Ejercicios para al Evaluación Parcial 01

FECHA DE ENTREGA
VIERNES 28- FEBRERO-2020
De 9:00 a 10:00 HORAS - Salón P-118

Instrucciones: Resolver

1. Sea G una gráfica de orden n y de tamaño m.
   a) Demostrar que $m \leq \binom{n}{2}$ y determinar cuando se da la igualdad.
   b) Demostrar que $m \leq \frac{n^2}{4}$
2. Demostrar que la relación de isomorfismos ($\cong$) entre gráficas es de equivalencia, es decir:
   Sean G,H y I gráficas
   - Demostrar que $G \cong G$
   - Demostrar que si $G \cong H$ entonces $H \cong G$
   - Demostrar que si $G \cong H$ y $H \cong I$ entonces $G \cong I$.
3. Demostrar que una gráfica completa de orden n es única.
4. Sean G y H gráficas tal que $H \cong G$. Si φ es el isomorfismo entre G y H entonces para cualquier $x \in G$ se tiene que $d_G(x) = d_H(\varphi(x))$
5. Sea $G[X, Y]$ una gráfica bipartita de orden n y de tamaño m, donde $|X| = r$, $|Y| = s$. Demostrar que $m \leq rs$.
6. Sea G una gráfica. Demostrar que C es un ciclo de G cuya gráfica que induce es bipartita $\Leftrightarrow$ su longitud es par.
7. Demostrar que si G es un gráfica no conexa entonces $\overline{G}$ es conexa. ¿Qué sucede con el regreso?.
8. Sea G una gráfica conexa. Demostrar que para toda H gráfica tal que $G \cong H$ entonces H es conexa.
9. Demostrar la siguiente proposición o dar un contraejemplo en caso de que sea falsa. Sea G una gráfica k-regular. Si K es impar entonces G tiene un número impar de vértices.
10. Sea $G[X, Y]$ una gráfica bipartita. Demostrar que:
    - $\Sigma_{v \in X} d(v) = \Sigma_{v \in Y} d(v)$.
    - Si G es k-regular con $k > 1$ entonces $|X| = |Y|$.