

# Equações Não Lineares

Prof. Americo Cunha

Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ

[americo.cunha@uerj.br](mailto:americo.cunha@uerj.br)

[www.americocunha.org](http://www.americocunha.org)



# Equações escalares

$$2x - 4 = 0$$

$$x^2 - 3 = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x - e^{-x} = 0$$

$$x - e^x = 0$$



# Equações escalares

$$2x - 4 = 0$$

$$x^2 - 3 = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x - e^{-x} = 0$$

$$x - e^x = 0$$

- ☺ Com algumas temos certo traquejo algébrico



# Equações escalares

$$2x - 4 = 0$$

$$x^2 - 3 = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x - e^{-x} = 0$$

$$x - e^x = 0$$

- ☺ Com algumas temos certo traquejo algébrico
- ☺ Para outras a intuição geométrica ajuda



# Equações escalares

$$2x - 4 = 0$$

$$x^2 - 3 = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x - e^{-x} = 0$$

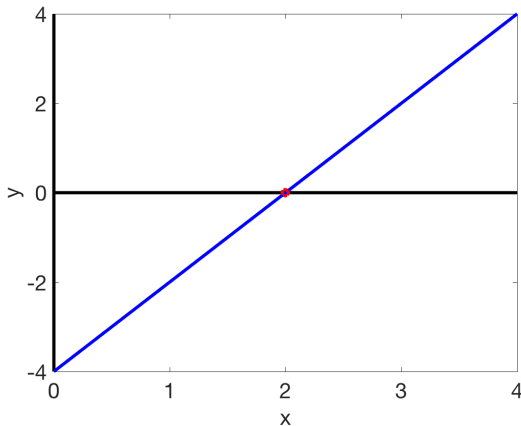
$$x - e^x = 0$$

- ☺ Com algumas temos certo traquejo algébrico
- ☺ Para outras a intuição geométrica ajuda
- ☹ Mas em muitos casos não sabemos sair do lugar ....



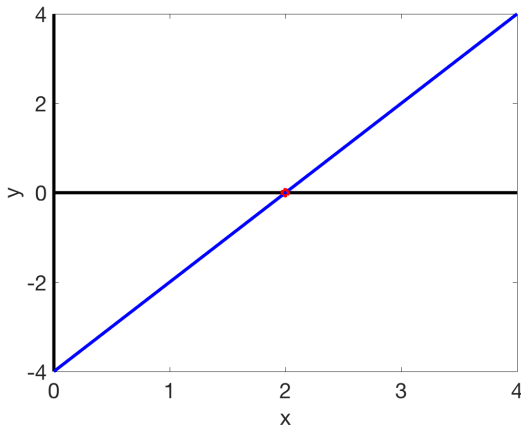
# Equação do primeiro grau

$$2x - 4 = 0$$



# Equação do primeiro grau

$$2x - 4 = 0$$

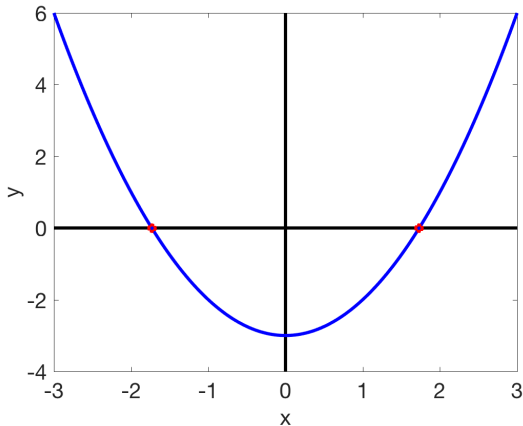


**Essa equação tem uma única solução  $x^* = 2$**



# Equação do segundo grau

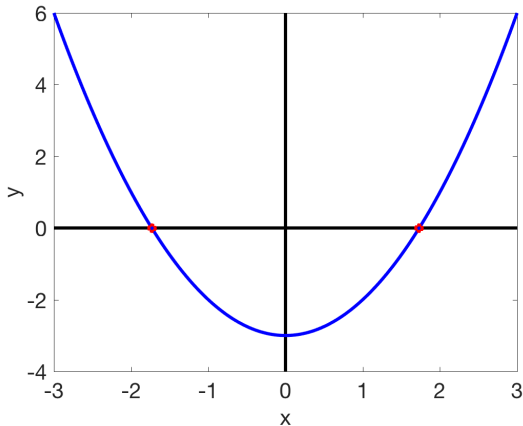
$$x^2 - 3 = 0$$





# Equação do segundo grau

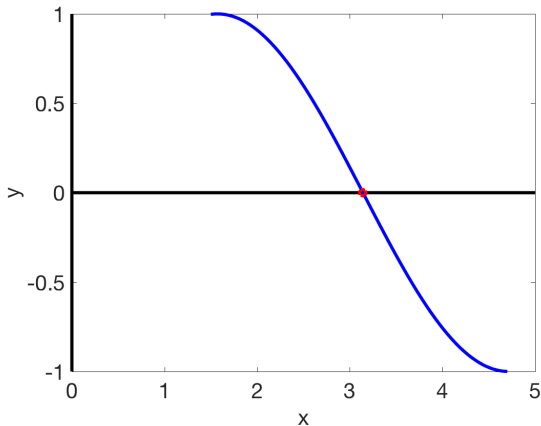
$$x^2 - 3 = 0$$



**Essa equação tem duas soluções:  $x^* \in \{\pm\sqrt{3}\}$ .**

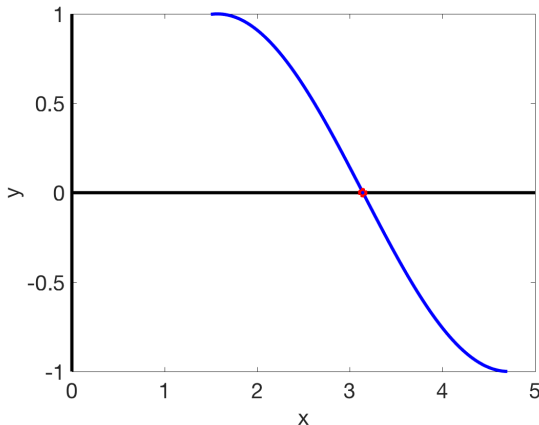
# Equação trigonométrica c/ domínio finito

$$\sin x = 0 \quad \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$



## Equação trigonométrica c/ domínio finito

$$\sin x = 0 \quad \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$

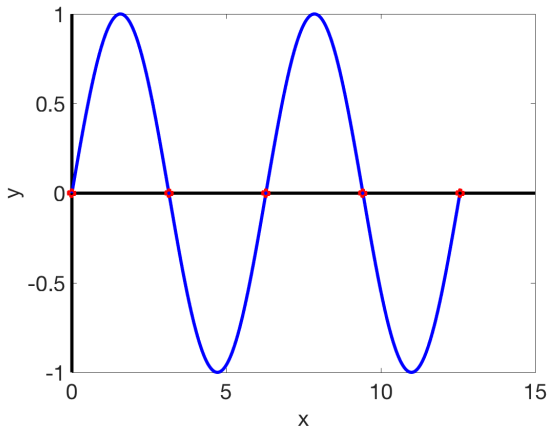


**Essa equação tem uma única solução  $x^* = \pi$**



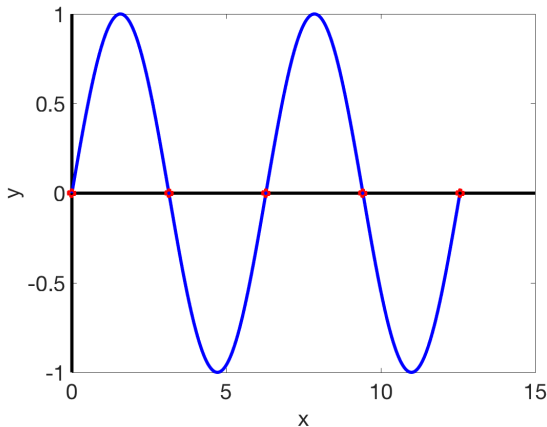
# Equação trigonométrica c/ outro domínio finito

$$\sin x = 0 \quad 0 \leq x \leq 4\pi$$



# Equação trigonométrica c/ outro domínio finito

$$\sin x = 0 \quad 0 \leq x \leq 4\pi$$

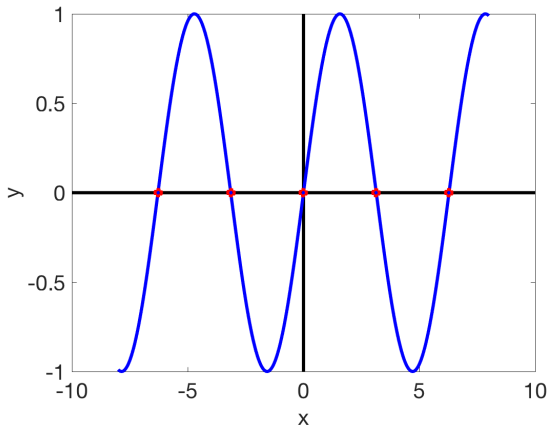


**Essa equação tem cinco soluções:  $x^* \in \{0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi\}$**



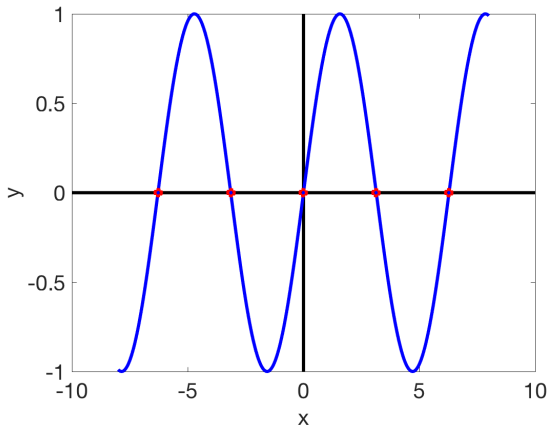
# Equação trigonométrica c/ domínio infinito

$$\sin x = 0 \quad -\infty \leq x \leq +\infty$$



# Equação trigonométrica c/ domínio infinito

$$\sin x = 0 \quad -\infty \leq x \leq +\infty$$



**Essa equação tem infinitas soluções:  $x^* = k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$**



# Equação com polinômio e exponencial

$$x - e^{-x} = 0$$





# Equação com polinômio e exponencial

$$x - e^{-x} = 0$$



$$x = e^{-x}$$

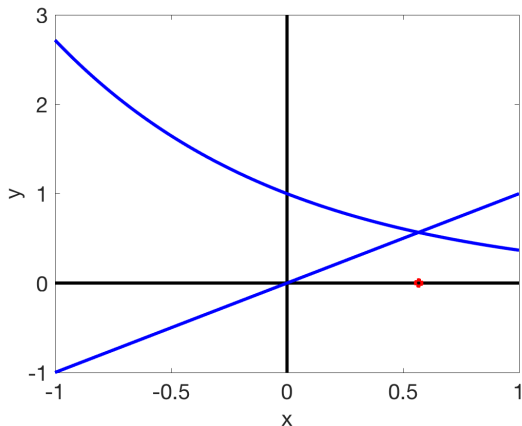


# Equação com polinômio e exponencial

$$x - e^{-x} = 0$$



$$x = e^{-x}$$

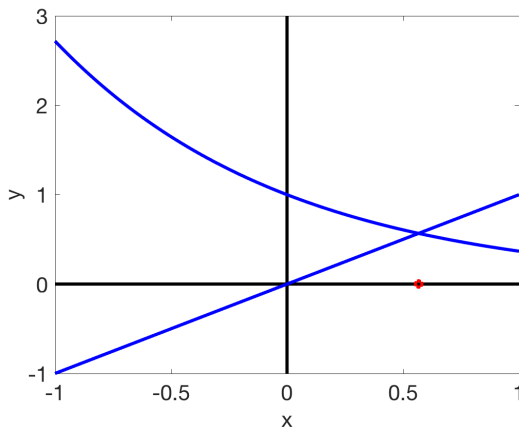


# Equação com polinômio e exponencial

$$x - e^{-x} = 0$$



$$x = e^{-x}$$



Essa equação tem uma única solução  $x^* = 0,5671 \dots$



## Outra equação com polinômio e exponencial

$$x - e^x = 0$$



## Outra equação com polinômio e exponencial

$$x - e^x = 0$$



$$x = e^x$$

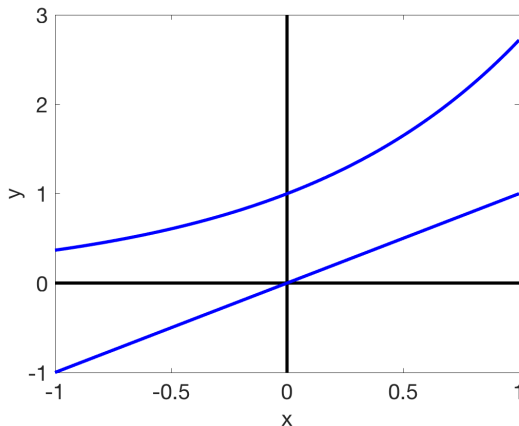


## Outra equação com polinômio e exponencial

$$x - e^x = 0$$



$$x = e^x$$

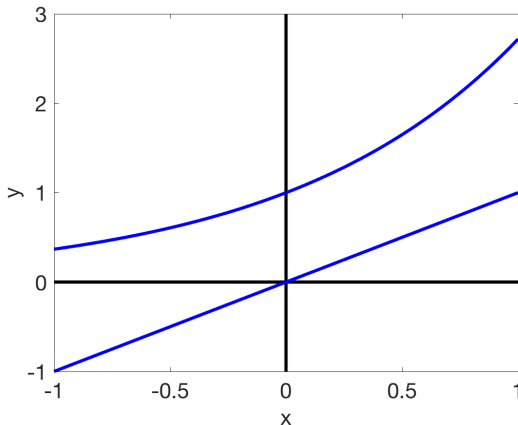


## Outra equação com polinômio e exponencial

$$x - e^x = 0$$



$$x = e^x$$



**Essa equação não tem solução!**



# O problema de interesse: resolver uma equação escalar

Encontre  $x^* \in [a, b] \subset \mathbb{R}$  tal que

$$f(x^*) = 0$$

onde  $f : [a, b] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é uma *função não linear*.

Uma função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é dita *não linear* se

$$f(\alpha x + \beta y) \neq \alpha f(x) + \beta f(y)$$

para qualquer  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

## Nomenclatura:

- $x^*$  é uma *solução* da equação escalar  $f(x) = 0$
- $x^*$  é um *zero* ou uma *raiz* da função  $f$





# Alguns fatos sobre equações escalares

- Uma equação escalar não linear pode:
  - *ter uma única solução*
  - *ter um número finito de soluções*
  - *ter uma infinidade de soluções*
  - *não ter solução*
- *Soluções analíticas (exatas)* são raras, só em *casos especiais*:
  - *polinomiais de grau menor ou igual a 4*
  - *trigonométricas simples*
  - *exponenciais/logarítmicas simples*
  - *alguns outros casos*
- Na prática lidamos com aproximações para uma solução de equação escalar (*solução aproximada*);
- Essas aproximações são construídas através dos chamados *métodos iterativos*.



## Como citar esse material?

A. Cunha, *Equações Algébricas Não Lineares*, Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ, 2020.

Essas notas de aula podem ser compartilhadas nos termos da licença Creative Commons BY-NC-ND 3.0, com propósitos exclusivamente educacionais.

