Rapport TER

Raphaël Muller,Billel Guerfa

14 mars 2018

Première partie

Introduction

L'apprentissage machine (Machine Learning) est une branche de l'intelligence artificielle permettant à un système d'apprendre et d'améliorer ses performances par l'expérience et une mesure de ces dernières, et donc sans être explicitement programmé, récemment et notamment grâce aux avancées en terme de hardware, cette branche de l'IA a révolutionner le domaine et à donner naissance à bon nombre d'applications (Systèmes de reconnaissances d'images, détection d'anomalies, voitures autonomes, bots joueurs...) et ainsi résolu beaucoup de problèmes qui sont difficiles à approcher en utilisant les techniques algorithmiques classiques.

Il y a trois types d'approches pour résoudre un problème en apprentissage automatique :

- **L'apprentissage supervisé :** cette approche est intéressante dés qu'on a plusieurs instances de notre problème (représentant un large échantillon représentatif) ainsi que les solutions correctes pour chaque instance, qu'on appelle labels, ici on vise à déduire un modèle représentant notre problème i.e, une fonction qui prend en paramètres les données observables du problème et qui nous en donne la solution, cette fonction aura des paramètres internes qui seront "appris" ou optimisés par notre algorithme afin de construire le meilleur modèle possible Ex (Classifications d'images).
- **L'apprentissage non-supervisé :** dans ce cas, on ne sait pas donner a notre algorithme les solutions correctes pour les instances de notre problème, mais on lui demandera de déduire une structure et des informations à partir de ces instances (Clustering , Word Embeddings afin de déduire le lien sémantique entre les mots dans une langue).
- **L'apprentissage par renforcement :** cette dernière branche est considérée comme la plus prometteuse et la plus active en recherche car c'est le premier pas vers une intelligence artificielle générale, c'est pour cette raison qu'elle est très utilisée dans des environnements complexes comme pour les jeux ainsi que les voitures autonomes, elle se base sur le principe qu'on a un agent qui observe un environnement et qui choisi de soumettre des actions à ce dernier, l'environnement ensuite lui envoi une nouvelle observation, ainsi qu'une récompense ou une pénalité, l'agent optimisera ses actions en fonction des récompenses qu'il reçoit et aura donc tendance

à privilégier les états ou il peut avoir le plus de récompenses possibles.

On entends aussi beaucou parler du Deep Learning, contrairement aux approches citées précédemment, le deep learning est plus un moyen ou une structure adaptée pour des calculs intensifs (les réseaux de neurones), qu'une approche, on peut utiliser le deep learning en apprentissage supervisé, non supervisé, ainsi qu'en apprentissage par renforcement (Deep reinforcement learning) il est également trés utilisé dans le domaine du big data (partie analytique) en raison du volume massif de données à analyser.

Dans le cadre de notre projet, on explore l'approche de l'apprentissage par renforcement et ses différents algorithmes afin de créer un agent capable de jouer et d'améliorer ses performances sur le jeu de plateau Ignis, on présentera donc une modélisation d'un processus de décision de Markov, ainsi que sa résolution par une méthode d'apprentissage par renforcement.

Deuxième partie
Théorie

1 Processus de décision de Markov

1.1 Processus de Markov

Le processus de décision de Markov décrit formellement un environnement pour l' apprentissage par renforcement. Cet environnement est totalement observable et dénombrable. Les chaines vérifient toutes la propriété de Markov. Un état S_t vérifie les propriété de Markov si et seulement si :

$$\mathbb{P}[S_{t+1}|S_t] = \mathbb{P}[S_{t+1}|S_1, ..., S_t]$$

Cela signifie que l'état S_t a une propriété d'absence de mémoire, c'est a dire que l'état actuel contient toutes les informations importantes des états précédents . Cela permet donc d'ignorer l'historique des états précédents.

Pour un état de Markov s et un état suivant s', l'état de transition est défini par :

$$P_{ss'} = \mathbb{P}[S_{t+1} = s'|S_t = s]$$

Une matrice de transition P défini les probabilités de transitions d'un état s vers tout ses successeurs s'

$$P = \begin{array}{c} \\ s \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & s' & \end{array} \\ \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} \end{array}$$

Ici P_{12} est la probabilité d'aller vers l'état 2 quand on se trouve dans l'état 1. De ce fait la somme de chaque ligne de la matrice vaut 1.

Une chaine de Markov est une suite de variables aléatoires $S_1, S_2...$ tel avec les propriété de Markov. Un processus de Markov(ou chaine de Markov) est un couple (S,P)

S est un ensemble d'états supposé fini

z est une matrice de transitions

1.2 Processus de récompense de Markov

Un Processus de récompense de Markov est une chaine de Markov avec des valeurs, défini par(S,P,R,γ)

S est un ensemble d'états supposé fini
P est une matrice de transitions
R est la fonction de récompense $R_s = \mathbb{E}[R_{t+1}|S_t = s]$
γ est un facteur de réduction, $\gamma \in [0, 1]$

Le résultat G_t est le total des récompenses réduites depuis l'itération t.C'est une variable aléatoire.

$$G_t = R_{t+1} + \gamma R_{t+2} + ... = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k R_{t+k+1}$$

γ sert a réduire la valeur de R_k plus k est grand puisque on met γ a la puissance k. Cela va mener, si γ est proche de 0, à une évaluation au court terme; et à une évaluation au long terme si γ est proche de 1. La réduction permet d'éviter les cycles dans les chaines de Markov et permet de valoriser les récompenses au court terme La *value function* $v(s)$ d'un processus de récompense de Markov est un fonction qui retourne la valeur au long terme en partant d'un état s. Cela représente l'espérance du retour de G_t.

$$v(s) = \mathbb{E}[G_t|S_t = s]$$

équation que nous pouvons réduire :

$$\begin{aligned} v(s) &= \mathbb{E}[G_t|S_t = s] \\ &= \mathbb{E}[R_{t+1} + \gamma R_{t+2} + \gamma^2 R_{t+3} + ...|S_t = s] \\ &= \mathbb{E}[R_{t+1} + \gamma(R_{t+2} + \gamma R_{t+3} + ...)|S_t = s] \\ &= \mathbb{E}[R_{t+1} + \gamma G_t + 1|S_t = s] \\ &= \mathbb{E}[R_{t+1} + \gamma v(S_{t+1})|S_t = s] \end{aligned}$$

La value function peut donc être divisé en deux parties, la récompense immédiate et la value function du successeur. Nous obtenons une équation de Bellman. c'est une équation décrivant un problème de programmation dynamique c'est a dire que la valeur obtenu dépend du résultat de cette même fonction de façon récursive qui prend en compte l'état initial.
cette équation peut être résumé en :

$$v(s) = R_s + \gamma \sum_{s' \in S} P_{ss'} v(s')$$

ce qui signifie que la *value function* est égale a la récompense de l'état courant, plus la somme des values function des états suivant multiplié par leur probabilité d'être choisi, cette somme étant réduite par le facteur γ.

On peut résumer cette équation de Bellman en utilisant des vecteurs et matrices.

$$v = R + \gamma P v$$

v est le vecteur des value function

R est le vecteur des récompenses
P est la matrice de transition
γ est le facteur de réduction
on obtient donc une équation linéaire :

$$\begin{aligned} v &= R + \gamma P v \\ (I - \gamma P)v &= R \\ v &= (I - \gamma P)^{-1} R \end{aligned}$$

Cette équation est en O(n^3) pour n états ce qui n'est pas réalisable pour un nombre trop important d'états. on devra donc trouver des méthodes pour réduire cette complexité, comme la programmation dynamique,l'utilisation d'algorithmes de monte-Carlo ou l'apprentissage par différences temporelles.

1.3 Le processus de décision de Markov

Un processus de décision de Markov est un processus de récompense de Markov avec des décisions. Défini par (S,A,P,R,γ).
S est un ensemble d'états supposé fini
A est un ensemble d'actions supposé fini
P est une matrice de transitions
R est la fonction de récompense $R_s = \mathbb{E}[R_{t+1}|S_t = s]$
γ est un facteur de réduction, $\gamma \in [0, 1]$

1.3.1 Policies

Une politique(*policy*) π est une distribution sur les action A sachant les états.

$$\pi(a|s) = \mathbb{P}[A_t = a|S_t = s]$$

Une politique définit le comportement d'un agent. Du fait de la propriété des chaines de Markov, les *policies* ne dépendent pas de l'historique ni de l'itération.
la séquence d'état et de récompenses avec une *policy*, est un processus de récompense de Markov noté $(S, P^\pi, R^\pi, \gamma)$ ou :

$$\begin{aligned} P^\pi_{s,s'} &= \sum_{a \in A} (a|s) P^a_{ss'} \\ R^\pi_s &= \sum_{a \in A} (a|s) R^a_s \end{aligned}$$

1.3.2 La value function

La *value function* d'un état $v_\pi(s)$ d'un processus de décision de markov et le résultat attendu, en partant d'un état s, et suivant une policy π

$$v_\pi(s) = \mathbb{E}_\pi[G_t|S_t = s]$$

La fonction d' *action value* $q_\pi(s, a)$ est est le retour attendu en partant de l'état s, réalisant l'action a et suivant la policy π.

$$q_\pi(s, a) = \mathbb{E}_\pi[G_t|S_t = s, A_t = a]$$

La valeur de v^π attendu par l'équation de Bellman est :

$$v_\pi(s) = \sum_{a \in A} \pi(a|s) q_\pi(s,a)$$

La valeur de q^π attendu par l'équation de Bellman est :

$$q_\pi(s,a) = R_s^a + \gamma \sum_{s \in S} P_{ss'}^a v_\pi(s')$$

En retournant sous forme matriciel on a :

$$v_\pi = R^\pi + \gamma P^\pi v *_{pi} v_\pi \quad = (I - \gamma P^\pi)^{-1} R^\pi$$

1.3.3 value function optimal

la value function d'un état $v_*(s)$ est le maximum de la value function de toutes les policies :

$$v_*(s) = \max_\pi * v_\pi(s)$$

$$q_*(s,a) = \max_\pi * q_\pi(s,a)$$

et

$$v_*(s) = \max_a * R_s^a \sum_{s' \in S} P_{ss'}^a v_*(s')$$

$$q_*(s,a) = R_s^a + \gamma \sum_{s' \in S} P_{ss'}^a \max_{a'} * q_*(s',a')$$

pour résoudre ces équations il existe quelques solutions, comme par exemple le Q-learning, la *policy iteration* et la *value itaration*.

2 Organisation par programmation dynamique

La programmation dynamique est un concept servant a résoudre des problèmes d'optimisation. Elle a pour principe de diviser pour mieux régner. Elle décompose le problème en sous-problèmes plus facile a résoudre pour a la fin regrouper tous les résultats.

C'est une solution générale pour les processus de décision de Markov car l'équation de Bellman décompose la *value fonction* de façon récursive et elle permet de réutiliser les résultats trouvé grâce au stockage de ces derniers.

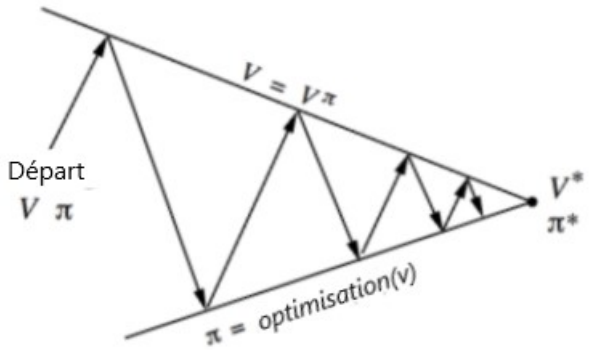
Mais la programmation dynamique nécessite une connaissance du processus de Markov et une matrice d'une taille assez faible. Dans notre cas, la programation dynamique n'est pas adapté donc nous passerons rapidement sur des informations importantes.

2.1 Policy iteration

Étant donné une politique π et une *value iteration* v_π, on améliore la politique en essayant de maximiser les gains en suivant v_π

$$\pi' = maximisation(v_\pi)$$

le but est de trouver la politique optimale, π^*



3 Estimer la valeur d'un processus de décision de Markov inconnu

3.1 Les méthodes de Monte-Carlo

Un algorithme de Monte-Carlo est un algorithme probabiliste. TODO : def mc

Cette méthode apprend directement depuis une expérience. elle est aussi "model-free" TODO : a traduire, c'est a dire qu'il n'a pas besoin de la connaissance de la chaine de Markov et de récompenses.