: 20, 40, 80, 65, 90, 50, 30, 35, 32, 70, 60



8

3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. INSERCIÓN. EJEMPLO (VII)

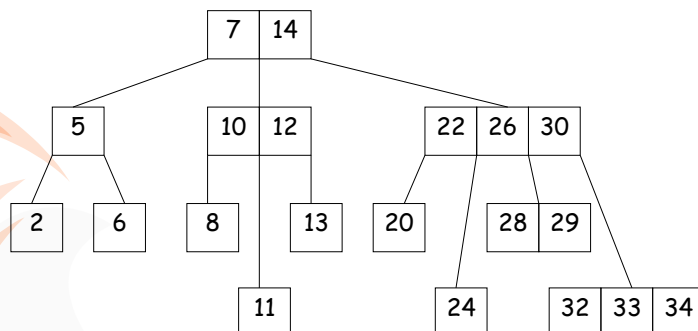


9

3.4. Árboles 2-3-4

EJERCICIOS *inserción*

- 1) Dado el siguiente árbol 2-3-4, insertar los elementos 21 y 35



10

3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. BORRADO (I)

- Se reduce al borrado de un elemento en una hoja
- En el movimiento de búsqueda, cuando pasemos a un nodo en el siguiente nivel, éste nodo debe ser 3-nodo ó 4-nodo; si no es así (es 2-nodo) hay que reestructurar
 - p = nodo donde estamos
 - q = siguiente nodo en la búsqueda
 - r = uno de los nodos adyacentes a q (si hay dos adyacentes, escogemos r según criterio –hermano de la izquierda o hermano de la derecha–)

11

3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. BORRADO (II)

- Algoritmo de Borrado de 1 elemento
 - Comenzar p = raíz
 - Escoger q = siguiente en el camino de búsqueda
 - Reestructuraciones si procede // q es 2-nodo
 - Mientras q no sea un nodo hoja ó q sea 2-nodo
 - $p = q$
 - q = siguiente en el camino de búsqueda
 - Reestructuraciones si procede // q es 2-nodo
 - Borrar el elemento // q está en un nodo hoja y q no es 2-nodo
- Casos:
 1. p es una hoja: p sólo puede ser 2-nodo si es la raíz
 2. q es 3-nodo ó 4-nodo: la búsqueda continúa en q sin reestructurar

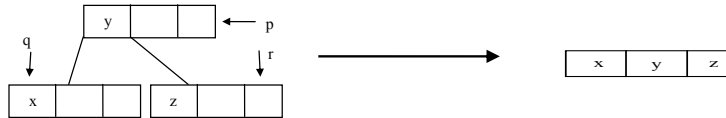
12

3.4. Árboles 2-3-4

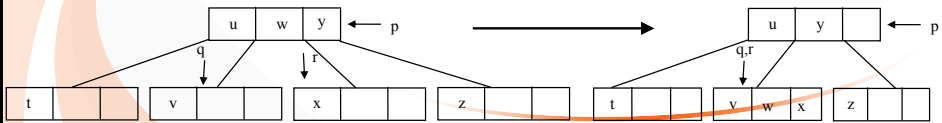
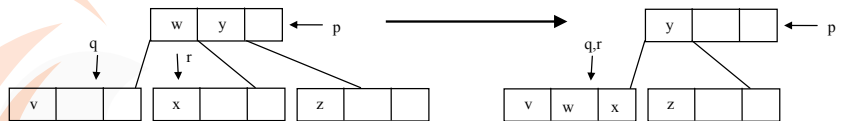
OPERACIONES BÁSICAS. BORRADO (III)

3. q es 2-nodo y r es 2-nodo (COMBINACIÓN):

1. p es 2-nodo: es la raíz



2. p es 3-nodo ó 4-nodo

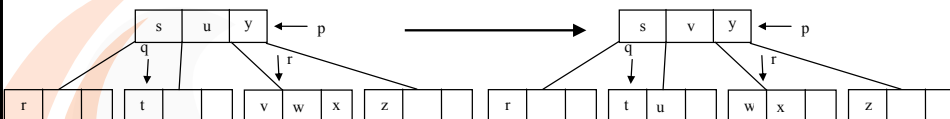
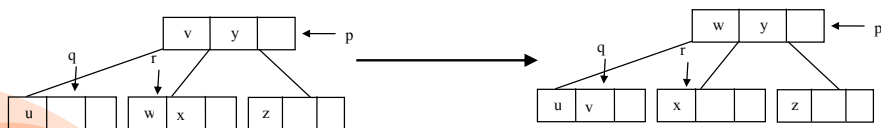


13

3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. BORRADO (IV)

4. q es 2-nodo y r es 3-nodo ó 4-nodo (ROTACIÓN):

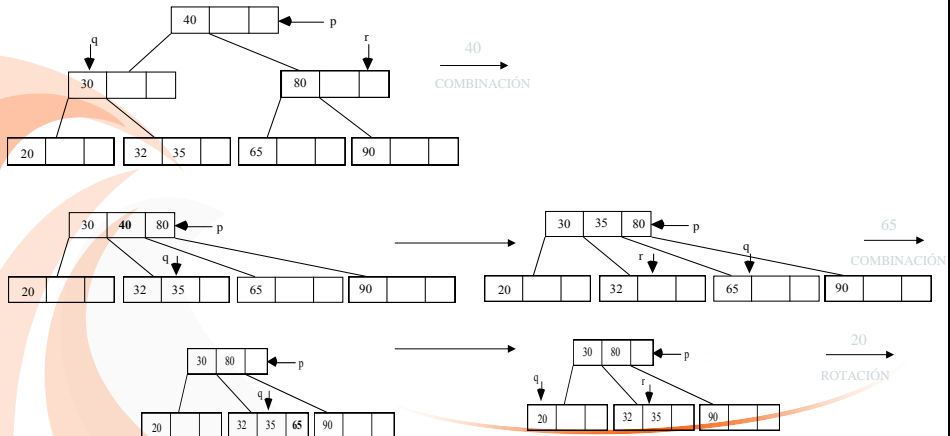


14

3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. BORRADO. EJEMPLO (V)

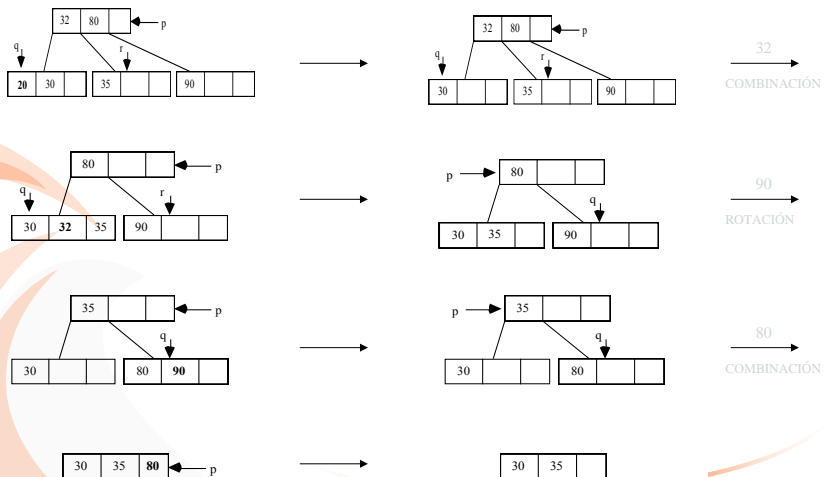
✳ **Ejemplo.** Borrar en el siguiente árbol 2-3-4 los siguientes items: 40, 65, 20, 32, 90, 80. (Criterios: (1) si el nodo tiene dos hijos hay que sustituir por el mayor de la izquierda, (2) Si hay dos nodos adyacentes a q, entonces r será el hermano de la izquierda)



15

3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. BORRADO. EJEMPLO (VI)

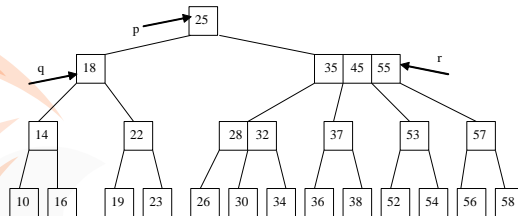


16

3.4. Árboles 2-3-4

EJERCICIOS borrado

- 1) Borrar en el siguiente árbol 2-3-4: 25, 18, 55 y 35. (Criterios: (1) si el nodo tiene dos hijos hay que sustituir por el mayor de la izquierda, (2) Si hay dos nodos adyacentes a q, entonces r será el hermano de la izquierda)



17

3.4. Árboles 2-3-4

Preguntas de tipo test: Verdadero vs. Falso

- El árbol 2-3-4 no vacío tiene como mínimo una clave en cada nodo
- La complejidad temporal en el peor caso de la operación inserción en un árbol 2-3-4 es $\log_2(n+1)$
- Un árbol 2-3-4 es un árbol binario completo

18

Árboles de búsqueda

Aplicaciones

- **Acceso a grandes ficheros de datos. Organización interna de una BD.**
 - Restricción: Los índices residen en disco.
 - Problema: Accesos a disco muy costoso.
 - Solución: Organizar árboles con múltiples claves “n” por nodo
 - Recuperar un nodo de este árbol (un acceso al fichero índice) selecciona una entre “n” alternativas, frente a una entre dos (Árbol Binario).
 - El índice puede diseñarse para que el tamaño de cada nodo coincida con el de un bloque de disco.