

Formulaire Analyse

Table des matières

1	Dérivation	2
2	Intégration	3
3	Trigonométrie et autres formules	4
4	Formules de Taylor et développements limités	5
5	Fonction polynôme du second degré $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)	6
6	Fonction puissance $x \mapsto x^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)	8
7	Fonction racine n-ième $x \mapsto \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)	9
8	Fonction exponentielle $x \mapsto e^x$	10
9	Fonction logarithme néperien $x \mapsto \ln x$	11
10	Fonction exponentielle de base $a > 0$: $x \mapsto a^x$	12
11	Fonction logarithme de base $a > 0$, $a \neq 1$: $x \mapsto \log_a x$	13
12	Fonction puissance : $x \mapsto x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R}$)	14
13	Fonction inverse : $x \mapsto \frac{1}{x}$	15
14	Fonctions cosinus : $x \mapsto \cos x$	16
15	Fonctions sinus : $x \mapsto \sin x$	17
16	Fonctions tangente : $x \mapsto \tan x$	18
17	Fonction arccosinus : $x \mapsto \arccos x$	19
18	Fonction arcsinus : $x \mapsto \arcsin x$	19
19	Fonction arctan : $x \mapsto \arctan x$	20
20	Suites	21

1 Dérivation

Dérivées usuelles

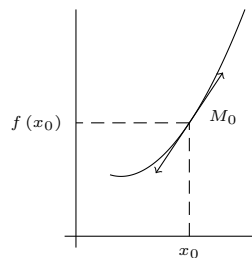
Fonction	Dérivée
α	0
x	1
x^2	$2x$
$\frac{1}{x} = x^{-1}$	$-\frac{1}{x^2} = -x^{-2}$
$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$
$x^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha x^{\alpha-1}$
e^x	e^x
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
$\arccos x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Opérations

Fonction	Dérivée
$f + g$	$f' + g'$
$f - g$	$f' - g'$
αf	$\alpha f'$
$\alpha f + \beta g$	$\alpha f' + \beta g'$
fg	$f'g + fg'$
$\frac{f}{g}$	$\frac{f'g - fg'}{g^2}$
$g \circ f(x) = g(f(x))$	$g'(f(x)) f'(x)$
f^α	$\alpha f^{\alpha-1} f'$
$\frac{1}{f}$	$-\frac{f'}{f^2}$
$\cos \alpha x$	$-\alpha \sin \alpha x$
$\sin \alpha x$	$\alpha \cos \alpha x$
$e^{\alpha x}$	$\alpha e^{\alpha x}$
$\ln f $	$\frac{f'}{f}$
$(f^{-1})'(y)$	$\frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$

Equation de la tangente au point $M_0(x_0, f(x_0))$

$$D : y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$



2 Intégration

Primitives usuelles

Fonction f	Primitive F
0	α
1	x
x	$\frac{x^2}{2}$
$x^\alpha \ (\alpha \neq -1)$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$
$(x+a)^\alpha \ (\alpha \neq -1)$	$\frac{(x+a)^{\alpha+1}}{\alpha+1}$
$\frac{1}{x}$	$\ln x $
$\frac{1}{x+a}$	$\ln x+a $
e^x	e^x
$\cos x$	$\sin x$
$\sin x$	$-\cos x$
$e^{\alpha x} \ (\alpha \neq 0)$	$\frac{e^{\alpha x}}{\alpha}$
$\cos \alpha x \ (\alpha \neq 0)$	$\frac{\sin \alpha x}{\alpha}$
$\sin \alpha x \ (\alpha \neq 0)$	$\frac{-\cos \alpha x}{\alpha}$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$-\arccos x$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan x$

Intégrale de Riemann

$\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt$ est convergente si et seulement si $\alpha > 1$

Opérations

Fonction f	Primitive F
$f + g$	$F + G$
$f - g$	$F - G$
αf	αF
$\alpha f + \beta g$	$\alpha F + \beta G$

Intégration

$$\int_a^b f(t) dt = [F(t)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Opérations

$$\begin{aligned} \int_a^b (f(t) + g(t)) dt &= \int_a^b f(t) dt + \int_a^b g(t) dt \\ \int_a^b (f(t) - g(t)) dt &= \int_a^b f(t) dt - \int_a^b g(t) dt \\ \int_a^b (\alpha f(t)) dt &= \alpha \int_a^b f(t) dt \end{aligned}$$

Intégration par parties

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)g'(x)dx &= [f(x)g(x)]_a^b - \\ &\int_a^b f'(x)g(x)dx \end{aligned}$$

Changement de variable

$$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(t)dt = \int_a^b f(\varphi(x)) \varphi'(x)dx \quad (t = \varphi(x))$$

3 Trigonométrie et autres formules

Formule fondamentale

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

Formules d'addition

$$\cos(\theta + \theta') = \cos \theta \cos \theta' - \sin \theta \sin \theta'$$

$$\sin(\theta + \theta') = \sin \theta \cos \theta' + \cos \theta \sin \theta'$$

$$\cos(\theta - \theta') = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta'$$

$$\sin(\theta - \theta') = \sin \theta \cos \theta' - \cos \theta \sin \theta'$$

$$\cos(2\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\cos(2\theta) = 2 \cos^2 \theta - 1$$

$$\cos(2\theta) = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cos(-\theta) = \cos(\theta)$$

$$\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$$

$$\cos(\theta + \frac{\pi}{2}) = -\sin(\theta)$$

$$\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \cos(\theta)$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = \sin(\theta)$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cos(\theta)$$

$$\cos(\theta + \pi) = -\cos(\theta)$$

$$\sin(\theta + \pi) = -\sin(\theta)$$

Identités remarquables

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

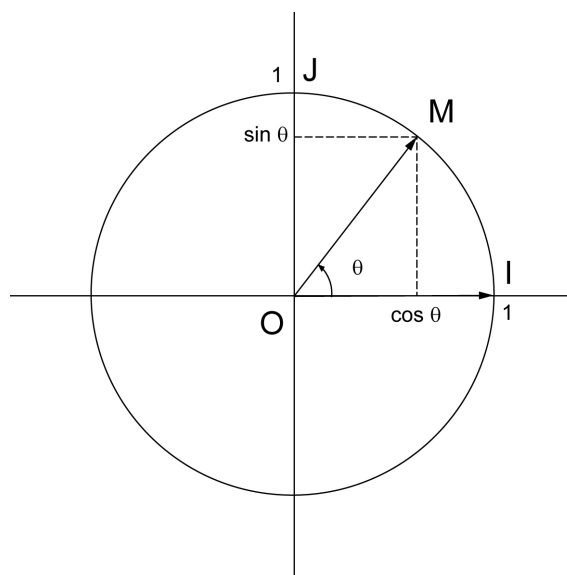
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k} = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$$

Angles remarquables

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$3\frac{\pi}{2}$	π
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	-1
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	-1	0
$\tan \theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	/	/	0



Inégalités triangulaires $||a| - |b|| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$

4 Formules de Taylor et développements limités

n est un entier naturel et ϵ une fonction vérifiant $\lim_{x \rightarrow 0} \epsilon(x) = 0$.

Formule de Taylor - Lagrange

$$f(b) = f(a) + \frac{b-a}{1!} f'(a) + \frac{(b-a)^2}{2!} f''(a) + \frac{(b-a)^3}{3!} f'''(a) + \dots + \frac{(b-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + \frac{(b-a)^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(c) \\ (c \in]a, b[)$$

Formule de Taylor - Mac Laurin

$$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \frac{x^3}{3!} f'''(0) + \dots + \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(0) + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\theta x) \quad (\theta \in]0, 1[)$$

Formule de Taylor - Young

$$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \frac{x^3}{3!} f'''(0) + \dots + \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(0) + x^n \epsilon(x)$$

Développements limités

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + x^n \epsilon(x)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + x^{2n+1} \epsilon(x)$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + x^{2n+2} \epsilon(x)$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!} x^3 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1) \dots (\alpha-(n-1))}{n!} x^n + x^n \epsilon(x)$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots + (-1)^n x^n + x^n \epsilon(x)$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots + x^n + x^n \epsilon(x)$$

$$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15} x^5 + x^6 \epsilon(x)$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + x^n \epsilon(x)$$

Equivalents

Un polynôme est équivalent à son monôme

- de plus haut degré au voisinage de $\pm\infty$,

- de plus bas degré au voisinage de 0.

$$\sin x \underset{0}{\sim} x$$

$$\tan x \underset{0}{\sim} x$$

$$\ln(1+x) \underset{0}{\sim} x$$

$$\cos x - 1 \underset{0}{\sim} -\frac{x^2}{2}$$

$$e^x - 1 \underset{0}{\sim} x$$

5 Fonction polynôme du second degré $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

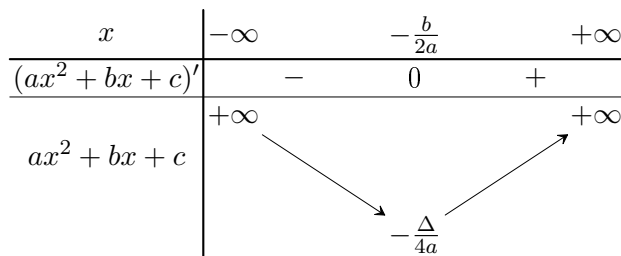
Forme canonique

$\forall x \in \mathbb{R} \quad ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$ en posant $\Delta = b^2 - 4ac$ (discriminant).

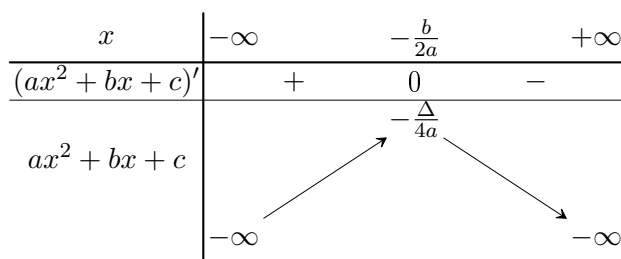
Dérivée

$\forall x \in \mathbb{R} \quad (ax^2 + bx + c)' = 2ax + b$

Variations

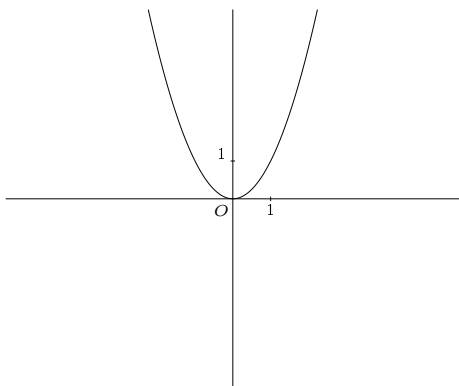


(a) $a > 0$

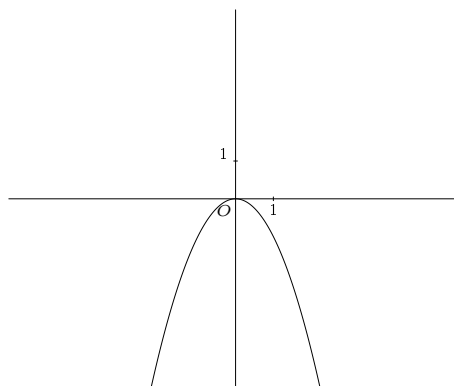


(b) $a < 0$

Exemples



(c) $x \mapsto x^2$



(d) $x \mapsto -x^2$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

1. si $\Delta < 0$ alors $ax^2 + bx + c = 0$ n'a aucune solution réelle.
2. si $\Delta = 0$ alors $ax^2 + bx + c = 0$ a une solution unique $x_0 = -\frac{b}{2a}$ et $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$.
3. si $\Delta > 0$ alors $ax^2 + bx + c = 0$ a deux solutions distinctes $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

De plus, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Remarque : si $\Delta < 0$ alors $ax^2 + bx + c = 0$ a deux solutions complexes distinctes et conjuguées $x_1 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$.

Signe de $ax^2 + bx + c$

Le signe de $ax^2 + bx + c$ est celui de a sauf en entre les racines x_1 et x_2 si elles existent où le signe est celui de $-a$.

x	$-\infty$	$+\infty$
signe de	a	

(a) $\Delta < 0$

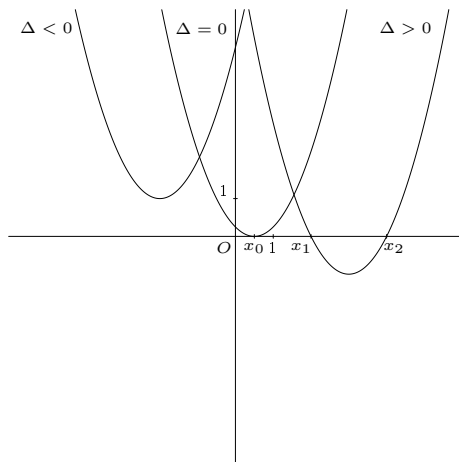
x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
signe de	a	0	a

(b) $\Delta = 0$

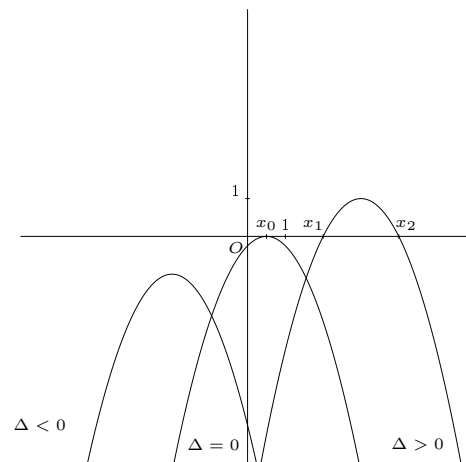
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
signe de	a	0	$-a$	a

(c) $\Delta > 0$

Exemples



(d) $a > 0$



(e) $a < 0$

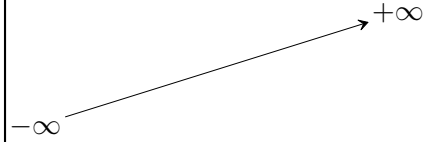
6 Fonction puissance $x \mapsto x^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

Dérivée

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad x^{n'} = nx^{n-1}$$

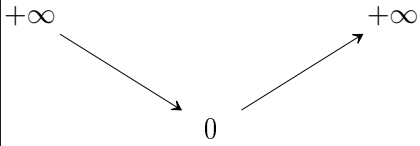
Variations

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$x^{n'}$	$+$	0	$+$
x^n	$-\infty$		$+\infty$



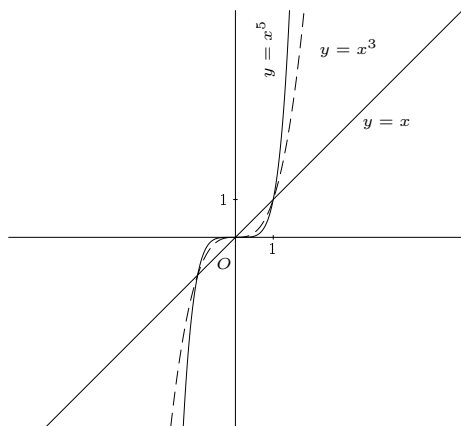
(a) n impair

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$x^{n'}$	$-$	0	$+$
x^n	$+\infty$	0	$+\infty$

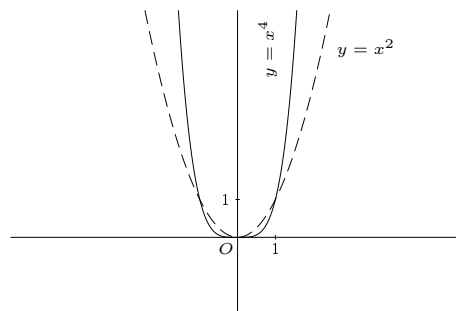


(b) n pair

Exemples



(c) n impair



(d) n pair

7 Fonction racine n-ième $x \mapsto \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

$x \mapsto \sqrt[n]{x}$ est la bijection réciproque de $x \mapsto x^n$ définie sur $[0, +\infty[$.

$$\forall x \geq 0 \ y = x^n \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{y}$$

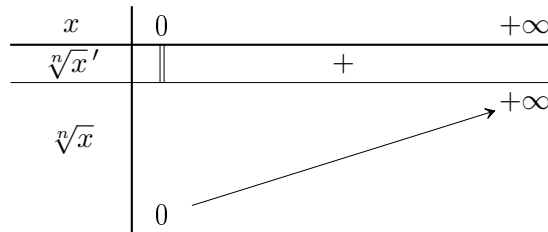
Notation

$$\forall x \geq 0 \ \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$$

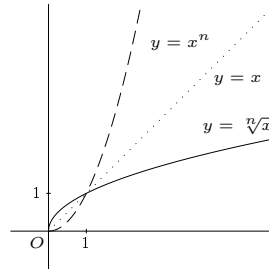
Dérivée

$$\forall x > 0 \ \sqrt[n]{x}' = \frac{\sqrt[n]{x}}{nx}$$

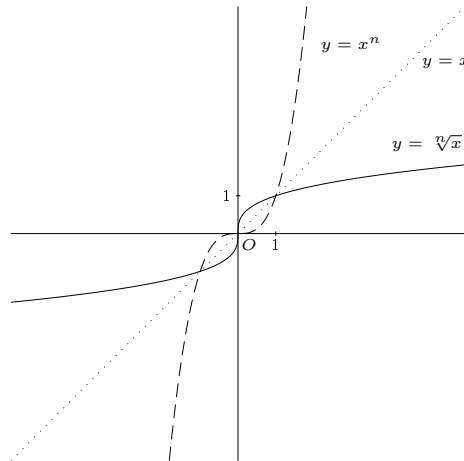
Variations



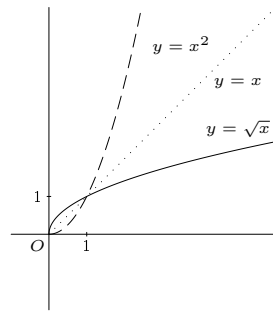
Représentation graphique



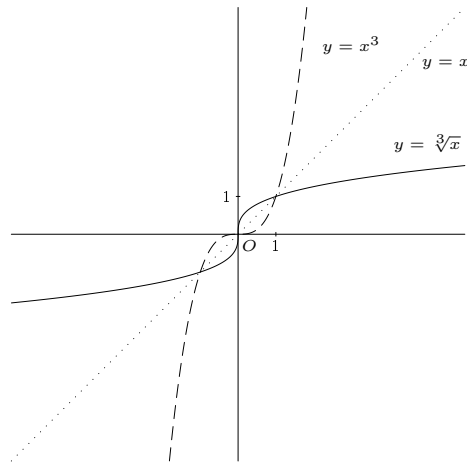
Remarque : pour n impair, $x \mapsto \sqrt[n]{x}$ est définie sur \mathbb{R} .



Exemples



(a) $n = 2$



(b) $n = 3$

8 Fonction exponentielle $x \mapsto e^x$

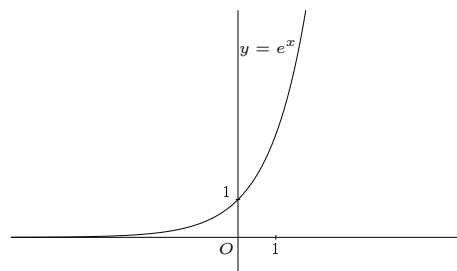
Dérivée

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad e^{x'} = e^x$$

Variations

x	$-\infty$	$+\infty$
$e^{x'}$		+
e^x		$+\infty$
	0	

Représentation graphique



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$$

9 Fonction logarithme néperien $x \mapsto \ln x$

$x \mapsto \ln x$ est la bijection réciproque de $x \mapsto e^x$.

$$\forall x \in \mathbb{R} \ y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y$$

Dérivée

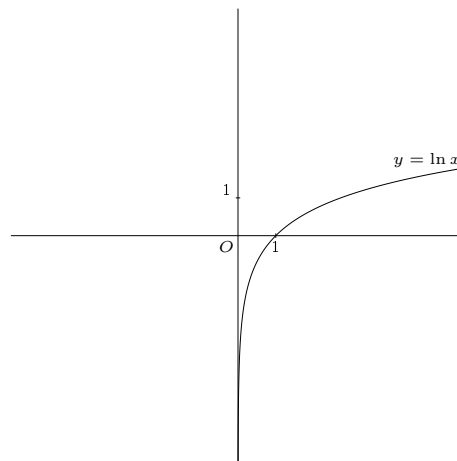
$$\forall x > 0 \ \ln' x = \frac{1}{x}$$

Variations

x	0	$+\infty$
$\ln' x$		+
$\ln x$		$+\infty$

$-\infty$ $+\infty$

Représentation graphique



$$\lim_{x \rightarrow 0_+} \ln x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0_+} x \ln x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

10 Fonction exponentielle de base $a > 0 : x \mapsto a^x$

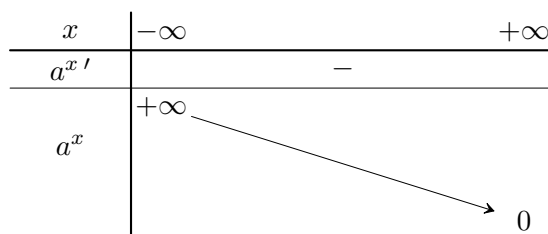
Définition

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad a^x = \exp(x \ln a) = e^{x \ln a}$$

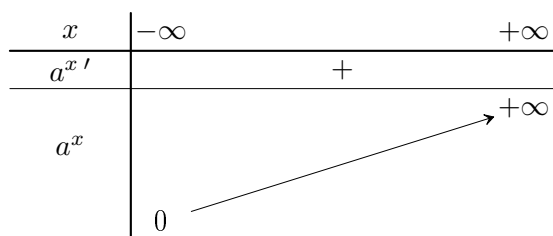
Dérivée

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad a^{x'} = \ln a \cdot a^x$$

Variations

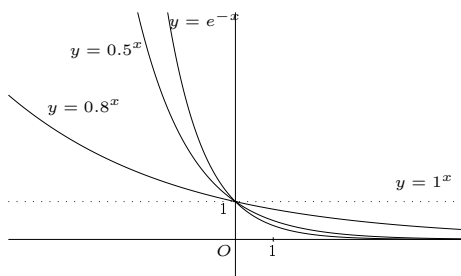


(a) $0 < a < 1$

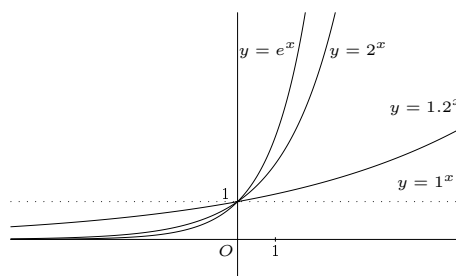


(b) $a > 1$

Représentation graphique



(c) $0 < a < 1$



(d) $a > 1$

11 Fonction logarithme de base $a > 0, a \neq 1 : x \mapsto \log_a x$

$x \mapsto \log_a x$ est la bijection réciproque de $x \mapsto a^x$.

$$\forall x \in \mathbb{R} \ y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y$$

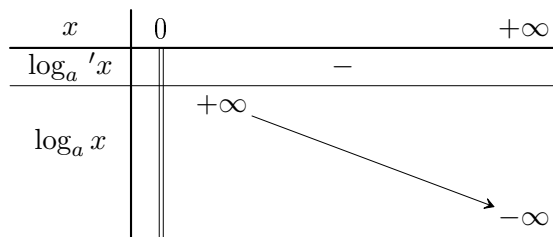
Notation

$$\forall x > 0 \ \log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$$

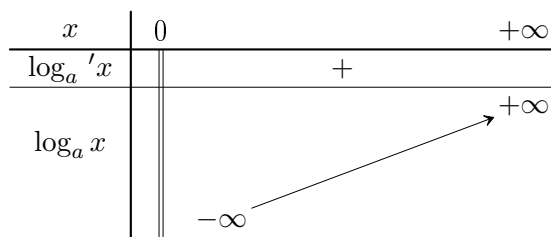
Dérivée

$$\forall x > 0 \ \log'_a x = \frac{1}{x \ln a}$$

Variations

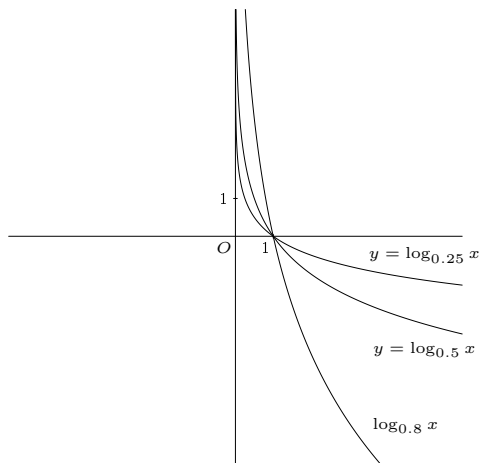


(a) $0 < a < 1$

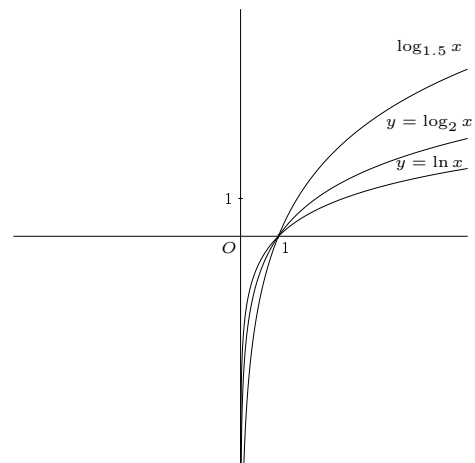


(b) $a > 1$

Représentation graphique



(c) $0 < a < 1$



(d) $a > 1$

12 Fonction puissance : $x \mapsto x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R}$)

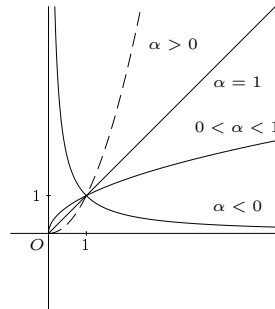
Définition

$$\forall x > 0 \quad x^\alpha = e^{\alpha \ln x}$$

Dérivée

$$\forall x > 0 \quad x^{\alpha'} = \alpha x^{\alpha-1}$$

Représentation graphique



13 Fonction inverse : $x \mapsto \frac{1}{x}$

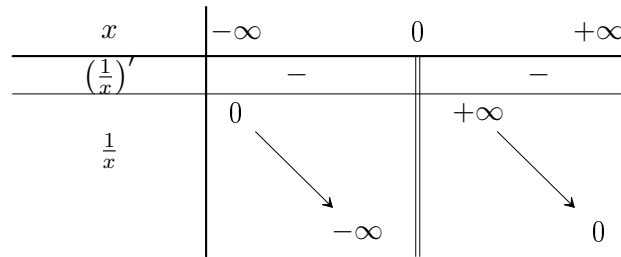
Parité

$x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire : $\forall x \in \mathbb{R}^* -x \in \mathbb{R}^*$ et $\frac{1}{-x} = -\frac{1}{x}$

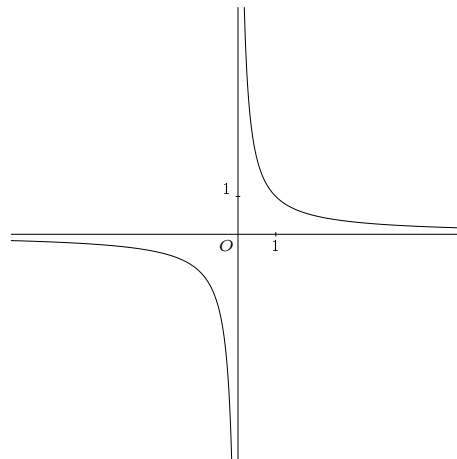
Dérivée

$$\forall x \neq 0 \left(\frac{1}{x} \right)' = -\frac{1}{x^2}$$

Variations



Représentation graphique



14 Fonctions cosinus : $x \mapsto \cos x$

Période

\cos est périodique de période $T = 2\pi$: $\forall x \in \mathbb{R} \cos(x + 2\pi) = \cos x$.

Parité

\cos est paire : $\forall x \in \mathbb{R} -x \in \mathbb{R}$ et $\cos(-x) = \cos x$.

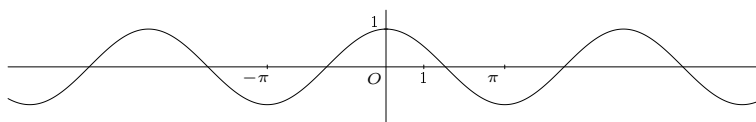
Dérivée

$\forall x \in \mathbb{R} \cos' x = -\sin x$.

Variations

x	$-\pi$		0		π
$\cos' x$	0	+	0	-	0
$\cos x$			1		
	-1				-1

Représentation graphique



15 Fonctions sinus : $x \mapsto \sin x$

Période

\sin est périodique de période $T = 2\pi$: $\forall x \in \mathbb{R} \sin(x + 2\pi) = \sin x$.

Parité

\sin est impaire : $\forall x \in \mathbb{R} -x \in \mathbb{R}$ et $\sin(-x) = -\sin x$.

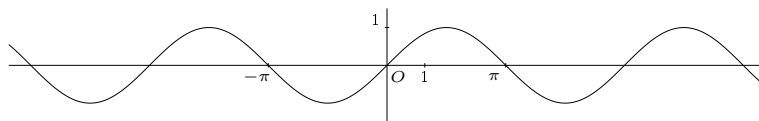
Dérivée

$\forall x \in \mathbb{R} \sin' x = \cos x$

Variations

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin' x$	-	0	+	0
$\sin x$	0	-1	1	0

Représentation graphique



16 Fonctions tangente : $x \mapsto \tan x$

Période

\tan est périodique de période $T = \pi : \forall x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z}) \ \tan(x + \pi) = \tan x$

Parité

\tan est impaire : $\forall x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z}) \ -x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$ et $\tan(-x) = -\tan x$

Dérivée

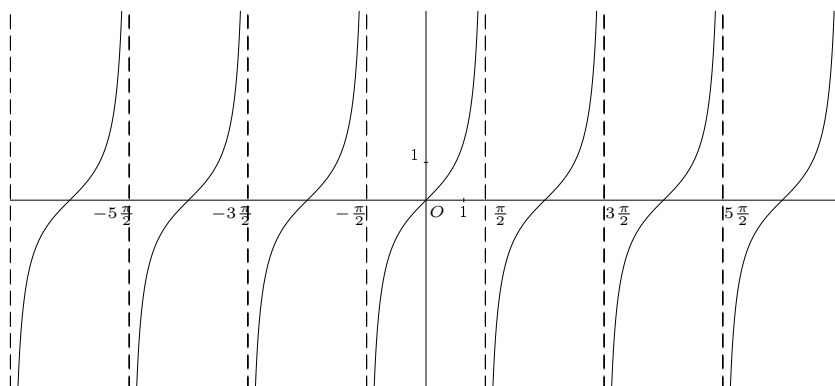
$\forall x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z}) \ \tan' x = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

Variations

x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$
$\tan' x$		+	
$\tan x$			

$-\infty$ $+\infty$

Représentation graphique

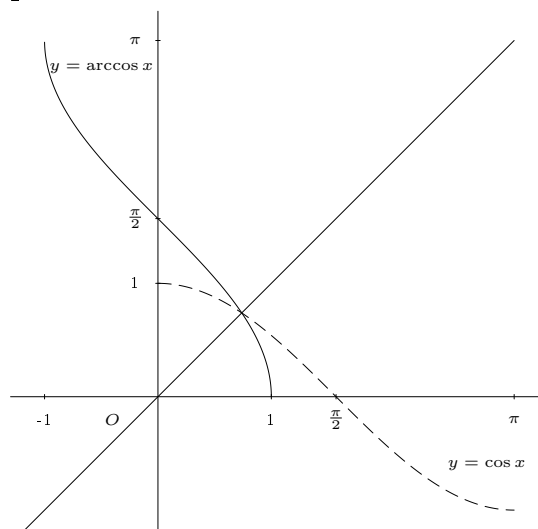


17 Fonction arccosinus : $x \mapsto \arccos x$

Dérivée

$$\forall x \in]-1, 1[\quad \arccos' x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Représentation graphique



18 Fonction arcsinus : $x \mapsto \arcsin x$

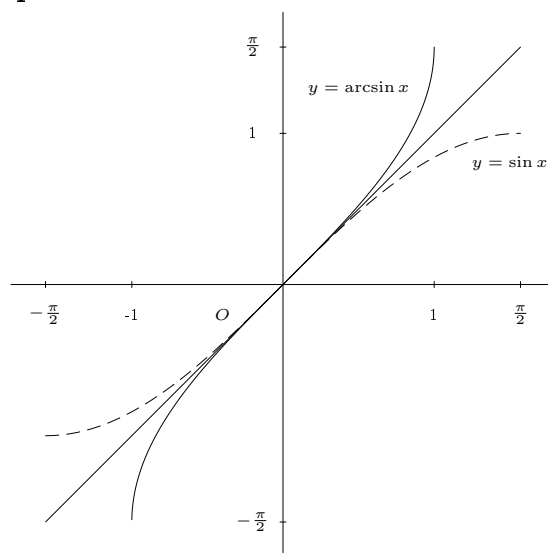
Parité

arcsin est impaire : $\forall x \in [-1, 1] \quad -x \in [-1, 1]$ et $\arcsin(-x) = -\arcsin x$.

Dérivée

$$\forall x \in]-1, 1[\quad \arcsin' x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Représentation graphique



19 Fonction arctan : $x \mapsto \arctan x$

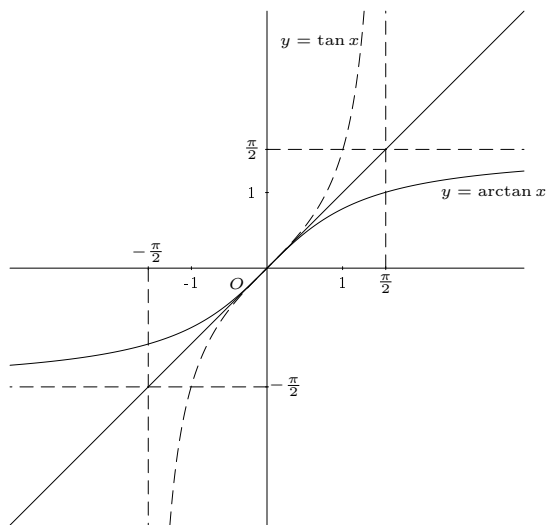
Parité

arctan est impaire : $\forall x \in \mathbb{R} -x \in \mathbb{R}$ et $\arctan(-x) = -\arctan x$.

Dérivée

$$\forall x \in \mathbb{R} \arctan' x = \frac{1}{1+x^2}$$

Représentation graphique



20 Suites

1. Suite arithmétique

a est un réel. Une suite *arithmétique* de raison a est une suite (u_n) telle que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = u_n + a$.

(a) Pour tout $n \geq 0$, $u_n = u_0 + na$.

(b) La somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique est égale à

$$\text{nombre de termes} \times \frac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}$$

2. Suite géométrique

a est un réel. Une suite *géométrique* de raison $a \neq 0$ est une suite (u_n) telle que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = au_n$.

(a) Pour tout $n \geq 0$, $u_n = u_0 a^n$.

(b) La somme de termes consécutifs d'une suite géométrique est égale à

$$\text{premier terme} \times \frac{1 - \text{raison}^{\text{nombre de termes}}}{1 - \text{raison}}$$

3. Suite arithmético-géométrique

a et b sont des réels, $a \neq 1$, $b \neq 0$. Une suite *arithmético-géométrique* est une suite (u_n) telle que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = au_n + b$.

En notant λ la solution de $ax + b = x$, la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - \lambda$ est une suite géométrique de raison a .

4. Série

Soit une suite (u_n) ($n \geq 0$). La suite (S_n) définie par $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = \sum_{k=0}^n u_k$

est appelée *série* de terme général u_n .

Si la suite (S_n) est convergente et admet la limite S lorsque n tend vers l'infini alors

la série $\sum_{n=0}^{\infty} u_n$ est dite *convergente* et $\sum_{n=0}^{\infty} u_n = S$.

Sinon, la série $\sum_{n=0}^{\infty} u_n$ est dite *divergente*.

5. Limites

(a) (n^α) est convergente si et seulement si $\alpha \leq 0$.

Si $\alpha < 0$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^\alpha = 0$.

(b) (a^n) est convergente si et seulement si $-1 < a \leq 1$.

Si $-1 < a < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} a^n = 0$.

(c) $\sum_{n=0}^{+\infty} a^n$ est convergente si et seulement si $-1 < a < 1$.

Si $-1 < a < 1$ alors $\sum_{n=0}^{+\infty} a^n = \frac{1}{1-a}$.

6. Suite croissante, décroissante

- (a) Une suite (u_n) est dite *croissante* si $\forall n \geq 0 \ u_n \leq u_{n+1}$.
- (b) Une suite (u_n) est dite *décroissante* si $\forall n \geq 0 \ u_n \geq u_{n+1}$.
- (c) Une suite (u_n) est dite *strictement croissante* si $\forall n \geq 0 \ u_n < u_{n+1}$.
- (d) Une suite (u_n) est dite *strictement décroissante* si $\forall n \geq 0 \ u_n > u_{n+1}$.

7. Suite croissante majorée, décroissante minorée

- (a) Une suite *croissante et majorée* est convergente.
- (b) Une suite *décroissante et minorée* est convergente.

8. Suite récurrente

Soit f une fonction continue sur un intervalle I et $u_0 \in I$.

La suite définie par $\forall n \in \mathbb{N} \ u_{n+1} = f(u_n)$ est dite *suite récurrente*.

Si la suite (u_n) définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ converge vers L et si f est continue en L alors $f(L) = L$.

L est donc solution de l'équation $f(x) = x$.

9. Suites adjacentes

Deux suites (u_n) et (v_n) sont dites *adjacentes* si

- (a) $\forall n \geq 0 \ u_n \leq u_{n+1} \leq v_{n+1} \leq v_n$
- (b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - u_n) = 0$

Deux suites adjacentes sont convergentes et ont la même limite L .