Nota Didática 2

TDE

Carlos Alberto

Logaritmos, Taxas de Variação e Elasticidades

1. Já falamos sobre a relação entre ln e taxa de variação. Só para lembrar:

   Dada uma função y(x), se aplico ln a essa função o resultado é a taxa de variação:

$$\ln y(x); \quad \frac{d(\ln y)}{dx} = \frac{y\prime}{y} = \hat{y}$$

2. Lembremos, agora, a definição de elasticidade. Dada uma função y(x), a elasticidade de y com respeito a x ($\xi_{y,x}$) é definida como:

$$\xi_{y,x} = \frac{dy}{dx} . \frac{x}{y} = \frac{y\prime}{y} x = \hat{y}.\ x$$

   Ou seja, a elasticidade é a taxa de variação vezes a variável independente. Se conhecemos a taxa de variação de uma função podemos obter facilmente a elasticidade multiplicando a taxa de variação vezes a variável dependente (ou, em geral, a variável independente sobre a qual queremos calcular a elasticidade).

3. Vou fazer uma demonstração que é relativamente fácil e acho interessante demonstrar porque não é intuitiva. Vamos assumir uma função y(x), aplicamos ln e derivamos com respeito ao lnx. CUIDADO: derivamos com respeito ao (lnx) e não com respeito a x. Aplicando a regra da cadeia temos que:

$$\frac{d\,(lny)}{d(lnx)} = \frac{d(lny)}{dy} \frac{dy}{dx} \frac{dx}{d(lnx)}$$

   Sabemos que: $\frac{d(lny)}{dy} = \frac{1}{y}$; sabemos também que $\frac{dx}{d(lnx)} = x$.

   Assim, temos que: $\frac{d\,(lny)}{d(lnx)} = \frac{1}{y}\ y'\ x$; ou seja: $\frac{d\,(lny)}{d(lnx)} = \frac{y\prime}{y}\ x$

Que é a definição de elasticidade.

4. Resumindo:

- se aplicamos ln a uma função é derivamos com respeito a x o resultado é a taxa de variação;

- Se multiplicamos a taxa de variação pela variável independente o resultado é a elasticidade;

- se aplicamos ln a uma função e derivamos com respeito ao lnx (NÃO COM RESPEITO A X SENÃO AO (LN X), o resultado é a elasticidade.