Niech $\mathrm{Store} = \mathrm{Var} \rightharpoonup_{\mathrm{fin}} \mathrm{Val}$, $\mathrm{Val} = \mathbb{Z}$, zaś $\mathrm{Exn} = \{\mathfrak{E}, \mathfrak{B}\}$.

Zakładam, że dana jest funkcja $\mathcal{E} : \mathrm{Expr} \to \mathrm{Store} \rightharpoonup \mathrm{Val}$ oraz funkcja $\mathcal{B} : \mathrm{BExpr} \to \mathrm{Store} \to \{\top, \bot\}$.

Przyjmę, że pojawienie się instrukcji **break** poza pętlą, lub instrukcji **escape** przerywającej wszystkie pętle ma niezdefiniowane zachowanie (tj. nie określam semantyki takiego programu, można to traktować jako przerwanie obliczeń).

1 Semantyka dużych kroków

Relacja przejścia jest postaci:

$$\to \subseteq (\mathrm{BExpr} \sqcup \{\bot\}) \times \mathrm{Store} \times \mathrm{Instr} \times (\mathrm{Store} \sqcup (\mathrm{Store} \times \mathrm{Exn}))$$

Intuicyjnie: na „wejściu” mamy dany warunek logiczny sterujący najbardziej wewnętrzną pętlą, w której znajduje się aktualnie przetwarzana instrukcja (lub $\bot$ jeśli takiej nie ma), zaś w wyniku możemy zwrócić albo stan (jeśli nie doszło do przerwania żadnej pętli), albo podnieść „wyjątek” przerywający (przynajmniej) skrajnie wewnętrzną pętlę: $\mathfrak{E}$ oznaczający, że doszło do pomyślnego wykonania instrukcji **escape**, lub $\mathfrak{B}$, że doszło do pomyślnego wykonania instrukcji **break**.

Wartość z $\mathrm{BExpr} \sqcup \{\bot\}$ będę zapisywał jako kontekst, tj. po lewej stronie znaku $\vdash$.

W poniższych regułach, jeśli po prawej stronie strzałki występuje r, to znaczy, że jest to element $\mathrm{Store} \sqcup (\mathrm{Store} \times \mathrm{Exn})$, tj. nie precyzuję, czy wykonanie zakończyło się breakiem, escapem czy normalnie.

$$\text{SKIP}\,\frac{}{c \vdash s, \mathbf{skip} \to s}$$

$$\text{ASSIGN}\,\frac{}{c \vdash s, x := e \to s\,[x \to \mathcal{E}[\![e]\!]s]}$$

$$\text{COMP}\,\frac{c \vdash s, I_1 \to s' \qquad s' \in \mathrm{Store} \qquad c \vdash s', I_2 \to r}{c \vdash s, I_1; I_2 \to r}$$

$$\text{COMP-EXN}\,\frac{c \vdash s, I_1 \to s', e}{c \vdash s, I_1; I_2 \to s', e}$$

$$\text{IF-TRUE}\,\frac{\mathcal{B}[\![b]\!]s = \top \qquad c \vdash s, I_1 \to r}{c \vdash s, \mathbf{if}\ b\ \mathbf{then}\ I_1\ \mathbf{else}\ I_2 \to r}$$

$$\text{IF-FALSE}\,\frac{\mathcal{B}[\![b]\!]s = \bot \qquad c \vdash s, I_2 \to r}{c \vdash s, \mathbf{if}\ b\ \mathbf{then}\ I_1\ \mathbf{else}\ I_2 \to r}$$

$$\text{REPEAT-BREAK}\,\frac{b \vdash s, I \to s', \mathfrak{B}}{c \vdash s, \mathbf{repeat}\ I\ \mathbf{until}\ b \to s'}$$

$$\text{REPEAT-ESCAPE}\,\frac{b \vdash s, I \to s', \mathfrak{E} \qquad c \vdash s', \mathbf{escape} \to r}{c \vdash s, \mathbf{repeat}\ I\ \mathbf{until}\ b \to r}$$

(oczywiście można powyższą regułę rozpisać na dwie, w zależności, jaką wartość przyjmuje c, lecz chyba odwołanie się do semantyki **escape** jest czytelniejsze)

$$\text{REPEAT}\,\frac{b \vdash s, I \to s' \qquad s' \in \mathrm{Store} \qquad c \vdash s', \mathbf{repeat}\ I\ \mathbf{until}\ b \to r}{c \vdash s, \mathbf{repeat}\ I\ \mathbf{until}\ b \to r}$$

$$\text{ESCAPE-TRUE}\,\frac{c \in \mathrm{BExpr} \qquad \mathcal{B}[\![c]\!]s = \top}{c \vdash s, \mathbf{escape} \to s, \mathfrak{E}}$$

$$\text{BREAK-TRUE}\,\frac{c \in \mathrm{BExpr} \qquad \mathcal{B}[\![c]\!]s = \top}{c \vdash s, \mathbf{break} \to s, \mathfrak{B}}$$

$$\text{ESCAPE-FALSE}\,\frac{c \in \mathrm{BExpr} \qquad \mathcal{B}[\![c]\!]s = \bot}{c \vdash s, \mathbf{escape} \to s}$$

$$\text{BREAK-FALSE}\,\frac{c \in \mathrm{BExpr} \qquad \mathcal{B}[\![c]\!]s = \bot}{c \vdash s, \mathbf{break} \to s}$$

2 Semantyka małych kroków

Niech EInstr = I | **await** b **in** I | **forever** I będzie rozszerzeniem zbioru instrukcji. Oczywiście zakładam, że programista nie ma dostępu do instrukcji **await** · **in** ani instrukcji **forever**. Zakładane znaczenie tych instrukcji jest takie, że **forever** jest pętlą nieskończoną, zaś **await** · **in** podaje warunek, który będzie sprawdzany przy **break** lub **escape**.

Relacja przejścia jest postaci:

$$\Rightarrow \subseteq (\mathrm{BExpr} \sqcup \{\bot\}) \times \mathrm{Store} \times \mathrm{EInstr} \times (\mathrm{Store} \sqcup (\mathrm{Store} \times \mathrm{EInstr}) \sqcup (\mathrm{Store} \times \mathrm{Exn}))$$

Wartość z $\mathrm{BExpr} \sqcup \{\bot\}$ będę zapisywał jako kontekst, tj. po lewej stronie znaku $\vdash$.

$$\text{SKIP}\;\frac{}{c \vdash s, \mathbf{skip} \Rightarrow s}$$

$$\text{ASSIGN}\;\frac{}{c \vdash s, x := e \Rightarrow s[x \to \mathcal{E}[\![e]\!]s]}$$

$$\text{COMP1}\;\frac{c \vdash s, I_1 \Rightarrow s', I_1' \qquad I_1' \in \mathrm{EInstr}}{c \vdash s, I_1; I_2 \Rightarrow s', I_1'; I_2}$$

$$\text{COMP2}\;\frac{c \vdash s, I_1 \Rightarrow s'}{c \vdash s, I_1; I_2 \Rightarrow s', I_2}$$

$$\text{COMP3}\;\frac{c \vdash s, I_1 \Rightarrow s', e \qquad e \in \mathrm{Exn}}{c \vdash s, I_1; I_2 \Rightarrow s', e}$$

$$\text{IF-TRUE}\;\frac{\mathcal{B}[\![b]\!]s = \top}{c \vdash s, \mathbf{if}\ b\ \mathbf{then}\ I_1\ \mathbf{else}\ I_2 \Rightarrow s, I_1}$$

$$\text{IF-FALSE}\;\frac{\mathcal{B}[\![b]\!]s = \bot}{c \vdash s, \mathbf{if}\ b\ \mathbf{then}\ I_1\ \mathbf{else}\ I_2 \Rightarrow s, I_2}$$

$$\text{REPEAT}\;\frac{}{c \vdash s, \mathbf{repeat}\ I\ \mathbf{until}\ b \Rightarrow s, \mathbf{await}\ b\ \mathbf{in}\ (\mathbf{forever}\ I)}$$

$$\text{FOREVER}\;\frac{}{c \vdash s, \mathbf{forever}\ I \Rightarrow s, I; \mathbf{forever}\ I}$$

$$\text{AWAIT}\;\frac{b \vdash s, I \Rightarrow s', I'}{c \vdash s, \mathbf{await}\ b\ \mathbf{in}\ I \Rightarrow s', \mathbf{await}\ b\ \mathbf{in}\ I'}$$

$$\text{AWAIT-BREAK}\;\frac{b \vdash s, I \Rightarrow s', \mathfrak{B}}{c \vdash s, \mathbf{await}\ b\ \mathbf{in}\ I \Rightarrow s'}$$

$$\text{AWAIT-ESCAPE}\;\frac{b \vdash s, I \Rightarrow s', \mathfrak{E}}{c \vdash s, \mathbf{await}\ b\ \mathbf{in}\ I \Rightarrow s', \mathbf{escape}}$$

$$\text{BREAK-TRUE}\;\frac{c \in \mathrm{BExpr} \qquad \mathcal{B}[\![c]\!]s = \top}{c \vdash s, \mathbf{break} \Rightarrow s, \mathfrak{B}}$$

$$\text{BREAK-FALSE}\;\frac{c \in \mathrm{BExpr} \qquad \mathcal{B}[\![c]\!]s = \bot}{c \vdash s, \mathbf{break} \Rightarrow s}$$

$$\text{ESCAPE-TRUE}\;\frac{c \in \mathrm{BExpr} \qquad \mathcal{B}[\![c]\!]s = \top}{c \vdash s, \mathbf{escape} \Rightarrow s, \mathfrak{E}}$$

$$\text{ESCAPE-FALSE}\;\frac{c \in \mathrm{BExpr} \qquad \mathcal{B}[\![c]\!]s = \bot}{c \vdash s, \mathbf{escape} \Rightarrow s}$$

3 Semantyka małych kroków (ciekawsze rozwiązanie)

Przedstawię jeszcze inne rozwiązanie, o innym podejściu (innym też od przykładowych rozwiązań z zeszłych lat, więc chyba mniej standardowym, choć moim zdaniem bliższym wizji operacji prawie wyłącznie na tekście programu).

Rozszerzmy składnię jak poprzednio, przy czym teraz relacja przejścia jest postaci:

$$\Rightarrow \subseteq \text{Store} \times \text{EInstr} \times (\text{Store} \sqcup (\text{Store} \times \text{EInstr}))$$

Ideą rozwiązania jest to, że nie opisuję nigdzie semantyki instrukcji **break** ani **escape**, w związku z tym nie jest konieczne przekazywanie ani warunku logicznego ani informacji o tym, czy nastąpiło **break**/**escape**. W zamian za to określę jedynie w regułach AWAIT-BREAK-TRUE, AWAIT-BREAK-FALSE, AWAIT-ESCAPE-TRUE i AWAIT-ESCAPE-FALSE znaczenie odpowiednich instrukcji **break** i **escape** jeśli te znajdują się jako pierwsza instrukcja wewnątrz **await**. W związku z tym zakładam odpowiednie nawiasowanie średników, tzn. że np. napis **break**; I reprezentuje dowolny ciąg instrukcji rozpoczynający się **break**.

$$\text{SKIP}\ \frac{}{s, \mathbf{skip} \Rightarrow s}$$

$$\text{ASSIGN}\ \frac{}{s, x := e \Rightarrow s\,[x \to \mathcal{E}[\![e]\!]s]}$$

$$\text{COMP1}\ \frac{s, I_1 \Rightarrow s', I_1'}{s, I_1; I_2 \Rightarrow s', I_1'; I_2}$$

$$\text{COMP2}\ \frac{s, I_1 \Rightarrow s'}{s, I_1; I_2 \Rightarrow s', I_2}$$

$$\text{IF-TRUE}\ \frac{\mathcal{B}[\![b]\!]s = \top}{s, \mathbf{if}\ b\ \mathbf{then}\ I_1\ \mathbf{else}\ I_2 \Rightarrow s, I_1}$$

$$\text{IF-FALSE}\ \frac{\mathcal{B}[\![b]\!]s = \bot}{s, \mathbf{if}\ b\ \mathbf{then}\ I_1\ \mathbf{else}\ I_2 \Rightarrow s, I_2}$$

$$\text{REPEAT}\ \frac{}{s, \mathbf{repeat}\ I\ \mathbf{until}\ b \Rightarrow s, \mathbf{await}\ b\ \mathbf{in}\ (\mathbf{forever}\ I)}$$

$$\text{FOREVER}\ \frac{}{s, \mathbf{forever}\ I \Rightarrow s, I; \mathbf{forever}\ I}$$

$$\text{AWAIT}\ \frac{s, I \Rightarrow s', I'}{s, \mathbf{await}\ b\ \mathbf{in}\ I \Rightarrow s', \mathbf{await}\ b\ \mathbf{in}\ I'}$$

$$\text{AWAIT-BREAK-TRUE}\ \frac{\mathcal{B}[\![b]\!]s = \top}{s, \mathbf{await}\ b\ \mathbf{in}\ (\mathbf{break}; I) \Rightarrow s}$$

$$\text{AWAIT-ESCAPE-TRUE}\ \frac{\mathcal{B}[\![b]\!]s = \top}{s, \mathbf{await}\ b\ \mathbf{in}\ (\mathbf{escape}; I) \Rightarrow s, \mathbf{escape}}$$

$$\text{AWAIT-BREAK-FALSE}\ \frac{\mathcal{B}[\![b]\!]s = \bot}{s, \mathbf{await}\ b\ \mathbf{in}\ (\mathbf{break}; I) \Rightarrow s, \mathbf{await}\ b\ \mathbf{in}\ I}$$

$$\text{AWAIT-ESCAPE-FALSE}\ \frac{\mathcal{B}[\![b]\!]s = \bot}{s, \mathbf{await}\ b\ \mathbf{in}\ (\mathbf{escape}; I) \Rightarrow s, \mathbf{await}\ b\ \mathbf{in}\ I}$$

Warto zauważyć, że jedyny sposób na pojawienie się instrukcji **await** to użycie reguły REPEAT, która umieszcza **forever** jako podinstrukcję. Łatwo widać (przez indukcję po liczbie kroków), że jeśli $s, \mathbf{forever}\ I \Rightarrow^* s', I'$ oraz $I' \neq \mathbf{forever}\ I$, to $I' = I_1; I_2$, w szczególności ostatnią składową ciągu średników będzie samo **forever** I, a zatem nie muszę nadawać semantyki napisowi **await** b **in break** (tj. wiem, że zawsze po **break** będzie średnik) etc.