UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

77.6691

EXAMEN: Problemas Expuestos en Clase

PROFESOR:

MATERIA: Geometria Moderna II

NOMBRE DEL ALUMNO: Christian Giovanni Mora Gonzalez

10

1. DEMOSTRAR QUE

a) UN PAR DE PUNTOS CONJUGADOS CON RESPECTO DE $\mathcal{C}(P, p)$ ENTONCES SUS POLARES SON RECTAS CONJUGADAS RESPECTO A $\mathcal{C}(P, p)$

b) UN PAR DE RECTAS SON CONJUGADAS RESPECTO A $\mathcal{C}(P, p)$, ENTONCES SUS POLOS SON PUNTOS CONJUGADOS RESPECTO A $\mathcal{C}(P, p)$.

Dem. Consideraremos a X el polo de x & x la polar de X con $x \in \{a, b\}$ y $X \in \{A, B\}$

(a) Sean A & B un par de puntos conjugados respecto a $\mathcal{C}(P, p)$

$\Rightarrow \quad a \ni B \quad \& \quad b \ni A$

Pero sabemos que dos rectas son conjugadas si el polo de cada una cota en la otra

$\therefore$ a & b son rectas conjugadas. Pues A que es el polo de a pertenece a b y B que es el polo de b pertenece a a (por hip) ✓

(b) Sean a & b un par de rectas conjugadas respecto a $\mathcal{C}(P, p)$

$\Rightarrow \quad A \in b \quad \& \quad B \in a$

Como a que es la polar de A incide en B por el Teorema Fundamental la polar de B que es b pasa por A

$\therefore$ A y B son un par de puntos conjugados pues la polar de uno pasa por el otro ✓

7.5 ~~10.~~ SEA $\mathcal{C}(P,\rho)$ Y A UN PUNTO EN EL PLANO TAL QUE $\rho \leq |PA|$. CONSTRUIR LAS TANGENTES A $\mathcal{C}(P,\rho)$ POR A CON EL USO DE ÚNICAMENTE REGLA

Con base en el ejercicio 9 el cual pide construir la polar de un punto respecto a una circunferencia con el uso de únicamente regla, trazamos la polar de A.

Caso 1: $|AP| > \rho$: la polar es una recta que corta en dos punto a la circunferencia $\mathcal{C}(P,\rho)$.

Sean $\{R,S\} = a \cap \mathcal{C}(P,\rho)$, $\{R,S\} \in \mathcal{C}(P,\rho)$

Ahora, trazamos las polares de R y S (con el uso de regla (ej 9.)). ¿Lo necesitas?

Pero $\{R,S\} \in \mathcal{C}(P,\rho)$

$\Rightarrow$ las polares de R & S serán un par de rectas tangentes a $\mathcal{C}(P,\rho)$ por R y S; r y s respectivamente.

¿es necesario?

Notemos que $\{R,S\} \in a$, entonces, por el teorema fundamental

$A \in r$ y $A \in s$

$\Rightarrow$ $\overline{AR} = r$ & $\overline{AS} = s$

Pero r y s son tangentes a $\mathcal{C}(P,\rho)$ y r, s pasan por A

$\therefore$ r y s son tangentes a $\mathcal{C}(P,\rho)$ por A ✓

Caso 2: $|AP| = \rho$

$\Rightarrow A \in \mathcal{C}(P,\rho)$

¿Cómo la construyes?

Pero ya sabemos que la polar de un punto que esta sobre la circunferencia es una recta tangente a $\mathcal{C}(P,\rho)$ y es solo una

$\therefore$ a es la recta tangente a $\mathcal{C}(P,\rho)$ ✓