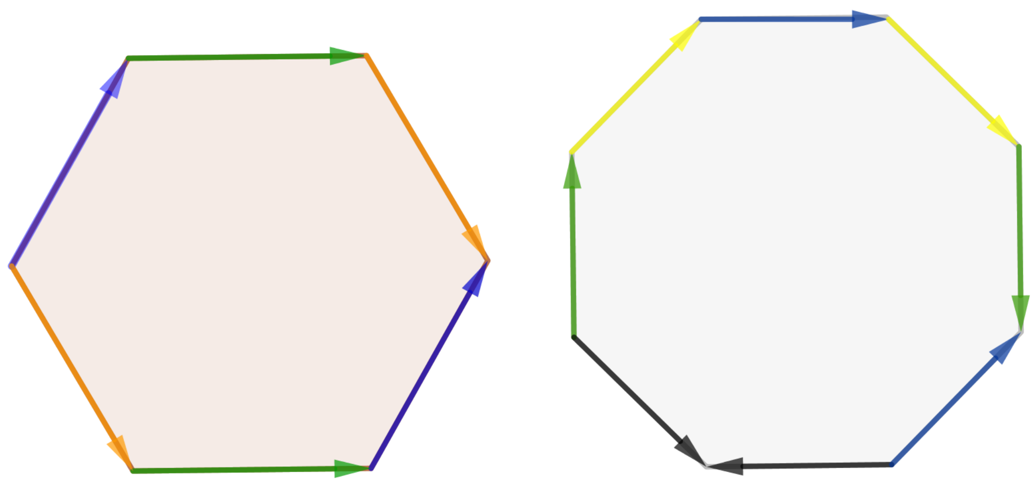
## Guia de ejercicios para la evaluación del segundo parcial

### EVALUACIÓN PARCIAL 02
### -OCTUBREE-2018
### De 16:00 a 17:00 HORAS - Salón P-204

1. Demuesta que si la suma de dos superficies es una esfera, entonces las dos superficies son esferas. ¿Puedes mostrar que si el toro o el plano proyectivo son la suma conexa de dos superficies, una de ellas debe ser una esfera?.

2. ¿Qué superficies son estas?



3. Demuestrar que la suma conexa es asociativa y conmutativa.

4. Demostrar que si dos superficies compactas no son homeomorfas entonces sin importar cuantos discos topológicos se les hagan a las superficies, estas no pueden ser homeomorfas.

5. Demostrar que para cada superficie $S$ no orientable existe una curva $c \subset S$ cerrada tal que $S - c$ es una superficie orientable.

6. Sean $X, Y$ dos espacios topológicos. Definimos $M(X,Y) = \{f : X \to Y | f$ es continua$\}$. Demuestrar que $\simeq$ es una relación que cumple lo siguiente:

   - Si $f \in M(X,Y)$ entonces $f \simeq f$ ($\simeq$ es Reflexiva).
   - Si $\{f, g\} \subset M(X,Y)$ tal que $f \simeq g$ entonces $g \simeq f$ ($\simeq$ es Simetrica).
   - Si $\{f, g, h\} \subset M(X,Y)$ tal que $f \simeq g$, $g \simeq h$ entonces $f \simeq h$ ($\simeq$ es Transitiva).

7. Sea $X$ un espacio topológico. Demostrar que $X$ es contraible si y solamente si para cualquier $x \in X$, $X$ es homotopicamente equivalente a {x}.

8. Sean $X$, $Y$, $Z$ espacios topológicos. Demostrar que si $X$ es contraible entonces para cualesquiera $f : Z \to X$ y $g : X \to Y$ continuas son nulhomotópicas.

9. Sea $X$ un espacio topológico. Demostrar que si $X$ es contraible entonces es conectable por trayectorias.

10. Demostrar que si $f, g : X \to \mathbb{S}^2$ son continuas tales que $\forall x \in X$, $f(x) \neq -g(x)$ entonces $f \simeq g$.

11. Sea $X$ un espacio topológico,$\{x_0, x_1\} \subset X$. Si $f, g : I \to X$ son dos trayectorias con $f(0) = g(0) = x_0$ y $f(1) = g(1) = x_1$ tal que $f \simeq g$ entonces $\hat{f} \simeq \hat{g}$, donde $\hat{f}(t) = f(1-t)\,\forall t \in I$

12. Sean $X$ un espacio topólogico simplemente conexo y $\{x_0, x_1\} \subset X$. Demostrar que si $f, g : I \to X$ son dos trayectorias con $f(0) = g(0) = x_0$ y $f(1) = g(1) = x_1$ entonces $f \simeq g$.