

# 정칙화와 최적화 기법을 통한 역문제의 해결

발표자 : 10407 김현준

## 정문제

☑ 정의: 원인 → 결과를 아는 문제.

원인(입력)이 주어지면, 정해진 규칙(모델, 함수)에 따라 결과(출력)를 예측하는 문제

☑ 예시

- 수학: 함수  $f(x) = x^2$  이 있을 때,  $x = 3$  (원인)을 대입하여  $f(3) = 9$  (결과)을 구하는 것
- 물리: 공의 초기 속도와 각도(원인)를 알 때, 공이 떨어질 위치(결과)를 계산하는 것
- 일상: 레시피(원인)대로 요리하여 완성된 음식(결과)을 만드는 것

☑ 특징: 대부분 해가 유일하게 존재한다

## 역문제

☑ 정의: 결과 → 원인을 추론하는 문제.

관측된 결과(출력)를 바탕으로, 그 결과를 만들어낸 미지의 원인(입력)이나 시스템의 내부 구조를 알아내는 문제

☑ 예시

- 수학: 함수  $f(x) = x^2$  이 있을 때,  $f(3) = 9$  (결과)를 보고  $x = 3$  또는  $x = -3$  (원인)을 구하는 것
- 물리: 공이 떨어진 위치(결과)를 보고, 공을 던진 초기 속도와 각도(원인)를 추측하는 것
- 일상: 완성된 음식(결과)을 맛보고, 사용된 레시피(원인)를 역추적하는 것

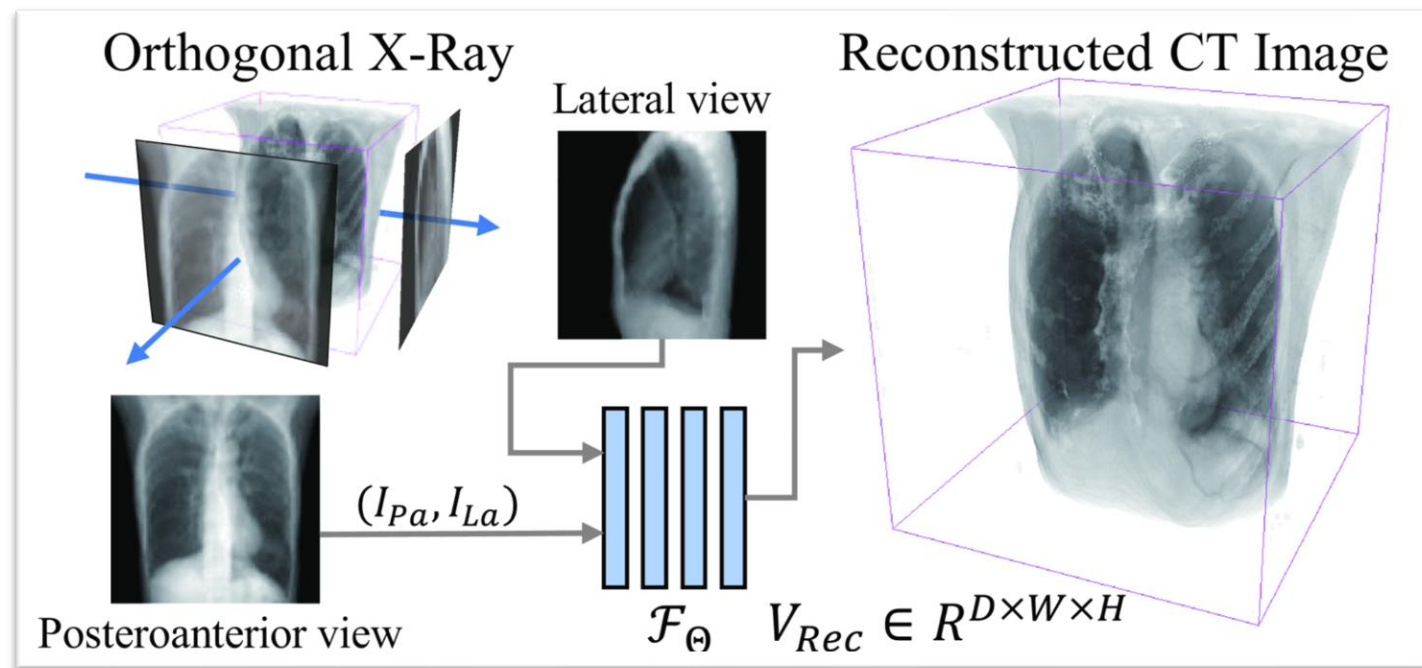
☑ 특징: 해가 없거나 유일하지 않을 수 있다

## 02

# 역문제의 사례

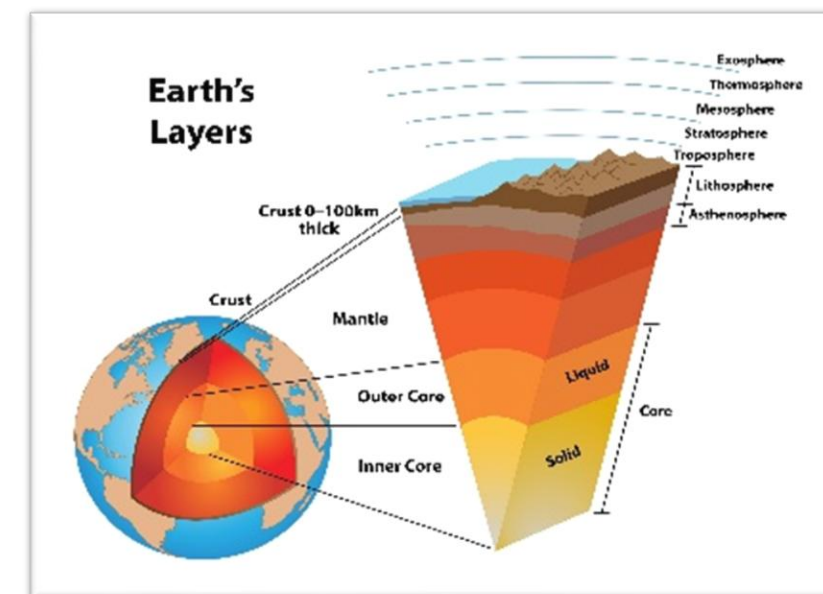
### ☑ 의료 영상(CT스캔)

- **결과:** 여러 각도의 인체 촬영 데이터
- **원인(추정):** 2D 데이터를 이용해 몸의 3D 단면(이미지)을 재구성



### ☑ 지진파 분석

- **결과:** 지진(원인) 발생 시, 전 세계 지진계에 도달하는 지진파(P파, S파)의 도착 시간과 파형을 측정.
- **원인(추정):**
  - S파가 통과하지 못함 → 외핵
  - P파의 속도 변화 굴절 분석 → 내핵



## 03

# 역문제의 특징

☑ 대부분의 역문제는 '잘못 설정된 문제(ill-posed problem)'이다.

<잘못 설정된 문제>

- 해가 존재하지 않을 수 있다
- 해가 유일하지 않을 수 있다
- 측정값의 작은 오차로 인해 결과가 급변할 수 있다

특히, 현실에서의 역문제는 측정 과정에서 노이즈와 같은 여러 변수가 존재해 단순히 역함수를 구하는 것만으로는 해결하기 어렵다

ex)  $f(x) = x^2 + 1$  에 대해,  $f(x) = 1$ 을 만족하는  $x$ 는 구할 수 있지만 측정 과정의 오차로  $f(x) = 0.9$ 가 나온다면  $x$ 를 구할 수 없다

## 04

# 역문제의 해결법 – 최적화 기법

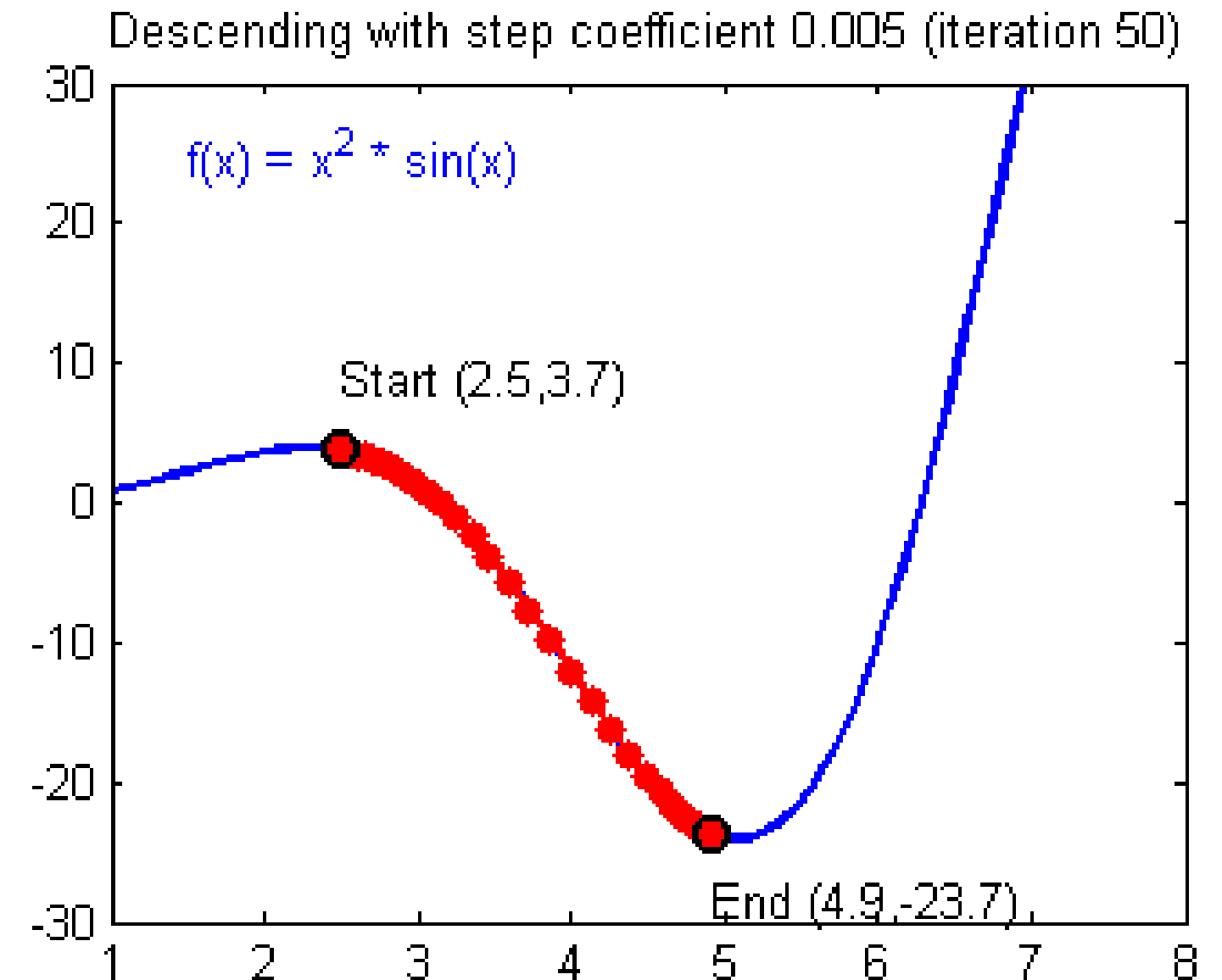
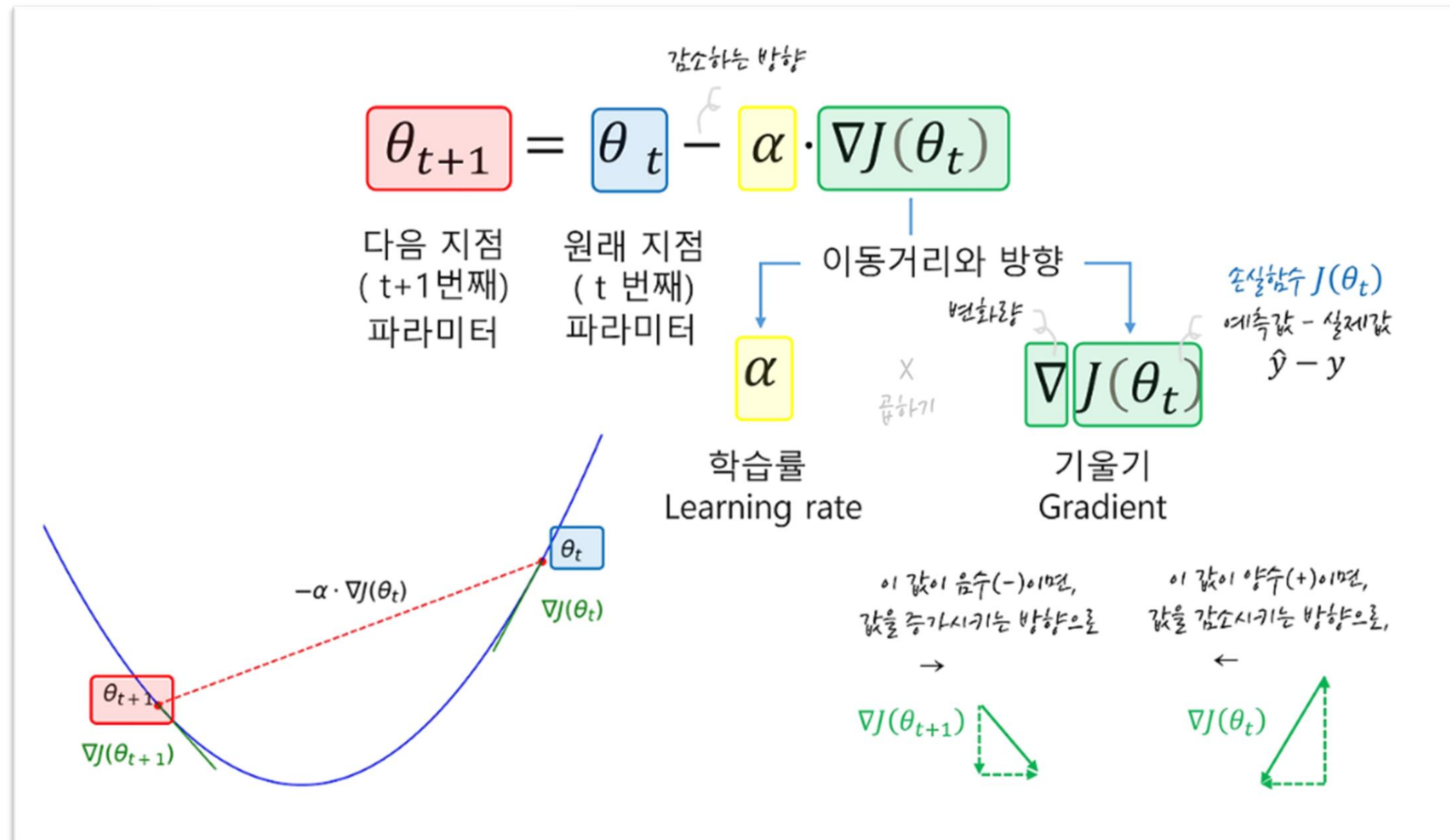
## 최적화 기법

- ☑ **정의** : 정확한 정답 대신 정답에 가장 가까운 근사적인 해를 찾는 방법  
함숫값과 실제 값의 차이인 손실함수가 최소가 되는 변수를 찾는다
- ☑ **필요성** : 정확한 해가 존재하지 않거나, 계산하는 과정이 매우 복잡할 수  
있기에 근사적인 해를 구하는 것이 효율적이다
- ☑ **예시** : 함수  $f(x) = x^2 + 1$ 에 대해,  $f(x) = 5$ 가 되는  $x$ 를 근사하려면  
 $(f(x) - 5)^2$ 가 최소가 되는  $x$ 를 찾으면 된다
- ☑ **최적화 기법의 종류** : 경사하강법, 다항식 보간법, 유전 알고리즘 등

## 05

## 경사 하강법

☑ **경사하강법** : 함수의 한 지점에서 출발하여, 함수값이 작아지는 방향으로 이동하며 함수가 최솟값을 가지도록 하는 지점을 구하는 최적화 기법



### 정칙화 (Regularization)

- ☑ 정의 : 역문제의 해가 여러 개 존재할 경우 해를 유일하게 만드는 방법
- ☑ 방법 : 손실함수  $(f(x) - y)^2$ 에 정칙화 항  $\lambda x^2$ 을 더하면 여러 개의 해 중  $x$ 값이 가장 작은 해를 구할 수 있다. 이때,  $\lambda$ 값을 조정하여 정칙화의 강도를 조절할 수 있다.
- ☑ 정칙화의 효과 : 해의 과적합 (특정 범위에서만 정확하고 이외에는 부정확함)을 방지하고, 일반적인 경우에서 성립하는 해를 구할 수 있다.

## 핵심요약

- 정문제 (원인→결과)
- 역문제 (결과→원인)

## 정칙화

- 불안정한 문제에 가장 그럴듯한 수학적 가정을 추가하여 최선의 해를 추론하는 기법

**CT 영상이나 지진파 분석 뿐만 아니라, 스마트폰의 사진 보정, 음성 인식, 인공지능에 이르기까지 역문제는 우리 일상 생활에서 밀접하게 사용되며, 보이지 않는 원인을 밝혀내는 중요한 역할을 수행하고 있다**