

Controle de Caos em Sistemas Dinâmicos Não Lineares: aplicações a coletores de energia

Leonardo Rocha de la Roca
João Victor Ligier Lopes Peterson
Marcelo da Cruz Pereira
Americo Barbosa da Cunha Junior

leonardo.roca@uerj.br joao.peterson@uerj.br marcelo.pereira@uerj.br americo@ime.uerj.br

NUMERICO – Núcleo de Modelagem e Experimentação Computacional



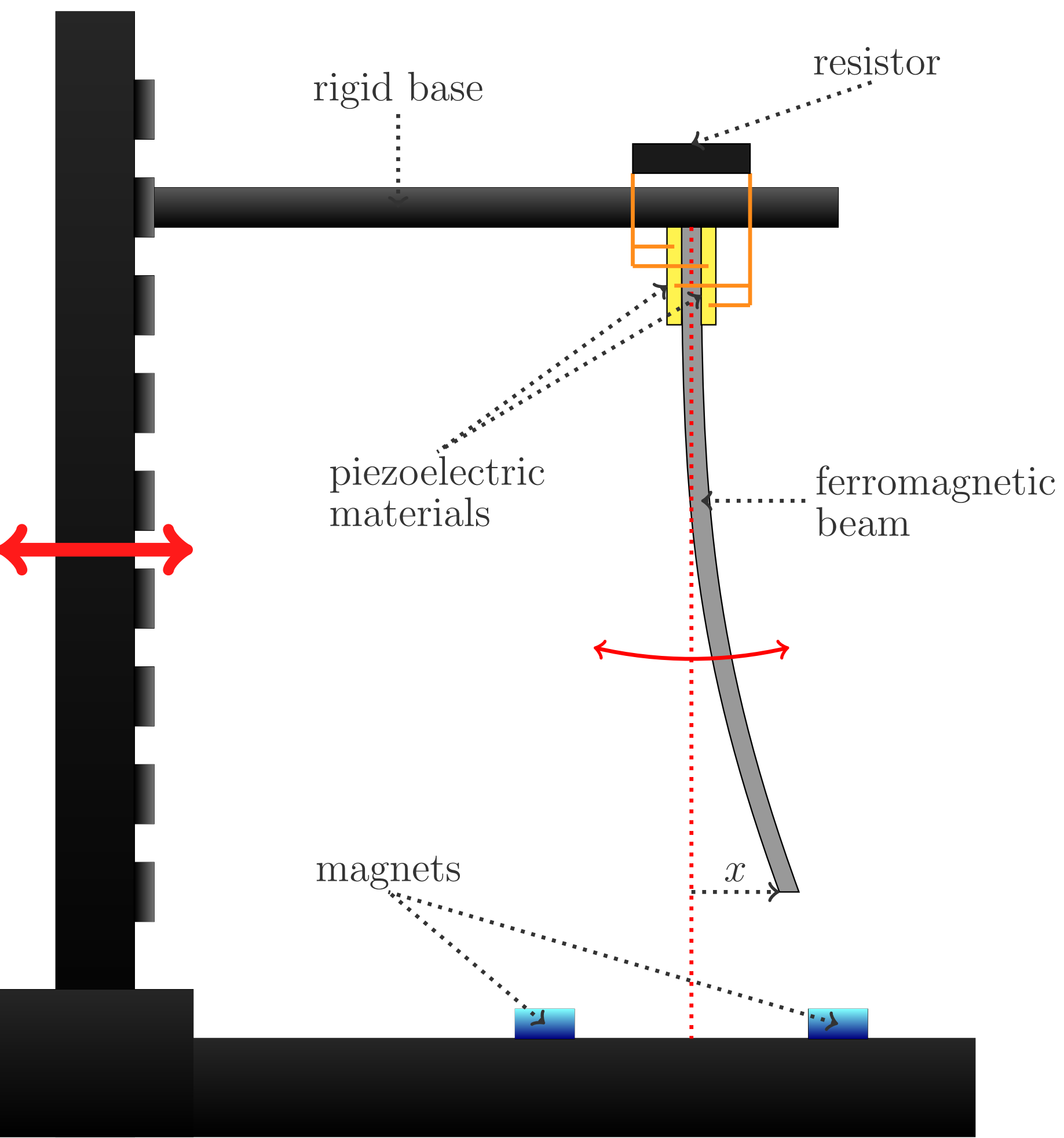
Introdução

- Coletores de energia piezoelétricos transformam **vibrações, impactos e pressões** em **eletricidade**.
- Casos de **dinâmica caótica** podem surgir devido à dinâmica não linear do sistema, para certas amplitudes e frequências.
- Comportamentos caóticos são **indesejados**. Geram **sinais elétricos de baixa qualidade**, não adequados para uso em dispositivos eletrônicos

Objetivo

- Controlar a dinâmica caótica para uma dinâmica regular periódica.
- Melhorar a qualidade do sinal elétrico gerado.
- Verificar o que acontece para diferentes casos de controle e condições externas de intensidade de forçamento e frequência.
- Analisar a potência gerada pelo sistema e a desprendida pelo controlador, calculando assim a potência efetiva gerada.

Dinamica e Controle do Sistema



Esquema do coletor de energia piezoelétrico bi-estável

- A estrutura se baseia numa viga vertical, ferromagnética, com **dois ímãs** na base, que oscila ao ter sua base excitada.
- Os dois ímãs introduzem um **termo não linear** à dinâmica do sistema.

Dinâmica da estrutura

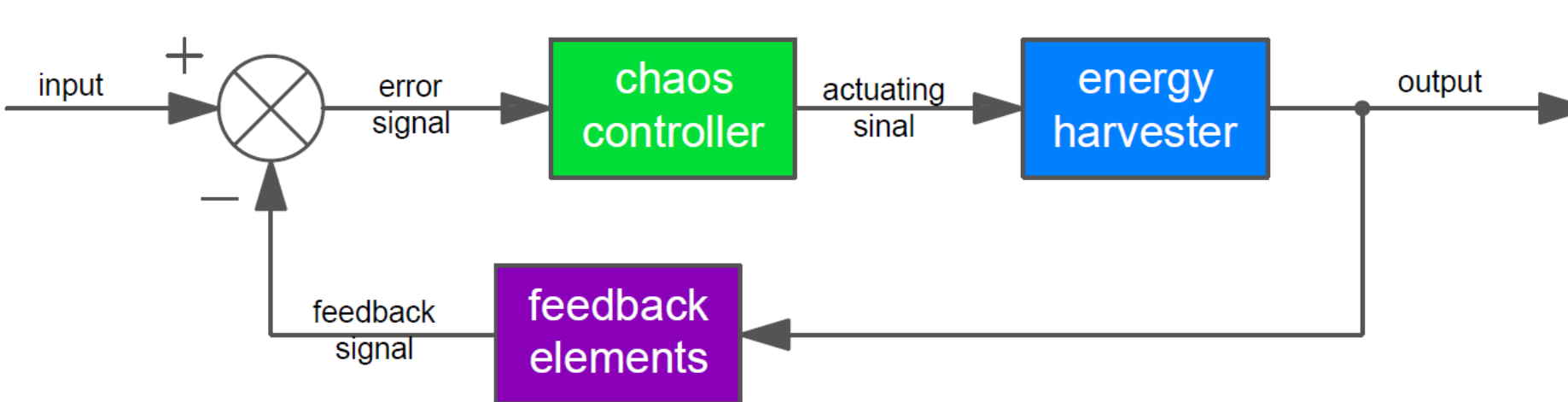
Equações adimensionalizadas:

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} - \frac{1}{2}x(1-x^2) - \chi v = f \cos \Omega t,$$

$$\dot{v} + \lambda v + \kappa \dot{x} = 0$$

Representam o acoplamento da dinâmica mecânica com a elétrica. Valores adotados: $\xi = 0.01$, $\kappa = 0.5$, $\chi = 0.05$, $\lambda = 0.05$, $\Omega = 0.8$. Com condições iniciais $(x_0, \dot{x}_0, v_0) = (1, 0, 0)$

Controle de caos - método OGY



- O controle se baseia na detecção de **pontos recorrentes em um mapa de Poincaré** a cada intervalo $\frac{2\pi}{\Omega}$ de tempo (um "ciclo").
- Até haver a detecção de dados pontos, o sistema permanece caótico. Esta é a **fase de aprendizado**.
- Um vez detectados, o controlador atua com **pequenos impulsos** para manter o sistema na órbita desejada.
- O controle se aproveita das infinitas órbitas periódicas instáveis presentes no atrator caótico.

- **Mapa de Poincaré**

$$\xi_{n+1} = g(\xi_n, p)$$

Com p e g sendo os parâmetros do modelo e a função responsável por capturar os pontos no mapa de Poincaré e ξ denota o estado do sistema.

- **Desvio em relação à órbita desejada ξ^***

$$\xi_{n+1} - \xi^* = J(\xi_n - \xi^*) + C(p - p^*)$$

Onde J é a jacobiana do sistema, calculado a cada ciclo, C o vetor de forças e p^* os parâmetros da órbita desejada. O objetivo é fazer $\xi_{n+1} - \xi^*$ decrescer.

- **Ganho K do sistema de controle**

$$p - p^* = -K^T(\xi_n - \xi^*)$$

- **Condição de estabilização para a órbita desejada**

$$\|K^T\| \leq \frac{1-\|J\|}{\|C\|}$$

Escolhendo valores de K que satisfaçam a inequação, o sistema se estabilizará na órbita selecionada.

Órbitas de múltiplos períodos

É possível se obter a estabilização em órbitas de múltiplos períodos ao **mudar a restrição dos pontos recorrentes** no mapa de Poincaré, ajustando para a órbita desejada, caso exista.

$$|\xi_i - \xi_{i+n}|_{i=1}^{N_p-n} \leq tol$$

Pontos recorrentes são pontos que, após um ciclo do sistema, estão suficientemente pertos um do outro, por uma tolerância imposta.

- **Potência gerada pelo sistema**

$$PG_{avg} = \frac{1}{T} \int_0^T \lambda v^2 dt$$

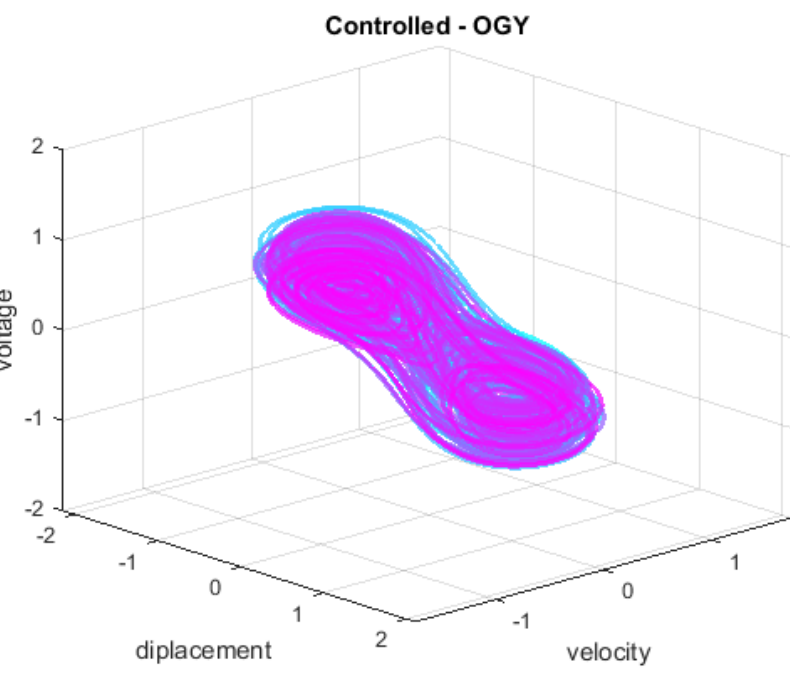
- **Potência consumida**

$$PC_{avg} = \frac{1}{T} \int_0^T (ControlForce) \cdot \dot{x} dt$$

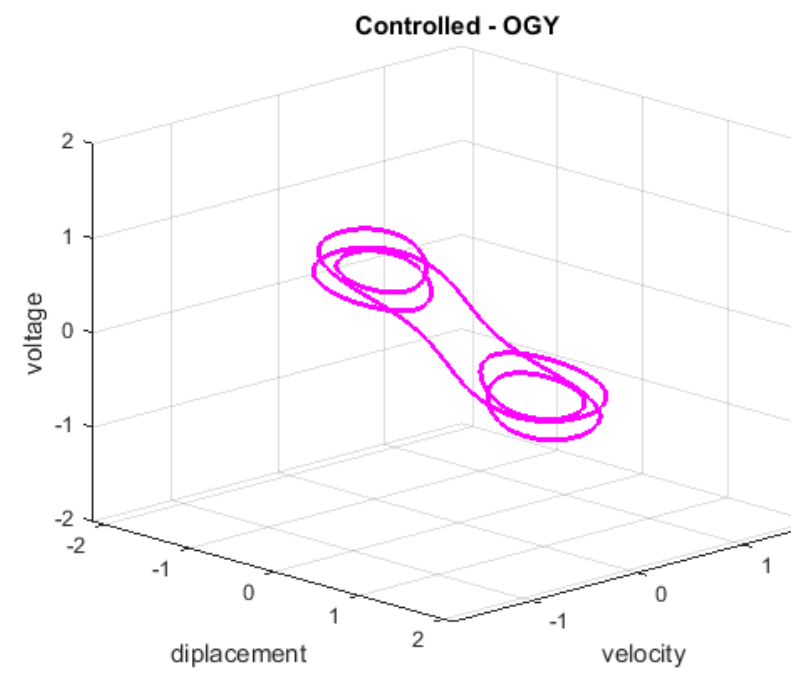
Simulações Numéricas

Órbitas no espaço de fase (f=0.090, $\Omega=0.8$)

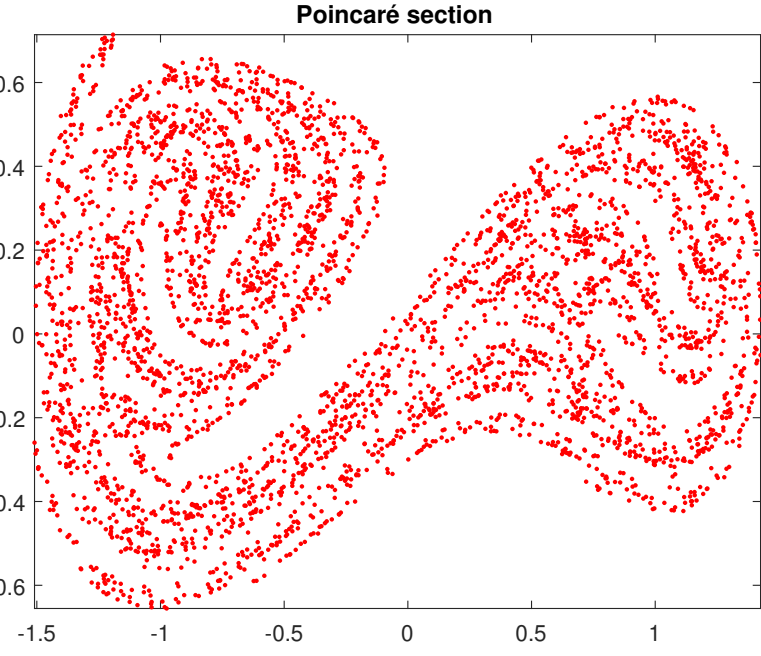
O retrato de fase mostra a evolução do sistema dinâmico, indicando claramente se o mesmo está num regime caótico ou não.



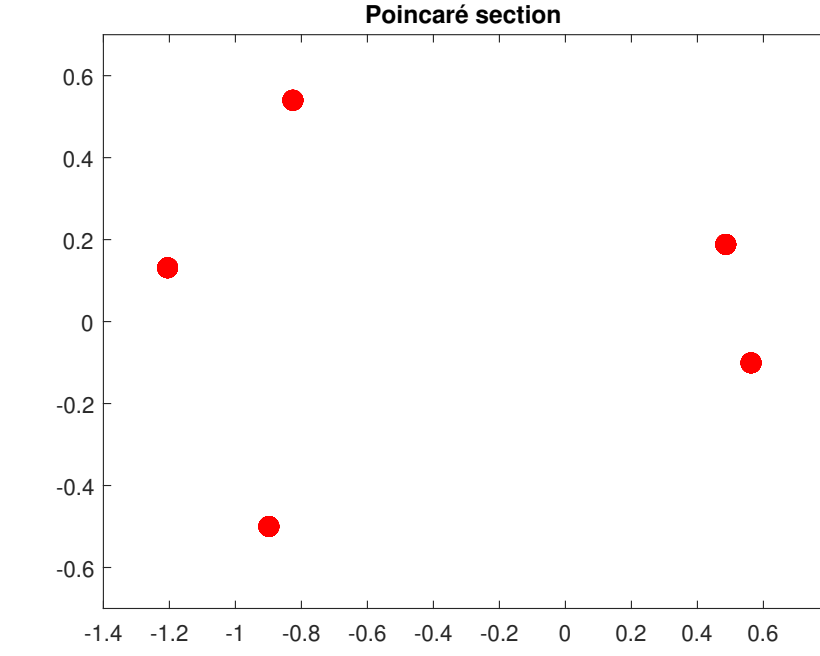
Sistema natural - caótico



Sistema controlado



Mapa de Poicaré - Caótico

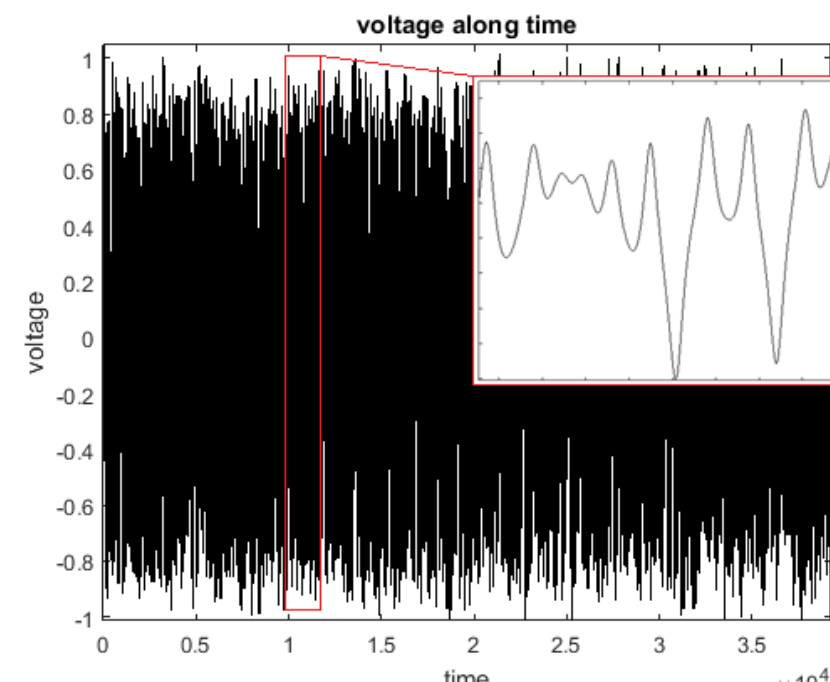


Mapa de Poincaré - Controlado

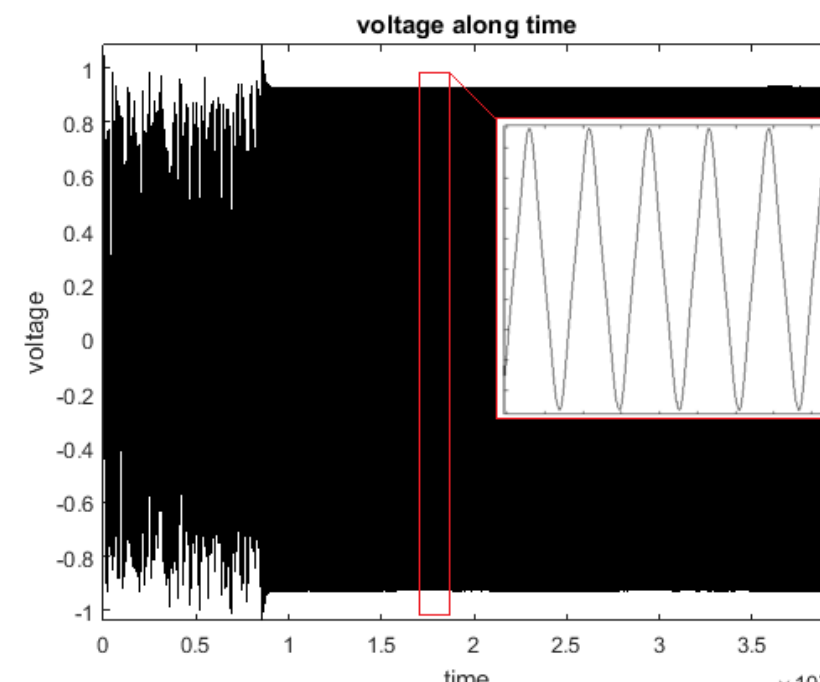
Estabilização da voltagem (f=0.083, $\Omega=0.8$)

Um dos objetivos da implementação do controle de caos é a **melhora na qualidade do sinal da voltagem**.

- Gerar energia adequada para o uso em equipamentos eletrônicos.
- Nas imagens abaixo, é notável a melhora na qualidade do sinal tanto em **periodicidade** quanto em **amplitude**.



Sistema natural - caótico



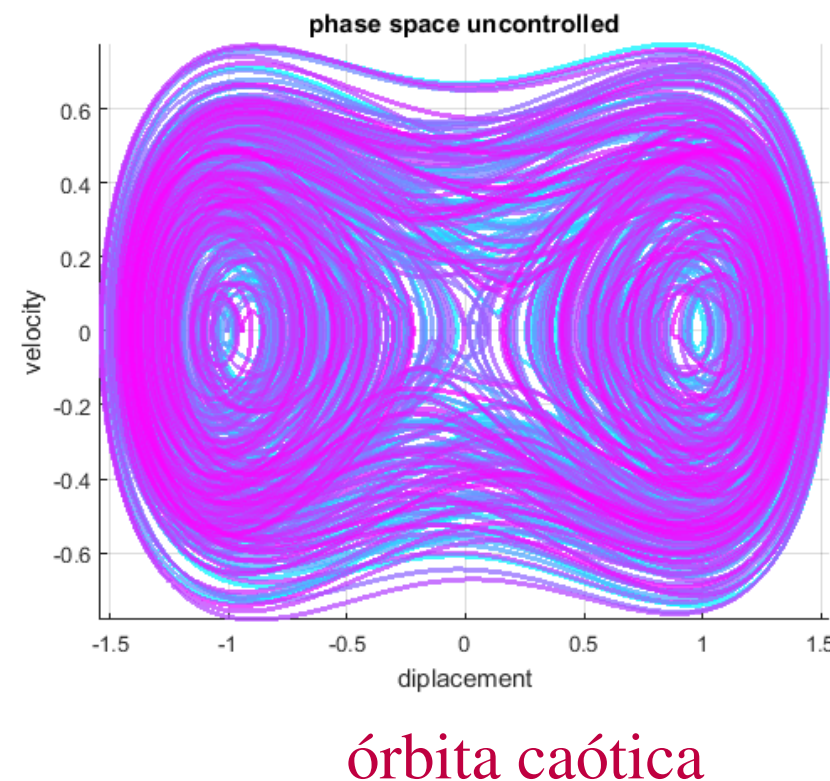
Sistema controlado

Efeitos de melhora e piora na potência gerada

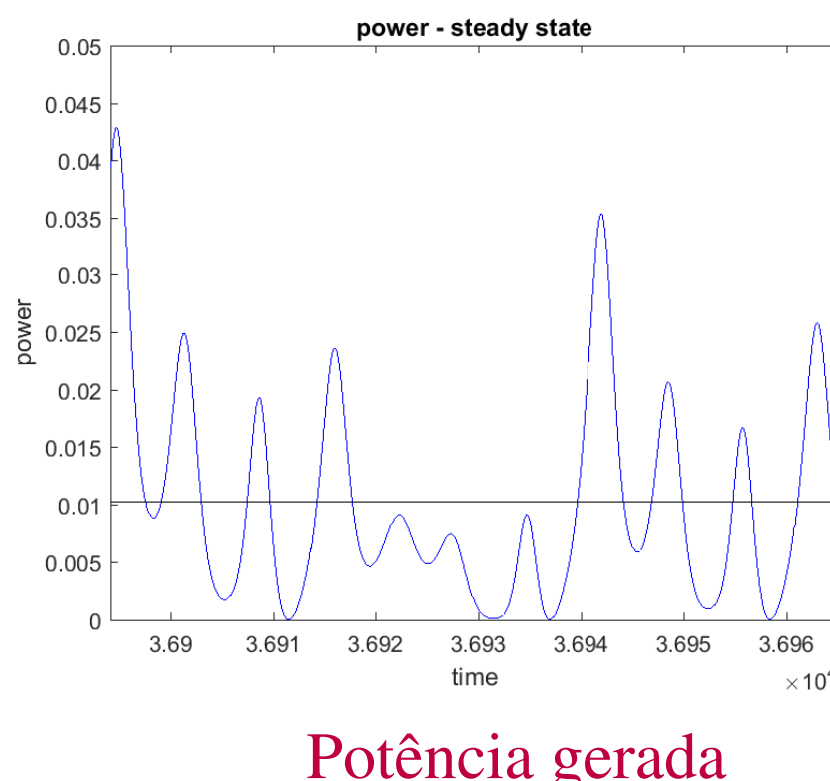
Nem sempre a estabilização tem como consequência uma melhora na intensidade do sinal.

- Sistemas controlados com amplitude de deslocamento baixa geram baixas voltagens por parte dos materiais piezoelétricos.
- Algumas estabilizações podem fazer o sistema não ter uma melhora significativa em relação ao caso caótico.

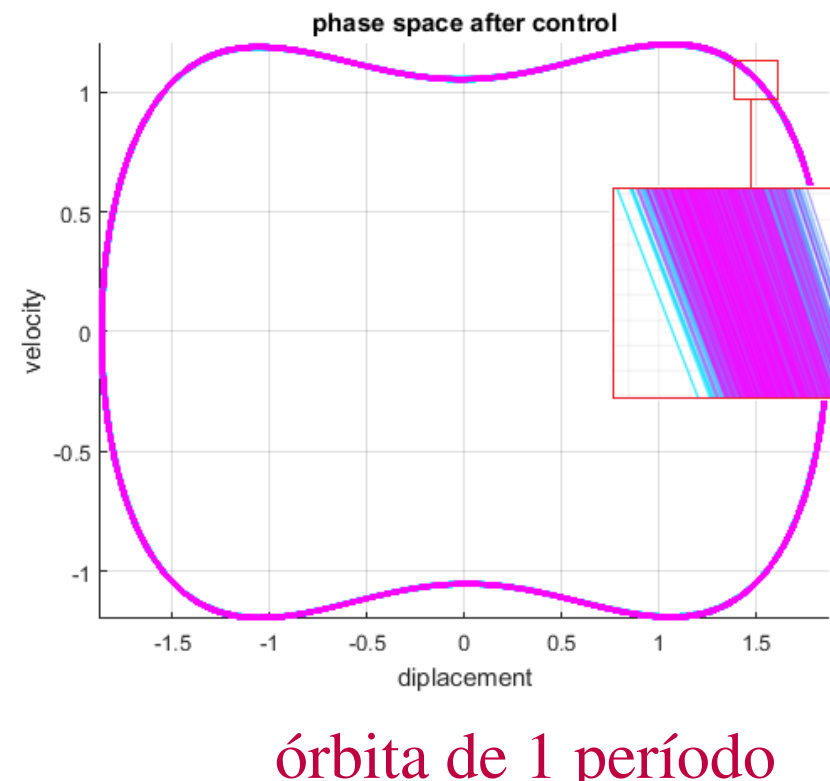
Sistema em f=0.090 e $\Omega = 0.8$, para diferentes órbitas



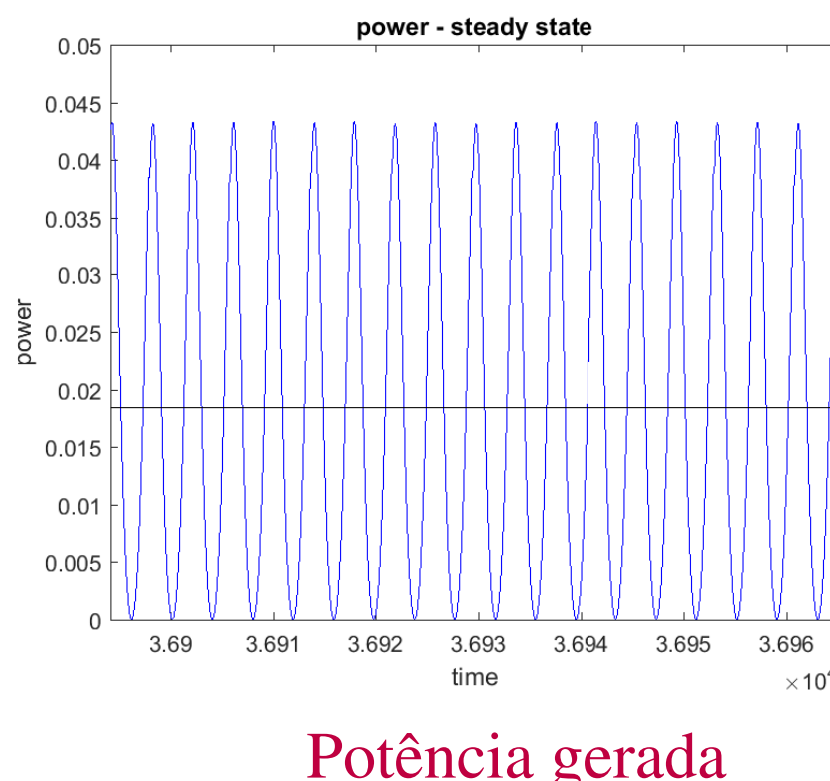
órbita caótica



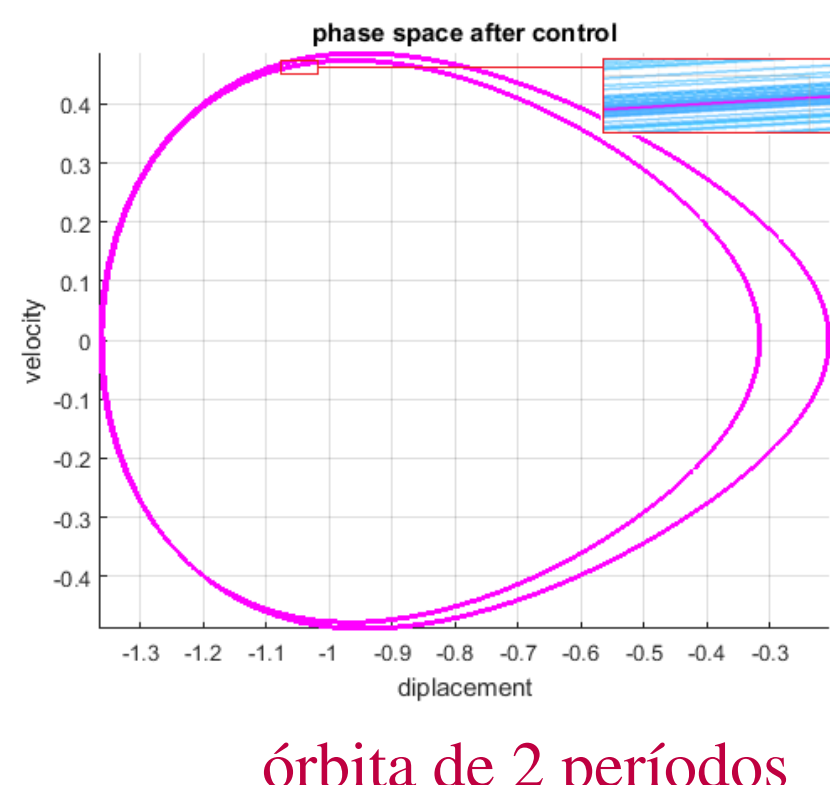
Potência gerada



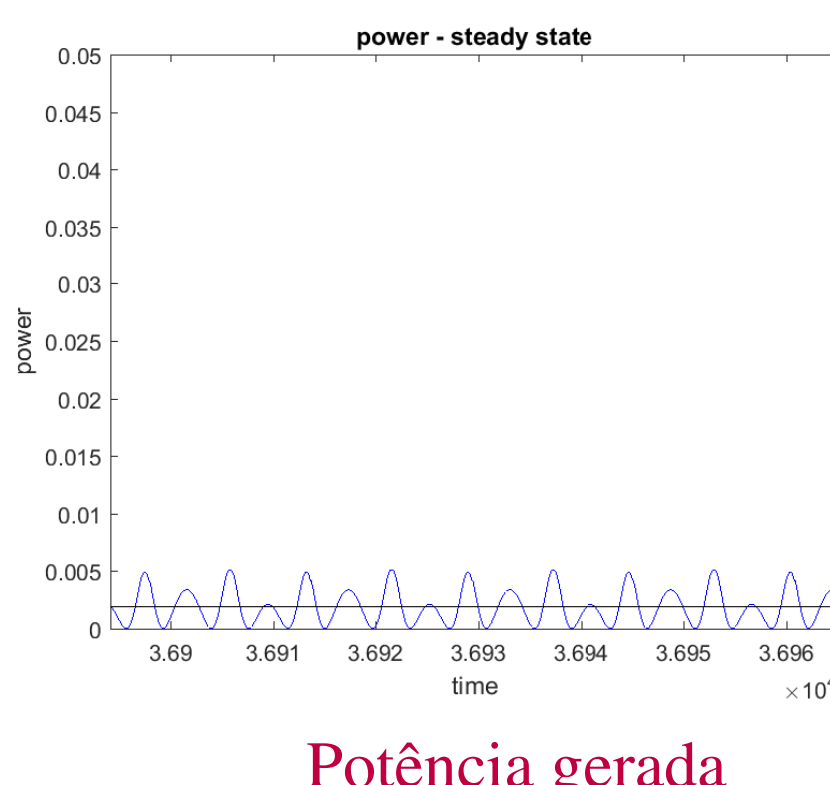
órbita de 1 período



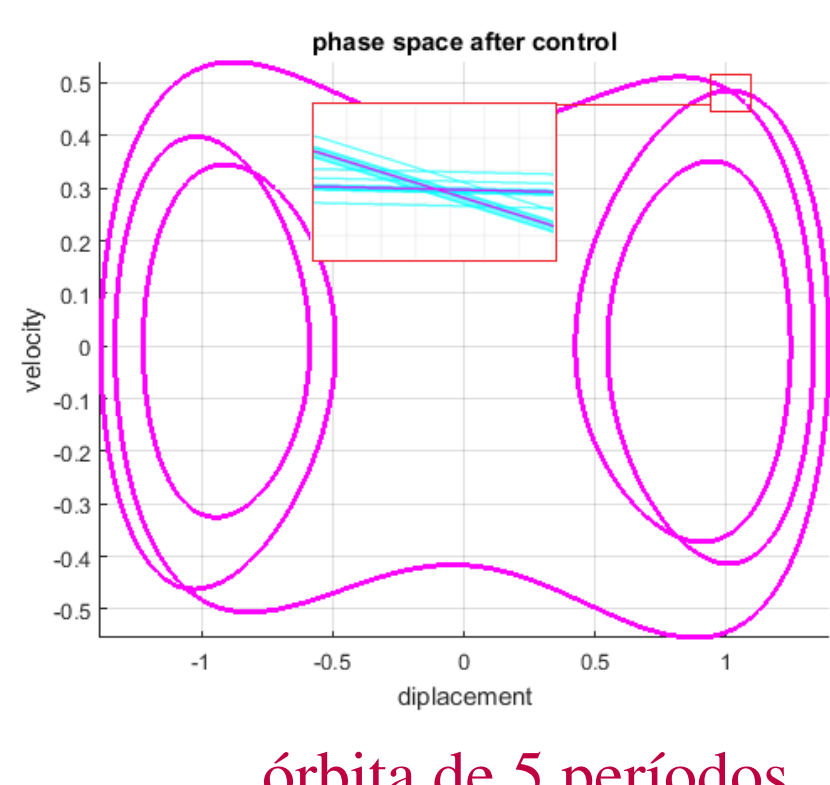
Potência gerada



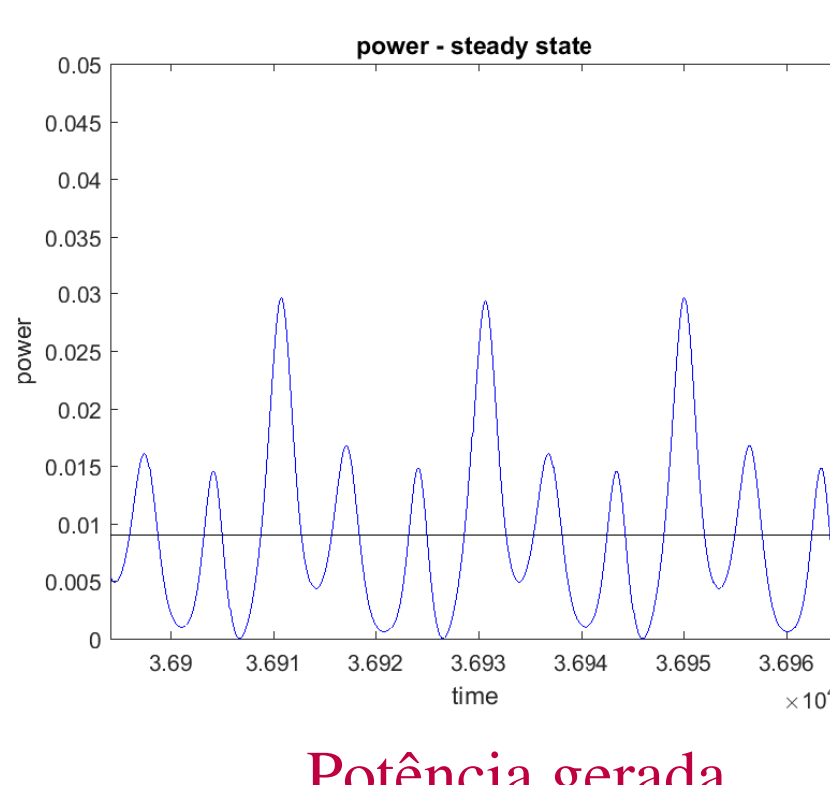
órbita de 2 períodos



Potência gerada



órbita de 5 períodos



Potência gerada

f	Não controlado	Controlado	Controlador ($\times 10^{-4}$)	Efetivo	Melhora
0.050	0.0001	0.0068	- 0.0005	0.0068	68 ×
0.083	0.0073	0.0131	- 0.0006	0.0131	1.8 ×
0.090 1-p	0.0077	0.0154	- 0.0001	0.0154	2 ×
0.090 2-p	0.0077	0.0037	- 0.0002	0.0037	0.5 ×
0.090 5-p	0.0077	0.0084	- 0.0001	0.0084	1.1 ×

Tabela - Potências e melhora relativa ao caso caótico

Na tabela acima, na última coluna, é possível ver casos de grande melhora, piora e pouco aprimoramento em relação ao caso caótico.

Agradecimentos



Referências

- [1] Cottone, F., Vocca, H. and Gammaitoni, L., 2009. Nonlinear energy harvesting. *Physical Review Letters*, Vol. 102, p. 080601.
- [2] Erturk, A., Hoffmann, J. and Inman, D.J., 2009. A piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting. *Applied Physics Letters*, Vol. 94, p. 254102.
- [3] Ott, E., Grebogi, C. and Yorke, J.A. "Controlling Chaos", *Physical Review Letters*, Vol. 64, pp. 2837-2837, 1990
- [4] Lopes, V.G., Peterson, J.V.L. and Cunha Jr, A., 2019. Nonlinear characterization of a bistable energy harvester dynamical system. In *Topics in Nonlinear Mechanics and Physics*, Springer, pp. 71-88.
- [5] Lopes, V.G., Peterson, J.V.L. and Cunha Jr, A., 2017. On the nonlinear dynamics of a bistable piezoelectric energy harvesting device. In *24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2017)*. Curitiba, Brazil.
- [6] Roca, L.R., Peterson, J.V.L., Pereira, M. and Cunha Jr, A. (2019). "Control of chaos via OGY method on a bistable energy harvester". *25th ABCM International Congress on Mechanical Engineering (COBEM 2019)*, Uberlândia, Brazil