Berechnung einer Schattenprojektion

Karsten Goebbels, Cornelia Krome, Vera Loeser, Andreas Mergl

Vortrag

Fachhochschule Aachen, Standort Jülich
Studiengang: Technomathematik

28. Juni 2016

INHALT

MOTIVATION

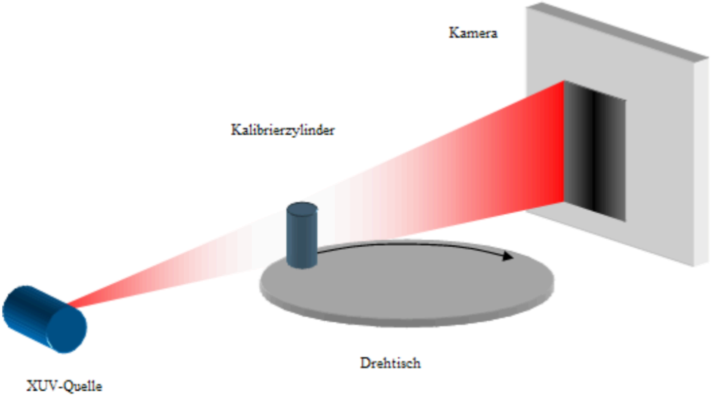
MOTIVATION

→ Ziel dieses Projektes ist die Entwicklung einer neuen Messtechnologie basierend auf Schattenprojektion mit XUV-Strahlung mit der Genauigkeit taktiler und der Schnelligkeit optischer Messgeräte.

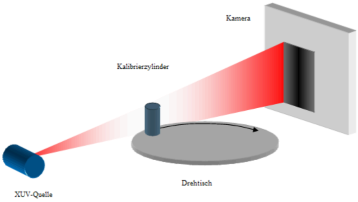
PROBLEMSTELLUNG

- → Kalibrierung: Aktivitäten zur Ermittlung des Zusammenhanges zwischen einem Messwert und der zugehörigen Messgröße
- → kein Eingriff in die Messeinrichtung
- → mehrere Komponenten:
  - → XUV-Quelle (eXtrem UtraViolette-Strahlung)
  - → Detektor
  - → Drehteller
  - → Zylinder

AUFBAU



GROBE WERTE



→ Radius vom Zylinder: 3 mm

→ Radius vom Drehteller: 10 cm

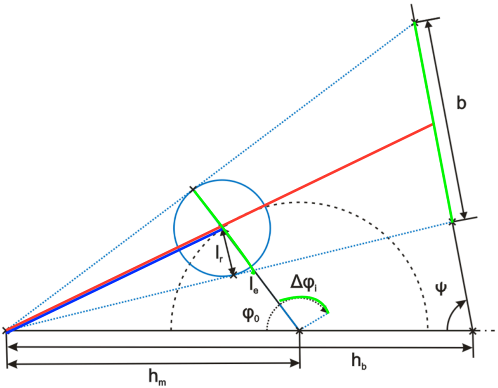
→ Abstand XUV-Quelle–Drehteller: 30 cm

→ Abstand Drehteller–Wand: 60 cm

→ Winkel Wand: 90°

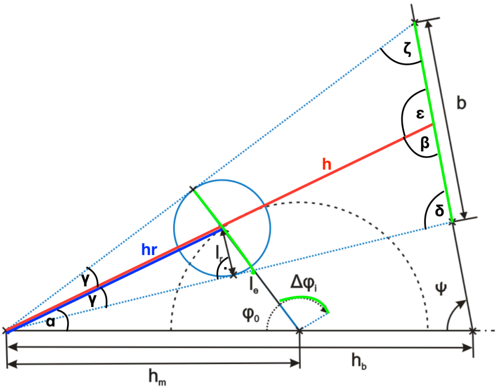
MODELLIERUNG

GEOMETRIE



- → bekannt:
  - → b
  - → l_r
  - → $\Delta\phi_i$
- → unbekannt: x
  - → ϕ_0
  - → l_e
  - → h_m
  - → h_b
  - → ψ

GEOMETRIE



- → bekannt:
  - → b
  - → l_r
  - → $\Delta\phi_i$
- → unbekannt: x
  - → ϕ_0
  - → l_e
  - → h_m
  - → h_b
  - → ψ

BERECHNUNG

SINUS- UND KOSINUSSATZ

Sinussatz:

$$\frac{a}{sin\alpha} = \frac{b}{sin\beta} = \frac{c}{sin\gamma}$$

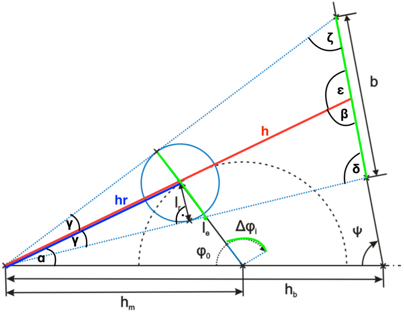
Kosinussatz (b, c analog):

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\alpha$$

EXPLIZITE FORMEL

$$
\begin{aligned}
b(l_r, l_e, h_m, h_b, \phi, \psi) = \\
\Bigg[\frac{1}{-\sqrt{1-\left(\frac{l_r}{\sqrt{l_e^2+h_m^2-2 l_e h_m \cdot cos(\phi)}}\right)^2} + cos\left(2 * arcsin\left(\frac{l_e * sin(\phi)}{\sqrt{l_e^2+h_m^2-2 l_e h_m \cdot cos(\phi)}}\right) + 2 * \psi - arcsin\left(\frac{l_r}{\sqrt{l_e^2+h_m^2-2 l_e h_m \cdot cos(\phi)}}\right)\right)} \\
+ \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{l_r}{\sqrt{l_e^2+h_m^2-2 * l_e * h_m * cos(\phi)}}\right)^2} - cos\left(2 * arcsin\left(\frac{l_e * sin(\phi)}{\sqrt{l_e^2+h_m^2-2 * l_e * h_m * cos(\phi)}}\right) + 2 * \psi - arcsin\left(\frac{l_r}{\sqrt{l_e^2+h_m^2-2 * l_e * h_m * cos(\phi)}}\right)\right)} \Bigg] \\
\cdot \left(2 * \frac{l_r}{\sqrt{l_e^2 + h_m^2 - 2 * l_e * h_m * cos(\phi)}} * sin(\phi) * h_b\right)
\end{aligned}
$$

HERLEITUNG



$$h_r = \sqrt{l_e^2 + h_m^2 - 2 l_e h_m \cdot cos(\phi)}$$

$$\alpha = arcsin\left(l_e \cdot \frac{sin(\phi)}{h_r}\right)$$

$$\beta = \pi - \alpha - \psi$$

$$h = sin(\phi) \cdot \frac{h_b}{sin(\beta)}$$

$$\gamma = arcsin(\frac{l_r}{h_r})$$

$$\delta = \pi - \beta - \gamma$$

$$b_{bottom} = \frac{sin(\gamma)}{sin(\delta)} \cdot h$$

$$\epsilon = \pi - \beta$$

$$\zeta = \pi - \epsilon - \gamma$$

$$b_{top} = \frac{sin(\gamma)}{sin(\zeta)} \cdot h$$

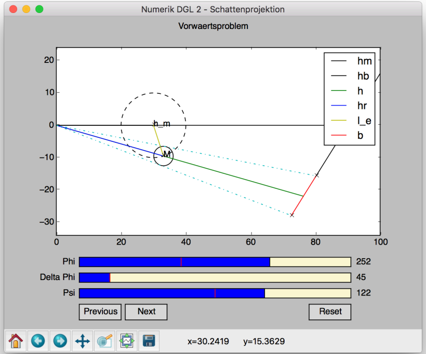
$$b = b_{top} + b_{bottom}$$

IMPLEMENTIERUNG

VORWÄRTSPROBLEM

→ alles bekannt, berechne Schattenbreite
→ direkte Implementierung der Herleitung
→ Plots und Prints zum Verifizieren

Live-Vorführung



RÜCKWÄRTSPROBLEM

→ Schattenbreite, Radius vom Zylinder und Drehwinkel bekannt, berechne x

→ Gauß-Newton-Verfahren

$$x_{k+1} = x_k - F\left(x_k\right)^{+} F(x_k)$$

REGULARISIERUNG

→ Regularisierung mit Tikhonov

$$R_\alpha = (A^T A + \alpha I)^{-1} A^T \tag{1}$$

$$x_\alpha = R_\alpha y \Rightarrow (A^T A + \alpha I) x_\alpha = A^T y \tag{2}$$

→ adaptive Steuerung vom α zur Konvergenzbeschleunigung

ENDE

ENDE

Vielen Dank für Eure Aufmerksamkeit.