GEOMETRÍA MODERNA I

2019-1 (21 noviembre 2018)

EXAMEN PARCIAL 04

INSTRUCCIONES: Justificar y argumentar todos los resultados que se realicen. Resolver únicamente cuatro ejercicios, de entregar más de cuatro ejercicios se anulará el ejercicio de mayor puntaje.

1. Sean l y m un par de rectas paralelas distintas. Encontrar el punto medio de A y B para cualquier $\{A, B\} \subseteq l$ con el uso de solamente regla.

2. Demostrar que dado $\triangle ABC$ si $P \in \overline{BC}$, $Q \in \overline{CA}$, $R \in \overline{AB}$ tales que $\overline{AP} \cap \overline{BQ} \cap \overline{CR} = \{O\}$ y $\overline{QR} \cap \overline{BC} = \{D\}$, $\overline{RP} \cap \overline{CA} = \{E\}$ y $\overline{PQ} \cap \overline{AB} = \{F\}$ entonces D, E y F son colineales.

3. Demostrar que si $\zeta(I, r)$ es la circunferencia inscrita al $\triangle ABC$ y $\zeta(I, r) \cap \overline{BC} = \{P\}$, $\zeta(I, r) \cap \overline{CA} = \{Q\}$ y $\zeta(I, r) \cap \overline{AB} = \{R\}$ entonces $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ y $\overline{CR}$ son rectas concurrentes.

4. Sean $\triangle ABC$ y $\zeta(R, r)$ una circunferencia tal que $\zeta(R, r) \cap \overline{BC} = \{P, P'\}$, $\zeta(R, r) \cap \overline{CA} = \{Q, Q'\}$, $\zeta(R, r) \cap \overline{AB} = \{R, R'\}$. Si $\overline{AP} \cap \overline{BQ} \cap \overline{CR} \neq \emptyset$ entonces $\overline{AP'} \cap \overline{BQ'} \cap \overline{CR'} \neq \emptyset$

5. Sea $\zeta(O, r)$ una circunferencia y $\{A, B, C, D, E, F\} \subseteq \zeta(O, r)$ ordenados sobre ella (levógiramente o dextrógiramente). Demostrar que la intersección de los lados opuestos de hexágono $ABCDEF$ inscrito en $\zeta(O, r)$ son tres puntos colineales.

   Sugerencia: Considerar a $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{P\}$, $\overline{CD} \cap \overline{EF} = \{Q\}$ y $\overline{EF} \cap \overline{AB} = \{R\}$.

6. Encontrar la recta que contiene a un punto P del plano y al punto de intersección de dos rectas dadas sin tener acceso al punto de intersección con el uso de solamente regla.

GEOMETRÍA MODERNA I

2019-1 (21 noviembre 2018)

EXAMEN PARCIAL 04

INSTRUCCIONES: Justificar y argumentar todos los resultados que se realicen. Resolver únicamente cuatro ejercicios, de entregar más de cuatro ejercicios se anulará el ejercicio de mayor puntaje.

1. Sean l y m un par de rectas paralelas distintas. Encontrar el punto medio de A y B para cualquier $\{A, B\} \subseteq l$ con el uso de solamente regla.

2. Demostrar que dado $\triangle ABC$ si $P \in \overline{BC}$, $Q \in \overline{CA}$, $R \in \overline{AB}$ tales que $\overline{AP} \cap \overline{BQ} \cap \overline{CR} = \{O\}$ y $\overline{QR} \cap \overline{BC} = \{D\}$, $\overline{RP} \cap \overline{CA} = \{E\}$ y $\overline{PQ} \cap \overline{AB} = \{F\}$ entonces D, E y F son colineales.

3. Demostrar que si $\zeta(I, r)$ es la circunferencia inscrita al $\triangle ABC$ y $\zeta(I, r) \cap \overline{BC} = \{P\}$, $\zeta(I, r) \cap \overline{CA} = \{Q\}$ y $\zeta(I, r) \cap \overline{AB} = \{R\}$ entonces $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ y $\overline{CR}$ son rectas concurrentes.

4. Sean $\triangle ABC$ y $\zeta(R, r)$ una circunferencia tal que $\zeta(R, r) \cap \overline{BC} = \{P, P'\}$, $\zeta(R, r) \cap \overline{CA} = \{Q, Q'\}$, $\zeta(R, r) \cap \overline{AB} = \{R, R'\}$. Si $\overline{AP} \cap \overline{BQ} \cap \overline{CR} \neq \emptyset$ entonces $\overline{AP'} \cap \overline{BQ'} \cap \overline{CR'} \neq \emptyset$

5. Sea $\zeta(O, r)$ una circunferencia y $\{A, B, C, D, E, F\} \subseteq \zeta(O, r)$ ordenados sobre ella (levógiramente o dextrógiramente). Demostrar que la intersección de los lados opuestos de hexágono $ABCDEF$ inscrito en $\zeta(O, r)$ son tres puntos colineales.

   Sugerencia: Considerar a $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{P\}$, $\overline{CD} \cap \overline{EF} = \{Q\}$ y $\overline{EF} \cap \overline{AB} = \{R\}$.

6. Encontrar la recta que contiene a un punto P del plano y al punto de intersección de dos rectas dadas sin tener acceso al punto de intersección con el uso de solamente regla.