TEORÍA DE GRÁFICAS

MARZO 2020

TAREA

INSTRUCCIONES:

- Justificar y argumentar todos los resultados que se realicen

---

1. Sea G una gráfica. Si para todo $v \in V(G)$ se tiene que $d_G(v) \geq 2$ entonces G contiene un ciclo.
2. Sea G una gráfica. Si G es un bloque tal que $|V(G)| \geq 3$ y $\{u, v\} \subset V(G)$ tal que $v \neq u$. Dada T_{uv} una trayectoria con extremos u y v en G. ¿Siempre existe una trayectoria T^*_{uv} con extremos u y v tal que sea ajena a T_{uv} excepto en los vértices u y v?
3. Sea G una gráfica con cuatro bloques tal que $V(G) = \{v_1, v_2, \ldots, v_8\}$. Supongamos que todo v_i $1 \leq i \leq 6$ está en exactamente en un bloque y que v_7 y v_8 pertenecen exactamente a dos bloques. Demostrar que G es disconexa.
4. Sean G una gráfica y $v \in V(G)$. Si v es vértice de corte en G, entonces v no es vertice de corte en $\overline{G}$
5. Sea G una gráfica conexa con uno o más vértices de corte. Demostrar que G contiene por lo menos dos bloques, cada uno de los cuales contiene exactamente un vértice de corte de G. (Los bloques de una gráfica que contienen exactamente un vértice de corte de dicha gráfica se llaman BLOQUES TERMINALES de G).
6. Sea G una gráfica conexa con al menos un vértice de corte. Demuestra que G contiene un vértice de corte v con la propiedad de que, con a lo más una excepción, todos los bloques que contienen a v son bloques terminales.
7. Sea G es una gráfica. Si G no tiene ciclos pares, entonces todo bloque de G es K_2 o un ciclo impar.
8. Sea G una gráfica. Demuestra que el número de bloques de una gráfica G es igual a $c(G) + \sum_{v \in V(G)}(b(v) - 1)$ donde $b(v)$ es el número de bloques de G que contienen a v.
9. Sea G una gráfica. Demuestra que si G es conexa tal que tiene exactament dos vértices que no son de corte entonces G es una trayectoria.
10. Sea G es una gráfica. Demuestra que si $a \in A(G)$, entonces

$$c(G) \leq c(G \backslash \{a\}) \leq c(G) + 1$$