

Equações Algébricas Não Lineares

Prof. Americo Cunha

Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ

americo.cunha@uerj.br

www.americocunha.org



Equações algébricas escalares

$$2x - 4 = 0$$

$$x^2 - 3 = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x - e^{-x} = 0$$

$$x - e^x = 0$$



Equações algébricas escalares

$$2x - 4 = 0$$

$$x^2 - 3 = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x - e^{-x} = 0$$

$$x - e^x = 0$$

- ☺ Com algumas temos certo traquejo algébrico



Equações algébricas escalares

$$2x - 4 = 0$$

$$x^2 - 3 = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x - e^{-x} = 0$$

$$x - e^x = 0$$

- ☺ Com algumas temos certo traquejo algébrico
- ☺ Para outras a intuição geométrica ajuda



Equações algébricas escalares

$$2x - 4 = 0$$

$$x^2 - 3 = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x - e^{-x} = 0$$

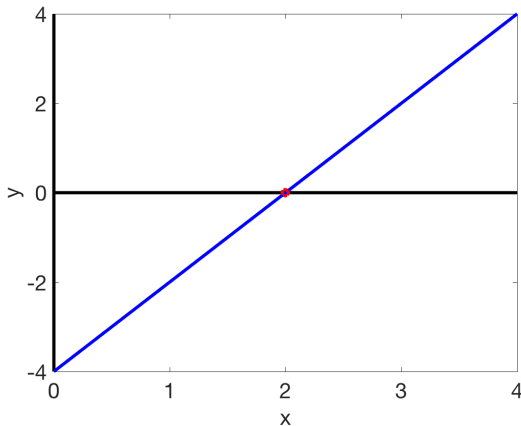
$$x - e^x = 0$$

- ☺ Com algumas temos certo traquejo algébrico
- ☺ Para outras a intuição geométrica ajuda
- ☹ Mas em muitos casos não sabemos sair do lugar



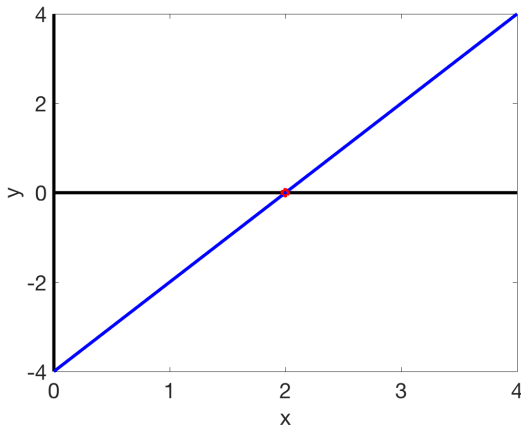
Equação do primeiro grau

$$2x - 4 = 0$$



Equação do primeiro grau

$$2x - 4 = 0$$

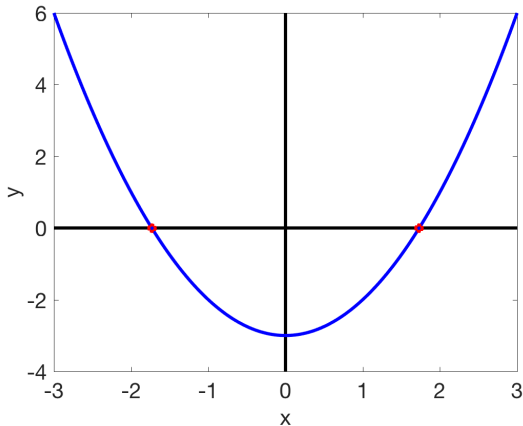


Essa equação tem uma única solução $x^* = 2$



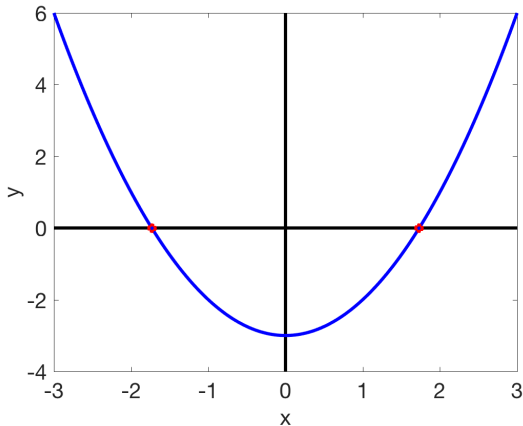
Equação do segundo grau

$$x^2 - 3 = 0$$



Equação do segundo grau

$$x^2 - 3 = 0$$

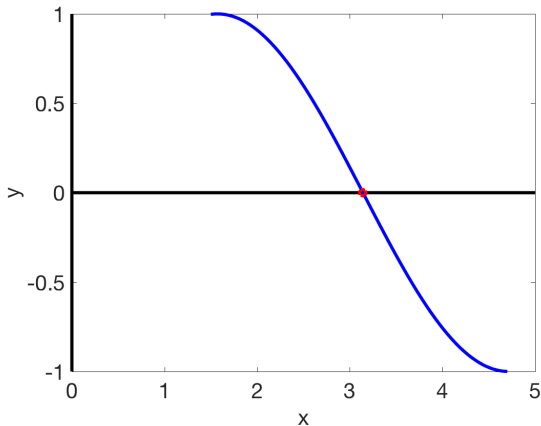


Essa equação tem duas soluções: $x^* \in \{\pm\sqrt{3}\}$.



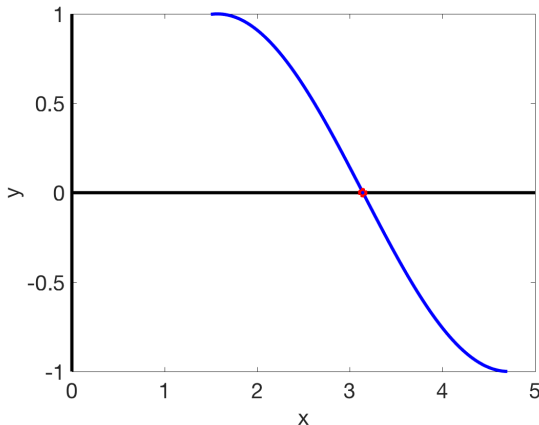
Equação trigonométrica c/ domínio finito

$$\sin x = 0 \quad \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$



Equação trigonométrica c/ domínio finito

$$\sin x = 0 \quad \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$

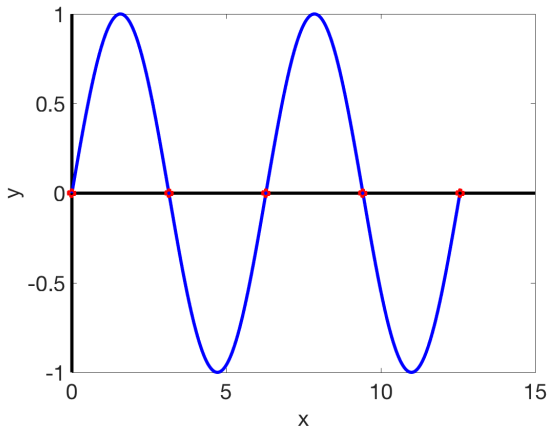


Essa equação tem uma única solução $x^* = \pi$



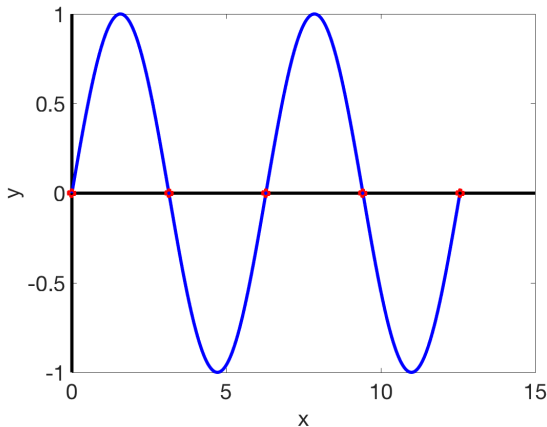
Equação trigonométrica c/ outro domínio finito

$$\sin x = 0 \quad 0 \leq x \leq 4\pi$$



Equação trigonométrica c/ outro domínio finito

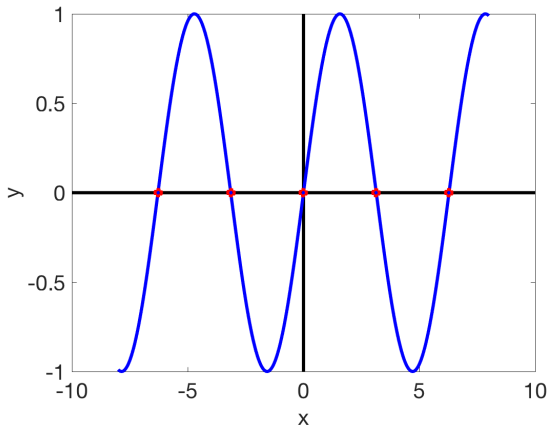
$$\sin x = 0 \quad 0 \leq x \leq 4\pi$$



Essa equação tem cinco soluções: $x^* \in \{0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi\}$

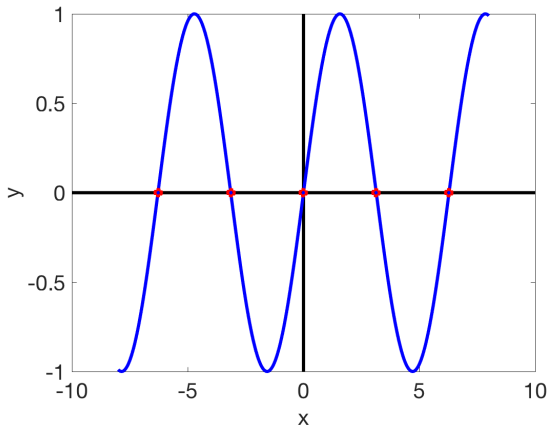
Equação trigonométrica c/ domínio infinito

$$\sin x = 0 \quad -\infty \leq x \leq +\infty$$



Equação trigonométrica c/ domínio infinito

$$\sin x = 0 \quad -\infty \leq x \leq +\infty$$



Essa equação tem infinitas soluções: $x^* = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$



Equação com polinômio e exponencial

$$x - e^{-x} = 0$$



Equação com polinômio e exponencial

$$x - e^{-x} = 0$$



$$x = e^{-x}$$

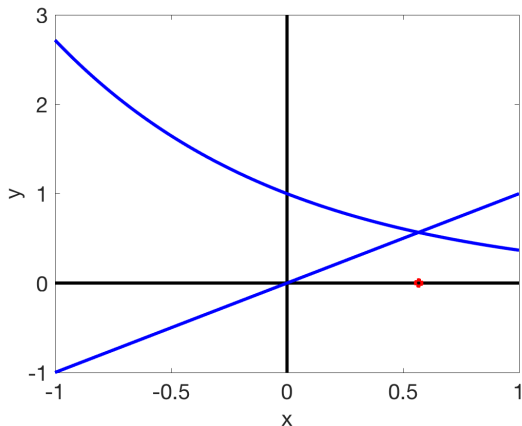


Equação com polinômio e exponencial

$$x - e^{-x} = 0$$



$$x = e^{-x}$$

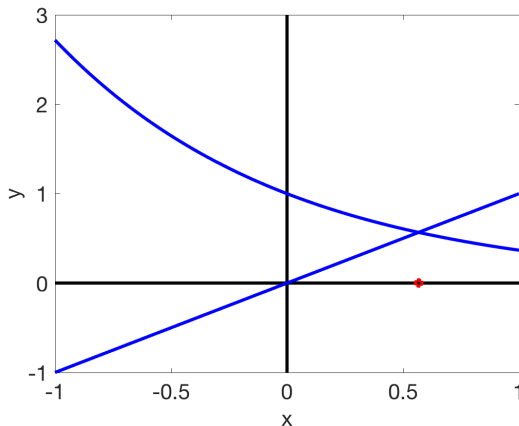


Equação com polinômio e exponencial

$$x - e^{-x} = 0$$



$$x = e^{-x}$$



Essa equação tem uma única solução $x^* = 0,5671 \dots$



Outra equação com polinômio e exponencial

$$x - e^{-x} = 0$$



Outra equação com polinômio e exponencial

$$x - e^{-x} = 0$$



$$x = e^x$$

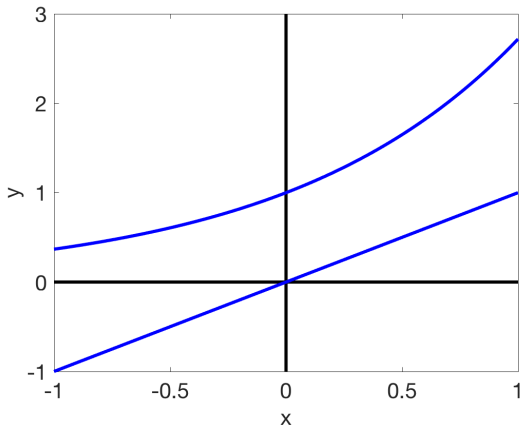


Outra equação com polinômio e exponencial

$$x - e^{-x} = 0$$



$$x = e^x$$

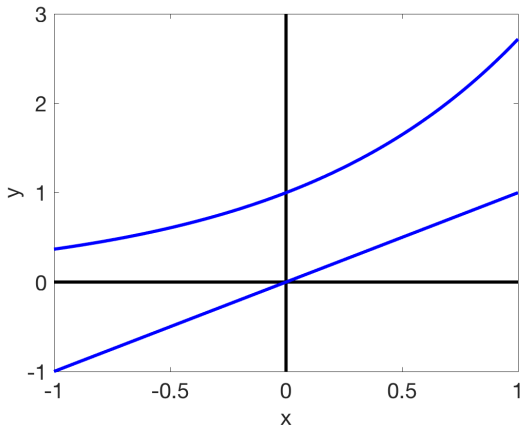


Outra equação com polinômio e exponencial

$$x - e^{-x} = 0$$



$$x = e^x$$



Essa equação não tem solução!



O problema de interesse: resolver uma equação escalar

Encontre $x^* \in [a, b] \subset \mathbb{R}$ tal que

$$f(x^*) = 0$$

onde $f : [a, b] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma *função não linear*.

Uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é dita *não linear* se

$$f(\alpha x + \beta y) \neq \alpha f(x) + \beta f(y)$$

para qualquer $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Nomenclatura:

- x^* é uma *solução* da equação escalar $f(x) = 0$
- x^* é um *zero* ou uma *raiz* da função f



Alguns fatos sobre equações escalares

- Uma equação escalar não linear pode:
 - *ter uma única solução*
 - *ter um número finito de soluções*
 - *ter uma infinidade de soluções*
 - *não ter solução*
- *Soluções analíticas (exatas)* são raras, só em *casos especiais*:
 - *polinomiais de grau menor ou igual a 4*
 - *trigonométricas simples*
 - *exponenciais/logarítmicas simples*
 - *alguns outros casos*
- Na prática lidamos com aproximações para uma solução de equação escalar (*solução aproximada*);
- Essas aproximações são construídas através dos chamados *métodos iterativos*.



Como citar esse material?

A. Cunha, *Equações Algébricas Não Lineares*, Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ, 2020.

Essas notas de aula podem ser compartilhadas nos termos da licença Creative Commons BY-NC-ND 3.0, com propósitos exclusivamente educacionais.

