

# TS 226 Rapport

Franchi Loïc (loic.franchi.lf@gmail.com) & Grijol Guillaume (grijol.guillaume@gmail.com)

ENSEIRB-MATMECA

## Sommaire

Simulation d'un émetteur / récepteur ADS-B .....	1
1 Introduction .....	2
2 Partie Théorique .....	3
2.1 Étude préliminaire .....	3
Question 1 .....	3
Question 2 .....	3
Question 3 .....	4
2.2 Étude de $s_l(t)$ .....	4
Question 4 .....	4
Question 5 .....	5
Question 6 .....	5
Question 7 .....	6
Question 8 .....	6
Question 9 .....	7
3 Programmation Matlab .....	7
Question 11 .....	7
3.1 Densité Spectrale de Puissance et Taux d'Erreur Binaire .....	7
Question 12 .....	7
Question 13 .....	9
3.2 Synchronisation temporelle et fréquentielle .....	9
Question 14 .....	9
Question 15 .....	9
Question 16 .....	10
Question 17 .....	10
3.3 Décodage des signaux ADS-B réels .....	11
Question 18 .....	11
Question 19 .....	11
Question 20 .....	11
3.4 Temps réel .....	12

## 1 Introduction

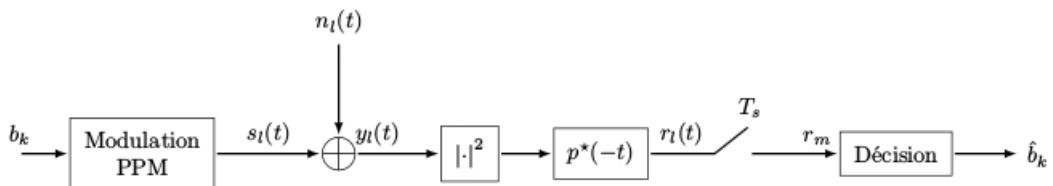
L'Automatic dependent surveillance-broadcast (ADS-B) est un système de surveillance du trafic aérien. Un avion équipé de l'ADS-B envoie périodiquement sa position (3D) et d'autres informations aux stations sol et aux autres appareils équipés de l'ADS-B évoluant dans la zone. Cette technologie fonctionne en mode diffusion ,c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'établissement de connexion (broadcast).

Cette pratique permet de s'affranchir des radars plus coûteux puisque les avions émettent régulièrement leur position de manière omnidirectionnelle. Ainsi une simple antenne radio amateur peut recevoir ces messages. Mais ces messages bruts reçus ne sont pas exploitable directement car des notions de communications numériques, codage de canal et traitement du signal sont requises pour décoder le signal capté.

L'objectif final de ce projet est de pouvoir afficher la trajectoires des avions sur un carte en temps réel grâce à une antenne. Dans ce but, après une étude théorique des signaux émis, un émetteur/récepteur de données ADS-B sera simulé sous MATLAB. Puis une analyse de la structure des messages envoyés pour l'ADS-B sera mise en oeuvre.

Voici les hypothèses du modèle:

- Les  $b_k$  sont indépendants et distribués uniformément.
- Le bruit bande de base  $n_l(t) \sim N(0, n_l^2)$  de densité spectrale de puissance (DSP) bilatérale.
- Le modèle bande de base de l'architecture de communication considérée est présenté ci dessous



**Fig. 1.** Chaîne de communication considérée

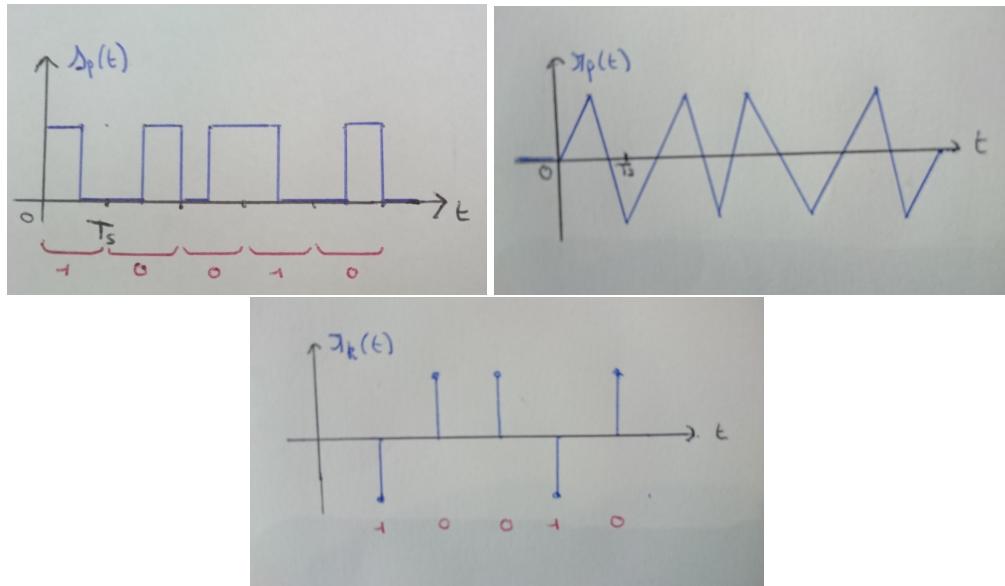
## 2 Partie Théorique

Pour bien comprendre la nature des signaux considérés, une étude théorique de ces derniers a été mise en oeuvre.

### 2.1 Étude préliminaire

#### Question 1

En considérant le signal binaire  $[1,0,0,1,0]$  et l'absence de bruit, voici la représentation des signaux  $s_l(t)$ ,  $r_l(t)$  et  $r_k(t)$ .



**Fig. 2.** Représentation théorique de  $s_l(t)$ ,  $r_l(t)$  et  $r_k(t)$ .

Notons l'apparition d'un retard  $T_s$  dû à l'opération de convolution. On en déduit de  $r_k$  que lors de l'échantillonnage, la correspondance est la suivante:

$$b_k = \begin{cases} 1 & \text{si } r_k < 0 \\ 0 & \text{si } r_k > 0 \end{cases}$$

Cette indication est essentielle pour implémenter le futur algorithme de décodage.

#### Question 2

Le signal  $s_l(t)$  donnée en équation (1) est difficilement utilisable sous cette forme. En considérant

$$A_k = \begin{cases} 1 & \text{si } b_k = 0 \\ -1 & \text{si } b_k = 1 \end{cases}$$

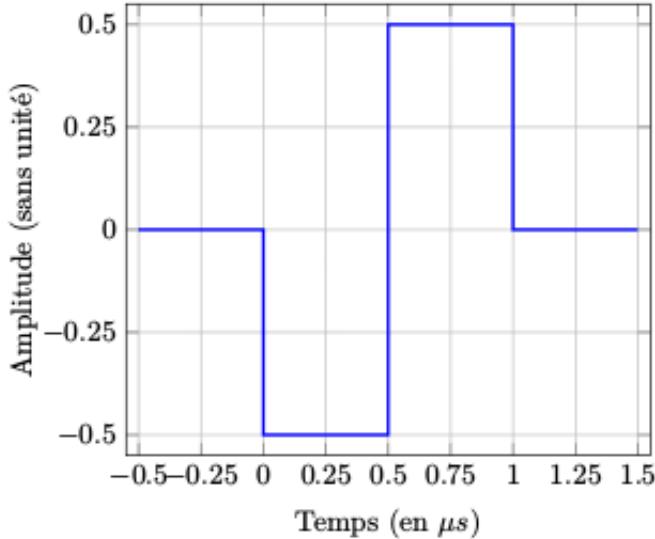
et  $p(t)$  la forme d'onde biphasé donnée dans la figure 3 on peut alors réécrire  $s_l(t)$  de la manière suivante:

$$\begin{aligned} P_{b_k} &= \begin{cases} P_0(t) & \text{si } b_k = 0 \\ P_1(t) & \text{si } b_k = 1 \end{cases} \\ P_{b_k} &= P_0(t) \frac{A_k + 1}{2} + P_1(t) \frac{-A_k + 1}{2} \\ P_{b_k} &= \frac{1}{2} A_k (P_0(t) - P_1(t)) + \frac{1}{2} (P_0(t) + P_1(t)) \\ P_{b_k} &= A_k P(t) + \frac{1}{2} \prod_{T_s} (t - \frac{T_s}{2}) \end{aligned} \quad (1)$$

d'où

$$\begin{aligned}
 s_l(t) &= \sum_k p_{bk}(t - k.Ts) \\
 s_l(t) &= \sum_k A_k * p(t - k.Ts) + \frac{1}{2} \underbrace{\sum_k \prod_{Ts} (t - k * Ts - \frac{Ts}{2})}_{=1} \\
 s_l(t) &= \frac{1}{2} + \sum_k A_k * p(t - k.Ts)
 \end{aligned} \tag{2}$$

Ce résultat permet de manipuler  $s_l(t)$  plus aisément et ainsi calculer quelques caractéristiques (moyenne, autocorrélation, DSP).



**Fig. 3.** Signal  $p(t)$

### Question 3

La modulation obtenue avec  $s_l(t) - \frac{1}{2} = \sum_k A_k * p(t - k * Ts)$  est celle d'une 2-PAM. Le filtre adapté est le récepteur optimal pour cette modulation. On considérera donc  $p^*(-t)$ .

## 2.2 Étude de $s_l(t)$

### Question 4

Le moment d'ordre 1 de  $s_l(t)$  est indépendant du temps. En effet

$$\begin{aligned}
 m_{sl}(t) &= E[s_l(t)] \\
 m_{sl}(t) &= E\left[\frac{1}{2} + \sum_k A_k.p(t - k.Ts)\right] \\
 m_{sl}(t) &= \frac{1}{2} + \sum_k \underbrace{E[A_k]}_{=\frac{1}{2}.1+\frac{1}{2}.(-1)=0} p(t - k.Ts) \\
 m_{sl}(t) &= m_{sl} = \frac{1}{2}
 \end{aligned} \tag{3}$$

**Question 5**

Résultat préliminaire :

$$\begin{aligned}
 E[A_k A_l] &= \sum_k \sum_l a_k a_l p(bk) \\
 &\text{si } k \neq l \\
 E[A_k A_l] &= (-1)(-1)0.5 + (1)(-1)0.5 + (-1)(1)0.5 + (1)(1)0.5 \\
 E[A_k A_l] &= 0 \\
 &\text{si } k = l \\
 E[A_k^2] &= (-1)^2 0.5 + (1)^2 0.5 = 1
 \end{aligned} \tag{4}$$

Par conséquent

$$\begin{aligned}
 R_{sl}(t, \tau) &= E[s_l(t)s_l^*(t + \tau)] \\
 R_{sl}(t, \tau) &= 0.25 + 0 + 0 + E[\sum_k A_k p(t - kT_s) * \sum_l A_k p(t + -lT_s)] \\
 R_{sl}(t, \tau) &= 0.25 + \sum_k \sum_l E[A_k A_l] p(t - kT_s) p(t + \tau - lT_s) \\
 R_{sl}(t, \tau) &= 0.25 + \sum_k p(t - kT_s) p(t + \tau - kT_s)
 \end{aligned}$$

**Question 6**

$$\begin{aligned}
 E[s_l(t + Ts)] &= m_{sl}(t - Ts) \\
 E[s_l(t + Ts)] &= \frac{1}{2} \\
 (1*) \quad E[s_l(t + Ts)] &= E[s_l(t)] \\
 \\
 R_{sl}(t + Ts, \tau) &= E[s_l(t + Ts)s_l^*(t + Ts + \tau)] \\
 R_{sl}(t + Ts, \tau) &= 0.25 + \sum_k \sum_l E[A_k A_l] p(t - kT_s + Ts) p(t + \tau - lT_s + Ts) \\
 R_{sl}(t + Ts, \tau) &= 0.25 + \sum_k p(t - kT_s + Ts) p(t + \tau - kT_s + Ts)
 \end{aligned} \tag{5}$$

En posant  $k' = k-1$

$$\begin{aligned}
 R_{sl}(t + Ts, \tau) &= 0.25 + \sum_{k'} p(t - k'Ts) p(t + \tau - k'Ts) \\
 (2*) \quad R_{sl}(t + Ts, \tau) &= R_{sl}(t, \tau)
 \end{aligned}$$

D'après (1\*) et (2\*) le signal  $s_l(t)$  est cyclo-stationnaire de période  $Ts$ .

**Question 7**

Calcul de l'autocorrélation moyennée du signal  $s_l(t)$ :

$$\begin{aligned}
 \widetilde{R_{sl}}[\tau] &= \frac{1}{Ts} \int_0^{Ts} R_{sl}(t, \tau) dt \\
 \widetilde{R_{sl}}[\tau] &= \frac{1}{Ts} \int_0^{Ts} (0.25 + \sum_k p(t - kTs)p(t + \tau - kTs)) dt \\
 \widetilde{R_{sl}}[\tau] &= \frac{1}{4} + \frac{1}{Ts} \int_0^{Ts} \sum_k p(t - kTs)p(t + \tau - kTs) dt \\
 \widetilde{R_{sl}}[\tau] &= \frac{1}{4} + \frac{1}{Ts} \sum_k \int_0^{Ts} p(t - kTs)p(t + \tau - kTs) dt
 \end{aligned} \tag{6}$$

On pose  $u=t-k.Ts$

$$\begin{aligned}
 \widetilde{R_{sl}}[\tau] &= \frac{1}{4} + \frac{1}{Ts} \sum_k \int_{k.Ts}^{(k+1)Ts} p(u)p(u + \tau) du \\
 \widetilde{R_{sl}}[\tau] &= \frac{1}{4} + \frac{1}{Ts} \int_{\mathbb{R}} p(u)p(u + \tau) du \\
 \widetilde{R_{sl}}[\tau] &= \frac{1}{4} + \frac{1}{Ts} R_p[\tau]
 \end{aligned}$$

**Question 8**

Résultat préliminaire :

$$\begin{aligned}
 p(t) &= 0.5 \left( - \prod_{Ts/2}^{} \left( t - \frac{Ts}{4} \right) + \prod_{Ts/2}^{} \left( t - \frac{3Ts}{4} \right) \right) \\
 P(f) &= -\frac{Ts}{4} \text{sinc}\left(\frac{Ts.f}{2}\right) e^{-j2\pi f \frac{Ts}{4}} + \frac{Ts}{4} \text{sinc}\left(\frac{Ts.f}{2}\right) e^{-j2\pi f \frac{3.Ts}{4}} \\
 P(f) &= \frac{Ts}{4} \text{sinc}\left(\frac{Ts.f}{2}\right) (-e^{-j2\pi f \frac{Ts}{4}} + e^{-j2\pi f \frac{3.Ts}{4}}) \\
 P(f) &= \frac{Ts}{4} \text{sinc}\left(\frac{Ts.f}{2}\right) e^{-j\pi f Ts} (-e^{j\pi f \frac{Ts}{2}} + e^{-j\pi f \frac{Ts}{2}}) \\
 P(f) &= -\frac{Ts}{2} j \cdot \text{sinc}\left(\frac{Ts.f}{2}\right) e^{-j\pi f Ts} \sin(\pi f \frac{Ts}{2}) \\
 |P(f)| &= \frac{Ts^2}{4} \text{sinc}^2\left(\frac{Ts.f}{2}\right) \sin^2(\pi f \frac{Ts}{2})
 \end{aligned} \tag{7}$$

On peut déduire de la question précédente la Densité Spectrale de Puissance (DSP) de  $s_l(t)$ :

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{sl}(f) &= \int_{\mathbb{R}} \widetilde{R_{sl}}[\tau] e^{-j2\pi f \tau} d\tau \\
 \Gamma_{sl}(f) &= \int_{\mathbb{R}} \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{Ts} R_p[\tau] \right) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \\
 \Gamma_{sl}(f) &= \frac{1}{4} \delta(f) + \frac{1}{Ts} |P(f)|^2 \\
 \Gamma_{sl}(f) &= \frac{1}{4} \delta(f) + \frac{Ts}{4} \text{sinc}^2\left(\frac{Ts.f}{2}\right) \sin^2(\pi f \frac{Ts}{2})
 \end{aligned} \tag{8}$$

**Question 9**

Étude de  $|y_l(t)|^2$ :

$$\begin{aligned} |y_l(t)|^2 &= |s_l(t) + n_l(t)|^2 \\ |y_l(t)|^2 &= |s_l(t)|^2 + 2.s_l(t).n_l(t) + |n_l(t)|^2 \end{aligned} \quad (9)$$

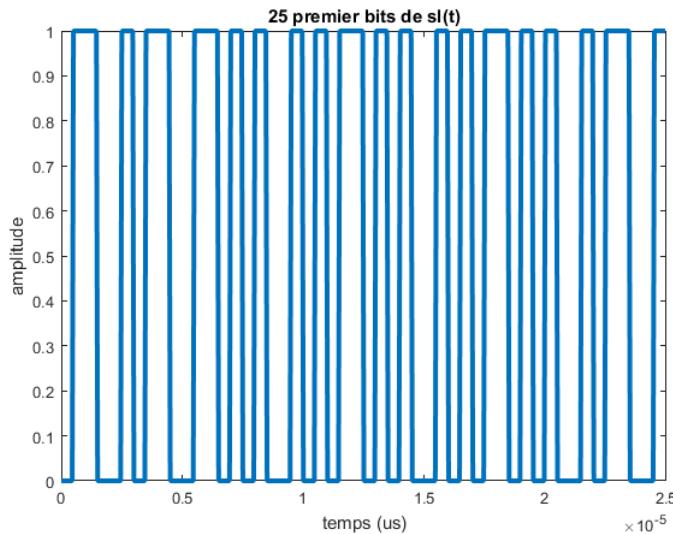
Or  $\forall t, s_l(t) \in \{0, 1\}$  donc  $|s_l(t)|^2 = s_l(t)$ .  
donc  $|y_l(t)|^2 = s_l(t) + z_l(t)$  avec  $z_l(t) = 2.s_l(t).n_l(t) + |n_l(t)|^2$

$z_l(t)$  dépend de  $s_l(t)$  et n'est pas un bruit blanc gaussien.

### 3 Programmation Matlab

**Question 11**

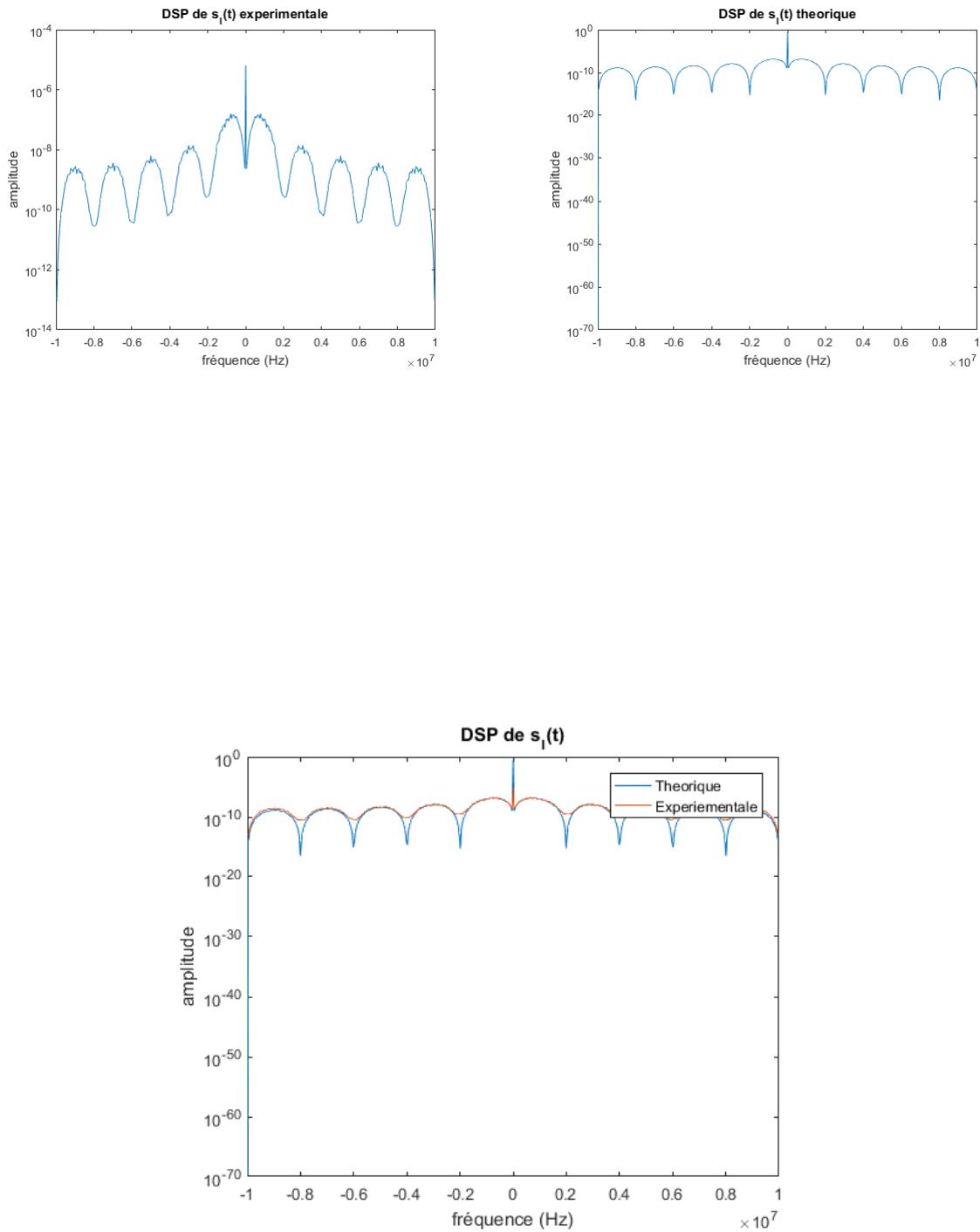
Après modulation PPM du message binaire, un bit est représenté par  $T_s$  micro-seconde du signal  $s_l(t)$ . Nous avons donc bien les 25 premiers bits du signal de  $s_l(t)$  soit  $25T_{ss}$  avec  $T_s = 1\mu s$ .



**Fig. 4.** Les 25 premiers bits de  $s_l(t)$

#### 3.1 Densité Spectrale de Puissance et Taux d'Erreur Binaire

**Question 12** On remarque que la DSP théorique et expérimentale de  $s_l(t)$  ne se chevauchent pas. Il faut prendre en compte une normalisation sur la courbe expérimentale pour pouvoir faire chevaucher ces deux courbes.



**Fig. 7.** Superpositions de la courbe de DSP théorique et expérimentale de  $s_l(t)$

### Question 13

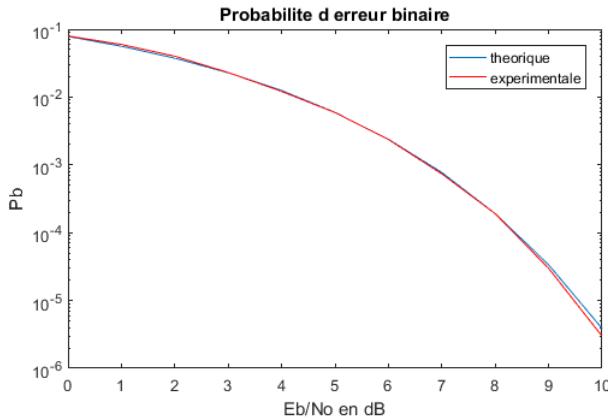


Fig. 8. Probabilité d'erreur binaire

Avec la nouvelle écriture de  $s_l(t)$  on se ramène finalement à une modulation 2-PAM. La courbe théorique et la courbe expérimentale se chevauchent parfaitement.

### 3.2 Synchronisation temporelle et fréquentielle

#### Question 14

L'avion étant en déplacement, l'émission des ondes subit un décalage en fréquence. Le récepteur recevra l'onde avec une fréquence d'émission modifiée. En effet cette fréquence sera augmentée ou diminuée suivant que l'avion se rapproche ou non du récepteur. On se propose d'évaluer l'ordre de grandeur du décalage:

$$\Delta f = \frac{\Delta v}{c} f_{em} \quad (10)$$

avec  $\Delta v$  la différence de vitesse entre l'avion et l'antenne de réception,  $c$  la célérité des ondes,  $f_{em}$  la fréquence d'émission, ici  $1090MHz$

L'application numérique donne  $\Delta f = 908Hz$ . Ce résultat montre qu'il est nécessaire de prendre en compte l'effet Doppler dans notre simulation numérique.

#### Question 15

En reprenant la chaîne de communication on obtient l'expression de  $r_l(t)$ , il ne reste plus qu'à développer.

$$\begin{aligned} r_l(t) &= |y_l(t)|^2 * p^*(-t) \\ r_l(t) &= |s_l(t - \delta_t) * e^{-j2\pi\delta_f t} + n_l(t)|^2 * p^*(-t) \\ r_l(t) &= (|s_l(t - \delta_t)|^2 + n'_l(t)) * p^*(-t) \end{aligned} \quad (11)$$

Le décalage en fréquence  $\delta_f$  n'est plus en lien avec le signal d'intérêt. Ce terme est toujours présent mais il est caché dans la variable  $n'_l(t)$ . Cela ne dérange pas puisque le bruit est aléatoire, en quelque sorte  $n'_l(t)$  est un nouveau bruit aléatoire.

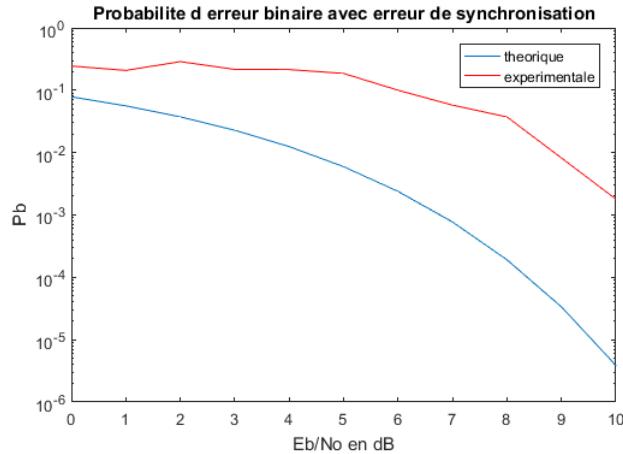
**Question 16**

$$\begin{aligned}
 |\rho(t)|^2 &= \frac{\left| \int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} v_l(t) s_p^*(t - \delta'_t) dt \right|^2}{\int_0^{T_p} |s_p(t)|^2 dt * \int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} |v_l(t)|^2 dt} \\
 |\rho(t)|^2 &= \frac{\left| \int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} v_l(t) s_p^*(t - \delta'_t) dt \right|^2}{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} |s_p(t - \delta'_t)|^2 dt * \int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} |v_l(t)|^2 dt} \\
 |\rho(t)|^2 &\leq \frac{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} |v_l(t)|^2 dt * \int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} |s_p^*(t - \delta'_t)|^2 dt}{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} |s_p(t - \delta'_t)|^2 dt * \int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} |v_l(t)|^2 dt} \quad \text{avec I.C.S} \\
 |\rho(t)|^2 &\leq 1 \\
 \rho(t) &\leq 1
 \end{aligned} \tag{12}$$

**Question 17**

Prendre en compte l'erreur de synchronisation temporelle et fréquentielle fait croître considérablement le taux d'erreur binaire. En effet pour une probabilité d'erreur de  $10^{-3}$  le rapport signal sur bruit a augmenté de trois. Pour une même qualité de service le coût a payé pour le niveau de rapport signal sur bruit est plus conséquent.

En fait il considérer le module au carré de  $y_l(t)$  facilite la mise en place du calcul du taux d'erreur binaire mais aux prix d'une augmentation du rapport signal sur bruit pour une probabilité d'erreur donnée.



**Fig. 9.** Probabilité d'erreur binaire avec erreur de synchronisation

### 3.3 Décodage des signaux ADS-B réels

#### Question 18

Les FTC correspondant à des trames de position en vol et d'identification sont respectivement celles comprises entre 9 et 22 (19 exclue) et entre 1 et 4.

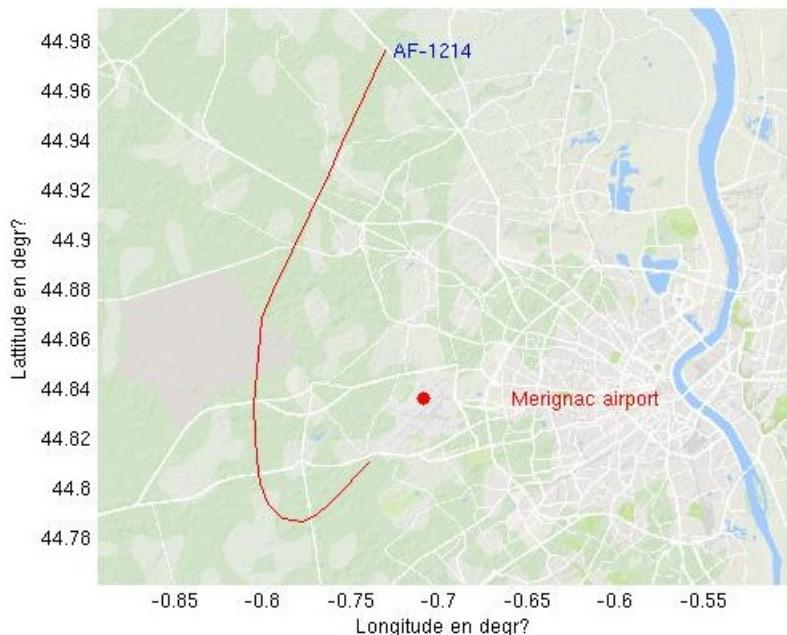
#### Question 19

Le bruit présent naturellement en condition réel peut entraîner des erreurs de décisions dans la chaîne de communication. C'est pour s'en prémunir qu'un contrôle d'erreurs (CRC) est mise en place. Ainsi, seules les trame conformes sont considérées par le programme et les incohérences sont évités. Un mauvaise prise en compte d'un bit peut avoir des répercussions très importantes.

#### Question 20

À partir de 21 trame ADS-B d'un même appareil, les informations liées à la trajectoires ont pu être extraites.

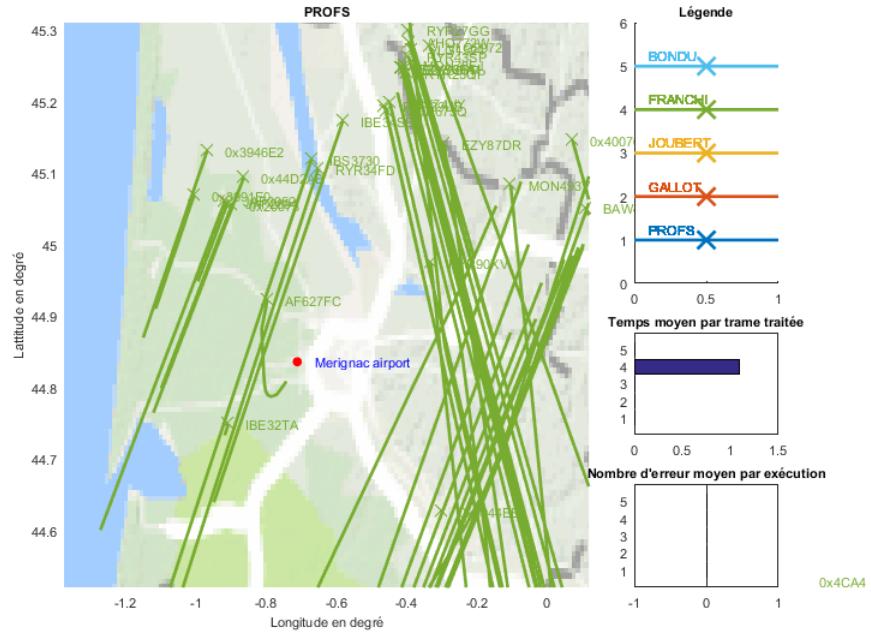
La figure 10 présente la trajectoire de l'appareil qui décolle (ou atterrit) de l'aéroport de Mérignac.



**Fig. 10.** Trajectoire de l'avion obtenue par L'ADS-B

### 3.4 Temps réel

Le code a été retravaillé de manière à l'exécuter en temps réel, avec une optimisation de l'algorithme de synchronisation grâce aux outils de MATLAB. Le code était 8 fois plus rapide. Nous pouvons voir sur la figure suivante le résultat, ainsi que l'atterrissement de l'avion *AF627FC*.



**Fig. 11.** Trajectoires d'avions (temps réel)