

## Tarea 2

### Geometría Moderna II

28 de marzo de 2019

1. En un triángulo rectángulo, las mediatrices concurren en el punto medio de la hipotenusa.
2. Sea  $\zeta(O, r)$ . Dado  $L$  punto en el plano tal que  $|LO| > r$ , ¿por qué se puede construir el polo trazando las tangentes a  $\zeta(O, r)$  por  $L$ ? ¿Cuál es el polo?
3. Sea  $A$  punto en el plano. Encontrar la polar de  $A$  usando únicamente regla.
4. Sea  $\zeta(O, r)$  y  $A$  un punto en el plano tal que  $|OA| > r$ . Encontrar las tangentes a  $\zeta(O, r)$  por  $A$  usando únicamente regla.
5. Sea  $\zeta(O, r)$  y  $A$  un punto en el plano tal que  $|OA| = r$ . Encontrar la tangente a  $\zeta(O, r)$  por  $A$  usando únicamente regla.
6. Sean  $\zeta(O, r)$  y  $a, b$  dos rectas conjugadas tales que  $a \cap b = \{X\}$  y  $|XO| > r$ . Demostrar que  $|a \cap \zeta(O, r)| = 2$  y  $|b \cap \zeta(O, r)| = 0$ .
7. Encontrar el lugar geométrico de un punto cuyas polares con respecto a dos circunferencias dadas forman un ángulo fijo entre ellas.
8. Sea  $ABCD$  un cuadrado y  $\zeta(O, r)$ . Si  $A$  es conjugado de  $C$  respecto a  $\zeta(O, r)$ , entonces  $B$  es conjugado de  $D$  respecto a  $\zeta(O, r)$ .
9. Sea  $l$  una recta y  $L$  un punto en el plano. Encontrar  $\zeta(O, r)$  tales que  $l$  sea polar de  $L$  respecto a  $\zeta(O, r)$ . ¿Cuántas formas hay de hacerlo?
10. Sean  $\zeta(A, \alpha), \zeta(B, \beta)$ ,  $t$  tangente común a ambas,  $\zeta(A, \alpha) \cap t = \{P\}$  y  $\zeta(B, \beta) \cap t = \{Q\}$ . Demostrar que  $P$  y  $Q$  son puntos conjugados con respecto a cualquier circunferencia que pertenezca a la misma familia que  $\zeta(A, \alpha)$  y  $\zeta(B, \beta)$ .

Se dice que un triángulo es autopolar con respecto a una circunferencia cuando cada vértice es polo del lado opuesto.

11. Construir un triángulo autopolar dados  $A$  y  $B$  puntos en el plano tales que  $B \in a$ .

12. Sea  $\triangle ABC$ . Demostrar que el otrocentro del  $\triangle ABC$  es el centro de la circunferencia que hace que  $\triangle ABC$  sea autopolar.
13. Dada  $\zeta(O, r)$ , ¿cuántos triángulos autopolares respecto a  $\zeta(O, r)$  existen?
14. Dado  $\triangle ABC$ , ¿cuántas circunferencias existen respecto a las cuales  $\triangle ABC$  es autopolar?