GEOMETRÍA MODERNA II

2019-2 (08 marzo 2019)

EXAMEN PARCIAL 01

INSTRUCCIONES: Justificar y argumentar todos los resultados que se realicen. Resolver únicamente cuatro ejercicios, de entregar más de cuatro ejercicios se anulará el ejercicio de mayor puntaje.

1. Sea $\triangle ABC$; h_X la altura por $X \in \{A, B, C\}$. Demostrar que si $h_A \cap \overline{BC} = \{D\}$, $h_B \cap \overline{CA} = \{E\}$ y $h_c \cap \overline{AB} = \{F\}$ entonces $D\{\overline{DE}, \overline{DF}; \overline{DA}, \overline{DB}\} = -1$.

2. Sea Γ una familia de circunferencias coaxiales. Demostrar que para cualquier punto P en el plano existe $\zeta(A, \alpha) \in \Gamma$ y $\zeta(B, \beta) \in \Gamma^{\perp}$ tal que $P \in \zeta(A, \alpha) \cap \zeta(B, \beta)$.

3. Sean $\zeta(A, \alpha)$ y $\zeta(B, \beta)$ circunferencias con $A \neq B$ cuyo eje radical es la recta l. Demostrar que para cualquier $C \in l$ si m y n son rectas tales que $m \cap n = \{C\}$ y $m \cap \zeta(A, \alpha) = \{P, Q\}$ y $n \cap \zeta(B, \beta) = \{R, S\}$ entonces $\{P, Q, R, S\}$ es un conjunto concíclico de puntos.

4. Demostrar que si $\{A, B, C\}$ es un conjunto de puntos en posición general y $\{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R}$ entonces existe una circunferencia ortogonal a $\zeta(A, \alpha)$, $\zeta(B, \beta)$ y $\zeta(C, \gamma)$ simultáneamente.

5. Sea Γ una familia de circunferencias coaxiales y $\zeta(A, \alpha) \notin \Gamma$. Demostrar que los ejes radicales de $\zeta(A, \alpha)$ y cada circunferencia de Γ son rectas concurrentes.

GEOMETRÍA MODERNA II

2019-2 (08 marzo 2019)

EXAMEN PARCIAL 01

INSTRUCCIONES: Justificar y argumentar todos los resultados que se realicen. Resolver únicamente cuatro ejercicios, de entregar más de cuatro ejercicios se anulará el ejercicio de mayor puntaje.

1. Sea $\triangle ABC$; h_X la altura por $X \in \{A, B, C\}$. Demostrar que si $h_A \cap \overline{BC} = \{D\}$, $h_B \cap \overline{CA} = \{E\}$ y $h_c \cap \overline{AB} = \{F\}$ entonces $D\{\overline{DE}, \overline{DF}; \overline{DA}, \overline{DB}\} = -1$.

2. Sea Γ una familia de circunferencias coaxiales. Demostrar que para cualquier punto P en el plano existe $\zeta(A, \alpha) \in \Gamma$ y $\zeta(B, \beta) \in \Gamma^{\perp}$ tal que $P \in \zeta(A, \alpha) \cap \zeta(B, \beta)$.

3. Sean $\zeta(A, \alpha)$ y $\zeta(B, \beta)$ circunferencias con $A \neq B$ cuyo eje radical es la recta l. Demostrar que para cualquier $C \in l$ si m y n son rectas tales que $m \cap n = \{C\}$ y $m \cap \zeta(A, \alpha) = \{P, Q\}$ y $n \cap \zeta(B, \beta) = \{R, S\}$ entonces $\{P, Q, R, S\}$ es un conjunto concíclico de puntos.

4. Demostrar que si $\{A, B, C\}$ es un conjunto de puntos en posición general y $\{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R}$ entonces existe una circunferencia ortogonal a $\zeta(A, \alpha)$, $\zeta(B, \beta)$ y $\zeta(C, \gamma)$ simultáneamente.

5. Sea Γ una familia de circunferencias coaxiales y $\zeta(A, \alpha) \notin \Gamma$. Demostrar que los ejes radicales de $\zeta(A, \alpha)$ y cada circunferencia de Γ son rectas concurrentes.