TEORÍA DE GRÁFICAS

2020-2 (17 junio 2020)

EXAMEN FINAL

INSTRUCCIONES:

- Justificar y argumentar todos los resultados que se realicen.
- Resolver y enviar por correo electrónico, en formato *PDF*, a ambos profesores los siguientes ejercicios resueltos.
- La fecha límite de envío del **Examen Final** es el

  Miércoles 17 de junio de 2020 a las 16:00 horas

  No se considerará a revisión cualquier archivo que se envíe como **Examen Final** después de esta fecha y horario.

---

1. Sea $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, considerar las siguientes gráficas:
   - $Q_n = (V(Q_n), A(Q_n))$ donde $X = \{0, 1\}$ y
     - $V(Q_n) = X^n$
     - $\{x, y\} \in A(Q_n) \Leftrightarrow x$ difiere de y en exactamente una coordenada.
   - $B_n = (V(B_n), A(B_n))$ donde $X = \{m \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \mid 1 \leq m \leq n\}$ y
     - $V(B_n) = \wp(X)$
     - $\{x, y\} \in A(B_n) \Leftrightarrow |x \triangle y| = 1$.[1]

   a) Demostrar que para cualquier $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, $Q_n \cong B_n$.

   b) Determinar el orden y el tamaño de Q_n para toda $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

   c) Demostrar que para toda $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ se tiene que B_n es bipartita.

2. Demostrar que toda gráfica autocomplementaria con $4k + 1$ vértices tiene un vértice de grado $2k$.
3. Demostrar que si $v \in V(G)$ es vértice de corte en G entonces v no es vértice de corte en $\overline{G}$.
4. Demostrar que si G es un árbol entonces tiene un centro o dos centros que son adyacentes[2].
5. Demostrar que si G es una gráfica 3-regular entonces $\kappa(G) = \lambda(G)$.

---

[1] $x \triangle y = (x \setminus y) \cup (y \setminus x)$

[2] Sea G una gráfica. Definimos, para cualquier $v \in V(G)$, $\mathbb{A}_v = \{k \in \mathbb{N} \mid k = d_G(v, x)$ con $x \in V(G)\}$ y sea $a_v = \text{máx}(\mathbb{A}_v)$.
$v \in V(G)$ es un **centro de** G si y solamente si v es un vértice que satisface con ser el vértice de G que representa al $\text{mín}(\{a_v \in \mathbb{N} \mid v \in V(G)\})$