

Ciągłość funkcji - zadania przykładowe

Zad.1 Zbadać ciągłość funkcji na jej dziedzinie:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \sqrt{9-4x} & \text{dla } x \in (-\infty, 0] \\ \frac{6+5x}{2+x} & \text{dla } x \in (0, +\infty) \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-20}{x^2+5x+4} & \text{dla } x \neq -4 \\ 3 & \text{dla } x = -4 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{12+4x^2}-4}{x-1} & \text{dla } x \neq 1 \\ 1 & \text{dla } x = 1 \end{cases}$$

$$\text{d) } f(x) = \begin{cases} \frac{|x-8|}{x-8} & \text{dla } x \neq 8 \\ 1 & \text{dla } x = 8 \end{cases}$$

$$\text{e) } f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{dla } x < 0 \\ x^2 & \text{dla } 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x^2 & \text{dla } 1 < x \leq 2 \\ \log_{\frac{1}{2}} x & \text{dla } x > 2 \end{cases}$$

$$\text{f) } f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2} & \text{dla } |x| \leq 1 \\ |x-1| & \text{dla } |x| > 1 \end{cases}$$

$$\text{g) } f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} \arctan \frac{1}{x} & \text{dla } x > 0 \\ 0 & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$

$$\text{h) } f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2-x-6|}{x+2} & \text{dla } x \neq -2 \\ 5 & \text{dla } x = -2 \end{cases}$$

Zad.2 Dobrać wartości podanych parametrów tak, aby funkcja f była ciągła na swojej dziedzinie:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} bx+3 & \text{dla } x < \pi \\ \frac{\sin x}{ax} & \text{dla } x \geq \pi \end{cases} \quad a, b$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} 2+e^{\frac{1}{x}} & \text{dla } x < 0 \\ \frac{\sin ax}{x} & \text{dla } x > 0 \\ 2 & \text{dla } x = 0 \end{cases} \quad a$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{x} & \text{dla } x < 0 \\ \frac{x^3-1}{x^2+x-2} & \text{dla } 0 \leq x < 1 \\ c & \text{dla } x = 1 \\ \frac{x^2+(b-1)x-b}{x-1} & \text{dla } x > 1 \end{cases} \quad a, b, c$$

$$\text{d) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} & \text{dla } x \neq 0 \\ a & \text{dla } x = 0 \end{cases}, \quad a$$

$$\text{e) } f(x) = \begin{cases} -2 \sin x & \text{dla } x < -\frac{\pi}{2} \\ a \sin x + b & \text{dla } -\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x & \text{dla } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad a, b$$