

GEOMETRÍA MODERNA I

2019-1 (23 noviembre 2018)

EXAMEN PARCIAL 05

INSTRUCCIONES: Justificar y argumentar todos los resultados que se realicen. Resolver únicamente cinco ejercicios, de entregar más de cinco ejercicios se anulará el ejercicio de mayor puntaje.

1. Sean l y m dos rectas distintas en el plano, $\{A, C, E\} \subset l$ distintos y $\{B, D, F\} \subset m$ distintos, $\overline{AB} \cap \overline{DE} = \{P\}$, $\overline{BC} \cap \overline{EF} = \{Q\}$ y $\overline{CD} \cap \overline{AF} = \{R\}$. Demostrar que P, Q, R son colineales.
2. Demostrar que si $\zeta(O, r)$ es la circunferencia en la que se inscribe el cuadrado $\square ABCD$ (con los vértices ordenados levógiramente o dextrógiramente) entonces para cualquier $P \in \zeta(O, r) \setminus \{A, B, C, D\}$ se tiene que $P(\overline{PA}, \overline{PC}; \overline{PB}, \overline{PD})$.
3. Demostrar que cada uno de los triángulos formados por tres de las cuatro rectas de un cuadrilátero completo está en perspectiva con el triángulo diagonal del cuadrilátero.
4. Construir un cuadrilátero completo que tenga un triángulo dado como triángulo diagonal.
5. Sean $\square ABCD$ un cuadrángulo.
Demostrar que $\{A, B, C, D\} \subset \zeta(O, r)$ si y solo si $AD \cdot BC + AB \cdot CD = AC \cdot BD$.
6. Sea $\triangle ABC$ un triángulo, $\zeta(O, r)$ la circunferencia que lo inscribe y $P \in \zeta(O, r) \setminus \{A, B, C\}$. Consideremos l_{RS} la recta ortogonal a \overline{RS} incidente en P con $\{R, S\} \subset \{A, B, C\}$ y $R \neq S$. Demostrar si $l_{AB} \cap \overline{AB} = \{X\}$, $l_{BC} \cap \overline{BC} = \{Y\}$ y $l_{CA} \cap \overline{CA} = \{Z\}$ entonces X, Y, Z son colineales.