Maria Luísa Guimarães - 211014780

TDE

Prof Carlos Alberto

Solução - Problemas 1

1. Determinar se as seguintes funções são homogêneas. Caso sejam, indique o grau de homogeneidade.

a) z(x;y) = $\frac{x+y}{x}$

$$\frac{(xn)+(yn)}{xn} = \frac{n(x+y)}{nx} = \frac{x+y}{x}$$

Homogênea de grau 0

b) y(x) = x^2;

$$(xn)^2 = n^2x^2$$

Homogênea de grau 2

c) f(x;y;z) = 3 x + 2 yz;

$$3xn + 2ynzn = 3xn + 2n^2yz = n(3x+2nyz)$$

Não é homogênea

d) f(x;y) = 3 x^2 y^2

$$3(x+n)^2(y+n)^2 = 3x^2n^2y^2n^2 = n^4(3x^2y^2)$$

$$\boldsymbol{homog\hat{e}nea\ de\ grau\ 4}$$

e) f(x;y) = $\sqrt{2x+y}$

$$(2x+y)^{\frac{1}{2}} = (2nx+ny)^{\frac{1}{2}} = \left(n(2x+y)\right)^{\frac{1}{2}} = n^{\frac{1}{2}}(2x+y)^{\frac{1}{2}}$$

$$\boldsymbol{homog\hat{e}nea\ de\ grau\ \frac{1}{2}}$$

2. Assuma a seguinte função de produção:

$$Q(t) = A(t)\,K(t)^{\alpha}\,L(t)^{(1-\alpha)}$$

Onde A representa a produtividade e depende de t (é uma função, não é um parâmetro). Os outros símbolos são os usuais.

Informações: - participação do trabalho no PIB: 40%;

- crescimento em uma década: PIB: 30%; trabalho: 18%; capital: 35%.

Pergunta: nessa década, qual foi a taxa média anual da produtividade?

$$Ln\big(Q(t)\big) = Ln(A) + \alpha Ln(K) + (1-\alpha)Ln(L)$$

$$30\% = Ln(A) + 0{,}6 * 35\% + 0{,}4 * 18\%$$

$$Ln(A) = 1{,}8\%\ de\ crescimento\ em\ uma\ década$$

$$A^1 = 1{,}018A°$$

$$\boldsymbol{\left(\frac{1{,}018A°}{A°}\right)^{\frac{1}{10}} = 0{,}178\%\ de\ crescimento\ anual\ médio}$$

3. Trabalhe com tempo contínuo.

Pergunta:

Qual é a taxa de crescimento médio anual à qual um país tem que crescer para duplicar seu PIB em 5 anos?

$$\boldsymbol{(2)^{\frac{1}{5}} = Taxa\ de\ crescimento = 14{,}869\%}$$

4. Assuma dois países, A e B. Imagine que o PIB per capita do país A é de 100 e do país B de 10. As taxas médias de crescimento anual são, respectivamente, 1% e 10%.

Pergunta: em quantos anos o PIB per capita do país B seria igual ao do país A?

$$\left(\frac{x}{100}\right)^{\frac{1}{t}} = 1{,}01$$

$$xA = 100 * (1{,}01)^t$$

$$xB = 10 * (1{,}1)^t$$

$$100 * (1{,}01)^t = 10 * (1{,}1)^t$$

$$10 = \left(\frac{1{,}1}{1{,}01}\right)^t$$

$$\boldsymbol{t = Aproximadamente\ 27\ anos}$$

5. Assuma uma função y(x) dada pela seguinte expressão:

$$z(t) = \left[\frac{y(t)}{x(t)}\right]^\alpha$$

Sabendo que α=0.5, a taxa de crescimento de y(t) é de 4% e de 3% no caso de x(t), qual será a taxa de crescimento de z(t)?

$$z(t) = \frac{(y(t))^{\alpha}}{(x(t))^{\alpha}}$$

$$Ln(z) = \alpha In(y(t)) - \alpha In(x(t))$$

$$\boldsymbol{Ln(z) = 0,5 * 4\% - 0,5 * 3\% = 2\% - 1,5\% = 0,5\%}$$

6. Assuma uma função de produção com as seguintes características:

Q(t) = A K(t) $^{\alpha}$ L(t) $^{(1-\alpha)}$

Sabemos que P =1, A = 2, α = 0.75, K= 10.000 e L = 256.

Pergunta: qual é o salário real?

$$w = \frac{\partial y}{\partial L} = AK^{\alpha}(1-\alpha)L^{-\alpha} = 2 * 0,5 * 10000^{0,75} * 0,25 * 256^{-0,75} = 7,81$$

$$\boldsymbol{Dado\ que\ P = 1, wr\ = w = 7,81}$$

7. Assuma a seguinte função de produção:

$$Y = \alpha L + \beta \left[\frac{KL}{K+L}\right]$$

Ela é homogênea? Em caso de ser, qual é o grau de homogeneidade?

$$naL + \beta \left[\frac{nKnL}{nK+nL}\right] = naL + \beta \left[\frac{n^2KL}{n(K+L)}\right] = naL + \beta \left[\frac{n(KL)}{K+L}\right] = naL + n \left[\frac{\beta(KL)}{K+L}\right]$$
$$= n\left(aL + \beta \left[\frac{(KL)}{K+L}\right]\right)$$

Homogênea de grau 1

8. Um país tem hoje uma renda per capita de 35. Isso é fruto de um crescimento de 5% durante 12 anos. Qual era a renda per capita inicial?

(Trabalhe com tempo contínuo)

$$y * e^{it} = 35$$

$$1,82 * y = 35$$

$$\boldsymbol{y^{\circ} = 19,44}$$

9. Dada a seguinte função:

$$y(t) = e^{t^2}$$

Qual é a elasticidade?

$$\epsilon = \frac{dy}{dt} * \frac{t}{y}$$

$$\epsilon = 2t * e^{t^2} * \frac{t}{e^{t^2}}$$

$$\boldsymbol{\epsilon = 2t^2}$$