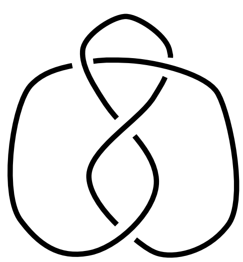
Curso Avanzado de Topología: Teoría de Nudos
Prof: Mario Eudave Muñoz
Semestre 2018 - II
Instituto de Matemáticas, UNAM
Tarea 2

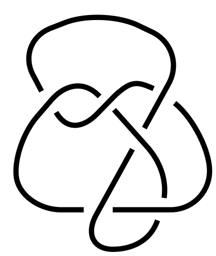
1. Sea K un nudo o enlace orientado, y sea $-K$ el nudo o enlace con la orientación opuesta (si es un enlace, cambiamos la orientación a todas las componentes de K). Sean V_K y V_{-K} matrices de Seifert para K y $-K$. Probar que V_{-K} es S-equivalente a V_K^T, donde V_K^T es la transpuesta de V_K.

2. Sea K un nudo o enlace orientado y sea K^* la imagen especular de K. Sean V_K y V_{K^*} matrices de Seifert de K y K^*. Probar que V_{K^*} es S-equivalente a $-V_K^T$.

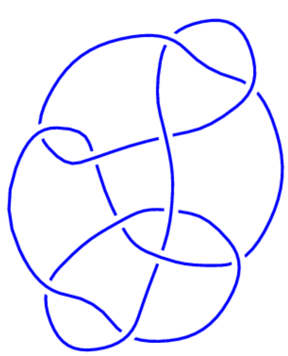
3. Sea K un nudo o enlace orientado, $-K$ el nudo o enlace con la orientación opuesta, y K^* la imagen especular de K. Probar que $\Delta_K(t) = \Delta_{-K}(t) = \Delta_{K^*}(t)$.

4. Calcular el polinomio de Alexander de los siguientes nudos usando matrices de Seifert:

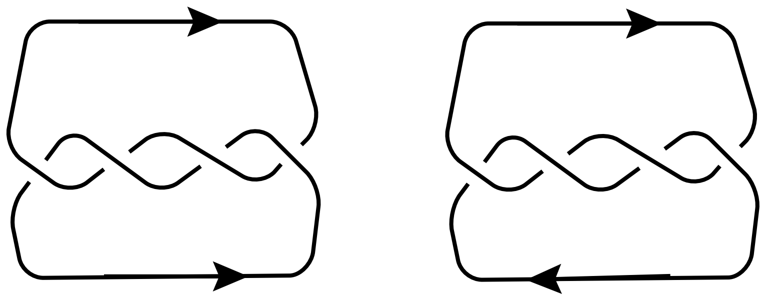




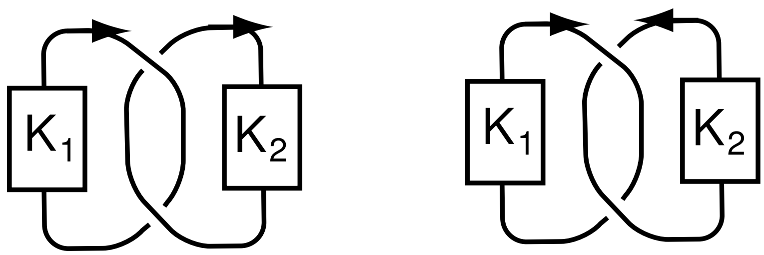
5. Calcular el polinomio de Alexander del siguiente nudo usando matrices de Seifert:



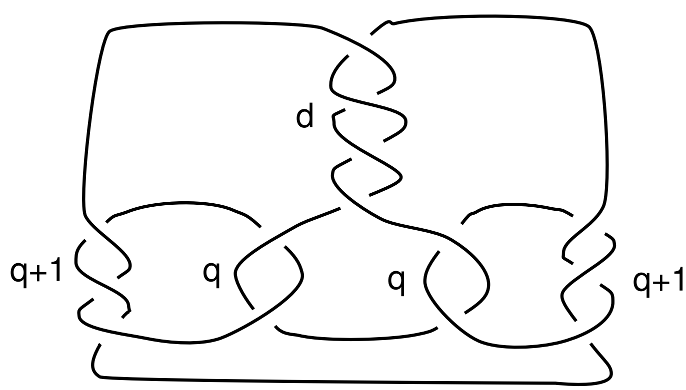
6. Usando matrices de Seifert calcular el polinomio de Alexander de los dos enlaces orientados mostrados abajo (nótese que $K \neq -K$, aunque como enlaces no orientados son el mismo).



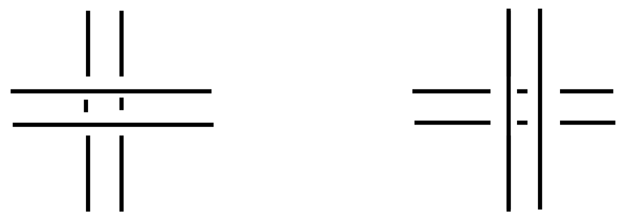
7. Determinar como está relacionado el polinomio de Alexander de los siguientes enlaces con el polinomio de Alexander de los nudos K_1 y K_2.



8. Usando la fórmula skein del polinomio de Conway probar que los siguientes nudos tienen polinomio de Conway trivial, donde d, q, $q+1$ representan hileras de d, q, $q+1$ cruces respectivamente, y suponemos que d es un número par.



9. Probar que cualquier nudo se puede desanudar aplicando varias veces la siguiente movida:



10. Sea $\mathcal{L}$ el látice entero en $\mathbb{R}^3$ (o sea el conjunto que consiste de todos los puntos con sus 3 coordenadas enteras y las rectas paralelas a los ejes coordenados que unen estos puntos). Sea K cualquier nudo. Probar que K se puede isotopar de manera que se encuentre sobre la látice $\mathcal{L}$, o sea que está formado de aristas contenidas en $\mathcal{L}$.

Una sombra de K es una proyección de K a uno de los planos coordenados. Entonces todo nudo en la látice tiene 3 sombras (claro que estas proyecciones no son regulares).

a) Probar que el nudo trivial tiene un representante en la látice de modo que las 3-sombras son árboles, es decir gráficas sin ciclos.

b) Probar que el nudo trébol también tiene un representante en la látice de modo que las 3-sombras son árboles.

c) Probar o dar un algoritmo que muestre que cualquier nudo tiene un representante en la látice de modo que las 3-sombras son árboles.