MATHEMATIQUES

Classe : 3ème informatique

Série : Suites réelles

Nom du Prof : Wided Dallegi

Taki Academy

Exercice 1 — 25 min — 20 pt

W_n une suite arithmétique de raison $r = 4$ telle que $W_{15} = 70$.

1°) Calculer W_{14} .

2°) Déterminer le premier terme W_0 .

3°) Exprimer W_n en function de n .

4°) Trouver l'entier naturel p tel que $W_p = 402$.

Exercice 2 — 25 min — 20 pt

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison q

1°) Sachant que $U_2 = 4$ et $U_6 = 64$. Calculer q et U_0 .

2°) Sachant que $U_0 = q = 2$ et $\sum_{k=0}^{n-1} U_k = 62$, Calculer n .

Exercice 3 — 25 min — 20 pt

On considère la suite u_n définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{-1}{2+u_n}, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$.

Soit la suite v_n définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = \dfrac{1}{1+u_n}$.

1) Calculer u_1, u_2, v_1 et v_2.

2) Calculer $v_{n+1} - v_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, et déduire la nature de la suite v_n .

3) Calculer v_n en fonction de n, puis déduire u_n en fonction de n.

Taki Academy

Exercice 4 | 25 min | 20 pt

Soit $(U_{n \in IN})$ la suite définie sur IN par: $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + \frac{1}{2} \end{cases}$

1) calculer U_1 et U_2
2) montrer que U n'est pas ni arithmétique ni géométrique
3) soit la suite V définie par $V_n = U_n - 1 \quad \forall n \in IN$
   a) montrer que V est une suite géométrique que l'on précisera son premier terme et sa raison.
   b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.
   c) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$
   d) Calculer $S = U_3 + U_4 + \ldots + U_{20}$

Exercice 5 | 25 min | 20 pt

Soit la suite géométrique U définie sur IN . Tels que $U_0=1$ et $U_3 = 27$

1) a) déterminer la raison de cette suite
   b) exprimer U_n en fonction de n
   c) calculer la somme $S_n = U_0 + U_1 + \ldots + U_{n-1}$, $n \geq 1$.
2) on considère la suite V définie sur IN par : $V_n = 3^n + 2$
   a) calculer V_0, V_1 et V_2
   b) la suite V est-elle arithmétiques ? Géométrique ?
3) soit la somme $T_n = V_0 + V_1 + \ldots + V_{n-1}$, $n \geq 1$.
   a) Montrer que $T_n = S_n + 2n$
   b) en déduire l'expression de T_n en fonction de n.

Exercice 6 | 25 min | 20 pt

On considère la suite réelle u définie sur N par : $\begin{cases} u_0 \in R \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + a}{u_n + 1} \end{cases}$

1°) **Dans cette partie on prend** $u_0 = 1$ et a = 0

Soit pour tout n de N : $w_n = \dfrac{1}{u_n}$.

a) Montrer que w est une arithmétique dont on déterminera le premier terme et la raison
b) Exprimer alors u_n en fonction de n.
c) Calculer alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

2°)Dans cette partie on prend $u_0 = 0$ et $a = \frac{1}{4}$

Soit pour tout n de N : $v_n = \frac{2u_n + 1}{2u_n - 1}$.

a) Montrer que v est suite une géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison
b) Exprimer alors u_n en fonction de n.
c) Calculer alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

Exercice 7 | 25 min | 20 pt

Soit U et V deux suites vérifiant $U_0 = 1$, $V_0 = 1$ et $\forall n \in IN$ on a :
$U_{n+1} = 3U_n + V_n$ et $V_{n+1} = -2U_n$

1) calculer U_1, U_2 , V_1 et V_2.
2) On pose $W_n = U_n + V_n$. montrer que W est une suite constante.
3) On pose $T_n = U_n + \frac{1}{2} V_n$. montrer que T est une suite géométrique dont on déterminera son premier terme et sa raison
4) Calculer alors U_n et V_n en fonction de n. (on pourra exprimer T_n en fonction de U_n puis T_n en fonction de n)

Exercice 8 | 25 min | 20 pt

Partie A

(U_n) est une suite définie sur IN par pour tout entier naturel

$$U_0 = 5 \text{ et } U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 4$$

1- calculer U_1 et U_2 et déduire U_n est une suite ni arithmétique ni géométrique

2- On pose pour tout n entier naturel $V_n = U_n - 8$

a- Montrer que V_n est une suite géo métrique de raison $q = \frac{1}{2}$
b- Exprimer V_n en fonction de n
c- Exprimer U_n en fonction de n
d- Trouver limite V_n puis limite U_n

3- Soit $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + ... + V_{n-1}$ et $S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_{n-1}$

Calculer S_n puis S'_n

Partie B

Sur le graphique ci-dessous on a construire la droite y=x

1- construire la deuxième la droit on donnant leur équation associe a la suite U_n définie dans la ***partie A***

2- construire sans calcul les points A_0 ;A_1 ;A_2 ;A_3 ; A_4 de l'axe des abscisse d'abscisse respectivement U_0 ;U_1 ;U_2 ; U_3 et U_4