GEOMETRÍA MODERNA I

2019-1 (23 noviembre 2018)

EXAMEN PARCIAL 05

INSTRUCCIONES: Justificar y argumentar todos los resultados que se realicen. Resolver únicamente cinco ejercicios, de entregar más de cinco ejercicios se anulará el ejercicio de mayor puntaje.

1. Sean l y m dos rectas distintas en el plano $A, C, E \subset l$ distintos y $\{B, D, E\} \subset m$ distintos, $\overline{AB} \cap \overline{DE} = \{P\}$, $\overline{BC} \cap \overline{EF} = \{Q\}$, $\overline{CD} \cap \overline{AF} = \{R\}$. Demostrar que P, Q, R son colineales.

2. Demostrar que si $\zeta(O, r)$ es la circunferencia en la que se inscribe el cuadrado $\square ABCD$ (con los vértices ordenados levógiramente o dextrógiramente) entonces para cualquier $P \in \zeta(O, r) \backslash \{A, B, C, D\}$ se tiene que $P(\overline{PA}, \overline{PC}; \overline{PB}, \overline{PD}$.

3. Demostrar que cada unos de los triángulos formados por tres de las cutro rectas de un cuadrilátero completo está en perspectiva con el triángulo diagonal del cuadrilátero.

4. Contruir un cuadrángulo completo que tenga un triángulo dado como triángulo diagonal.

5. Sea $\square ABCD$ un cuadrángulo. Demostrar que existe una $\zeta(O, r)$ tal que $\{A, B; C; D\} \subset \zeta(O, r)$ si y solo si $AD.BC + AB.CD = AC.BD$

6. Sea $\triangle ABC$ un triángulo, $\zeta(O, r)$ la circunferencia que lo inscribe y $P \in \zeta(O, r) \backslash \{A, B, C\}$.Consideremos l_{XY} la recta ortogonal a $\overline{RS}$ incidente en P con $\{R, S\} \subset \{A, B, C\}$ con $R \neq S$. Demostrar que si $l_{AB} \cap \overline{AB} = \{X\}$, $l_{BC} \cap \overline{BC} = \{Y\}$, $l_{AC} \cap \overline{AC} = \{Z\}$ entonces X, Y, Z son colineales.