

## Guía de ejercicios para al Evaluación Parcial 01

**FECHA DE EXAMEN PARCIAL 01**  
**VIERNES 28-FEBRERO-2020**  
**De 09:00 a 10:00 HORAS - Salón P-118**

**Instrucciones:** La siguiente lista que fungirá como guía para el examen parcial, se recomienda resolver todos los ejercicios de la misma.

### LISTA DE EJERCICIOS

1. Sea  $G(V(G), A(G))$  y  $H = (V(H), A(H))$  gráficas.  
 Demostrar que la relación  $G \sim H$  si y solamente si  $G \cong H$ , es una relación de equivalencia.
2. ¿Cuántas gráficas distintas de orden cuatro existen salvo isomorfismo?
3. Demostrar que, salvo isomorfismo, para cualquier  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  la gráfica completa de orden  $n$  es única.<sup>1</sup>
4. Demostrar que, salvo isomorfismo, para cualquier  $\{n, m\} \subseteq \mathbb{N} \setminus \{0\}$  si  $|X| = n$  y  $|Y| = m$  entonces la gráfica bipartita completa  $G[X, Y]$  es única.<sup>2</sup>
5. Demuestra que todo camino con extremos  $x$  y  $y$  contiene una trayectoria con extremos  $x$  y  $y$ .
6. ¿Qué relación existe entre  $K_1$  y  $K_{1,1}$ ?
7. Demostrar que en toda gráfica se cumple que  $|A(G)| \leq \binom{|V(G)|}{2}$ . ¿En qué caso se da la igualdad?
8. Considerar a  $G[X, Y]$  para demostrar que:
  - $|A(G[X, Y])| \leq |X||Y|$ .
  - $4|A(G[X, Y])| \leq |V(G[X, Y])|^2$ .
  - ¿En qué caso se cumple que  $4|A(G[X, Y])| = |V(G[X, Y])|^2$ ?
9. Sea  $G$  una gráfica. Considerar lo siguiente:
  - $\delta(G) := \min(\{d_G(x) \in \mathbb{N} \cup \{0\} \mid x \in V(G)\})$ <sup>3</sup>
  - $\Delta(G) := \max(\{d_G(x) \in \mathbb{N} \cup \{0\} \mid x \in V(G)\})$ <sup>4</sup>
 Demostrar que
 
$$\delta(G) \leq \frac{2|A(G)|}{|V(G)|} \leq \Delta(G)$$
10. Demostrar que para una gráfica  $G$  las siguientes son equivalentes:
  - $G$  es conexa.
  - Para cualquier  $\{x, y\} \subset V(G)$  con  $x \neq y$  existe una trayectoria con extremos  $x$  y  $y$ .
  - Existe un camino cerrado en  $G$  que contiene a todos los vértices y a todas las aristas de  $G$ .
- 11.

<sup>1</sup>Por ello, a la gráfica completa de orden  $n$  la denotaremos como  $K_n$ .

<sup>2</sup>Por ello, a la gráfica bipartita completa  $G[X, Y]$  la denotaremos como  $K_{|X|, |Y|}$ .

<sup>3</sup>A  $\delta(G)$  se le conoce como el **grado mínimo** de  $G$ .

<sup>4</sup>A  $\Delta(G)$  se le conoce como el **grado máximo** de  $G$ .