Nota Didática 4

TDE

Carlos Alberto

Modelo de Solow. A Regra de Ouro

1. Uma das variáveis que pode ser alterada para mudar os valores no steady-state (SS) é a taxa de poupança.

2. O objetivo de um país seria atingir o maior bem-estar no SS que não significa a maior renda per capita, senão o maior consumo per capita.

3. Dessa forma, um desafio é conseguir identificar a taxa de poupança que faz com que atinjamos o maior valor possível (dados os outros parâmetros) do consumo no SS.

4. Vamos considerar, para simplificar a álgebra sem nos perdermos em generalidade, que a taxa de variação da população é nula (0). Nesse caso, a Equação de Solow será:

$$k' = s\, f(k) - (\delta\, k) \tag{1}$$

No equilíbrio (SS) temos que $k'=0$ e a expressão anterior pode ser reescrita como:

$$s\, f(k) = \delta\, k \tag{2}$$

Podemos definir o consumo como:

$$c = f(k) - s\, f(k) \tag{3}$$

Substituindo (2) em (3) temos que:

$$c = f(k) - \delta\, k \tag{4}$$

No SS temos:

$$c_{ss} = f(k_{ss}) - \delta\, k_{ss} \qquad (5)$$

Uma vez que o nosso objetivo é encontrar o k que no SS maximize o consumo derivamos (5) e igualamos a zero (condição de primeira ordem):

$$\frac{dc_{ss}}{df_{ss}} = f'(k_{ss}) - \delta = 0 \qquad (6)$$

(A condição de segunda ordem é preenchida uma vez que $f'' < 0$)

No caso de uma Função de Produção Cobb-Douglas temos que:

$$f' = \alpha\, k_{ss}^{(\alpha-1)} \qquad (7)$$

Ou seja, que podemos reescrever (6) como:

$$\alpha\, k_{ss}^{(\alpha-1)} = \delta \quad \rightarrow \quad k_{ss} = \left(\frac{\alpha}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad (8)$$

Mas sabemos que k no SS é:

$$k_{ss} = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad (9)$$

(a definição de kss em (9) se deduz da equação de Solow: $k' = s\, k^{\alpha} - \delta k = 0$)

Substituindo (9) em (8) temos que:

$$\left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left(\frac{\alpha}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad (10)$$

De (10), deduzimos que o valor de s que maximiza o consume no SS é quando o mesmo se iguala a α:

$s = \alpha$

Regra de Ouro