GEOMETRÍA MODERNA I

2019-1 (23 noviembre 2018)

EXAMEN PARCIAL 05

INSTRUCCIONES: Justificar y argumentar todos los resultados que se realicen. Resolver únicamente cinco ejercicios, de entregar más de cinco ejercicios se anulará el ejercicio de mayor puntaje.

1. Demostrar que si l y m son dos rectas distintas en el plano, $\{A, C, E\} \subseteq l$ distintos, $\{B, D, E\} \subseteq m$ distintos y $\overline{AB} \cap \overline{DE} = \{P\}$, $\overline{BC} \cap \overline{EF} = \{Q\}$, $\overline{CD} \cap \overline{AF} = \{R\}$ entonces $\{P, Q, R\}$ es un conjunto de puntos colineales.

2. Demostrar que si $\zeta(O, r)$ es la circunferencia que inscribe al cuadrado $\square ABCD$ (con los vértices ordenados levógira o dextrógiramente sobre la circunferencia) entonces para cualquier $P \in \zeta(O, r) \setminus \{A, B, C, D\}$ se tiene que $P(\overline{PA}, \overline{PC}; \overline{PB}, \overline{PD})$.

3. Demostrar que cada unos de los triángulos formados por tres de los cuatro lados de un cuadrilátero completo está en perspectiva con el triángulo diagonal del cuadrilátero.

4. Construir un cuadrángulo completo que tenga un triángulo dado como triángulo diagonal.

5. Sea $\square ABCD$ un cuadrángulo.

   Demostrar que existe $\zeta(O, r)$ tal que $\{A, B, C, D\} \subseteq \zeta(O, r)$ si y solo si $AD \cdot BC + AB \cdot CD = AC \cdot BD$.

6. Sean $\triangle ABC$, $\zeta(O, r)$ la circunferencia que lo inscribe y $P \in \zeta(O, r) \setminus \{A, B, C\}$. Demostrar que si l_{XY} es la recta ortogonal a $\overline{XY}$ incidente en P con $\{X, Y\} \subseteq \{A, B, C\}$ y $X \neq Y$ y $l_{AB} \cap \overline{AB} = \{Q\}$, $l_{BC} \cap \overline{BC} = \{R\}$, $l_{AC} \cap \overline{AC} = \{S\}$ entonces $\{Q, R, S\}$ es un conjunto de puntos colineales.