Tarea 2
Geometría Moderna II

15 de marzo de 2019

1. Sean A y B dos puntos en el plano tales que $A \neq B$, $\zeta(A, \alpha)$, $\zeta(B, \beta)$ tales que $\zeta(A, \alpha) \cap \zeta(B, \beta) = \emptyset$ y una no contenga a la otra. También sea l una recta incidente en A y m la recta paralela a l por B; $l \cap \zeta(A, \alpha) = \{P, Q\}$, $m \cap \zeta(B, \beta) = \{R, S\}$.

   Demostrar: 1) $\overline{PR} \cap \overline{SQ} \cap \overline{AB} \neq \emptyset$.

   2) 1) $\overline{PS} \cap \overline{QR} \cap \overline{AB} \neq \emptyset$

   3) n es tangente a $\zeta(A, \alpha)$ por alguno de los puntos anteriores $\Leftrightarrow$ n es tangente a $\zeta(B, \beta)$.

2. Si $I_{\zeta(P,\rho)}[\zeta(A, \alpha)] = \zeta(B, \beta)$, entonces $\{\zeta(P, \rho), \zeta(A, \alpha), \zeta(B, \beta)\} \subset \Gamma$, donde Γ es la familia de circunferencias generada por $\zeta(A, \alpha), \zeta(B, \beta)$

3. Si tenemos $\zeta(A, \alpha), \zeta(B, \beta)$ tales que una esté contenida en la otra, entonces ¿qué centro de similitud funciona como centro de $\zeta(P, \rho)$?, donde $I_{\zeta(P,\rho)}[\zeta(A, \alpha)] = \zeta(B, \beta)$

4. Encontrar $\zeta(P, \rho)$ tal que: $I_{\zeta(P,\rho)}[\zeta(A, \alpha)] = \zeta(C, \gamma)$ y además $I_{\zeta(P,\rho)}[\zeta(B, \beta)] = \zeta(C, \gamma)$

5. Sean $\zeta(A, \alpha)$ y P un punto en el plano.

   Si $I_{\zeta(A,\alpha)}(P) = P'$ y $\zeta(A, \alpha) \cap \overline{PP'} = \{R, S\}$, entonces $\overline{PP'}\{P, P'; R, S\} = -1$

6. Si una circunferencia es invertida en una circunferencia, ¿el centro de la primera es invertido en la segunda?

7. Sean $\{A, P, Q\}$ un conjunto de puntos en posición general, $\zeta(A, \alpha)$, $I_{\zeta(A,\alpha)}(P) = P'$ y $I_{\zeta(A,\alpha)}(Q) = Q'$. Demostrar que:

   1) $\triangle APQ \cong \triangle AP'Q'$.

   2) $\{P, P', Q, Q'\} \in \zeta(D, \delta)$, donde $\zeta(D, \delta)$ es ortogonal a $\zeta(A, \alpha)$.