

# Project 3\_Report

P76074389 蔡雨芝

(Coding with Python 3.6.5, macOS Mojave 10.14.1)

- **執行方式**：python3 HW3.py (must in 'code' folder)
- py 檔中有註解，可以協助了解code內容。
- 輸出結果除了會print出來外，為了方便觀察，另外存在'results'資料夾中，以 graph\_(No.)(Algorithm).txt 為檔名分別存檔。

## 1. Datasets:

### Given Dataset: Graph 1 - 6

- 從.txt中讀入 links：整理成 dictionary 的型態，若 Node1 連結到 Node2 及 Node3，儲存成{'1':[2, 3]}的形式。

### Dataset from Proj 1: IBM Quest Data Generator dataset [nitems\_0.1, ntrans\_0.1]

- 採用 Project 1 的 IBM Quest Data(n\_items & n\_trans set to 100, 方便觀察)
- 改寫為 directed 與 bi-directed 兩種版本，分別為 Graph 7、Graph 8。
- 前處理：將用 Generator 產生之 data 改寫成與 given graphs 一樣格式的.txt 檔。(start\_node, end\_node)(預先處理好的.txt 檔與 graphs 皆存在 dataset 資料夾中。
- 從.txt中讀入 links：整理成 dictionary 的型態，若 Node1 連結到 Node2 及 Node3，儲存成{'1':[2, 3]}的形式。
- 在此 dataset 中，平均 1 個 Node 會連結到的 Node 數 = 10。

Graph 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 資料觀察：

```
# [5, 5, 4, 7, 468, 1227, 99, 99] -> max_num+1 of each graph
# [5, 5, 6, 18, 1102, 5220, 967, 1934] -> num of link edges
# [5, 5, 4, 7, 118, 187, 99, 100] -> num of start nodes
# [6, 5, 4, 7, 469, 1228, 100, 100] -> num of nodes
```

## 2. Implement HITS (Graph 1-8)

- Eps = 1e-4
- 利用dictionary的方式處理資料。
- 實作方法：
  1. 建立 A\_dict(以每個 Node 為 start\_node 的 links 構成的 Adjacency Matrix) 與 At\_dict(A\_dict的 Transposed Dictionary)。
  2. Initialize Authority & Hub of each node with 1
  3. 利用 A\_dict 與 Authority 相乘後，經過 L1 Normalize(sum up to 1) 後即為新的 Hub 值。
  4. 利用 At\_dict 與更新後之 Hub 值相乘後，經過 Normalize(sum up to 1) 後更新 Authority。

5. 重複Step 3 & 4 ' 直到  $\text{diff}(\text{更新後之Authority}, \text{原本的Authority}) + \text{diff}(\text{更新後之Hub}, \text{原本的Hub}) \text{值} < \text{Eps}$  ' 收斂後停止loop。

● **Results(Graph 1-4):**

**(Results of all graphs:please refer to results/graph()\_hits.txt)**

**(備註：{1: [2], 2: [3]}: Node1->Node2, Node2->Node3)**

1. Graph 1: {1: [2], 2: [3], 3: [4], 4: [5], 5: [6], 6: []}

>> Authority:	>> Hub:
2: 0.2	1: 0.2
3: 0.2	2: 0.2
4: 0.2	3: 0.2
5: 0.2	4: 0.2
6: 0.2	5: 0.2
1: 0.0	6: 0.0

2. Graph 2: {1: [2], 2: [3], 3: [4], 4: [5], 5: [1]}

>> Authority:	>> Hub:
1: 0.2	1: 0.2
2: 0.2	2: 0.2
3: 0.2	3: 0.2
4: 0.2	4: 0.2
5: 0.2	5: 0.2

3. Graph 3: {1: [2], 2: [1, 3], 3: [2, 4], 4: [3]}

>> Authority:	>> Hub:
2: 0.309016393442623	2: 0.309018567639257
3: 0.309016393442623	3: 0.309018567639257
1: 0.190983606557377	1: 0.190981432360743
4: 0.190983606557377	4: 0.190981432360743

4. Graph 4: {1: [2, 3, 4, 5, 7], 2: [1], 3: [1, 2], 4: [2, 3, 5], 5: [1, 3, 4, 6], 6: [1, 5], 7: [5]}

>> Authority:	>> Hub:
5: 0.201423413478885	1: 0.275449022662849
3: 0.200822599873619	4: 0.198656060161831
2: 0.177910734576655	5: 0.183738342917538
4: 0.140178037776890	6: 0.116735818258837
1: 0.139487176517061	3: 0.108684937740108
7: 0.0840874692961926	7: 0.0689706362186992
6: 0.0560905684806975	2: 0.0477651820401381

Time cost of HITS, G1: 0.0007010 s  
Time cost of HITS, G2: 0.0002730 s  
Time cost of HITS, G3: 0.0004160 s  
Time cost of HITS, G4: 0.0004218 s  
Time cost of HITS, G5: 0.0223789 s

Time cost of HITS, G6: 0.1521709 s  
Time cost of HITS, G7: 0.0053282 s  
Time cost of HITS, G8: 0.0065269 s  
**(Mean) Time cost of HITS: 0.0235271 s**

● **討論：**

1. 實際上的HITS是開始於搜尋引擎以Query回饋的網頁，這邊僅實作核心部分(計算

Authority & Hub值)。

2. Graph 1中，因為Node 1沒有被任何其他Node指到，所以Authority=0，Node 6因為沒有指向任何Node，因此Hub=0。
  3. Graph 2為circle，因此每個Node的Authority與Hub都相同。
  4. Graph 3為 $1 \leftrightarrow 2 \leftrightarrow 3 \leftrightarrow 4$ ，因此邊緣Node(1, 4)之Authority與Hub相同(較低)、中間Node(2, 3)之Authority與Hub相同(較高)，但不是邊緣Node的2倍（因為每次都有Normalize）。
  5. Graph 4中，可以看到Node 1是很好的Hub(因為指向的Node較多、且這些Node都是較為重要的Node)，反之雖然5指向的Node也很多，Hub值卻比Node 4還少，這是因為Node 5指向的Node普遍Authority都偏低，因此Hub值也相對受影響而變低。
  6. Time Cost 中可以看到，Graph 6之運算時間最長(因為Node數及link數是所有Graph中最多)，Graph 5僅次於 Graph 6（雖然Link數比Graph 8少一些，但Node數是Graph 8的4.7倍，因此可知道Node數對於Time Cost影響是很大的）。
  7. HITS僅重視指向的網頁數，並沒有另外對於每個網頁的quality做評分，因此可能造成網頁充數「作弊」而達成Authority、Hub很高，而實質上並非反應這個網頁的重要性的狀況。
- 

### 3. Implement PageRank (Graph 1-8)

- $Eps = 1e-4$  ,  $d = 0.15$
  - 利用 matrix 的方式處理資料，最後再轉回 dictionary 輸出。
  - 實作方法：
1. 建立 A\_mat(以每個Node為start\_node的links構成的Adjacency Matrix)與At\_mat(A\_mat的Transposed Matrix)、N\_mat(N\*N的Matrix，N=Node數，所有值初始化為 $1/N$ )。
  2. R(存放PageRank值之Matrix)初始化為 $1/N$ ，也就是PageRank值預設= $1/N$ (N=Node數)。
  3. 利用公式  $P = d * N\_mat + (1-d) * At\_mat$ ，P與R做dot運算以更新R(PageRank值)。
  4. 以L1 Normalize R(to sum up to 1)。
  5. 不斷重複 Step 3 & 4，直到R與R\_prev(上一次的R)差距小於Eps，此時的R即為最終之PageRank值。

- Results(Graph 1-4):

**(Results of all graphs: please refer to results/graph\_()\_page\_rank.txt)**

1. Graph 1: {1: [2], 2: [3], 3: [4], 4: [5], 5: [6], 6: []}

PageRank of Graph 1: (Sorted by the PageRank value)

Page ID6: 0.331490893127947

Page ID3: 0.124703120251403

Page ID5: 0.250648206535158

Page ID2: 0.0759851790523549

Page ID4: 0.182366091522817

Page ID1: 0.0348065095103204

2. Graph 2: {1: [2], 2: [3], 3: [4], 4: [5], 5: [1]}

PageRank of Graph 2: (Sorted by the PageRank value)

Page ID5: 0.2000000000000000	Page ID4: 0.2
Page ID3: 0.2000000000000000	Page ID1: 0.2
Page ID2: 0.2000000000000000	

3. Graph 3: {1: [2], 2: [1, 3], 3: [2, 4], 4: [3]}

PageRank of Graph 3: (Sorted by the PageRank value)

Page ID3: 0.324547068321367	Page ID4: 0.175452931678633
Page ID2: 0.324547068321367	Page ID1: 0.175452931678633

4. Graph 4: {1: [2, 3, 4, 5, 7], 2: [1], 3: [1, 2], 4: [2, 3, 5], 5: [1, 3, 4, 6], 6: [1, 5], 7: [5]}

PageRank of Graph 4: (Sorted by the PageRank value)

Page ID1: 0.280308893584124	Page ID4: 0.108222541066354
Page ID5: 0.184183727857094	Page ID7: 0.0690712908850486
Page ID2: 0.158753226075398	Page ID6: 0.0605798216098772
Page ID3: 0.138880498922105	

Time cost of PageRank, G1: 0.0024867 s	Time cost of PageRank, G6: 0.4081223 s
Time cost of PageRank, G2: 0.0001926 s	Time cost of PageRank, G7: 0.0062640 s
Time cost of PageRank, G3: 0.0003822 s	Time cost of PageRank, G8: 0.0101922 s
Time cost of PageRank, G4: 0.0004528 s	(Mean) Time cost of PageRank: 0.0626939 s
Time cost of PageRank, G5: 0.0734582 s	

## ● 討論：

1. PageRank與HITS的差別為不以Query為主，PageRank以連向此網頁之頁面的「指出的網頁數量」決定分數（重要性），因此HITS適合用戶端查詢使用，PageRank則較適合伺服器端。
2. PageRank 對於所有連結的網頁做計算（不限制於Query），較HITS更為全面性。
3. 在實際應用上，PageRank不利於新網頁，因為即使新網頁quality很好，仍可能沒有太多網頁連結到此網頁。
4. d的大小影響每次更新時的PageRank值中，sum(Parents指出網頁數量)的重要程度。
5. Graph 1中，雖然Node 6沒有連出至任何頁面，然而它的parent node(Node 5)重要性很高(Node1->2->3->4->5)，因此Node 6相對的就更重要了(Node1->2->3->4->5->6)，因此PageRank最高。
6. Graph 2為circle，因此每個Node的PageRank都相同。
7. Graph 3為1⇔2⇔3⇔4，因此邊緣Node(1, 4)PageRank相同(較低)、中間Node(2, 3)之PageRank相同(較高)，但不是邊緣Node的2倍（因為有Normalize）。

8. Graph 4中，雖然Node6 & 7皆只有一個parent node，但因為Node 5的重要性比Node1還低，因此Node 6的重要性也就比Node 7還低。
  9. Time Cost 中可以看到，Graph 6之運算時間最長(因為Node數及link數是所有Graph中最多)，Graph 5僅次於 Graph 6 (雖然Link數比Graph 8少一些，但Node數是Graph 8的4.7倍，因此可知道Node數對於Time Cost影響是很大的)。
- 

#### 4. Implement SimRank (Graph 1-5)

- Eps =  $1e-4$  , max\_iter = 10, C = 0.8
- 利用matrix的方式處理資料，對照link的Adjacency Dictionary，以matrix輸出。
- 實作方法：
  1. 建立 A\_dict(以每個Node為start\_node的links構成的Adjacency Matrix) 與 At\_dict(A\_dict的Transposed Dictionary)。
  2. 建立ref，存放Node編號的map。
  3. 初始化sim(存放SimRank值的matrix)為Identity Matrix (對角線的值是1，其餘為0)。
  4. 從A\_dict中以iteration跑過每個pair，每次選定2個Node(a, b)作為一個pair，若a=b就跳過。
  5. 從At\_dict尋找a、b的parent nodes(Ia, Ib)，並計算parent nodes的SimRank值的總和(sum\_ab)。
  6. 設定sim[ref.index(a)][ref.index(b)]的值為  $C / (\text{len}(Ia) * \text{len}(Ib)) * \text{sum\_ab}$ 。
  7. 重複Step 4-6，直到SimRank值收斂(2次SimRank值之誤差<Eps或iteration次數達到max\_iter)，輸出sim為最終SimRank值。

- Results(Graph 1-4):

(Results of all graphs::please refer to results/graph\_{}\_sim\_rank.txt)

1. Graph 1: {1: [2], 2: [3], 3: [4], 4: [5], 5: [6], 6: []}

SimRank Matrix of Graph 1:(6, 6)

```
[[1. 0. 0. 0. 0. 0.]
 [0. 1. 0. 0. 0. 0.]
 [0. 0. 1. 0. 0. 0.]
 [0. 0. 0. 1. 0. 0.]
 [0. 0. 0. 0. 1. 0.]
 [0. 0. 0. 0. 0. 1.]]
```

2. Graph 2: {1: [2], 2: [3], 3: [4], 4: [5], 5: [1]}

SimRank Matrix of Graph 2:(5, 5)

```
[[1. 0. 0. 0. 0.]
```

```
[0. 1. 0. 0. 0.]
[0. 0. 1. 0. 0.]
[0. 0. 0. 1. 0.]
[0. 0. 0. 0. 1.]]
```

3. Graph 3: {1: [2], 2: [1, 3], 3: [2, 4], 4: [3]}

SimRank Matrix of Graph 3:(4, 4)

```
[[1.          0.          0.66659676 0.          ]
 [0.          1.          0.          0.66659676]
 [0.66659676 0.          1.          0.          ]
 [0.          0.66659676 0.          1.          ]]
```

4. Graph 4: {1: [2, 3, 4, 5, 7], 2: [1], 3: [1, 2], 4: [2, 3, 5], 5: [1, 3, 4, 6], 6: [1, 5], 7: [5]}

SimRank Matrix of Graph 4:(7, 7)

```
[[1.          0.35211472 0.34050956 0.34528816 0.32892511 0.40773299 0.28284333]
 [0.35211472 1.          0.39933231 0.36152279 0.40509544 0.27557619 0.44746939]
 [0.34050956 0.39933231 1.          0.44279155 0.38232967 0.44123837 0.44434473]
 [0.34528816 0.36152279 0.44279155 1.          0.33383297 0.52995841 0.52995841]
 [0.32892511 0.40509544 0.38232967 0.33383297 1.          0.26282791 0.40483802]
 [0.40773299 0.27557619 0.44123837 0.52995841 0.26282791 1.          0.25991683]
 [0.28284333 0.44746939 0.44434473 0.52995841 0.40483802 0.25991683 1.          ]]
```

Time cost of SimRank, G1:0.0070400 s  
 Time cost of SimRank, G2:0.0005190 s  
 Time cost of SimRank, G3:0.0010221 s  
 Time cost of SimRank, G4:0.0047259 s

Time cost of SimRank, G5:50.5205932 s  
 (Mean)Time cost of SimRank:10.104119 s

## ● 討論：

1. 公式中的C越小，SimRank值收斂得越快。以C=0.8與C=0.4來說，參照 `results/sim_rank_comparison_c_0_().txt`，Graph 3在C=0.4時僅需6個iteration達到收斂，C=0.8時卻是因為達到max\_iter而強制結束。Graph 4在C=0.4時需8個iteration達到收斂，C=0.8時卻一樣因達到max\_iter而強制結束。因此C也可以稱為每次更動程度的指標。
2. SimRank與前兩個演算法不同的是，SimRank是計算Node Pair之間的相似度，而非給每個Node一個獨立的分數。另外SimRank不需要Normalize（僅計算sum）。
3. 在實際應用方面，SimRank可以用在提供搜尋引擎一個回饋分數，進而優化搜尋結果。然而因為SimRank需要計算(Node數)<sup>2</sup>次，時間複雜度較高，若需要計算的Node數很大，就會

使SimRank計算的花費時間很長。從Time Cost 中可以看到，Graph 6之運算時間最長(因為Node數及link數是所有Graph中最多)，因此可知Node數對於Time Cost影響是很大的。

4. 一開始聽老師上課講解SimRank時有點疑惑：那如果圖形是具有cycle（如Graph 2），要怎麼樣才能讓SimRank達到收斂呢？（因為上課時舉的例子是沒有這個問題的）後來才想到可以透過設定max\_iter的方式讓有這種狀況的graph iteration強制結束。
5. Graph 1中(Node1->2->3->4->5->6)，因為每個Node的parent node都沒有交集，因此輸出的SimRank Matrix = Identity Matrix。
6. Graph 2為circle，每個Node的parent node如Graph 1一樣沒有交集，因此輸出的SimRank Matrix = Identity Matrix。
7. Graph 3為 $1 \Leftrightarrow 2 \Leftrightarrow 3 \Leftrightarrow 4$ ，因此SimRank Matrix會是一個對稱矩陣。
8. Graph 4中，雖然SimRank看似很像對稱矩陣，其實不然。

以sim(1, 7)和sim(7, 1)的sum\_ab來觀察：

>> iter=1:

Node1之parent nodes=[2,3,5,6]，Node 7 之parent nodes=[1]，其中[2,3,5,6]有連結到Node1，Node 1連結到[2,3,5]。

sim(1, 7)=4；sim(7, 1)=3(差別只有Node 6->1有link，Node1->6沒有link)

>> iter=2:

sim(1,7):Node[2, 3, 5, 6]之parent nodes=[1, 3, 4, 5, 6, 7]，

sim(7,1):Node [2, 3, 5]之parent nodes=[1, 3, 4, 5, 6, 7]（兩者相同）；

sim(1,7) & sim(7,1):Node[1]之parent nodes=[2, 3, 5, 6]。

sim(1,7)->sim([2,3,5,6], 1)=4-> sim([1,3,4,5,6,7], [2,3,5,6])=13 -> ...

sim(7,1)->sim(1, [2,3,5,6])=3-> sim([2,3,5,6] , [1,3,4,5,6,7])=11 -> ...

後續的iteration中，sim(1, 7)及 sim(7, 1)之sum\_ab所增加的值都很接近但不盡相同。因此最終輸出的SimRank看起來數值會幾乎一樣，但實際上檢查後會發現並不相等（只是SimRank值非常相近）。

---

## 5. To Increase Hub/Authority/PageRank of Node1 (Graph 1-3)

- Links\_to\_be\_added = {'1':[4], '4':[1]}
- 經過實驗，在Graph 1-3中，若加入{'1':[4], '4':[1]}，Node 1的Hub / Authority / PageRank 值都會增加。
- 實作方法：

以原本的graph links及加入{'1':[4], '4':[1]}後的links做比較(以下稱為Before & After)。

## ● Results & Discussion (Graph 1-3):

### 1. Graph 1:

{1: [2], 2: [3], 3: [4], 4: [5], 5: [6], 6: []}

(Before) Graph 1

>> Authority:	>> Hub:
2: 0.2	1: 0.2
3: 0.2	2: 0.2
4: 0.2	3: 0.2
5: 0.2	4: 0.2
6: 0.2	5: 0.2
1: 0.0	6: 0.0

-----  
{1: [2, 4], 2: [3], 3: [4], 4: [5, 1], 5: [6], 6: []}

(After) Graph 1

>> Authority:	>> Hub:
4: 0.617981333404616	1: 0.617991388987561
2: 0.381933468457034	3: 0.38193968314907
1: 0.0000425990691739755	4: 0.0000689278633651974
5: 0.0000425990691739755	2: 0.00000000000000200606484912561
3: 0.00000000000000123979608685405	5: 0.00000000000000200606484912561
6: 0.00000000000000123979608685405	6: 0.0

=====  
{1: [2], 2: [3], 3: [4], 4: [5], 5: [6], 6: []}

(Before) PageRank of Graph 1: (Sorted by the PageRank value)

Page ID6: 0.331490893127947	Page ID3: 0.124703120251403
Page ID5: 0.250648206535158	Page ID2: 0.0759851790523549
Page ID4: 0.182366091522817	Page ID1: 0.0348065095103204

-----  
{1: [2, 4], 2: [3], 3: [4], 4: [5, 1], 5: [6], 6: []}

(After) PageRank of Graph 1: (Sorted by the PageRank value)

Page ID4: 0.250381767330364	Page ID5: 0.156432222191375
Page ID6: 0.187976776461659	Page ID3: 0.139910996936251
Page ID1: 0.156432222191375	Page ID2: 0.108866014888975

### 2. Graph 2

{1: [2], 2: [3], 3: [4], 4: [5], 5: [1]}

(Before) Graph 2

>> Authority:	>> Hub:
1: 0.2	1: 0.2
2: 0.2	2: 0.2
3: 0.2	3: 0.2
4: 0.2	4: 0.2
5: 0.2	5: 0.2

-----  
{1: [2, 4], 2: [3], 3: [4], 4: [5, 1], 5: [1]}

(After) Graph 2

>> Authority:	>> Hub:
1: 0.309014934922126	1: 0.309013662292289
4: 0.309014934922126	4: 0.309013662292289
2: 0.190981732877488	3: 0.190980946116437
5: 0.190981732877488	5: 0.190980946116437
3: 0.00000666440077040473	2: 0.0000107831825484974



```

=====
{1: [2], 2: [3], 3: [4], 4: [5], 5: [1]}
(Before) PageRank of Graph 2: (Sorted by the PageRank value)
Page ID2: 0.2000000000000000 Page ID1: 0.2
Page ID3: 0.2000000000000000 Page ID4: 0.2
Page ID5: 0.2000000000000000
-----
{1: [2, 4], 2: [3], 3: [4], 4: [5, 1], 5: [1]}
(After) PageRank of Graph 2: (Sorted by the PageRank value)
Page ID4: 0.277549253627240 Page ID5: 0.147980329786546
Page ID1: 0.273734877973394 Page ID2: 0.146346941444894
Page ID3: 0.154388597167926

```

### 3. Graph 3

```

{1: [2], 2: [1, 3], 3: [2, 4], 4: [3]}
(Before) Graph 3
>> Authority: >> Hub:
2: 0.309016393442623 2: 0.309018567639257
3: 0.309016393442623 3: 0.309018567639257
1: 0.190983606557377 1: 0.190981432360743
4: 0.190983606557377 4: 0.190981432360743
-----

```

```

{1: [2, 4], 2: [1, 3], 3: [2, 4], 4: [3, 1]}
(After) Graph 3
>> Authority: >> Hub:
1: 0.25 1: 0.25
2: 0.25 2: 0.25
3: 0.25 3: 0.25
4: 0.25 4: 0.25
-----

```

```

{1: [2], 2: [1, 3], 3: [2, 4], 4: [3]}
(Before) PageRank of Graph 3: (Sorted by the PageRank value)
Page ID2: 0.324547068321367 Page ID1: 0.175452931678633
Page ID3: 0.324547068321367 Page ID4: 0.175452931678633
-----
{1: [2, 4], 2: [1, 3], 3: [2, 4], 4: [3, 1]}
(After) PageRank of Graph 3: (Sorted by the PageRank value)
Page ID1: 0.25 Page ID3: 0.25
Page ID2: 0.25 Page ID4: 0.25

```

### ● 討論：

#### 1. Graph 1:

Before:

- 因為沒有任何頁面指向Node 1，因此Authority(Node 1) = 0，PageRank也排名最低。
- 因為除了Node 6外，每個Node都指向1個Node，因此Hub(Node 1) = 0.2

After:

- 因為Node 4指向 Node 1，因此Authority(Node 1) = 0.2，PageRank也提高了。
- 因為Node 1多指向1個node(Node 4)，因此Hub值提高為 0.618。

## 2. Graph 2:

Before:

- 因為links是一個circle，因此所有Node的Authority及Hub皆 = 0.2，PageRank也皆 = 0.2。

After:

- 因為Node 4多指向 Node 1、Node 1多指向 Node 4，因此 Node 1 和 Node 4 的 Authority 及 Hub 值一起提高為 0.309，PageRank排名也一起提升。

## 3. Graph 3:

Before:

- 因為links是  $1 \leftrightarrow 2 \leftrightarrow 3 \leftrightarrow 4$ ，因此邊緣Node(Node 1 & Node 4)的Authority 及 Hub 皆較低(= 0.19)，PageRank也較低(= 0.175)。

After:

- 因為將Node 4指向 Node 1、Node 1指向 Node 4，使邊緣Node不再邊緣，Graph 3變為一個circle，因此Node 1 和Node 4的Authority及Hub值一起提高為 0.25。PageRank排名也一起提升(所有 Node 的 PageRank 皆 = 0.25)。

4. 加入{'1':[4], '4':[1]}是經過幾次測試後最簡單、通用於3個Graph的added\_links。一開始想要增加{'1':[3, 6], '4':[1], '6':[1]}，然而發現Graph 2, 3沒有Node 6，因此想到可以用「加入{'1':[4], '4':[1]}」的方式就達到增加 Node 1 的 Authority、Hub、PageRank值的方法！
- 

### ● 綜合討論：

1. 利用Project 3的機會，清楚認識了HITS、PageRank及SimRank的實作方式及差異。
2. 然而這三個演算法似乎都沒有特別針對網頁本身的quality（對於user的幫助、提供的資料是否重要/有用？）做評分，不過如何對這部分做評分，可能也是另外一個issue。
3. 在實際上處理時，可能也需要考慮子網站等內部link的狀況。
4. 現在有許多網站提供查詢webpage的rank，例如Alexa([www.alexa.com/siteinfo/](http://www.alexa.com/siteinfo/) by Amazon)，提供了Traffic Ranks、分析該網站造訪者來自哪些國家等地域分析。