Schaltumberechnung

(1) $$P = \underline{m} + l_r\, n$$

$$n = \begin{pmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} h_b \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix}$$

$$0 = n \cdot P = n \cdot m + l_r \underbrace{n \cdot n}_{=1}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{n \cdot m + l_r = 0} \qquad \boxed{m = \begin{pmatrix} h_m \\ 0 \end{pmatrix} + l_e \begin{pmatrix} \cos(\varphi+\varphi_0) \\ \sin(\varphi+\varphi_0) \end{pmatrix}}$$

bzw $$\begin{pmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix} + l_r = 0$$

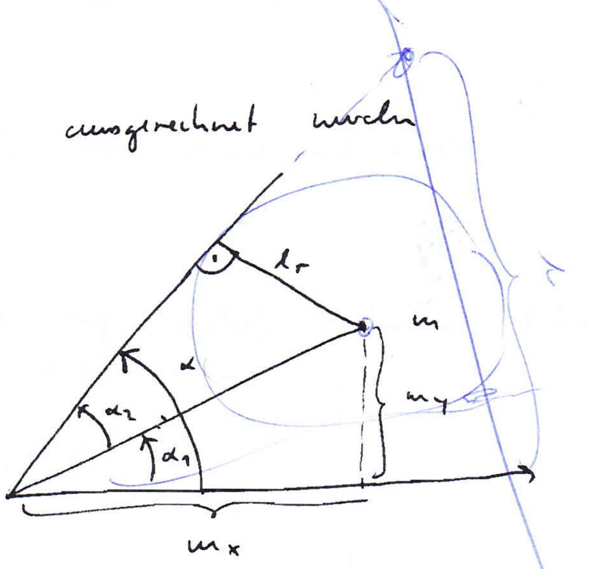
$$\boxed{-\sin\alpha\, m_x + \cos\alpha\, m_y + l_r = 0}$$

Das ist eine Bestimmungsgleichung für α

(2) α kann z.B wie folgt ausgerechnet werden

$$\tan\alpha_1 = \frac{m_y}{m_x}$$

$$\sin\alpha_2 = \frac{l_r}{|m|}$$



$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\alpha = \arctan\frac{m_y}{m_x} + \arcsin\frac{l_r}{|m|}} \qquad (1)$$

(3) $p' = m - l_r n'$, $n' = \begin{pmatrix} -\sin\alpha' \\ \cos\alpha' \end{pmatrix}$

$$a' = \begin{pmatrix} h_b \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda' \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix}$$

analog $\Rightarrow$ $\boxed{n' \cdot m - l_r = 0}$

α' berechnet sich auch analog:

$$\boxed{\alpha' = \arctan\frac{m_y}{m_x} - \arcsin\frac{l_r}{|m|}}$$

(4) <u>Bestimmung von λ</u>:

$$0 = n \cdot a = n\left(\begin{pmatrix} h_b \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix}\right)$$

$$= -h_b \sin\alpha + \lambda\left(-\sin\alpha\cos\varphi + \cos\alpha\sin\varphi\right)$$

$$= -h_b \sin\alpha + \lambda \sin(\varphi - \alpha)$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = h_b \frac{\sin\alpha}{\sin(\varphi - \alpha)}}$$

$\Rightarrow$ zusammen mit (1) ist λ damit bestimmt.

(5) analog folgt für λ'

$$\boxed{\begin{aligned} \lambda' &= h_b \frac{\sin\alpha'}{\sin(\varphi - \alpha')} \\ \alpha' &= \arctan\frac{m_y}{m_x} - \arcsin\frac{l_r}{|m|} \end{aligned}}$$

(6) Schattenbreite $= \lambda - \lambda'$

(7) <u>Partielle Ableitungen von λ</u>

(i) λ hängt ab von

l_e, h_m, h_b, φ_0, φ

$$\lambda = h_b \frac{\sin\alpha}{\sin(\varphi-\alpha)}$$

$$\alpha = \arctan\frac{m_y}{m_x} + \arcsin\frac{l_r}{|m|}$$

bzw

$$-\sin\alpha\; m_x + \cos\alpha\; m_y + l_r = 0$$

mit

$$m_x = h_m + l_e\cos(\varphi+\varphi_0)$$
$$m_y = l_e\sin(\varphi+\varphi_0)$$

$\Rightarrow$ α hängt nur von h_m, l_e, φ_0 ab

und <u>nicht</u> von h_b, φ

(ii) $$\boxed{\partial_{h_b}\lambda = \frac{\sin\alpha}{\sin(\varphi-\alpha)}}$$

(iii) $$\partial_\varphi\lambda = h_b\sin\alpha\left(-\left(\frac{1}{\sin(\varphi-\alpha)}\right)^2\cdot\cos(\varphi-\alpha)\right)$$

$$= -h_b\sin\alpha\frac{\cos(\varphi-\alpha)}{\sin^2(\varphi-\alpha)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\partial_\varphi\lambda = -h_b\frac{\sin\alpha}{\tan(\varphi-\alpha)\,\sin(\varphi-\alpha)}}$$

(iv) Ableitungen nach h_m, l_e, φ_0 :

Sei p einer der Parameter h_m, l_e, φ_0

$$\Rightarrow \quad \partial_p \lambda = h_b \, \partial_p \left(\frac{\sin\alpha}{\sin(\psi-\alpha)} \right)$$

$$= h_b \frac{\cos\alpha \cdot \partial_p\alpha \, \sin(\psi-\alpha) - \sin\alpha \cos(\psi-\alpha)(-\partial_p\alpha)}{\sin^2(\psi-\alpha)}$$

$$= h_b \frac{\cos(\alpha)\sin(\psi-\alpha) + \sin(\alpha)\cos(\psi-\alpha)}{\sin^2(\psi-\alpha)} \, \partial_p\alpha$$

$$= h_b \frac{\sin(\alpha+\psi-\alpha)}{\sin^2(\psi-\alpha)} \, \partial_p\alpha$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\partial_p \lambda = h_b \frac{\sin(\psi)}{\sin^2(\psi-\alpha)} \, \partial_p\alpha}$$

Zur Bestimmung von $\partial_p\alpha$ benutzen wir die Gleichung.

$$-\sin\alpha \, m_x + \cos\alpha \, m_y + l_r = 0$$

$$\overset{\partial_p}{\Rightarrow} \quad -\cos\alpha \, \partial_p\alpha \, m_x - \sin\alpha \, \partial_p m_x$$

$$-\sin\alpha \, \partial_p\alpha \, m_y + \cos\alpha \, \partial_p m_y = 0$$

$$\Rightarrow \quad -(\cos\alpha \, m_x + \sin\alpha \, m_y) \, \partial_p\alpha - \sin\alpha \, \partial_p m_x$$

$$+ \cos\alpha \, \partial_p m_y = 0$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\partial_p \alpha = \frac{-\sin\alpha \; \partial_p m_x + \cos\alpha \; \partial_p m_y}{\cos\alpha \; m_x + \sin\alpha \; m_y}}$$

Mit

$$m_x = h_m + l_e \cos(\varphi + \varphi_0)$$
$$m_y = l_e \; \cancel{\sin} \; (\varphi + \varphi_0)$$

erhalten wir nun

(a) $p = h_m$

$$\partial_{h_m} m_x = 1$$
$$\partial_{h_m} m_y = 0$$

$$\Rightarrow \quad \partial_{h_m} \alpha = - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha \; m_x + \sin\alpha \; m_y}$$

$$\Rightarrow \quad \partial_{h_m} \lambda = h_b \cdot \frac{\sin(\varphi)}{\sin^2(\varphi - \alpha)} \; \partial_{h_m} \alpha$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\partial_{h_m} \lambda = - h_b \; \frac{\sin(\varphi)}{\sin^2(\varphi - \alpha)} \; \frac{\sin\alpha}{m_x \cos\alpha + m_y \sin\alpha}}$$

(b) $\underline{\underline{p = l_e}}$

$$\partial_{l_e} m_x = \cos(\varphi + \varphi_0)$$

$$\partial_{l_e} m_y = \sin(\varphi + \varphi_0)$$

$$\partial_{l_e} \alpha = \frac{-\sin\alpha \cos(\varphi+\varphi_0) + \cos\alpha \sin(\varphi+\varphi_0)}{m_x \cos\alpha + m_y \sin\alpha}$$

$$= \frac{\sin(\varphi+\varphi_0-\alpha)}{m_x\cos\alpha + m_y \sin\alpha}$$

$$\boxed{\partial_{l_e} \lambda = h_b \frac{\sin(\varphi)}{\sin^2(\varphi-\alpha)} \frac{\sin(\varphi+\varphi_0-\alpha)}{m_x\cos\alpha + m_y\sin\alpha}}$$

(c) $\underline{\underline{p = \varphi_0}}$

$$\partial_{\varphi_0} m_x = -l_e \sin(\varphi+\varphi_0)$$

$$\partial_{\varphi_0} m_y = l_e \cos(\varphi+\varphi_0)$$

$$\Rightarrow \quad \partial_{\varphi_0} \alpha = l_e \frac{\sin\alpha \sin(\varphi+\varphi_0) + \cos\alpha\cos(\varphi+\varphi_0)}{m_x\cos\alpha + m_y \sin\alpha}$$

$$= l_e \frac{\cos(\varphi+\varphi_0-\alpha)}{m_x\cos\alpha + m_y\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\partial_{\varphi_0} \lambda = h_b \, l_e \frac{\sin(\varphi)}{\sin^2(\varphi-\alpha)} \frac{\cos(\varphi+\varphi_0-\alpha)}{m_x\cos\alpha + m_y\sin\alpha}}$$

(8) Partielle Ableitungen von λ'

λ' unterscheidet sich von λ nur dadurch, daß l_r durch $-l_r$ ersetzt wurde

$\Rightarrow$ partielle Ableitungen von λ' sind die von λ, wobei jeweils statt l_r dann $-l_r$ eingesetzt wird

(9) Partielle Ableitungen der Schattenbreite ist $\partial_p(\lambda - \lambda') = \partial_p \lambda - \partial_p \lambda'$