MATHEMATIQUES

Classe : 3ème informatique

Série : Généralités sur les fonctions

Nom du Prof : Wided Dallegi

Taki Academy

Exercice 1 — 25 min — 20 pt

I/ Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes :

$f_1(x) = \dfrac{x\sqrt{x+1}}{-2x^2+3x-1}$ $\qquad f_2(x) = \dfrac{\sqrt{2}x - |x|}{2x^2+x+3}$ $\qquad f_3(x) = \dfrac{\sqrt{x}-1}{|x^2-1|-3}$

$f_4(x) = \sqrt{-2x^2+5x-3}$ $\qquad f_5(x) = \dfrac{3\sqrt{x-3}}{x^2-9}$ $\qquad f_6(x) = \dfrac{-5x^2+5}{x+1-\sqrt{2x+5}}$

II/ Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = -(2x+4)^2 + 3$.

1/ Montrer que f est majorée sur IR.

2/ Montrer que f est bornée sur [-2,4].

3/ Etudier les variations de f pour $x \geq -2$ puis pour $x \leq -2$.

4/ Déduire que f admet un extremum sur IR.

III/ Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2+2x+2}$

1/ Déterminer le domaine de définition de f.

2/ Montrer que $\forall\ x \in \mathrm{IR}$, $-1/2 \leq f(x) \leq 1/2$.

3/ Déduire que f admet deux extremums.

Exercice 2 — 25 min — 20 pt

1) soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad x \to \frac{x^2}{1+x+x^2}$

Montrer que f est minorée par 0 est majoré par $\frac{4}{3}$

2) soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad x \to \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

a/ Déterminer D_f.

b/ Montrer que $\forall x \in D_f$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$

c/ Montrer que f est minorée par 0 et majorée par 1

Taki Academy

Exercice 3 | 25 min | 20 pt

Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$

1/ a- Montrer que pour tout réel x, on a : $2|x| \leq x^2 + 1$.

b- En déduire que f est bornée sur IR.

c- Déterminer les extremums de f.

2/ Soient a et b deux réels de $[1,+\infty[$.

a-Montrer que : $f(a)-f(b)=\dfrac{2(a-b)(1-ab)}{(a^2+1)(b^2+1)}$.

b-En déduire les variations de f sur $[1 \,,\, +\infty[$.