EXAMEN PARCIAL 04

INSTRUCCIONES: Justificar y argumentar todos los resultados que se realicen. Resolver únicamente cuatro ejercicios, de entregar más de cuatro ejercicios se anulará el ejercicio de mayor puntaje.

1. Sea$\triangle ABC$. Demostrar que si $P \in \overline{AB}$, $Q \in \overline{AC}$, $\overline{PQ}$ es paralela a $\overline{BC}$ y $\overline{BQ} \cap \overline{CP} = \{O\}$ entonces $\overline{AO}$ es una mediana del $\triangle ABC$.

2. Sea {A,B,C,D} cuatro puntos que por tercias no están en la misma recta. Demostrar que si $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ y $\overline{DA}$ son cuatro rectas no concurrentes y son cortadas por una recta l con la propiedad de que $\{A, B, C, D\} \cap l = \emptyset$ en los puntos $\overline{AB} \cap l = \{P\}$, $\overline{BC} \cap l = \{Q\}$, $\overline{CD} \cap l = \{R\}$ y $\overline{DA} \cap l = \{S\}$ entonces
$$\frac{AP}{PB} \cdot \frac{BQ}{QC} \cdot \frac{CR}{RD} \cdot \frac{DS}{SA} = 1$$

3. Demostrar que si $\mathcal{C}(I, r)$ es la circunferencia inscrita del $\triangle ABC$ y $\mathcal{C} \cap \overline{BC} = \{P\}$, $\mathcal{C} \cap \overline{CA} = \{Q\}$ y $\mathcal{C} \cap \overline{AB} = \{R\}$ entonces $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ y $\overline{CR}$ son concurrentes.

4. Sea $\mathcal{C}$ una circunferencia y $\{, B, C, D, E, F\} \subset \mathcal{C}$ ordenados (levogiramente o dextrogiramente). Demostrar que la interseccion de los lados opuestos de henagono inscrito son tres puntos colineales.**Sugerencia**: Considerar a $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{P\}$, $\overline{CD} \cap \overline{EF} = \{Q\}$ y $\overline{EF} \cap \overline{AB} = \{R\}$.

5. Usando unicamente regla, encontrar la recta que une a un punto P del plano con la interseccion de dos rectas dadas sin usar el punto de interseccion.