Equações Não Lineares

Prof. Americo Cunha

Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ

americo.cunha@uerj.br

www.americocunha.org

Equações escalares

$2x - 4 = 0$ $x^2 - 3 = 0$ $\sin x = 0$

$x - e^{-x} = 0$ $x - e^{x} = 0$

Equações escalares

$$2\,x - 4 = 0 \qquad x^2 - 3 = 0 \qquad \sin x = 0$$

$$x - e^{-x} = 0 \qquad x - e^{x} = 0$$

- ☺ Com algumas temos certo traquejo algébrico

Equações escalares

$2\,x - 4 = 0$ $\quad x^2 - 3 = 0$ $\quad \sin x = 0$

$x - e^{-x} = 0$ $\quad x - e^{x} = 0$

- ☺ Com algumas temos certo traquejo algébrico
- ☺ Para outras, a intuição geométrica ajuda

Equações escalares

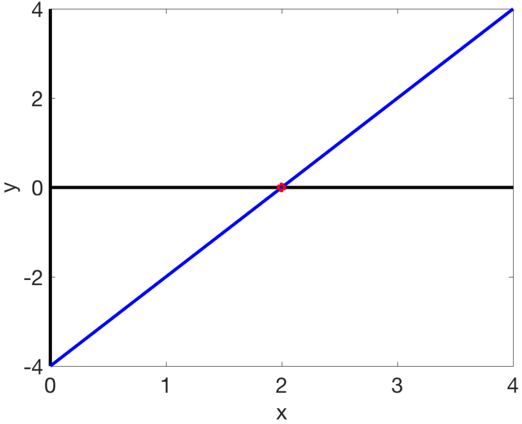
$2x - 4 = 0$ $x^2 - 3 = 0$ $\sin x = 0$

$x - e^{-x} = 0$ $x - e^{x} = 0$

- ☺ Com algumas temos certo traquejo algébrico
- ☺ Para outras, a intuição geométrica ajuda
- ☹ Mas em muitos casos não sabemos sair do lugar ....

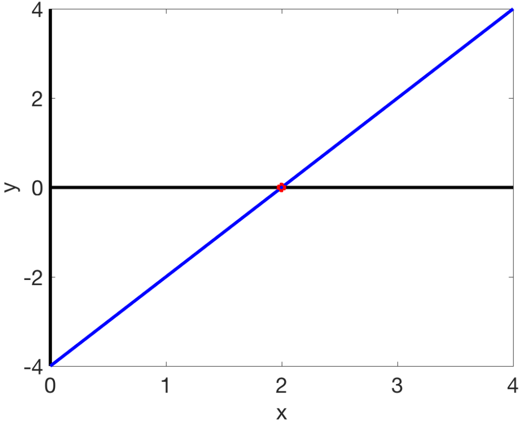
Equação do primeiro grau

$$2x - 4 = 0$$



Equação do primeiro grau

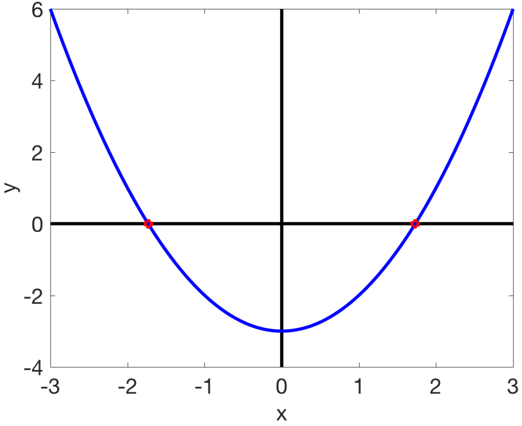
$$2x - 4 = 0$$



Essa equação tem uma única solução: $x^* = 2$

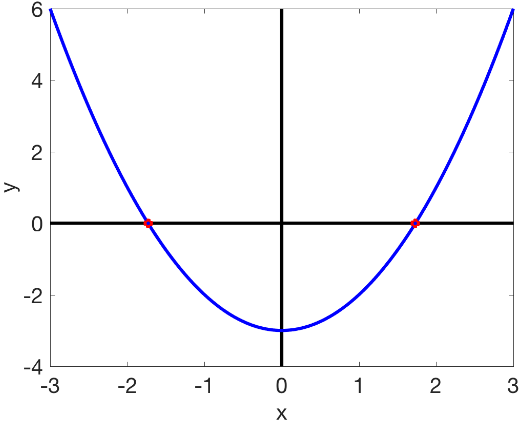
Equação do segundo grau

$$x^2 - 3 = 0$$



Equação do segundo grau

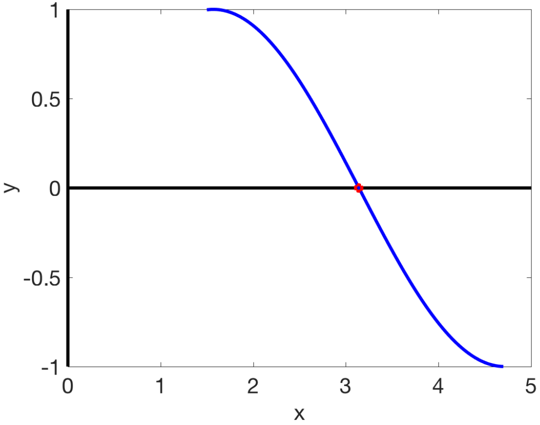
$$x^2 - 3 = 0$$



Essa equação tem duas soluções: $x^* \in \{\pm\sqrt{3}\}$**.**

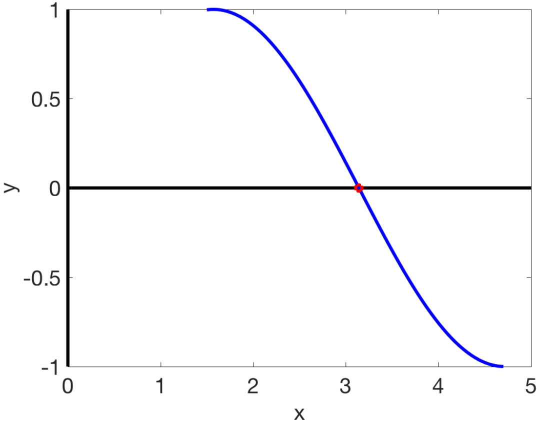
Equação trigonométrica c/ domínio finito

$$\sin x = 0, \quad \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$



Equação trigonométrica c/ domínio finito

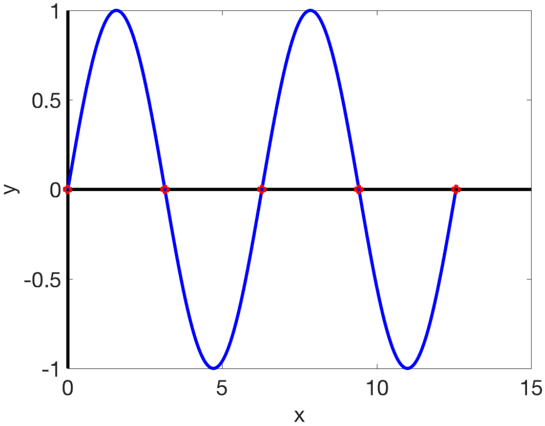
$$\sin x = 0, \quad \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$



Essa equação tem uma única solução: $x^* = \pi$

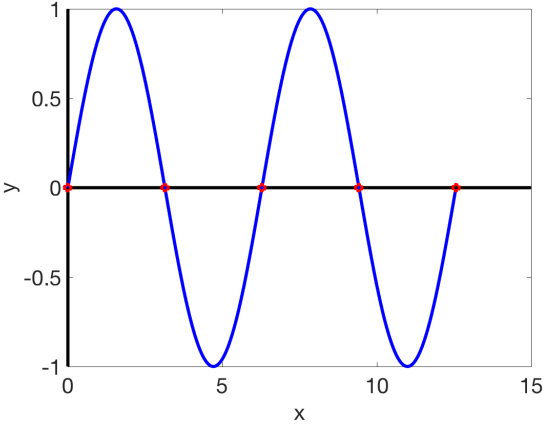
Equação trigonométrica c/ outro domínio finito

$$\sin x = 0, \quad 0 \le x \le 4\,\pi$$



Equação trigonométrica c/ outro domínio finito

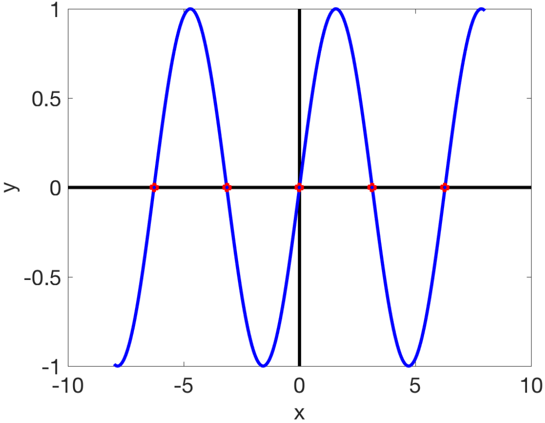
$$\sin x = 0, \quad 0 \le x \le 4\,\pi$$



Essa equação tem cinco soluções: $x^* \in \{0, \pi, 2\,\pi\, 3\,\pi\, 4\,\pi\}$

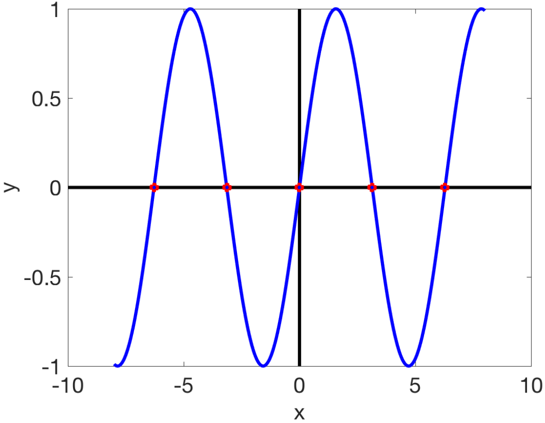
Equação trigonométrica c/ domínio infinito

$$\sin x = 0, \quad -\infty \leq x \leq +\infty$$



Equação trigonométrica c/ domínio infinito

$$\sin x = 0, \quad -\infty \leq x \leq +\infty$$



Essa equação tem infintas soluções: $x^* = k\pi, \;\; k \in \mathbb{Z}$

Equação com polinômio e exponencial

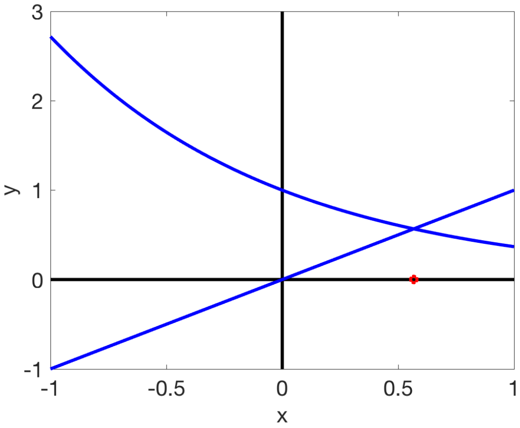
$$x - e^{-x} = 0$$

Equação com polinômio e exponencial

$$x - e^{-x} = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad x = e^{-x}$$

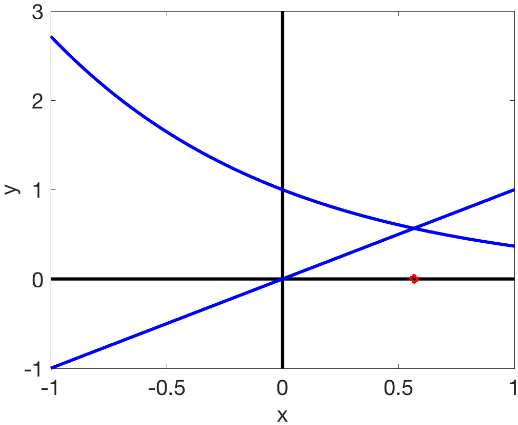
Equação com polinômio e exponencial

$$x - e^{-x} = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad x = e^{-x}$$



Equação com polinômio e exponencial

$$x - e^{-x} = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad x = e^{-x}$$



Essa equação tem uma única solução: $x^* = 0,5671\cdots$

Outra equação com polinômio e exponencial

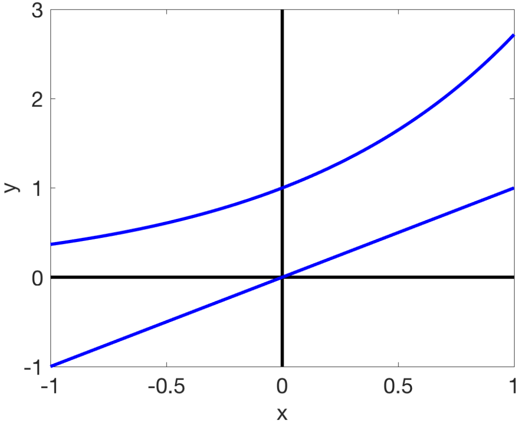
$$x - e^x = 0$$

Outra equação com polinômio e exponencial

$$\boxed{x - e^x = 0} \iff \boxed{x = e^x}$$

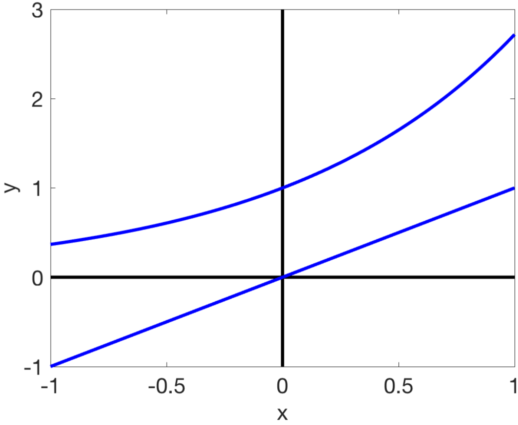
Outra equação com polinômio e exponencial

$$x - e^x = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad x = e^x$$



Outra equação com polinômio e exponencial

$$x - e^x = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad x = e^x$$



Essa equação não tem solução!

O problema de interesse: resolver uma equação escalar

Encontre $x^* \in [a, b] \subset \mathbb{R}$ tal que

$$f(x^*) = 0$$

onde $f : [a, b] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma *função não linear*.

Uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é dita *não linear* se

$$f(\alpha\, x + \beta\, y) \neq \alpha\, f(x) + \beta\, f(y)$$

para qualquer $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Nomenclatura:

- x^* é uma *solução* da equação escalar $f(x) = 0$
- x^* é um *zero* ou uma *raiz* da função f

Alguns fatos sobre equações escalares

- Uma equação escalar não linear pode:
  - *ter uma única solução*
  - *ter um número finito de soluções*
  - *ter uma infinidade de soluções*
  - *não ter solução*
- *Soluções analíticas (exatas)* são raras, só em *casos especiais*:
  - *polinomiais de grau menor ou igual a 4*
  - *trigonométricas simples*
  - *exponenciais/logarítmicas simples*
  - *alguns outros casos*
- Na prática lidamos com aproximações para uma solução de equação escalar *(solução aproximada)*;
- Essas aproximações são construídas através dos chamados *métodos iterativos*.

Como citar esse material?

A. Cunha, *Equações Algébricas Não Lineares*, Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ, 2020.