

TDE

Prof. Carlos Alberto

Solução - Problemas 2

1. Entre 2010 e 2015 o PIB real passou de 100 para 150. No mesmo período a população passou de 40 para 50. Pergunta: qual foi a taxa anual de variação do PIB per-capita.

$$y^0 = \frac{Y}{L} = \frac{100}{40} = 2,5$$

$$y^1 = \frac{150}{50} = 3$$

$$\left(\frac{3}{2,5}\right)^{\frac{1}{5}} = \text{Taxa de variação anual} = 1,037 = 3,7\%$$

Os Próximos Problemas Trabalhem com Tempo Contínuo

2. Assumam a seguinte função:

$$y(t) = x(t) z(t)$$

onde y, x e z são funções de t.

A taxa de crescimento de x(t) é de 4% e de z(t) 3 %. Pergunta: qual é a taxa de crescimento de y?

$$\ln(y) = \ln(x) + \ln(z)$$

$$\partial y = 4\% + 3\% = \text{Taxa de crescimento de } 7\%$$

3. Dada a seguinte função:

$$y(t) = x(t)^\alpha z(t)^{(1-\alpha)}$$

Sabendo que x(t) cresce a uma taxa de 4%, z(t) cresce a 3% e $\alpha=0.25$.

Pergunta: qual é a taxa de crescimento de y(t)?

$$\ln(y) = \alpha \ln(x) + (1 - \alpha) \ln(z)$$

$$\ln(y) = 0,25 * 4\% + 0,75 * 3\%$$

$$\ln(y) = 1\% + 2,25\% = 3,25\%$$

4. Dada a seguinte função:

$$y(t) = (x(t)/z(t))^\alpha$$

Se $x(t)$ cresce a uma taxa de 4%, $z(t)$ a 3% e $\alpha=0.5$, pergunta: qual é a taxa de crescimento de $y(t)$?

$$y(t) = \frac{(X(t))^\alpha}{(z(t))^\alpha}$$

$$\ln(y) = \alpha \ln(x(t)) - \alpha \ln(z(t))$$

$$\ln(y) = 0,5 * 4\% - 0,5 * 3\% = 2\% - 1,5\% = 0,5\%$$

5. Dada a seguinte função:

$$y(x) = e^{e^x}$$

Qual é sua taxa de variação?

$$\ln(y) = e^x \ln(e) = e^x \rightarrow \ln(\widehat{y}) = e^x$$

6. Dada a seguinte função:

$$y(x) = e^x$$

Qual é sua elasticidade?

$$\epsilon = \frac{dy}{dx} * \frac{x}{y} = e^x * \frac{x}{e^x} = x$$

7. Dada a seguinte função:

$$y(x) = a^x \text{ (a= parâmetro)}$$

Qual é sua elasticidade?

$$= \frac{dy}{dx} * \frac{x}{y} = \ln(a) * a^x * \frac{x}{a^x} = x * \ln(a)$$

8. Sabemos que, dada uma função $y(x)$, $\frac{d(\ln y)}{d(\ln x)} = 4x$. Pergunta: Qual é a taxa de variação dessa função?

$$\frac{d(\ln y)}{d(\ln x)} = \frac{y'}{y} * x = 4x, \text{ logo a variação é } 4.$$

9. Dada uma função $y(x)$, se sabemos que: $\frac{d(\ln y)}{dx} = 5$, qual é a elasticidade?

A elasticidade é a taxa de variação vezes a variável dependente, logo a elasticidade dessa função é $5x$.